

# REALISMO PITAGÓRICO Y REALISMO CANTORIANO EN LA FÍSICA CUÁNTICA NO RELATIVISTA<sup>1</sup>

## PITAGORIC AND CANTORIAN REALISM IN THE NON-RELATIVISTIC QUANTUM PHYSICS

Rafael Andrés Alemañ Berenguer<sup>2</sup>

### RESUMEN

El carácter fundamentalmente probabilista de la teoría cuántica cuestionó el realismo como filosofía básica de la ciencia, si bien ciertas interpretaciones instrumentalistas podrían no amenazar por sí solas la existencia de un mundo exterior e independiente de nuestra conciencia. La falta de un valor definido para tales magnitudes antes de la medición alentó la suposición de que tales valores “no existen” antes de la medida. Una reinterpretación de nuestras ideas sobre las magnitudes físicas, considerándolas formalmente representadas por conjuntos de valores en lugar de valores numéricos concretos, ayudaría a disipar toda sombra de irrealidad física.

**Palabras clave:** Objetividad, función, medida, magnitud, distribución.

### ABSTRACT

The probabilistic character of quantum measures put in question the proper role of the realism as basic philosophy for science, even though certain instrumentalist interpretations might not threaten by itself the existence of an external world independent of the observer conscience. The lack of a defined value for such magnitudes previously to the measure encouraged the supposition that such values “did not exist” before there being measured. A reformulation of our ideas about physical magnitudes, regarding them as formally represented by sets of values instead of sharp numeric values would help to dissipate any unreality shade in physical sciences.

**Keywords:** Objectivity, function, measurement, magnitude, distribution.

---

<sup>1</sup> Recibido: 31 de marzo de 2012. Aceptado: 25 de septiembre de 2012.

<sup>2</sup> Universidad Alicante, España. Correo electrónico: raalbe.autor@gmail.com.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las discusiones sobre la interpretación más adecuada de la física cuántica apenas han cesado desde su mismo nacimiento. Sobre la mejor manera de entender sus fundamentos se han pronunciado muchos y muy eminentes autores, sin que todavía se haya llegado a un acuerdo general. Desde la concepción estadística propugnada por Alfred Landé hasta la concepción realista del potencial cuántico de David Bohm, pasando por la versión muchos universos de Hugh Everett, la explicación de Wigner basada en la conciencia del observador (Jammer 1974; Wheeler & Zurek 1986; Jammer 1996), o las interpretaciones modales, los sistemas cuánticos siempre tienen valores bien definidos en algunas propiedades físicas (Van Fraassen 1974, 1991; Albert & Loewer 1990; Elby 1993; Dickson 1994; Bene & Dieks 2002; Berkovitz & Hemmo 2006) infringiendo el tradicional vínculo “autoestado-autovalor”.

Quizás por ello muchos físicos suelen adoptar una pragmática duplicidad, suscribiendo una opinión realista a efectos heurísticos (exploración de nuevos modelos, discusión de experimentos, uso de imágenes intuitivas de los micro-objetos individuales), y replegándose hacia una interpretación minimalista basada en conceptos estadísticos (según la cual la teoría cuántica no es más que un manual de instrucciones para operar con datos experimentales) cuando habían de afrontar cualquier cuestionamiento epistemológico (D’Espagnat 2006, 225). En su vertiente científica —que es la que aquí nos concierne—, el realismo consiste en una actitud epistémica acerca del contenido de nuestras teorías científicas, la cual recomienda creer en la validez tanto de los aspectos observables como los no observables del mundo descrito por las ciencias (Musgrave 1992).

En una interpretación probabilística mínima, la teoría cuántica se concibe como un formalismo cuyo fin consiste en el cálculo de probabilidades correspondientes a las frecuencias pronosticadas para los resultados de medidas llevadas a cabo en sistemas preparados idénticamente. Así pues, si el estado obtenido tras la preparación viene dado por el operador  $\rho$  y la magnitud observable  $E$  se asocia con una POM (medida de operador positivo) en un  $\sigma$ -álgebra  $\Sigma$  de subconjuntos  $X$  del espacio de valores  $\Omega$ , la medida de probabilidad asociada  $p$  es  $\{X \in \Sigma\} \rightarrow p^E_\rho(X) \equiv \text{tr}[E(X)] \in [0, 1]$ .

Tomando partido por una interpretación realista en el sentido anterior, la física cuántica sería una teoría completa cuyos enunciados tienen como referentes sistemas individuales (no colectivos estadísticos). Se supone que el papel principal de cualquier interpretación en esta controversia consiste en proporcionar una regla que determine, para cada estado, qué cantidades físicas poseen valores

definidos que representan propiedades genuinas —o “elementos de realidad”, como veremos más adelante— del sistema cuántico estudiado.

En relación con ello, en este artículo se propondrá un punto de vista interpretativo no muy extendido, pero que acaso sea digno de una ulterior profundización a causa de sus prometedoras posibilidades explicativas. De acuerdo con esto, ha de atribuirse valor ontológico a las superposiciones cuánticas de autoestados en pie de igualdad, aunque en otro sentido, con los autovalores de tales estados. Con ese fin, la primera parte analiza los distintos significados concedidos a la función de onda cuántica según el marco interpretativo escogido, y las célebres paradojas vinculadas con dichos significados. La segunda analiza si en verdad resulta inevitable someterse a la interpretación idealista de la teoría cuántica. La tercera presenta y defiende una alternativa. Las repercusiones ontológicas de esta propuesta, así como las cuestiones que deja abiertas serán comentadas en las siguientes dos partes. Por último, un sucinto resumen de las conclusiones cerrará el presente trabajo.

## 2. LA FUNCIÓN DE ONDA Y LAS PARADOJAS CUÁNTICAS

En el marco de la teoría cuántica no relativista, suele tomarse como punto de partida en estas discusiones la afirmación de que la función de onda contiene toda la información susceptible de obtenerse en un sistema cuántico. En la práctica, esta información se logra aplicando a dicha función de onda una determinada operación matemática (operador cuántico) de tal forma que cada dato (posición, velocidad, energía, etc) tenga asociado un operador específico (operador de posición, de velocidad, de energía, entre otros).

