# *O PAPEL DA ABSTRAÇÃO NA INSTANCIAÇÃO DA ÁLGEBRA NAS REGULAE AD DIRECTIONEM INGENII*

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

*Érico Andrade*
**UFPE**

**Introdução**

O que Descartes pretende ao atribuir o predicado *abstrato* às questões matemáticas e aos objetos da matemática não me parece muito claro nas *Regulae ad Directionem Ingenii* (doravante *Regulae*). A dificuldade repousa na compreensão cartesiana do conceito de abstração que designa diferentes operações nesse texto, de acordo com o contexto em que é empregado. Podem-se recuperar pelo menos três sentidos do termo *abstração*: separar objetos (AT, X, p. 444); separar dificuldades (AT, X, p. 437); generalizar uma noção, como a de limite, a partir de um objeto particular dado numa percepção sensível, como extrair, por exemplo, das figuras que limitam o objeto sensível no espaço a noção de limite em geral (AT, X, p. 418-9). Esses três sentidos designam, de forma geral, uma operação de separação. Com efeito, Descartes não precisa em que medida o termo, compreendido como separação, recorre à tradição aristotélica (com esse termo incluirei doravante também Aristóteles) e em que medida se afasta dela. Desse modo, resta saber se Descartes pretende dar uma conotação inédita aos objetos e às operações matemáticas ou se pretende revelar sua filiação à tradição aristotélica. Ou seja, a pergunta que me parece pertinente é a seguinte: em que medida Descartes empreende uma compreensão inédita do termo abstração cuja ressonância seria decisiva para uma nova concepção da estrutura ontológica das operações e objetos da matemática?

A tese que pretendo defender é a de que o termo *abstração* designa uma operação do entendimento por meio da qual são gerados símbolos que se prestam a calcular indistintamente

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

as relações entre grandezas contínuas e discretas. Embora não esteja muito clara a forma como esses símbolos são gerados nas *Regulae*, pretendo defender que a aplicação desses símbolos aos objetos sensíveis encerra um processo de reificação da quantidade matemática. Por meio desse processo é possível tomar esses objetos sensíveis como uma quantidade puramente formal cujas relações de quantificação podem ser realizadas estritamente de forma dedutiva e sem apelo a qualquer experiência. A matemática seria para o jovem Descartes uma ciência cujos objetos são instanciados pelo entendimento como formas simbólicas possíveis de quantificar e modelar a extensão ou a quantidade presente em todos os objetos. Considerando esse caráter instrumental da matemática, poderei defender uma segunda tese, consequência da primeira: a criação da álgebra enceta um pressuposto fundamental, a saber, a validade da matemática não está subordinada a um comprometimento ontológico de seus objetos com uma experiência possível. Ou seja, a álgebra, tomada como metalinguagem matemática, é criada ou desenvolvida por Descartes porque ele se afasta da tradição aristotélica, que comprometia a existência do objeto matemático com uma imagem sensível, à proporção que dá um caráter pragmático e instrumental à matemática. Isso permitiu que Descartes introduzisse uma inédita relação entre aritmética e geometria por meio de uma linguagem formal cuja semântica não designa imagens de objetos sensíveis, sejam eles contínuos ou discretos, mas a própria extensão.

Para defender minha tese, primeiro mostrarei que a abstração cartesiana se afasta daquela da tradição aristotélica (que aqui inclui, como já disse, Aristóteles) por não fazer nenhum apelo ao sensível para produzir o objeto matemático. Para tanto, será necessário fazer antes uma breve incursão na tradição aristotélica, apresentando a opinião de alguns intérpretes cartesianos que defendem de algum modo um legado aristotélico nas *Regulae*. Em seguida, mostrarei como Descartes considera o objeto matemático como símbolo que representa relações entre grandezas que não são dadas necessariamente na experiência sensível e, por isso, são consideradas abstratas. Ademais, mostrarei que a falta de comprometimento com a experiência sensível, no que concerne à instanciação dos objetos matemáticos, torna possível criar uma linguagem que se referencia às próprias grandezas matemáticas, sem diferenciar o contínuo do discreto. Por fim, mostrarei que a falta de comprometimento ontológico das *Regulae* foi decisiva para o desenvolvimento de uma linguagem matemática cujo referente não aponta diretamente para nenhum objeto no mundo, como é o caso da álgebra. Concluirei que o conceito de abstração desempenha um papel determinante na constituição dos objetos matemáticos nas *Regulae*.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

**A tradição aristotélica: a matemática, a matéria e o fantasma**

Alguns intérpretes percebem na ausência de uma metafísica nas *Regulae* o indício de que Descartes se apropria, de algum modo, do pensamento aristotélico, sobretudo no que diz respeito à natureza do objeto matemático. Kobayshi, por exemplo, afirma que a epistemologia das *Regulae*, por não ter uma metafísica estabelecida que lhe sirva de fundamento, recorre à metafísica aristotélica por meio do apelo à noção de abstração. Nessa perspectiva, o entendimento se direciona às coisas para reter delas sua imagem sensível e, em seguida, dar a essas imagens uma conotação matemática. Isto é, longe de ser uma verdade eterna e inata, a matemática cartesiana nas *Regulae* seria abstrata por ser derivada, por meio de um processo de desmaterialização, da imagem sensível. Portanto, no caso da ontologia dos objetos matemáticos, teríamos um exemplo lapidar de um déficit metafísico no pensamento cartesiano que o obrigou a recuperar a já estabelecida ontologia dos objetos matemáticos de cunho aristotélico (Tomás e Suarez). Esse déficit só seria corrigido, argumenta Kobayashi, com o advento da noção de *verdades eternas*, desenvolvida nas correspondências de 1630, posteriores, portanto, à redação das *Regulae*.

Em busca de uma ontologia própria, Descartes, segundo Marion (2000, p. 41), retoma o legado aristotélico nas *Regulae* para subvertê-lo. Assim, enquanto a abstração desempenhava na filosofia aristotélica um papel decisivo no que tange à possibilidade de instituir uma ciência estritamente formal, a filosofia cartesiana estende o conceito de abstração para instituir o princípio fundamental da matemática: "[...] là même où Aristote reconnaît une architectonique, que s'ensuit de la définition des seules mathématiques, Descartes reconnaît, au-delà de l'abstraction de la 'matière' (mathématiques communes), le principe même de la mathématicité – l'abstraction en general" (MARION, 2000, p. 61). O ponto principal para Marion era a universalização do conceito de abstração aristotélico que Descartes estava operando nas *Regulae*. Essa universalização instituiria como preceito metodológico fundamental a capacidade irrestrita de abstrair a diferença entre os diferentes objetos da ciência para tomá-la do ponto de vista de um mesmo critério de certeza. Essa capacidade é, portanto, a marca do método cartesiano, que se estende para além da matematização dos saberes para buscar uma certeza ainda mais fundamental, de caráter epistemológico. Ou seja, Descartes não restringiria a abstração às ciências matemáticas da época, mas imprimiria o princípio matemático da abstração a todos os saberes a fim de resgatar a certeza matemática como critério de certeza para toda a ciência (MARION, 2000, p. 62).

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

A dificuldade, a meu ver, congênita das interpretações que tentam de algum modo aproximar o pensamento cartesiano da tradição aristotélica reside em dois pontos denominados pelas letras *A* e *B* que pretendo apresentar e comentar brevemente agora. Deixo para mostrar apenas na próxima seção minha interpretação de Descartes. Minha interpretação se afasta desses dois pontos e dá, acredito, a medida da inovação cartesiana no que tange ao conceito de abstração e a seu papel na matemática. A) Primeiro, não está claro na obra de Aristóteles o modo pelo qual são instanciados os objetos matemáticos, sobretudo, no que diz respeito ao modo pelo qual Aristóteles considera os objetos matemáticos *anteriores* aos objetos sensíveis. B) Segundo, ainda que se possa conceder que Descartes recorreu aos matemáticos de sua época para aprimorar sua álgebra, ele permaneceu distante da tradição aristotélica que defendia o caráter intermediário da matemática e do objeto matemático. Nesse ponto B, eu me ocuparei apenas em mostrar muito brevemente certas compreensões escolásticas (destacarei Tomás e Suarez) quanto ao conceito de abstração, deixando para a próxima seção a apresentação do conceito cartesiano de abstração.

