

# STATUTUL EPISTEMIC ACTUAL AL ARGUMENTELOR DE INDISPENSABILITATE ÎN FILOSOFIA ȘTIINȚEI

Cătălin BĂRBOIANU<sup>1</sup>

*Abstract:* The predisposition of the Indispensability Argument to objections, rephrasing and versions associated the various views in philosophy of mathematics grants it with a special status of a “blueprint” type rather than a debatable theme in the philosophy of science. From this point of view, it follows that the Argument has more an epistemic character than ontological.

*Keywords:* philosophy of mathematics, ontology of mathematics, indispensability argument, applicability of mathematics.

## 1 Introducere

Dezvoltate într-o perioadă în care filosofia matematicii era concentrată pe problemele sale ontologice și pe găsirea unor argumente care să susțină sau să respingă fiecare dintre curentele clasice (platonism/nominalism, realism/anti-realism), argumentele de indispensabilitate au la bază premisa *generală* a unei aplicări cu succes a matematicii în practica științifică, unde atât succesul – atât al matematicii ca participantă, cât și al științei ca beneficiar – este exprimat printr-o indispensabilitate la nivelul constitutiv al teoriilor, indispensabilitate care – conform acestor argumente – impune un angajament ontologic. Chiar dacă această aplicabilitate a matematicii se constituie în premisă și nu în obiect (concluzie) (a)al argumentelor de indispensabilitate, acestea realizează o legătură vizibilă între ontologia, epistemologia și aplicabilitatea matematicii la nivelul filosofiei științei, aplicabilitatea devenind cu timpul o componentă esențială a înseși naturii matematicii și un domeniu de cercetare filosofică bine conturat.

Premisa generală a indispensabilității se bazează pe *rolurile* multiple ale matematicii în teoriile științifice. Aceste roluri sunt cele specifice modelării matematice (explicativ, predictiv, de optimizare, computațional, etc.), dar și metodologic-fundaționale, plecând de la limbajul pe care îl pune la dispoziția formulării elegante, economice, riguroase a teoriilor. Limbajul matematicii și aparatul său funcțional sunt constitutive și determinante pentru multe teorii ale fizicii, care altfel nu ar putea fi

---

<sup>1</sup> University of Bucharest, Romania.

formulate și construite (spre exemplu, mecanica cuantică sau teoria relativității generale), astfel că invocarea indispensabilității drept atribut metodologic al matematicii este pe deplin justificată. Indiferent dacă matematica este utilizată în mod metodologic, fundațional sau aplicată, aceste practici utilizează și fac referire la entitățile matematice (mulțimi, numere, funcții și orice obiecte matematice complexe), care sunt obiectul disputelor ontologice clasice.

În această lucrare, voi puncta obiecțiile principale la Argumentul de Indispensabilitate, distingând între obiecții funcționale și obiecții fundamental-constitutive, apoi voi prezenta versiunile cele mai notabile ale Argumentului generate sub curente diferite de filosofia matematicii și filosofia științei. Voi argumenta faptul că – în contextul actual al filosofiei științei – Argumentul este strâns legat de problematica filosofică a aplicabilității matematicii și are caracterul unui criteriu mai mult epistemic decât ontologic.

## 2 Formularea clasică și predispoziția la analiza conceptual-semantică

De la faptul remarcabil și aparent indiscutabil că matematica este indispensabilă științei, ceea ce pare mai mult o temă de studiu a filosofiei aplicabilității, unii filosofi au tras concluzii metafizice privind entitățile matematice *per se*. În particular, Quine [1980a; 1980b; 1981a; 1981c] și Putnam [1979a; 1979b]<sup>1</sup> au susținut că indispensabilitatea matematicii în științele empirice este un motiv bun pentru a *crede* în existența entităților matematice. Astfel, referirea la entitățile matematice și cuantificarea peste acestea sunt indispensabile celor mai bune teorii științifice și prin urmare trebuie să credem în existența acestor entități; a nu face acest lucru înseamnă a ne face vinovați de ceea ce Putnam numea “nesinceritate intelectuală” [Putnam, 1979b, p.347]. Mai mult, entitățile matematice par să dobândească același statut epistemic cu celelalte entități teoretice ale științei (inclusiv așa-zisele entități “ficionale” din fizică), existența acestora din urmă fiind justificată prin aceleași criterii care confirmă o teorie ca întreg. Argumentul Quine-Putnam poate fi exprimat în forma standard

---

<sup>1</sup> Quine și Putnam sunt creditați ca autori ai Argumentului de Indispensabilitate (pentru realismul matematic), pe care l-au formulat independent unul de celălalt, deși există referiri anterioare la un astfel de tip de argument în filosofia științei.

simplificată<sup>1</sup>, ca o concluzie implicată de conjuncția a două premise, după cum urmează:

(P1) Trebuie să ne angajăm ontologic la toate și numai la acele entități care sunt indispensabile celor mai bune teorii științifice.

(P2) Entitățile matematice sunt indispensabile celor mai bune teorii științifice.

(C) Trebuie să ne angajăm ontologic la entitățile matematice.

În această formă, care preia structura clasică a unui argument de tip indispensabilitate<sup>2</sup>, cele două premise par auto-evidente și argumentul pare valid, însă se impune clarificarea conceptuală a termenilor constituenți, în special a celui de *indispensabilitate* – ce este indispensabilitatea și cum trebuie înțeleasă afirmația că matematica este indispensabilă celor mai bune teorii. Analiza conceptual-semantică a termenilor cheie din argumentul de indispensabilitate (alături de *indispensabilitate*, sunt vizați termenii *angajament ontologic*, *cele mai bune*, chiar și termeni subînțeleși, precum *aplicarea/utilizarea matematicii*), precum și obiecțiile la Argument generate fie de această analiză, fie de respingerea uneia din cele două premise, au dus la reformulări și diferite versiuni ale Argumentului. Noi versiuni au apărut și odată cu conturarea unor curente și sub-curente ulterioare ale filosofiei matematicii, în special a diverselor forme contemporane de nominalism. Dacă Argumentul pare să fie cel mai bun suport pentru realismul matematic sau pentru platonism, nominaliștilor le revine obligația de a identifica unde anume se găsește inconsistența sau greșeala Argumentului, deoarece nominaliștii care sunt realiști în privința altor entități teoretice ale științei (electroni, găuri negre, quarci, etc.), acceptând inferența către cea mai bună explicație<sup>3</sup>, sunt puși într-o poziție dificilă (ceea ce Quine [1980b, p. 45] numea “standard ontologic dublu”).

---

<sup>1</sup> în sensul lipsei distincțiilor semantice specifice fiecărui curent filosofic în parte și a oricărei reformulări ca urmare a adresării de obiecții

<sup>2</sup> În general, un argument de indispensabilitate (în epistemologie) este un argument care stabilește adevărul unei afirmații în baza indispensabilității afirmației în cauză pentru anumite scopuri sau demersuri raționale, care sunt menționate în argument. Astfel, inferența către cea mai bună explicație e un caz particular de argument de indispensabilitate (în care scopul este explicația).

<sup>3</sup> Vezi și nota 2.

### 3 Indispensabilitate și aplicabilitate

Pentru a clarifica sensul și uzanța termenului de indispensabilitate în contextul Argumentului, să notăm mai întâi că *dispensabilitatea* nu este același lucru cu *eliminabilitatea*. Dacă ar fi așa, orice entitate teoretică ar fi dispensabilă, datorită teoremei lui Craig<sup>1</sup>. Pentru ca o entitate să fie dispensabilă în acest context trebuie ca ea să fie eliminabilă și teoria rezultată din eliminarea entității respective să fie una acceptabilă sau atractivă [Colyvan, 2015]. Stabilirea criteriilor obiective pentru a numi o teorie acceptabilă/atractivă poate defini și relația de ordine care ierarhizează teoriile în contextul “celor mai bune teorii” din Argument. O astfel de stabilire va face apel cu siguranță la dezideratele standard pentru teoriile științifice “bune”, anume succes empiric, putere unificatoare, simplitate, fertilitate, etc. Dezbaterile privind criteriile adecvate și ponderile potrivite ale acestora există, dar ea trebuie rezolvată independent de problema indispensabilității<sup>2</sup>. Astfel de probleme ridică în mod natural întrebarea “cât de mult” este matematica indispensabilă și care este relația exactă între indispensabilitatea și aplicabilitatea matematicii.

