CIRCULARITĂȚILE TEORIILOR FILOSOFICE CONTEMPORANE ASUPRA APLICABILITĂȚII MATEMATICII ÎN UNIVERSUL FIZIC

CĂTĂLIN BĂRBOIANU

Circularities in the Contemporary Philosophical Accounts of the Applicability of Mathematics in the Physical Universe. Contemporary philosophical accounts of the applicability of mathematics in physical sciences and the empirical world are based on formalized relations between the mathematical structures and the physical systems they are supposed to represent within the models. Such relations were constructed to both ensure an adequate representation and allow a justification of the validity of the mathematical models as means of scientific inference. This article puts in evidence the various circularities (logical, epistemic and of definition) that are present in these formal constructions and discusses them as an argument for the alternative semantic and propositional-structure accounts of the applicability of mathematics.

Keywords: philosophy of mathematics; applicability of mathematics; mathematical entities; mapping accounts; semantic accounts; circular definition; epistemic circularity; Frege; formal language; second-order logic; first-order logic; contingent truth; isomorphisms.

I. INTRODUCERE

I.I. TEORIILE CONTEMPORANE ASUPRA APLICABILITĂȚII MATEMATICII

Până în anii 1990, filosofia matematicii s-a orientat mai mult spre matematica pură, în special spre aspectele ontologice ale obiectelor şi structurilor matematice, generând dualitatea nominalism–platonism la care orice teorie contemporană încă se raportează, şi oferind un rol central aşa-ziselor „argumente de indispensabilitate”[1], precum şi pe aspectele de creație a matematicii, generând curentele filosofice tradiționale de logicism, formalism şi intuiționism. Excepția notabilă care a îndreptat interesul spre *aplicabilitatea* matematicii în universul fizic a fost teoria lui Frege de la sfârşitul secolului al XIX-lea, care, deşi centrată în jurul noțiunii de număr, dar generalizabilă la obiectele şi structurile matematice în diversitatea lor, a surprins problemele esențiale ale filosofiei aplicabilității. Filosofi contemporani – printre care Mark Steiner – au declarat ca rezolvate de către Frege o parte dintre

[1] Argumentul Quine-Putnam, dezvoltat în diferite forme în lucrări mai recente (vezi [Baker, 2009]).

problemele filosofiei aplicabilității, iar alții (C. Pincock, O. Bueno, M. Colyvan) au dezvoltat teorii mai recente, care au la bază unele principii primare ale teoriei lui Frege.

Problemele de bază ale filosofiei aplicabilității matematicii se grupează în jurul problemei metafizice centrale de a realiza o conexiune/relație optimă între structurile abstracte matematice şi sistemele fizice ale universului empiric, care să realizeze – pe de o parte – o *reprezentare* adecvată a sistemului fizic în cadrul modelului matematic, astfel încât să obținem o interpretare semantică riguroasă a propozițiilor mixte cu termeni fizici şi matematici, precum şi a adevărului contingent al acestora, iar pe de altă parte, să justifice rațional şi să ofere un „certificat" de validitate pentru aplicarea matematicii pure în universul empiric, în sensul în care ea este aplicată în mod curent de către matematician. Această nevoie de justificare rațională a aplicării derivă din însăşi natura actului de modelare matematică, în care matematicianul interpretează în termenii sistemului fizic modelat rezultatele matematice derivate, cu o eficacitate şi acuratețe uimitoare, confirmate pe deplin de-a lungul istoriei ştiinței. Această eficacitate generală, nejustificată satisfăcător până în prezent de nicio teorie filosofică asupra aplicabilității, sintetizată de fizicianul Eugene Wigner prin celebra sintagmă „*eficacitatea irațională a matematicii*"[2] [Wigner, 1960], a orientat atenția filosofilor către *natura* relației care conectează structurile abstracte cu cele fizice, în ideea că simpla reprezentare – chiar de natură matematică – nu este suficientă pentru a explica succesul aplicării matematice în ştiințele fizice şi că matematica trebuie să reprezinte universul fizic *în modul potrivit* pentru a ajunge la justificarea propusă. M. Steiner – care declarase soluțiile lui Frege privind aplicabilitatea semantică a matematicii şi relația conceptuală de tip intern dintre obiectul fizic şi cel matematic drept complete şi necriticabile – a admis totuşi drept deschisă şi nerezolvată întrebarea retorică

> *Cum* reuşeşte matematicianul – procedând mai degrabă ca un artist decât ca un explorator – ca, întorcând spatele naturii, să ajungă la cele mai potrivite descrieri ale sale?"[3] [Steiner, 1995]

care sintetizează una dintre marile probleme rămase nerezolvate ale filosofiei aplicabilității, anume *justificarea* inferenței prin modele matematice.

Teoriile contemporane mai recente (ale lui C. Pincock şi O. Bueno & M. Colyvan), urmărind scopul justificării aplicabilității prin aprofundarea naturii şi proprietăților relației dintre structurile matematice şi universul fizic, au dezvoltat sisteme formale pentru reprezentarea şi descrierea acestei relații, tot *în context matematic*, ca o premisă considerată indispensabilă justificării raționale. În cadrul acestor sisteme formale, s-a urmărit inclusiv funcția *explicativă* a modelului matematic, iar implicarea explicației a generat noi dezbateri privind balanța dintre

[2] În textul original, „*the unreasonable effectiveness of mathematics*".
[3] În traducere din engleză; sublinierea îmi aparține.

rolul explicativ şi cel de reprezentare a matematicii în descrierea fenomenelor fizice, precum şi asupra criteriilor care califică o explicație drept *pur* matematică.

O clasificare primară – aparținând lui Pincock – a teoriilor contemporane asupra aplicabilității matematice bazate pe relația dintre structurile matematice şi cele fizice are la bază criteriul acceptării propozițiilor mixte. În acest sens, se disting două tipuri de teorii, care vor fi tratate în continuare în legătură cu tema articolului, anume teoriile bazate pe o relație internă şi cele bazate pe o relație externă, ultimele denumite şi teorii structurale [Pincock, 2004].

Scopul acestui articol nu este de a discuta slăbiciunile acestor teorii în raport cu scopul pe care şi-l propun, şi implicit a sugera alternative constructive formale, ci de a pune în evidență *circularitățile* prezente în construcțiile lor. Deşi voi discuta aspecte ale malignității/benignității circularităților în contextul specific al teoriilor respective, nu le voi eticheta cu unul dintre cele două atribute, argumentând aceasta (în secțiunea următoare) prin inexistența unor criterii obiective universal valabile necesare unui astfel de demers. În schimb, existența circularităților reprezintă un argument în plus – aşa cum voi arăta în acest articol – pentru reconsiderarea teoriilor de tip semantic (inițiat şi dezvoltat parțial de Frege) şi de structuri propoziționale (nedezvoltat încă) ca alternative necirculare.

I.II. CIRCULARITĂȚI EPISTEMICE, LOGICE ŞI DE DEFINIȚIE. MALIGNITATE.

În literatură, circularitățile argumentative sunt clasificate în epistemice şi logice, definițiile ambelor tipuri implicând conceptele de argumentație şi adevăr. Circularitatea epistemică (CE) implică şi conceptul de *credibilitate* a unei surse şi de *credință* în adevărul derivat prin argumentație, înglobând astfel o componentă antropocentrică[4]. Se pun în evidență două tipuri de circularitate epistemică – unul în care credința agentului în una dintre premisele argumentației depinde de sursă şi altul în care actul de inferență a concluziei este o instanță a dependenței de sursă. Un exemplu clasic al celui de-al doilea tip de circularitate epistemică – tip pe care îl voi numi *circularitate metodologică* – este argumentația inductivă asupra validității inducției.

Circularitatea logică relevă o oarecare analogie structurală cu circularitatea epistemică. Distincția principală între cele două tipuri constă în angajarea conceptului de credibilitate a premisei pentru circularitatea epistemică. Circularitatea logică vizează doar argumentația în sine ca derivare logică, generând chiar un adevăr logic general cu premise posibil false (propoziția $p \rightarrow p$ este adevărată logic, dar nu demonstrează p), pe când cea epistemică vizează atât argumentația, cât şi premisele sale, adevărul derivat fiind dependent de credibilitatea premiselor şi necesar pentru a „garanta” o premisă.

O problemă filosofică importantă a circularităților rămâne malignitatea/ benignitatea acestora, gradul de malignitate (în cazul în care acesta există) şi

[4] Pentru o caracterizare completă a circularității epistemice, vezi [Alston, 1986].

criteriile care califică o circularitate cu unul dintre cele două atribute (dacă acestea există), cu alte cuvinte răspunsul complet la întrebarea „Este circularitatea ceva rău în ştiinţă?”. Nu voi insista asupra acestor probleme generale, ci mă voi limita doar la a menţiona că tendinţa generală este de a nu caracteriza circularităţile epistemice drept maligne în sinea lor – împotriva aparenţelor –, dar şi în efectul lor, şi de a caracteriza circularităţile logice drept maligne.

În sensul definiţiei malignităţii CE dată de Bergmann [2004], conform căreia CE este malignă dacă împiedică justificarea credinţelor „infectate” cu CE (definiţie adoptată în teoriile contemporane), primii proponenţi ai benignităţii au fost reliabiliştii, ca fiind nevoiţi să accepte argumentele de tip *track-record*, teză confirmată şi de Alston [1993]. Bergmann propune o contextualizare a CE, identificând contexturi şi categorii largi de CE malignă *în sinea ei*, argumentând că pentru restul categoriilor – reprezentând marea majoritate – CE este benignă. Argumentul său în favoarea benignităţii pleacă de la teza fundamentalistă că există credinţe justificate non-inferenţial, iar principiul de bază este că acel care acceptă această teză trebuie să accepte faptul că argumentele de tip track-record nu sunt „ceva rău”[5]. Teza sa este susţinută şi de principiul primar Reidian că facultăţile umane sunt credibile, iar această credinţă este non-inferenţială, deci principiul primar este un autoadevăr contingent [Reid, 1969]. Bergmann identifică CE maligne în ceea ce el numeşte *context al sursei chestionate*[6], anume acel context în care agentul începe prin a se îndoi de credibilitatea sursei sale şi caută o altă opinie (independentă de percepţia sa) asupra acelei surse.