A) Na obra aristotélica, não é fácil recuperar a rede conceitual por meio da qual Aristóteles estaria propondo uma genuína filosofia da matemática (BARNES, 1995, p.50-60). Ao contrário de várias ciências, como biologia, cosmologia, física, metafísica, não há uma obra aristotélica dedicada à filosofia da matemática. No máximo os livros M e N da *Metafísica*, como afirma Annas (ANNAS, 1987) poderiam ocupar esse vácuo, mas neles Aristóteles não se dedica apenas à matemática. De fato, a dificuldade, para a qual vários comentadores apontam, envolve a profusão de comentários sobre a matemática em obras distintas e que não necessariamente guardam um acordo quanto à estrutura dos seus argumentos (sobre isso ver: ANNAS, 1987).

Com efeito, parece-me que há dois pontos pacíficos quanto à caracterização da matemática na filosofia aristotélica: por um lado, sua distinção metodológica em relação à metafísica, considerando que a matemática não trataria de substâncias nem de essências, mas de propriedades isoladas destas coisas que não são separáveis de fato delas (por exemplo: *Metafísica*, 1061b/1064a / *Ética a Nicômaco* VI, 6, 1141a / *Tópicos* VI / *Analíticos Posteriores*, I, 79a / *As partes dos animais* 641b). Por outro lado, a matemática é igualmente distinta da física, porque seus objetos são incorruptíveis e têm propriedades diversas em relação aos objetos da física (*Metafísica*, 1059b / *Física*, II, 193b, 194a / *De Anima* I, 1, 403b). Das ciências teoréticas – física, matemática e metafísica (*Metafísica*, 1064b) –, a matemática não é definida de modo muito claro, pois a for-

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

malidade de seus objetos não aponta para um caráter substancial, nem indica um isomorfismo em relação aos objetos sensíveis. Em geral a matemática é apresenta na filosofia de Aristóteles por oposição às outras ciências teoréticas sem que esteja claro nas obras de Aristóteles a referência para a qual concorre a instanciação dos objetos matemáticos, realizada pelo intelecto. Assim, ainda que esteja claro que os objetos da matemática não podem ser confundidos nem com os objetos da metafísica, nem com os da física, como mostram diversos textos, isso não confere, contudo, uma determinação da natureza daqueles objetos. A dúvida repousa, portanto, na determinação da ontologia dos objetos matemáticos e não tanto no lugar da matemática entre as ciências teoréticas.

Algumas indicações poderiam ser extraídas das críticas que Aristóteles faz às escolas filosóficas gregas no tocante a seus respectivos conceitos de objeto matemático. Essas críticas se dirigem, concordam vários intérpretes (ARMSTRONG, 1947, p. 177 e 194/ CLEARY, 1995, p.275-277 / ROBIN, 1997, p.215-220, BARNES, 1995, p.55) ao pensamento platônico, ainda que nem sempre Aristóteles reclame declaradamente a veia platônica dos seus adversários. Como, aliás, ele faz na passagem do livro M da *Metafísica* na qual ele evoca Platão como o protagonista da tese da separação radical entre o ente sensível e o ente matemático (Metafísica, XIII, V, 2-6, 1080a). Com efeito, essas críticas apontam, sobretudo, para a ressalva de Aristóteles quanto à separação radical do ente matemático do ente sensível que terminaria por inflacionar o número de seres, deixando ainda mais confusa a origem dos objetos matemáticos. Essa crítica à separação radical do objeto matemático do objeto sensível remonta à crítica à doutrina platônica das ideias (*Metafísica*, XIII, 1076b). O epicentro do argumento de Aristóteles repousa, me permitam usar a expressão de Cherniss, no *princípio econômico* aristotélico de otimizar o recurso a entidades teóricas (CHERNNIS, 1936, p.445-447). Essas indicações apontam, sem dúvida, para a demarcação epistemológica e metodológica entre física e matemática; dado que ainda que essas ciências se ocupem de objetos incompatíveis ontologicamente (*Metafísica*, 1076a e 1076b / De Anima, III, 431b / *Movimento dos Animas*, I, 698a), elas não se ocupam de objetos completamente desvinculados ou separados (*Metafísica*, XIII,1076b, VII, 1036b e 1037a). Com efeito, as referidas observações não portam uma caracterização da matemática no que concerne à natureza precisa do seu objeto.

É certo que, para evitar a inflação da realidade por meio da operação de uma divisão entre o sensível e o inteligível – esse seria o problema da doutrina platônica –, Aristóteles avança a

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

tese de que a anterioridade dos objetos da matemática face ao sensível é lógica, e não necessariamente ontológica. Isto é, eles não existem ontológica e anteriormente aos objetos sensíveis, mas logicamente; quanto a sua possibilidade, são anteriores aos objetos sensíveis. Os adversários platônicos desconsideram, segundo o texto aristotélico da *Metafísica*, essa distinção e por acreditarem que a prioridade lógica implica prioridade ontológica duplicam a realidade, concebendo o objeto matemático como anterior e independente do objeto sensível, portanto, separado do ente sensível.[1] A estratégia de Aristóteles é subverter o conceito de anterioridade para discernir a matemática da física sem duplicar a realidade, restando esclarecer em que consiste essa anterioridade lógica que determina a distinção entre os objetos da matemática e da física.

Aristóteles tece algumas assertivas quanto à anterioridade dos objetos matemáticos em relação ao objeto sensível com o intuito de sublinhar a diferença metodológica e epistemológica entre a matemática e a física. Ou seja, por não admitir o isomorfismo entre a matemática e a física, Aristóteles é forçado a subsidiar uma nova compreensão do termo *anterior* – ou *a priori* que é definido nas *Categorias* de quatro modos: temporal, existencial, discursiva (uma sequência de proposições científica) e natural (*Categorias*, 12, 14a) –, que passa a denotar uma potencialidade do objeto sensível de ser, tomado como uma entidade abstrata cujas propriedades denotam, por seu turno, um ser formal que não coincide com a essência. A existência potencial do objeto matemático no sensível denota uma anterioridade lógica do objeto matemático em relação às coisas sensíveis sem, contudo, apontar para uma anterioridade temporal, natural ou existencial, visto que eles só se efetivam por meio do consórcio com a experiência. Ademais, a matemática não poderia ser de modo existencial, natural ou temporal anterior à física porque as figuras matemáticas que concorrem para a realização do movimento dos corpos celestes (eternos) são coeternas face àqueles corpos, existindo, portanto, naturalmente num mesmo tempo. Assim, ainda que esteja claro que os objetos matemáticos são anteriores aos objetos sensíveis em Aristóteles, isso não explica em que sentido essa anterioridade informa sobre a natureza dos objetos matemáticos.

1 Sobre esse ponto, ver ANGIONI, 2008, em particular: p. 35. Aproveito para agradecer aos pareceristas da revista *Analytica* por suas preciosas observações.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

Embora eu possa admitir que na filosofia aristotélica haja uma diferença ontológica entre as ciências teoréticas, em particular entre a física e a matemática, parece-me que não está claro como se opera essa distinção que fomenta o objeto matemático por meio do processo de abstração ou por subtração (*ex aphairesos*). Assim, não está claro se a abstração ou subtração que instancia os objetos matemáticos em Aristóteles se aplica ao aspecto essencial ou acidental do objeto, pois não encontramos nos textos de Aristóteles uma passagem que explique o modo pelo qual se retira (seja qual for o modo de predicação) do ente sensível o objeto matemático. Isto é, a abstração se aplica à forma ou à matéria do ente sensível? Ou ainda, se os objetos matemáticos se aplicam a diferentes classes de objetos, como determinar a classe de objetos que deu origem, por meio do consórcio com o intelecto, aos objetos matemáticos? Qual é o lastro epistemológico e/ou metafísico que veda o surgimento de outras séries numéricas em consonância com a diversidade de classes de entes sensíveis para os quais se aplica o objeto matemático? Seria completamente irrelevante a gênese do processo de produção dos objetos matemáticos? É certo, pelo menos me parece, que Aristóteles não é tão claro quanto à formulação de respostas consistentes para as perguntas aventadas aqui.

Anna chamou atenção ainda para a seguinte dificuldade (ANNAS, 1987). Não está claro se na geometria e na matemática de formal geral"abstraímos", conforme Aristóteles, a matéria de uma figura, retirando sua materialidade e isolando a sua propriedade de ser um limite geométrico do espaço (a limitação de um espaço por três lados é o triângulo); ou se abstraímos a característica de ser uma figura geométrica determinada, como um triângulo retângulo, de uma figura particular ou singular (certo triângulo retângulo que se refere à metade de uma mesa quadrada). Parece-me que há uma dificuldade estrutural nos textos de Aristóteles quanto ao modo pelo qual a abstração é empreendida pelo intelecto na constituição do objeto matemático. Desse modo, o fato de que a matemática possa ser considerada, sem maiores dificuldades, como uma ciência intermediária face às ciências teoréticas não pode eclipsar a dificuldade relativa à caracterização da natureza dos objetos matemáticos para a qual várias linhas foram gastas na tentativa de explicá-la.