O definiție formală generală a indispensabilității în contextul Argumentului și al unei viziuni structural-constitutive a teoriilor cu fundament lingvistic este oferită de Panza și Sereni [2015]:

O teorie  $M$  este dispensabilă dintr-o teorie științifică  $T$  dacă și numai dacă există o teorie științifică  $T'$  care nu include propoziții aparținând teoriei  $M$  și care:

- a) este  $\varepsilon$ -echivalentă cu  $T$ , unde  $\varepsilon$  este o relație de echivalență adecvată;
- b) este la fel de sau mai virtuoasă decât  $T$ , conform unui criteriu adecvat de virtuozitate  $\alpha$ .

Dacă  $T$  include propoziții din  $M$  și nu există nicio teorie științifică  $T'$  satisfăcând condițiile a) și b) de mai sus, atunci  $M$  este indispensabilă teoriei  $T$ .

O astfel de definiție dizolvă o mare parte din dezbaterile pe tema indispensabilității, ca neadecvate, deoarece nicio teorie nu este (in)dispensabilă față de o altă teorie în mod absolut, ci numai relativ la o

<sup>1</sup> Teorema spune că, dacă avem o partiție a vocabularului unei teorii axiomatizabile  $T$  în două clase,  $t$  și  $o$  (să zicem, teoretică și observațională), atunci există o teorie axiomatizabilă  $T^*$  în limbajul al cărui singur vocabular non-logic este  $o$ , în care toate consecințele din  $T$  sunt exprimabile doar în  $o$ . Dacă vocabularul unei teorii poate fi astfel partiționat, atunci teoria poate fi reaxiomatizată astfel încât referința aparentă la orice entitate teoretică este eliminată. Pentru mai multe detalii, vezi [Field, 1980, p.8].

<sup>2</sup> Pentru mai multe detalii în această problemă, vezi [Colyvan, 1999].

anumită relație de echivalență, astfel că este mai bine a vorbi despre  $\varepsilon$ -indispensabilitate și nu indispensabilitate *simpliciter*. În acest cadru teoretic, (in)dispensabilitatea este în mod esențial o noțiune relațională și pentru fiecare alegere a lui  $\varepsilon$ , Argumentul de Indispensabilitate are semnificații filosofice diferite<sup>1</sup>.

Evident, indispensabilitatea implică aplicabilitatea, cel puțin într-una din formele sale; ceva nu poate fi indispensabil decât dacă este aplicabil relativ la nevoia de utilizare. Reciproc, problema este mai complexă. În viziune nominalistă, matematica este aplicabilă instrumental sau în mod utilitar, dar entitățile matematice nu există; astfel, nu putem spune că matematica este sau nu indispensabilă și nici măcar că entitățile sale sunt dispensabile, atâta timp cât acestea nu există și nici nu sunt aplicate *direct*. În general, dacă matematica este aplicabilă (instrumental/utilitar sau prin tot conținutul și trăsăturile sale, inclusiv prin entitățile sale), indispensabilitatea sa nu se poate stabili independent de aplicabilitate, dar se poate stabili numai cu aportul unor criterii *externe* naturii aplicabilității. În acest sens, văd două moduri posibile de a stabili indispensabilitatea. Unul ar fi lipsa alternativei de *determinare* în practica științifică, exemplificat cel mai bine prin faptul că unele teorii *nu ar fi existat* fără aparatul lor matematic, neputând fi exprimate. Celălalt mod ar fi obligația intelectual-epistemică de a *ierarhiza* și de a *alege* între soluțiile fundațional-metodologice care adresează o problemă științifică, iar unul din criteriile esențiale ale acestor acțiuni intelectuale este cu siguranță apelul la *necesitatea* matematică în teoriile empirice (împreună cu alte trăsături specifice matematicii). Aceste două moduri de stabilire a indispensabilității entităților matematice<sup>2</sup> sunt dependente de natura matematicii și implicit de natura aplicabilității sale, dar se bazează inclusiv pe criterii externe naturii aplicabilității, anume criterii istorice și antropocentrice<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> Pentru mai multe detalii privind această abordare relațională a indispensabilității și a Argumentului, vezi [Panza și Sereni, 2015].

<sup>2</sup> În această secțiune termenul 'indispensabilitate' a fost utilizat mai mult ca atribuit matematicii, dar în întregul context, mai puțin cel dedicat nominalismului, indispensabilitatea poate fi atribuită explicit entităților matematice (așa cum este formulat Argumentul în premisa P2).

<sup>3</sup> Caracterul antropocentric reiese din caracterul volitiv și relativizat la un scop al acțiunii intelectuale de ierarhizare și alegere, iar cel istoric din constatarea, analiza și organizarea rezultatelor din istoria științei și a practicii sale, cu efecte imediate în acțiunile intelectuale, în baza unor procese de natură psihologică.

În mod analitic, indispensabilitatea matematicii se definește prin *rolurile* matematicii în cadrul fundațional al practicii științifice (lingvistic, constitutiv, de reprezentare, explicativ) și printr-o *necesitate* a acestor roluri în cadrul unei *utilizări* pentru care se pune problema alternativei, luate individual sau cumulat, dar aceste roluri sunt dependente (și create) de utilizator și ca urmare poartă acel caracter antropocentric menționat anterior (să nu uităm că este vorba de “cele mai bune teorii științifice *ale noastre*”). Pe de altă parte, aplicabilitatea matematicii, deși conturată și categorizabilă în jurul aceluiași roluri, poate fi considerată o trăsătură intrinsecă a matematicii, ca produs al minții umane de sine stătător, nedependentă de utilizator<sup>1</sup>. Astfel, răspunsul la întrebarea “cât de mult” este matematica indispensabilă teoriilor științifice nu pare să exprime o anumită gradualitate, ci mai degrabă să fie dual (dispensabilă sau indispensabilă), atâta timp cât necesitatea unui singur rol poate deveni necesitatea absolută determinantă pentru indispensabilitate.

În concluzie, legătura dintre indispensabilitate și aplicabilitate este una foarte strânsă, dar nu de echivalență sau identitate. Prima implică pe cea de-a doua și există elemente comune constitutive (rolurile matematicii), dar prima poartă un caracter antropocentric mult mai accentuat. Acest caracter antropocentric se constituie într-un suport pentru premisa P2 și pentru întregul Argument, deoarece aplicabilitatea matematicii a fost stabilită (cel puțin empiric), însă indispensabilitatea sa este mai mult postulată decât stabilită, de unde apar și obiecțiile la premisa P2, pe care le voi adresa în secțiunea următoare; suportul constă în lărgirea spectrului semantic al termenului în contextul Argumentului, prin analiza și distincțiile făcute. Aplicabilitatea matematicii poate fi de mai multe tipuri (relativ la rolurile matematicii – semantică, descriptivă, explicativă, inferențială), pe când indispensabilitatea sa poate fi sau nu fi.

Astfel, premisa P2 se bazează pe un *fapt* al practicii științifice, pe o bază observațională a rezultatelor și nu pe o indispensabilitate demonstrată, iar acest fapt importă faptul succesului *constatat* al matematicii *aplicate*. Aici se impune și distincția dintre utilizarea și aplicarea matematicii, prin rolurile sale; utilizarea se face inclusiv la nivelul fundațional al științei, iar aplicarea mai mult la nivelul funcțional, unde de fapt finalitatea aplicației este apelul la necesitatea adevărilor matematice, care nu are încă o alternativă epistemic superioară. Când vorbim de indispensabilitate în contextul Argumentului,

---

<sup>1</sup> Voi reveni asupra problemei dependenței de utilizator a matematicii și a aplicabilității sale într-o cercetare viitoare.

componenta de *utilizare* – ridicând problema alternativei – trebuie să prevaleze în fața celei aplicative.

#### 4 Obiecții funcționale și obiecții fundamental-constitutive

Obiecțiile la Argumentul de Indispensabilitate au fost multiple și au dominat dezbaterile din filosofia matematicii pe o perioadă îndelungată<sup>1</sup>, vizând atât formularea Argumentului, logica și funcționalitatea sa, precum și adevărul premiselor. În această secțiune voi puncta obiecțiile cele mai influente, nefiind locul potrivit pentru a le dezvolta<sup>2</sup>.