En la formulación usual de la teoría cuántica (restringiéndonos a un espectro de valores no degenerados), un observable típico viene matemáticamente representado<sup>3</sup> por un operador hermítico  $\mathbf{A} = \sum_m a_m \mathbf{E}_m$ , con autovalores  $a_m$ , y  $\mathbf{E}_m$  el operador de proyección sobre el autovector  $|a_m\rangle$ , que satisface  $\mathbf{E}_m^2 = \mathbf{E}_m$ . El conjunto de operadores de proyección  $\{\mathbf{E}_m\}$  se conoce como la resolución espectral de  $\mathbf{A}$ . Un estado mecano-cuántico se expresa mediante un vector de estado<sup>4</sup>  $|\psi\rangle$  sometido al requisito de normalización  $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ .

3 En general no se distinguirá en este trabajo entre un observable típico  $A$  y su representación matemática por medio de un operador hermítico  $\hat{A}$ . Esta pequeña negligencia en las distinciones entre ontología y epistemología resulta menos comprometedora que la identificación usual entre “estado (cuántico)” y “función de onda”.

4 Por simplicidad, la discusión subsiguiente no se ocupará de los estados mezcla ni de sus operadores de densidad ya que nada añaden a la cuestión aquí planteada.

El carácter vectorial de estos estados cuánticos concuerda con el llamado principio de superposición, que afirma la aditividad de dos estados de modo que la combinación lineal  $c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$ , adecuadamente normalizada, constituye un posible vector de estado si  $|\psi_1\rangle$  y  $|\psi_2\rangle$  lo eran por separado. Una importante aplicación de este principio es la posibilidad de representar un vector de estado arbitrario como una combinación lineal de autovectores de un observable  $\mathbf{A}$ , es decir,  $|\psi\rangle = \sum_m c_m |a_m\rangle$ ,  $\sum_m |c_m|^2 = 1$ . Estos vectores de estado son elementos de un espacio vectorial lineal, o más concretamente, de un espacio de Hilbert.

La regla de Born nos proporciona la distribución de probabilidad de los resultados de medidas realizadas para un observable  $\mathbf{A}$  en un cierto estado  $|\psi\rangle$  según la igualdad  $p_m = |\langle a_m | \psi \rangle|^2$ , donde la cantidad numérica  $\langle a_m | \psi \rangle$  es la amplitud de probabilidad. En estas condiciones, el valor medio de los resultados de una serie de medidas, sería  $\langle \mathbf{A} \rangle = \sum_m p_m a_m = \langle \psi | \mathbf{A} | \psi \rangle$ . La evolución temporal viene dada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo  $i\hbar \partial |\psi\rangle / \partial t = \mathbf{H} |\psi\rangle$ , donde  $\mathbf{H}$  es el operador hamiltoniano (en lo sucesivo se tomará, como es habitual,  $\hbar = 1$ ). Si no depende explícitamente del tiempo, la solución de la ecuación de Schrödinger puede escribirse  $|\psi(t)\rangle = e^{-i\mathbf{H}t} |\psi(0)\rangle$ . La linealidad de esta ecuación garantiza la validez del principio de superposición.

El llamado “postulado de proyección (o de reducción) de Von Neumann”, que suele tomarse no pocas veces como parte del formalismo típico de la teoría cuántica no relativista, establece que durante la medida el estado cuántico cambia de un modo no contemplado por la ecuación de Schrödinger. En concreto, se supone que durante la medida de un observable típico  $\mathbf{A}$  que conduce a un resultado  $a_m$ , el vector de estado  $|\psi\rangle$  sufre una transición discontinua<sup>5</sup>  $|\psi\rangle = \sum_m c_m |a_m\rangle \rightarrow |a_m\rangle$ .

Cuando efectuamos una medida del sistema cuántico, el valor de la función de onda cambia repentinamente; puesto que entonces se concreta su estado, la descripción física del sistema ya no puede contener probabilidades. Así, el coeficiente de la función correspondiente al estado en que el sistema no se encuentra se hace cero, con lo que el otro coeficiente se iguala a 1, pues una probabilidad igual a la unidad equivale a la certeza. Así ocurre si las probabilidades se interpretan como medida de la información o de la ignorancia acerca del estado preciso en el que se encuentra el sistema, esto es, si se trata de probabilidades gnoseológicas que cambian al modificar el estado

5 Esta es la versión “fuerte” del postulado. La versión “débil” considera todos los resultados posibles en lugar de uno, y desemboca en un estado final descrito por el llamado “operador de densidad”.

de conocimiento del observador<sup>6</sup>. Aquí radica la famosa paradoja del gato de Schrödinger (1935), según la cual —si el sistema total evoluciona de acuerdo con la ecuación de Schrödinger— un hipotético felino podría encontrarse en un estado de superposición entre la vida y la muerte,  $\psi(\text{gato}) = (1/\sqrt{2}) \psi(\text{gato vivo}) + (1/\sqrt{2}) \psi(\text{gato muerto})$ , en una proporción del 50 % cada uno (Stapp 1971; Busch et ál. 1996).

Esta paradoja ilustra una triple dificultad en la teoría cuántica; a saber, (a) la controvertida interpretación física atribuible a la función de onda, (b) la carencia de un criterio definido que marque la transición desde el mundo cuántico al mundo clásico, y (c) la posibilidad de que los sistemas físicos posean propiedades bien definidas en contra de las predicciones de la teoría cuántica que, por tanto, sería incompleta en el sentido expuesto por Einstein.

De acuerdo con la posición realista adoptada en este trabajo, consideraremos en lo sucesivo que la función de estado en la teoría cuántica representa, al menos en algún sentido, ciertas características objetivas de los microobjetos, a los cuales nos referiremos en adelante como “cuantones” a fin de usar un término tan neutral como resulte posible (Bunge 1967a).

Hay entonces dos visiones contrapuestas sobre el significado de la función de onda. La interpretación epistemológica afirma que esta contiene la información que un observador posee sobre un sistema cuántico; diversos observadores pueden tener información diferente sobre el mismo sistema cuántico. Parafraseando a Einstein, se tendría en este caso una descripción “incompleta” del sistema físico real. Por su parte, la interpretación ontológica sostiene que la función de onda codifica las propiedades físicas reales de un sistema cuántico. Por esta razón, todos los observadores<sup>7</sup> que analicen de forma correcta el mismo sistema cuántico deben coincidir en el contenido físico —más allá de la forma matemática— de su función de onda.