Considerando que não há um ponto pacífico quanto à caracterização do modo como a abstração opera em Aristóteles, a tentativa de aproximar sua filosofia da matemática ao projeto cartesiano termina por contaminar de obscuridade a própria compreensão cartesiana do

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

objeto matemático. Essas dificuldades levantadas aqui me parecem confirmar que recorrer à filosofia da matemática de Aristóteles não ajuda muito a entender a ontologia dos objetos matemáticos nas *Regulae*. Parece-me, portanto, que recorrer à filosofia aristotélica para explicar a ontologia dos objetos da matemática nas *Regulae* não é uma maneira prudente de tentar compreender o texto cartesiano porque essa postura trás mais dificuldades textuais do que soluções interpretativas.

B) Para levantar outro ponto importante quanto ao suposto legado aristotélico nas *Regulae*, irei supor que Aristóteles queria tomar como abstração uma forma de reter dos objetos sensíveis o seu *fantasma* e nele determinar o objeto matemático. Como ele sugere, por exemplo, no *De Anima* (III, 7-8/431b). Essa parece ter sido a forma pela qual foi recepcionada a filosofia aristotélica por parte das interpretações situadas no final da escolástica. Por meio dessa recepção, poder-se-ia pensar talvez o legado aristotélico na filosofia cartesiana das *Regulae*. Não seria tanto Aristóteles, mas a tradição aristotélica que poderia subsidiar a explicação do uso que Descartes faz do termo abstração nas *Regulae*. Em particular, gostaria de destacar a opinião de Tomás e Suarez, que consideram a matemática com uma ciência intermediária em relação às ciências teoréticas (TOMÁS, *Comentário ao T. de Boécio*, q.5 / SUAREZ, Disp. I, secção II). Ou seja, a matemática nem é tão universal quanto à metafísica nem trata da matéria em sua corruptibilidade da mesma forma que a física. Ela se serve de objetos abstratos que denotam uma operação do intelecto – a abstração. Essa operação é capaz de reter um elemento puramente quantitativo na matéria.

A divisão entre as ciências teoréticas, que imputava um caráter intermediário a matemática e aos seus objetos, está presente na escolástica e se dilatava pelos corredores das abadias e universidades medievais. Seguramente essa compreensão da matemática governava o seu ensino no reputado colégio de *La Fléche*. O *Commentaria in Euclides Elementa* de Clavius, provável professor de Descartes, circulava na França [ele foi reeditado várias vezes e é um dos raros manuais de geometria citados por Descartes (AT, I, p.71 / AT, X, p.156)] e ditava uma compreensão da matemática que lhe conferia um caráter intermediário. Descartes, que muitas vezes se opõem a Clavius no tocante à construção de curvas geométricas por pontos e a outros detalhes técnicos relativos à geometria (MANCOSU, 2011, p.125-126 / AT, I, p.70-73), muito provavelmente teve acesso à clássica divisão das ciências teoréticas por meio da seguinte passagem da obra de Clavius:

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

> L'objet de la métaphysique est en effet séparé de toute matière, du point de vue de la chose et du point de vue de la raison; l'objet de la physique, du point de vue de la chose et du point de vue de la raison est lié à la matière sensible. Aussi, quand on considère l'objet des disciplines mathématiques en dehors de toute matière, bien qu'en réalité il se rencontre en elle, il apparaît clairement qu'il est intermédiaire entre les deux autres (CLAVIUS, 1987, p.50).

Ainda que Aristóteles fosse reticente quanto à compreensão da matemática enquanto uma ciência intermediária – sua crítica à escola platônica passava, entre outras coisas, pelo caráter intermediário dos objetos da matemática platônica, situados entre os objetos da física e da metafísica (*Metafísica*, 1059b) –, a escolástica tardia realiza uma taxonomia do conceito aristotélico de abstração para resguardar a diferença de gênero, sobretudo, da matemática face à metafísica.[2] Essa compreensão da matemática governa parte importante do pensamento medieval e ganha na obra de Clavius uma importante apresentação, ainda que já houvesse outras. A diferença da matemática face às outras ciências teoréticas revelava, por um lado, uma distinção de método ou dos modos de proceder por meio da abstração e, por outro, uma diferença de gênero, uma vez que a matemática restringia sua abstração apenas à quantidade presente na matéria. Essa compreensão da abstração como forma de demarcar a ciência matemática por meio da delimitação do modo pelo qual o intelecto empreende a abstração anima o espírito escolástico. Com efeito, a importância de Clavius na divulgação e no estabelecimento do conceito de abstração como forma de demarcar as ciências teoréticas, provavelmente foi por meio dele que Descartes cultivou a sua visão da matemática escolástica, não pode eclipsar os filósofos que fomentam essa divisão e direcionam parte importante dos manuais de filosofia escolásticos.

Certamente Tomás e Suarez prolongam e desenvolvem o pensamento aristotélico no que concerne ao uso do termo abstração. Esses dois filósofos aparecem tacitamente ou são mesmo citados por Descartes como interlocutores privilegiados no debate com a filosofia escolástica [Tomás e Suarez são uns dos raros filósofos que têm suas obras citada por Descartes; ver respectivamente: Tomás (AT, II, p.360; VII, p.96-99) e Suarez (AT, VII, p.235)]. Para esses dois filósofos o uso do termo abstração guarda um significado essencial de consideração do aspecto quantitativo

2 Ver sobre a crítica de Aristóteles ao pensamento platônico, no que diz respeito ao caráter intermediário dos objetos da matemática, CATTENEI, 2005, p. 248.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

dos objetos sensíveis. Meu ponto é que a abstração (subtração de certas qualidades do ente sensível a partir do isolamento de seu aspecto quantitativo) não indicará separação (divisão do ente em dois entes distintos), indicando que tanto Tomás quanto Suarez compartilham a tese de que o objeto matemático não pode ser completamente separado do ente sensível, como já dizia Aristóteles na sua crítica à doutrina platônica das ideias. Nesse sentido, Tomás e Suarez podem ser enquadrados na tradição aristotélica. A fonte da qual se instanciam os objetos matemáticos é o ente sensível. Eles são instanciados por um processo predicativo que não propõe a separação do ente matemático do ente sensível. Tomás e Suarez resguardarão apenas uma pequena divergência quanto à característica material do ente sensível em virtude da qual se deve predicar nele a determinação do objeto matemático. Essa divergência não impede de modo nenhum de enquadrá-los na mesma tradição aristotélica.

Na obra de Tomás nem sempre há uma harmonia de posições quanto ao tema da abstração. Entretanto, na *Summa Teológica*, obra à qual Descartes teve acesso e que tinha a função de ser um manual rigoroso de filosofia, a abstração aponta, de modo geral, para uma operação intelectual que encerra uma consideração de certos predicados da matéria a partir do seu respectivo isolamento. A seguinte passagem é um dos momentos em que Tomás (ST, I, quest. 85, resp. segunda) apresenta de forma mais clara a relação entre abstração e a instanciação dos objetos matemáticos, ainda que nesta passagem não esteja tão evidente a divisão entre separação e abstração, como nos alerta C.A.R. do Nascimento (1998, p.38):

> Ao passo que as espécies matemáticas podem ser abstraídas, pelo intelecto, da matéria sensível; e não só da individual, mas da comum; não, porém, da matéria inteligível comum, só da individual. E a matéria sensível é chamada matéria corporal, enquanto está sujeita às qualidades sensíveis [...] ao passo que a matéria inteligível é chamada substância enquanto está sujeita à quantidade.