Între aceste obiecții clasice, majoritatea punctuale și având ca țintă porțiuni ale Argumentului, așa cum este formulat, se detașează două obiecții care, deși pot fi numite fundamentale, deoarece adresează probleme de concepție și construcție, nu au beneficiat de o atenție deosebită. Este vorba de obiecția lui C. Parsons [1980], care pretinde că *evidența* propozițiilor matematice fundamentale trebuia să își găsească locul în concepția Quineană a Argumentului, și de cea a lui P. Kitcher [1984, p. 104-105], care vede ca esențial faptul că Argumentul nu explică *de ce* matematica este indispensabilă științei. În legătură cu aceasta din urmă, problema nu este una de tip Wignerian [Wigner, 1960], în lumina distincției făcute între indispensabilitate și aplicabilitate, ci una pur epistemică, revenind la problema determinării prin criterii a indispensabilității, tratată în secțiunea anterioară.

Obiecțiile care au primit cea mai mare atenție au fost cele ale lui H. Field, P. Maddy și E. Sober, în particular programul de nominalizare ficționalistă a lui Field, care a dominat discuțiile asupra ontologiei matematicii și a menținut interesul asupra indispensabilității până în prezent.

Prin proiectul său nominalist, Field [1980] respinge premisa P2 a Argumentului. În mare, el încearcă să demonstreze că matematica nu este indispensabilă științei, în sensul că referirea la entitățile matematice poate fi eliminată cu succes prin reformulare, iar proiectul său are două etape: în prima se argumentează că teoriile și propozițiile matematice nu trebuie să fie adevărate pentru a putea fi aplicate, ci doar conservative<sup>3</sup>,

<sup>1</sup> în special anii 1980 și anii 1990

<sup>2</sup> Pentru o privire de ansamblu bine organizată și detaliată asupra obiecțiilor clasice la Argument, vezi [Colyvan, 2015] și [Colyvan, 2001].

<sup>3</sup> O teorie matematică este conservativă dacă este compatibilă cu orice teorie intern necontradictorie despre universul fizic, care nu conține nicio cuantificare peste sau referire la obiecte matematice [Field, 1989]. Dacă o teorie matematică  $M$  este conservativă, atunci o

ceea ce reprezintă o trăsătură a matematicii; în a doua etapă se încearcă demonstrarea faptului că teoriile științifice pot fi nominalizate corespunzător, cu rezultatul practic al nominalizării unei porțiuni importante a teoriei gravitației Newtoniene. Prin acest proiect, Field explică de ce matematica poate fi (și de ce este) utilizată în știință, atribuind acestei utilizări un caracter pragmatic (bazat pe eficiența de exprimare și calculatorie, a scurtării derivărilor și a referinței), argumentând că – în ciuda acestor virtuți – matematica este totuși dispensabilă, ceea ce contrazice P2.

O altă versiune de nominalism, susținută de J. Azzouni, admite premisele P1 și P2 într-o anumită formă conceptuală rafinată și respinge concluzia C, afirmând că matematica este indispensabilă, dar entitățile sale nu există [Azzouni, 2004]. Azzouni face distincția între angajamentul la cuantificare și angajamentul ontologic [Azzouni, 2004, p. 49-122]: Avem angajament la cuantificare de fiecare dată când teoriile noastre includ propoziții de cuantificare existențială; dar acest tip de angajament nu este suficient pentru a fi un angajament ontologic, ceea ce este susținut de exemplul entităților ficționale, despre care nu avem niciun motiv pentru a crede în existența lor, deși sunt subiectul cuantificării. Dintre toate criteriile obiective posibile care ar putea determina angajamentul ontologic (eficacitate cauzală, observabilitate, detectabilitate, etc.), Azzouni preferă criteriul independenței ontologice, drept unul care poate fi adoptat în mod colectiv, prin independența sa față de observator/utilizator: Ceea ce există sunt acele lucruri care sunt ontologic independente de practicile lingvistice și procesele psihologice [Azzouni, 2004, p. 99]. În viziunea lui Azzouni, entitățile matematice, chiar indispensabile celor mai bune teorii, sunt dependente de practicile noastre lingvistice și procesele psihologice (specifice actului de creație matematică), deci nu ne putem angaja ontologic la acestea<sup>1</sup>.

---

afirmație nominalistă *A* despre universul fizic rezultă dintr-un corp *N* de astfel de afirmații și *M*, numai dacă *A* rezultă numai din *N*.

<sup>1</sup> Quine distinge de asemenea între angajamentul la cuantificare și cel ontologic, cel puțin în cazul entităților indispensabile celor mai bune teorii. Acestea sunt acele entități care nu pot fi eliminate prin parafrază și care trebuie să fie subiectul unei cuantificări atunci când regimentăm teoriile relevante. După Quine, aceste entități sunt cele la care trebuie să avem angajament ontologic. Azzouni pretinde că trebuie să rezistăm acestei identificări; chiar dacă entitățile celor mai bune teorii sunt indispensabile, chiar dacă sunt subiect de cuantificare, oricare din aceste criterii nu este suficient pentru a ne angaja ontologic la aceste entități.

O altă obiecție de tip nominalist vine din partea lui J. Melia [2000], ca o consecință a strategiei sale de nominalizare, numită de către autor “de manipulare”<sup>1</sup>. Pe scurt, să considerăm afirmațiile de tipul

(1) Orice care este  $F$  este  $G$ ;  $X$  face excepție.

sau

(2) Orice care este  $F$  este  $G$ . Există un  $X$  care este  $F$  și care nu este  $G$ .

Aceste afirmații pot fi interpretate ca auto-contradictorii. Melia pretinde că este mai rezonabil să le interpretăm ca fiind necontradictorii, anume în forma

(3) Orice diferit de  $X$ , care este  $F$ , este  $G$ .

Această strategie este numită de Melia “strategie de manipulare” – exprimarea și consolidarea unei idei prin retragerea a ceva implicat de afirmația enunțată. În construcția teoriilor, oamenii de știință fac afirmații care par să implice existența entităților matematice, deși – spune Melia – majoritatea nu cred în existența unor lucruri precum obiectele matematice. Această poziție a lor pare auto-contradictorie, dar este mai rezonabil să o privim ca pe o manipulare: ei își exprimă ideile prin retragerea a ceva implicat de afirmația enunțată și procedează în acest mod datorită limitărilor limbajului care nu implică existența obiectelor matematice (limbajul nominalist). Singurul mod prin care oamenii de știință își pot exprima ideile este enunțarea unei afirmații care implică existența obiectelor matematice, urmată de anularea acestei implicații.

Dacă acceptăm viziunea lui Melia<sup>2</sup>, atunci înseamnă că, deși exprimăm cele mai bune teorii științifice folosind limbajul matematicii și deși aceste propoziții implică existența obiectelor matematice, aceste lucruri nu ne dau motive pentru a crede în existența acestor entități. Astfel, faptul că există obiecte matematice nu este *parte* a conținutului vreuneia din cele mai bune teorii științifice, ci este *ceva spus* pentru a exprima acest conținut, ceea ce contrazice premisa P1 a Argumentului. Cu alte cuvinte, matematica este folosită în științe “pentru a putea spune mai multe lucruri despre obiectele concrete” [Melia, 1998, p. 70-71].

P. Maddy a arătat că, dacă P1 este falsă, proiectul lui Field devine irelevant pentru dezbaterea realism/anti-realism în matematică. Maddy [1992; 1995] exprimă mai multe obiecții la premisa P1, printre care aceea că nu trebuie să ne angajăm ontologic la *toate* entitățile indispensabile celor mai bune teorii. Obiecția se bazează pe problemele care reconciliază

<sup>1</sup> în textul original în lb. engleză, “weaseling”

<sup>2</sup> Cea mai notabilă opoziție la strategia de “manipulare” a fost aceea a lui M. Colyvan [2010].

naturalismul cu holismul confirmațional<sup>1</sup>, în particular pe faptul că o viziune holistică asupra teoriilor științifice are probleme în a explica legitimitatea anumitor aspecte ale *practicii* științifice și matematice, practici presupuse a fi în mod necesar legitime în viziunea naturalistă, care acordă un statut special practicii și metodologiei științifice. În mare parte, obiecțiile sale vizează consecințele metodologice ale acceptării doctrinelor Quineene de naturalism și holism, care susțin premisa P1. Maddy își dezvoltă obiecția în jurul *faptului* că atitudinile oamenilor de știință privind componentele teoriilor bine confirmate variază de la credința în acestea, la toleranță și până la respingere [Maddy, 1992, p. 280]. Argumentul său este acela că naturalismul ne sfătuiește să respectăm metodele oamenilor de știință și totuși holismul pare sugereze că aceștia nu trebuie să aibă un suport diferențiat pentru entitățile din teoriile lor, deci trebuie să susținem naturalismul și nu holismul în această problemă, astfel că ar trebui să susținem atitudinile oamenilor de știință care aparent nu cred în existența *tuturor* entităților componente ale celor mai bune teorii; trebuie deci să respingem P1.

