PERSPECTIVAS

PERSPECTIVAS
REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

VOL. 7, Nº 2, 2022, P. 330-346
ISSN: 2448-2390

Introdução à perspectiva ficcionalista na filosofia da matemática[1]

Fictionalism in the Philosophy of Mathematics

DOI: 10.20873/rpv7n2-56

Marco Aurélio Sousa Alves

Orcid ID: 0000-0002-2296-2644
Email: marcoaurelioalves@ufsj.edu.br

José Henrique Fonseca Franco

Orcid: 0000-0003-2409-1384
Email: jose.franco@aluno.ufop.edu.br

Resumo
O ficcionalismo, geralmente classificado como um tipo de nominalismo, apresenta como perspectiva precípua a tese de que os entes matemáticos são ficções. Para o ficcionalista, o discurso matemático é desprovido de conteúdo. Hartry Field, que é o principal defensor dessa concepção ontológica da matemática, contesta, em *Science Without Numbers*, a utilização de entes matemáticos na redação de teorias da física, alegando que a defesa mais plausível do realismo ontológico matemático é o argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam. O ficcionalismo defendido por Field nos permite, de acordo com Shapiro, classificá-lo no grupo *filosofia-primeiro*, ou seja, entre os filósofos que defendem que a filosofia deve ser responsável por legislar a respeito da prática matemática. Dessa forma, podemos considerar Field um revisionista epistemológico. Como se sabe, a dependência da ciência moderna em relação ao discurso matemático coloca a tese ficcionalista em xeque. Ainda assim, se partirmos dos pressupostos filosóficos da vertente formalista da filosofia da matemática, que concebe a matemática como constituída de um conjunto de regras sem significado que podem ser manipuladas de maneira puramente sintática, poderemos traçar importantes analogias entre matemática e ficção, tal como também entre metamatemática e metaficção. Para um formalista simpático à tese ficcionalista, o estatuto ontológico da matemática é semelhante ao das regras de um jogo de xadrez.

[1] A presente pesquisa contou com auxílio da CAPES e do CNPq.

Palavras-chave
Filosofia da Matemática. Ficcionalismo. Nominalismo.

Abstract
Fictionalism, generally classified as a form of nominalism, sustains as its main thesis that mathematical objects are fictions. For the fictionalist, mathematical discourse has no content. Hartry Field is the main defender of this ontological conception of mathematics. In *Science Without Numbers*, he contests the use of mathematical entities in the writing of physics theories. He claims that the most plausible defense of mathematical ontological realism is the Quine-Putnam indispensability argument. The fictionalism defended by Field, according to Shapiro, allows us to classify him in the group labelled philosophy-first, that is, among the philosophers who defend that philosophy should be responsible for legislating regarding mathematical practice. On that matter, Field can be considered an epistemological revisionist. The dependence of modern science on mathematical discourse puts the fictionalist thesis at stake. Even so, if we start from the philosophical assumptions of the formalist branch of the philosophy of mathematics, which conceives mathematics as consisting of a set of rules without content, which can be manipulated in a purely syntactic way, we can draw some interesting analogies between mathematics and fiction, as well as between metamathematics and metafiction. For a formalist sympathetic to the fictionalist thesis, the ontological status of mathematics is similar to that of the rules of a chess game.

Keywords
Philosophy of Mathematics. Fictionalism. Nominalism. Hartry Field.

Ontologia matemática

O aparecimento de paradoxos e questões que desafiam o chamado “bom uso do raciocínio lógico-matemático” no século XIX, principalmente na teoria de conjuntos, contribuiu para que a filosofia da matemática se desenvolvesse significativamente. Esse ramo da filosofia busca encontrar os fundamentos da atividade matemática. Ao longo do século XX, vimos três grandes correntes se destacarem nesse campo: o logicismo, o formalismo, e o intuicionismo.

Os logicistas, tais como Frege, Russell e Whitehead, acreditavam que o fundamento da matemática se encontra na lógica. A elaboração da obra *Principia Mathematica*, por Russell e Whitehead, foi uma tentativa de mostrar isso, assim como *Os Fundamentos da Aritmética*, de Frege, que pretendia fornecer um conceito de número fundado em noções lógicas elementares. Os formalistas, cujo maior representante foi Hilbert, eram adeptos da ideia de que a matemática consiste apenas de suas regras, sendo uma espécie de jogo. Dessa forma, não haveria nada para se buscar na matemática além das leis que a regem. Já os intuicionistas, tais como Brower, Heyting e Dummett, apregoavam que a prática matemática equivale a alguma espécie de atividade mental, e que a compreensão de seus fundamentos envolveria uma análise da própria mente humana.

