EFICACITATEA „IRAȚIONALĂ” A MATEMATICII: ABORDAREA FUNDAȚIONALĂ A ALTERNATIVELOR TEORETICE

CĂTĂLIN BĂRBOIANU

The Irrational Efficiency of the Mathematics: the Foundational Approach of Theoretical Alternatives. The attempts of theoretically solving the famous puzzle-dictum of physicist Eugene Wigner regarding the „unreasonable” effectiveness of mathematics as a problem of analytical philosophy, started at the end of the 19th century, are yet far from coming out with an acceptable theoretical solution. The theories developed for explaining the empirical „miracle” of applied mathematics vary in nature, foundation and solution, from denying the existence of a genuine problem to structural theories with an advanced level of mathematical formalism. Despite this variation, methodologically fundamental questions like „Which is the *adequate* theoretical framework for solving Wigner's conjecture?” and „Can the logico-mathematical formalism solve it and is it entitled to do it?” did not receive answers yet. The problem of the applicability of mathematics in the physical reality has been treated *unitarily* in some sense, with respect to the semantic-conceptual use of the constitutive terms, within both the structural and non-structural theories. This unity (of referential consistency) applied to both the referred objects and concepts *per se* and the aims of the investigations. For being able to make an objective study of the possible alternatives of the existent theories, a *foundational* approach of them is needed, including through semantic-conceptual distinctions which to weaken the unity of referential consistency.

Keywords: philosophy of mathematics; applicability of mathematics; unreasonable effectiveness of mathematics; structuralism; foundations of mathematics; mathematical realism.

INTRODUCERE: APLICAREA MATEMATICII ÎN ȘTIINȚELE NATURALE ȘI REALITATEA FIZICĂ – SUCCES, MIRACOL ȘI PROBLEMĂ

În formularea sa generală, întrebarea-conjectură „De ce este matematica aplicabilă în realitatea fizică, cum justificăm rațional utilizarea modelelor matematice în investigarea fenomenelor fizice și cum explicăm rata uriașă de succes a acestora?” poate părea la prima vedere întârziată, într-o eră în care toate științele fizice utilizează metodele matematicii încă de la nivel fundațional, iar modelele matematice sunt utilizate de mii de ani în mod *natural* nu numai în practica științifică, ci și în investigațiile raționale ale vieții de zi cu zi. Într-o eră în care modelarea matematică a pătruns în fenomene fizice considerate altădată neabordabile matematic în esența lor, aparținând unor domenii precum neurofiziologia, biologia

Rev. filos., **LXII**, *1*, p. 58–71, București, 2015

celulară sau domeniile „invizibile” ale fizicii, o astfel de întrebare poate părea chiar frustrantă pentru oamenii de ştiinţă *aplicată*, din afara filosofiei, inclusiv matematicieni.

Până în prezent, certificatul de validitate al modelelor matematice a fost dat exclusiv de rezultatele incontestabile obţinute şi confirmate empiric, însă un astfel de certificat empiric nu poate fi mulţumitor la nivel teoretic, nici pentru teoreticianul de ştiinţă, nici pentru filosof, deoarece îi lipseşte componenta esenţială a unei justificări teoretic-generale care să transceadă contingenţa şi caracterul volitiv-psihologic al actului de modelare matematică. Din acest punct de vedere, întrebarea generală cu care am început această introducere nu mai pare întârziată, ci, mai degrabă, pare întârziat răspunsul aşteptat (dacă există unul satisfăcător).

Deşi la prima vedere cele trei întrebări care alcătuiesc sintactic întrebarea generală par separate şi, mai mult, par să îşi dobândească răspunsul una prin alta, în esenţă au la bază o problemă filosofică comună, iar cele trei întrebări componente reprezintă de fapt trei direcţii de cercetare ale acesteia.

Întrebarea generală a preocupat filosofi, matematicieni şi fizicieni deopotrivă şi a evoluat înspre formulări în care succesul matematicii aplicate în realitatea şi ştiinţele fizice a căpătat atribute precum „miraculos”, „uimitor”, „mistic” sau „iraţional”; în literatură, eticheta de referinţă a acestui domeniu de studiu a rămas sintagma conjecturală – numită deseori „puzzle” – a fizicianului Eugene Wigner, „eficacitatea iraţională a matematicii” [1960], deşi întrebări conexe au fost formulate adecvat încă de la celebra afirmaţie generală a lui Galilei [1623] prin care acesta declara marea „carte a naturii” ca fiind scrisă în limbaj matematic (la care Galilei a oferit o explicaţie teologică, îmbrăţişată de Copernic şi Kepler). Sigur, procesul de matematizare a naturii în cadrul ştiinţelor şi chiar prin simţul comun al investigaţiei raţionale îşi are originile mult mai departe în timp, în perioada filosofilor pitagoreeni, iar acest proces continuu a atins, începând cu secolul XX, nivelul în care unele teorii fizice – precum Teoria Relativităţii Generale, Mecanica Cuantică sau Teoria Cuantică a Câmpului –, care au confirmat observaţiile empirice cu o acurateţe desăvârşită, nu numai că utilizează pe scară largă metodele matematicii, dar nu pot fi exprimate decât în limbajul matematicii.