A doua problemă derivă din cea de mai sus. Odată ce respingem imaginea teoriilor științifice ca unități omogene, se naște întrebarea dacă părțile matematice ale teoriilor fac parte din domeniul adevărat/real al teoriilor confirmate sau din cel idealizat, iar Maddy sugerează a doua variantă. Argumentul său este acela că oamenii de știință nu par să considere aplicarea indispensabilă a unei teorii matematice drept un

---

<sup>1</sup> Naturalismul și holismul sunt considerate două curente filosofice care susțin Argumentul, mai precis premisa P1. După Quine [1981b], naturalismul este acea doctrină care nu admite existența unei filosofii superioare (științei) și care vede investigația filosofică într-o continuitate cu cea științifică. În această viziune, știința, atfel interpretată (ca având drept componentă filosofia), ne dă întreaga cunoaștere a lumii, iar acest statut al științei este clădit în jurul unui respect absolut pentru *metodologia* sa și a acceptării succesului incontestabil al acestei metodologii în a răspunde întrebărilor fundamentale privind natura lucrurilor. În viziune Quineană, componenta metodologică și componenta conceptuală a științei (ultima fiind cea care gestionează entitățile, obiectul Argumentului) sunt inseparabile și, prin această relație, naturalismul ne oferă un motiv pentru a crede în existența entităților utilizate în cele mai bune teorii și nu în alte entități. Holismul confirmațional este atribuit lui Quine [1980b, p. 41] și este viziunea conform căreia teoriile sunt confirmate sau infirmate numai ca întreg. Dacă o teorie este confirmată empiric, întreaga teorie este confirmată, inclusiv componentele și metodologiile sale; în particular, indiferent de ceea ce anume uzază matematica într-o teorie confirmată, acele componente sunt de asemenea confirmate [Quine, 1976, p. 120-122]. Împreună, naturalismul și holismul confirmațional justifică premisa P1 – naturalismul justifică pe “numai”, iar holismul confirmațional pe “toate” [Colyvan, 2015].

indicator al adevărului acelei teorii, datorită aspectului de idealizare, care este un ansamblu de presupuneri false; aceste situații ale *practicii* matematicii aplicate ne arată că oamenii de știință vor apela la *orice* teorie matematică ar fi necesară pentru a rezolva problema pusă, fără a face referire la (sau uzanță de) adevărul teoriei matematice respective [Maddy, 1995, p. 255], în fapt o matematizare “cu orice preț”. Din nou, se pare că holismul confirmațional este în conflict cu practica științifică actuală și deci cu naturalismul. Rezumând, atâta timp cât nu considerăm indispensabilitatea unei teorii matematice într-o aplicație sau teorie fizică drept un indicator al adevărului teoriei matematice, nu avem niciun motiv să credem că entitățile relevate de teoria matematică sunt reale, deci trebuie să respingem P1.

O a treia obiecție la P1 a lui Maddy vizează practica matematicienilor în fața unor probleme matematice independente de fundația matematică existentă, exemplificate prin conjeturi ale teoriei mulțimilor care sunt independente de sistemul axiomatic ZFC (spre exemplu, ipoteza continuuumului). În fața unor astfel de probleme, matematicienii propun noi axiome drept candidate la suplimentarea sistemului ZFC, aducând argumente care să susțină aceste axiome, însă aceste argumente nu au nicio legătură cu aplicațiile sistemului în științele fizice, fiind interne matematicii. Conform unei teorii a indispensabilității, noile axiome ar trebui stabilite după cum realizează coerența cu cele mai bune teorii științifice, adică teoreticienii de mulțimi ar trebui să stabilească noile axiome cu un ochi îndreptat spre ultimele realizări ale fizicii. Întrucât aceasta nu se întâmplă în realitate, holismul confirmațional pare să susțină o revizuire a practicii matematice, iar acest lucru – susține Maddy [1992, p. 286-289] – este în conflict cu naturalismul.

Obiecția lui E. Sobber este apropiată de penultima și ultima obiecție a lui Maddy, punând la îndoială ideea că teoriile matematice beneficiază de același suport empiric precum cele mai bune teorii științifice. Sobber [1993] argumentează prin faptul că teoriile matematice nu sunt testate în același mod precum teoriile empirice ale științelor, în care ipotezele sunt confirmate numai relativ la ipoteze competitivoare. Astfel, dacă matematica ar fi confirmată împreună cu cele mai bune ipoteze empirice (așa cum pretinde teoria indispensabilității), atunci ar trebui să existe competitori non-matematici. Însă – arată Sobber – toate teoriile științifice sunt constituite în jurul unui nucleu matematic și, astfel, deoarece nu există ipoteze competitivoare, este o greșeală să credem că matematica beneficiază

de suport confirmațional de la evidențe empirice în același mod în care alte ipoteze științifice îl primesc.

Ca și obiecțiile lui Maddy, cea a lui Sober este una *indirect* adresată premisei P1, fiind mai mult o obiecție la viziunea generală Quineană asupra matematicii ca făcând parte din știința empirică; precum ultima obiecție a lui Maddy, aceasta ne oferă mai mult un motiv de a respinge holismul confirmațional. Prin urmare, impactul acestor obiecții asupra premisei P1 depinde de cât de important considerăm a fi holismul confirmațional pentru acea premisă a Argumentului. A admite concluzia C a Argumentului în fața obiecțiilor lui Maddy și Sober înseamnă a ne angaja ontologic cel puțin la entitățile care nu beneficiază de suport empiric, ceea ce nu ar fi în spiritul Argumentului original Quine-Putnam [Colyvan, 2015].

Tot o obiecție indirectă la adresa Argumentului, de data aceasta fundamental-constitutivă, este aceea derivând din susținerea inseparabilei dintre conținutul fizic și cel matematic al teoriilor științifice. Atâta timp cât considerăm teoria drept un tot unitar în care conținutul matematic nu poate fi izolat – iar această unitate este susținută nu neapărat de structura teoriei, cât de existența unei *ținte* a sa – este o contradicție internă a pune problema indispensabilității unor elemente constitutiv-structurale ale teoriei, deoarece indispensabilitatea presupune un aport *extern* la o teorie în formare, elementul “indispensabil” devenind ulterior intern (ca inseparabil) aceleiași teorii, care își păstrează ținta și o atinge prin *întreg* conținutul și metodologia sa. În acest fel, obiecția se adresează ambelor premise P1 și P2 la nivel constitutiv-semantic. Mai mult, dacă identitatea drept criteriu ontologic presupune o separație în cadrul unui ansamblu, același tip de obiecție vizează și concluzia C a Argumentului – este problematic a avea angajament ontologic la o entitate matematică inseparabilă, în contextul Argumentului, atâta timp cât inseparabilitatea obstrucționează identitatea “entității”. Astfel, dacă holismul confirmațional susține P1, așa cum am arătat mai sus, un holism absolut ontologic al teoriilor științifice, considerate nu exclusiv structural, ci ca ansambluri structură-cu-țintă, ar respinge ambele premise la nivel fundamental. În viziune platonistă, existența entităților matematice este suficientă pentru a susține separația conținutului matematic de cel fizic, astfel că această potențială obiecție este specifică nominaliștilor despre matematică.