Dos três modos de a filosofia tomista conceber a abstração – a) abstração do todo, b) abstração da forma da matéria sensível e c) abstração precisiva[3] –, há um que me parece se referir

3 Seguimos aqui a divisão dos modos da abstração proposta por Landim em recente artigo cujo objetivo é mostrar, a partir daquela diferença, a compatibilidade, na obra de Tomás, do caráter conceitual da univer-

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

especificamente à instanciação dos objetos da matemática. Antes, devo dizer que esses três modos da abstração refletem, em geral, as diferentes formas de se considerar os objetos da ciência especulativa (sobre o elemento em comum desses três modos da abstração ver: GUERRERO, 2009). Assim, o objeto físico depende da matéria, como afirma Tomás: "*secundum esse et rationem*" e a abstração neste caso se aplica à desconsideração do aspecto individual do objeto sensível (*matéria signata*) para trabalhar apenas com a matéria sensível comum. No que diz respeito aos objetos da matemática eles dependem da matéria sensível "*secundum esse et non secundum rationem*", uma vez que eles são definidos sem o recurso à matéria sensível, ainda que não possam ser instanciados sem a referência ao ente sensível (TOMAS AQUINO, Comentário ao Da Trindade de Boécio, q.5, a.1). Neste caso, a abstração se aplica à matéria sensível para que se considere apenas a matéria inteligível tomada no seu aspecto acidental ou individual. Por fim, os objetos da metafísica não dependem de modo nenhum da matéria. Nessa passagem que acabo de citar, Tomás considera o objeto matemático como um elemento cuja existência se relaciona com a matéria no que diz respeito apenas a seu caráter quantitativo. A abstração empreendida por Tomás nesta passagem parece ser relativa ao segundo modo de abstração que, por seu turno, encontra gradações no seu interior, sendo a geometria, por exemplo, menos abstrata do que a aritmética.

A qualidade é independente da quantidade, o que faz com que ela seja tomada como um componente da matéria sensível, ao passo que a quantidade é entendida por Tomás como um acidente que ocorre na matéria inteligível.[4] Assim, como afirma Landim: "pensar os objetos matemáticos significa pensá-los independente das propriedades materiais sensíveis, mas significa também pensá-lo como acidente de substâncias cujas propriedades materiais foram deixadas de lado" (LANDIM, 2008, p.23-24). Os objetos matemáticos se referem à matéria, mas só retém dela a quantidade que não se encontra na matéria corporal. A quantidade em virtude da qual é instanciado o objeto matemático é referente à matéria inteligível (TOMAS AQUINO, Comentário ao Da Trindade de Boécio, q.5, a.1). Assim, o objeto matemático não é instanciado, tal como o objeto metafísico, sem o recurso à matéria, mas ele, contudo, considera apenas o caráter

salidade com a existência extramental dos singulares, mostrando ainda que tudo no singular é singularizável (LANDIM, 2008).

4 A obra de Tomás nem sempre guarda um mesmo sentido da noção de substância inteligível. No *De Anima*, como acentua Ladim, Tomás apresenta um novo sentido para o termo. Ver LANDIM, 2008, p. 23.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

quantitativo da matéria no que tange à instância inteligível dessa matéria. Ou seja, ainda que a abstração se dirija ao ente sensível, ela, segundo Tomás, predica o componente inteligível da matéria sensível, dado na noção de quantidade. Essa compreensão da matemática tem, portanto, um duplo aspecto: por um lado, os objetos matemáticos são predicados a partir da matéria inteligível. Por outro, os objetos matemáticos não são predicados da matéria sensível *tout court*, visto que eles não se referem às qualidades dos objetos, mas apenas à sua quantidade presente na matéria comum. Veremos agora que Suarez apresenta uma pequena diferença face à fonte a partir da qual se deve predicar, por meio da abstração, o objeto matemático.

A seguinte passagem apresenta em que sentido a abstração intelectual desempenha um papel decisivo na instanciação dos objetos matemáticos na filosofia de Suarez:

> Mathematica vero abstrahit quidem secundum rationem a materia sensibli, non autem ab intelligibli, qui quantitas, quantumvis abstrahatur, non postet concipi nisi ut res corpórea et materialis. Metaphysica vero dicitur abstrahere a materia sensibili et inteligibili, et non solum secundum rationem, sed etiam secundum esse... (SUAREZ, Disp. I, Seção II, quest. 13).

Para Suarez, o intelecto se dirige à matéria sensível para reter a noção de quantidade, mediante a desqualificação da matéria no que concerne aos predicados que não encetam as propriedades matemáticas. A quantidade matemática aparece nas obras de Suarez como uma forma de predicar a matéria sensível. Essa forma de predicar leva em consideração apenas a quantidade formal que é dada no fantasma da matéria sensível, não propriamente no fantasma da matéria inteligível, visto que esse último fantasma é objeto da metafísica. Desse modo, a razão considera o corpo sensível apenas como uma matéria suscetível de predicados estritamente quantitativos ou como um fantasma graças ao qual o objeto matemático é instanciado como pura quantidade. A abstração é, portanto, relativa às qualidades que estão intrínsecas à matéria sensível, visto que ela as suspende para considerar naquela matéria apenas seu caráter extensional ou quantitativo.

Se Suarez parece diferir um pouco de Tomás quanto ao fato de que a matemática é instanciada na matéria sensível, ao passo que para Tomás ela é instanciada na matéria sensível e na matéria inteligível individual, eles convergem quanto à certeza de que o objeto matemático

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

só pode ser instanciado por referência ao elemento sensível. Assim, os objetos matemáticos são pensados como abstratos por não terem corporeidade e, por conseguinte, qualidades sensíveis, mas eles precisam do ente sensível para que possam ser instanciados. Nesse ponto, a matemática na composição das ciências teoréticas ocupa um lugar intermediário, pois ela se relaciona com o sensível para reter dele apenas o que é componente material comum a todos os entes materiais sem, contudo, diferentemente da metafísica, se referir à substância desses entes.

Com a tradição aristotélica, a matemática está presa, de algum modo, aos sentidos e não pode ultrapassar a barreira dos objetos dados na experiência sensível. Para inaugurar a álgebra, Descartes terá de subverter o conceito de abstração. Vejamos agora como ele opera essa subversão.

## A abstração e a constituição do objeto matemático: a matemática das relações

Nas *Regulae*, não encontramos uma definição clara do termo *abstração* nem do verbo *abstrair*. Com efeito, os diversos usos do termo convergem para uma operação do entendimento responsável pelo processo de separação de dificuldades presentes numa questão ou de aspectos particulares de um dado objeto. Acredito que o ponto nodal da discussão do legado aristotélico na filosofia da matemática cartesiana repousa na compreensão do processo de abstração, sobretudo no que concerne ao modo pelo qual o entendimento separa e classifica objetos ou questões. Pretendo provar nessa seção que esse processo, quando se refere aos objetos sensíveis, não denota uma distinção real que, realizada pelo entendimento, determina uma distinção ontológica no mesmo ente sensível entre uma instância matemática e outra material. Mostrarei que nas *Regulae* a abstração é realizada pelo intelecto no intuito de sublinhar um aspecto de certo objeto em detrimento de um outro aspecto. Ela designa uma atividade puramente mental que não implica exclusão real ou modal de nenhuma parte que compõe o objeto. Assim, a abstração não porta um caráter metafísico, que poderia transcrever uma espécie de instanciação de objetos inteligíveis a partir de imagens sensíveis ou a partir da divisão entre o inteligível e o sensível.

Se nas *Regulae* Descartes não apresenta a definição da abstração, ele tenta esclarecer o uso que dá ao termo em suas correspondências. Ele reserva uma das primeiras explicações do termo *abstração* mais precisamente na carta dirigida a Mesland. Nela assevera que seu uso do termo se

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

afasta de qualquer caráter metafísico por meio do qual o referido termo poderia designar a criação de objetos. Contrariamente à tradição aristotélica, Descartes (*Lettre à Mesland*, 2/mai 1644/ AT, IV, p. 120) promove uma distinção entre abstração (de caráter instrumental e pragmático) e exclusão (de caráter ontológico), conforme podemos ver na seguinte carta a Mesland:

> Il y a grande différence entre *l'abstraction et l'exclusion*. Si je disais seulement que l'idée que j'ai de mon âme ne me la représente pas dépendante du corps, et identifiée avec lui, ce ne serait qu'une abstraction, de laquelle je ne pourrais former qu'un argument négatif, qui conclurait mal. Mais je dis que cette idée me la représente comme une substance qui peut exister, encore que tout ce qui appartient au corps en soit exclu ; d'où je forme un argument positif, et conclus qu'elle peut exister sans le corps. Et cette exclusion de l'extension se voit fort clairement, en la nature de l'âme, de ce qu'on ne peut concevoir de moitié d'une chose qui pense, ainsi que vous avez très-bien remarqué.