Alte abordari ale CE – pro benignitate – care merită a fi notate pe scurt sunt: cea a lui Goldman [2003], pentru care evaluarea argumentelor şi argumentaţiei trebuie făcută exclusiv epistemologic, şi nu sintactic (în spiritul tezei lui Sorenson [1991]), şi care arată că CE nu este formal vicioasă, dar este deschisă la obiecţii epistemologice, iar argumentele în favoarea benignităţii nu se aplică în cazul argumentaţiei interpersonale; cea a lui Brown [2004], care declară că trebuie să acceptăm argumentaţia CE dacă ea pleacă de la o postulare epistemică inevitabilă; cea a lui Alexander [2008], care neagă principiul primar de autosuport al argumentaţiei CE, pe motivul că acesta duce la consecinţa scepticistă în care suntem nevoiţi să respingem drept necredibile toate sursele, ca depinzând de nişte surse fundamentale pentru care nu putem avea credinţa justificată că acestea sunt credibile. Între proponenţii malignităţii CE se detaşează Fumerton, Vogel şi Cohen. Fumerton [1995] şi Vogel [2000] nu argumentează în favoarea malignităţii CE în sinea ei, ci o postulează, rezultatul fiind respingerea reliabilismului în baza principiului că nu putem obţine cunoaştere şi credinţe justificate prin CE. Cohen [2002] afirmă că orice teorie care nu admite următorul principiu (KR) permite o cunoaştere *prea uşoară* asupra credibilităţii:

[5] Tot în sensul definiţiei malignităţii a lui Bergmann.
[6] În text original, „*questioned source context*”.

(KR) O sursă potențială de cunoaştere *K* poate genera cunoaştere pentru agentul *S* numai dacă *S* ştie că sursa *K* este credibilă[7].

Din această trecere în revistă se observă că cercetarea CE în privința malignității/benignității a fost limitată la procesul în sine de obținere a cunoaşterii specifice fiecărei teorii infectate cu CE, incluzând atât argumentele, cât şi argumentația, dar nu a aprofundat posibilitatea emiterii unor *criterii de decidabilitate* asupra malignității/benignității CE. Abordarea unei teorii a malignității CE trebuie să plece la întrebarea conceptuală: În ce sens trebuie să vedem malignitatea CE? Ca o proprietate internă care caracterizează circularitatea în sinea ei sau un potențial de a produce efecte în teoria din care face parte sau, mai mult, într-o stare mentală a omului de ştiință anterioară definitivării teoriei în lucru?

Acceptarea malignității CE în sensul definiției dată de Bergmann limitează tot ceea ce înseamnă *efect* al unei CE maligne strict la argumentația căreia îi aparține şi prin asta îngreunează demersul pentru un criteriu de decidabilitate. În mod semantic natural, ceva nu poate fi „rău” în sinea lui, ci numai raportat la efectele pe care le are într-un ansamblu sau sistem din care face parte sau cu care relaționează şi, mai mult, la scopurile acestui ansamblu sau sistem. Propunerea mea este de a externaliza definiția malignității CE înspre teoria din care face parte şi chiar înspre ansamblul teoriilor posibile *alternative* arondate aceluiaşi scop ştiințific concret. Pentru a putea aborda obiectiv problema decidabilității, este necesar să transferăm atributul de malignitate efectelor pe care CE le poate avea în cadrul teoriei (complete) care o include şi raportat la scopurile acesteia, dar şi la existența alternativelor neinfectate cu CE. Cu alte cuvinte, o CE nu va fi malignă în sinea ei, ci numai dacă produce efecte „negative” în cadrul teoriei din care face parte, iar malignitatea poate să nici nu fie apelată (ci doar evitată) dacă există alternative acceptabile neinfectate cu CE la teoria infectată, care să servească aceluiaşi scop[8]. Deoarece o astfel de direcție parțial utilitaristă va întări legătura dintre malignitatea/ benignitatea CE şi teoria concretă căreia îi aparține, decidabilitatea va căpăta un caracter relativ care va transcede tipurile generale de CE ca obiecte de sine stătătoare, astfel că este de presupus că nu vor exista criterii de decidabilitate *universal valabile*. Această presupunere este susținută şi de caracterul antropocentric al CE, aşa cum este ea definită, prin noțiunile de credință, credibilitate şi argumentație, specifice unui agent rațional, precum şi ca parte a unui proces rațional complex care creează o teorie, specific de asemenea minții umane. Dacă

[7] Teoriile care nu admit KR permit ca o sursă a unei credințe să poată genera cunoaştere înainte ca agentul să ştie că acea sursă e credibilă, denumită *cunoaştere primară*; aceste teorii apelează la cunoaşterea primară pentru a justifica credibilitatea surselor, iar în obținerea acestei cunoaşteri a credibilității, argumentul este infectat cu CE; problema ridicată de Cohen este că în acest mod cunoaşterea este obținută prea uşor.

[8] Formal, dacă pentru o teorie infectată cu CE există o (teorie) alternativă neinfectată servind aceluiaşi scop, iar cele două teorii nu sunt în rest comparabile prin alte obiecții, vom alege drept „mai bună” teoria neinfectată. În acest sens, CE poate fi văzută ca „malignă” relativ la teoria din care face parte.

acceptăm lipsa universalităţii criteriilor de decidabilitate (în cazul în care acestea există), principiile expuse mai sus pot fi cel mai bine verificate şi dezvoltate în situaţii concrete ale practicii ştiinţifice, iar problema aplicabilităţii matematicii în universul fizic este o situaţie relevantă pentru acest demers, aşa cum vom arăta în secţiunile următoare, unde voi face referire la aspectele „malignităţii" circularităţilor puse în evidenţă, în lumina acestor principii.

Conceptul de malignitate a unei definiţii circulare este exprimat tradiţional prin termenul de *nelegitimitate* a definiţiei, ceea ce sugerează semantic faptul că eventualele criterii de decidabilitate (dacă există) vor viza mai mult ceea ce ţine de construcţia în sine a definiţiei şi mai puţin de efectele sale în cadrul unei teorii, deoarece efectele sunt strict legate de funcţia definiţiei. În teoriile tradiţionale asupra definiţiei sunt postulate două criterii intuitive prin care se stabileşte inclusiv o legitimitate *internă* a unei definiţii, anume *conservarea* (definiţia nu trebuie să permită stipularea de *noi* cunoştinţe prin ea însăşi) şi *utilizarea* (definiţia trebuie să fixeze utilizarea termenului definit şi să fie singurul mijloc de ghidare a acestei utilizări; cu alte cuvinte, trebuie să fixeze înţelesul *definiendum*-ului). În baza acestor intuiţii a fost dezvoltată o teorie a definiţiei bazată pe trei principii: 1) definiţiile sunt identităţi generalizate, 2) structura lor este propoziţională şi 3) principiul reducerii: orice formulă conţinând termenul definit (în limbajul extins) se poate reduce la o formulă în limbajul de bază. Principiul reducerii împreună cu principiul propoziţional duc la o versiune mai puternică a criteriului de utilizare, numit criteriul de *eliminare*: definiţia trebuie să reducă fiecare formulă care conţine termenul definit în limbajul extins la o formulă în limbajul de bază (fără termenul definit), care reprezintă teza distinctivă a teoriei tradiţionale.

Criteriile de conservare şi eliminare, exprimabile formal sintactic şi semantic în termeni de teoria modelelor [Urbaniak & Hämäri, 2012], nu reprezintă proprietăţi absolute ale unei definiţii legitime, deoarece satisfacerea lor este relativă la limbajul de bază. Teoria tradiţională nu impune pentru legitimitatea unei definiţii o anumită formă structural-sintactică, ci trei cerinţe, două logic canonice şi una criterială: i) *definiendum*-ul să conţină termenul de definit; ii) *definiendum*-ul şi *definiens* să aparţină aceleiaşi categorii logice; iii) definiţia să satisfacă criteriile de conservare şi eliminare. În această formă, ansamblul celor trei cerinţe exprimă mai mult o definiţie generală a definiţiei şi mai puţin un criteriu de legitimitate/malignitate pentru definiţii criticabile (cum este cea circulară). Slăbind condiţiile de legitimitate, putem găsi definiţii circulare care oferă o oarecare ghidare în utilizarea termenului definit (vezi exemplul lui Gupta în [1988/1989]) şi, prin aceasta, au o valoare semantică, fiind şi valide logic. Mai mult, multe dintre definiţiile inductiv-recursive din matematică şi logică, aparent circulare, satisfac toate cerinţele teoriei tradiţionale, deoarece pot fi puse în formă *normală* [Moschovakis, 1974], ceea ce conferă legitimităţii definiţiei circulare o relativitate privitor la *tipul* de circularitate cu care este infectată.

Gupta [1988/1989] arată că definiţiile circulare nu respectă criteriul eliminării. Pe de altă parte, paralelismul dintre comportamentul conceptului de adevăr şi cel al conceptelor definite circular îi sugerează că, atâta timp cât adevărul este acceptat drept concept legitim, aşa trebuie să fie şi conceptele definite circular. Mergând pe acelaşi paralelism, Gupta şi Belnap [1993] dezvoltă o *teorie a revizuirii definițiilor*, în care o definiție circulară conferă termenului definit un înțeles *ipotetic*, iar valoarea semantică a acestuia este o *regulă de revizuire* (spre deosebire de termenul definit printr-o definiție necirculară, în care valoarea semantică este o *regulă de aplicare*). Sub această teorie, pentru definițiile circulare, logica limbajului de bază nu este afectată, criteriul de conservare este respectat, însă criteriul de eliminare nu este respectat, chiar dacă criteriul – mai slab – de utilizare este respectat [Gupta şi Belnap, 1993].

În concluzie, calificarea definițiilor circulare drept nelegitime în raport cu criteriile teoriei tradiționale nu le conferă acestora un caracter *malign*, în sens extern (aşa cum l-am descris în cazul CE), ci le stabileşte apartenența la o clasă restrânsă definită prin proprietăți interne, printre care aceea de a nu respecta criteriul de eliminare. În plus, existența şi utilizarea definițiilor circulare în teorii stabile sugerează – ca şi în cazul CE – implicarea unui criteriu de *utilitate* externă (dacă acesta există)[9]. Pentru a răspunde la întrebarea dacă externalizarea conceptului de malignitate a definiției circulare este posibilă, trebuie – ca şi în cazul CE – să abordăm problema alternativei teoretice[10]. Revizuirea Gupta-Belnap a definiției circulare nu rezolvă problema alternativei externe, ci doar pe cea a semanticii, definiția revizuită continuând să nu respecte criteriul de eliminare.

