# Axiomatische Überlegungen zu Grundlagen für Maße der Verteilungsgerechtigkeit am Beispiel von Bedarfsgerechtigkeit

**Alexander Max Bauer (Carl von Ossietzky Universität Oldenburg)**

Fachrichtung: Philosophie, Studienphase: Master

*Verteilungsgerechtigkeit befasst sich mit der Verteilung von Gütern innerhalb einer Gruppe, wobei verschiedene Verteilungsprinzipien und -ergebnisse als mögliche Ideale einer solchen Verteilung verhandelt werden. Diese normativen Ansätze sind oft rein verbal formuliert, wodurch ihre Anwendung auf unterschiedliche konkrete Verteilungssituationen, die hinsichtlich ihrer Gerechtigkeit beurteilt werden sollen, häufig schwer fällt. Eine Möglichkeit, fein abgestufte Gerechtigkeitsbeurteilungen verschiedener Verteilungen präzise erfassen zu können, besteht in der formalen Modellierung solcher Ideale durch Maße oder Indizes. Die Auswahl eines geeigneten Maßes, das ein gewisses Ideal abbilden soll, muss ihrerseits eine Fundierung erfahren, was durch die Forderung von begründeten Axiomen erreicht werden kann, denen ein Maß genügen soll. In der vorliegenden Arbeit werden solche Axiome für Maße der Verteilungsgerechtigkeit am Beispiel von Bedarfsgerechtigkeit eingeführt. Ferner werden exemplarische Maße der Bedarfsgerechtigkeit vorgestellt. Damit wird für die Beurteilung und Modellierung von Maßen der Verteilungsgerechtigkeit eine erste diskutable Grundlage gelegt.*

*Schlagwörter: Gerechtigkeit, Verteilungsgerechtigkeit, Bedarfsgerechtigkeit, Axiomatik, Axiome, Metrik, Maße, Indizes, formale Modellierung.*

## 1 Einleitung[1]

Fragen der Verteilungsgerechtigkeit sind allgegenwärtig. Wirtschaft und Politik sehen sich ihnen ebenso gegenüber wie Medizin oder Privatpersonen. Die Problematik, wie etwas Vorhandenes zu verteilen sei, hat Denker seit Generationen beschäftigt und dabei zu zahlreichen und sehr verschiedenen normativen Theorien geführt. Gemein ist ihnen im Regelfall, dass eine Person mindestens das zu erhalten habe, was ihr zusteht. Uneinigkeit scheint vorrangig darin zu bestehen, worin dieser legitime Anspruch begründet sein soll. Verhandelt werden hier unter anderem Gleichheit, Billigkeit, Status und Leistung; ein anderes mögliches Kriterium ist das des Bedarfes (vgl. Forsyth 2006).

Neben diesem Problem der Uneinigkeit lässt sich über eine gewisse Ungenauigkeit diskutieren: Durch die im Regelfall rein verbale Formulierung der verschiedenen Gerechtigkeitsideale ist nicht immer klar, wie sie auf konkrete Verteilungssituationen anzuwenden

[1]Für hilfreiche Anmerkungen, Kommentare und Diskussionen bin ich unter anderem Andrew Lawrence Fassett, Jakob Koscholke, Michael Schippers, Sunke Schlüters, Mark Siebel, Nils Springhorn, Stefan Traub, Malte Maria Unverzagt, Hanna Marthe Vasen und Arne Robert Weiß zu herzlichem Dank verpflichtet. Außerdem danke ich Svenja Mareike Bedenlier und Vanessa Barbagiovanni Bugiacca für ihr hilfreiches Engagement während des Publikationsprozesses sehr herzlich.

sind. Häufig lässt sich hier nicht sagen, welchen Einfluss zum Beispiel geringe Variationen von Verteilungen auf deren Gerechtigkeitsbeurteilung haben sollen.

Diese Ungenauigkeit lässt sich auflösen, wenn man die zugrundeliegenden Ideale formal durch Maße der Verteilungsgerechtigkeit modelliert, um so präzise mathematische Hilfsmittel zu erlangen, mit denen die Beurteilung verschiedener Verteilungssituationen hinsichtlich ihrer Verteilungsgerechtigkeit geleistet werden kann.[2] Um nicht beliebig zu sein, kann die Auswahl eines solchen Maßes ihrerseits durch die Forderung von begründeten Axiomen erreicht werden.

Neben einem rudimentären Versuch bei Miller (vgl. 1999) sind bislang noch keine derartigen Maße der Bedarfsgerechtigkeit entwickelt worden. Bei Jasso (vgl. 1999, 2007, Jasso und Wegener, 1997) finden sich Vorschläge für generelle Maße der Gerechtigkeit, die gegenüber Millers Versuch formal ausgereifter, aber kaum axiomatisch motiviert sind.[3] Jasso (vgl. 1978) verweist ihrerseits auf eine Reihe weiterer Vorschläge von Adams (vgl. 1965), Berger und Kollegen (vgl. 1972), Homans (vgl. 1974) sowie Walster und Kollegen (vgl. 1976). Außerdem behandelt Eriksson mit Blick auf Jasso weitere rudimentäre Metriken (vgl. 2012).

Eine ähnliche Problemstellung, bei der Maße zur Hilfe genommen werden, findet sich in der Armutsmessung mit der Verwendung sogenannter subjektiver Armutsgrenzen (vgl. Goedhart et al., 1977, Flink und van Praag, 1991), sowie in der Ungleichheits- und Wohlfahrtsmessung mit heterogenen Bedarfen, für die unter anderem auf Atkinson und Bourguignon (vgl. Atkinson und Bourguignon, 1987) sowie auf Lambert und Ramos (vgl. 2002) zu verweisen ist (vgl. Chakravarty, 2009).

Mit dieser Auswahl prominenter Schlaglichter ist das Spektrum möglicher Ansätze, die in Bezug auf Maße der Bedarfsgerechtigkeit fruchtbar gemacht werden können, freilich noch nicht erschöpft. Es wird aber schon hier deutlich, dass es Kriterien bedarf, nach denen diese möglichen Ansätze schlussendlich bewertet werden können, um ihrer Vielfalt Herr zu werden. Auch hier scheint eine Anlehnung an die Forschung aus dem Bereich der Armutsmessung naheliegend, in der – wie oben gesehen – teilweise eine ähnliche, aber nicht identische Problemstellung im Fokus steht. Mit Sen (vgl. 1976) hat dort die Formulierung von wünschenswerten Axiomen, die ein entsprechendes Maß erfüllen sollte, weite Verbreitung gefunden. Von diesem Ansatz ausgehend sind die nachfolgend vorgestellten Überlegungen zur Bedarfsgerechtigkeit entstanden. Sie lassen sich aus diesem exemplarischen Rahmen lösen und auf andere Kombinationen aus legitimen Ansprüchen und tatsächlichen Zuteilungen anwenden, und können dann ferner als Grundlage für eine Axiomatik der Verteilungsgerechtigkeit im Allgemeinen betrachtet werden.

Im Folgenden soll dabei nicht eine geschlossene Axiomatik präsentiert werden, die eine als notwendig oder hinreichend betrachtete Menge konsistenter Axiome zur Beurteilung

2 Entfernt mag man sich hier auch an die Orientierung mancher Philosophen an der Mathematik während des siebzehnten Jahrhunderts erinnert fühlen. Exemplarisch kann dabei an Spinoza gedacht werden, der seine Ethik ausgehend von der „geometrischen Methode“ mit Definitionen, Axiomen, Lehrsätzen und Beweisen formulierte.

3 Als eine Ausnahme mögen die Überlegungen zu einem Axiom des Vergleichs darstellen, die bei Jasso verhandelt werden (vgl. 1990).

oder Modellierung von Maßen der Bedarfsgerechtigkeit nahelegt. Eine solche Axiomatik müsste in erster Linie normativ begründet sein, was an dieser Stelle nicht versucht werden soll. Vielmehr sollen Möglichkeiten analysiert und dargestellt werden. Dies geschieht auch vor dem Verständnis einer Trennung von normativer Stellungnahme und wissenschaftlicher Analyse, wie sie Max Weber deutlich macht,[4] der an prominenter Stelle in seinem Vortrag „Wissenschaft als Beruf" Tolstoj zu der Frage zitiert, was der Sinn der Wissenschaft als Beruf sei: „Sie ist sinnlos, weil sie auf die allein für uns wichtige Frage: ‚Was sollen wir tun? Wie sollen wir leben?' keine Antwort gibt." (Weber, 1995, S. 25) Was sie in Bezug auf Praktische Philosophie dagegen zu leisten vermag, sei es, zu einer gewissen Klarheit zu verhelfen:

> Vorausgesetzt natürlich, daß wir sie [die Klarheit] selbst besitzen. Soweit dies der Fall ist, können wir Ihnen deutlich machen: man kann zu dem Wertproblem, um das es sich jeweils handelt […] praktisch die und die verschiedene Stellung einnehmen. […] Er kann Ihnen ferner natürlich sagen: wenn Sie den und den Zweck wollen, dann müssen Sie die und die Nebenerfolge, die dann erfahrungsgemäß eintreten, mit in Kauf nehmen: […]. Und damit erst gelangen wir zu der letzten Leistung, welche die Wissenschaft als solche im Dienste der Klarheit vollbringen kann, und zugleich zu ihren Grenzen: wir können – und sollen – Ihnen auch sagen: die und die praktische Stellungnahme lässt sich mit innerer Konsequenz […] ableiten aus der und der letzten weltanschauungsmäßigen Grundposition […], aber aus den und den anderen nicht. […] Die Fachdisziplin der Philosophie und die dem Wesen nach philosophischen prinzipiellen Erörterungen der Einzeldisziplinen versuchen das zu leisten. (Weber, 1995, S. 38f.)