Dentro de cada uma dessas linhas de pensamento, havia divergências quanto à ontologia da matemática. Frege, por exemplo, era um realista ontológico e de valor verdade; já Russell, por seu turno, se considerava um realista de valor verdade, mas mantinha uma postura agnóstica quanto à ontologia das entidades matemáticas. Para Russell, a matemática é uma espécie de ficção útil; podemos falar em termos de verdade e falsidade, mas tal discurso concerne entidades ficcionais próprias da matemática. Uma vez posto isso, o uso de entes abstratos tais como os números, que constituem o cerne da atividade matemática, se converte em um instigante problema filosófico.

O debate em torno do realismo matemático enfrenta a questão ontológica por excelência: "o que há?" (QUINE, 2011, p.27). Sabemos que é uma tarefa difícil (ou quase impossível) conceber a redação do discurso científico atual prescindindo da matemática. Tal constatação é o cerne do argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam, que adota uma postura pragmática a respeito da questão ontológica. Seja qual for a postura adotada, é seguro dizer que as relações entre a prática matemática e a redação de teorias científicas que explicam o mundo, ou seja, entre a matemática e as demais ciências, especialmente a física, revelam algo crucial a respeito da matemática e do mundo, e acabam por evidenciar uma possível ligação subjacente entre lógica e metafísica.

Uma vez feita essa alusão mais geral à ontologia matemática e essa breve contextualização histórica, faremos, a seguir, um exame mais detalhado da disputa entre ficcionalistas e platonistas a respeito do estatuto ontológico dos entes matemáticos. Tal debate intersecta outros problemas correlatos, relativos à epistemologia e à aplicabilidade de teorias matemáticas, assim como também à utilização de uma semântica uniforme, como vemos na exigência de o discurso matemático e científico serem interpretados literalmente.

Platonismo e nominalismo

Há duas perspectivas, antagônicas em sua essência, a respeito da natureza dos entes matemáticos: o platonismo e o nominalismo. As questões relacionadas à epistemologia e à ontologia são geralmente consideradas ônus para os platonistas, pois estes são cobrados a respeito de uma descrição da natureza dos entes abstratos que compõem a matemática e de como os acessamos. Afinal de contas, se tais objetos existem, como podemos conhecê-los? É fato que temos conhecimento matemático, e um esclarecimento desse processo epistemológico poderia elucidar questões a respeito da existência dos entes abstratos que constituem a matemática. Para os platonistas, os objetos matemáticos são dotados de existência e são abstratos; ou seja, não possuem espaço-temporalidade e relação causal conosco. As vertentes mais proeminentes do platonismo são o platonismo de objetos (GÖDEL, 1951; QUINE, 2011), o estruturalismo (RESNIK, 1997; SHAPIRO, 2016), e o platonismo pleno (BALAGUER, 1998).[2]

Os nominalistas, por seu turno, defendem que os entes que constituem o discurso matemático não existem, ou não precisamos pressupor a existência de tais entes para conferir sentido à redação de teorias matemáticas. O adepto do nominalismo é desafiado, então, a interpretar o discurso matemático sem se comprometer com a existência de entes abstratos. Podemos destacar as seguintes teorias nominalistas: o ficcionalismo (FIELD, 1980; HELLMAN, 1989; AZZOUNI, 2008; CHIHARA, 1990), a perspectiva ardilosa (MELIA, 1995), o figuralismo (YABLO, 2001), o nominalismo agnóstico (BUENO, 2009), e a perspectiva do faz-de-conta (LENG, 2010).[3]

Para o platonista, a verdade matemática exige que entes matemáticos existam. Uma sentença matemática correta equivale a descrever corretamente tais entes. Já o nominalista, por sua vez, afirma que podemos afirmar verdades matemáticas sem firmar um compromisso ontológico com entes abstratos. Nessa última perspectiva, entes matemáticos não desempenham nenhum papel em nossas crenças a respeito do conhecimento matemático.

[2] *cf*. BUENO, 2016.

[3] *cf*. SOARES, 2020 e BUENO, 2016.

Os adeptos do nominalismo defendem que o conhecimento matemático se baseia, ao mesmo tempo, na empiria e na lógica.[4] Essa alegação nos fornece algumas pistas preciosas de como o nominalista concebe a matemática. Trata-se de um conhecimento que não prescinde totalmente da empiria, e que necessita também da lógica para o seu desenvolvimento (QUINE, 2011, p.31).

Pensemos na seguinte pergunta: por que a aplicação da matemática em teorias científicas consagradas é tão exitosa? Para o platonista, uma vez que entes matemáticos existem e são aplicados na redação de teorias científicas, não é surpreendente que tais teorias sejam exitosas.[5] A referência que é feita aos entes matemáticos é, portanto, somente mais um aspecto da descrição da realidade. A questão da aplicabilidade da matemática na ciência é exatamente o que alimenta o argumento da indispensabilidade. O uso indispensável da matemática, segundo Field (1980), seria o único argumento do platonismo matemático que não cai em petição de princípio. Dado o princípio da parcimônia, qualquer compromisso ontológico deve se restringir às entidades que são indispensáveis na elaboração de nossas melhores teorias a respeito do mundo, e é exatamente essa a ideia central do argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam.