În teoria tradițională sunt menționate tipuri de definiții nelegitime (printre care şi circulare) cărora li se recunoaşte o oarecare *valoare* raportată la funcția[11] pe care o îndeplinesc, iar această valoare este strict legată de *utilitate*. Evident, o posibilă alternativă externă a definiției circulare nu poate fi decât conceptuală şi las ca temă de cercetare problema externalizării conceptului şi criteriilor de malignitate pentru definițiile circulare, cu propunerea de a implica utilitatea şi alternativa în practica ştiințifică. Ca şi în cazul CE, dar cu o altă motivație, este de presupus că aceste criterii de decidabilitate – dacă există – nu vor fi universale, în primul rând datorită tipologiei destul de vaste a definițiilor[12]. În plus, chiar dacă definiția circulară are un caracter antropocentric general, acesta este mult limitat față de cazul CE, neexistând corelarea conceptuală agent-credibilitate în definirea circularității. Cercetarea ulterioară poate stabili dacă circularităților de tip CE sau definiție li se pot acorda atribute de malignitate, în sens netradițional, sau vor rămâne la statutul de obiect *criticabil* de cercetare ştiințifică. Dar însăşi acest statut curent ridică problema cel puțin a *alternativei* teoretice, care trebuie astfel corelată cu circularitatea.

[9] Matematica pură abundă în definiții circulare, a căror circularitate este mai mult sau mai puțin vizibilă. Mă limitez la a menționa definițiile inductive, recursive, sistemele de definiții geometrice prin axiome interdependente şi conceptul de probabilitate matematică clasică, care are la bază conceptul primar de evenimente elementare *egal-posibile*.

[10] Este vorba nu de o alternativă a definiției infectate, ci de una procedurală în cadrul teoriei sau chiar de o teorie completă alternativă.

[11] Semantică, nominativă, stipulativă, descriptivă, explicativă etc.

[12] Reale, nominale, lexicografice, ostensive, stipulative, descriptive, explicative, implicite etc.

II. CIRCULARITATEA GENERICĂ

Ceea ce numesc circularitate generică este tipul de circularitate care apare în punerea problemei şi formularea scopului anterior creării teoriei, în cazul nostru găsirea unui mijloc logico-matematic prin care să *reprezentăm* şi să *justificăm* raţional aplicarea matematicii şi care să ofere o explicaţie pentru aşa-zisa „eficacitate iraţională a acesteia" [Wigner, 1960]. În această formulare, echivalentă în fond cu problema găsirii unui (meta)model matematic al modelării matematice, circularitatea terminologică este vizibilă la primul nivel şi este una epistemică, mai exact metodologică, aşa cum voi argumenta în continuare.

Cerinţa ca justificarea raţională a aplicabilităţii matematicii să fie făcută în context logico-matematic este una naturală şi totodată limitată de însuşi limitele raţiunii umane, deoarece analiza critică a unei metode de investigaţie ştiinţifică nu se poate face decât prin metode cel puţin de aceeaşi valoare şi precizie cu a celei analizate; această cerinţă este în fond elementul care generează circularitatea metodologică. Între cele două componente funcţionale ale modelului teoretic căutat – reprezentarea şi justificarea –, prima nu prezintă circularităţi epistemice *în sinea ei*, deşi un anumit tip constructiv de reprezentare în cadrul unei teorii specifice poate prezenta circularităţi mai mult sau mai puţin subtile de definiţie, aşa cum vom vedea în continuare. Componenta justificativă este cea purtătoare de CE. Prin metamodelul creat nu urmărim justificarea inferenţei mijlocită de un model matematic oarecare, anume aplicaţia matematică în sinea ei[13], ci utilizarea *generală* a unui model matematic în inferenţă, anume aplicabilitatea universală a matematicii la sistemele fizice. În teoriile contemporane asupra aplicabilităţii matematicii, această justificare se face prin stabilirea existenţei şi funcţionalităţii unei *relaţii* de un anume tip matematic, care realizează reprezentarea structurilor matematice în sistemele fizice, argumentele justificării fiind bazate pe natura şi proprietăţile acestei relaţii.

În termenii teoriei tradiţionale a CE, justificarea obţinută prin metamodelul creat reprezintă argumentarea faptului că aplicabilitatea matematicii este o sursă credibilă. Însă credibilitatea metamodelului creat se bazează direct pe credibilitatea sursei din concluzie (ca fiind tot un model matematic), ceea ce califică o astfel de argumentaţie drept circulară, mai exact o circularitate metodologică, ca vizând metoda de investigaţie. În ceea ce priveşte malignitatea unei astfel de circularităţi, în sensul lui Bergmann, rămâne deschisă discuţia dacă circularitatea este una în context al sursei chestionate sau nu. Deşi formularea standard a problemei nu exprimă o chestionare din partea agentului, o chestionare implicită poate fi considerată ca fiind înglobată în caracterul *generic* al circularităţii, idee care este confirmată

[13] Această justificare este făcută în cadrul matematicii pure, în faza de derivare, în termenii lui O. Bueno & M. Colyvan [2011].

dacă privim problema ca pe una general-teoretic-constructivă[14]. Nu voi insista asupra acestei încadrări de tip Bergmann, deoarece circularitatea generică are o generalizare imediată care transcede orice malignitate posibilă detectată în teorii particulare. Este vorba de întrebarea fundamentală dacă putem analiza sau critica rațiunea umană prin chiar această rațiune, aplicabilă însuşi scopului primar al filosofiei analitice şi al filosofiei critice în totalitatea lor, întrebare pusă, dar nerezolvată, de către mai toți marii filosofi clasici[15]. Astfel, dacă respingem teoria metamodelului matematic în baza circularității sale generice, ar trebui să respingem în baza aceluiaşi criteriu întreaga filosofie analitică şi critică, din care face parte însăşi problema metamodelului matematic. Această contradicție nu este însă un argument pro-benignitate, ci cel mult un principiu de rațiune practică. Evident, problema malignității circularității generice nu poate fi decisă nici în sensul malignității externe propus anterior, deoarece orice alternativă ar presupune utilizarea unui alt tip de rațiune în afara celei logico-matematice. În favoarea benignității circularității generice ca utilitate științifică merită menționat aici şi exemplul *metamatematicii*, drept ramură bine stabilită. Circularitatea generică se va manifesta şi prin alte tipuri de circularități la nivelul fiecărei teorii specifice asupra aplicabilității matematicii, aşa cum voi arăta în secțiunile următoare, pentru care un verdict posibil asupra malignității poate fi obținut prin aplicarea unor criterii de alternativă şi utilitate.

III. TEORIILE BAZATE PE O RELAȚIE INTERNĂ

Teoriile asupra aplicabilității matematicii în universul fizic au avut la origine viziunea logicistă a lui Frege asupra aritmeticii în particular, concentrată pe ideea de *număr* ca un concept-proprietate aplicată claselor de obiecte fizice, şi implicit nevoia de *interpretare* constantă a propozițiilor mixte în orice context, ca un pas indispensabil în abordarea *adevărului* acestor propoziții. Astfel, de la bun început[16], cercetarea a căpătat o puternică influență *semantică*, abandonată (oarecum inexplicabil) pe parcurs, în detrimentul formalizării relațiilor dintre structurile matematice şi cele fizice în context matematic.

[14] Problema găsirii unei teorii raționale care să justifice inferența prin modele matematice, privită ca demers filosofic general şi nu ca analiză a unei soluții (teorii) particulare, presupune atât analiza şi critica teoriilor existente, cât şi construcția alternativelor posibile. În acest context general, analiza are şi un caracter dubitativ raportată la agentul rațional, care poate implica o chestionare a unei anumite surse.

[15] Prin distincția făcută între rațiunea teoretică şi practică, Kant respinge scepticismul absolut constând în respingerea filosofiei critice în baza acestei circularități, dar distincția a lăsat loc în continuare unor probleme de circularitate privind definițiile descriptive interdependente ale celor două concepte.

[16] Începând cu opera lui Frege [1884].

Pentru a reprezenta aplicabilitatea, a fost nevoie de stabilirea unei relații între universul matematicii pure şi cel fizic, astfel încât propozițiile mixte să beneficieze nu numai de o semantică riguroasă, dar şi de o interpretare a adevărului lor contingent în baza adevărului necesar matematic. Teoriile care reprezintă subiectul acestei secțiuni au fost dezvoltate în baza principiului că o astfel de relație trebuie să fie de tip intern, în următorul sens: O *relație internă* care leagă un obiect *A* de alte obiecte este o relație în care *A trebuie* să se afle pentru a fi acel obiect particular *A*, adică relația internă este un criteriu de identitate[17]. Cel mai elocvent exemplu de relație internă este cea dintre o mulțime şi elementele sale.

Teoriile contemporane bazate pe o relație internă au la bază teoria lui Frege asupra conceptului (matematic) de număr, definit ca extensie a unui concept de nivelul doi care conține concepte de nivelul 1, care la rândul lor conțin obiecte *fizice*. Frege defineşte numerele naturale în termenii paradigmei de numărare[18], pornind de la ideea că numărul este aplicabil[19] unui concept şi nu unui obiect sau grup de obiecte fizice. Spre exemplu, numărul natural 2 este extensia care conține toate conceptele de nivelul 1 care cad sub incidența numărării a două obiecte. În esență, aceasta reprezintă definiția cardinalității în context matematic pur ca şi clasă de echivalență, care surprinde calitatea numărului şi nu cantitatea, dar este formulată în termeni conceptuali, care pot include şi obiecte ale universului fizic. Definiția fregeană a numărului se bazează pe conceptul de *echinumerozitate* şi sugerează (pentru prima dată) principiul că mulțimile (clasele) pot fi considerate ca având obiecte fizice drept elemente (membri).