Nessa carta, encontramos um dos raros momentos da obra de Descartes em que podemos recuperar seu posicionamento frente ao conceito clássico de abstração. Enquanto a operação de exclusão designa uma distinção ontológica operada num ser que o cinde em duas instâncias ou substâncias essencialmente distintas, a abstração denota um caráter pragmático por meio do qual se modela um objeto, levando em consideração apenas um aspecto predeterminado que lhe constitui. Essa conotação pragmática é também acentuada em outra importante carta em que Descartes define o conceito de abstração. Trata-se de uma carta dirigida a Gibieuf: "[...] et par *abstractionem intellectus*, c'est-à-dire, en détournant ma pensée d'une partie de ce qui est compris en cette idée plus ample, pour l'appliquer d'autant mieux et me rendre plus attentif à l'autre partie" (*Lettre à Gibieuf*, 19 de Janvier 1942/AT, III, p. 475).

O caráter intelectivo da abstração revela uma capacidade do entendimento de codificar um objeto por meio da escolha da melhor forma de dimensioná-lo. Essa capacidade estrutural do entendimento de dirigir-se para certo aspecto do objeto no intuito de acentuá-lo face aos demais aspectos sublinha um caráter pragmático da abstração que sempre procura, como afirma Descartes em várias passagens, *facilitar* ou *melhorar* o caminho do cálculo (por exemplo: AT, VI, p.17-20 e p.369 / AT, X, p.455). Por meio da abstração, é possível eleger certo aspecto do objeto como ponto primordial para sua inteligibilidade. Quando a abstração se refere à quantidade, o

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

entendimento pode fomentar símbolos formais que traduzem as relações de quantidades em termos matemáticos. A abstração passa a ser, desse modo, uma preparação para o processo de quantificação dos objetos em geral. Para se *aplicar* ao estudo das quantidades, deve-se desconsiderar ou suspender as especificidades de cada objeto, por meio da operação do pensamento que se volta apenas para aquilo que pode ser tratado pela noção de dimensão.[5]

A volta para o entendimento ou para a forma pela qual ele considera o objeto, que o processo de abstração denota no pensamento cartesiano, indica que o fator determinante na análise quantitativa do objeto não é dado no objeto de forma bruta ou potencial, mas é configurado pelo entendimento. Isto é, o entendimento é quem determina o modo como uma coisa pode ser tratada matematicamente. Nessa perspectiva, os objetos sensíveis podem ser decompostos em termos matemáticos por meio de um processo de abstração de suas qualidades sensíveis. Assim, o entendimento abstrai ou suspende as qualidades das coisas para considerá-las sob o prisma de uma análise estritamente quantitativa, estipulando pragmaticamente uma determinada dimensão para o cálculo da quantidade correspondente àquele objeto ou à relação daquele objeto com outros objetos. A representação do objeto deixa de ser algo imanente à sua constituição sensível, visualizada por nossa percepção, para ser uma forma de representá-lo extensivamente por uma dimensão formal.

Os objetos da matemática encerram a ideia de *simplicidade* defendida na *Regula II* – a matemática "ocupa-se com objetos tão puros e simples os quais não supõem nada da experiência que possa torná-los duvidosos" (AT, X, p. 365) – na medida em que eles podem recompor a representação de um objeto sensível em termos da extensão, que é o elemento mais simples de uma coisa (AT, X, p. 419), sem fazer apelo à experiência. Ou seja, a matemática se institui como um código formal que envolve todas as formas de quantificar um objeto por meio de uma dimensão: seja sua profundidade, largura ou comprimento (AT, X, p. 442). Com a matemática, é possível instituir diversas formas – dimensões – de representar um objeto em função de sua quantidade. Essas formas não fazem mais apelo aos sentidos, notadamente à visão.

5 É por isso que é possível reduzir, com Descartes, as diversas ciências matemáticas, distintas ontologicamente, segundo Aristóteles, à análise da ordem e da medida (AT, X, p. 378), uma vez que a maneira de codificar os objetos varia conforme o *olhar* atento do entendimento que se projeta sobre as coisas por meio da determinação do que é relevante na análise delas.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

Nessa perspectiva, a simplicidade do objeto matemático revela um descomprometimento com a experiência que não informa nada sobre a formação do símbolo matemático, mas, pelo contrário, a pressupõe. A abstração não é um processo de exclusão de certos aspectos ontológicos de um objeto sensível que permite reconhecimento de outro ser. Ou seja, a matemática não é derivada de uma exclusão dos aspectos sensíveis dos objetos que seria capaz de recuperar neles outro ser, formal e incorruptível porque relativo apenas à imagem corporal (sensível ou inteligível) de um ente material. Assim, o objeto da matemática (mais precisamente da aritmética e da geometria) é, como diz Descartes, *puro* e *simples*, porque ele não está subordinado à experiência para ser instanciado (AT, X, p. 365). Pelo contrário, graças ao objeto matemático é que se pode traçar uma leitura inteligível das coisas por meio apenas da análise da extensão que as compõem.

Diferentemente da tradição aristotélica, para qual havia uma incompatibilidade ontológica entre o físico e o matemático, o objeto matemático em Descartes revela uma adaptação do sensível ao crivo da matemática por meio da abstração das qualidades sensíveis dos objetos. Isto é, com Descartes, o sensível é reduzido a seu elemento mais simples, a saber, a extensão (AT, X, p.447) para que seja possível tratá-lo por meio de símbolos formais ou matemáticos que se referem apenas às relações de grandeza que determinam a estrutura quantitativa de um objeto.

O conceito de abstração é completamente subvertido por Descartes e ganha uma feição inédita na história da matemática. A matemática não é mais uma ciência abstrata porque trabalha com *os fantasmas* no sentido medieval ou com as *figuras* que delimitam o objeto sensível e são tomadas pelo intelecto como a imagem dos próprios objetos matemáticos. A figura não transcreve a imagem da individuação de termos matemáticos por meio da referência à diferença ontológica que marca a individualidade do ente material. Por conseguinte, para representar um objeto matemático simbolicamente não se faz mais necessário nem a imagem sensível do corpo material – da qual o intelecto, segundo a tradição aristotélica, retira apenas a quantidade e instancia a figura matemática – nem a imagem inteligível do corpo material, por meio da qual o intelecto considera a quantidade presente no objeto sensível. É o *espírito* ou o sujeito que arbitra sobre o símbolo matemático formal que designa em certo objeto ou numa relação entre objetos – independente da natureza do objeto em questão – a dimensão que lhe representa do ponto de vista da quantidade.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

O signo matemático na tradição aristotélica está intimamente ligado à imagem fornecida pelos sentidos, pois o processo abstrativo que lhe instancia se refere, de algum modo, à imagem sensível. Se o objeto matemático é na tradição aristotélica uma designação abstrata do objeto sensível, no sentido em que o signo representa o contorno que dá forma ao objeto sensível, só é possível aplicar esses símbolos de maneira precisa ao objeto sensível do qual aquele signo retira sua imagem. Mesmo quando aplicado à física os objetos matemáticos guardam uma inequívoca simetria com a forma sensível, como Aristóteles relata no estudo de feridas (*Analíticos Posteriores*, 78a) no corpo para as quais a explicação médica recorre à forma geométrica (à figura do círculo) porque a ferida tem uma forma circular. Nesse caso, o ente material e o objeto geométrico parecem vir de uma mesma estrutura material ou terem uma origem comum que faz com que mesmo que o objeto matemático possa ser aplicado a diferentes classes de objetos sensíveis (a circunferência, por exemplo, pode ser aplicada para descrever a figura do sol, da lua, da roda, das órbitas, etc.), ele não pode, contudo, se aplicar a objetos cuja figura sensível não corresponda às propriedades geométricas da figura matemática.

Com efeito, a proposta cartesiana se inscreve num processo pragmático e instrumental que toma o objeto matemático como uma forma de levar em consideração o objeto sensível enquanto quantidade, passível de ser medida e ordenada por qualquer figura ou unidade de medida. Por isso, o objeto matemático parece ser identificado com uma espécie de dimensão homogênea e formal que estabelece as condições para a mensurabilidade de um objeto ou de uma relação entre objetos. Parece-me que é essa noção de dimensão, como já havia bem observado Vuillemin (1987, p. 92-3), que compõe o elemento decisivo para a constituição da matemática cartesiana. O papel da imaginação sensível, que parece importante para a matemática grega, é extraviado, restando ao matemático, como mostra Schouls (2000, p.122-124), recorrer, no máximo, à imaginação inteligível ou ao poder do entendimento de conceber (nesse sentido: imaginar) diferentes formas de representar os objetos matemáticos que não precisam coincidir com a imagem sensível de algum ente material.