Mark Colyvan (2001) reformulou o argumento da indispensabilidade da seguinte maneira:

> (P1) Nossos compromissos ontológicos devem ser apenas com entidades indispensáveis na elaboração das nossas melhores teorias do mundo.
> (P2) As entidades matemáticas são indispensáveis às nossas melhores teorias do mundo.
> Logo, (C) nossos compromissos ontológicos envolvem entidades matemáticas.

[4] *cf.* FIELD, 1980.
[5] *cf.* SOARES, 2020.

Apesar de aparentemente razoável, o argumento exposto acima esconde uma série de dificuldades. O comprometimento com entes matemáticos nos conduz à concepção de que propriedades matemáticas são instanciadas no mundo físico, o que carece de qualquer explicação, pois teorias físicas emergem de diversas teorias da matemática. Ou seja, uma teoria física necessita de várias áreas da matemática, e tais matemáticas não formam um único bloco que corresponderia ao próprio mundo.

A concepção mais corrente entre os nominalistas, oposta ao que é proposto pelos platonistas, consiste em afirmar que os entes matemáticos não possuem realização espaço-temporal e também não existem enquanto objetos abstratos, ou seja, fora do espaço-tempo e sem nexo causal epistêmico. Esses nominalistas preferem conceber a ontologia da matemática usual no mesmo nível ontológico da ficção literária; números, figuras geométricas e funções existem assim como personagens e cenários de uma ficção. Os ficcionalistas adotam e elaboram, assim, uma linha de interpretação nominalista da ontologia da matemática. Há, grosso modo, duas grandes perspectivas ficcionalistas: o ficcionalismo revisionista e o ficcionalismo explicativo.

O ficcionalismo revisionista tem em Field (1980) e Hellman (1989) seus principais representantes. A fim de evitar compromissos ontológicos com entes matemáticos, essa perspectiva defende que as teorias científicas deveriam ser reformuladas. O principal exemplo dessa concepção revisionista pode ser observado em Field (1980), ao formular a chamada física nominalista, na qual buscou reescrever as teorias físicas prescindindo das abstrações provenientes da matemática usual.

Já o ficcionalismo explicativo argumenta que se estabelece um compromisso ontológico quando as teorias científicas são usadas (AZZOUNI, 2004). Utilizar as teorias físicas usuais não implica em se comprometer com entes matemáticos abstratos, uma vez que a matemática é vista apenas como uma ferramenta, ou como um auxiliar na descrição do mundo.

De forma geral, a perspectiva ficcionalista na filosofia da matemática, que é o tema deste artigo, é muitas vezes chamada, simplesmente, de teoria nominalista, conquanto seja, mais propriamente, apenas um dos ramos da vertente nominalista em ontologia da matemática. A caracterização de uma teoria como sendo ficcionalista depende fundamentalmente da adesão da tese central de que entidades matemáticas não passam de ficções. O ficcionalista considera ontologicamente inócuo o discurso que é próprio da matemática (CHIHARA, 1990).

O principal ponto atacado pela concepção ficcionalista de Field (1980) é a presunção usual da ontologia dos entes matemáticos. Boa parte dos cientistas, em suas práticas, se compromete com os pressupostos do realismo ontológico, aliado ao realismo de valor verdade. À primeira vista, a visão nominalista defendida por Field pode parecer se encontrar em uma posição desfavorável, pois toda ciência moderna parece profundamente dependente da matemática. Entretanto, parece que os próprios matemáticos e cientistas podem ser vistas de uma ilusão ontológica. Não à toa, Shapiro (2016) classificou a postura ficcionalista de Field como *filosofia-primeiro*: ele parte da filosofia para acessar as bases da própria matemática. Seu projeto de elaborar uma física nominalista ilustra bem essa característica.

Afinal de contas, qual a natureza dos entes com os quais nos comprometemos na prática matemática? A falta de uma resposta satisfatória a essa pergunta foi sempre uma pedra no sapato platonista. Toda a questão a respeito da ontologia da matemática dependerá exatamente de como iremos entender os compromissos firmados por determinada teoria. No caso dos platonistas, que se comprometem com uma ontologia pródiga na qual entes matemáticos existem, a questão ontológica se mostra particularmente premente e indigesta.

A perspectiva ficcionalista segue em sentido contrário, negando a indispensabilidade de entes matemáticos na elaboração de nossas teorias consagradas a respeito do mundo. Ou seja, o ficcionalismo rejeita a premissa P2 do argumento exposto acima, segundo a qual os objetos matemáticos são indispensáveis na redação das melhores teorias a respeito do mundo. A partir dessa rejeição da ontologia platonista, o adepto do ficcionalismo assume o desafio de elaborar modelos adequados da matemática que dispensem compromissos ontológicos com entes abstratos.