In diesem Sinne soll hier eine erste Vorstellung grundlegender Desiderata normativer Forderungen geschehen, die freilich kaum erschöpfend sein wird. Diese Desiderata sollen verstanden werden als Axiome, die weder einzeln notwendig noch gemeinsam hinreichend sind, sondern als diskutable und erweiterbare Grundlage dienen können, die dann zu einer Zusammenstellung von widerspruchsfreien Axiomatiken genutzt werden kann.

## 2 Erste Überlegungen zu Axiomen für Maße der Verteilungsgerechtigkeit am Beispiel von Bedarfsgerechtigkeit

Am Beispiel von Bedarfsgerechtigkeit sollen hier einige erste Überlegungen zu möglichen Desiderata oder Axiomen für Maße der Verteilungsgerechtigkeit vorgestellt werden. Eine konkrete Axiomatik durch die Auswahl einer widerspruchsfreien Menge aus diesem Katalog soll nicht präsentiert werden. Sie bleibt Aufgabe eines normativen Diskurses.

Der Bedarf eines Individuums wird im Folgenden als einer der für die Gerechtigkeitsbeurteilung grundlegenden Faktoren betrachtet, von dem abhängt, wie viel ein Individuum gerechterweise bekommen soll. Durch einen Austausch dieser Legitimationsgrundlage

4 Dem entgegenstehende Perspektiven sind im Rahmen des Werturteilsstreits (vgl. Albert, 2010) sowie des Positivismusstreits (vgl. Dahms, 1994) verhandelt worden. Weber schreibt in seinem Vortrag über Wissenschaft als Beruf: „[…] praktisch-politische Stellungnahme und wissenschaftliche Analyse politischer Gebilde und Parteistellung ist zweierlei. Wenn man in einer Volksversammlung über Demokratie spricht, so macht man aus seiner persönlichen Stellungnahme kein Hehl: gerade das: deutlich erkennbar Partei zu nehmen, ist da die verdammte Pflicht und Schuldigkeit. Die Worte, die man braucht, sind dann nicht Mittel wissenschaftlicher Analyse, sondern politischen Werbens um die Stellungnahme der Anderen. Sie sind nicht Pflugscharen zur Lockerung des Erdreiches des kontemplativen Denkens, sondern Schwert gegen die Gegner: Kampfmittel. In einer Vorlesung oder im Hörsaal dagegen wäre es Frevel, das Wort in dieser Art zu gebrauchen." (Weber, 1995, S. 28f.)

ließe sich eine solche Axiomatik dann auch entsprechend auf andere Prinzipien der Verteilungsgerechtigkeit erweitern.

Für eine möglichst präzise Formalisierung der entsprechenden Axiome soll an dieser Stelle zunächst eine Notation eingeführt werden. Anschließend sollen mit Messaxiomen, Monotonieaxiomen, Transferaxiomen, Wachstumsaxiomen sowie Sensitivitätsaxiomen verschiedene Klassen möglicher Desiderate vorgestellt werden, bevor einige abschließende Bemerkungen folgen.

## 2.1 Notation

Eine für die Formalisierung der nachfolgenden Axiome verwendete Notation soll die für Maße der Bedarfsgerechtigkeit als zentral angenommene Aspekte erfassen. Welche Aspekte dabei Eingang in die Überlegungen finden, ist freilich keine voraussetzungsfreie Entscheidung, sondern stellt immer schon eine Auswahl dar.[5]

Die Parteien, deren Bedarfe und tatsächliche Zuteilungen eines Gutes im Rahmen eines Maßes betrachtet werden sollen, werden als Menge $\mathcal{P}$, bestehend aus n Individuen $i$ = {1, 2,..., $n$}, bezeichnet. Diese Individuen sind nicht zwangsläufig Einzelpersonen, sondern können auch Gruppen von Einzelpersonen, etwa Haushalte oder Institutionen, umfassen.

Es wird angenommen, dass jedes Individuum i über eine tatsächliche Zuteilung $\gamma_i$ eines Gutes verfügt. Quantifiziert wird diese im Bereich der nicht-negativen reellen Zahlen, $\gamma_i \in \mathbb{R}_{0+}$. Ferner sei $\vec{\gamma} = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$ ein Vektor und

$\Gamma = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i$

die Summe der insgesamt zur Verfügung stehenden Menge des Gutes, das nicht auf physische Güter beschränkt, sondern lediglich quantifizierbar sein muss.

Bezogen auf das Gut, dessen Verteilung betrachtet wird, wird angenommen, dass jedes Individuum i unabhängig von seinem $\gamma_i$ über einen Bedarf $\nu_i$ verfügt, über den bestimmt wird, wann es hinsichtlich dieses Gutes als unterversorgt, versorgt oder überversorgt betrachtet wird. Quantifiziert wird auch er im Bereich der nicht-negativen reellen Zahlen, $\gamma_i \in \mathbb{R}_{0+}$. Auch hier sei $\vec{\nu} = \{\nu_1, \dots, \nu_n\}$ ein Vektor und

$N = \sum_{i=1}^{n} \nu_i$

die Summe der gesamten Bedarfe an dem betrachteten Gut. Mittels $\gamma_i$ und $\nu_i$ kann nun das jeweilige Individuum i hinsichtlich seiner Versorgungssituation betrachtet werden. Aus dieser Klassifizierung ergeben sich dann die Teilmengen $\mathcal{U}$, $\mathcal{S}$ und $\mathcal{O}$ aus der Gesamtmenge $\mathcal{P}$.[6]

---

[5]Die hier verwendete Notation entstand, von geringfügigen Abweichungen abgesehen, zusammen mit Mark Siebel, Nils Springhorn, Stefan Traub und Arne Robert Weiß im Rahmen des Teilprojekts „Maße der Bedarfsgerechtigkeit, Expertise und Kohärenz“ der Forschergruppe „Bedarfsgerechtigkeit und Verteilungsprozeduren“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

[6] Die Wahl auf die beiden griechischen Buchstaben Gamma und Ny fiel in Anlehnung an die englischen Termini „goods“ und „needs“. Die Bezeichnung der Teilmengen orientiert sich an den englischen Termini „undersupplied“, „supplied“ und „oversupplied“.

Ein Individuum wird im Folgenden dann als unterversorgt hinsichtlich eines Gutes betrachtet, wenn es über weniger Einheiten davon verfügt, als sein Bedarf fordert. Als versorgt gilt es, wenn es über exakt die Anzahl an Einheiten verfügt, die sein Bedarf fordert. Verfügt es über eine größere Anzahl an Einheiten, als sein Bedarf fordert, gilt es als überversorgt.

**DEFINITION 1 (UNTERVERSORGUNG):** i ist unterversorgt, wenn $\gamma_i < \nu_i$; die Menge der Unterversorgten ist $\mathcal{U} = \{i \in \mathcal{P} : \gamma_i < \nu_i\}$.

**DEFINITION 2 (VERSORGUNG):** i ist versorgt, wenn $\gamma_i = \nu_i$; die Menge der Versorgten ist $\mathcal{S} = \{i \in \mathcal{P} : \gamma_i = \nu_i\}$.

**DEFINITION 3 (ÜBERVERSORGUNG):** i ist überversorgt, wenn $\gamma_i > \nu_i$; die Menge der Überversorgten ist $\mathcal{O} = \{i \in \mathcal{P} : \gamma_i > \nu_i\}$.

Der Unterscheidung zwischen Mikro- und Makrogerechtigkeit folgend ist diese Perspektive der individuellen Zuteilung nun zu Indizes zu aggregieren, die die Gesamtgerechtigkeit in den Blick nehmen (vgl. Brickman et al. 1981, Berger et al. 1972, Arts et al. 1991, Jasso 1983). Als solche werden Indizes J betrachtet.

**DEFINITION 4 (GERECHTIGKEITSMAß):** Ein Maß der Gerechtigkeit J ist eine Funktion $J: \mathbb{R}^n x \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Um im Folgenden die von einem Maß angegebene Gerechtigkeit zweier Verteilungen zumindest ordinal vergleich zu können, wird definiert, dass ein Index für eine als gerechter festgelegte Verteilung einen geringeren Funktionswert ausgeben soll als für die als ungerechter betrachtete Verteilung.

**DEFINITION 5 (GERECHTIGKEITSORDNUNG):** Ein Maß der Gerechtigkeit J zeigt höhere Gerechtigkeit für eine Verteilung $(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{\nu_a})$ statt $(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{\nu_b})$ an, wenn

$$J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{\nu_a}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{\nu_b}).$$

Während diese Definition lediglich die Interpretation des Funktionswertes umfasst, liegt die Festlegung davon, welche von zwei alternativen Verteilungssituationen schließlich als gerechter oder ungerechter beurteilt werden soll, an den nachfolgenden Vorschlägen für Axiome oder an weiteren normativ zu bestimmenden Desiderata.