Există exemple similare ale acestei probleme legate de ontologia biologiei. Un organism evoluat din alte organisme prin adaptarea la mediu<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> ca simbioză a mai multor organisme sau ca un singur organism evoluat

are ca țintă supraviețuirea în acel mediu, iar problema indispensabilității unuia din organismele primare ancestrale relativ la ținta supraviețuirii (celui secundar) nu se poate pune fără a avea o contradicție internă, deoarece organismul primar este constitutiv celui secundar, în timp ce ținta supraviețuirii (în noul mediu) este specifică doar celui secundar<sup>1</sup>.

Dezbaterea privind separația conținuturilor matematic și fizic în teoriile fizice și consecințele ei filosofice este una clasică în filosofia științei, se întinde pe multe decade și nu voi insista asupra ei. Voi nota doar poziția lui G. Boniolo și P. Budinich [2005, p. 86], care, susținând inseparația în contextul *aplicabilității* matematicii, argumentează pentru dizolvarea problemei lui Wigner [1960] la nivel constitutiv, ca falsă problemă, invocând aceeași contradicție a statutului simultan intern-extern al aportului matematicii la o teorie fizică. În susținerea inseparabilității, cei doi autori avansează o noțiune numită *semn fizico-matematic*, ca element unitar constitutiv al oricărei teorii fizice, din care nu poate fi separată o “parte matematică”.

O altă obiecție de tip fundamental vizează un aspect ontologic-epistemologic: În cadrul Argumentului, conceptul de teorie științifică este bine individualizat indiferent de statutul ontologic al componentelor sale, fie ele separabile sau nu. Avem toate motivele pentru a considera teoria științifică *per se* drept o *entitate* (teoretică), atât ca ansamblu sistematic al unor entități teoretice, ca un sistem propozițional, cât și ca un tot unitar epistemic. Totuși, Argumentul adresează problema existenței *doar* a entităților matematice, nu și a teoriilor (ca entități), care sunt presupuse a exista *a priori* Argumentului. Mai mult, teoriile științifice (cele mai bune), teoriile și entitățile matematice, sunt toate entități teoretice care, dincolo de caracterizările ontologice, au un același statut epistemic primar relativ la atingerea acelorași ținte ale cunoașterii<sup>2</sup>. Argumentul admite tacit această egalitate epistemică, dar relevă două stataturi ontologic-epistemice diferite

---

<sup>1</sup> Se poate obiecta prin faptul că aportul organismului primar este identificabil la nivel anatomic-genetic, deci separabil. Acest lucru dă sens unei indispensabilități ontologic-constitutive a organismului primar ca entitate de sine stătătoare, dar nu a unei indispensabilități privind supraviețuirea acestuia, care nu poate fi relativizată la părți ale întregului (organismul secundar). Ca și în cazul contextului Argumentului, considerarea *țintei* împreună cu structura este esențială pentru susținerea obiecției prin restrângerea spectrului semantic al indispensabilității. În mod analog, chiar dacă unele entități pot fi identificate ca pur matematice la nivel sintactic-propozițional într-o teorie științifică, acestea pot fi indispensabile *constituirii* teoriei, dar este contradictoriu a spune că sunt indispensabile teoriei și țintei/scopului său.

<sup>2</sup> Evident, obiecțiile pot veni din partea nominaliștilor.

ale teoriei științifice și entității matematice – prima entitate există, fiind în practica noastră intelectuală, pe când pentru existența celei de-a doua se constituie prezentul Argument ca un *support* ontologic suplimentar, care astfel devine epistemic. Chiar dacă în final Argumentul pretinde silogistic existența entității matematice, premisele sale schimbă statutul epistemic al celor două tipuri de entități; indispensabilitatea este invocată pentru a egaliza cele două stataturi ontologice, dar dezechilibrează balanța epistemică<sup>1</sup>.

Tot la nivel fundamental-constitativ, să reluăm ideea caracterului istoric și antropocentric al stabilirii indispensabilității, de care am vorbit în secțiunea anterioară, unde am expus legătura dintre indispensabilitate și aplicabilitate. Să observăm că acest caracter extern naturii matematicii ca obiect teoretic induce o *dinamică* a conceptului de indispensabilitate raportat la entitățile matematice. Entitățile matematice, drept categorii, având un caracter static, nedependent de timp (chiar dacă sunt create în timp), participă – prin aplicabilitatea și aplicarea matematicii – la cele mai bune teorii științifice *ale noastre*, pe când indispensabilitatea acestora în cadrul teoriilor este constatată în timp. Ceea ce este aplicabil și util *devine* indispensabil, prin criterii de natură istorică și antropocentrică, iar confirmarea statutului de “cele mai bune” pentru teorii relevă o dependență de timp similară. Dacă acceptăm această dependență de timp a indispensabilității, Argumentul nu poate fi formulat ca fiind presupus într-o instanță temporală oarecare, ci necesită o formulare dinamică.

### 5 Versiuni ontologice și epistemice ale Argumentului

Prin natura și structura sa, Argumentul este predispus la multiple versiuni generate prin reformulare, prin distincții conceptuale dar și prin generalizări, prin răspunsuri la obiecțiile ridicate la Argumentul original și, în general, obiecții specifice fiecărei viziuni filosofice asupra matematicii. Voi puncta în această secțiune doar versiunile care au primit cea mai mare

---

<sup>1</sup> Se poate obiecta prin faptul că entitatea matematică și teoria sunt entități de naturi diferite, prima având o individualitate mai pregnantă. Răspund acestei obiecții prin exemplul unei teorii matematice degenerate, constând într-o singură teoremă, o entitate cu o individualitate mai mare decât a unui ansamblu de teoreme și definiții. La rândul său, o teoremă poate avea un rezultat care este *constitativ* definiției unui concept matematic (‘entitate matematică’ în contextul curent), în sensul consistenței definiției respective. Astfel, entitatea teoretică *teoremă*, în fapt o mini-teorie (matematică), poate participa la identitatea unei entități matematice și reciproc, una fiind constitutivă celeilalte. Argumentul poate fi menținut într-o extensie conceptuală a termenului *teorie*, care să includă și teoria științifică.

atenție din partea filosofilor contemporani de știință și care relevă legăturile cele mai strânse cu problematica aplicabilității generale a matematicii.

### 5.1 Versiunea structural-modală

Voi începe cu o versiune a Argumentului generată de o viziune nominalistă, anume structuralismul modal. Această versiune de nominalism se concentrează pe structuri ca fiind obiectul principal al matematicii, pe care o interpretează în termeni de logică modală pentru a elimina complet referirea la obiecte matematice. Propunerea lui Hellman [1989] este de a accepta valorile de adevăr ale propozițiilor matematice și faptul că matematica studiază structuri *posibile*, nu actuale; în acest fel, este evitat angajamentul ontologic la structurile matematice actuale, rămânând angajamentul la posibilitatea acestora. Hellman prezintă o schemă de translație prin care orice propoziție matematică  $S$  este considerată eliptică pentru o propoziție ipotetică ( $S$  are loc într-o structură potrivită), apoi presupune că structurile potrivite sunt posibile. Prin această translație, el pretinde că adevărul matematic este prezervat fără costuri ontologice. În acest cadru teoretic, matematica este aplicată prin stabilirea unui izomorfism potrivit între structurile matematice și acele structuri ale contextului fizic care reprezintă în mod adecvat situația investigată.

În interpretarea structural-modală, statutul Argumentului de Indispensabilitate este unic. Pe de o parte, concluzia Argumentului este respinsă, atâta timp cât angajamentul ontologic la entitățile matematice poate fi evitat în baza schemei de translație. Pe de altă parte, o versiune revizuită a Argumentului poate fi exprimată pentru a motiva formularea propozițiilor matematicii în limbajul modal, având ca premisă rolul indispensabil al noțiunilor primitive modale introduse de structuralistul modal. Ideea este de a modifica subiectul premisei P2 și al concluziei cu aceste noțiuni primitive<sup>1</sup>:

(P1) Trebuie să ne angajăm ontologic la toate și numai la acele entități care sunt indispensabile celor mai bune teorii științifice.

(P2) *Translațiile structural-modale* ale teoriilor matematice sunt indispensabile celor mai bune teorii științifice.

(C) Trebuie să ne angajăm ontologic la *posibilitatea* structurilor corespondente.

---

<sup>1</sup> Această versiune nu este formulată explicit de către Hellman, având un statut potențial în lucrarea sa. În această formă, formularea aparține lui O. Bueno [2014].