A perspectiva ficcionalista em filosofia da matemática

Em *Science Without Numbers*, Field (1980) não nega a necessidade de entidades matemáticas, ainda que reconheça o seu uso em vários contextos. O que é questionada é a existência mesma dessas entidades. Por acaso, pergunta ele, defender que os entes matemáticos existem nos oferece alguma base para afirmar sentenças matemáticas verdadeiras? O problema crucial aqui concerne a relação entre o enunciado matemático (ou a linguagem matemática) e o seu conteúdo (ou seja, sua ontologia).

Em sua argumentação, Field (1980, p. 7) distingue os entes matemáticos das entidades teóricas utilizadas na física, formulando, assim, as duas teses abaixo:

T1. As entidades teóricas permitem deduzir fenômenos, ou seja, enriquecem as teorias;
T2. Não há outras teorias que logrem explicar os mesmos fenômenos sem o uso dessas entidades.

Segundo as teses acima, supor que partículas subatômicas existem, por exemplo, seria indispensável para a elaboração de teorias físicas. Entretanto, Field defende que podemos dispensar a mesma postulação ontológica quando se trata de objetos matemáticos. Seria possível explicar as aplicações bem-sucedidas de teorias matemáticas sem qualquer compromisso ontológico com objetos abstratos. Ao fazer isso, Field rejeita o argumento da indispensabilidade e introduz um operador ficcional que poderia, segundo ele, salvaguardar tudo aquilo que precisamos reter da perspectiva platonista. Consideremos a seguinte afirmação: "existe um número infinito de números primos". Segundo a proposta de Field, o valor verdade dessa afirmação poderia ser avaliado contanto que a sentença fosse reescrita utilizando o seguinte operador: "*segundo a aritmética*, existe um número infinito de números primos".

Para levar adiante tal proposta, introduz-se a noção de *conservatividade relativa*. Ela explicaria o sucesso da aplicação da matemática, e é usada como uma espécie de guia geral do programa ficcionalista. É essa noção que explicaria por que a matemática é utilizada na elaboração de nossas teorias mais bem-sucedidas a respeito do mundo. A conservatividade de uma teoria matemática se dá em relação à sua consistência com teorias que são internamente consistentes com a descrição do mundo. Para avaliarmos a conservatividade relativa, tais teorias científicas não devem envolver referências nem quantificações sobre objetos matemáticos, tais como conjuntos, funções e números (FIELD, 1980, p. 58).

A noção de conservatividade relativa é mais forte do que a de consistência relativa. Uma teoria conservativa é também consistente em relação a outra teoria consistente, mas a consistência de uma teoria em relação a uma teoria que é consistente não garante a sua conservatividade em relação a tal teoria. Segundo Field, é essa relação mais forte de conservatividade que permite que a matemática, apesar de falsa, segundo o nominalista, ainda seja útil. A utilidade da matemática, segundo tal perspectiva, não estaria relacionada com qualquer tipo de compromisso acerca de entes matemáticos, mas apenas com essa propriedade formal relativa.

Suponha uma teoria matemática M conservativa em relação a uma teoria física F. Nesse caso, uma proposição P qualquer que fale a respeito do mundo físico e que não faça referência a objetos matemáticos decorre de M e de um conjunto N de tais proposições somente se a proposição P decorre de N sozinho, ou seja, apenas se P independe de M. Teorias da mesma natureza de M não levam a consequências em N, que se trata, basicamente, de uma coletânea de proposições nominalistas. Ainda assim, teorias matemáticas como M podem servir como instrumentos para obtermos derivações. Assim, a noção de conservatividade relativa pode ser aplicada quando estipulamos um conjunto de premissas nominalistas. A partir dessas premissas, segundo Field, observamos que a matemática apenas abrevia as derivações de uma teoria ou corpo teórico.

Já uma teoria F que explique os fenômenos físicos deve, essa sim, ser verdadeira. Field considera que a matemática é uma linguagem-objeto, pois é desprovida de objetos por si só. Sendo N uma coleção de proposições nominalisticamente atestáveis ou declaradas, e M uma teoria matemática, temos que $N + M = P$. O que seria obtido de $N + M$, ou seja, P, poderia ser obtido apenas de N. Quando se trata de teorias físicas que postulam entidades teóricas como partículas subatômicas, o contexto é diferente. Sendo F uma teoria que envolve partículas subatômicas, e C uma coleção de conclusões macroscópicas dependentes de F, temos que $N + F = C$, e C não poderia ser obtido apenas de N.