## 2.2 Exemplarische Maße der Bedarfsgerechtigkeit

Um zu verdeutlichen, wie sich solche Indizes gestalten können, sollen an dieser Stelle einige exemplarische Maße der Bedarfsgerechtigkeit eingeführt werden, an die sich eine mögliche Axiomatik, die unter anderem aus den folgenden Vorschlägen an Axiomen erstellt werden kann, zur Prüfung anlegen lässt.

Naheliegende Ausgangspunkte für ein Maß der Bedarfsgerechtigkeit mögen die von Jasso verwendeten Gerechtigkeitsbewertungsfunktionen und Gerechtigkeitsindizes darstellen (vgl. Jasso 1978, 1980, 1990, 1996, 1999, 2007, Jasso und Wegener 1997). Gerechtigkeitsurteile beruhen laut Jasso auf einem Vergleich der tatsächlichen Zuteilung mit dem, was einer Person gerechterweise zustehen würde, wobei Jasso hier kein Gerechtigkeitsideal spezifiziert. Sie verwendet dazu den natürlichen Logarithmus des Verhältnisses dieser beiden Faktoren. Adaptiert und mit der eingeführten Notation ließe sich schreiben:

$J_{\text{Jasso}}(\gamma_i, \nu_i) = ln\left(\frac{\gamma_i}{\nu_i}\right)$

Jasso – sowie nachstehend Watts – folgt einer anderen Interpretation des Funktionswertes als in Definition 5 gefordert. Bei Jassos Funktion lässt sich an einem Funktionswert von 0 eine Versorgungssituation ablesen, während negative Zahlen eine ungerechte Unter- und positive Zahlen eine ungerechte Überversorgung ausdrücken; durch den Logarithmus wird eine betragsgleiche Unterversorgung stärker gewichtet als eine entsprechende Überversorgung.

Jasso (vgl. 1999) schlägt als eine mögliche Aggregation dieser individuellen Gerechtigkeitsbewertungsfunktionen das arithmetische Mittel vor. Eine mögliche Aggregation solcher individuellen Gerechtigkeitsbewertungen, die Ähnlichkeit zu dem Armutsindex von Watts aufweist (vgl. 1968, Zheng 1993), ließe sich übertragen wie folgt darstellen, wobei die Armutsgrenze bei Watts ursprünglich den Dividenden, nicht den Devisor darstellt:

$J_{\text{Watts}}(\vec{\gamma}, \vec{\nu}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ln\left(\frac{\gamma_i}{\nu_i}\right)$

Nachdem die Nähe zur Armutsmessung verschiedentlich deutlich geworden ist, besteht eine weitere naheliegende Möglichkeit in der Transformation der relativen Einkommenslücke respektive des Armutsmaßes von Foster und Kollegen (vgl. Foster et al. 1984), das in der Armutsmessung relativ prominent ist (vgl. Kockläuner 2012). Übertragen in die eingeführte Notation stellt sich das adaptierte Armutsmaß von Foster und Kollegen – hier mit einer homogenen, also für alle Individuen i identischen Armutsgrenze $\vartheta$, die im übertragenen Fall als eine homogene Bedarfsgrenze aufgefasst werden kann – wie folgt dar:

$J_{\text{Foster}}(\vec{\gamma}, \vec{\nu}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(\vartheta-\gamma_i)}{\vartheta}\right)^{\alpha}$

Hier werden wie bei der relativen Einkommenslücke die Differenz von Armutsgrenze – repräsentiert durch das $\vartheta$ – und Zuteilung im Verhältnisse zu der Armutsgrenze betrachtet, was bei Foster um die Potenz $\alpha$ erweitert wird, die sich als konstant proportionale Risikoaversion interpretieren lässt (vgl. Kockläuner 2012).

In dieser Form ließe sich der Index für die Betrachtung der Bedarfsgerechtigkeit von unterversorgten Individuen transformieren. Um die vollständige Menge der Individuen in den Blick zu nehmen, kann er etwa wie folgt modifiziert werden, wobei durch $U$ und $O$ hier die Teilmengen der Unter- und Überversorgten jeweils getrennt betrachtet werden, während mit der Menge $P$ sämtliche Individuen Eingang in die Betrachtung finden:

$J_{\text{Bauer}}(\vec{\gamma}, \vec{\nu}) = \frac{|U|}{|P|}\sum_{i\in U}\left(\frac{(\nu_i-\gamma_i)}{\nu_i}\right)^{\alpha} + \frac{|O|}{|P|}\sum_{i\in O}\left(\frac{(\gamma_i-\nu_i)}{\gamma_i}\right)^{\beta}$

In zwei verschiedenen Summen werden dabei die unter- und überversorgten Individuen separat und gewichtet nach ihrem Anteil an der Gesamtmenge behandelt. Mit $\alpha$ und $\beta$ werden Parameter der Unterversorgungs- beziehungsweise Überversorgungsaversion eingeführt, die entsprechend ihrer Größe geringere oder stärkere Aversionen darstellen können; je größer hier die Potenz, desto größer fällt die angezeigte Ungerechtigkeit der jeweiligen Summe aus. Mit Werten kleiner 1 ließen sich hier alternativ auch Affinitäten, etwa zu Überversorgung, ausdrücken.

## 2.3 Mögliche Axiome der Bedarfsgerechtigkeit

Neben diesen exemplarischen Ad-hoc-Maßen kann prinzipiell jede Funktion von Bedarfen und Zuteilungen als ein Index der Bedarfsgerechtigkeit genutzt werden. Die sich daraus ergebende Menge von Möglichkeiten gilt es sinnvoll einzuschränken, was sich – wie bereits beschrieben – durch die Forderung gewisser Axiome erreichen lässt, die ein solches Maß idealerweise zu erfüllen habe (vgl. Scheicher, 2009). Unter Axiomen sollen hier die Angaben von sowohl formal als auch inhaltlich begründeten Eigenschaften verstanden werden, die von einem Maß gefordert werden und auf deren Grundlage sich eine Einteilung in akzeptierbare oder zu verwerfende Maße vornehmen lässt (vgl. von der Lippe, 1996). Axiome oder Desiderata in diesem Sinne werden in verschiedenen Forschungsbereichen zur Grundlegung der Konstruktion oder Beurteilung von Maßen verwendet. Man denke hier im Rahmen der Wirtschaftswissenschaften exemplarisch an die Messung von Ungleichheit, Armut oder Reichtum (vgl. Scheicher, 2009, Herlyn, 2012).

Neben einer Reihe formal oder methodisch motivierter Axiome, von denen einige zu Beginn vorgestellt werden, gilt es auch inhaltliche begründete Axiome aufzustellen. Nachfolgend wird eine Reihe solcher Axiome eingeführt. Es handelt sich dabei um eine Sammlung von diskutablen Grundannahmen, die modular zusammengestellt werden können, um so eine Grundlage oder einen Bewertungshintergrund für mögliche Maße in Form einer konsistenten Axiomatik zu bilden. Sie werden der Übersichtlichkeit halber in verschiedene Klassen unterteilt: Nach den methodisch motivierten Messaxiomen wird sich zunächst den Monotonieaxiomen gewidmet, die mit der Veränderung einzelner Zuteilungen befasst sind. Es folgen Transferaxiome, die Transfers von Zuteilungen zwischen Individuen in den Fokus nehmen. Wachstumsaxiome haben eine Veränderung der betrachteten Gruppengröße und Sensitivitätsaxiome schließlich die Intensität von Abweichungen einer Zuteilung zum Bedarf im Blick.

Dabei wird versucht, im Rahmen der naheliegenden normativen Forderungen in Bezug auf Monotonien, Transfers, Gruppenveränderungen und Sensitivitäten mögliche wünschenswerte Verhaltensweisen von Indizes abzudecken, die aus der Armutsmessung transformiert und angepasst werden. Es wird eine Auswahl denkbarer Axiome präsentiert, die sich teilweise gegenseitig ausschließen und also eine Selektion erfordern, die sich an den gewünschten normativen Aspekten orientieren muss, die ein Index abbilden soll. Diese Auswahl ist im Rahmen eines normativen Diskurses zu treffen und sieht sich dann den damit einhergehenden Herausforderungen und Problemen gegenüber.

### Messaxiome

Unter Messaxiomen werden diejenigen Axiome zusammengefasst, die nicht primär aus normativen Gründen eingeführt werden, sondern vor dem methodischen Hintergrund des Messens sinnvoll erscheinen. Nichtsdestotrotz können sie freilich auch für normative Forderungen relevant sein und sollten keinesfalls als voraussetzungsfrei oder neutral missverstanden werden.

Ein Axiom der Skaleninvarianz (vgl. Seidl, 1988, Kockläuner, 2012) verlangt für Indizes, dass sie sich nicht verändern, wenn die Bedarfe und Zuteilungen mit dem gleichen Faktor skaliert werden. Analog zu Armutsmaßen kann man bei Indizes der Bedarfsgerechtigkeit, die dieses Axiom erfüllen, von relativen Maßen der Bedarfsgerechtigkeit sprechen.[7]

**AXIOM 1 (SKALENINVARIANZ):** $J(\lambda\vec{\gamma}, \lambda\vec{\nu}) = J(\vec{\gamma}, \vec{\nu}), \lambda > 0.$

Jeder Index, der dergestalt skaleninvariant ist, erfüllt auch die Forderung nach Replikationsinvarianz: Um einen Vergleich der Bedarfsgerechtigkeit zwischen zwei Gruppen $\mathcal{P}_a$ und $\mathcal{P}_b$ mit einer unterschiedlichen Anzahl an Individuen zu ermöglichen, kann durch ein entsprechendes Axiom gefordert werden, dass sich der Wert eines Index' durch eine Replikation von Individuen nicht ändern soll: Es gilt dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{\nu_a}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{\nu_b})$ wenn $\overrightarrow{\gamma_b}$ und $\overrightarrow{\nu_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ und $\overrightarrow{\nu_a}$ dadurch bestimmt werden, dass sie eine Replikation darstellen, in der für jedes $\gamma_i$ und $\nu_i$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ und $\overrightarrow{\nu_a}$ eine um den Faktor λ vermehrte Anzahl in $\overrightarrow{\gamma_b}$ und $\overrightarrow{\nu_b}$ besteht. Skaleninvariante Indizes erfüllen auch der Forderung von Einheitskonsistenz, der zufolge ein Index unabhängig von der Umrechnung in andere Einheiten, etwa von Euro in Dollar, sein soll (vgl. Zheng 2007).