Cu acest concept de număr, Frege rezolvă problema semantică a propozițiilor mixte în care apar numerale. Spre exemplu, în propoziția mixtă „Pe masă sunt 3 mere şi 4 pere, deci sunt 7 fructe”, numeralele, luate individual, numesc obiectele matematice „numărul 3”, „numărul 4”, „numărul 7”, dar logico-sintactic sunt predicate care caracterizează acele fructe. Această diferență statutară invalidează următoarea argumentație, specifică aplicării matematicii pure într-un context fizic: (1) $3 + 4 = 7$; (2) Pe masă sunt 3 mere; (3) Pe masă sunt 4 pere; (4) Niciun măr nu este pară; (5) Merele şi perele sunt singurele fructe de pe masă. (1) & (2) & (3) & (4) & (5) implică: (6) Pe masă sunt exact 7 fructe. Problema filosofică este de a găsi o interpretare a tuturor celor şase propoziții, care să explice validitatea argumentului, iar prin aceasta legătura cu aplicabilitatea matematicii devine evidentă. Frege a rezolvat această problemă semantică, iar soluția sa este independentă de logicismul său aplicat aritmeticii. În viziunea sa, cu conceptul de număr natural definit drept concept de nivelul 2, orice propoziție mixtă în aritmetică este de forma

[17] Termenul „relație internă” îi aparține lui C. Pincock [2004], fiind adaptat de la Bradley, Russell şi Moore.

[18] Numerele reale sunt definite de Frege în termenii paradigmei de *măsurare*. Construcția conceptuală este mult mai complicată decât în cazul numerelor naturale, dar este bazată tot pe o relație internă.

[19] În sens de predicat logic.

„Numărul de F-uri este m” ($NxFx = m$), unde F este conceptul de nivelul 1 (în exemplul anterior, fructe de un anumit fel), iar „este” reprezintă identitatea. Atribuirile numerice (m) sunt predicate, dar nu pentru obiectele fizice, ci pentru conceptul însuşi (F); astfel, atribuirea de predicate numerice este o atribuire de (cel puțin) ordinul doi. Formal, argumentul din exemplul anterior se bazează pe următoarea teoremă:

$$\forall F \forall G(NxFx = m \wedge NxGx = n \wedge \neg \exists x(Fx \wedge Gx) \rightarrow Nx(Fx \vee Gx) = m + n) \quad \text{(T)}$$

care exprimă o legătură între adunarea numerelor naturale şi reuniunea a două mulțimi disjuncte.

Pentru Frege, (T) este o teoremă de logică pură, deoarece obiectele m şi n sunt logice. Pentru a trece la aplicabilitate, următorul pas este particularizarea conceptelor F şi G în (T), în cazul exemplului considerat, *mere pe masă* şi *pere pe masă*. Deşi aceste concepte particularizate nu sunt matematice, rezultatul propoziției este logico-matematic, ceea ce, în cazul demonstrării teoremei, duce la un adevăr *necesar*. Această particularizare conceptuală este de fapt procesul esențial care, în virtutea definiției numărului ca extensie a clasei conceptelor care cad sub incidența sa, realizează aplicarea *semantică* a aritmeticii prin propoziții mixte. Pornind de la conceptul de număr, Frege ajunge să rezolve problema semantică a propozițiilor mixte (nu neapărat limitate la aritmetică) şi implicit la o soluție privind *reprezentarea* aplicabilității matematicii în baza unei relații interne (căderea sub incidența conceptului) care totodată este de natură semantică. Astfel, în viziunea sa logicist-platonistă, entitățile matematice nu sunt în relație directă cu universul fizic, ci cu concepte, iar conceptele sunt aplicabile universului fizic în mod semantic. Este o soluție care pare să rezolve inclusiv problema metafizică centrală a aplicabilității matematicii, anume umplerea „golului” dintre universul matematic şi cel fizic, fapt confirmat de Steiner [1998].

Extinderea aplicabilității semantice de la aritmetică la întreaga matematică pură nu depinde exclusiv de logicismul Fregean. Dacă vom considera teoria mulțimilor în locul logicii de ordinul al doilea ca fundație a matematicii[20], orice concept matematic poate fi definit în termeni de teoria mulțimilor, iar pentru a aplica matematica în universul fizic este nevoie de identificarea unor funcții de la obiectele fizice la cele matematice; deoarece funcția poate fi considerată o mulțime (de fapt, o pereche ordonată[21]), rezultă că singurul tip de relație necesar reprezentării aplicabilității matematicii este apartenența la mulțimi [Steiner, 1998].

Pincock [2004], bazându-se pe acest principiu, preia reprezentarea fregeană a aplicabilității matematice în baza relației interne semantice, încercând să o adapteze la teoria mulțimilor suficient de mult încât să poată renunța la componenta semantică. O motivație (pe care o presupun) ar fi faptul că apelul la semantică în cadrul reprezentării ar împiedica justificarea *complet rațională* a aplicabilității,

[20] Conform sistemului axiomatic Zermelo-Fraenkel.

[21] Perechea ordonată (a, b) este mulțimea $\{a, \{a, b\}\}$.

legăturile semantice neputând fi modelate formal astfel încât să devină operabile într-o argumentaţie logico-matematică, datorită caracterului lor psihologic.

Pincock tratează extensiile conceptuale ale lui Frege drept mulţimi şi, apelând la noţiunea de închidere tranzitivă a unei mulţimi[22] şi la principiul – sugerat de Frege şi motivat de Steiner [1998] – că o mulţime poate avea ca elemente obiecte fizice, stabileşte că există o relaţie internă *directă* între obiectele fizice modelate şi obiectele matematice, definibilă în termeni de apartenenţă la mulţimi. Astfel, în termeni de teoria mulţimilor, numărul 2 este o mulţime (clasă) având ca membri toate mulţimile cu două elemente, anume obiectele la care numărul 2 este *aplicat* prin numărare:

$$2 = (\mathrm{def}) = \left\{ \left\{ O_1^i, O_2^i \right\}_i \right\} \qquad \text{(D)}$$

Obiectele fizice la care este aplicat numărul natural 2 (prin numărare) vor fi elemente ale unor mulţimi, care la rândul lor sunt elemente al numărului natural 2. În acelaşi mod se pot reprezenta toate obiectele matematice, ca mulţimi ale obiectelor fizice la care se aplică. Astfel, fiecare obiect matematic va avea în închiderea sa tranzitivă obiectele fizice la care se aplică şi, cum o mulţime se află în relaţie internă cu toate elementele închiderii sale tranzitive, se stabileşte o relaţie directă între obiectele matematice şi cele fizice.

În abordarea lui Pincock, unde deja putem vorbi de un metamodel matematic, funcţia de reprezentare a metamodelului rămâne valabilă, ca şi în abordarea lui Frege, căpătând în plus o (pretinsă) natură pur matematică şi un caracter de legătură directă. În schimb, funcţia de justificare, deşi câştigă în capacitate tocmai prin natura reprezentării, nu poate explica (încă) aplicabilitatea complet, deoarece caracterul mult prea general al definiţiei relaţiei dintre sistemul matematic şi cel fizic nu permite reprezentarea structurilor în complexitatea lor, reprezentarea fiind limitată la obiecte şi grupuri de obiecte ca entităţi independente. Ceea ce contrabalansează acest aparent câştig al modelului Pincock este tocmai circularitatea, pe care o voi pune în evidenţă în continuare.

Relaţia (D) nu este una circulară, chiar dacă aparent numărul doi figurează în indexarea fiecărei mulţimi-element a membrului drept. În teoria analizată, (D) nu este o definiţie, ci o denotaţie a unei mulţimi definite cu ajutorul obiectului matematic „numărul 2”, căruia îi preia simbolul. Pentru a surprinde circularitatea, trebuie să urmărim nu simbolistica, ci aspectul intenţional al demersului ştiinţific, precum şi scopul teoriei. În acest sens, relaţia (D) trebuie interpretată într-un anume mod cronologic, astfel:

[22] Închiderea tranzitivă a unei mulţimi S este acea mulţime S' care are ca elemente elementele lui S, elementele elementelor lui S (dacă S conţine alte mulţimi) şi aşa mai departe. Dacă $S = \{a, \{b, c\}\}$, atunci $S' = \{a, b, c\}$.

1. (punerea problemei) Obiectul matematic este *dat* şi definit, iar mulţimea-extensie a obiectelor este obiectul care trebuie creat şi pus în evidenţă. Scopul este să găsim (să demonstrăm că există) o relaţie directă[23] între obiectul matematic şi fiecare dintre obiectele fizice ale mulţimii-extensie. Mulţimea-extensie este deci obiectul central al argumentaţiei, care trebuie să pornească de la ceea ce este dat (obiectul matematic), acest sens fiind singurul valid logic.

2. (construcţia mulţimii-extensie) În crearea mulţimii-extensie, se utilizează proprietatea „obiectul matematic se aplică la"[24] ca fiind comună elementelor şi definitorie pentru mulţime; însă „aplicabil la" presupune deja existenţa unei relaţii directe între obiectul matematic şi cel fizic[25], adică tocmai ceea ce urmărim ca scop.

3. (punerea în evidenţă a relaţiei) Odată mulţimea-extensie creată, o identificăm cu obiectul matematic. Identificarea nu înseamnă identitate, ci este o relaţie între obiecte de categorii diferite, definită prin proprietatea comună a elementelor mulţimii (în cazul în care această proprietate există) şi simbolizată în (D) prin semnul „= (def) =". Însă existenţa relaţiei directe (ca relaţie internă de apartenenţă la o mulţime) depinde de *identitate* în argumentaţia lui Pincock şi nu de un alt tip de relaţie[26]. Notând cu O_M obiectul matematic, cu E mulţimea-extensie, cu O_f un obiect fizic al lui E, cu R_a relaţia binară de apartenenţă şi cu R_p relaţia binară dintre O_M şi E bazată pe proprietatea (matematică) comună elementelor lui E, teoria lui Pincock pune în evidenţă relaţia compusă R_aR_p, astfel: $O_M R_p E R_a O_f$. Însă relaţia R_p nu este una de identitate şi nici de apartenenţă şi, mai mult, nu este o relaţie *directă*, ci una de tip conceptual-semantic în sens Frege, astfel că relaţia R_aR_p care realizează legătura dintre obiectul matematic şi cel fizic nu este una directă, aşa cum a pretins scopul teoriei[27].

În desfăşurarea $1 - 3$, circularitatea este prezentă la pasul 2. Dacă privim argumentaţia pasului 2 ca pe un proces de construcţie, circularitatea este de tip epistemic-metodologică, deoarece agentul se bazează pe credibilitatea sursei

[23] Deşi atribuirea caracterului „direct" unei relaţii pare pleonastic-circulară, exemplele abordate în acest articol pun în evidenţă o distincţie clară a relaţiilor binare în sensul unei conexiuni a obiectelor din domenii neconexe, în sens de categorii logice diferite. O analiză pertinentă a caracterului *direct* nu se poate face decât prin aprofundarea conceptului de relaţie şi va fi subiectul unei lucrări viitoare.