În acest sens, structuraliștii modali pot invoca Argumentul de Indispensabilitate în sprijinul schemei lor de translație și al posibilității structurilor relevante. În această formulare, Argumentul nu oferă un suport pentru angajamentul ontologic la obiectele matematice, ci la posibilitatea (existenței) structurilor matematice (translatate) [Bueno, 2014].

Un mod particular de a genera versiuni ale Argumentului este bazat pe prevalența unuia din *rolurile* matematicii în constituirea indispensabilității, ca fiind decisiv la nivel constitutiv. Perioada recent contemporană a filosofiei matematicii a fost dominată de dezbaterile privind această prevalență a diferitelor roluri, cea mai mare atenție primind balanța între rolul *explicativ* și cel *reprezentational* al matematicii, în particular privind existența explicațiilor *pur* matematice, iar aceste dezbateri au reprezentat “noul val” al argumentului de indispensabilitate pentru platonismul matematic.

## 5.2 Versiunea explicativă

În particular, A. Baker [2005, 2009] este un proponent al prevalenței rolului explicativ al matematicii și și-a însoțit argumentația de un studiu de caz devenit celebru și subiect de dezbateri în rândul filosofilor de știință contemporani, anume cel al insectelor Cicada, al căror ciclu de viață în ani este un număr prim, anume 13 sau 17 [Baker, 2005]; obiectul dezbaterilor a fost reprezentat de atributul explicației (științifice) a acestui fapt, de a fi una indispensabil matematică (bazată pe rezultatul matematic că numerele prime minimizează intersecțiile, ceea ce în realitatea fizică ar însemna evitarea suprapunerii cu perioadele de viață ale prădătorilor, la nivel de specie)<sup>1</sup>.

În baza prevalenței rolului explicativ indispensabil al matematicii și cu suportul inferenței către cea mai bună explicație (IBE) pentru realismul științific, Baker propune o versiune a Argumentului numită de autor *Argumentul de Indispensabilitate Îmbunătățit* [Baker, 2009]:

(P1) Trebuie să credem în mod rațional în existența oricărei entități care joacă un rol explicativ indispensabil în cele mai bune teorii științifice.

---

<sup>1</sup> Acest exemplu nu este unic în literatură, alt exemplu notabil fiind cel al formei hexagonale a celulelor fagurelui albinelor (care ar minimiza consumul de ceară pentru o cantitate dată, *deoarece* placarea hexagonală a unei suprafețe plane oferă cel mai mic perimetru total al celulelor), atribuit lui Lyon și Colyvan [2008], sau cel al imposibilității traversării podurilor din orașul Königsberg cu trecerea unui pod o singură dată (*deoarece* graful corespunzător insulelor și podurilor din Königsberg nu este Eulerian), atribuit lui Pincock [2007].

(P2) Obiectele matematice joacă un rol explicativ indispensabil în cele mai bune teorii științifice.

(C) Trebuie să credem în mod rațional în existența obiectelor matematice.

Rolul IBE nu este explicit în formularea acestei versiuni, dar participă la motivarea premisei P1 în mod evident. Argumentul funcționează în baza ideii că, deoarece entitățile matematice participă la cele mai bune teorii științifice la fel ca entitățile observabile și credința rațională în entitățile observabile este motivată de IBE în ceea ce privește explicațiile științifice, realistul trebuie să fie și platonist privind entitățile matematice.

Astfel, IBE oferă un punct de turnură pentru indispensabilitatea matematicii, care poate fi folosit ca un suport pentru platonism în baza inseparabilității incontestabile dintre matematica aplicată și știință.

Au fost formulate mai multe versiuni ale Argumentului de Indispensabilitate Îmbunătățit<sup>1</sup>, printre care cea a lui M. Colyvan [2007], cea a lui S. Bangu [2013] sau cea a lui P. Mancosu [2015], fiecare fiind formulată în baza viziunii autorului său asupra conceptului de explicație științifică raportat la o anumită filosofie a matematicii.

Obiecțiile principale asupra versiunii inițiale a Argumentului de Indispensabilitate Îmbunătățit au vizat premisa P2, punând sub semnul întrebării afirmația că matematica joacă rolul potrivit în acest context. Acestea s-au dezvoltat în special în jurul exemplelor particulare pretinse a releva prevalența rolului explicativ versus reprezentational al matematicii (în special exemplul insectelor Cicada a primit o mare atenție), dar au vizat și probleme filosofice generale ale argumentului explicativ. Cele mai notabile obiecții de tip general au fost cele ale lui J. Saatsi și R. Marcus.

J. Saatsi [2011] își formulează obiecția argumentând pentru prevalența rolului reprezentational al matematicii. Discutând exemplele clasice invocate în favoarea rolului explicativ, Saatsi constată în primul rând că ele nu separă suficient de clar rolul explicativ de cel reprezentational. Chiar dacă aceste exemple arată că matematica are un rol de aport de cunoaștere în știință, faptul că matematica ne oferă cunoaștere sub forma unor credințe justificate asupra unor fapte fizice nu implică rolul său explicativ. În particular, pentru fiecare exemplu, Saatsi pretinde că relevanța matematicii se manifestă în modul în care ne ajută la cunoașterea unor explicații *fizice* (din care nu putem separa o parte matematică), iar acest rol nu conferă matematicii un rol explicativ prin natura ei, ci unul

---

<sup>1</sup> Îl voi numi în continuare 'argumentul explicativ'.

reprezentational. Acest rol reprezentational este la rândul său ceva care necesită o explicație, dar această problemă, precum și orice argument pentru platonism care se bazează pe aceasta, este independentă de Argumentul de Indispensabilitate Îmbunătățit.

R. Marcus [2014] obiectează prin faptul că plauzibilitatea versiunii lui Baker depinde de clarificarea utilizării unuia dintre două sensuri ale explicației, anume cea epistemică și cea metafizică. Explicațiile epistemice pot fi independente de realitatea lumii, fără a-și pierde calitatea de a fi explicative; printre criteriile explicațiilor epistemice bune sau acceptabile se află inteligibilitatea și familiaritatea pentru o anumită audiență, astfel că acestea variază odată cu audiența. Într-o explicație epistemică, referințele nu trebuie luate literal și ca reale, chiar dacă acestea reprezintă lumea într-un mod adecvat pentru demersul intelectual propus. În contrast, criteriile explicațiilor metafizice bune sau acceptabile includ relevarea legilor și principiilor exacte (reale) care guvernează lumea, fiind apte pentru a exprima ceea ce credem că există, deci nu sunt dependente de audiență. Astfel, trebuie să luăm literal și realist referințele explicațiilor metafizice. În plus, o explicație în care acordăm un statut realist referințelor poate să nu fie utilă atunci când vrem să explicăm, în sens epistemic, fapte ale realității. Gradul în care o teorie este explicativă, indiferent dacă include sau nu matematică, pare să nu fie proporțional cu gradul în care ar trebui să credem în obiectele la care se referă.

După Marcus, argumentul explicativ al lui Baker depinde de un sens non-metafizic al explicației, deoarece teoriile metafizice standard ale explicației științifice au dificultăți de acomodare cu explicațiile matematice din cadrul matematicii<sup>1</sup>. Indiferent dacă natura explicației pur matematice este sau nu relevantă, adeptul argumentului explicativ trebuie să aducă suport în sprijinul afirmației că trebuie să fim realiști privind explicațiile matematice ale fenomenelor fizice. Dacă aceste explicații sunt metafizice, adeptul argumentului explicativ poate adopta Argumentul clasic Quine-Putnam pentru acest suport; dar atunci argumentul explicativ nu îmbunătățește cu nimic pe cel clasic. Dacă explicațiile sunt epistemice, nu

---

<sup>1</sup> Multe inferențe matematice nu sunt explicative. Putem deriva ' $7 + 5 = 12$ ' din axiomele primare, dar astfel de derivări nu pot fi considerate explicații în viziunea standard. Orice evaluare a demonstrațiilor ca fiind sau nu explicative trebuie să se bazeze pe alte criterii decât derivabilitatea din axiome. Acestea pot avea o natură psihologică sau pot apela la demonstrații unificatoare, ca exemple. Explicația matematică, orice ar fi aceasta, nu constă doar în deductibilitate [Marcus, 2014].

există un motiv puternic de a lua literal și realist referințele acestora, în special pe cele matematice. Nu este nevoie să fim în totalitate realiști atunci când oferim o explicație epistemică, deoarece explicațiile care facilitează înțelegerea noastră subiectivă pot să nu releve angajamentele făcute [Marcus, 2014].