La cuestión pareció decidirse a finales de 2011 gracias a un artículo de Pusey et ál (2011) donde se presentaba un teorema —denominado ya “teorema PBR”— destinado a probar que la visión epistemológica es incorrecta. En la demostración del teorema PBR, estos autores establecen que si dos observadores utilizan dos funciones de onda diferentes representativas del mismo

6 Esto no es así si se adopta una interpretación ontológica (propensiva) de la probabilidad, como medida de una tendencia objetiva, aunque dicha interpretación sufre de diversos inconvenientes, como la dificultad de hallarle una pertinente extensión relativista. En todo caso, el problema filosófico de las interpretaciones de la probabilidad no se limita a la física cuántica.

7 A juicio de los autores del teorema PBR, el observador no tiene que ser macroscópico e incluso el “vacío cuántico” puede ser un observador válido.

sistema cuántico, porque parten de datos iniciales diferentes, entonces es posible construir un protocolo de medida en particular tal que los resultados físicos obtenidos difieran para ambos observadores. En concreto, para ciertas preparaciones del sistema cuántico, uno de los observadores afirmará que hay una probabilidad no nula de observar un resultado imposible (cuya probabilidad por construcción es siempre cero). Los autores del teorema PRB concluyen que dos observadores no pueden asignar dos funciones de onda diferentes al mismo sistema, aun cuando sean aparentemente compatibles con todas las medidas. Siempre resultaría posible demostrar que una de esas dos funciones carece de validez. Por tanto, la función de onda es “real” (lo que para estos autores significa ontológicamente independiente de los observadores) y no se trata de una mera elección epistemológica.

Por otra parte, las teorías de variables ocultas, opuestas a la interpretación convencional de la física cuántica, sostienen que la conducta del electrón no es intrínsecamente fortuita e impredecible, sino que su aparente aleatoriedad se debería a factores físicos inadvertidos. La idea esencial que inspiraba esta alternativa había sido propuesta por Einstein, Podolsky y Rosen, lo que inspiró la llamada “paradoja EPR”. En cuanto al tema que aquí nos atañe, el artículo que presenta la paradoja EPR comienza dando un criterio de completitud para cualquier teoría física. Una teoría se juzgará completa si “todo elemento de la realidad física ha de tener una contrapartida en la teoría física” (Einstein et ál. 1935, 777).

Ahora bien, ¿qué consideraban un “elemento de la realidad” Einstein y sus colegas? Se trata de un punto esencial en el debate, y sobre ello se decía unas líneas después: “Si podemos predecir con certeza (es decir, con probabilidad igual a la unidad) el valor de una cantidad física sin perturbar el sistema en modo alguno, entonces existe un elemento de realidad física correspondiente a esa cantidad física” (Einstein et ál. 1935, 777). Semejante afirmación se presenta como una condición suficiente para atribuir realidad a una magnitud física, no como una definición rigurosa de la realidad física en sí misma. Sin embargo, multitud de experimentos en una serie iniciada por el científico francés Alain Aspect y sus colaboradores (Aspect et ál. 1982) parecen respaldar más allá de toda duda razonable esta última opinión, lo que confrontó a los físicos con el problema de explicar cómo es posible que una medición efectuada sobre un fotón afecte a otro tan alejado del primero que ninguna señal física pueda conectarlos.

### 3. ¿ES INEVITABLE EL SUBJETIVISMO CUÁNTICO?

Una respuesta imparcial a esta pregunta debería buscarse como se haría con cualquier otra teoría física, esto es, analizando los referentes del formalismo propio de dicha teoría. Y si obramos de ese modo, no hallaremos el menor rastro de “mentes”, “observadores” o “conciencias” en el corazón de la física cuántica, más allá de la fraseología empleada por algunos autores. Sustituyendo la palabra “observable” —un legado del positivismo lógico dominante a comienzos del siglo XX— por “magnitud física”, el ámbito de aplicación y el poder predictivo de la teoría cuántica quedan intactos. Y no puede ser de otra manera porque ni las referencias al yo ni a sus aptitudes para colapsar estados pertenecen en rigor a la teoría cuántica. Se trata de interpretaciones *adventicias* de los referentes de la física cuántica así como de sus procesos de medición (Bunge 1982, 69-70, 95-100).

El papel desempeñado por los símbolos matemáticos es idéntico en la física clásica y en la cuántica. En ambos casos, se trata de conceptos formales cuyos referentes son las propiedades de los objetos físicos que componen el mundo natural (Bunge 1967b), aunque en muchos casos tales propiedades resulten asombrosas. Tampoco se justifica la opinión de que la teoría cuántica destierra la causalidad del corazón de la física. Únicamente debemos renunciar al determinismo laplaciano, pero no a la existencia de leyes naturales bien definidas (ecuaciones de evolución, como la de Schrödinger, o teoremas de conservación, como el de la energía) que obviamente también se dan en el mundo cuántico (Fock 1958). Las restricciones impuestas por las desigualdades de Heisenberg se refieren solo a la descripción clásica de los fenómenos subatómicos; la descripción puramente cuántica no está sometida a tales limitaciones. Por ejemplo, las distribuciones de probabilidad —una propiedad específicamente cuántica— pueden calcularse con precisión siempre creciente en proporción directa al refinamiento de nuestras teorías sobre el micromundo (Omelyanovskij et ál. 1972).

No obstante, para salvar la noción realista clásica, se recurre a la intervención de un presunto sujeto cognoscente responsable de tales limitaciones. Pero sucede que para señalar los límites de validez en la aplicación de los conceptos clásicos al mundo cuántico no se necesita de subjetividad alguna; basta con prescripciones puramente físicas sin más referentes que los de la propia teoría (Bunge 1985, 79-95).

Parece, pues, que sí es posible interpretar la teoría cuántica mediante una perspectiva realista y objetiva (Bunge 1977) que no considere su formalismo como un simple artificio matemático para pronosticar datos experimentales,

ni como un imparable generador de mundos alternativos, ni como expediente legitimador de una fantasmagórica intervención de la mente sobre la materia. La física cuántica, en suma, *no es necesariamente positivista*, contra la opinión todavía hoy manifestada en los escritos de algunos de sus expertos (Álvarez-Galindo y García-Alcaine 2005).

La física clásica, es bien cierto, se ha identificado siempre con las cuatro demandas típicas de la filosofía realista (Rescher 1987, 121-125):

- (R1) *Sustancialidad*: identidad permanente de las cosas físicas.
- (R2) *Fisicalidad*: todo objeto existente debe ser susceptible de incorporación al esquema físico de la naturaleza.
- (R3) *Accesibilidad*: los objetos físicos pueden ser conocidos de modo parcial, inexacto y siempre perfectible.
- (R4) *Independencia existencial*: la existencia de las cosas físicas es autónoma con respecto al entorno (observadores inteligentes, otros objetos físicos, entre otros).