Problema aplicabilităţii matematicii în realitatea fizică a devenit, începând cu anii 1960, un domeniu restrâns de cercetare în care se încearcă găsirea unei explicaţii raţionale a obiectului conjecturii lui Wigner şi răspunsuri la întrebările analitice, dar şi metafizice, care fundamentează această problemă, fiind abordat atât de filosofi, dar şi de matematicieni şi fizicieni. În acest „joc” ştiinţific al completării puzzle-ului, s-au oferit de-a lungul timpului unele soluţii/răspunsuri, mergând de la versiuni radicale – inclusiv negarea existenţei unei probleme reale a justificării aplicabilităţii, „demontarea” caracterului mistic al acesteia prin explicaţii simpliste (totuşi bazate pe postulări), sau versiuni scepticiste care pretind că problema nu poate fi rezolvată (în mod raţional) – până la teorii cu un grad înalt de formalism logico-matematic, care pretind rezolvarea completă a problemei, precum teoriile structurale[1]. Toate aceste soluții – unele pe deplin satisfăcătoare în viziunea autorilor acestora – au ridicat obiecții de natură fundațională, metodologică sau metafizică, iar filosofii contemporani sunt departe de a fi ajuns la un consens cel puțin asupra *metodei adecvate* de abordare a rezolvării problemei aplicabilității matematicii.

O întrebare esențială care se impune în abordarea problemei generale este în ce măsură este îndreptățit formalismul logico-matematic să participe la reprezentarea şi rezolvarea problemei şi dacă natura problemei cercetate impune în mod logic o anumită natură a metodelor utilizate. Spre exemplu, o teorie bazată pe un (meta)-model matematic (al modelării matematice) induce o circularitate epistemologică, ceea ce pune sub semnul întrebării o astfel de metodă, atât timp cât această circularitate este considerată malignă [Bărboianu, 2014]. Odată ce se va răspunde acestor întrebări, vor putea fi abordate toate alternativele metodologice şi teoretice, inclusiv cele radicale sau degenerate, deoarece problema aplicabilității trenează de suficient de mult timp pentru a lua în considerare alternative de orice natură şi complexitate, inclusiv triviale. Un studiu obiectiv al alternativelor teoretice trebuie bazat pe analiza fundamentelor teoriilor existente şi a fundamentelor adecvate ale teoriilor alternative. În această analiză fundațională nu trebuie neglijate aspectele semantice, atât la nivelul formulărilor problemei generale, cât şi în cadrul teoretic eleborat. Abordarea semantică are ca motivație, pe de o parte, aceeaşi trenare a rezolvării problemei, care impune considerarea inclusiv a alternativelor non-formal-matematice, dar şi existența unei teorii bine stabilite, în care aspectul semantic este dominant, teorie care a primit minimum de obiecții şi critici, anume teoria aplicabilității semantice a lui Frege. Studiul tuturor alternativelor posibile la teoriile existente[2], bazat pe analiza fundațională şi raportat la criterii legate de natura adecvată a metodei de investigație, poate conduce către o teorie unitară a aplicabilității.

Problema aplicabilității matematicii în realitatea fizică nu se încadrează exclusiv în filosofia matematicii şi este una deosebit de importantă pentru filosofia ştiinței, în primul rând pentru că vizează o metodă fundamentală de investigație ştiințifică. Epistemologia modelului matematic interferează – prin componentele sale specifice – cu filosofia limbajului, cu teoriile adevărului şi cu teoriile fundaționale ale matematicii, teorii care contribuie esențial la natura logico-teoretică a filosofiei ştiinței. Deoarece există o legătură strânsă între ontologia şi aplicabilitatea matematicii, rezolvarea problemei filosofice a aplicabilității ar aduce contribuții şi în ontologie, creând punți de legătură între curente tradiționale opuse (nominalism–platonism, realism – antirealism în matematică).

[1] Teoriile structurale sunt cele elaborate de Pincock [2004] şi Bueno & Colyvan [2011] şi se bazează pe conceptul de analogie structurală între domeniul matematic şi cel fizic, reprezentat matematic prin homomorfism sau izomorfism de structuri clasice (de tip obiecte-mulțimi-relații).

[2] Pentru o descriere în rezumat a teoriilor de influență asupra aplicabilității matematicii în realitatea fizică, vezi [Bărboianu, 2014].

1. DE CE ESTE APLICABILITATEA MATEMATICII O PROBLEMĂ FILOSOFICĂ

Matematica aplicată (într-un alt domeniu decât în ea însăşi), ca disciplină de sine stătătoare, are, pe lângă componentele pur teoretice care importă rezultatele matematicii pure, componente procedural-algoritmice cu un caracter pshihologic-volitiv. Bineînțeles, acestea din urmă se referă la activitatea de modelare a matematicianului, care, deşi normativă, are un grad de libertate manifestată prin alegeri arbitrare, dar obiective. Din acest punct de vedere, există probleme privind aplicarea matematicii în situații specifice, care pot fi metodologice (referitoare la idealizări, interpretări ale contextului fizic în matematica pură sau a rezultatelor derivate în termenii contextului fizic) sau de neconcordanță empirică (calculele sau predicțiile făcute prin modelul *ales* nu concordă cu rezultatele observațiilor ulterioare). În prima situație, este posibil ca modelul să furnizeze o concordanță empirică, chiar dacă metodologia sa este criticabilă, iar în a doua situație se impune reconsiderarea metodologiei. Astfel de probleme ale modelării matematice, care revin la existența şi studiul modelelor bune şi a modelelor proaste sau neadecvate, pot fi caracterizate ca fiind interne disciplinei matematicii aplicate.

Obiectul studiului de față nu îl reprezintă analiza unor astfel de probleme interne, nici matematica aplicată ca subiect al investigației filosofice şi nici aplicarea efectivă a matematicii (care rămâne în sarcina matematicianului), ci aplicabilitatea generală a matematicii în sens logico-epistemologic, ca metodă principală de investigație ştiințifică, care necesită o justificare fundamentală atât a utilizării, cât şi a rezultatelor sale în plan empiric. Totuşi, unele aspecte ale actului efectiv de modelare matematică sunt esențiale în cadrul unor alternative teoretice care să explice „miracolul” aplicării matematicii, în sensul întrebării generale cu care am început această introducere.