În concluzie, dacă argumentul explicativ folosește sensul epistemic al explicației, pretinderea sa de a justifica credințele matematice este implauzibilă. Dacă argumentul explicativ folosește sensul metafizic al explicației, atunci acesta nu aduce platonistului niciun suport suplimentar față de Argumentul clasic. Poate însă exista o a treia viziune asupra explicației matematice în științe, între cea epistemică și cea metafizică, în care argumentul explicativ să aibă mai mult succes.

### 5.3 Versiunea pragmatică

Versiunile pragmatice ale Argumentului sunt bazate pe considerații generale privind practica științifică și nevoile acesteia. Cea mai reprezentativă construcție în acest sens este cea realizată de M. D. Resnik [1995, p. 169-171; 1997, p. 46-47]:

P1) În enunțarea legilor și conducerea derivărilor sale, știința presupune existența a multor obiecte matematice și adevărul multor propoziții matematice.

P2) Aceste presupuneri sunt indispensabile activității științifice; mai mult, multe din concluziile importante derivate din și în cadrul științei nu ar fi putut fi derivate fără a considera afirmațiile matematice drept adevărate.

C1) Astfel, avem justificarea derivării concluziilor din și în cadrul științei numai dacă avem justificarea considerării matematicii folosite în știință drept adevărată.

P3) Avem justificarea activității științifice.

P4) Singurul mod de a face știință pe care îl știm presupune derivarea de concluzii din și în cadrul științei.

C2) Astfel, avem justificarea considerării matematicii drept adevărată.

C3) Astfel, matematica este adevărată.

Să observăm că această versiune diferă de cele precedente prin faptul că nu depinde de afirmația că "evidența științei (un corp de afirmații) este totodată evidența componentelor sale matematice (alt corp de afirmații)", ci pretinde doar că "justificarea activității științifice (un act) justifică totodată acceptarea ca adevărată a matematicii, așa cum este folosită de știință (un alt act) [Resnik 1995, p. 171].

În această formă, Argumentul se dispensează de holismul confirmațional, dar nu este clar dacă se dispensează și de naturalism<sup>1</sup>. Premisele P3 și P4 primesc suport de la naturalism, în sensul mandatării scepticismului privind justificarea și adevărul teoriilor științifice, dar nu este clar cum naturalismul poate garanta adevărul teoriilor științifice, în particular al celor matematice (concluziile C2 și C3). Pe de altă parte, nu este clar dacă rolul noțiunii de justificare urmează aceeași linie conceptuală a Argumentelor de tip clasic, unde justificarea se aplică afirmațiilor sau corpurilor de afirmații drept justificare a adevărului acestora, și nu doar a adoptării acestora pentru motive practice. Resnik pare inițial să conceapă justificarea ca aplicându-se mai degrabă *actelor* decât corpurilor de afirmații, apoi bazează "acceptarea ca adevărată a matematicii, așa cum este folosită de știință" pe motivul pragmatic că "Avem justificarea activității științifice", iar această știință, considerată din punct de vedere al componentelor sale practice, se bazează pe diverse presupuneri matematice și nu pe faptul că orice teorie științifică este aproximativ adevărată [Panza și Sereni, 2015].

Dacă argumentul lui Resnik este valid și corect, acesta devine independent de presupunerea că unele teorii științifice sunt adevărate și se dispensează de realismul științific [Resnik, 1997, p. 46-47], în ciuda faptului dubitabil că porțiunea C2-C3 ar depinde de naturalism.

Azzouni [2009] oferă tot o versiune bazată pe considerații pragmatice, dar în termeni diferiți, sub forma unei "amprente" care caracterizează o familie de argumente de tip indispensabilitate în sens clasic:

P: Anumite afirmații care cuantifică peste entități matematice sunt indispensabile științei.

C: Acele afirmații sunt adevărate.

Azzouni [2009] extinde această amprentă pentru a genera propria sa versiune a Argumentului, una bazată pe faptul că ceea ce autorul numește "utilizarea aserțională"<sup>2</sup> a afirmațiilor matematice este indispensabilă științei, iar acest tip de utilizare duce la angajamentul vorbitorului față de adevărul afirmațiilor în cauză. În interpretarea lui Panza și Sereni [2015], construcția lui Azzouni are ca scop precis evitarea presupuziției de holism sau naturalism. În [Azzouni,2004], autorul obiectează împotriva Argumentului clasic și argumentează că acesta poate cel mult să fie un

<sup>1</sup> Descriș minimal de Resnik [1995, p. 166; 1997, p. 45] prin principiul conform căruia "știința naturii este arbitru absolut al adevărului și existenței".

<sup>2</sup> În textul original în lb. engleză, "assertoric-use".

argument pentru adevărul teoriilor matematice, dar eșuează în a fi un suport pentru platonism<sup>1</sup>.

În viziunea lui Azzouni [2009, p.140-141], faptul că oamenii de știință folosesc anumite afirmații în mod aserțional în practica științifică este unul empiric, având două scopuri: prezentarea afirmațiilor ca fiind derivate din altele stabilite anterior (utilizarea deductivă) și ca descrieri ale stării de lucruri (utilizarea reprezentatională). Un al doilea fapt empiric este acela că, fiind dată înțelegerea ordinară a cuvântului 'adevărat', utilizarea aserțională a unei afirmații  $p$  implică, via bicondiționalele lui Tarski, angajamentul celor care folosesc aserțional  $p$  față de adevărul lui  $p$ . Din aceste fapte empirice reiese că interpretarea directă a concluziei argumentului-amprentă al lui Azzouni este angajamentul la adevărul acelor afirmații a căror utilizare aserțională este indispensabilă științei<sup>2</sup>.

## 6 Concluzii

Din această trecere în revistă a problematicii Argumentelor de Indispensabilitate se conturează un statut special al acestora în filosofia științei, ca o placă turnantă în care interacționează ontologia, epistemologia și toate componentele filosofiei matematice în general, inclusiv cea a aplicabilității matematicii, pe o bază pur empirică. Acest statut complex explică dezbaterile prelungite pe mai multe decade având ca obiect Argumentul, iar predispoziția sa la multiple versiuni și reformulări nu îi conferă un statut de subiect discutabil, ci îi întăresc importanța filosofică.

Formulat inițial drept un criteriu ontologic, acest atribut poate comuta ușor cu cel de epistemic. Dincolo de formularea explicită a concluziei Argumentului referindu-se la "motive de *a crede* (în existența [...])", caracterul epistemic este pus în evidență în special de versiunile pragmatice, ale căror concluzii invocă *adevărul* în contextul cunoașterii științifice.

Dezvoltat inițial drept suport pentru platonism sau pentru realismul matematic, odată ce este supus dezbaterilor aferente unor viziuni filosofice diferite, Argumentul relevă o amprentă comună care este de fapt suportul incontestabil pentru statutul special al activității intelectual-științifice în rândul altor activități intelectuale, culturale sau de altă natură. Statutul special al științei și al efortului de a face știință se constituie în premise ("cele mai bune teorii științifice" au un statut special pentru că li se

<sup>1</sup> Acest argument este reluat și în [Azzouni,2009, p. 140, nota 2; p. 147, nota 11]

<sup>2</sup> Pentru o analiză critică detaliată și o reconstrucție teoretică a Argumentului 'utilizare aserțională' al lui Azzouni, vezi [Panza și Sereni, 2015].

asociază *sine qua non* o ontologie cu implicații epistemice), dar beneficiază și de suportul ontologic adus prin concluzie (anume de existența, realitatea sau adevărul *componentelor* teoriilor științifice), care contribuie la cel asumat prin premise. În ciuda circularității epistemice a acestui tip de suport exprimat prin Argument, el este caracteristic doar științei. Să observăm că reformularea Argumentului păstrând aceeași amprentă logico-sintactică, dar slăbind conceptul de activitate științifică, nu se poate face păstrând premisa P1 pentru un anumit grad al slăbirii conceptului (premia care conferă statutul special activității intelectuale invocate), și, mai mult, poate duce la versiuni care pot fi invalidate empiric. Spre exemplu, pentru formularea “Personajele fictive sunt indispensabile celor mai bune povești de copii, deci personajele fictive din aceste povești există” nu putem impune o premisă de tip P1, dar oricum afirmația este invalidată empiric. Un exemplu în care putem formula și o premisă de tip P1 ar fi: “Trebuie să credem în existența tuturor entităților care sunt indispensabile *celei mai corecte înțelegeri* a unui fapt comunicat (a sensului unei uteranțe, a unei descrieri, a funcționării unui fenomen, etc.). *Metaforele* (împreună cu subiectele lor) sunt indispensabile *celei mai corecte înțelegeri* a unui fapt comunicat<sup>1</sup>. Astfel, trebuie să credem în existența subiectelor metaforelor.”, exemplu care este invalidat empiric atâta timp cât subiectele metaforelor pot fi și fictive<sup>2</sup>. Astfel de exemple se pot formula în număr mare prin referire la componentele utilitariste constitutive activităților intelectuale non-științifice sau pseudo-științifice.