[24] Corespondentul fregean este „[conceptul *F*] *cade sub incidenţa* [obiectului matematic]".

[25] Mai mult, presupune o relaţie *externă* (funcţie), în sens de corespondenţă între două domenii distincte.

[26] O mulţime *A* se află în relaţie internă de tip apartenenţă cu un obiect doar dacă *A* este *identică* cu o mulţime conţinând acel obiect sau conţinând o mulţime care conţine acel obiect.

[27] În viziunea mea, abordarea relaţiei interne în termenii teoriei mulţimilor nu este completă şi ca urmare *justificarea* aplicabilităţii nu câştigă în precizia metodei de investigaţie în abordarea lui Pincock, fiind în esenţă tot o instanţă a reprezentării semantice de tip Frege. Această decompensare se adaugă la circularitate în argumentul meu final de orientare către teoriile semantice şi propoziţionale.

„aplicabilitate” în construcţia unui obiect prin care se va argumenta în final aplicabilitatea ca relaţie. Cu acest statut, nu putem decide asupra malignităţii acestei circularităţi în sens tradiţional, decât dacă acceptăm încadrarea de tip Bergmann, în favoarea benignităţii în acest caz particular şi susţinută de exemplul oarecum similar al inducţiei matematice.

Dacă privim însă argumentaţia pasului 2 ca o premisă conţinută într-un proces strict deductiv şi admiţând contextul său logico-matematic, anume:

Ipoteză: P1 – Este dat obiectul matematic O_M, care este definit prin proprietatea *p*; P2 – Există o mulţime *E* de obiecte fizice cu care O_M este într-o relaţie[28] în virtutea proprietăţii *p*[29]; P3 – Apartenenţa la o mulţime stabileşte o relaţie între mulţime şi element. Concluzie: C - Oricare ar fi $O_f \in E$, *există* o relaţie între O_M şi O_f, atunci deducţia $\text{P1} \wedge \text{P2} \wedge \text{P3} \rightarrow \text{C}$ este *logic* circulară, deoarece atât relaţia la care face referire concluzia, cât şi cea din premisa P2, nu numai că depind de *p*, dar sunt definite prin *p*. Astfel, premisa P2 foloseşte în esenţă *existenţa* relaţiei exprimate prin C. Privită astfel, circularitatea devine logic vicioasă (malignă în sens tradiţional).

Procesul argumentativ reprezentat de paşii 2 – 3 poate genera şi definiţii, pentru care putem pune problema circularităţii. Doi termeni pot fi obiectul unei definiţii: obiectul matematic şi mulţimea-extensie. Definiţia $O_M = (def) = \left\{ O_f \middle| O_M \text{ se aplică la } O_f \right\}$ este evident circulară, deoarece conţine temenul de definit la primul nivel al *definiens*-ului, însă nu este una efectiv utilizată în procesul 1 – 3, ci una posibilă în cadrul unui posibil proces argumentativ inversat în raport cu scopul propus, anume plecând de la mulţimea-extensie ca fiind dată, către o judecată privind obiectul matematic. O a doua definiţie este $E = (def) = \left\{ O_f \middle| O_M \text{ se aplică la } O_f \right\}$, care are o funcţie strict referenţială, nefiind circulară. Ea generează însă o argumentaţie infectată cu CE, atunci când este utilizată în procesul 1 – 3. Aportul de valoare utilitară a definiţiei circulare a obiectului matematic există (conceptul de mulţime-extensie fiind central), iar inexistenţa unei alternative necirculare ar inclina balanţa în favoarea benignităţii acestei circularităţi de definiţie, în sens externalizat. Totuşi, alternativa există, în teoria aplicabilităţii semantice a lui Frege, aşa cum voi arăta în continuare.

Atât circularităţile de argumentaţie, cât şi cele de definiţie, prezentate mai sus, reprezintă efecte ale circularităţii generice tratate în capitolul anterior, rezultând din „forţarea” unui model pe cât posibil matematic prin care să reprezentăm aplicabilitatea matematicii în genere. O atribuire obiectivă a caracterului malign acestor circularităţi specifice nu este posibilă în sens tradiţional, iar unul

[28] De identitate, în abordarea lui Pincock

[29] Mulţimea *E* poate fi chiar vidă.

dintre motive este faptul că tipurile de circularitate pot comuta pentru aceeaşi instanță între epistemic şi logic[30], aşa cum am arătat anterior.

În abordarea conceptuală a lui Frege, scopul nu reprezintă stabilirea unei relații *directe* între obiectul matematic şi cel fizic, ci a unei relații semantice[31], care conectează două domenii de categorii diferite, cel al conceptelor şi cel fizic. Păstrând pe cât posibil analogia (notațiilor şi procesului argumentativ) cu descrierii teoriei lui Pincock, avem:

1. Şi aici obiectul matematic O_M este dat, iar extensia *E* (de data aceasta conceptuală şi nu ca mulțime în sens de colecție de obiecte de sine stătătoare) este creată.

2. Extensia *E* foloseşte drept variabilă conceptul de nivelul unu *F*, care este de asemenea dat ca interpretare a obiectului fizic O_f[32]: conceptul *F* este conceptul „a fi obiectul fizic O_f în situația descrisă", iar *E* este conceptul de nivelul doi „a fi un concept *F* care cade sub incidența lui O_M". Formularea lui *E* este logică, deoarece O_M este totodată un *concept* matematic. *E* nu este o mulțime, ci o extensie conceptuală în termenii lui Frege, care la rândul său este un concept.

3. Identificarea extensiei *E* cu obiectul matematic O_M este tot de natură semantică, fiind o particularizare prin instanțiere a generalității obiectului O_M, în scop de interpretare: conceptul *F* generat de situația fizică dată aparține lui *E*, dar la fel şi alte concepte $F_1, F_2, \ldots$ care cad sub incidența lui O_M, generate de alte situații fizice similare[33]. La acest pas se realizează atribuirea unei interpretări extensiei *E*, anume conceptul matematic O_M. Această atribuire nu este nici aici o identitate, ci o relație de tip semantic de aceeaşi natură cu cea care realizează interpretarea obiectului fizic O_f drept conceptul *F*.

Să observăm că procesul 1 – 3 nu este unul argumentativ sau deductiv, precum cel din cazul abordării în teoria mulțimilor, ci doar unul de compunere a două interpretări semantice. Ca urmare, la pasul doi nu mai putem pune problema

[30] Acest exemplu concret în care o circularitate poate comuta din epistemică în logică sugerează nevoia de revizuire a teoriilor privind malignitatea circularităților, aflate încă în formă incipientă.

[31] Această exprimare este făcută cu rezerva că legătura semantică poate să nu fie considerată o relație, deoarece obiectele care relaționează nu aparțin aceleiaşi mulțimi universale, ci unor domenii distincte, de categorii diferite.

[32] Obiectul fizic trebuie văzut nu în mod general, ci făcând parte din situația fizică specifică aplicației, adică obiectul O_f în situația fizică S_f. În exemplul anterior de numărare a fructelor de pe masă, dacă ne referim la mere, obiectul fizic la care se aplică numărul 3 ca obiect matematic nu este „mere" (în general), ci „mere pe masa dată".

[33] Particularizând la aplicarea numărului natural în context mixt, $F, F_1, F_2, \ldots$ ar fi concepte echinumeroase, în termenii lui Frege.

circularității (epistemice sau logice), mai ales că nu mai există scopul punerii în evidență a unei relații directe. Problema circularității de definiție dispare de asemenea. La pasul 3 (identificarea E cu O_M), prezența termenului O_M în descrierea lui E expune o circularitate doar aparentă, deoarece O_M reprezintă esența capturată în procesul de conceptualizare, fără de care conceptul nu ar putea fi extras, iar circularitatea este permisă în acest sens în orice interpretare semantică. În plus, identificarea $O_M = (\mathrm{def}) = E$ nu reprezintă o definiție în sens tradițional (ca fiind nelegitimă), deoarece *definiendum*-ul și *definiens*-ii nu sunt din aceeași categorie logică și ca urmare nu putem pune problema circularității nici ca definiție.

Rezumând, modelul semantic al lui Frege pune în evidență legătura dintre obiectul fizic și cel matematic ca o compunere de două interpretări semantice, astfel:

$$O_M \xleftarrow{\;i\;} E \begin{cases} F \xleftarrow{\;i\;} O_f \\ F_1 \\ F_2 \\ \ldots \end{cases}$$

Cele două relații R_a și R_p care se compun în abordarea Pincock devin una și aceeași „relație” la Frege, anume interpretarea conceptual-semantică (denotată prin i în schema de mai sus).

Interpretat ca un concept despre concepte privind obiecte fizice[34], conceptul matematic se aplică în mod semantic în universul fizic, fără circularități, asigurând o interpretare riguroasă a oricărei propoziții mixte. În acest model, aplicarea unei teoreme matematice constă în instanțierea unui adevăr logic de grad superior, prin concepte și cuantificare de ordin superior. Pentru Frege, în mod necesar o formulă matematică se poate aplica numai dacă exprimă un gând și este fără sens să inferăm pornind de la ceva care nu a fost niciodată gândit. Răspunsul său la principala problemă metafizică a aplicabilității, anume umplerea „golului” ideatic dintre universul fizic și cel matematic, a fost tranșant: o relație directă între cele două universuri pur și simplu nu există; în schimb, există o relație (semantică) între obiectele matematice și conceptele universului fizic, la fel cum există între aceste concepte și obiectele fizice. Alternativa acestui model sub teoria mulțimilor este reductibilă în ultimă instanță (pasul 3) la modelul Frege. În plus, evitarea circularităților sale nu se poate face decât prin renunțarea la conceptul de „relație directă”. Deși studiul alternativelor necirculare presupune aprofundarea conceptului general de relație, în acest moment sugerez faptul că o astfel de alternativă converge tot către modelul semantic.

[34] În altă formulare fregeană, legile matematicii sunt legi ale legilor universului fizic.