Rechazar los enunciados (R1) y (R3) supondría en la práctica vedar toda posibilidad de discusión racional sobre la naturaleza, por lo cual no insistiremos en ellos. Por el contrario, el requisito (R2) se ha confundido, tradicionalmente y sin necesidad de ello, con el de *ubicabilidad*; es decir, que todo objeto posee una localización concreta —“puntual”, diríamos— en el espacio y el tiempo<sup>8</sup>. La teoría cuántica renuncia a la ubicabilidad, es cierto, pero en modo alguno abandona también la fisicalidad. Sucede que el esquema cuántico del mundo es radicalmente diverso del clásico, aunque no por ello es menos real.

Por último, (R4) es el que mayor controversia ha generado, en cuanto que los resultados de los experimentos sobre correlaciones EPR se han interpretado erróneamente como una negación de este requisito. Los observadores someten a prueba las distribuciones probabilísticas pronosticadas por la teoría cuántica con independencia de los observadores; sus experimentos las confirman en todo caso, pero no las crean.

---

8 Se considera concretamente la ubicación espacio-temporal —cuando el problema del valor definido concierne a todas las propiedades de los sistemas cuánticos— porque la ubicabilidad, con su transposición clásica inmediata (la posición de un objeto), fue una de las cuestiones que más inflamó los primeros debates sobre la interpretación de la física cuántica.



#### 4. REALISMO “PITAGÓRICO” Y REALISMO “CANTORIANO”

En el corazón de la mayoría de las controversias sobre el realismo y el idealismo en la interpretación de los bien confirmados fenómenos cuánticos, parece hallarse un supuesto implícito al que pocas veces se presta la atención debida. Recordemos que, según el criterio EPR, una propiedad física se considera “real” si posee un valor concreto expresado formalmente mediante un número real. Ya que la violación experimental del teorema de Bell indica que semejante opinión es insostenible, mediante un silogismo implícito no pocos autores han inferido de ello que la teoría cuántica refuta el realismo como trasfondo filosófico fundamental de la ciencia física.

Sin duda quienes así piensan tienen razón si reducimos el significado de “realismo” a lo que, en sentido estricto, deberíamos denominar “realismo fisicista clásico”, a saber: la suposición de que las propiedades de los sistemas físicos solo pueden quedar matemáticamente definidas mediante números reales concretos, negando toda legitimidad a cualquier otra opción.

... Si los proyectores, las magnitudes, no pueden estar completamente definidos, habrá que aceptar una imagen de la realidad microscópica en la que las cosas están en situación de indefinición, de cierta ambigüedad. . . . No puede mantenerse la imagen de un mundo completamente determinado. No podemos pensar que la realidad existe ahí afuera sin que la observemos (Cassinello 2007, 47).

Nótese el descarnado salto lógico que se da en la cita precedente, pues de la indefinición de las magnitudes cuánticas se pretende deducir la imposibilidad de una realidad extramental no observada.

Teniendo en cuenta que el realismo clásico suele abarcar otras premisas, como el requisito de separabilidad (refutada por las correlaciones EPR), sería más adecuado buscar un nombre específico para este aspecto concreto relacionado con la expresión cuantitativa de las propiedades físicas. Tal vez una denominación apropiada sería “realismo pitagórico” por cuanto la clave de la distinción reside en la naturaleza del objeto matemático —números reales— que se hace corresponder necesariamente con cada propiedad física (aunque Pitágoras hubiese abominado de este tipo de números). Esquemáticamente expresado, en el realismo pitagórico se afirma que a cada propiedad  $p$  de un objeto físico cualquiera  $O$  corresponde un número real  $x$  al que llamamos valor de dicha propiedad, de lo cual deducimos que  $p$  solo tiene existencia objetiva si existe un  $x$  con el cual hacerla corresponder.

Por tanto, con los argumentos previos se nos invita a aceptar subrepticamente una cadena de implicaciones muy determinada:  $\{\text{Realismo}\} \Leftrightarrow \{\text{Realismo pitagórico} \equiv \text{Asignación de valores concretos (números reales) a las propiedades físicas}\}$ . Teniendo en cuenta que las magnitudes cuánticas carecen en general de estos valores concretos, se nos exige la renuncia al realismo en su sentido más amplio. Sin embargo, hay una alternativa muy clara que surge con naturalidad de la propia teoría cuántica, según la cual bastaría con admitir que las magnitudes físicas solo pueden asumir conjuntos de valores, continuos o discretos, en lugar de valores únicos y aritméticamente aquilatados (*sharp values*). En este caso, asignar a la propiedad física  $p$  —antes de ser medida— un subconjunto de los números reales  $S$ , que bien podría ser un intervalo continuo (cuando los valores permitidos a una magnitud cuántica forman una serie continua) o un conjunto discreto (si el rango permitido recorre valores discontinuos), no debería considerarse menos real que la tradición clásica consistente en asociar valores numéricos unívocos a cada propiedad física de un sistema.

La alternativa que aquí se defiende implica aceptar que la superposición cuántica de estados permitidos para un cierto sistema es tan real como cuando se encuentra en un autoestado cuyo autovalor para una propiedad determinada coincide con un resultado clásico. Es decir, para una propiedad física cualquiera, las superposiciones de valores permitidos, continuos o discretos, son tan objetivamente reales como los estados unívocamente caracterizados por un autovalor tras efectuar una medición. Es de crucial importancia destacar que con esta decisión estamos otorgando un valor ontológico, no solo gnoseológico, a los conjuntos de valores de las magnitudes cuánticas. Una elección tal merece su propia denominación que, por contraste con el nombre escogido con anterioridad, podría denominarse “realismo cantoriano”, dado que ahora operamos en principio con conjuntos de valores que pueden ser tanto continuos como discretos.

Con ello han de considerarse objetivamente reales las superposiciones de estados, y por tanto objetivamente real también la situación en que una propiedad física no se caracteriza por un valor numérico unívoco sino por un conjunto —continuo o discreto— de valores posibles, cada uno de ellos multiplicado por un coeficiente que determina su grado de participación en la superposición global.