Acredito que o objeto matemático seja uma espécie de instrumento cuja natureza não está muito clara nas *Regulae*, mas que torna compreensível (inteligível) a relação entre os objetos sob a ótica da quantidade. Sem os objetos matemáticos não é possível compreender a diferença entre os objetos de forma quantitativa e, portanto, objetiva. Por isso é que se leva em conta a figura no que ela pode contribuir para calcular a diferença entre as proporções (AT, X, p. 450). Ela não é

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

uma imagem do objeto sensível, mas uma representação abstrata – porque forjada pelo entendimento puro (AT, X, p.449) – da diferença entre as proporções de uma grandeza extensional.

Nessa perspectiva, toda forma de fornecer a medida de um objeto ou da relação entre objetos é denominada *figura*. Esse caráter instrumental da figura dissolve seu tradicional comprometimento com as diversas imagens que são fornecidas pela percepção de um objeto sensível. Isso permite que se possa abstrair a diferença entre figuras de gêneros diferentes, que representariam dimensões distintas ontologicamente, para tratá-las como variações de uma mesma quantidade proporcional. A figura passa a ser um instrumento do cálculo, e não mais a imagem que compõe a figura dos objetos sensíveis. Por isso, escreve Descartes, pode-se abstrair as diferenças entre as próprias figuras matemáticas para guardar apenas a noção de linha reta como unidade de medida da extensão de um objeto:

> Para o nosso uso se deve considerar, dentre as figuras, apenas as superfícies retilíneas ou retangulares, ou então as linhas retas, que também chamamos de figura, pois não nos são menos úteis do que as superfícies para imaginar um objeto verdadeiramente extenso [...] (AT, X, p. 452).

Com Descartes, a abstração permite formar uma representação (figura) de uma quantidade (formal ou inscrita materialmente no objeto) que apresenta as relações matemáticas entre objetos. A abstração se aplica às diferenças entre as figuras matemáticas que derivariam, segundo a tradição aristotélica, da percepção de imagem de objetos distintos e impassíveis de serem postos numa mesma relação na medida em que acentua apenas seu caráter representacional das relações quantitativas entre os objetos. Assim, linhas, retângulos, superfícies denotam uma mesma extensão, encerrando um caráter pragmático e instrumental que representa a classificação de diferentes dimensões sob uma mesma base operacional conforme a proporção que elas designam. Nesse sentido, a figura matemática parece apontar para uma linguagem formal por meio da qual se pode apresentar ou representar a diferença entre grandezas em geral sem determinar para uma figura uma referência fixa, geralmente atrelada, na tradição antiga, à imagem sensível da qual ela supostamente derivaria[6].



6 É bem verdade que na escolástica tardia já circulava a tese de que a categoria de quantidade – na forma

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

A proposta cartesiana ganha feições ainda mais radicais quando põe em suspensão a distinção entre as figuras, inscritas em suas diferentes dimensões, linha, superfície e volume, permitindo reportar todas as figuras à análise da linha – tomada enquanto unidade –, segundo a ordem de suas relações. Nesse ponto, reside, aliás, o segredo do método no que diz respeito à reforma da matemática proposta nas *Regulae*:

> On doit savoir aussi, que les grandeurs continues au moyen d'une unité empruntée peuvent être parfois toutes ramenées à la multiplicité et toujours du moins en partie; qu'aussi la multiplicité des unités peut par après se disposer dans un tel ordre, que la difficulté, qui touche à la connaissance de la mesure, dépende à la fin de l'inspection de l'ordre seul, et qu'en ce progrès réside la plus grande aide de l'art (MARION, p. 70/AT, X, 452).

As figuras da geometria antiga representavam instâncias ontológicas diferentes umas das outras: superfície, volume, plano etc., ao passo que para Descartes elas não representam senão relações proporcionais de grandezas contínuas. A matemática é definida, para usarmos os termos de Gaukroger (1998, p. 98-9; VUILLEMIN, 1996, p. 139), como uma estrutura puramente operacional e relacional de quantidades. Aliás, nada é mais conforme as *Regulae*, que estão distantes de uma metafísica, que a preocupação em determinar os princípios pragmáticos que permitem a recuperação das diferenças quantitativas entre os objetos (OLIVEIRA ANDRADE, 2010). Essas diferenças estão inscritas no tipo de relações que os cálculos matemáticos lhes imputam. Por isso, as diferenças de grandezas (volume, área, linha, plano etc.), que criavam uma cisão ontológica entre objetos matemáticos para os gregos, se tornam mensuráveis por meio de uma disposição em ordem da multiplicação das linhas para cuja simbolização concorrem as equações (*La Géométrie*, AT, VI, p. 372-374 / ver também carta a Beeckman AT, X, p.154-157).

mesmo da extensão geométrica – era a forma correta de predicar a matéria (HATTAB, 2009). Se Descartes não é completamente inovador quanto a assimilação da matéria como extensão, ele inova ao transferir, por um lado, a homogeneidade da extensão para atenuar a diferença no tratamento da extensão interior da matemática (tradicionalmente dividida entre o estudo do contínuo e do descontínuo). Por outro lado, Descartes inova ao transferir a homogeneidade da extensão ao tratamento da física atenuando a diferença no tratamento das grandezas cinemáticas e dinâmicas no interior da física.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

Por consequência, a maneira de representar o objeto matemático estará subordinada às necessidades do cálculo, isto é, a forma de representar o objeto matemático é modificada conforme as demandas do cálculo no intuito de torná-lo mais fácil (*Regula XVI*). Tomando o objeto matemático como instrumento, não é mais necessário levar em consideração uma distinção radical – porque ontológica – entre geometria e aritmética. Graças ao caráter instrumental do objeto matemático, Descartes atenua a distinção entre geometria e aritmética, apresentando uma maneira, em certa medida, inédita de pensar (representar) o objeto matemático denominada álgebra. Pretendo mostrar agora como o conceito de abstração desempenha um papel central na constituição da álgebra.

**A matemática e a linguagem das linhas: o desenvolvimento da álgebra**

Jacob Klein (1968, p. 199) chamou atenção para o caráter simbólico da álgebra cartesiana em relação à matemática grega. Para ele, dois pontos caracterizavam a proposta cartesiana concernente à álgebra: 1) trata-se de uma teoria geral das proporções; 2) o objeto simbólico da álgebra pode se identificar com um objeto verdadeiramente físico. Enquanto a matemática antiga se identifica mais com os objetos para cuja visão concorre nossa percepção visual ordinária, a matemática cartesiana trabalha com um conceito de abstração que se afasta de uma cópia das imagens das coisas sensíveis para postular uma geração de símbolos que representam o cálculo geral das proporções (KLEIN, 1968, p. 202). Assim, a álgebra, por um lado, denota a capacidade de produzir símbolos que representam a relação entre diversas proporções e, por outro, denota uma possibilidade de descrever o real por meio de símbolos matemáticos, como no exemplo das curvas anaclásticas que podem descrever a refração da luz (*Regula VIII*).

De fato, acredito que Klein tenha razão ao apontar um caráter simbólico para a álgebra cartesiana como um diferencial que lhe delimita enquanto saber genuinamente moderno, sobretudo na comparação com a matemática antiga. Contudo, a tese de que o símbolo algébrico é obtido por uma *symbol-generating abstraction* (KLEIN, 1968, p. 205) não me parece muita clara, visto que ela não determina o modo pelo qual a abstração gera os símbolos algébricos. Assim, se Klein parece ter razão quanto ao caráter inédito do conceito cartesiano de abstração,

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

sobretudo em relação ao conceito grego (KLEIN, 1968, p. 202), ele não consegue definir como a abstração opera para instanciar as relações de proporções como objetos da álgebra (KLEIN, 1968, p. 206). Acredito que o modo pelo qual o entendimento ou a mente opera para instanciar os objetos da álgebra passa por um descomprometimento ontológico dos objetos da álgebra em relação à experiência.

A inédita notação cartesiana das relações geométricas por letras é efetivamente uma inovação técnica importante, mas que pressupõe um afastamento radical dos sentidos para um refúgio na *mente pura*. A crítica cartesiana à matemática grega passa, entre outras coisas, por uma forte censura para seu uso fatigante da imaginação:

> Car, en réalité il n'est rien de plus vain, que de s'occuper de nombres nus et de figures imaginaire, en sorte que paraître vouloir s'arrêter à la connaissance de telles niaiseries, et de s'appliquer tant à ces démonstrations superficielles, qu'on découvre plus souvent par la fortune que par l'art, et qui touche plutôt les yeux et l'imagination que l'entendement [...] (MARION, p. 13/AT, X, p. 375).