Ein Symmetrieaxiom fordert ferner, dass es irrelevant sein soll, welches Individuum über ein gewisses Paar $\gamma_i, \nu_i$ verfügt; eine Vertauschung von Paaren zwischen den Individuen soll den Index also nicht tangieren. Dieses Axiom stellt sicher, dass die Beurteilung der Bedarfsgerechtigkeit ausschließlich von den dazu ausgewählten Faktoren – in diesem Fall den Bestandteilen des Paares – abhängt und somit ohne Ansehen der Person stattfindet. In der Armutsmessung wird es auch treffend Anonymitätsaxiom genannt; sinnbildlich dafür steht die Augenbinde der Justitia.

**AXIOM 2 (SYMMETRIE):** Wenn $\overrightarrow{\nu_b}$ und $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\nu_a}$ und $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt werden, dass sie für zwei Individuen i, j ∈ $\mathcal{P}$ vertauscht werden, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{\nu_a}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{\nu_b})$.

Um sprunghafte Veränderungen zu vermeiden, also dafür zu sorgen, dass infinitesimale Veränderungen in $\gamma$ und $\nu$ auch nur entsprechend kleinen Veränderungen eines Index' nach sich ziehen, kann ein Stetigkeitsaxiom gefordert werden.

**AXIOM 3 (STETIGKEIT):** $J(\vec{\gamma}, \vec{\nu})$ ist stetig in $\gamma$ und $\nu$.

Da es – anders als zum Beispiel Meter für Länge oder Bar für Druck – keine konkrete Maßeinheit für Gerechtigkeit im Allgemeinen oder Bedarfsgerechtigkeit im Speziellen gibt, soll die Messzahl eines Index' außerdem dimensionslos sein. Mit einem Normierungsaxiom kann etwa gefordert werden, dass sie exemplarisch auf das Intervall [0,1] normiert wird.

**AXIOM 4 (NORMIERUNG):** Für alle $\vec{\gamma}$ und $\vec{\nu}$ gilt $0 \leq J(\vec{\gamma}, \vec{\nu}) \leq 1$.

Der Funktionswert eines Index' kann dabei freilich nach wünschenswerten Aspekten der Interpretation variiert werden. Bei Jasso findet sich zum Beispiel im Gegensatz zu der hier beschränkten Skala eine Variante, in der ein Funktionswert von 0 eine gerechte Zuteilung darstellt, während negative Zahlen ein ungerechtes Zuwenig und positive Zahlen ein un-

7 Während ein relativer Index also invariant gegenüber gleichen prozentualen Veränderungen ist, bleibt ein absoluter Index unter gleichen absoluten Veränderungen identisch: Ein alternatives Axiom der Translationsinvarianz verlangt entsprechend, dass sich der Funktionswert von J nicht verändert, wenn die Bedarfe und Zuteilungen durch Addition oder Subtraktion um ein gleiches δ vergrößert oder vermindert werden.

gerechtes Zuviel ausdrücken, wobei es für beide Fälle keinen Maximalwert gibt (vgl. Jasso, 2007). Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass ein Funktionswert von 0 eine gerechte Zuteilung darstellt, die sich daraus ergibt, dass Bedarf und Zuteilung den gleichen Wert aufweisen, während größere positive Zahlen entsprechend ungerechtere Verteilungen ausdrücken. Einzige Ausnahme hiervon soll das Axiom kontinuierlich steigender Monotonie der Gerechtigkeit bilden.

Sowohl das Stetigkeits- als auch das Normierungsaxiom sind von Bedeutung für die Vergleichbarkeit von verschiedenen Mengen $\mathcal{P}_a$ bis $\mathcal{P}_m$ hinsichtlich ihrer Bedarfsgerechtigkeit. Sie erlangen auch Relevanz vor dem Hintergrund des für einen Index angestrebten Skalenniveaus, das bestimmt, ob verschiedene Mengen etwa nur ordinal- oder auch feiner aufgelöst, beispielsweise intervallskaliert, verglichen werden können (vgl. Stevens, 1947).

Durch die Bildung von Untergruppen einer betrachteten Menge $\mathcal{P}$ entlang von gewissen Eigenschaften – zum Beispiel Alter, sozialer Schicht oder geographischer Verortung – lassen sich möglicherweise Aussagen über deren Anteil an der gesamten Gerechtigkeit oder Ungerechtigkeit treffen, die dann Anhaltspunkte darstellen können, um spezifische Ungerechtigkeit beispielsweise durch Politikmaßnahmen gezielt zu verringern.[8] Das Axiom der Untergruppenkonsistenz fordert entsprechend, dass die durch einen Index angezeigte Bedarfsgerechtigkeit steigt respektive fällt, wenn sie in einer von mehreren disjunkten Untergruppen steigt oder fällt, während sie in den übrigen Untergruppen konstant bleibt (vgl. Foster et al., 1984, Foster und Shorrocks, 1991, Zheng, 1997).

**AXIOM 5 (UNTERGRUPPENKONSISTENZ):** Wenn sowohl $\overrightarrow{\gamma_a}$ und $\overrightarrow{v_a}$ zerteilt werden in $\overrightarrow{\gamma_{a'}}$ und $\overrightarrow{v_{a'}}$ sowie $\overrightarrow{\gamma_{a''}}$ und $\overrightarrow{v_{a''}}$ als auch $\overrightarrow{\gamma_b}$ und $\overrightarrow{v_b}$ zerteilt werden in $\overrightarrow{\gamma_{b'}}$ und $\overrightarrow{v_{b'}}$ sowie $\overrightarrow{\gamma_{b''}}$ und $\overrightarrow{v_{b''}}$ (so dass $\overrightarrow{\gamma_a} = \overrightarrow{\gamma_{a'}} + \overrightarrow{\gamma_{a''}}$, $\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_{a'}} + \overrightarrow{v_{a''}}$ und $\overrightarrow{\gamma_b} = \overrightarrow{\gamma_{b'}} + \overrightarrow{\gamma_{b''}}$, $\overrightarrow{v_b} = \overrightarrow{v_{b'}} + \overrightarrow{v_{b''}}$) mit $J(\overrightarrow{\gamma_{a'}}, \overrightarrow{v_{a'}}) < J(\overrightarrow{\gamma_{b'}}, \overrightarrow{v_{b'}})$ und $J(\overrightarrow{\gamma_{a''}}, \overrightarrow{v_{a''}}) = J(\overrightarrow{\gamma_{b''}}, \overrightarrow{v_{b''}})$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{v_a}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{v_b})$.

Das Axiom der gewichteten Zerlegbarkeit schließlich fordert, dass ein Index einer betrachteten Menge $\mathcal{P}$ gleich der Summe der Indizes der anteilig gewichteten Teilmengen $\mathcal{P}_a$ bis $\mathcal{P}_m$ sein soll, wenn insgesamt M Untergruppen $m = \{1, 2, \ldots, m\}$ gebildet werden mit einem jeweiligen Anteil an den gesamten Individuen von $n_z$ / n, womit sich der Anstieg oder Abfall der angezeigten Gerechtigkeit in einer Untergruppe entsprechend seines Anteils an der Menge von Individuen auswirkt.

**AXIOM 6 (GEWICHTETE ZERLEGBARKEIT):** Es gilt $J(\vec{\gamma}, \vec{v}) = \sum_{m=1}^{M} \frac{n_z}{n} J(\overrightarrow{\gamma_z}, \overrightarrow{v_z})$.

## Monotonieaxiome

Eine grundlegende Vorstellung besteht darin, dass es – zuallermindest im Bereich der Unterversorgung – einen Unterschied macht, ob jemand etwas von einem Gut gewinnt oder verliert: Mit Monotonieaxiomen werden solche Veränderungen der bei einem Indi-

8 In der Armutsmessung hat unter anderem Anand früh auf die Bedeutung von Zerlegbarkeit hingewiesen. Er stellt mit Blick auf ein Maß des oben erwähnten Sen fest: „The Sen measure is, unfortunately, not decomposable between groups. Yet, in the design of poverty redressal policies, it would seem important to be informed of the extent to which a particular group accounts for overall poverty. [...] A diagnosis of poverty requires answers to questions such as: Who are the poor? Where are they located? In which sectors do they work? What are the characteristics of the poor that are different from those of the non-poor?“ (Anand, 1977, S. 12)

viduum i gegebenen Zuteilung t $\gamma_i$ betrachtet. Sie sind dabei nonkomparativ, das heißt, dass sie sich lediglich auf die Kennwerte des Bedarfs und der Zuteilung beziehen und nicht etwa die Stellung eines Individuums zu den übrigen Individuen in den Blick nehmen, wie es aus Sicht komparativer Gerechtigkeit gefordert werden könnte (vgl. Feinberg, 1974, Montague 1980).