Field (1980) não considera problemáticas a teoria dos números e a teoria de conjuntos puros (isto é, conjuntos cujos membros devem ser eles próprios conjuntos, e não outra coisa). Na explicação da realidade física, recorremos frequentemente a teorias que empregam funções, e essas noções fazem um mapeamento de objetos físicos em entidades abstratas puras. Funções são, no entanto, consideradas como entidades abstratas impuras.[6] A teoria dos conjuntos impuros deve permitir, para ser formulada, o uso de vocabulário não-matemático nos axiomas de compreensão. Field concebe $N + M$ como uma extensão conservativa de N: tudo o que é obtido de $N + M$ poderia ser obtido apenas de N sem o auxílio de M. Portanto, todos os elementos impuros das funções de mapeamento entre entidades físicas e matemáticas já estaria presente em N.

Shapiro (2016, p. 323) irá apresentar uma importante crítica ao ficcionalismo de Field. Segundo argumenta, haveria uma proposição G na linguagem nominalista tal que G não poderia ser deduzida da física sintética, mas G poderia ser derivada na teoria da física sintética acrescida de alguma teoria dos conjuntos (e princípios de transposição). Isso invalidaria a argumentação de Field de que o conteúdo da física sintética seria derivado unicamente de proposições de natureza nominalista.

A partir da crítica de Shapiro, a tentativa de elaboração de uma física nominalista, ou a chamada física sintética, que seria absolutamente independente de entidades abstratas, se mostra inevitavelmente incompleta, o que acaba sendo constatado posteriormente pelo próprio Field.[7] No que se segue, faremos uma breve avaliação de como fica a teoria ficcionalista em filosofia da matemática a partir desse debate.

Uma avaliação do ficcionalismo

O não comprometimento com entidades abstratas, propagado pelo ficcionalismo, acaba cobrando um preço, que consiste em aceitar a noção modal primitiva de possibilidade lógica. O

---

[6] Uma solução alternativa seria interpretar funções apenas como relações desprovidas de qualquer ontologia, ou com uma ontologia apenas quando isso fosse conveniente. Essa não foi, entretanto, a proposta de Field (1980).
[7] *cf*. Edição de 2016 de *Science Without Numbers*, P-1.

operador lógico de possibilidade se sustenta de forma não problemática quando trabalhamos com afirmações elementares, mas Field (1980) segue devendo uma nominalização da teoria dos conjuntos, uma vez que somente tal feito poderia resolver problemas que surgem quando evocamos afirmações mais substanciais.

Quando pensamos no uso da matemática em teorias científicas, podemos dizer que essa questão está parcialmente resolvida. A aplicabilidade da matemática na redação das nossas teorias mais bem-sucedidas não exige a verdade das teorias matemáticas. Como argumenta o projeto nominalista de Field, o que realmente importa é que a matemática seja conservativa em relação às teorias da física.

Há, entretanto, restrições importantes para o programa ficcionalista. A dificuldade, por exemplo, em elaborar uma teoria nominalista para a física quântica se deve ao quão entranhada está a matemática nesse campo da física. Balaguer (1998)[8] tentou elaborar tal nominalização, mas a reformulação proposta se mostra incompatível com diversas interpretações da física quântica, em especial com a interpretação modal de Bas Van Frassen (1991).[9] Assim, a falta de uma teoria nominalizada da física quântica permanece sendo um problema em aberto para os ficcionalistas.

Conforme discutido anteriormente, o ficcionalismo almeja uma reescrita adequada da física, que seria então a sua versão nominalista. Esse objetivo evidencia um problema ainda mais crucial, pois nenhuma das teorias nominalizadas foram aplicadas na ciência usual. Carece ao ficcionalista, portanto, dar sentido real à aplicação de teorias matemáticas na prática cotidiana do cientista.[10]

---

[8] A teoria de Balaguer (1998) pretende se sustentar apenas em fatos físicos. O pressuposto de sua teoria é a possibilidade de diferenciarmos conteúdos matemáticos de conteúdos físicos em qualquer teoria matemática aplicada. Balaguer não propõe, no entanto, um programa nominalista como o de Field. Não é claro, entretanto, se se sua teoria se sustenta sem uma reformulação nominalista da física, tal como aponta Bueno (2016).

[9] *cf*. BUENO, 2003.

[10] Segundo a perspectiva ficcionalista defendida por Azzouni (2008), se cientistas utilizam determinada teoria científica, então essa teoria é afirmada, ou asserida, por eles. O fato de que a teoria é asserida se mostra fundamental, pois assim os cientistas estariam comprometidos a asserir também as teorias nominalistas para um reconhecimento a respeito de sua verdade. O uso da teoria é sua própria confirmação; ou seja, é preciso mais do que a contemplação de formulações nominalistas, sendo necessário também a asserção de tais teorias.

