

*Educația matematicii*

**CE ESTE MATEMATICA**

**Ghidul școlar al înțelegerii  
conceptuale a matematicii**

**Cătălin Bărboianu**

**INFAROM  
PhilScience Press**

**Târgu Jiu, 2020**

**INFAROM – PhilScience Press**  
*Educația matematicii*  
[office@infarom.ro](mailto:office@infarom.ro)  
<http://www.infarom.ro>  
<http://www.press.philscience.org>

**ISBN 978-973-1991-99-3**

Editura: **INFAROM**  
Imprint: **PhilScience Press**  
Autor: **Dr. Cătălin Bărboianu**  
Imagine copertă: © Can Stock Photo / ekaart

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**BĂRBOIANU, CĂTĂLIN**

**Ce este matematica : ghidul școlar al înțelegerii**  
**conceptuale a matematicii / Cătălin Bărboianu. -**

Targu Jiu : Infarom, 2020

Conține bibliografie

ISBN 978-973-1991-99-3

**Copyright © INFAROM 2020**

Această lucrare este supusă copyright-ului. Toate drepturile sunt rezervate editurii INFAROM, atât în ceea ce privește întregul material, cât și părți ale acestuia, în special drepturile de traducere, rețipărire, citare, înregistrare audio, copiere pe microfilm sau pe orice alt suport, precum și depozitarea în bănci de date.

Reproducerea acestei publicații sau a părților acesteia este permisă numai sub prevederile legilor privind drepturile de autor, cu aprobarea expresă a editurii INFAROM.

*Oamenii nu cred că matematica este simplă  
pentru că nu realizează cât de complicată este viața.*

John von Neumann

*Nu te îngrijora prea tare de dificultățile tale cu matematica;  
te asigur că ale mele sunt și mai mari.*

Albert Einstein

*Dedic această carte fiului meu, Alexandru, căruia i-am vorbit  
despre matematică în perioada în care încă nu luase contact cu  
formalismul și simbolismul matematicii. Sunt sigur că, astfel,  
eventualul “șoc” al acestui contact va fi cel puțin atenuat.*



## Cuprins

Prefață .....	7
Introducere .....	15
“Matematica este ...” .....	23
<b>1. Conceptele primare ale matematicii</b> .....	27
<b>1.1 Ce este numărul?</b> .....	33
1.1.1 Numere ordinale și cardinale .....	35
1.1.2 Axiomatizarea numerelor și aritmeticii .....	38
1.1.2.1 Axiomatizarea aritmetică .....	39
1.1.2.2 Axiomatizarea logică .....	52
1.1.3 Numerele există? .....	62
1.1.4 De la numere naturale la numere întregi, raționale, reale și complexe .....	67
1.1.4.1 De la numere naturale la numere întregi .....	72
1.1.4.2 De la numere întregi la numere raționale .....	76
1.1.4.3 De la numere raționale la numere reale .....	80
1.1.4.3.1 “Tăieturile” lui Dedekind .....	81
1.1.4.4 De la numere reale la numere complexe .....	86
<b>1.2 Ce este mulțimea?</b> .....	96
1.2.1 Natura logică și natura matematică a mulțimii .....	97
1.2.2 Există mulțimi de orice? .....	102
1.2.3 Clasă și mulțime .....	109
1.2.4 Teorii ale mulțimilor, infinitate, paradoxuri .....	114
1.2.4.1 Teoria Cantoriană a mulțimilor .....	116
1.2.4.1.1 Paradoxurile Burali-Forti și Russell .....	120
1.2.4.2 Teorii axiomatizate ale mulțimilor .....	126
1.2.4.2.1 Teoria simplă a tipurilor .....	126
1.2.4.2.2 Teoria lui Zermelo .....	130
1.2.4.2.3 Teoriile Zermelo-Fraenkel .....	132
<b>2. Metodele matematicii</b> .....	143
2.1 Metoda auto-referinței și auto-aplicării .....	143
2.2 Metoda abstractizării, generalizării și extensiei .....	146
2.3 Metoda axiomatică .....	157
2.4 Metoda demonstrației .....	159
<b>3. Limbajul matematicii</b> .....	165
3.1 Definiția .....	169
3.1.1 Criterii de validitate a unei definiții .....	170

3.1.2 Rolurile definiției .....	175
3.2 Propozițiile matematicii – axiomă, leamnă, teoremă, corolar, consecință, conjectură .....	179
3.2.1 Incompletitudinea matematicii .....	187
<b>4. Simbolismul matematicii</b> .....	197
4.1 Citirea conceptuală a expresiilor simbolice .....	203
<b>5. Structurile matematicii</b> .....	215
5.1 Structură clasică (set-teoretică) .....	215
5.1.1 Structuri echivalente .....	218
5.2 Structuri și tipuri de structuri matematice .....	224
5.2.1 Tipologia Bourbaki .....	226
<b>6. Rolurile matematicii</b> .....	235
6.1 Rolul reprezentational .....	236
6.2 Rolul semantic .....	238
6.3 Rolul descriptiv .....	240
6.4 Rolul constitutiv .....	241
6.5 Rolul inferențial .....	242
6.6 Rolul explicativ .....	243
6.6.1 Insecte, legile evoluției și matematica .....	246
6.7 Rolul predictiv .....	249
<b>7. Aplicarea și aplicabilitatea matematicii</b> .....	255
7.1 Ce este un model matematic .....	257
7.2 Caracterul inferențial al aplicării matematicii .....	264
7.3 Din “misterele” succesului matematicii aplicate .....	267
<b>8. Înțelegerea matematicii</b> .....	277
8.1 Probleme rezolvate prin abordare conceptuală .....	287
Încheiere .....	297
Bibliografie .....	303