Begrifflich angelehnt an eine mathematische Beschreibung von Funktionen können durch den Monotoniebegriff verschiedene Fälle von Veränderungen in der Zuteilung $\gamma_i$ und den daraus resultierenden Auswirkungen auf die Gerechtigkeit einer Verteilung beschrieben werden. Von monoton steigender Gerechtigkeit lässt sich sprechen, wenn der Funktionswert von J mit größer werdendem $\gamma_i$ keine geringere Gerechtigkeit anzeigt, also nach Definition 5 keinen größeren Funktionswert aufweist.

**DEFINITION 6 (MONOTON STEIGENDE GERECHTIGKEIT):** Wenn $\gamma_i < \gamma_i'$, dann $J(\nu_i, \gamma_i) \geq J(\nu_i, \gamma_i')$.

Von streng monoton steigender Gerechtigkeit kann in diesem Sinne gesprochen werden werden, wenn mit größer werdendem $\gamma_i$ die angezeigte Gerechtigkeit einer Verteilung ebenfalls größer wird.

**DEFINITION 7 (STRENG MONOTON STEIGENDE GERECHTIGKEIT):** Wenn $\gamma_i < \gamma_i'$, dann $J(\nu_i, \gamma_i) > (\nu_i, \gamma_i')$.

Von monoton fallender Gerechtigkeit lässt sich im umgekehrten Fall schließlich sprechen, wenn der Funktionswert von J mit größer werdendem $\gamma_i$ keine größere Gerechtigkeit anzeigt.

**DEFINITION 8 (MONOTON FALLENDE GERECHTIGKEIT):** Wenn $\gamma_i < \gamma_i'$, dann $J(\nu_i, \gamma_i) \leq (\nu_i, \gamma_i')$.

Streng monoton fallend kann die Gerechtigkeit einer Verteilung dann genannt werden, wenn der Funktionswert mit größer werdendem $\gamma_i$ geringere Gerechtigkeit anzeigt.

**DEFINITION 9 (STENG MONOTON FALLENDE GERECHTIGKEIT):** Wenn $\gamma_i < \gamma_i'$, dann $J(\nu_i, \gamma_i) < J(\nu_i, \gamma_i')$.

Es ist zu bemerken, dass sich eine Funktion von J dabei abschnittsweise verschieden hinsichtlich ihrer Monotonie der Gerechtigkeit verhalten kann. Auch ist denkbar, dass für verschiedene Bedürfnisse verschiedene Arten von Monotonien Geltung erlangen. Und während im Folgenden ausschließlich der Verteilungswert $\gamma_i$ variiert wird, lässt sich freilich auch der Bedarfswert $\nu_i$ verändern, der hier aber als statisch angenommen werden soll, so dass sich zunächst auf die Verteilung von Gütern bei möglicherweise heterogenen, aber unveränderten Bedarfen konzentriert wird. Ferner können Axiome sowohl hinsichtlich absoluter oder relativer Abstände zwischen Bedarfen und Zuteilungen konstruiert werden, was in einigen Fällen zu unterschiedlichen Einschätzungen der gleichen Verteilungen führen kann, weswegen im Folgenden an einigen Stellen exemplarisch zwei entsprechend verschiedene Varianten präsentiert werden sollen.

Während der Gedanke der Monotonie zumindest für Fälle von Unterversorgung relativ klar zu sein scheint, sind für den Fall von Überversorgung allerdings unterschiedliche normative Forderungen denkbar, weswegen nachfolgend drei voneinander verschiedene Axiome präsentiert werden, die diesem Umstand Rechnung tragen sollen: Solange man über weniger verfügt, als man braucht, scheint ein Zugewinn, durch den man sich seinem

Bedarf annähert, generell positiv, bedeutet mithin also größere Gerechtigkeit, aber wie steht es, wenn man bereits über mehr verfügt, als man eigentlich braucht?

Für das erste Paar von absolut und relativ formulierten Monotonieaxiomen soll davon ausgegangen werden, dass eine exakte Bedarfsdeckung den Idealzustand einer Verteilung darstellt, wodurch sowohl Unterversorgung als auch Überversorgung als ungerecht angesehen werden. – Dass dabei betragsgleiche Unter- und Überversorgung aber noch nicht das gleiche Gewicht haben müssen, wird im Rahmen der Sensitivitätsaxiome aufgegriffen.

Die inverte Monotonie kann in Verbindung gebracht werden mit dem Homöostaseprinzip, wenn also – etwa im physiologischen Kontext – davon ausgegangen wird, dass es gilt, sich zwischen einem Zuwenig und einem Zuviel einzupendeln. Man denke hier auch an die Konzeptionen der μεσότης bei Aristoteles, der die Disposition zwischen Mangel und Übermaß für die Tugend zentral macht, oder an die Debatte um eine Suffizienz-Theorie. Inverte Monotonie hat ferner Relevanz für Überlegungen hinsichtlich einer potentiellen Erfüllbarkeit untererfüllter Bedarfe: Das, worüber ein Individuum zu viel verfügt, während ein anderes nicht ausreichend zur Verfügung hat, um seinen Bedarf zu decken, erlangt – wenn man andere Prinzipien ausblendet und sich auf Bedarfe fokussiert – hier besondere Bedeutung dahingehend, als dass es unter Umständen genutzt werden kann, um ein unterversorgtes Individuum näher an seine Bedarfsgrenze zu heben.

Für das erste Monotonieaxiom soll davon ausgegangen werden, dass eine exakte Bedarfsdeckung den Idealzustand einer Verteilung darstellt, wodurch sowohl Unterversorgung als auch Überversorgung als ungerecht angesehen werden. Dass betragsgleiche Unter- und Überversorgung deswegen aber noch nicht das gleiche Gewicht haben müssen, wird im Rahmen der Sensitivitätsaxiome aufgegriffen.

Das Axiom inverter Monotonie fordert in seiner relativen Fassung entsprechend, dass – ceteris paribus – eine Veränderung der Zuteilung $\gamma_i$ eines Individuums i aus der Menge $\mathcal{P}$ einen Index J größere Bedarfsgerechtigkeit anzeigen lässt, wenn der relative Abstand zwischen Zuteilung $\gamma_i$ und Bedarf $\nu_i$ nach der Veränderung geringer ist als vorher. Dabei wird – wie oben definiert – davon ausgegangen, dass größere Bedarfsgerechtigkeit durch einen niedrigeren Wert von J angezeigt wird.

**AXIOM 7.1 (RELATIVE INVERTE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i $\in \mathcal{P}$ ein δ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $P_{ai} > P_{bi}$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $P_{ai} < P_{bi}$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$).

In seiner absoluten Fassung nimmt dieses Axiom nicht länger den relativen Abstand, das Verhältnis von $\gamma_i$ und $\nu_i$ in den Blick, sondern den absoluten Abstand, die Differenz zwischen beiden.

**AXIOM 7.2 (ABSOLUTE INVERTE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i ∈ P ein δ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| > |\nu_i - \gamma_{bi}|$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| < |\nu_i - \gamma_{bi}|$.

Dieses geforderte Verhalten lässt sich zur Verdeutlichung sowohl zwei- als auch dreidimensional darstellen. Im nachfolgenden Beispiel steigt die Gerechtigkeit (der Funktionswert von J fällt) mit einer Annährung der Zuteilung an den Bedarf im Bereich der Unterversorgung linear an. Sobald die Bedarfslücke geschlossen ist, beträgt auch der Funktionswert 0, ehe er mit wachsender Überversorgung wieder steigt.

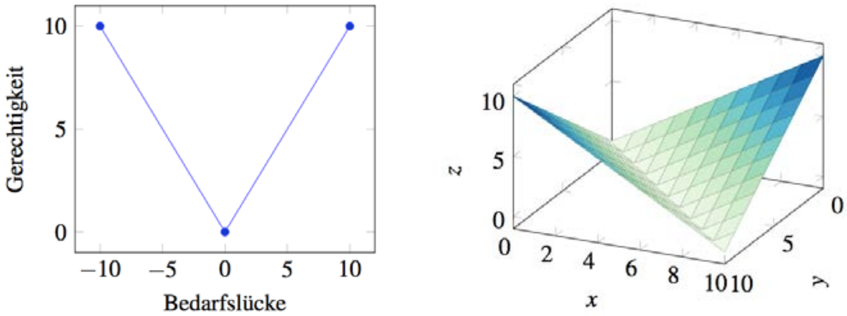


*Abb. 1: Zwei- und dreidimensionales Beispiel für den Verlauf monoton inverter Gerechtigkeit*

Für die dreidimensionale Darstellung sind die einzelnen Gerechtigkeitswerte für die möglichen Paare aus $\nu_i$ und $\gamma_i$ eines Individuums i mit $\gamma_i = x$ und $\nu_i = y$ auf einem Intervall $[0, 10]$ mit $x, y \in \mathbb{N}$ abgebildet, wobei $J = z$ und exemplarisch $z = |x - y|$ angenommen wird.