Urmărirea genezei acestei probleme până la formulările contemporane – în măsura în care este posibilă – îşi poate dovedi utilitatea în cadrul teoretic adecvat care să rezolve conjectura lui Wigner. Chiar dacă nu a fost formulată explicit de la începuturile creării matematicii, problema aplicabilității matematicii a existat dintotdeauna concomitent cu matematica, deoarece însuşi actul de creație matematică (de orice complexitate) conține (dacă nu chiar urmăreşte) în mod tacit instanțe de *aplicare* în diferite sensuri (şi nu numai de reprezentare) în realitatea fizică, aşa cum creația elementară s-a bazat pe această realitate. A fost matematica întâi creată, apoi aplicată? O cronologie creație–aplicare pare similară celei existenței oului şi găinii. Dacă matematica a fost creată pentru a fi aplicată, o parte din răspunsul la întrebarea generală se află aici; dacă matematica a fost creată şi apoi s-a constatat că este aplicabilă, problema rămâne intactă. Ideea că matematica (drept extensie conceptuală într-un anume sens empiric) a fost întâi aplicată sau că a fost aplicată şi creată în acelaşi timp nu este lipsită de sens şi motivație teoretică, dacă luăm în considerare cercetările interdisciplinare în domeniul matematicii perceptuale şi a protomatematicii [van Fraasen, 1980; Teissier, 2005; Ye, 2009].

Faptul că creația matematicii are o bază empirică (începând cu percepțiile spațiale reflectate în geometria euclidiană) este unanim acceptat, iar faptul că în dezvoltarea sa continuă, obiecte şi structuri matematice mult mai complexe, fără un corespondent empiric aparent, îşi găsesc ulterior o reprezentare fizică sau contribuie decisiv în unele teorii fizice (spre exemplu, geometriile noneuclidiene în teoria relativității generale) este un fapt *constatat* şi parte a aşa-zisului miracol al matematicii aplicate. Ca urmare, întrebările „Are realitatea fizică – chiar dacă nu ar conține obiecte matematice *per se* – o structură/natură matematică?", „Are matematica o funcție de reprezentare în plan empiric de care se achită integral?", „Are matematica o funcție explicativă?" şi „Cum justificăm rațional aceste funcții ale matematicii?" au o motivație empirică clădită de-a lungul istoriei ştiinței. Toate aceste întrebări sunt constitutive problemei generale formulate sub eticheta lui Wigner şi sunt eminamente filosofice.

Până la mijlocul secolului XX, filosofia matematicii a ignorat oarecum aplicabilitatea, concentrându-se pe aspectele ontologice ale obiectelor şi structurilor matematice, de-a lungul dezbaterii continue nominalism – platonism, la care orice teorie contemporană – nu neapărat ontologică – încă se raportează, cu o excepție notabilă, anume teoria aplicabilității semantice a lui Frege, adiacentă programului său logicist în privința aritmeticii. Totuşi, studiul existenței obiectelor şi structurilor matematice – ca entități abstracte sau reale – nu poate fi separat de studiul aplicabilității lor, în sensul unei dependențe mutuale. Indiferent de natura universului lor ontologic, entitățile matematice sunt utile sau indispensabile teoriilor ştiințifice şi actului rațional de investigare a realității fizice, participând la construcția modelelor matematice, deci sunt aplicabile realității fizice cel puțin în sens utilitar. Pentru restul sensurilor şi înțelesurilor din întreaga paletă semantică a „aplicării", problema generală a aplicabilității matematicii rămâne aşa cum a fost formulată.

De ce este problema aplicabilității matematicii în realitatea fizică o problemă filosofică? O parte a răspunsului a fost oferită anterior când am legat aplicarea matematicii de actul de creație matematică. Dacă am restrânge problema „miracolului" *aplicării* matematicii strict la planul empiric al rezultatelor, anume rata uriaşă de succes, o explicație rațională a acestei rate ar putea fi obținută printr-o abordare nefilosofică, spre exemplu statistic-probabilist-bayesianistă. Această limitare nu este însă reprezentativă pentru caracterul „irațional" atribuit *aplicabilității* matematicii. Înainte de a explica succesul (empiric) „irațional", trebuie să explicăm de ce matematica este aplicabilă realității fizice şi cu ce drept epistemologic o aplicăm. Se caută astfel un caracter rațional al unei explicații pentru aşa-zisa iraționalitate, iar faptul că obiectul meta-investigației este modelul matematic impune o dezbatere asupra naturii metodelor de investigație adecvate, ceea ce plasează meta-investigația decisiv în planul filosofic.

Tocmai naturalețea modelării matematice şi rata uriaşă de succes a aplicării matematicii în ştiințe şi viața de zi cu zi ridică problema filosofică centrală, anume *justificarea*: Cum justificăm rațional aplicabilitatea şi aplicarea matematicii dintr-un domeniu matematic abstract (supus dezbaterilor ontologice tradiționale) într-un domeniu fizic, domenii de naturi diferite, cu statuturi epistemologice şi de categorii logice diferite? Ce anume ne dă dreptul de a deriva adevărul realist şi contingent din domeniul fizic, din adevărurile matematice necesare? Avem acest drept până la urmă? Exprimată mai literar, problema metafizică centrală a fost aceea de a umple „golul" existent între cele două domenii de naturi diferite – abstract-matematic şi fizic.

Aplicarea efectivă (procedurală) a matematicii are la rândul său – cel puțin aparent – componente nejustificate rațional. Matematicianul Mark Steiner întreba retoric:

> *Cum reuşeşte matematicianul, mai degrabă ca un artist decât ca un explorator, ca, întorcând spatele naturii, să ajungă la cele mai precise descrieri ale sale*? [Steiner, 1995],

surprinzând un aspect esențial care precede „miracolul" empiric al aplicării, anume intervenția matematicianului, care se impune a fi analizată, indiferent de cadrul teoretic ales pentru rezolvarea problemei generale. Tocmai această „artă" este purtătoarea unui – din nou – caracter „irațional", motivat prin faptul că alegerile individuale şi – până la urmă – arbitrare ale matematicianului, neimpuse normativ în cadrul unei ştiințe/discipline, ci autoimpuse în baza unui „simț matematic normativ", se dovedesc a fi cele mai potrivite, contribuind în final la rata generală de succes („miraculoasă") a modelării matematice.