Field (1980) sempre defendeu a tese de que não haveria diferença ontologicamente significativa entre discutir a respeito de objetos matemáticos e falar acerca de personagens oriundos de obras de ficção. Como discorre Friend (2007), para um ficcionalista, afirmar uma desigualdade numérica seria tão verdadeiro quanto descrever o perfil psicológico de Sherlock Holmes. Essa analogia certamente faz algum sentido: assim como nem toda ficção foi escrita, também nem toda matemática foi desenvolvida. Ainda assim, quando pensamos nos desenvolvimentos futuros da ficção, podemos dizer que uma obra de ficção deve obedecer a determinados critérios, e que a falta de consistência pode implicar na sua rejeição.[11] O mesmo, *mutatis mutandis*, ocorreria com as teorias matemáticas.

As controvérsias a respeito dessa concepção da matemática apontam principalmente para o fato de que uma obra de ficção é geralmente escrita por uma pessoa, ao passo que uma teoria matemática necessita, muitas vezes, do esforço de diferentes matemáticos, em diferentes épocas, para o seu desenvolvimento. Além disso, há discussões normativas na matemática que não vemos ocorrer na literatura. Essas ressalvas à teoria ficcionalista são normalmente respondidas admitindo-se que há diferenças relevantes entre ficção e matemática, mas que essas diferenças são de grau, e não de natureza (FRIEND, 2007, p. 134). Embora a atividade matemática exija um rigor que não há na elaboração de obras ficcionais, a natureza ficcional das duas coisas seria a mesma. A matemática possuiria, apesar das diferenças, uma natureza do mesmo tipo ficcional que uma obra literária, por exemplo. As verdades em ambas seriam relativizadas; a "verdade" matemática seria relativa à teoria matemática, e a "verdade" ficcional seria relativa à obra de ficção. Dentro das narrativas, por exemplo, o desenrolar dos acontecimentos deve fazer sentido. Seguindo essa linha, podemos afirmar que a verdade matemática está para a matemática padrão assim como a verdade ficcional está para uma história bem conhecida. Afirmações como "2 + 2 = 4" e "Sherlock Holmes mora em Londres" teriam a mesma natureza ontológica, embora em graus diferentes, e seriam "verdadeiras" em relação aos seus domínios específicos de avaliação.

[11] Isso é uma questão importante dentro da filosofia da ficção. Seguimos aqui aqueles que defendem que, dentro de uma ficção, nem tudo é possível, sendo necessário obedecer a critérios que nos permitem dizer que a obra se a obra é ou não coerente.

Para o ficcionalista que também é adepto do empirismo, o que existe é apenas aquilo que nos é legado pelos sentidos. O que não provém dos sentidos é mera ficção. Sendo assim, podemos acreditar na matemática padrão assim como acreditamos nas histórias de Sherlock Holmes. Os objetos da matemática existem tanto quanto Holmes, e a matemática padrão é uma teoria sobre esses objetos assim como os livros de Conan Doyle são sobre Holmes e Watson. A matemática é, portanto, para o ficcionalista, apenas uma ficção conveniente. Propriamente falando, não *existem* objetos matemáticos, mas sim *ficções* matemáticas. A matemática padrão é simplesmente a ficção melhor aceita, o que se deve ao fato de ela ser aplicada de maneira bem-sucedida ao mundo físico. A aplicação da matemática na descrição do mundo físico não constitui um argumento a favor da existência de objetos matemáticos, tal como defende o argumento da indispensabilidade. Ao contrário, podemos dizer apenas que a parte essencial da matemática é aquela que é indispensável ao discurso da física, mas isso não implica a existência de nenhuma entidade adicional àquelas postuladas pela física.

O ficcionalista busca uma mesma semântica para as linguagens matemáticas e científicas. A introdução do operador ficcional ("segundo a teoria matemática *M*...") permite reescrever afirmações como "há um número infinito de números primos" na forma "*segundo a aritmética*, há um número infinito de números primos". Tal afirmação, do modo como está reescrita, é verdadeira. Isso implica uma série de mudanças para a semântica do discurso matemático, para termos praticamente um discurso de "faz de conta", ou "nesse contexto que é o da teoria matemática". Entretanto, feitas as devidas alterações, chegamos a uma semântica unificada da matemática e da ciência.

O que parece inviabilizar a inserção de operadores ficcionais nas teorias científicas é a diferença ontológica que há entre as entidades ou conteúdos tratados pela matemática e os objetos que são estudados pela ciência. A uniformidade do discurso, proposta pelo ficcionalista, depende da superação dessa dificuldade e da introdução de operadores ficcionais. O custo a ser pago é que, uma vez feita a introdução desses operadores, a matemática não pode mais ser encarada literalmente, sendo o todo o discurso usual da matemática reescrito segundo a reinterpretação ficcional proposta.

É claro que, o tempo, o que move os ficcionalistas é a busca por uma ontologia deflacionária. É isso que perseguem com suas teorias nominalistas e com a introdução de operadores ficcionais. Buscam se livrar do compromisso ontológico com entidades matemáticas. No entanto, ao perseguirem tal fim, permanecem com a incumbência de fornecer uma nominalização adequada para a teoria de conjuntos, sem a qual a conservatividade acaba por implicar que a matemática está desprovida de conteúdo. Esse é, talvez, o maior desafio a ser enfrentado pelo ficcionalista.