Mit einer anderen Variante der Monotonie ließe sich für Unterversorgung und Versorgung Identisches fordern, während sie für den Fall von Überversorgung jedoch indifferent wäre. Veränderungen der Zuteilung oberhalb der Bedarfsschwelle würden das Maß in diesem Fall unverändert lassen, was beispielsweise wünschenswert wäre, wenn man davon ausgeht, dass das Bedarfskonzept nur für den Fall von Unterversorgung greift. Das Axiom zensierter Monotonie fordert entsprechend, dass – ceteris paribus – eine Veränderung der Zuteilung $\gamma_i$ eines Individuums i aus der Menge $\mathcal{P}$ einen Index J größere Bedarfsgerechtigkeit anzeigen lässt, wenn die relative Entfernung oder der absolute Abstand zwischen Zuteilung $\gamma_i$ und Bedarf $\nu_i$ nach der Veränderung geringer ist als vorher, sofern nicht sowohl initial als auch final eine Versorgungs- oder Überversorgungssituation vorliegt. Ansonsten bleibt der Funktionswert des Maßes trotz Veränderung der Zuteilung gleich.

**AXIOM 8.1 (RELATIVE ZENSIERTE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i $\in \mathcal{P}$ ein $\delta$ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $P_{ai} > P_{bi}$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn
$P_{ai} < P_{bi}$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$), gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b} \notin \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$. Gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b} \in \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$, gilt $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 8.2 (ABSOLUTE ZENSIERTE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i $\in$ P ein $\delta$ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| > |\nu_i - \gamma_{bi}|$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| < |\nu_i - \gamma_{bi}|$, gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b} \notin \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$. Gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b} \in \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$, gilt $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

Auch dieses geforderte Verhalten lässt sich zur Verdeutlichung sowohl zwei- als auch dreidimensional darstellen, wobei der Funktionswert von J nun für Überversorgungssituationen unverändert bleibt und nur bei Unterversorgung variiert.

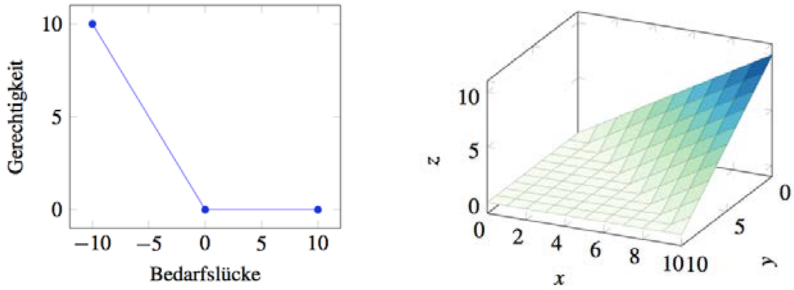


*Abb. 2: Zwei- und dreidimensionales Beispiel für den Verlauf monoton zensierter Gerechtigkeit*

Mit einer dritten Variante schließlich ließe sich unabhängig von der Versorgungssituation fordern, dass eine Steigerung der Zuteilung das Maß größere Bedarfsgerechtigkeit anzeigen lässt. Das Axiom kontinuierlich steigender Monotonie fordert entsprechend, dass – ceteris paribus – eine Veränderung der Zuteilung $\gamma_i$ eines Individuums i aus der Menge $\mathcal{P}$ einen Index J größere Bedarfsgerechtigkeit anzeigen lässt, wenn die absolute Differenz zwischen Zuteilung $\gamma_i$ und Bedarf $\nu_i$ im Bereich der Unterversorgung nach der Veränderung geringer beziehungsweise im Bereich der Überversorgung größer ist als vorher.

**AXIOM 9.1 (RELATIVE KONTINUIERLICH STEIGENDE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann$J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $P_{ai} > P_{bi}$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $P_{ai} < P_{bi}$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$), gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b}$ ∈ $\mathcal{U}$, $\mathcal{S}$. Gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b}$ ∈ $\mathcal{S} \cup \mathcal{O}$, gilt $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $P_{ai} < P_b$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $P_{ai} > P_b$.

**AXIOM 9.2 (ABSOLUTE KONTINUIERLICH STEIGENDE MONOTONIE):** Wenn ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch hervorgeht, dass für ein i ∈ P ein δ gegeben ist, so dass gilt $\gamma_{bi} = \gamma_{ai} \pm \delta$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| > |\nu_i - \gamma_{bi}|$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| < |\nu_i - \gamma_{bi}|$, gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b}$ ∈ $\mathcal{U}$, $\mathcal{S}$. Gegeben, dass i in $\overrightarrow{\gamma_a}$, i in $\overrightarrow{\gamma_b}$ ∈ $\mathcal{S} \cup \mathcal{O}$, gilt $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| < |\nu_i - \gamma_{bi}|$, beziehungsweise dann $J(\overrightarrow{\gamma_a},\vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b},\vec{v})$, wenn $|\nu_i - \gamma_{ai}| > |\nu_i - \gamma_{bi}|$.

Auf einem erweiterten Intervall ließe sich dieses geforderte Verhalten zur Verdeutlichung sowohl zwei- als auch dreidimensional wie folgt darstellen, wobei der Funktionswert von J nun für Überversorgungssituationen mit steigender Überversorgung weiter sinkt und also größere Gerechtigkeit anzeigt.

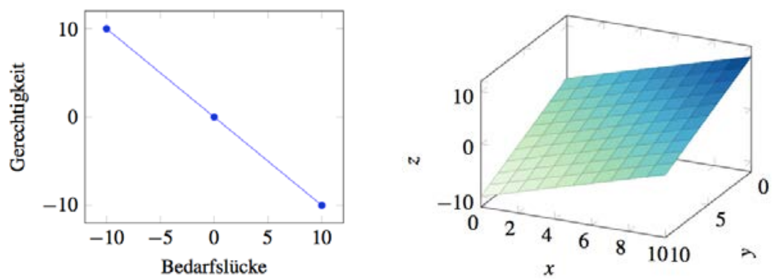


*Abb. 3: Zwei- und dreidimensionales Beispiel für den Verlauf monoton kontinuierlich steigender Gerechtigkeit*

## Transferaxiome

Transferaxiome betrachten Umverteilungen einer gegebenen Menge Γ eines Gutes zwischen verschiedenen Individuen, hier i und j.[9]

**DEFINITION 10 (TRANSFER):** $\gamma_i$ eines $i \in \mathcal{P}$ wird um ein $\delta$ mit $0 < \delta \leq \gamma_i$ reduziert, während das $\gamma_j$ eines $j \in \mathcal{P}$ um ein gleiches $\delta$ erweitert wird.

Zentral soll für die Bewertung eines solchen Transfers sein, ob die aus ihm resultierende Verteilung als gerechter oder ungerechter anzusehen ist, was vor dem Hintergrund der oben eingeführten Monotonieaxiome auf mindestens dreierlei verschiedene Weisen interpretiert werden kann.

An dieser Stelle sollen aus Platzgründen exemplarisch nur Transferaxiome für inverte Monotonie betrachtet werden. Es kann dabei entweder die Verteilung als gerechter betrachtet werden, die die geringere absolute Differenz zwischen Zuteilungen und Bedarfen aufweist oder die das bessere Verhältnis aus Bedarfen und Zuteilung aufweist. Diese Möglichkeiten erstrecken sich auf alle hier vorgestellten inhaltlich begründeten Axiome. Entweder wird das relative Verhältnis oder der absolute Abstand zwischen Bedarf und Zuteilung betrachtet. Während man es im Rahmen der Monotonieaxiome bei relativer und absoluter Monotonie lediglich mit zwei unterschiedlichen Darstellungsweisen zu tun hat, da beide Varianten hier für identische Fälle gleiches fordern, erlangt die Unterscheidung bei den nachfolgend dargestellten Transferaxiomen an Bedeutung: Hier sind identische Verteilungen denkbar, für die die Axiome in ihrer absoluten und relativen Fassung jeweils Unterschiedliches für das Verhalten eines Index' fordern würden. Aus Platzgründen soll sich dabei nachfolgend ferner auf die relativen Fassungen beschränkt werden. In den Anhängen A und B finden sich jeweils die normativ begründeten Axiome in ihren absoluten und relativen Fassungen ungekürzt, das heißt für alle drei vorgestellten Arten der Monotonie ausgeführt.

Von einem relativen positiven Transfer bei inverter Monotonie lässt sich unter diesen Einschränkungen sprechen, wenn ein Individuum i einem Individuum j einen Teil seiner Zuteilung $\gamma_i$ transferiert, so dass sich die Summe der Verhältnisse von Zuteilungen und Bedarfen, die mit dem griechischen P bezeichnet werden, in Summe verringert. Bei einem neutralen Transfer verändert sich der relative Abstand in Summe nicht. Bei einem negativen Transfer steigt dieser Abstand. – In der absoluten Fassung der Axiome wäre es entsprechend der Betrag Differenzen, der in Summe betrachtet wird.

---

[9] Entsprechende Überlegungen für die Betrachtung gesellschaftlicher Wohlfahrt gehen zurück auf Pigou und Dalton (vgl. Dalton, 1920). Pigou schreibt: „My second proposition can be stated in several ways. The most abstract form of it affirms that economic welfare is likely to be augmented by anything that, leaving other things unaltered, renders the distribution of the national dividend less unequal. If we assume all members of the community to be of similar temperament, and if these members are only two in number, it is easily shown that any transference from the richer to the poorer of the two, since it enables more intense wants to be satisfied at the expense of less intense wants, must increase the aggregate sum of satisfaction.“ (Pigou, 1912, S. 24). Anders als in der einschlägigen Literatur etwa zur Messung von Armut wird hier zunächst nicht die Erhaltung von Rangplätzen durch Transfers gefordert. Solche Rangplätze ließen sich beispielsweise etablieren, indem man die Individuen bei Bedarfsunterversorgung vom größten Abstand zwischen Zuteilung und Bedarf hin zum kleinsten Abstand und bei Bedarfsüberversorgung weiter vom kleinsten Abstand zwischen Zuteilung und Bedarf hin zum größten anordnet.