Dacă ar fi să reformulez cât mai sumar problema generală (filosofică), aceasta ar deveni conjuncția a două întrebări: Poate fi acest multiplu caracter aşa-zis „irațional" transformat în unul rațional şi care ar fi cadrul teoretic *adecvat* acestui demers? Cercetările anterioare au urmărit cu predilecție prima întrebare ca obiectiv, fără a se concentra pe cea de-a doua. În viziunea mea, aspectul fundațional şi metodologic al acestei investigații este esențial pentru rezolvarea problemei sau degenerarea sa.

2. PRIVIRE DE ANSAMBLU CRITICĂ ASUPRA ABORDĂRILOR MODERNE ŞI CONTEMPORANE ALE PROBLEMEI APLICABILITĂȚII MATEMATICII

Problema aplicabilității matematicii a fost tratată într-un anume sens *unitar*, relativ la uzanța semantic-conceptuală nu numai a limbajului ştiințific care conține termenii vizați, dar şi a limbajului comun, atât prin teoriile structurale, cât şi nonstructurale. Această unitate (o voi numi unitate de consecvență[3]) a vizat atât obiectele şi conceptele *per se* la care se face referire în formularea sa, cât şi scopurile pe care şi le-au propus investigațiile.

În privința obiectelor şi conceptelor, cel esențial – *matematica* – a fost reprezentat şi utilizat prin interpretări care s-au limitat la cele de formalism

[3] Atributul se referă la o consecvență de grup, a cercetătorilor care au abordat problema, şi nu la consecvența individuală în cadrul unei anumite teorii.

logic/simbolic şi limbaj închis, aplicabil doar obiectelor sale (considerate ca) proprii. Chiar în viziune platonică, matematica a fost văzută ca un obiect (disciplină/ştiinţă/metodă/limbaj) de sine stătător (stătătoare), al cărui univers de manifestare este bine delimitat (şi închis) faţă de universul fizic prin înseşi naturile diferite ale celor două universuri. Chiar dacă unii cercetători au considerat întrebarea „Ce este matematica?" ca esenţială şi premergătoare investigării problemei aplicabilităţii (împreună eventual cu întrebările complementare „Ce este fizica?" şi „Ce este realitatea fizică?")[4], nu neapărat în sensul obligativităţii unei definiţii compacte, dar a precizării unei naturi care să fie asimilată în teoriile dezvoltate, matematica a fost tratată ca obiect/concept de sine stătător (prin natură şi delimitare) raportat la celălat obiect estenţial prezent în problema formulată, anume realitatea fizică, chiar şi în abordările teoretic-semantice. A existat o unitate de consecvenţă nu numai în ceea ce priveşte natura intimă a matematicii ca obiect/concept, dar şi statutul său evolutiv, operându-se în judecăţi cu un concept al matematicii în care natura sa este invariantă la evoluţie.

Un alt concept important, acela de *aplicabilitate*, a fost reprezentat şi utilizat într-un spectru semantic destul de restrâns, limitat preponderent la conceptele de „legătură directă", „analogie" şi „interpretare".

În privinţa scopurilor pe care şi-i le-au propus investigaţiile, unitatea este şi mai puternică. Absolut toate teoriile cu influenţă au urmărit ca scop primar punerea în evidenţă a unei relaţii/legături/conexiuni optime între cele două domenii de naturi diferite, prin care ulterior să fie explicată/justificată aplicabilitatea/aplicarea matematicii; doar cadrele teoretice în care urma să fie dezvoltată această explicaţie/justificare au variat, prin natura lor, însă au servit scopuri secundare sau parţiale asemănătoare, caracterizate de o *reprezentare adecvată* a aplicabilităţii şi a actului de aplicare a matematicii, în cadrul unui model teoretic. Unele teorii (printre care şi cele structurale) au reuşit mai mult decât o reprezentare, participând cu soluţii şi la justificare, iar altele au rămas la stadiul de reprezentare.

Bineînţeles, unitatea de consecvenţă vizând conceptele/obiectele a influenţat pe cea a scopurilor investigaţiilor şi chiar a generat o unitate în abordarea metodologică în cadrul teoriilor, caracterizată prin urmărirea unui principiu de „raţionalitate ne-inferioară" a unui model sau teorie faţă de obiectul de studiu însuşi al modelului/teoriei. Astfel, a existat o tendinţă de creare a unei meta-teorii, în care aplicabilitatea şi aplicarea matematicii să fie reprezentate *adecvat* şi problema pusă să fie tratată prin metode care să se supună acestui principiu. O instanţă evidentă a acestei tendinţe a fost crearea unui (meta)model logico-matematic, în ideea că aplicabilitatea *matematicii* nu poate fi tratată printr-o metodă inferioară matematicii, singura metodă validă fiind cea matematică. Această tendinţă a avut ca efect avansarea formalismului logico-matematic în abordarea problemei, ceea ce a conferit teoriilor create un plus de aport justificativ bazat pe deducţie logică şi

[4] Spre exemplu, E. Wigner [1960], R. W. Hamming [1980], S. Sarukkai [2005].

demonstraţie, dar pe de altă parte, s-a lovit – pe lângă obiecţii legate de reprezentare, de construcţie şi de fundaţie[5] – de inabilitatea asimilării unor componente inevitabil metafizice, precum şi semantice, între care problema adevărului ocupă un rol central.