Para cada cuádruplo  $\langle O, p, t, f \rangle$ , donde  $O$  es un objeto o sistema físico cualquiera,  $p$  una propiedad física de  $O$ ,  $t$  un instante del tiempo y  $f$  un marco de referencia, la física clásica asignaba siempre, en principio, un número real  $x \in \mathbb{R}$ . Podía darse el caso de que las técnicas experimentales no pudiesen

medir esa magnitud concreta, tal vez porque el objeto en cuestión formase parte de un colectivo muy numeroso (como en la mecánica estadística), pero nunca se ponía en duda que tal propiedad poseía por definición un valor numérico aquilatado. En la física cuántica, por el contrario, a ese mismo cuádruplo se le puede asignar en general un conjunto de valores  $\mathcal{S}$ , continuo o discreto, el cual queda reducido tras el proceso de medida a un único valor que en ocasiones coincide con un valor clásico de algunas magnitudes físicas.

Por primera vez en la historia de la ciencia, encontramos una teoría cuya cuantificación de las propiedades fundamentales de la naturaleza no se realiza primariamente mediante números individuales. Antes de la teoría cuántica, siempre se daba por sentado que el uso de las probabilidades y la estadística compensaba una dificultad de cálculo debida a nuestra ignorancia de la gran cantidad de factores implicados. Pero, después de la teoría cuántica, sabemos que en la naturaleza puede haber probabilidades primarias irreducibles que no encubren nuestra ignorancia sobre multitud de datos bien determinados.

Si hasta ahora, durante la evolución temporal de cada magnitud clásica se le asignaba un valor numérico en cada instante del tiempo, en el mundo cuántico a cada instante corresponde todo un conjunto de valores del cual podemos obtener ulteriormente una distribución de probabilidad mediante los procedimientos usados en esta teoría. Por eso, la teoría cuántica *sí es realmente extraña* comparada con la física clásica porque sus referentes básicos son entidades sin parangón en el mundo macroscópico clásico.

Estas puntualizaciones sirven como defensa del realismo no clásico frente a los intentos de asentar una postura positivista radical en el regazo de la física cuántica (Gleason 1957; Jauch & Piron 1963). Uno de ellos se apoya en el teorema desarrollado en 1967 por Simon Kocher y Ernst Specker sobre la compatibilidad de los valores observables (Kochen & Specker 1967), cuya interpretación vulgarizada afirma que los resultados de las magnitudes físicas observables en un sistema físico “no existen” antes de ser medidos (Álvarez-Galindo & García-Alcaine 2005; Cassinello 2007). La verdadera finalidad del teorema es demostrar la *contextualidad* cuántica: el hecho de que la adjudicación simultánea de un valor preciso a todos los observables (magnitudes físicas) de un sistema cuántico conduce a una contradicción (para espacios de Hilbert de dimensión mayor o igual a tres) y, por tanto, la adjudicación simultánea de un valor preciso a los observables de un sistema cuántico solo puede efectuarse consistentemente para los observables de un contexto (Bub 1997).

Sin embargo, persiste una línea de pensamiento para la cual antes de admitir la existencia de un valor concreto de una propiedad física se considera un requi-

sito indispensable la exigencia de que dicho valor no dependa de la mencionada contextualidad. El criterio de realismo EPR, por ejemplo, se opone a esa interpretación contextual. El corazón de la controversia radica, una vez más, en lo que entendamos por “existir antes de ser medido”. Si concebimos únicamente datos clásicos —expresados como números reales— la respuesta es negativa. Pero si atribuimos a las propiedades cuánticas un carácter matemático distinto —no hay valores individuales antes de la medición, sino conjuntos de tales valores—, entonces las magnitudes físicas existen objetivamente en todo momento aunque no siempre como números reales aquilatados<sup>9</sup>.

Tomemos el caso típico idealizado de un cuantón en una caja unidimensional, que pese a su carácter puramente ilustrativo servirá bien a los propósitos de esta discusión. Sea  $\psi(x)$  la función de estado de ese cuantón, con las consabidas condiciones de contorno, de cuyo cuadrado obtenemos la densidad de probabilidad de localización  $|\psi(x)|^2$ . Un positivista diría que el cuantón no posee un valor concreto de la propiedad “posición” hasta que es medido, y a consecuencia de ello infiere que dicha propiedad no es real. Ahora bien, si aceptamos el realismo cantoriano, debería replicarse que en efecto el cuantón carece de una localización concreta —que sería una exigencia típica del realismo pitagórico—, pero aun así a la propiedad “posición” corresponde todo el conjunto continuo de puntos permitidos del espacio dentro de la caja, en cada uno de los cuales la densidad de probabilidad asociada se calcula mediante el cuadrado de la función de onda.

Tener en cuenta solamente la posición equivale a elegir un solo contexto, de manera que la discusión de la contextualidad cuántica no procede. Cuando se quieren determinar diversas propiedades incompatibles del sistema a la vez, por ejemplo la posición y el impulso, resulta entonces que cada uno de los respectivos conjuntos de valores — $\mathcal{S}_q$  y  $\mathcal{S}_p$ , por ejemplo— viene estipulado por las bien conocidas desigualdades de Heisenberg, dependiendo del modo en que se haya preparado físicamente el sistema en cuestión.

¿Qué sucede cuando tenemos un sistema cuántico individual en una superposición de dos estados? Escojamos por simplicidad el caso de un cuantón en una combinación lineal de dos estados energéticos discretos,  $\psi_E = c_1\phi_1 + c_2\phi_2$ . Tradicionalmente se afirmaría que los cuadrados de los coeficientes de esta combinación,  $|c_1|^2$  y  $|c_2|^2$ , representan tan solo la probabilidad de encontrar el sistema en uno de esos dos estados al efectuar una medición, sin otro signi-

9 Cada estado puro es una combinación lineal no trivial de autovectores de magnitudes cuánticas con las cuales el operador de densidad asociado (la proyección unidimensional) no conmuta. Por ello, los valores de esas magnitudes quedan indefinidos.

ficado físico más que el meramente instrumental. Desde la perspectiva del realismo cantoriano, sin embargo, la propia superposición posee valor ontológico, y los cuadrados de sus coeficientes expresan la participación de cada uno de esos estados componentes en el proceso —todavía desconocido— que opera la transición hasta un resultado único (autovalor), el denominado “colapso de la función de onda”.