**AXIOM 10.1 (RELATIVER POSITIVER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an das $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( P_{ai} + P_{aj} ) > ( P_{bi} + P_{bj} )$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$), dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 10.2 (ABSOLUTER POSITIVER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( |\nu_{ai} - \gamma_{ai}| + |\nu_{aj} - \gamma_{aj}| ) > ( |\nu_{bi} - \gamma_{bi}| + |\nu_{bj} - \gamma_{bj}| )$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 11.1 (RELATIVER NEUTRALER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( P_{ai} + P_{aj} ) = ( P_{bi} + P_{bj} )$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$), dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 11.2 (ABSOLUTER NEUTRALER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( |\nu_{ai} - \gamma_{ai}| + |\nu_{aj} - \gamma_{aj}| ) = ( |\nu_{bi} - \gamma_{bi}| + |\nu_{bj} - \gamma_{bj}| )$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) = J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 12.1 (RELATIVER NEGATIVER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( P_{ai} + P_{aj} ) < ( P_{bi} + P_{bj})$ (mit $P = \gamma / \nu$, wenn $(\nu / \gamma) < 1$, und $P = \nu / \gamma$, wenn $(\nu / \gamma) > 1$) dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

**AXIOM 12.2 (ABSOLUTER NEGATIVER TRANSFER BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt wird, dass für ein i ∈ $\mathcal{P}$ ein δ gegeben ist mit $0 < \delta \leq \gamma_{ai}$, das von $\gamma_i$ an $\gamma_j$ eines j ∈ $\mathcal{P}$ transferiert wird, so dass final $( |\nu_{ai} - \gamma_{ai}| + |\nu_{aj} - \gamma_{aj}| ) < ( |\nu_{bi} - \gamma_{bi}| + |\nu_{bj} - \gamma_{bj}| )$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v})$.

Freilich erlangen die absoluten Varianten erst vor dem Hintergrund der anderen Arten von Monotonie der Gerechtigkeit eine interessante Geltung und scheinen für den der inverten Monotonie zunächst trivial.

## Wachstumsaxiome

Die bisherigen Axiome hatten feste Populationen von $\mathcal{P}$ im Blick, jeweils mit Bezug auf Veränderungen in den Zuteilungen eines einzelnen Individuums oder bedingt durch Transfers zwischen mehreren Individuen. Mit den Wachstumsaxiomen soll nun das Verhalten von J bei Veränderungen der Anzahl an Individuen betrachtet werden. Auch hier soll sich exemplarisch auf Axiome für den Fall inverter Monotonie beschränkt werden, die für zensierte oder kontinuierlich steigende Monotonie der Gerechtigkeit entsprechend modifiziert werden müssten.

Ein Axiom des Unter- oder Überversorgungswachstums bei inverter Monotonie verlangt, dass – ceteris paribus – ein Index J stärkere Ungerechtigkeit anzeigen soll, wenn $\mathcal{P}$ um ein zusätzliches Individuum j, das unter- oder überversorgt ist, erweitert wird. – Für kontinuierlich steigende Monotonie beispielsweise würde hingegen nur im Fall eines zusätzlich Unterversorgten Individuums stärkere Ungerechtigkeit gefordert werden.

**AXIOM 13 (UNTER- ODER ÜBERVERSORGUNGSWACHSTUM BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn $\overrightarrow{\gamma_b}$ und $\overrightarrow{v_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ und $\overrightarrow{v_a}$ dadurch hervorgehen, dass es für die n Individuen aus $\mathcal{P}_a$ final n + 1 in $\mathcal{P}_b$ gibt mit $\overrightarrow{\gamma_j} > \overrightarrow{v_j}$ oder $\overrightarrow{\gamma_j} < \overrightarrow{v_j}$, für das zusätzliche j ∈ $\mathcal{P}$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{v_a}) < J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{v_b})$.

Ein ergänzendes Axiom des Versorgungswachstums bei inverter Monotonie verlangt, dass – ceteris paribus – ein Index J stärkere Gerechtigkeit anzeigen soll, wenn $\mathcal{P}$ um ein zusätzliches Individuum j, das versorgt ist, erweitert wird.

**AXIOM 14 (VERSORGUNGSWACHSTUM BEI INVERTER MONOTONIE):** Wenn $\overrightarrow{\gamma_b}$ und $\overrightarrow{v_b}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ und $\overrightarrow{v_a}$ dadurch hervorgehen, dass es für die n Individuen aus $\mathcal{P}_a$ final n + 1 in $\mathcal{P}_b$ gibt mit $\overrightarrow{\gamma_j} = \overrightarrow{v_j}$, für das zusätzliche j ∈ $\mathcal{P}$, dann $J(\overrightarrow{\gamma_a}, \overrightarrow{v_a}) > J(\overrightarrow{\gamma_b}, \overrightarrow{v_b})$.

## Sensitivitätsaxiome

Sensitivitätsaxiome schließlich nehmen in den Blick, wie stark die jeweiligen Unter- oder Überversorgungen von Individuen ausgeprägt sind. Dabei können unter- und oberhalb einer Bedarfsgrenze verschiedene Sensitivitäten angenommen werden; beispielsweise ist vorstellbar, dass ein betragsgleicher Verlust unterhalb der Bedarfsgrenze stärker ins Gewicht fällt, wenn er weiter entfernt von dieser Grenze geschieht, während oberhalb der Bedarfsgrenze ein betragsgleicher Gewinn stärker ins Gewicht fällt, wenn er noch nahe an der Bedarfsgrenze auftritt. Generell kann Sensitivität abschnittsweise definiert werden; dadurch lassen sich solche und andere Kombinationen mit den Axiomen für konkave und konvexe Monotoniesensitivität fordern.

Das Axiom konkaver Monotoniesensitivität fordert dafür: Je größer die absolute Entfernung zwischen Zuteilung und Bedarf eines Individuums i ist, desto stärker wiegt eine betragsgleiche Veränderung.

**AXIOM 15 (KONKAVE MONOTONIESENSITIVITÄT):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ und ein $\overrightarrow{\gamma_c}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt werden, dass jeweils ein i ∈ $\mathcal{P}$ in $\overrightarrow{\gamma_b}$ und ein j ∈ P in $\overrightarrow{\gamma_c}$ mit initial | $v_i - \gamma_i$ | < | $v_j - \gamma_j$ |, um ein gleiches δ mit δ > 0 bei i, j ∈ $\mathcal{U}$ subtrahiert und bei i, j ∈ $\mathcal{O}$ addiert werden, dann $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) \gtrless J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$, abhängig von der angenommenen Monotonie und der Versorgungssituation:

(1) bei i, j ∈ $\mathcal{U}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$,

(2) bei inverter Monotonie und i, j ∈ $\mathcal{S} \cup \mathcal{O}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$,

(3) bei kontinuierlich steigender Monotonie und i, j ∈ $\mathcal{S} \cup \mathcal{O}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$.

Entsprechend fordert das Axiom konvexer Monotoniesensitivität umgekehrt: Je geringer die absolute Entfernung zwischen Zuteilung und Bedarf eines Individuums i ist, desto stärker wiegt eine betragsgleiche Veränderung.

**AXIOM 16 (KONVEXE MONOTONIESENSITIVITÄT):** Wenn für einen gegebenen $\vec{v}$ ein $\overrightarrow{\gamma_b}$ und ein $\overrightarrow{\gamma_c}$ aus $\overrightarrow{\gamma_a}$ dadurch bestimmt werden, dass jeweils ein i ∈ $\mathcal{P}$ in $\overrightarrow{\gamma_b}$ und ein j ∈ P in $\overrightarrow{\gamma_c}$ mit initial | $v_i - \gamma_i$ | < | $v_j - \gamma_j$ |, um ein gleiches δ mit δ > 0 bei i, j ∈ $\mathcal{U}$ subtrahiert und bei i, j ∈ $\mathcal{O}$ addiert werden, dann $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) \gtrless J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$, abhängig von der angenommenen Monotonie und der Versorgungssituation:

(1) bei i, j ∈ $\mathcal{U}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$,

(2) bei inverter Monotonie und $i, j \in \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) > J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$,

(3) bei kontinuierlich steigender Monotonie und $i, j \in \mathcal{S} \cup \mathcal{O}$ gilt $J(\overrightarrow{\gamma_b}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v}) < J(\overrightarrow{\gamma_c}, \vec{v}) - J(\overrightarrow{\gamma_a}, \vec{v})$.

Dabei lassen sich diese Sensitivitäten für die drei möglichen Arten der Monotonie von Gerechtigkeit ebenfalls exemplarisch für die möglichen Paare aus $\gamma_i$ und $\nu_i$ eines Individuums i mit $\gamma_i = x$ und $\nu_i = y$ auf einem Intervall $[-100, 100]$ mit $x, y \in \mathbb{Z}$ dreidimensional mit $J = z$ darstellen, wobei nachfolgend sowohl ein beispielhafter konvexer wie auch konkaver Verlauf pro Art der Monotonie sowie für den Fall von Unterversorgung abgebildet ist.