Unitatea de consecvenţă este detectabilă şi la nivelul teoriilor structurale – teoriile cele mai avansate formal –, unde aplicabilitatea şi aplicarea matematicii sunt reprezentate *exclusiv* prin conceptul de analogie structurală (reprezentat matematic prin morfisme de structuri), iar fundamentarea teoriilor şi modelelor este realizată prin concepte matematice primare (funcţii, relaţii, structuri relaţionale) reductibile imediat la mulţimi. Astfel, autorii teoriilor structurale *au urmărit* ca reprezentarea şi justificarea în cadrul modelelor lor teoretice să fie fundamentate pe teoria mulţimilor. Un astfel de rol atribuit teoriei mulţimilor a avut la bază motivaţii metodologice, printre care criteriul simplităţii şi al validităţii constructive, dar şi epistemice, conceptul (matematic) de mulţime, pe lângă rolul său fundaţional în dezvoltarea matematicii, părând să realizeze (cu destulă uşurinţă) o trecere non-semantică a „graniţei” metafizice dintre abstractul matematic şi realitatea fizică; acest caracter este potenţat şi de principiul – sugerat iniţial de Frege [1884], confirmat apoi de M. Steiner [1998] şi C. Pincock [2004] – că mulţimea (drept concept/obiect matematic) poate conţine obiecte fizice, care a permis identificarea structurilor (relaţionale) matematice în cadrul unui sistem fizic, ca premisă a teoriilor structurale bazate pe o relaţie externă[6].

Totuşi, o astfel de metodologie reducţionistă nu a ţinut seama de statutul special pe care îl are teoria mulţimilor (ca teorie fundaţională a matematicii) la nivelul filosofiei matematicii, unde s-a dovedit a fi „cuiul lui Pepelea” al proiectelor filosofice, în special al celor naturaliste şi al celor de nominalizare a matematicii[7]. Dincolo de o axiomatică instabilă, care s-a adaptat interpretărilor *semantice* generatoare de paradoxuri (Cantor–Zermelo–Russell) şi care a lăsat conjecturi clasice nerezolvate până în prezent (cum ar fi Ipoteza Continuumului), fundamentarea teoriilor structurale ale aplicabilităţii matematicii prin teoria mulţimilor pare problematică prin prisma unei neclarităţi care poate genera o circularitate epistemică fundaţională:

Teoriile structurale pretind existenţa unei relaţii (exprimabilă în termeni de teoria mulţimilor) între structurile matematice abstracte şi structuri (idealizate) ale sistemului fizic investigat. Natura acestei relaţii (care este o mulţime) şi proprietăţile sale (izomorfice) sunt considerate a fi *matematice*, în baza lor făcându-se justificarea

[5] Pentru aceste tipuri de obiecţii la teoriile structurale, vezi Balaguer [1998], Redhead [2004], Belot [2005], Bokulich [2008], Batterman [2010].

[6] O relaţie internă este un tip de relaţie în care un obiect trebuie să stea cu alte obiecte pentru a fi acel obiect, adică un criteriu de identitate; exemplul cel mai la îndemână este relaţia de apartenenţă între o mulţime şi orice element al său. O relaţie externă este o relaţie care nu este internă.

[7] Ca exemple, dificultatea stabilirii de către H. Field a conservativităţii teoriei mulţimilor în cadrul proiectului său ficţionalist sau problema epistemologică a structuralistului modal de a explica cum putem avea cunoaştere asupra structurilor posibile *substantive* invocate în teoria mulţimilor, sau – pentru naturalistul ontologic reducţionist şi pentru structuralistul nonmodal – observaţia imediată că sunt (infinit) mai puţine entităţi spaţiu-timp decât mulţimi.

aplicabilității printr-un aparat logico-matematic. Însă nu este clar dacă atribuirea unei naturi matematice obiectului „mulțime conținând obiecte fizice” prezent în structura fizică idealizată este suficientă pentru a declara metamodelul consistent, având în vedere că în sistemul deductiv se operează cu două concepte de mulțime având naturi diferite relativ la *natura relației* lor cu obiecte ale sistemului fizic (mulțimea conținând doar obiecte fizice şi mulțimea conținând doar obiecte matematice), în timp ce relația care leagă cele două structuri – matematică şi fizică – nu se încadrează aparent în niciunul din cele două tipuri, fiind exprimabilă printr-o mulțime de mulțimi (de obiecte şi mulțimi), care conțin atât obiecte fizice, cât şi matematice. Mai mult decât atât, tipul de relație externă şi cel de relație internă au naturi diferite (matematică, respectiv nonmatematică), chiar dacă – prin definiție – unul este contrarul celuilalt. Circularitatea epistemică aparentă este legată de pretinderea punerii în evidență a unei relații (matematice, cu proprietăți matematice) între domeniul matematic şi cel fizic, bazată fundamental pe o relație de natură diferită (discutabil non-matematică) între obiectele fizice individuale şi obiectele matematice ca mulțimi. Astfel, avem fie inconsistență teoretică (dacă admitem o natură diferită a relațiilor), fie circularitate epistemică (dacă admitem aceeaşi natură a relațiilor), deoarece relația (internă, de apartenență) dintre obiectul fizic şi mulțimea care îl conține este *postulată* şi nu pusă în evidență constructiv sau deductiv, iar această relație participă ca premisă la punerea în evidență a relației externe.

Aceste probleme relevă necesitatea abordării studiului alternativelor la teoriile structurale încă de la nivelul fundațional intim, punând în discuție angajarea unui concept adecvat (nou) de relație. Alternativa fundamentării teoriilor *structurale* pe un alt domeniu logico-matematic decât cel al teoriei mulțimilor pare la prima vedere imposibilă, însă abordarea structurală oferă alternative cel puțin la nivelul tipurilor de structuri folosite, până la conceptul intim de structură (fizică şi matematică).