Acest punct de vedere al suportului (circular) în favoarea științei ca ocupând primul loc al unei ierarhii a activităților intelectuale înclină considerabil balanța în favoarea caracterului epistemic al Argumentului, chiar dacă acesta este formulat în termeni ontologici, și consider că acesta este statutul actual al Argumentelor de Indispensabilitate, acceptate sau nu.

Am văzut că indispensabilitatea se stabilește prin *rolurile* matematicii la nivel aplicativ, care intră în problematica aplicabilității matematicii, dar și prin criterii externe matematicii aplicate; pe de altă parte, am văzut că matematica aplicată poate *deveni* indispensabilă celor mai bune teorii științifice. În acest fel, aplicabilitatea matematicii, cu problematica ei filosofică specifică, este legată de Argument și implicit de considerente externe naturii matematicii, în contextul științific general.

<sup>1</sup> Confirmarea acestei premise este dată de însuși vocabularul limitat al limbajului natural.

<sup>2</sup> Spre exemplu, o metaforă care are ca subiecte personaje fictive dintr-o poveste binecunoscută.

Baza empirică a premisei “celor mai bune teorii” se contopește cu cea a “succesului matematicii aplicate”, iar matematica pură devine (în unele părți) indispensabilă. În acest context general, poate ontologia Argumentului să participe la soluționarea problematicei aplicabilității (generale) a matematicii? Tind să răspund pozitiv la această întrebare, care transcende dezbateră platonism-nominalism, și argumentez prin faptul că o clarificare ontologică la nivelul problematicei aplicabilității ar fi un suport pentru abordarea relațional-structurală a ansamblului sursă-țintă al aplicării matematicii, cu implicații asupra stabilirii unei fundații și metodologii adecvate. Din punct de vedere epistemic, Argumentul este și mai vizibil legat de problematica aplicabilității, deoarece aceasta este formulată relativ la știința obiectivă, de succes teoretic și empiric, în care adevărul și confirmarea au un rol determinant, iar orice suport ontologic sau epistemic adus entităților sau teoriilor matematice va trebui angajat în mod necesar în adresarea și soluționarea acestei problematicei.

#### BIBLIOGRAFIE

- Azzouni, J. *Deflating Existential Consequence: A Case for Nominalism*. New York: Oxford University Press, 2004.
- Azzouni, J. “Evading Truth Commitments: the Problem Reanalyzed”, *Logique & Analyse*, 2009, Vol.206: 139-176
- Baker, A. “Are there Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena?”, *Mind*, 2005, Vol. 114: 223-238.
- Baker, A. “Mathematical Explanation in Science”. *British Journal for the Philosophy of Science*, 2009, Vol.60: 611-633.
- Bangu, S. “Indispensability and Explanation”, *British Journal for the Philosophy of Science*, 2013, 64(2): 255-277. [citare omisă pentru integritatea procesului de revizuire].
- G. Boniolo și P. Budinich. “The Role of Mathematics in Physical Sciences and Dirac’s Methodological Revolution”, în *The Role of Mathematics in Physical Sciences: Interdisciplinary and Philosophical Aspects*, G. Boniolo et al. (ed.), Dordrecht: Springer, 2005.
- Bueno, O. “Nominalism in the Philosophy of Mathematics”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2014 Edition)*, E. N. Zalta (ed.), 2014, preluat de la <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/nominalism-mathematics/>>.
- Colyvan, M. “Mathematical recreation versus mathematical knowledge”, în *Mathematical Knowledge*, Leng, M, Paseau, A. și Potter, M. (Ed.), Oxford: Oxford University Press, 2007: 109-122.
- Colyvan, M. “Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2015 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), 2015, preluat de la <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/mathphil-indis/>>.

- Field, H. *Science without Numbers: A Defense of Nominalism*. Oxford: Blackwell, 1980.
- Kitcher, P. *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York: Oxford University Press, 1984.
- Lyon, A. și Colyvan, M. "The Explanatory Power of Phase Spaces", *Philosophia Mathematica*, 2008, Vol. 16: 227-243.
- Maddy, P. "Indispensability and Practice", *Journal of Philosophy*, 1992, 89(6): 275-289.
- Maddy, P. "Naturalism and Ontology", *Philosophia Mathematica*, 1995, 3(3): 248-270.
- Maddy, P. "How to be a Naturalist about Mathematics" în *Truth in Mathematics*, H.G. Dales și G. Oliveri (ed.), Oxford: Clarendon, 1998: 161-180.
- Mancosu, P. "Explanation in Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2015 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), 2015, preluat de la <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/mathematics-explanation/>>
- Marcus, R. "How Not to Enhance the Indispensability Argument", *Philosophia Mathematica*, 2014, Vol. 22: 345-360.
- Melia, J. "Field's Programme: Some Interference", *Analysis*, 1998, 58: 63-71.
- Melia, J. "Weaseling Away the Indispensability Argument", *Mind*, 2000, 109(435): 455-479.
- Panza, M. și Sereni, A. "On the Indispensable Premises of the Indispensability Argument" în *From Logic to Practice*, Lolli G., Panza M. et al. (ed.), Cham: Springer International Publishing, 2015: 241-276.
- Parsons, C. "Mathematical Intuition", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1980, Vol.80: 145-168.
- Putnam, H., "What is Mathematical Truth" în *Mathematics Matter and Method: Philosophical Papers, Volume 1*, ediția a doua, Cambridge: Cambridge University Press, 1979a: 60-78.
- Putnam, H., "Philosophy of Logic", în *Mathematics Matter and Method: Philosophical Papers, Volume 1*, ediția a doua, Cambridge: Cambridge University Press, 1979b: 323-357.
- Quine, W. O. *Ontological Relativity and Other Essays*, New York: Columbia University Press, 1969.
- Quine, W. O. "Carnap and Logical Truth", în *The Ways of Paradox and Other Essays*, ediție revizuită, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1976: 107-132.
- Quine, W. O. "On What There Is", în *From a logical point of view: 9 logico-philosophical essays*, ediția a doua, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1980a: 1-19.
- Quine, W. O. "Two Dogmas of Empiricism", în *From a logical point of view: 9 logico-philosophical essays*, ediția a doua, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1980b: 20-46.
- Quine, W. O. "Things and Their Place in Theories", în *Theories and Things*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981a: 1-23.
- Quine, W. O. "Five Milestones of Empiricism", în *Theories and Things*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981b: 67-72.

- Quine, W. O. "Success and Limits of Mathematization", în *Theories and Things*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981c: 148-155.
- Resnik, M.D. "Scientific Vs Mathematical Realism: The Indispensability Argument", *Philosophia Mathematica (III)*, 1995, Vol.3: 166-174.
- Resnik, M.D. *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford: Clarendon Press, 1997.
- Saatsi, J. "The Enhanced Indispensability Argument: Representational versus Explanatory Role of Mathematics in Science", *British Journal for the Philosophy of Science*, 2011, Vol. 62: 143-154.
- Sober, E. "Mathematics and Indispensability", *Philosophical Review*, 1993, 102(1): 35-57.
- Wigner, E. P., "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960, 13 (1): 1-14.