IV. TEORIILE BAZATE PE O RELAȚIE EXTERNĂ

Teoriile bazate pe o relație internă asigură funcția de reprezentare a metamodelului matematic şi parțial – mai degrabă principial decât explicativ – funcția de justificare. Însă justificarea explicativă se bazează pe reprezentare, pe natura sa şi pe capacitatea sa epistemică, iar tipul de reprezentare creat de teoriile bazate pe o relație internă nu ajunge să captureze structurile interne ale celor două domenii – matematic şi fizic – în detaliile lor esențiale pentru aplicarea matematicii. Acesta este motivul pentru care cercetările au urmărit în continuare aspectele de reprezentare *structurală*, urmărind punerea în evidență a unui nou tip de relație între cele două domenii, care să îşi păstreze caracterul logico-matematic, dar care să poată captura cât mai detaliat posibil aplicația matematică efectivă. Această orientare a dat şi denumirea noilor teorii drept teorii structurale.

Pincock [2004], plecând tot de la propozițiile mixte şi extinzând scopul teoretic astfel încât să cuprindă nu numai interpretarea lor, dar şi adevărul lor ca adevăr derivat (din adevărul necesar matematic), declară necesară existența unei relații externe[35] între domeniul matematic şi situația fizică modelată. O astfel de abordare este destul de promițătoare, deoarece ar fi rezolvat două deziderate importante: a) Dacă relația este strict externă, atunci ea nu ar afecta necesitatea adevărului matematic, deoarece obiectele matematice şi proprietățile lor vor exista independent de universul fizic şi b) o soluție riguroasă pentru construcția unei astfel de relații ar putea da garanția aplicabilității matematicii în situații specifice, adică o justificare explicativă a metamodelului.

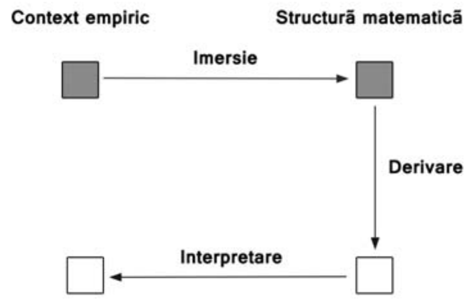
Pincock pleacă de la ideea de *analogie* între structurile matematice şi anumite structuri ale universului fizic obținute prin idealizare, care poate fi reprezentată matematic prin noțiunile de homomorfism sau izomorfism[36], ca aplicație între două domenii diferite care prezervă structurile[37]. Astfel, relația externă căutată este o funcție care prezervă structurile. Pincock nu dezvoltă mai departe această teorie, limitându-se la statutul general al acestei relații externe, fără a avansa şi un formalism al structurilor puse în corespondență homo/izo-morfică. Formalismul structural este abordat în continuare de Bueno & Colyvan [2011], în modelul lor teoretic bazat pe funcția homo/izo-morfică, denumit de autori „concepția inferențială a aplicării matematicii" (îl voi abrevia ca CIAM). Deşi este o extensie a teoriei bazată pe o relație externă a lui Pincock, CIAM nu este exclusiv structural, făcând loc unor caracteristici pragmatice şi dependente de context ale procesului de aplicare a matematicii. Principiul esențial al CIAM este acela potrivit căruia rolul fundamental al matematicii aplicate este inferențial (chiar dacă funcțiile unui model matematic sunt multiple) şi acest rol depinde în final de abilitatea modelului de a

[35] O relație externă este o relație care nu este internă, adică o relație care nu implică criterii de identitate ale obiectelor care relaționează.

[36] În funcție de aplicația matematică în cauză.

[37] Deşi modelul teoretic izomorfic este atribuit lui Pincock, există referiri la acesta în lucrări anterioare precum Baker [2003], Balaguer [1998] sau Leng [2002].

stabili *relații inferențiale* între fenomenele empirice şi structurile matematice. În termenii lui Bueno & Colyvan, CIAM constă dintr-o schemă în trei paşi:



1. (Imersie) Stabilirea unei funcții homo/izo-morfice de la contextul empiric la o structură matematică convenabilă, care să lege aspectele relevante ale situației empirice de contextul matematic potrivit aplicației.

2. (Derivare) Derivarea consecințelor prin formalismul matematic, în cadrul unei teorii matematice specifice, folosind structurile matematice puse în evidență prin imersie.

3. (Interpretare) Interpretarea consecințelor obținute la pasul de derivare în termenii contextului empiric, prin stabilirea unei funcții homo/izo-morfică de la structura matematică la contextul empiric inițial[38].

În acest context teoretic, conceptul de structură este cel „static", format de o mulțime de obiecte (noduri, poziții, etc.) împreună cu o mulțime de relații între acestea [Resnik, 1997]. Problema epistemologică a structurii universului fizic ca fiind sub incidența acestui concept de structură[39] revine la problema universalității metamodelului creat şi nu o voi discuta aici, aşa cum nu voi discuta punctele forte sau slabe ale acestui tip de model teoretic al aplicabilității, limitându-mă doar la circularități. Problemele de surplus de structură – atât fizică, cât şi matematică – care rămân în afara procesului de modelare matematică[40] sunt asimilate prin introducerea noțiunilor de structuri parțiale şi izomorfism/homomorfism parțial[41].

[38] Această funcție nu este în mod necesar inversa funcției de imersie, deşi în multe situații concrete poate fi.

[39] În care relațiile cauzale, ca *explanans* pentru majoritatea fenomenelor, nu pot fi asimilate

[40] Prima, prin idealizarea sistemului fizic, iar a doua în cadrul pasului de derivare, care presupune selectarea structurii matematice convenabile din contextul matematic mai larg

[41] Batterman [2010] formulează obiecții la teoria CIAM legate de reprezentarea unor tipuri speciale de modele şi de asimilarea idealizărilor, punând şi întrebarea „Cum pot idealizările [ca presupuneri false, N.A.] să joace un rol explicativ?". În [Bueno & French, 2012] se găsesc răspunsuri la obiecțiile lui Batterman şi poate fi analizată în detaliu formalizarea structurilor parțiale şi izo/homomorfismului parțial.

Parțialitatea relațiilor şi structurilor reflectă formal incompletitudinea cunoştințelor noastre despre domeniul fizic investigat, având mai degrabă un caracter epistemic decât ontologic. Să observăm totuşi că acest formalism al structurilor parțiale surprinde doar aspectul „cantitativ" al idealizării în scopul modelării ştiințifice, neasimilând aspecte cu un puternic caracter antropocentric ale procesului în sine de idealizare, ca proces ce precede pasul de imersie. Procesul de idealizare este esențial în identificarea structurilor (parțiale) care vor fi puse în corespondență şi este un test primar în etichetarea unui model matematic drept bun sau prost[42]. Idealizarea (precum întregul pas de imersie) ține de ceea ce Steiner [1995] numea „arta matematicianului", ca fiind opusă unui proces cu criterii clare de obiectivitate, iar această "artă" încă nu a fost asimilată formal în cadrul unui model teoretic al aplicabilității matematicii.

Voi trece în continuare la evidențierea circularităților prezente în teoriile bazate pe o relație externă, vizând CIAM, ca teorie extinsă a modelului primar Pincock. Circularitățile pot fi surprinse – ca şi în cazul teoriilor bazate pe o relație internă – dacă privim procesul 1 – 3 ca pe unul intențional, raportat la scopul său epistemic.

Voi începe cu *domeniul* funcției externe care realizează imersia, anume structura fizică (parțială) din contextul empiric. În formularea autorilor CIAM, structura fizică este „încorporată" în sistemul fizic analizat. Avansarea naturii funcției externe ca fiind izo/homo-morfică (un obiect matematic, necesar funcției de justificare) impune implicit o natură matematică a celor două domenii puse în corespondență, aceea de *structură matematică*, ceea ce revine la a impune structurii fizice o natură matematică. Opțiunile ontologic-structurale privind statutul domeniului fizic față de izo/homo-morfism sunt fie a-l considera o structură (pur) matematică, fie una fizică. Prima opțiune presupune *identificarea* (sub)sistemului fizic cu o structură matematică dată *a priori*, însă identificarea este la rândul ei echivalentă cu stabilirea unei relații *interne* între domeniul fizic şi cel matematic, ca fiind necesară drept criteriu de identitate. Astfel, avem de-a face cu o relație internă – care nu este imediat vizibilă în schema redusă CIAM – care, formalizată sub teoria mulțimilor, generează circularități de trei tipuri, aşa cum am arătat în capitolul dedicat teoriilor bazate pe o relație internă. Reprezentarea domeniului fizic în cel matematic în modelul CIAM devine astfel o compunere de două relații, una internă şi alta externă. Relația externă nu mai este necesară reprezentării – asigurată de relația internă –, dar participă cu surplus explicativ la funcția de justificare a metamodelului; esența reprezentării (şi o parte a justificării) o deține însă relația internă, astfel încât în acest caz CIAM îşi pierde semnificativ din puterea de modelare a aplicabilității. A doua opțiune – păstrarea statutului de (sub)sistem *fizic* al domeniului aplicației – ne obligă la compromisul de a cere cel puțin existența

[42] Pentru o analiză obiectivă a calității modelelor matematice în viziune epistemologică, vezi [Cartwright, 1983].

structurii în format obiecte-mulţimi-relaţii, acceptând existenţa obiectelor fizice ca elemente ale mulţimilor şi ca *relata*, dar menţinând caracterul matematic al conceptelor de mulţime şi relaţie[43], pentru a fi compatibile cu definiţia izo/homo-morfismului. Evidenţierea structurii în format obiecte-mulţimi-relaţii, ca un concept matematic, presupune reorganizarea ansamblului fizic şi identificarea părţilor acestuia (ca parte a procesului de idealizare, cuprins în schema CIAM la pasul de imersie) cu mulţimi şi relaţii, care din nou reprezintă o relaţie internă între domeniul fizic şi cel matematic, generatoare de circularităţi.

Voi trece acum la funcţia externă, izo/homo-morfismul. Aceasta nu este dată anterior modelării, iar existenţa sa (dacă ar fi demonstrată) nu reprezintă o condiţie suficientă pentru funcţionarea corectă a unui model matematic[44]. Astfel, matematicianul nu îşi propune numai să stabilească existenţa unui izo/homo-morfism oarecare între cele două domenii, ci îl alege pe cel *potrivit*. Acest atribut al funcţiei externe derivă şi din formularea pasului de imersie, în care structura matematică care reprezintă co-domeniul funcţiei externe este „convenabilă" (convenabil *aleasă*, N.A.). Această convenienţă nu se referă numai la co-domeniu, ci implicit la întregul ansamblu de corespondenţă domeniu – funcţie externă – co-domeniu. Deoarece nu putem stabili convenienţa decât raportată la scopul final, criteriul de alegere nu poate fi decât strict legat de rezultatul ultimului pas, cel de interpretare.