3. DIRECȚII DE ABORDARE A ALTERNATIVELOR

Problema aplicabilității matematicii în realitatea fizică sau conjectura lui Wigner nu poate fi decât rezolvată sau degenerată (spre anulare, simplificare sau trivialitate[8]), unde „rezolvare” înseamnă nu neapărat rezultatul unui proces deductiv într-un cadru teoretic bine stabilit, dar şi găsirea unei explicații pe cât posibil cauzale, iar degenerarea poate fi făcută fie la nivelul sintactic şi semantic al formulării, fie în cadrul procedural al unei abordări teoretice spre găsirea unei soluții. Imposibilitatea unei a treia variante este susținută de însăşi natura problemei şi de faptul că rezolvarea sa tergiversează de un timp suficient de îndelungat, timp în care

[8] Anularea însemnând că nu există o problemă reală, cu sens bine determinat, iar trivialitatea însemnând că problema este trivial rezolvabilă, cu soluția la vedere dintr-o perspectivă subtilă.

matematica a continuat să îşi „facă treaba" cu succes în cadrul ştiinţelor naturale şi a vieţii de zi cu zi. Epistemologic, posibilitatea unei a treia variante (problema este una reală, netrivială şi nerezolvabilă ştiinţific) ar impune menţinerea credibilităţii utilizării modelării matematice în ştiinţe fie prin argumente de tip *track record*[9], fie prin adoptarea succesului aplicării matematicii în realitatea fizică ca o *regularitate* observabilă, formulată ca o *lege a naturii* care postulează aplicabilitatea matematicii. Ambele variante duc însă la subminarea necesităţii adevărului matematic, în următorul sens: Una dintre motivaţiile principale ale utilizării matematicii în ştiinţe este caracterul *necesar* al enunţurilor matematice (pe lângă motivaţii utilitare precum economia şi eficienţa limbajului, scurtarea derivărilor prin utilizarea conceptelor matematice bine definite etc.) care, prin intermediul modelului matematic, este „transferat" în contextul fizic investigat (şi idealizat tocmai în scopul eliminării contingenţei). Acest caracter necesar al enunţurilor derivate stă la baza unui model teoretic valid, bazat pe modele matematice. Dacă aplicabilitatea matematicii ar fi o lege naturală nedemonstrabilă (sau o constatare statistic-observaţională), atunci prin aplicarea matematicii în realitatea fizică şi în ştiinţe nu am mai avea certitudinea prezervării necesităţii adevărurilor matematice, care reprezintă baza motivaţională a utilizării matematicii. Pe scurt, compunerea (prin conjuncţie) a unui adevăr necesar cu o lege naturală nu duce la un adevăr necesar (ci numai compunerea a două adevăruri necesare), iar atâta timp cât necesitatea este pretinsă a fi scopul demersului ştiinţific al modelării matematice, aplicabilitatea matematicii trebuie să fie demonstrabilă (explicabilă), pentru a nu sfârşi într-un cerc vicios.

Urmărind rezolvarea sau degenerarea conjecturii lui Wigner prin studiul alternativelor la teoriile formulate până în prezent, fără a minimaliza cea de-a doua soluţie generală (degenerarea), consider că se impune abordarea *fundaţională* a acestora, în detrimentul studiului alternativelor metodologic-constructive raportate la obiecţiile principale ridicate la teoriile existente.

Abordarea fundaţională trebuie să înceapă cu însăşi *formularea* problemei, atât în enunţuri, cât şi în scopurile investigaţiilor, iar alternativele trebuie să vizeze slăbirea unităţii de consecvenţă la nivel semantic-conceptual la care am făcut referire în secţiunea anterioară, prin punerea în evidenţă a unor *distincţii* clare de sens şi referinţă a termenilor esenţiali. Voi enumera în continuare distincţiile pe care le consider esenţiale în formularea problemei aplicabilităţii matematicii, dincolo de aspectele legate de lărgirea spectrului semantic al fiecărui termen în parte:

1. *Aplicarea* şi *aplicabilitatea* matematicii trebuie considerate două obiecte distincte ale investigaţiei filosofice, deoarece aplicabilitatea precede aplicarea în mod cauzal. Nu putem aplica decât ceea ce este aplicabil, iar demonstrarea sau explicarea aplicabilităţii matematicii este o parte importantă a problemei puse. La o

[9] Argumentaţia de tip *track-record* este aceea în care agentul inferează din succesele anterioare ale unei surse de a produce credinţe adevărate concluzia că acea sursă este credibilă. O astfel de argumentaţie tinde să fie infectată cu circularitate epistemică [Alston, 1993].

eventuală alternativă, conform căreia aplicabilitatea poate fi *constatată* în urma aplicării (încercării de aplicare) cu *succes*, obiectez prin faptul că cele două concepte – aplicabilitate şi succes – sunt dependente, ca urmare avem de-a face cu o circularitate logică[10]. Astfel, „miracolul aplicării" matematicii trebuie tratat într-un cadru teoretic diferit (dar nu exclusiv) faţă de cel al aplicabilităţii, chiar dacă cele două probleme (explicaţia miracolului aplicării şi demonstrarea aplicabilităţii) sunt dependente.

2. Chiar şi termenul *miracol* trebuie diferenţiat în sensurile de miracolul „empiric" al ratei uriaşe de succes empiric a matematicii aplicate şi miracolul „filosofic" al existenţei unei legături între domeniul matematic şi cel fizic care face posibilă şi justifică aplicarea matematicii, făcând-o aplicabilă. Odată rezolvată problema miracolului „filosofic", miracolul „empiric" ar putea fi explicat printr-o metodologie de o cu totul altă natură decât cea care ar rezolva problema cealaltă. Putem discerne chiar un miracol „metodologic", care precede miracolul „empiric", constând în procesul efectiv de modelare matematică, în care matematicianul face nişte alegeri arbitrare („iraţionale"), dar totuşi normative şi într-un mod natural („arta matematicianului" de care vorbea Steiner), iar efectul acestor alegeri îl reprezintă rata uriaşă de succes a matematicii aplicate, adică miracolul „empiric".