Field (1980) questionou, certa vez, se trabalhar com análise real é aceitar a existência de entidades abstratas chamadas de "números reais". Como se sabe, não se pode fazer física, tal como a fazemos hoje, sem análise real; assim, fazer física é aceitar a análise real. A respeito da física, podemos afirmar que esta é verdadeira (ou quase verdadeira). Seguindo tal argumento, podemos concluir que os números reais existem. Cabe nos perguntar, entretanto, que tipo de existência dos números reais é essa? A aceitação de entidades que existem para além do espaço-tempo nos conduz ao realismo ontológico platonista, mas isso, como sabemos, nos lega sérios problemas epistemológicos.[12]

A matemática padrão que se mostra indispensável é aquela exigida pela física para a elaboração de suas teorias. A alegação de que apenas uma parte da matemática é indispensável à física já seria capaz de minar boa parte do apoio do argumento da indispensabilidade (FRIEND, 2007, p.136). Ademais, tal argumento deixa em aberto a questão referente aos ramos mais teóricos da matemática (MADDY, 2003). Com quais entidades da matemática, afinal, estamos comprometidos quando assumimos entidades físicas? Para responder a essa pergunta, vislumbramos agora uma estratégia disjuntiva do argumento da indispensabilidade.

O que o realista, arqui-inimigo do ficcionalista, pode levantar como contra-argumento é que existem vários conjuntos diferentes de entidades matemáticas, e cada um deles é candidato a ser indispensável na elaboração de alguma teoria física. Ademais, o rigor exigido na

[12] O principal deles é como explicar a apreensão de entes matemáticos. Um naturalista não poderia aceitar uma resposta para a chamada "intuição matemática" que não envolva um aparato físico do qual somos dotados e que nos permite o reconhecimento dessas entidades. Uma intuição independente da visão, por exemplo, lega essa responsabilidade a algum tipo de processo mental e de aprendizado matemático, o que acaba desembocando em um círculo vicioso.

elaboração de uma prova ou demonstração matemática enfraquece a analogia traçada entre matemática e ficção. O quanto a estratégia de ver aí apenas uma diferença de grau, defendida pelo ficcionalista, permanece aberta, mas incerta. A questão ontológica fundamental que sobressai, no final das contas, é se os argumentos próprios da matemática são ou não de um tipo diferente dos de uma obra de ficção. A diferença de grau se refere ao rigor, pois há mais rigor na elaboração uma teoria matemática do que no desenvolvimento de uma ficção literária. Quanto à natureza, ou o estatuto ontológico, o ficcionalista alega se dar o mesmo, mas tal afirmação parece depender dos desafios citados anteriormente serem devidamente endereçados.

Metamatemática e metaficção

Consideremos, por fim, como a concepção formalista em filosofia da matemática se enquadra com o ficcionalismo. O formalismo defende que a matemática não seria mais do que as suas regras, o que lhe garantiria autonomia em relação às outras ciências, possibilitando o seu uso em sistemas linguísticos de referências distintos, tais como a física. O estabelecimento de regras e a elaboração da matemática a partir de um conjunto de axiomas básicos aceitos pelos matemáticos têm alguns pontos de aproximação com a elaboração de uma ficção, ou pelo menos podemos traçar uma analogia entre aquele que acompanha um desenvolvimento matemático e um leitor que acompanha uma obra de ficção, pois ambos aceitaram premissas básicas que permitiram prosseguir a empreitada. Ao estatuto ontológico compartilhado por ficções e regras matemáticas, defendido pelo ficcionalista, acrescenta-se, assim, a necessidade de uma lógica subjacente responsável pela coerência na ficção e pela consistência na matemática.

A investigação a respeito da consistência da aritmética é um tipo de questão própria da metamatemática. Segundo o formalismo, o que podemos fazer é perguntar, a respeito das regras da matemática, se as proposições matemáticas são ou não vazias. As proposições que falam a respeito das regras da matemática seriam providas de conteúdo, e configurariam o que é chamado de metamatemática, que está para a matemática do mesmo modo que o discurso metaficcional estaria para a ficção. Por conceber a matemática como uma ficção útil, o ficcionalismo parece promissor quando consideramos argumentos como o da indispensabilidade de Quine-

Putnam e coadunamos com a concepção de sistema linguístico de referência de Carnap (1975). Fora de um texto matemático, não faz sentido perguntar pela existência de entes matemáticos, ou seria um problema que, em boa medida, foge da nossa capacidade de investigação. Isso, parece-nos, o ficcionalismo captura melhor do que qualquer outra perspectiva em filosofia da matemática.