Altfel formulat, dată fiind o funcţie care realizează corespondenţa între domeniul fizic şi cel matematic ca mulţimi de obiecte, nu putem decide dacă această funcţie este un izo/homo-morfism doar în baza corespondenţei respective, fără a cunoaşte *complet* structurile celor două domenii care trebuie prezervate, deci inclusiv relaţiile din structura fizică care reprezintă ţinta inferenţei (deci sunt necunoscute anterior modelării) şi care sunt stabilite prin interpretare. În concluzie, metoda raţională care trebuie să ducă la interpretare se bazează pe această interpretare, ceea ce reprezintă o instanţă de circularitate epistemic-metodologică.

Întrebarea principală şi o direcţie de cercetare esenţială devine: Dat fiind că izo/homo-morfismul nu este determinat prin demonstraţie, ci *ales* de către matematician[45], ca urmare natura izo/homo-morfică a funcţiei alese este practic *postulată*, cum se explică atunci rata de succes[46] a acestor alegerilor în general? Întrebarea este o reformulare a întrebării retorice privind „arta matematicianului"

[43] Se poate menţiona doar un singur tip în loc de două, având în vedere că o relaţie este o mulţime ca *n*-uplu ordonat.

[44] Un model matematic poate furniza rezultate eronate nu numai prin alegerea necorespunzătoare a funcţiei externe, dar şi printr-o idealizare prea restrictivă, iar erorile pot consta nu neapărat în propoziţii false în contextul empiric, dar şi în rezultate numerice aproximative cu marje de eroare neacceptabile.

[45] Bineînţeles, o corespondenţă izo/homo-morfică potrivită poate chiar să nu poată fi stabilită într-o aplicaţie specifică.

[46] Sucesul însemnând faptul că alegerea unei anumite funcţii se dovedeşte a fi izo/homo-morfism raportată la cele două structuri, prin confirmarea empirică ulterioară modelării, care va stabili empiric relaţiile necunoscute din structura fizică

folosită în aplicații şi un posibil răspuns pe care îl supun criticii poate fi următorul: Matematicianul alege corespondența obiectelor celor două domenii în baza unei *intuiții* care este susținută, pe de o parte, de însăşi interpretarea conceptuală naturală (de tip intern) a acestor obiecte[47], care se transformă într-un anume mod într-o interpretare conceptuală inclusiv a relațiilor (deşi relațiile nu sunt puse în corespondență precum obiectele lor), iar pe de altă parte, de experiența prin observare a funcționării „parțiale" a izo/homo-morfismului, pentru o mulțime suficient de numeroasă de relații sau non-relații observabile. În acest sens, explicația ar avea şi un caracter probabilist bayesian, dar şi unul de raționare asimptotică.

Voi exemplifica argumentele de mai sus prezentând un exemplu trivial[48] de modelare-interpretare matematică a unui context empiric, în care se pot surprinde modul de alegere a funcției externe şi efectele alegerii. Exemplul este adaptat dintr-un exemplu prezentat de Lange [2013][49], care îl discută în context al purității explicației matematice. Şi aici, vom menține *explicația* drept scop principal al modelului.

Context empiric: Mama vrea să împartă douăzeci şi unu de căpşuni la cei doi copii ai săi, urmând ca după aceea să împartă alte douăzeci şi unu de căpşuni la cei trei prieteni al copiilor săi. Ea încearcă să împartă căpşunile în mod egal la cei doi copii de mai multe ori, fără a tăia vreuna şi (bineînțeles) nu reuşeşte. Scopul modelării: A se găsi o explicație (matematică) a acestei nereuşite (fizice). Modelul matematic apelează la noțiunea de divizibilitate în cadrul teoriei numerelor (la pasul de derivare în schema CIAM), rezultatele fiind interpretate în contextul empiric inițial printr-un izomorfism care pune în corespondență următoarele structuri:

Structura fizică a subsistemului fizic care va participa la imersie este formată din:

Obiecte fizice: C – grupul celor doi copii, P – grupul celor trei copii, F – primul lot de douăzeci şi unu de căpşuni, G – al doilea lot de douăzeci şi unu de căpşuni (4 obiecte)

Relații (binare): R – a *nu* putea fi împărțite în mod egal la; T– a putea fi împărțite în mod egal la (2 relații); în acest moment nu ştim dacă (sau de ce) FRC.

Sistemul fizic complet are o structură mai bogată, putând include ca obiect şi pe mamă (şi masa pe care sunt căpşunile etc.), precum şi relațiile dintre mamă şi copii, mamă şi fructe sau copii şi prieteni. Subsistemul ales reprezintă prima idealizare făcută, a doua fiind ignorarea altor posibile relații în context empiric între cele patru obiecte, ca fiind nerelevante. Structura matematică (aleasă convenabil) care reprezintă co-domeniul funcției externe este $\left\langle \{2,3,21\}, \left(D,\overline{D}\right)\right\rangle$, adică mulțimea formată din numerele naturale 2, 3 şi 21 şi relațiile D, definită prin „a fi divizibil

[47] Spre exemplu, grupurile de obiecte fizice având atribuite numerale sunt puse în corespondență *naturală* cu numerele naturale respective, în mod fregean.

[48] În domeniul filosofiei aplicabilității matematicii, exemplele triviale s-au dovedit a fi cele mai relevante privind aspectele constructive şi structurale, fapt confirmat de literatura din domeniu.

[49] Inspirat de Braine [1978]

cu” şi $\overline{D}$, „a nu fi divizibil cu”. Suprastructura matematică (la care la care se face apel la pasul de derivare) este mulţimea numerelor naturale cu relaţiile D şi $\overline{D}$, iar teoria utilizată este teoria numerelor (teorema împărţirii cu rest, etc.). Alegem funcţia externă $f:\{C,P,F,G\}\to\{2,3,21\}$, cu $f(C) = 2, f(P) = 3, f(F) = f(G) = 21$; f este surjectivă şi neinjectivă. Această alegere este una naturală, sugerată de interpretarea conceptuală a numeralelor în contextul mixt dat. Observăm că:

în structura matematică	**în structura fizică**
$f(F)\,\overline{D}\,f(C)$	nu ştim dacă FRC
$f(G)D\,f(P)$	GTP
$f(C)$ şi $f(P)$ nu sunt în relaţie	C şi P nu sunt în relaţie

Intuiţia că f este un homomorfism între cele două structuri este bazată pe:

a) corespondenţa realizată de f („grupuri fizice cu numerale” cu „numere naturale”), care induce o corespondenţă conceptuală a relaţiilor ($\overline{D}$ cu R şi D cu T) în virtutea *interpretării* naturale „a putea fi împărţit în mod egal” prin conceptul de divizibilitate între numere naturale şi

b) experienţa că relaţia T între G şi P este prezervată prin f (devenind D) şi că C şi P nu sunt în nicio relaţie, aşa cum nu sunt nici $f(C)$ şi $f(P)$[50]; cunoştinţa GTP poate fi obţinută, de exemplu, imaginând efectiv cum cele douăzeci şi unu de căpşuni se împart la trei copii prin orice procedeu empiric valid; cunoştinţa că C şi P nu sunt în relaţie derivă din definiţia relaţiilor din structura fizică – ele au sens doar de la grupuri de căpşuni la grupuri de copii.

Admiţând că f este un homomorfism între cele două structuri, inferăm (prin interpretare, adică prin izomorfismul $g:\{2,3,21\}\to\{C,P,F\}$, cu $g(2) = C$, $g(3) = P$, $g(21) = F$ şi aceleaşi relaţii structurale prezervate de f) faptul că FRC, adică *explanandum*-ul.

Alegerea unei alte funcţii externe ar vicia rezultatul inferat. De exemplu, alegând $f(F) = f(G) = 22$ şi păstrând restul corespondenţei, precum şi relaţiile anterioare, folosind intuiţia că f este homomorfism (obţinută de data aceasta doar în baza b)), am infera că FTC, contrar rezultatului anterior şi realităţii. Completarea structurii matematice prin punerea în relaţie a lui 2 şi 3 ($\overline{D}$) ar anula caracterul homomorfic al funcţiei f, iar inferenţa în baza modelului nu ar mai fi posibilă. Completarea structurii fizice cu alte obiecte şi/sau relaţii ar avea acelaşi efect, atâta timp cât nu am găsi obiecte şi relaţii analoage în structura matematică. În schimb,

[50] În formularea sa simplistă cu scop ilustrativ-generic şi din motive de spaţiu, exemplul nu surprinde o mulţime „numeroasă” de relaţii şi non-relaţii observabile în baza cărora se intuieşte relaţia necunoscută necesară stabilirii calităţii homomorfice a lui f (în fapt, suprinde doar o relaţie şi o non-relaţie). Exemplul se poate extinde prin introducerea altor obiecte, de exemplu, încă un grup de 7 copii la care vor fi împărţite alte 21 de capşuni, care ar mări numărul observaţiilor evidenţiale.

ignorarea obiectelor şi relaţiilor din domeniul fizic care sunt relevante pentru situaţia descrisă ar vicia de asemenea rezultatul inferenţei. Spre exemplu, dacă mama are o anumită problemă de sănătate care îi îngreunează sau limitează acţiunea de împărţire a căpşunilor în anumite condiţii, iar aceste fapte fizice sunt considerate nerelevante şi nu sunt reprezentate în structură, acest lucru constituie o eroare de modelare, iar inferenţa anterioară nu mai este relevantă, deşi poate funcţiona în baza aceluiaşi principiu homomorfic. Conchid că exemplul prezentat surprinde foarte bine circularitatea generată de procesul de alegere a funcţiei externe şi interpretare în termenii contextului empiric, modul efectiv de modelare şi interpretare bazat pe „intuiţia" matematicianului şi motivaţia conceptual-experimentală presupusă a acestei intuiţii.