3. Termenul *succes* poate avea la rândul său referinţe şi sensuri diferite, în contextul demersului ştiinţific. Ne putem referi la succes ca având o componentă *accidentală*, chiar dacă este obţinut prin metode ştiinţifice, dar pentru care nu avem *certitudinea* că sunt adecvate, aplicabile sau cele mai potrivite, ori la un succes pre-formulat, urmărit şi obţinut printr-o metodologie bine stabilită şi acceptată, în care acesta este punctul final al unui lanţ inferenţial-deductiv sau al unui proces constructiv. În limbajul comun, termenul „succes" pare să fie utilizat preponderent cu componenta accidentală (sau de noroc), fiind atribuit unei întreprinderi umane care, prin natura ei, este supusă incertitudinii, subiectivismului, pregătirii imperfecte şi conjuncturii, tocmai această nesiguranţă fiind factorul care justifică punerea unei emfaze pe rezultatul întreprinderii („de succes"). Distincţia dintre succesul accidental şi succesul nonaccidental este importantă în tratarea problemei aplicabilităţii matematicii, deoarece succesul face parte din *explanandum* în orice formulare a problemei.

4. În final, este necesară şi distincţia dintre aplicarea matematicii în *ştiinţele* fizice şi aplicarea în *realitatea* fizică, deoarece cele două tipuri de „miracole" ale aplicării sunt de naturi diferite. Utilizarea metodei matematice şi a aparatului matematic în fundamentarea şi dezvoltarea ştiinţelor fizice generează un „miracol

[10] Circularitatea este vizibilă în ambele sensuri principale ale termenului „succes" în acest context, anume succesul metodologic (matematica se aplică cu succes pentru că analogia sau interpretarea consistentă sau instanţierea în plan fizic sunt posibile, ceea ce intră în extensia conceptului de aplicabilitate) sau succesul rezultatelor (confirmarea empirică a predicţiilor, acurateţea aproximărilor numerice etc., ceea ce din nou intră în extensia aplicabilităţii – să o numim aplicabilitate testabilă).

empiric” la care contribuie atât matematica pură, cât şi alte legi fizice (chiar formulate matematic), pe când investigarea situaţiilor fizice prin modele matematice generează un „miracol”[11] cu contribuţie exclusiv matematică.

Dincolo de distincţiile semantice asupra termenilor principali care apar în formularea conjecturii lui Wigner, sunt necesare şi distincţiile strict conceptuale care privesc obiectele investigaţiei filosofice, în acelaşi spirit al slăbirii unităţii de consecvenţă manifestată în tratarea conjecturii în literatura de până acum. Între acestea, am amintit deja ca esenţială distincţia dintre conceptul *matematică* drept obiect de sine stătător şi bine delimitat în natura sa şi conceptul de matematică a cărei natură *nu* este invariantă la evoluţie. Considerând matematica drept având o natură variabilă (care se schimbă odată cu creaţia sa, în funcţie tocmai de nevoile de reprezentare şi aplicare), problema aplicabilităţii se schimbă fundamental atât în formulare, cât şi tratare, deoarece este invalidat însăşi sensul comun al aplicării unui obiect/domeniu în altul, unde obiectul/domeniul aplicat trebuie să fie *fix* (sau cel puţin să îşi păstreze natura) pentru a fi aplicat unui alt obiect/domeniu fix. În acest context, consider importantă şi tratarea aplicabilităţii matematicii în ea însăşi, care, printr-o analiză a proceselor intime de autoaplicare, ne poate furniza analogii, modele şi distincţii necesare în tratarea aplicabilităţii în realitatea fizică. Faptul că matematica este autoaplicabilă, auto-generabilă şi autonomă îi conferă acesteia un statut special între ştiinţele/metodele/limbajele care pot fi aplicate într-un alt domeniu, iar acest statut special trebuie analizat în detaliu şi exploatat în tratarea problemei aplicabilităţii.

Bineînţeles, trasarea acestor distincţii semantic-conceptuale generează reformulări multiple ale problemei aplicabilităţii, fiecare versiune putând avea nevoie de un cadru teoretic diferit în care să fie abordată. Această analiză a distincţiilor, deşi pare să mărească complexitatea problemei – în formulare şi în metodologia rezolvării –, este necesară în vederea abordării teoretice fundaţionale. În plus, studiul aprofundat al acestor versiuni poate elimina unele dintre acestea ca invalide sau triviale încă dintr-un stadiu incipient, limitând alternativele teoretice.

Nu numai studiul distincţiilor este necesar, dar şi studiul unor unificări posibile, care ar simplifica problema la nivel metodologic. Am în vedere în special studiul posibilităţii unificării (prin gradualizare de statut/natură sau continuitate) celor două domenii de interes – cel matematic şi cel fizic – care au fost tratate indiscutabil ca fiind de naturi diferite (epistemologic, logic şi metafizic) atât în teoriile structurale, cât şi nonstructurale. De asemenea, tot în spiritul unificării, trebuie cercetat şi precizat locul şi influenţa pe care „miracolul aplicării matematicii” îl are

[11] Fiecare instanţă de utilizare a termenului „miracol”, atât în formularea problemei aplicabilităţii matematicii, cât şi în tratarea sa, presupune un context colectiv. Miracolul empiric nu poate fi evidenţiat izolat, ci numai în cadrul unui colectiv de experimente (în sens probabilist-statistic) suficient de larg, respectiv de-a lungul istoriei ştiinţei.