Essa passagem se reporta à recorrente crítica cartesiana da falta de método na matemática grega. Contudo gostaria de chamar atenção para a censura cartesiana à matemática grega por seu compromisso maior com os sentidos (olhos) e a imaginação do que propriamente com o *entendimento*. Esse compromisso termina por subordinar a matemática grega aos símbolos que, de algum modo, guardam uma relação com o conhecimento sensível. A álgebra dificilmente poderia surgir num contexto em que se acentua uma relação estreita entre o signo (índice) e o objeto denotado por ele. O signo é, na tradição aristotélica, a expressão precisa (uma cópia) do decalque que o intelecto realiza do objeto sensível. A simetria entre o signo e o objeto matemático não pode permitir uma linguagem matemática que não seja uma assimilação abstrata das coisas sensíveis.

O afastamento da dependência dos sentidos implica um enraizamento no entendimento da constituição e instanciação dos objetos matemáticos. Se não são dados aos olhos, os objetos matemáticos se reportam ao entendimento. Nas *Meditações*, uma importante passagem ajuda a fornecer de forma mais clara o que nas *Regulae* ainda não encontrou seu total desenvolvimento:

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

> Do mesmo modo, quando percebo que sou agora e me lembro de que fui algum tempo também anteriormente e quando me ocorrem vários pensamentos cujo número eu entendo, adquiro as ideias de duração e de número as quais posso transferir em seguida a quaisquer outras coisas (CASTILHO, 44/AT, VII, 39-40).

Nas *Meditações*, a ideia de número é adquirida sem nenhuma referência aos objetos dados na experiência. Ela encerra uma atividade puramente intelectual que se reporta à maneira como o pensamento se refere a si mesmo por meio da ordenação das *cogitationes*. O número é o índice do pensamento puro que se aplica ao mundo. Por isso, nas *Reguale*, ele é considerado uma *natureza simples comum*, visto que tanto se refere ao puro pensamento, no que diz respeito a sua constituição, quanto se aplica aos objetos dados na experiência sensível (AT, X, p. 419). Ocorre, desse modo, o inverso da tradição aristotélica, conforme a qual o número era uma abstração das coisas individualizadas na forma de uma unidade natural. O mesmo raciocínio cartesiano parece também configurar a compreensão dos objetos da geometria, visto que eles são, como os números, independentes da imaginação e dos sentidos, sendo, como no exemplo da "Sexta Meditação", perfeitamente concebível figuras matemáticas que não podem de modo algum se apresentarem à imaginação, como o quiliógono (AT, VII, p. 73-4).

O descomprometimento ontológico com a experiência sensível faz com que Descartes procure instanciar uma linguagem em que a imaginação, na qual se encontra o resíduo imagético das formas sensíveis, seja preterida no que tange ao desenvolvimento da matemática. Para constituir essa nova linguagem, Descartes toma uma postura radical que consiste na substituição da figura, sob a qual estava assentada a matemática grega, por objetos da aritmética. Essa, aliás, é a definição cartesiana da álgebra: "Et de nos jours fleurit un certain genre d'Arithmétique, qu'on nomme Algèbre, qui accomplit touchant les nombres ce que les Anciens faisaient touchant les figures" (MARION, p. 12/AT, X, p. 373).

A dificuldade da matemática antiga está, entre outras coisas, no uso abusivo de figuras que fatigam a imaginação e em alguns casos torna a matemática de tal maneira dependente da geometria que os problemas geométricos que envolviam raízes irracionais, por exemplo, permaneciam sem solução, pois nem poderiam ser apresentados numa experiência sensível, que no presente caso seria uma experiência visual (AT, VI, p. 17/*Discurso*, II), nem poderiam ser explicados em termos aritméticos, dada a distinção ontológica entre aritmética e geometria.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

O descomprometimento ontológico cartesiano com a experiência sensível e com o caráter abstrato do objeto matemático da tradição grega permite que se avente uma nova linguagem em que problemas geométricos clássicos possam receber um tratamento aritmético. A incompatibilidade ontológica entre geometria e aritmética é desfeita por Descartes, que passa a integrar num mesmo sistema matemático as relações de continuidade e descontinuidade. Nesse sistema, a unidade não se aplica mais apenas ao que é discreto, mas passa a denotar o contínuo. A geração de símbolos, à qual aparentemente Kelin fazia referência, é um processo em que se abstrai ou se suspende a diferença entre o contínuo e o discreto por meio de um ordenamento das diversas linhas da geometria sob a ótica das relações de proporções. O número passa a ter um duplo uso: "[...] ce qui arrive par le double usage de nombres, auquel nous avons auparavant touché, [...] les mêmes expliquent, tantôt l'ordre, tantôt la mesure" (MARION, p. 74/AT, X, p. 457).

A aplicação da aritmética à geometria se enraíza na tese fundamental de que os diversos objetos geométricos, que para os gregos não se relacionavam entre si, por pertencerem a classes distintas de seres abstratos, passam a comungar de uma unidade comum, fruto da transformação da linha em unidade aritmética. Ou seja, Descartes opera, para usarmos emprestadas as precisas palavras de Boyer (1949, p. 167) ao comentar a álgebra moderna, uma *geometria das linhas* em que as diferentes figuras são relacionadas proporcionalmente em razão de uma mesma unidade de medida. Nesse ponto, a seguinte passagem das *Regulae* me parece decisiva:

> On doit savoir aussi, que les grandeurs continues au moyen d'une unité empruntée peuvent être parfois toutes ramenées à la multiplicité et toujours du moins en partie; qu'aussi la multiplicité des unités peut par après se disposer dans un tel ordre, que la difficulté, qui touche à la connaissance de la mesure, dépende à la fin de l'inspection de l'ordre seul, et qu'en ce progrès réside la plus grande aide de l'art (MARION, p. 70/AT, X, 452).

O exame da medida pela ordem, proposto por Descartes nessa passagem, é o coração da produção de símbolos por um processo de abstração. Descartes instancia a diferença entre as figuras na forma de uma notação absolutamente desacoplada da imagem da figura matemática porque é pragmaticamente mais operacional do ponto de vista do cálculo matemático. Os símbolos algébricos são denominados por letras que podem denotar qualquer número ou relação

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

entre objetos geométricos (*Regula XVI*). Desse modo, a produção de símbolos algébricos denota o processo de transformação das unidades geométricas em unidades aritméticas por meio da abstração ou suspensão da diferença entre as figuras matemáticas. Assim, a unidade passa a desempenhar o marco da diferença entre as figuras por meio da gradação da ordem proporcional em que aquelas figuras se encontram numa série.

> Mais enfin, après de nombreuses expériences j'ai compris, que je n'avais jamais rien trouvé par cette manière de concevoir, que je n'eusse pu reconnaître beaucoup plus aisément et plus distinctement sans elle; et qu'il fallait entièrment rejeter les noms de ce genre, de crainte qu'ils ne trouble <notre> conception, parce que la même grandeur, bien qu'on appelle cube ou bi-carré, ne doit jamais pourtant être proposée à l'imagination autrement que comme ligne ou une surface suivant les règles précédente (MARION, p. 74/AT, X, p. 456-7).

A unidade não é sinônimo de número. Ela designa também grandezas contínuas por meio da escolha da linha como unidade algébrica do cálculo da relação entre as figuras. Isso é possível porque a abstração ou suspensão opera uma separação das características das figuras no tocante a sua espacialidade (refiro-me aqui à divisão clássica entre volume, superfície e ponto), instanciando as relações proporcionais, como a variável algébrica, para determinar e construir as figuras. Assim, as figuras deixam de ser espelhos das imagens dos objetos sensíveis para serem definidas no interior de suas relações, as quais são instanciadas pelo entendimento na forma de uma linguagem própria chamada álgebra.