Bibliografia

AZZOUNI, J. *Metaphysical Myths, Mathematical Practice:* The Ontology and Epistemology of the Exact Sciences. New York: Cambridge University Press, 2008.

BALAGUER, M. *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. New York: Oxford University Press, 1998.

BENACERRAF, P.; PUTNAM, H. (eds.). *Philosophy of mathematics:* selected readings. New York: Cambridge University Press, 1983.

BROWN, J. R. *Philosophy of Mathematics*: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures. New York: Routledge, 2008.

BUENO, O. Nominalismo na filosofia da matemática. *Crítica na Rede*. 27 de Março de 2016. Disponível em: https://criticanarede.com/nominalism-mathematics.html. Acesso: 25/02/2021.

BUENO, O. Mathematical Fictionalism. In: O. BUENO; Ø. LINNEBO (eds.), *New Waves in Philosophy of Mathematics*. Hampshire: Palgrave MacMillan, 2009, pp. 59–79.

CARNAP, R. *Empirismo, Semântica e Ontologia*. São Paulo: Abril Cultural, 1975.

CHIHARA, C. *Constructibility and Mathematical Existence*. Oxford: Clarendon Press, 1990.

COLYVAN, M. *The Indispensability of Mathematics*. New York: Oxford University Press, 2001.

FIELD, H. *Science Without Numbers:* A Defense of Nominalism. Princeton University Press, 1980.

FREGE, G. *Fundamentos da Aritmética.* Trad. Luiz Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

FRIEND, M*. Introducing Philosophy of Mathematics*. Acumen, 2007.

GÖDEL, K. Russell's mathematical logic. In: P. SCHILPP (ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell* (Library of Living Philosophers), New York: Tudor, 1951, pp. 123–153.

HELLMAN, G. *Mathematics without Numbers*: Towards a Modal-Structural Interpretation. Oxford: Clarendon Press, 1989.

KLEENE, S. C. *Introduction to Metamathematics*. Ishi Press, 1971.

LENG, M. *Mathematics and Reality*. New York: Oxford University Press, 2010.

MADDY, P. *Naturalism in Mathematics.* Oxford: Claredon Press, 2002.

________. *Realism in Mathematics*. Oxford: Claredon Press, 2003.

MELIA, J. On What There's Not. *Analysis*, v. 55, pp. 223–229, 1995.

MOSTERIN, Jesús (ed.). *Kurt Gödel:* Obras Completas. Madrid: Alianza Editorial, 2006.

NAGEL, E.; NEWMAN, J.R. *A prova de Gödel*. São Paulo: Editora Perspectiva, 2019.

QUINE, W. van O. *De um ponto de vista lógico*. São Paulo: Editora Unesp, 2011.

RESNIK, M. *Mathematics as a Science of Patterns*. Oxford University Press, 1997.

RUSSELL, B. *Introdução à filosofia matemática*. Lisboa: Calouste Gulbenkian.2007.

SHAPIRO, Stewart. *Filosofia da Matemática.* Lisboa: Editora 70, 2016.

SOARES, D. *Aula de Introdução à Filosofia da Matemática. Investigação Filosófica nas Ciências*. Dezembro de 2020. Disponível em https://cursoslivres.unifap.br/course/investigacao-filosofica-nas-ciencias/lesson/profa-me-daniela-moura-soares-introducao-a-filosofia-da-matematica. Acesso: 25/02/2021.

VAN FRAASSEN, B. *Quantum Mechanics*: An Empiricist View. Oxford: Clarendon Press, 1991.

WHITEHEAD, A. N., RUSSELL, B. *Principia Mathematica*. Cambridge University Press, 1963.

YABLO, S. Go Figure: A Path through Fictionalism. *Midwest Studies in Philosophy*, v. 25, pp. 72–102, 2001.

Recebido em: 24/02/2022
Aprovado em: 03/10/2022

Marco Aurélio Sousa Alves

Bacharel e Mestre em Filosofia pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Doutor em Filosofia pela *University of Texas at Austin* (EUA). Professor Adjunto do Departamento de Filosofia e Métodos (DFIME) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Professor Permanente do PPGFIL/UFSJ e POSDEFIL/UFOP.

José Henrique Fonseca Franco

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Itajubá (Unifei) e em Filosofia pela Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Aluno intercambista na *Universidad de San Buenaventura*, Bogotá, D.C. pelo programa BRACOL. Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia (PPGFIL) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), onde desenvolveu pesquisa na área de filosofia da matemática e lógica sob orientação do Prof. Dr. Marco Aurélio Sousa Alves. Atualmente é doutorando do Programa de Pós-Graduação em Filosofia (POSDEFIL) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) sob a orientação do Prof. Dr. Guilherme Araújo Cardoso, pesquisando a disjunção de Gödel e abordagens paraconsistentes para os Teoremas de Incompletude.