în cadrul „argumentului miracolului" (pentru realismul ştiinţific)[12], deoarece atât aplicarea (cu succes) a matematicii, cât şi realismul ştiinţific fac apel la *referinţa reală* (către realitatea fizică) şi *adevărul empiric*. Poate rezolvarea problemei aplicabilităţii matematicii modifica argumentul miracolului ştiinţific şi în ce sens? Reciproc, poate argumentul miracolului ştiinţific furniza sau sugera soluţii (parţiale) la problema aplicabilităţii matematicii?

Adoptarea metodologiei adecvate pentru rezolvarea problemei aplicabilităţii matematicii nu se poate face fără a avea un răspuns inechivoc la întrebarea dacă formalismul logico-matematic poate rezolva această problemă, de la reprezentarea adecvată până la operarea inferenţelor în cadrul teoretic ales, fără a genera contradicţii filosofice. De aceea, consider că studiul alternativelor teoriilor aplicabilităţii matematicii trebuie să plece de la teoriile structurale, care prezintă cel mai avansat formalism logico-matematic. Chiar dacă un astfel de început pare să nu fie în spiritul abordării fundaţionale *ab initio*, acesta este justificat prin potenţialul inegalabil al necesităţii adevărurilor. Chiar ignorând obiecţiile principale formulate la teoriile stucturale care ţin de însăşi construcţia acestora şi de capacitatea lor de reprezentare şi chiar de circularităţi generate tocmai de metodologia „forţat" matematică, avem obligaţia ştiinţifică de a le acorda un statut special tocmai datorită factorului de necesitate logico-matematică. Această strategie este într-un anume sens o instanţă a *inferenţei către cea mai bună explicaţie*[13] într-un cadru metodologic, bazată pe necesitatea logico-matematică.

Dacă vom constata că formalismul logico-matematic nu poate rezolva integral problema aplicabilităţii matematicii (inclusiv spre degenerare), avem „libertatea" principială de a aborda întreaga paletă de alternative metodologice adecvate acestei investigaţii, fără a exclude aportul interdisciplinar al ştiinţelor naturale, care pot opera cu componente pe care formalismul logico-matematic nu le poate asimila – mă gândesc aici în primul rând la caracterul antropocentric al actului de creaţie şi modelare matematică, care nu poate fi tratat decât psihologico-cognitiv.

BIBLIOGRAFIE

Alston, W.P., *The Reliability of Sense Perception*. Ithaca: Cornell Univesity Press, 1993.
Balaguer, M., *Platonism and Anti-Platonism in Mathemat*ics. New York: Oxford University Press, 1998.

[12] „Argumentul miracolului" este principalul argument în favoarea realismului ştiinţific, afirmând – în mare – că, dacă nu presupunem că ştiinţa descrie de fapt lumea *reală* (prin referinţă obiectivă şi adevăruri realiste), succesul predictiv al ştiinţei şi progresul ştiinţific ar fi declarat ca „miraculos".

[13] Principiu de validare a adevărului unei ipoteze explicative, reprezentat schematic astfel: *F* este un fapt. Ipoteza *H* explică *F*. Nicio altă ipoteză competitoare nu explică *F* aşa de bine („bine" putând fi definit prin criterii multiple, precum simplitate, compatibilitate empirică, economie conceptuală etc.) precum *H*. Atunci *H* este adevărată.

Batterman, R. W., „On the Explanatory Role of Mathematics in Empirical Science", *British Journal for the Philosophy of Science*, 2010, 61(1): 1–25.

Belot, G., „Whose Devil? Which Details?", *Philosophy of Science*, 2005, vol. 72: 128–153.

Bărboianu, C., „Circularitățile teoriilor filosofice contemporane asupra aplicabilității matematicii în universul fizic", *Revista de Filosofie*, 2014, 16(5): 517–542.

Bokulich, A., „Can Classical Structures Explain Quantum Phenomena?", *British Journal for the Philosophy of Science*, 2008, vol. 59: 217–135.

Bueno, O. & Colyvan, M., „An Inferential Conception of the Application of Mathematics", 2011, *Noûs*, 45(2): 345–374.

Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, Breslau*: W. Koebner, 1884. Trandus ca *The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number*, de J.L. Austin, Oxford: Blackwell, ediția a doua revizuită, 1974.

Galilei, Galileo, *II saggiatore* (1623). *Le opere di Galileo Galilei* (traducere), Editura Florenz, 1968.

Hamming, R. W., „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics", *The American Mathematical Monthly*, 1980, 87(2): 81–90.

Pincock, C., „A New Perspective on the Problem of Applying Mathematics", 2004, *Philosophia Mathematica*, 12(3): 135–161.

Redhead, M., „Discussion: Asymptotic Reasoning", *Synthese*, 2004, vol. 32: 77–112.

Sarukkai, S., „Revisiting the 'unreasonable effectiveness' of mathematics", *Current Science*, 2005, 88(3): 415–423.

Steiner, M., „The Applicabilities of Mathematics", *Philosophia Mathematica*, 1995, 3(3): 129–156.

Steiner, M., „The Semantic Applicability of Mathematics: Frege's Achievement" in *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1998, pp. 13–23.

Teissier, B., *Protomathematics, perception and the meaning of mathematical objects*. *Images and Reasoning*, Grialou, Longo, Okada (Eds.), Tokyo: Keio University, 2005.

van Fraasen, B.C., *The Scientific Image*, Oxford: Oxford University Press, 1980.

Wigner, E. P., „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications on Pure and Applied Mathematics* (1960) 13(1): 1–14.

Ye, F., „The Applicability of Mathematics as a Scientific and a Logical Problem", *Philosophia Mathematica*, doi:10.1093/philmat/nkp014, 2009, 1–22.