O entendimento tem uma capacidade de instituir dimensões que designam formas de calcular a quantidade de um objeto ou da relação entre objetos por meio da abstração de aspectos inerentes aos objetos formais ou materiais. Essas dimensões, por seu turno, permitem uma quantificação irrestrita de qualquer objeto ou relação entre objetos: "par dimension nous n'entendons rien d'autre que le mode et la raison, selon laquelle on considère que quelque sujet est mesurable [...]" (MARION, p. 67/AT, X, p. 447). Por isso, Descartes pode instanciar o objeto algébrico como a relação entre as grandezas que variam conforme uma dimensão predeterminada, que podem ser a linha, o ponto ou mesmo uma superfície (AT, X, p. 453-454). A álgebra é uma linguagem abstrata porque tudo que ela toca se torna forma e quantidade.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

## Conclusão: a álgebra sem ontologia

Descartes sempre se mostrou reticente quanto à proposta da matemática grega de condicionar as diversas matemáticas à imagem dos objetos sensíveis a que elas se reportavam. Seus motivos oscilavam, por um lado, entre questões práticas – a dificuldade do uso de figuras nas demonstrações matemáticas que oneravam a imaginação, dando margem ao erro – e, por outro, entre questões ontológicas – os objetos da matemática não designavam necessariamente objetos sensíveis distintos, senão expressões de uma mesma quantidade ou extensão. A análise desses dois pontos foi desenvolvida neste artigo para provar que o caráter abstrato do objeto matemático cartesiano não tem nenhuma relação com o aventado pela escolástica tardia. Esse caráter abstrato do objeto matemático cartesiano denota uma capacidade do intelecto de instanciar dimensões como unidades algébricas que configuram e determinam o cálculo das relações entre proporções e dimensões matemáticas. Com Descartes, a equação algébrica atenua a dependência que a matemática tinha da imaginação e realiza, o que talvez tenha sido o grande sonho cartesiano, a autonomia da razão face aos inconvenientes da experiência sensível. Agora, acho que é possível entender por que na obra *La Géométrie*, que é um livro em certo sentido de álgebra, se encontra, segundo o próprio Descartes, o melhor exemplo de seu método. Nela é possível mostrar, por meio da álgebra, a autonomia da razão face aos sentidos.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

*RESUMO*

*No presente artigo defenderei primeiramente que para Descartes – diferentemente da tradição aristotélica – a abstração não é uma operação do intelecto que constitui objeto matemático por meio do recurso ao objeto sensível. Em seguida, vou mostrar que na filosofia cartesiana o entendimento tem a capacidade de instanciar – inscrita no processo de abstração – símbolos matemáticos que representam a relação entre grandezas, sejam elas contínuas ou discretas. Por fim, defenderei que a falta de compromisso ontológico da filosofia da matemática cartesiana com a experiência sensível permite a criação de uma linguagem matemática que se refere aos objetos da geometria e aritmética por meio de um mesmo sistema de regras e notações, a saber, a álgebra.*

**Palavras chaves:** álgebra, Descartes, abstração, Aristóteles e matemática

*ABSTRACT*

*In this essay I will defend three points, the first being that Descartes- unlike the aristotelian traditon- maintained that abstraction is not a operation in which the intellect builds the mathematical object resorting to sensible objects. Secondly I will demonstrate that, according to cartesian philosophy, the faculty of understanding has the ability to instatiate- within the process of abstraction- mathematical symbols that represent the relation between quantities, whether magnitude or multitude.And finally I will advocate that the lack of onthological commitment with sensible experience found in cartesian philosophy of mathematics allows for the creation of a mathematical language that regards the objects of geometry and arithmetics through a system of rules and notations, in other words, algebra.*

**Keys Words:** Aristotle, Descartes, abstraction, mathematic, algebra

## *Referências Bibliografia*

### Textos clássicos

AQUINO, Tomás. Somme théologique. Tome 1. Trad. Roguet, A.-M. Paris, Édition du Cerf. 1990.

AQUINO, Tomás. **Comentário sobre o Da trindade de Boécio**. Trad. Introdução e notas Carlos Arthur R. Do Nascimento. São Paulo : UNESP, 1998.

ARISTOTLES. **The complete works of Aristotle**. Ed. Jonathan Barnes. USA : Princeton University Press, 1995.

ARISTOTLE. **Metaphysics**. Trad. and coment. ARMSTRONG, G.C. and TRENDENNICK, H. USA: Hardcover, 1947.

DESCARTES, R. **Œuvres de Descartes**. ADAM, C. et TANNERY, P. 12v. 2ed. Paris: Vrin, 1986.

DESCARTES, R. **Méditations Métaphysiques**. Trad. et commentaire BEYSSADE, Michel. Paris: Librairie Générale Française, 1990.

CLAVIUS. **Extraits des prolégomènes aux disciplines mathématiques**. Trad. Michelle Beyssade. M. In Descartes et les mathématiques au collège ; sur une lecture possible de J-P Camus. Ed. Rodis-Lewis, G. *Descartes et sa méthode*, Paris: PUF. 1987.

DESCARTES, R. **Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité**. Traduction et notes: COSTABEL P. e MARION J.L. Netherlands (La Haye): Martinus Nijhoff, 1977.

COSTABEL, G. e MARION, J.-L. **Index Regulae ad Directionem Ingenii de Descartes**. Rome: Edzioni d'ell Ateneo, 1976.

EUCLIDES. **The thirteen books of Euclid's Elements**. Trad. Heath, T. 3v. Chicago: Britannica, 1956.

SUAREZ, F. **Disputatio metaphysica**. http://homepage.ruhr-uni-bochum.de/Michael.Renemann/suarez/

## Outros autores

ANGIONI, L. **As noções aristotélicas de substância e essência**. Campinas: Ed. Unicamp, 2008.

ANNAS, j. **Aristotle's Metaphysics M and N.** Translated with introductory essay and philosophical commentary, Oxford: Clarendon Aristotle Series, 1976. (1987).

ANDRADE M. OLIVEIRA, É. A construção da Regra IV das Regras para Direção do Espírito sob uma perspectiva da *mathesis universalis*. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência** (UNICAMP), v. 17, p. 31-56, 2007.

ANDRADE M. De OLIVERIA, É. A intuição vazia: a ontologia do objeto matemático nas *Regulae ad Directionem Ingenii*. **Analytica** (UFRJ), v.12 n.2, 2008, p.163-197.

OLIVERIA, ANDRADE M. É. *La génèse de la méthode cartésienne : la contruction de la rédaction de la quatrième de Règles pour la direction de l'esprit*. **Dialogue : Canadian philosophical association**. Cambridge, V. 49, Issue 2, p.173-198, 2010.

BARNES, John. *Metaphysics*. In **The Cambridge Companion to Aristotle**. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

ANALYTICA
volume 15
número 1
2011

BOYER, C. B. **The history of the calculus and its conceptual development.** USA: Dover, 1949.

CATTENEI, E. **Entes matemáticos e metafísica.** São Paulo: Loyla, 2005.

CHERNNIS, R. *The philosophical economy of the theory ofideas*. **Americam Journal of Philology**. 57, 1936.

CLEARY, John J. **Aristotle & Mahtematics // Aporectci Methods in Cosmology & Metaphysics**. Leiden; New York ; Köln : Brill. Ed. Brill, Leiden, The Netherlands, 1995.

GAUKROGER, Stephen.**The nature of abstract reasoning: philosophical aspects of Descartes' work in algebra**. In The Cambridge Companion to Descartes. Ed. John Cottingham. USA: Cambridge University Press, 1998.

GUERRERO, M. K. *O processo de abstração e o fundamento real dos universais em São Tomás de Aquino*. In **Revista Índice**.V.1 n.01, 2009 (p.77-94).

HATTAB, H. **Descartes on forms and mechanism**. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

KLEIN, Jacob. **Greek Mathematics and the Origin of Algebra**. Cambridge: Mass & London, 1968.

KOBAYASHI, Michio. **La philosophie naturelle de Descartes**. Paris: Vrin. 1993.

JULLIEN, Vincent. **Descartes la Géométrie de 1637**. Paris : PUF, 1996.

LANDIN, R. **Os universais segundo a teoria tomista da abstração**. Rio de Janeiro: Analytica, v. 12, n. 2, 2008 (p.11-33)

MANCOSU, P. Descartes e a matemática. In **Descartes** (org. Brouchton, J. e Carriero, J. 2008). trad. Lia Levy e Ethe Rocha. Porto Alegre: Penso, p.113-131, 2011.

MARION, Jean-Luc. **Sur l'Ontologie Grise de Descartes**. Paris: Vrin, 2000.

NORMORE, C. G. *Descartes e a metafísica da extensão*. In **Descartes** (org. Brouchton, J. e Carriero, J. 2008). trad. Lia Levy e Ethe Rocha. Porto Alegre: Penso: p.267-282, 2011.

ROBIN, **L. La théorie platonicienne des idées et des nombres, d'après Aristote.** Paris: PUF, 1997**.**

SCHOULS, P. **Descartes and the possibility of science**. USA: Cornell University Press, 2000.

SEPPER, Dennis**. Descartes's Imaginatio: Proportion, Images, and the activity of Thinking**. Berkeley and Los Angeles: Univerty California Press, 1996.

VUILLEMIN, Julles. **Mathématiques et Métaphysique chez Descartes**. Paris: PUF, 1996.



Recebido em 07/2011
Aprovado em 11/2011