## 5. REPERCUSIONES ONTOLÓGICAS

Al considerar la cuestión de qué podría constituir una condición necesaria para que una propiedad fuese juzgada real, no estaría de más detenerse a reflexionar someramente sobre el significado de términos como “real”. Una cosa (en latín *res*) posee la facultad de hacerse notar ejerciendo algún tipo de influencia a su alrededor; esto es, actúa de alguna manera sobre su entorno. Por tanto, el carácter real de una propiedad perteneciente a un objeto implica la capacidad de influenciar otros objetos (en especial, los aparatos de medida) de una forma típica de esa propiedad. Esta condición necesaria y suficiente para la realidad de los objetos físicos y sus propiedades aquí sugerida concuerda con ciertos requerimientos de la experiencia objetiva, de espíritu kantiano, basados en las categorías de sustancia, causalidad e interacción (Mittelstaedt 1975; 1994).

En nuestro caso, las propiedades de interés son las magnitudes físicas de un sistema cuántico. En ausencia de una cierta propiedad, la acción del sistema sobre el entorno —su conducta, en suma— será distinta de la que exhibiría con esa propiedad presente. Aplicado al contexto de las mediciones, en el cual la interacción se da entre el sistema y una parte de su entorno (el dispositivo de medida), esto significa que una propiedad se considerará real cuando la medida proporcione el valor de la magnitud sin ambigüedad. Esta prescripción, que ha recibido el nombre de condición de calibración (Busch et ál. 1996), se adopta como criterio definitivo en el reconocimiento de que un proceso determinado ha sido de hecho la medida de una cierta magnitud cuántica. Su incorporación en la física cuántica se hace posible si el carácter real de una propiedad se identifica con el hecho de que el sistema se halle en el autoestado asociado.

Los teoremas de irresolubilidad iniciados por Wigner (Busch & Shimony 1996; Busch 1998) recogieron algunas interesantes implicaciones de esta cuestión. Estos teoremas presuponen una dinámica lineal y unitaria para los estados cuánticos, el criterio de realidad suministrado por el vínculo autoestado-autovalor, y la regla de que todo proceso físico de medida ha de finalizar

con un resultado concreto. Según los teoremas de irresolubilidad, estos tres requisitos tomados en conjunto desembocan en contradicciones. Una razón más, tal vez, para modificar el criterio de realidad en la dirección señalada por el realismo cantoriano.

En síntesis, las ideas que en la actualidad configuran la teoría cuántica de la medida sugieren la adopción del vínculo autovalor/autoestado como el criterio básico de realidad en la física cuántica. Pero se trata precisamente de un criterio legado por el realismo clásico (pitagórico) que en modo alguno resulta obligatorio admitir. Aceptando desde una posición realista cantoriana que los estados de superposición expresan una ontología propia, es decir, poseen su propio estatuto de realidad, se extinguirían los problemas asociados al debate sobre el realismo en los objetos cuánticos.

Esta alternativa ontológica debe distinguirse con claridad de las versiones remozadas de la dicotomía aristotélica entre “potencia” y “acto”. El término “potencialidad” fue recuperado por Heisenberg (1958, 53) para expresar la tendencia de los fenómenos cuánticos a actualizarse durante las medidas. Una idea similar fue defendida por Popper (1959) con la palabra “propensividad”, refiriéndose a las probabilidades cuánticas como tendencias inmanentes de los microobjetos. Desde la perspectiva del realismo cantoriano, no hay tendencias ni potencialidades puesto que las superposiciones lineales de los autoestados gozan por sí mismas de una consideración ontológica de realidad con pleno derecho, y no remiten a un devenir que convierte las potencias en actos, ni a propensiones inherentes a la intimidad incognoscible de los cuantones.

En todo caso, del realismo cuántico también se desprende la capacidad de encajar en su marco interpretativo el indeterminismo de los resultados de las medidas realizadas sobre magnitudes cuánticas. Si una propiedad carece de un valor concreto —en el sentido antes expuesto—, todo lo que una medida puede hacer es inducir el acaecimiento aleatorio de uno de los posibles resultados. Es decir, el resultado individual de la media no viene impuesto por causa identificable alguna, si bien dicho resultado individual sí obedece a una causalidad de tipo estocástico (la regla de Born). Esta idea descansa sobre la premisa de que las medidas y la obtención de sus correspondientes resultados son procesos físicos correctamente descritos y explicados por la propia teoría cuántica, lo cual está muy lejos de hallarse claro en el momento presente (Mittelstaedt 1998).

## 6. CUESTIONES PENDIENTES

La interpretación expuesta hasta este punto deja sin respuesta algunos de los interrogantes esenciales de la teoría cuántica, tres de los cuales —tal vez los más relevantes— la acompañaron desde sus inicios. El primero de ellos se refiere a la naturaleza física de la función de onda, o más objetivamente, función de estado cuántico. Sigue pendiente esclarecer a qué clase de realidad conciernen las propiedades formales de dichas funciones, en buena parte a debido a que las funciones  $\Psi$  se consideran pertenecientes a un espacio funcional abstracto (espacio de Hilbert) con el cual nuestro espacio-tiempo físico guarda una relación muy lejana y controvertida. Por tanto, queda todavía en la penumbra dilucidar cuál es el referente físico de las funciones de estado típicas de la teoría cuántica.

Tampoco se aclara dónde podemos encontrar la genuina transición desde el ámbito cuántico al clásico, cuestión ejemplificada por la archiconocida paradoja del gato de Schrödinger<sup>10</sup>. No sabemos cómo se produce —si es que se produce— el así llamado “colapso” de la función de onda, por la cual una superposición lineal de diversos estados se reduce a uno solo, aquél que de hecho obtenemos en la medida.

Obviamente, si admitimos un encadenamiento de sucesivos colapsos nos veremos enfrentados a un claro dilema: o bien no hay un colapso final y todo el universo sigue evolucionado según la ecuación de Schrödinger (interpretación de “muchos mundos” de Everett), o bien hemos de poner al final la conciencia de un observador (versión del “amigo de Wigner”) y cargar sobre ella la responsabilidad de restaurar la realidad. Pero con ello tan solo probamos nuestra ignorancia del colapso cuántico como proceso físico genuino, independiente de recursos extrafísicos, como supuestas mentes o conciencias reductoras de la función de estado.