În final, voi analiza idealizarea, ca proces care determină domeniul (dar şi co-domeniul) funcţiei externe. Procesul constă de fapt în trei idealizări: Prima realizează reducerea unui sistem fizic extins la un subsistem specific contextului empiric analizat, de unde se va extrage o structură de tip obiecte-mulţimi-relaţii printr-o a doua idealizare. Această structură fizică parţială provine dintr-o suprastructură din care se elimină un surplus prin criterii de *relevanţă* a participării la fenomenul fizic care constituie ţinta modelului. O idealizare similară (a treia) are loc şi în domeniul matematic. Deşi se va lucra formal în cadrul unei teorii matematice unice la pasul de derivare, se va reţine doar o anumită structura matematică, renunţându-se la un anumit surplus prin criterii de *convenienţă* (în exemplul anterior, nu s-a considerat relaţia dintre 2 şi 3, deşi ea exista). Diferenţa între cele două tipuri de idealizări structurale – în contextul empiric şi cel matematic – este faptul că, în timp ce a doua nu pune probleme de adevăr logic actului de inferenţă formală, prima poate fi epistemic vicioasă prin afectarea adevărului empiric (În exemplul anterior, ipoteza că mama are o problemă de sănătate, nereprezentată structural).

Să observăm că relevanţa şi convenienţa idealizărilor sunt interdependente via construcţia funcţiei externe ca izo/homo-morfism, care urmează cronologic idealizării la pasul de imersie, implicând determinarea domeniului şi co-domeniului acestei funcţii, precum şi caracterul său izo/homo-morfic, ceea ce presupune cunoaşterea funcţiei şi a structurilor corespondente anterior idealizării. Avem din nou o circularitate epistemică oarecum similară celei detectate în analiza anterioară a izo/homo-morfismului în raport cu pasul de interpretare, iar cele două circularităţi sunt reciproc dependente. Stabilirea relevanţei şi convenienţei se bazează pe intuiţia matematicianului, iar aceasta nu a fost formalizată în cadrul CIAM. Chiar dacă idealizările pot fi asimilate cu uşurinţă în formalizarea structurilor parţiale elaborată de Bueno & Colyvan [2011], actul volitiv de construcţie şi argumentare bazat pe relevanţă şi convenienţă este *prima facie* imposibil de asimilat, datorită componentei sale antropocentrice.

Şi circularităţile teoriilor bazate pe o relaţie externă sunt efectul circularităţii generice ale metamodelului matematic, deoarece sunt create în jurul obiectului matematic izo/homo-morfism, ca obiect central prin care se infereză raţional justificarea modelului. Etichetându-le drept benigne prin argumentul derivării lor din circularitatea generică sau prin cel al neîncadrării de tip Bergmann într-un context al sursei chestionate[51], nu ar exclude considerarea alternativelor, şi prin prisma altor obiecţii asupra teoriilor bazate pe o relaţie externă, din care menţionez aici doar problema derivării adevărului contingent ca adevăr propoziţional în context mixt, din adevărul necesar. Orice alternativă teoretică neinfectată cu CE ar trebui fie să elimine cronologia implicită a formalizării CIAM (prezentă şi în modelul redus Pincock), fie să propună alte tipuri structurale ale domeniilor, fie să se bazeze pe o altă natură a funcţiei externe, fie să renunţe pur şi simplu la intermedierea funcţiei externe, ceea ce ar duce la degenerarea modelului teoretic într-unul bazat pe o relaţie internă.

V. CONCLUZII

În teoriile filosofice contemporane asupra aplicabilităţii matematicii în universul fizic, am identificat circularităţi de toate tipurile – epistemice, logice şi de definiţie – detectabile în special prin punerea în evidenţă a aspectului intenţional al demersului ştiinţific şi a scopului teoriei, cu excepţia teoriei aplicabilităţii semantice a lui Frege. Problema malignităţii acestor circularităţi a fost abordată atât în sens tradiţional, cât şi în sensul externalizat propus de mine, care implică alternativa teoretică şi valoarea utilitară. În lipsa unei teorii bine stabilite asupra malignităţii circularităţilor şi a unor criterii universale de decidabilitate asupra malignităţii, nu putem respinge o teorie pe motivul existenţei unei circularităţi. Ca urmare, am analizat circularităţile detectate în contextul lor teoretic specific, constatând următoarele: a) indiferent de tip, circularităţile sunt efecte ale circularităţii generice a creării unui metamodel matematic pentru a reprezenta şi justifica modelul matematic în genere; b) în cazul teoriilor bazate pe o relaţie internă de tip apartenenţă la mulţime, tipurile epistemic şi logic pot comuta în caracterizarea aceleiaşi circularităţi; c) toate circularităţile prezintă o anumită analogie constructiv-epistemică. Analiza alternativelor necirculare pentru fiecare teorie analizată a arătat că acestea sunt posibile numai luând în considerare fie renunţarea la tipul structural fizic obiecte-mulţimi-relaţii, fie o altă natură a relaţiei directe între domeniul fizic şi cel matematic, fie pur şi simplu renunţarea la această relaţie. Acest fapt împreună cu caracterizările a) – c) ale circularităţilor detectate sugerează revenirea la modelul semantic fregean. Alte puncte slabe ale teoriilor contemporane asupra aplicabilităţii matematicii în universul fizic – dintre care am menţionat doar problema derivării

[51] Acest al doilea argument necesită o analiză ulterioară, mai ales că avem de-a face cu un caracter antropocentric mai pronunţat al procesului argumentativ decât în cazul celorlalte circularităţi detectate în capitolele anterioare.

adevărului contingent în context empiric din adevărul necesar matematic – sugerează din nou considerarea modelelor de tip semantic. Astfel, pe de o parte, reiese necesitatea implicării componentei psihologice – neformalizabilă – care este specifică modelării matematice prin caracterul său antropocentric, iar pe de alta, nevoia unui cadru formal în care un transfer de adevăr între două domenii de naturi diferite să fie posibil şi justificat mai mult decât prin interpretare. O propunere pentru un astfel de model teoretic – şi subiectul unei lucrări viitoare – este păstrarea principiilor conceptual-semantice fregeane şi considerarea structurilor propoziţionale în locul celor de tip obiecte-mulţimi-relaţii, unde transferul şi statutul adevărului se pot asimila mult mai bine. O astfel de variantă – dacă se dovedeşte validă – ar fi acceptabilă atât platonistului, cât şi nominalistului.

BIBLIOGRAFIE

Alexander, D., *In Defense of Epistemic Circularity*. „Acta Analytica", vol. 26, nr. 3, 2011, pp. 223–241.
Alston, W.P., *Epistemic circularity*; „Philosophy and Phenomenological Research", vol. 47, nr. 1, 1986, pp. 1–30.
Alston, W.P., *The Reliability of Sense Perception*; Ithaca: Cornell Univesity Press, 1993.
Baker, A., *The Indispensability Argument and Multiple Foundations for Mathematics*; „Philosophical Quarterly", vol. 53, 2003, pp. 49–67.
Baker, A., *Mathematical Explanation in Science*. „The British Journal for the Philosophy of Science", vol. 60, nr. 3, 2009, pp. 611–633.
Balaguer, M., *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. New York: Oxford University Press, 1998.
Batterman, R.W., *On the Explanatory Role of Mathematics in Empirical Science*. „The British Journal for the Philosophy of Science", vol. 61, nr. 1, 2010, pp. 1–25.
Bergmann, M., *Epistemic Circularity: Malignant and Benign*. „Philosophy and Phenomenological Research", vol. 69, nr. 3, 2004, pp. 708–725.
Braine, D., *Varieties of Necessity*. „Supplementary Proceedings of the Aristotelian Society", nr. 46, 1972, pp. 139–70.
Brown, J., *Non-inferential justification and epistemic circularity.* „Analysis", vol. 64, nr. 4, 2004, pp. 339–348.
Bueno, O. & Colyvan, M., *An Inferential Conception of the Application of Mathematics*. „Noûs", vol. 45, nr. 2, 2011, pp. 345–374.
Bueno, O. & French, S., *Can Mathematics Explain Physical Phenomena?* „The British Journal for the Philosophy of Science", vol. 63, nr. 1, 2012, pp. 85–113.
Cartwright, N., *How the Laws of Physics Lie*. Oxford: Clarendon Press, 1983.
Cohen, S., *Basic knowledge and the problem of easy knowledge*. „Philosophy and Phenomenological Research", vol. 65, nr.2, 2002, pp. 309–329.
Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau: W. Koebner, 1884. Translated as The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number, by J.L. Austin, Oxford: Blackwell, second revised edition, 1974.
Frege, G., *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle a. S.: Louis Nebert, 1889. Translated as Concept Script, a formal language of pure thought modelled upon that of arithmetic, by S. Bauer-Mengelberg in J. vanHeijenoort (ed.), *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic*, 1879–1931, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967.

Fumerton, R., *Metaepistemology and Scepticism*. Maryland: Rowman and Littlefield1, 1995.
Goldman, A.I., *An Epistemological Approach to Argumentation*. „Informal Logic”, vol. 23, nr. 1, 2003, pp. 51–63.
Gupta, A., *Remarks on Definitions and the Concept of Truth*. „Proceedings of the Aristotelian Society”, vol. 89, 1988/89, pp. 227–246.
Gupta, A. & Belnap, N., *The Revision Theory of Truth*. Cambridge MA: MIT Press, 1993.
Lange, M., *What Makes a Scientific Explanation Distinctively Mathematical?*. „The British Journal for the Philosophy of Science”, vol. 64, nr. 3, 2013, pp. 485–511.
Leng, M., *What's Wrong with Indispensability? (Or the Case for Recreational Mathematics)*. „Synthese”, vol. 131, nr. 3, 2002, pp. 395–417.
Moschovakis, Y., *Elementary Induction on Abstract Structures*, Amsterdam: North-Holland, 1974.
Pincock, C., *A New Perspective on the Problem of Applying Mathematics*. „Philosophia Mathematica”, vol. 12, nr. 3, 2004, pp. 135–161.
Reid, T., *Essays on the Intellectual Powers*. Cambridge: MIT Press, 1969 [1785].
Resnik, M.D., *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford: Clarendon Press, 1997.
Sorenson, R, *“P, therefore, P” without Circularity*. „Journal of Philosophy”, vol. 88, nr. 5, 1991, pp. 245–266.
Steiner, M., *The Applicabilities of Mathematics*. „Philosophia Mathematica”, vol. 3, nr. 3, 1995, pp. 129–156.
Steiner, M., *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1998.
Urbaniak, R. & Hämäri, K.S., *Busting a Myth about Leśniewski and Definitions*. „History and Philosophy of Logic”, vol. 33, nr. 2, 2012, pp. 159–189.
Vogel, J., *Reliabilism levelled*. „Journal of Philosophy”, vol. 97, nr. 11, 2000, 602–623.
Wigner, E.P., *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*. Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 13, nr. 1, 1960, pp. 1–14.