La recurrente mención de los observadores o los actos de observación ha arraigado en la literatura especializada hasta el punto de que su improcedencia pasa completamente desapercibida:

<sup>10</sup> Pero el colapso no es suficiente para explicar la transición de lo cuántico a lo clásico: una superposición de dos autoestados del espín en la dirección  $x$ , por ejemplo, se convierte en uno de los dos autoestados debido al colapso, pero no puede decirse aún que se haya pasado al mundo clásico puesto que el espín es una magnitud cuántica sin análogo clásico alguno. Por ello, la discusión se refiere a aquellas magnitudes cuánticas con una contrapartida clásica. El espín no satisface dicha condición, aunque —si bien puede incluirse por puro expediente empírico como un número cuántico más— surge de una combinación entre requisitos cuánticos y relativistas. Este trabajo, no obstante, se ciñe a la cuantización no relativista efectuada tomando variables clásicas y sustituyéndolas por operadores cuánticos.

El teorema [de Kochen y Specker] que hemos demostrado prueba que las propiedades de los sistemas microscópicos no están definidas hasta que nosotros las observamos. Los proyectores, las magnitudes, permanecen en estado de indefinición hasta que los observamos, los medimos . . . (Cassinello 2007, 47).

Basta con un somero examen del citado teorema (Cabello et ál. 1996) para comprobar que en su formulación rigurosa solo aparecen nociones como la de proyector, espacio  $n$ -dimensional o magnitud física. Por ninguna parte se mencionan observadores, actos de medida o algo similar (Bunge 1971).

Por último, otra de las dificultades que no resuelve la adopción de un realismo cantoriano como base interpretativa de la física cuántica involucra la conciliación entre las características propias de los fenómenos cuánticos y los requerimientos derivados de la relatividad especial. Pese a las repetidas afirmaciones de que la teoría cuántica de campos resuelve esta cuestión, lo cierto es que no se llega a trazar una imagen plenamente espacio-temporal de los sistemas físicos en ella tratados (Bohm & Hiley 1993). Sin duda diversos teoremas prohíben la transmisión de señales a velocidades hiperlumínicas mediante las correlaciones EPR, pero tampoco cabe dudar que nadie ha logrado obtener una genuina descripción covariante del colapso de la función de estado en términos del espacio-tiempo de Minkowski. De hecho, observadores en movimiento mutuamente inercial que participen en un experimento de tipo EPR, aunque no puedan comunicarse a velocidades mayores que  $c$ , obtendrán de sus respectivas medidas (y consiguientes colapsos de la función de estado) imágenes del mundo físico difícilmente compatibles entre sí.

La solución a este problema suele esperarse de una futura gravitación cuántica, fundada sobre algún tipo de estructura cuántica para el espacio-tiempo, de modo que el espacio-tiempo clásico y los objetos clásicos emergerían como configuraciones a gran escala. Mediante las álgebras  $C^*$ , por ejemplo, las coordenadas espacio-temporales aspiran a convertirse en variables cuántica, dando lugar con ello al concepto de espacio-tiempo cuántico (Doplicher et ál. 1995; Bahns et ál. 2003). En tanto las coordenadas espacio-temporales devengan no conmutativas, el marco natural para las medidas espacio-temporales podría ser el perfilado por el realismo cantoriano.

## 7. CONCLUSIONES

Las interpretaciones idealistas y subjetivistas de la teoría cuántica en cualquiera de sus versiones suelen argumentarse a partir de un supuesto implícito



relacionado con la asignación de valores numéricos unívocos a las propiedades físicas que se juzgan inherentes a cada sistema físico (realismo pitagórico). Este problema puede soslayarse sin más que aceptar el valor ontológico de los conjuntos, discretos o continuos, de valores propios de las magnitudes cuánticas (realismo cantoriano). De ese modo, no resultará obligado considerar irreal una propiedad física por el hecho de que carezca de un valor concreto estipulado mediante un número real. Aun así, quedan en pie los problemas relacionados con el significado físico de la función de estado, la reducción o “colapso” de dicha función, así como la incoherencia entre la descripción espacio-temporal de los fenómenos físicos, típica de la relatividad especial, y la descripción estocástica no espacio-temporal, propia de la física cuántica.

Podría ocurrir que tanto la física clásica como la cuántica fuesen casos límites de una teoría más general y abarcadora, que sería la responsable de asignar distintos dominios de validez a estas dos teorías. Uno de los escenarios intelectuales donde se persigue este objetivo surge al aplicar el formalismo de las álgebras  $C^*$  a la formulación de teorías físicas. Con este método, la estructura del álgebra de las magnitudes físicas —“observables”, para muchos autores— puede ser o bien abeliana (representativa de las situaciones clásicas), o bien irreducible (fenómenos cuánticos), o incluso intermedia. Este último caso parece corresponderse con sistemas cuánticos en los que operan reglas de superselección, que pueden aflorar en teorías relativistas de campos cuánticos o en teorías cuánticas de sistemas macroscópicos.

En suma, es perfectamente posible una interpretación realista y no local de la física cuántica (Bunge 1967*b*), considerada a su vez como una teoría completa —en el sentido de suponer la inexistencia de variables ocultas subyacentes— aunque no definitiva, pues no permanecerá como la teoría final de los procesos microfísicos, aunque solo sea porque habrá de modificarse para clarificar el colapso de la función de estado e incorporar la gravitación.

Parece excesivo pretender que la teoría cuántica en solitario —con su cortejo de problemas interpretativos— es el marco fundamental y último para la explicación de la realidad física, como en algún momento afirmó Heisenberg. Sin duda, fenómenos tan asombrosos como las correlaciones EPR, y otros del mismo jaez, nos obligarán antes o después a modificar nuestra concepción de la naturaleza mucho más radicalmente que la propia revolución cuántica.

## TRABAJOS CITADOS

- Albert, David & Loewer, Barry. "Wanted dead or alive: two attempts to solve Schrödinger's paradox", *Proceedings of the Philosophy of Science Association* 1 (1990): 277-285.
- Álvarez-Galindo, Gabriel & García-Alcaine, Guillermo. "Localidad einsteiniana y mecánica cuántica". *Revista Española de Física* 19.1 (2005): 43-50.
- Aspect, Alain; Dalibar, Jean & Roger, Gerard. "Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analyzers". *Physiscal Review Letters* 49 (1982): 1084-1087.
- Bahns, Dorothea; Doplicher, Sergio; Fredenhagen, Klaus & Piacitelli, Gherardo. "Ultraviolet Finite Quantum Field Theory on Quantum Space-time". *Commun. Math. Phys.* 237.1-2 (2003): 221-241.
- Bell, John S. *Lo decible y lo indecible en mecánica cuántica*. Madrid: Alianza, 1990.
- Bene, Gyula. & Dieks, Dennis. "A perspectival version of the modal interpretation of quantum mechanics and the origin of macroscopic behavior", *Foundations of Physics* 32 (2002): 645-671.
- Berkovitz, Joseph & Hemmo, Meir. "Can modal interpretations of quantum mechanics be reconciled with relativity?". *Philosophy of Science* 72 (2005): 789-801.
- Birkhoff, Garrett & Von Neumann, John. "The Logic of Quantum Mechanics". *Annals of Mathematics* 37 (1936): 823-843.
- Bohm, David & Hiley, Basil. *The Undivided Universe. An Ontological Interpretation of Quantum Theory*. Londres: Routledge, 1993.
- Bub, Jeffrey. *Interpreting the Quantum World*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- Bunge, Mario. *Foundations of Physics*, New York: Springer-Verlag, 1967a.
- . *Quantum theory and reality*. New York: Springer-Verlag, 1967b.
- , ed. *Problems in the foundations of physics*. New York: Springer-Verlag, 1971.
- . *The Furniture of the World*. Dordrecht-Boston: Reidel, 1977.
- . *Filosofía de la Física*. Barcelona: Ariel, 1982.
- . *Epistemología*. Barcelona: Ariel, 1985.

- Busch, Paul. "Can «Unsharp Objectification» Solve the Quantum Measurement Problem?". *Int. J. Theor. Phys.* 37.1 (1998): 241-247.
- Busch, Paul; Lahti, Pekka. & Mittelstaedt, Peter. *The Quantum Theory of Measurement*. 2<sup>a</sup> ed. Berlin: Springer, 1996.
- Busch, Paul. & Shimony, Abner. "Insolubility of the quantum measurement problem for unsharp observables". *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.* 27.4 (1996) 397-404.
- Cabello, Adán; Estebaranz, José M & Garcia, Guillermo. "Bell-Kochen-Specker theorem: A proof with 18 vectors". *Physics Letters. A* 212 (1996): 183-187.
- Cassinello, Andrés. "La indeterminación en mecánica cuántica". *Revista de la Real Sociedad Española de Física* 21.4 (2007): 42-53.
- D'Espagnat, Bernard. *On Physics and Philosophy*. Princeton: Princeton University Press, 2006.
- Dickson, Michael. "Wavefunction tails in the modal interpretation". *Proceedings of the Philosophy of Science Association* 1 (1994): 366-376.
- Doplicher, Sergio; Fredenhagen, Klaus & Roberts, John E. "The quantum structure of spacetime at the Planck scale and quantum fields". *Commun. Math. Phys.* 172.1 (1995): 187-220.
- Einstein, Albert; Podolsky, Boris & Rosen, Nathan. "Can quantum-mechanical description of reality be considered complete?". *Physical Review* 47 (1935): 777-780.
- Elby, Andrew. "Why «modal» interpretations of quantum mechanics don't solve the measurement problem". *Foundations of Physics Letters* 6 (1993): 5-19.
- Fock, Vladimir A. "Remarks on Bohr's article on his discussions with Einstein". *Usp. Fiz. Nauk*, 66 (1958): 599-607.
- Gleason, Andrew M. "Measures on the Closed Subspaces of a Hilbert Space". *Journal of Mathematics and Mechanics* 6 (1957): 885-893.
- Gottfried, Kurt. "Does Quantum Mechanics Carry the Seeds of its own Destruction?" *Quantum Reflections*. Eds. D. Amati D, J. Ellis. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 165-185.
- Halvorson, Hans & Clifton, Rob. "No Place for Particles in Relativistic Quantum Theory?". *Philosophy of Science* 69 (2002): 1-28.

- Heisenberg, Werner. *Physics and Philosophy*. New York: Harper & Row, 1958.
- Hiley, Basil J. "Foundations of Quantum Mechanics". *Contemporary Physics* 18 (1977): 411-414.
- Jammer, Max. *The Philosophy of Quantum Mechanics: The Interpretations of Quantum Mechanics. An Historical Perspective*. New York: John Wiley & Sons, 1974.
- . *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- Jauch, Josef M & Piron, Constantin. "Can Hidden variables be Excluded in Quantum Mechanics?". *Helvetica Physica Acta* 36 (1963): 827-837.
- Kochen, Simon & Specker, Ernst. "The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics". *Journal of Mathematics and Mechanics* 17 (1967): 59-87.
- Mackey, George. *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. New York: Benjamin, 1963.
- Mittelstaedt, Peter. *Philosophical Problems of Modern Physics*. Dordrecht: Reidel, 1975.
- . "The Constitution of Objects in Kant's Philosophy and in Modern Physics". *Kant and Contemporary Epistemology*. Ed. P. Parrini. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994. 169-181.
- . *The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- Musgrave, Alan. "Discussion: Realism About What?". *Philosophy of Science* 59 (1992): 691-697.
- Omelyanovskij, Mykhailo E; Tagliagambe, Silvano & Geymonat, Ludovico. *L'interpretazione Materialistica della Mecánica Quantistica*. Milán: Feltrineli, 1972.
- Popper, Karl. "The Propensity Interpretation of Probability", *British Journal for the Philosophy of Science*, 10 (1959): 25-42.
- Pusey, Matthew; Barrett, Jonathan & Rudolph, Terry. "The quantum state cannot be interpreted statistically". *Quantum Physics* (2011). En línea. <<http://xxx.lanl.gov/abs/1111.3328v1>>.
- Rescher N. *Scientific Realism. A Critical Reappraisal*. Dordrecht: Reidel, 1987.

- Schroedinger, Erwin. “Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik”, *Naturwissenschaften* 23 (1935): 807-812; 823-838; 844-849.
- Stapp, Henry P. “S-Matrix Interpretation of Quantum Theory”, *Physical Review D* 3 (1971): 1303-1320.
- Van Fraassen, Bas. “The Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, *Synthese* 29 (1974) 291-309.
- . *Quantum Mechanics*. Oxford: Clarendon Press, 1991.
- Von Neumann, John. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Berlin: Springer-Verlag, 1932.
- Wheeler, John A & Zurek, Wojciech H., eds. *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton University Press, 1983.