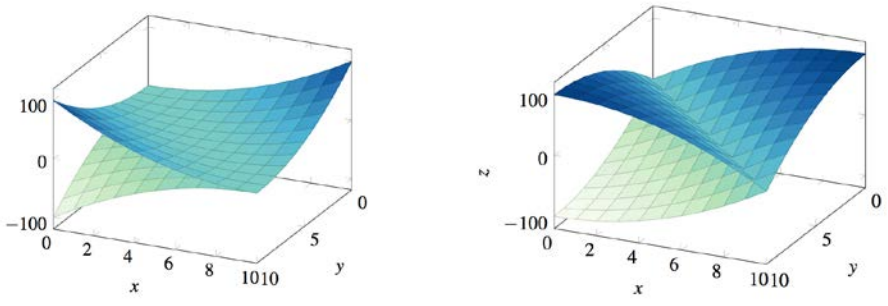


*Abb. 4: Dreidimensionales Beispiel für konvexe und konkave Verläufe bei verschiedenen Monotonien der Gerechtigkeit*

# 3 Ausblick

Aus dieser Menge an Axiomen heraus lässt sich eine Vielzahl weiterer Forschungsvorhaben motivieren. Selbstverständlich sind mit ihr die Möglichkeiten normativer Annahmen noch nicht vollständig erfasst und ihrerseits ist jedes von ihnen freilich auch diskutabel. So sind die vorliegenden Axiome nicht an Aspekten prozessualer Gerechtigkeit orientiert, sondern haben Ergebnisgerechtigkeit im Blick. In dieser Hinsicht ist eine Erweiterung denkbar, etwa durch eine Integration des Pareto-Kriteriums. Auch sind die Axiome hinsichtlich der Beurteilung eines Individuums vor dem Hintergrund nichtkomparativer Gerechtigkeit zu verstehen: Im Zentrum der Beurteilung wird jeweils das Verhältnis von Bedarf und Zuteilung der Individuen gesehen. Es ließe sich prüfen, inwiefern die vorliegenden Axiome durch weitere Prinzipien der Gerechtigkeit ergänzt oder ersetzt werden können, um komparative Aspekte in den Blick zu nehmen und die Gerechtigkeitsbeurteilung eines Individuums damit etwa auch von dessen Stellung zu anderen Individuen abhängig zu machen.

Zudem ist das Verhältnis der vorliegenden Axiome untereinander interessant: Welche Axiome sind kompatibel? Gibt es eine plausible Menge maximal konsistenter Axiome? Ferner liegt die Frage auf der Hand, wie sich die Axiome zu konkreten normativen Theorien verhalten. Und auch die Frage, inwiefern sie zur Grundlage der Abbildung von empirischen Gerechtigkeitseinschätzungen genutzt werden können, ist naheliegend. Lassen sich auf ihrer Grundlage auch die Gerechtigkeitseinschätzungen von Laien modellieren (vgl. Schokkaert, 1999)?

Und schlussendlich lassen sich mit einer begründet getroffenen Auswahl konsistenter Axiome mögliche Kandidaten für Maße der Bedarfsgerechtigkeit – wie die oben versuchsweiswe eingeführten – prüfen, respektive lassen sich auf einer solchen Grundlage neue Maße modellieren.

Obgleich die Axiome auf Maße der Bedarfsgerechtigkeit angewandt werden sollen, sind sie oder zumindest Teile von ihnen wie eingangs erläutert nicht darauf beschränkt; der Transfer zu anderen Gerechtigkeitskonzepten ist ebenso denkbar wie die Erweiterung zu allgemeinen Maßen der Verteilungsgerechtigkeit oder Gerechtigkeit, die dabei auch einem Ansatz der Pluralität der Prinzipien folgen können. Schließlich mag mit der Vorliegenden Arbeit ein Grundstein für die Möglichkeit gelegt sein, die Gerechtigkeit von Verteilungen auch graduell genauer zu fassen und präzisere Gerechtigkeitsurteil zu erlauben.

# 4 Literaturverzeichnis

Albert, G. (2010). Der Werturteilsstreit. In G. Kneer und S. Moebius (Hrsg.), Soziologische Kontroversen. Beiträge zu einer anderen Geschichte der Wissenschaft vom Sozialen (S. 14-45). Frankfurt am Main.

Adams, S. (1965). Inequity in social exchange. In L. Berkowitz (Hrsg.), Advances in experimental social psychology (S. 267-299). New York. Bd. 2.

Anand, S. (1977). Aspects of poverty in Malaysia. Review of Income and Wealth 23., S. 1-16.

Arts, W., Hermkens, P. und van Wijck, P. (1991). Income and the idea of justice. Principles, judgments, and their framing. Journal of Economic Psychology, 12, S. 121-140.

Atkinson, A. und Bourguignon, F. (1987). Income distribution and differences in needs. In G. Feiwel (Hrsg.), Arrow and the foundations of the theory of economic policy (S. 350-370). London.

Berger, J., Zelditch, M., Anderson, B. und Cohen, B. (1972). Structural aspects of distributve justice. A status value formulation. Sociological Theories in Progress, 2., S. 119-146.

Brickman, P., Folger, R., Goode, E. und Schul, Y. (1981). Micro and macro justice. In M. Lerner und S. Lerner (Hrsg.), The justice motive in social behavior (S. 173-202). New York.

Chakravarty, S. (2009). Inequality, polarization and poverty. Advances in distributional analysis. New York.

Dahms, H.-J. (1994). Positivismusstreit. Die Auseinandersetzungen der Frankfurter Schule mit dem logischen Positivismus, dem amerikanischen Pragmatismus und dem kritischen Rationalismus. Frankfurt am Main.

Dalton, H. (1920). The measurement of the inequality of incomes. The Economic Journal, 30, 119, S. 348-361.

Eriksson, K. (2012). The accuracy of mathematical models of justice evaluations. The Journal of Mathematical Sociology, 36. S. 125-135.

Feinberg, J. (1974). Noncomparative justice. In The Philosophical Review (S. 297-338), 83.

Flink, R. und van Praag, B. (1991). Subjective poverty line definitions. De Economist, 139, S. 311-330.

Forsyth, D. (2006). Conflict. In ders., Group dynamics. Belmont. S. 388-389.

Foster, J., Greer, J. und Thorbecke, E., (1984), A class of decomposable poverty measures. Econometrica, 52, S. 761-766.

Foster, J. und Shorrocks, A. (1991), Subgroup consistent poverty indices. Econometrica, 59, S. 687-709.

Goedhart, T., Halberstadt, V., Kapteyn, A. und van Praag, B. (1977). The poverty line. Concept and measurement. In: Journal of Human Resources, 12, S. 503-520.

Herlyn, E. (2012). Einkommensverteilungsbasierte Präferenz- und Koalitionsanalysen auf der Basis selbstähnlicher Equity-Lorenzkurven. Ein Beitrag zur Quantifizierung sozialer Nachhaltigkeit. Wiesbaden.

Homans, G. (1974). Social behaviour: Its elementary forms. Oxford.

Jasso, G. (1978). On the justice of earnings: A new specification of the justice evaluation function. In: American Journal of Sociology, 83, S. 1398-1419.

Jasso, G. (1980). A new theory of distributive justice. In: American Sociological Review, 45, S. 3-32.

Jasso, G. (1983). Fairness of individual rewards and fairness of the reward distribution. Specifying the inconsistency between micro and macro principles of justice. In: Social Psychology Quarterly, 46, S. 185-199.

Jasso, G. (1990). Methods for the theoretical and empirical analysis of comparison processes. In: Sociological Methodology, 20, S. 369-419.

Jasso, G. (1996). Exploring the reciprocal relations between theoretical and empirical work. In: Sociological Methods and Research, 24, S. 253-303.

Jasso, G. (1999). How much injustice is there in the world? Two new justice indexes. In: American Sociological Review, 64, S. 133-168.

Jasso, G. (2007). Studying justice. Measurement, estimation, and analysis of the actual reward and the just reward. In: Törnblom, K. und Vermunt, R. (Hrsg.): Distributive and procedural justice. Research and social applications. Burlington. S. 225-254.

Jasso, G. und Wegener, B. (1997). Methods for empirical justice analysis. Part 1. Framework, models, and quantities. In: Social Justice Research, 10, S. 393-430.

Kockläuner, G. (2012). Methoden der Armutsmessung. Berlin.

Lambert, P. und Ramos, X. (2002). Welfare comparisons. Sequential procedures for heterogeneous populations. In: Economica, 69, S. 549–562.

Miller, D. (1999). „To each according to his needs“. In: ders.: Principles of social justice. Harvard.

Montague, P. (1980). Comparative and non-comparative justice. In: The Philosophical Quarterly, 30, S. 131-140.

Pigou, A. (1912). Wealth and welfare. London.

Scheicher, C. (2009). Armut, Reichtum, Umverteilung. Begriff und statistische Messung. Lohmar.

Schokkaert, E. (1999). M. tout-le-monde est ‚post-welfariste'. Opinions sur la justice redistributive. In Revue Economique, 50, S. 811-831.

Seidl, C. (1988). Poverty measurement. A survey. In Bös, D., Rose, M. und Seidl, C. (Hrsg.): Welfare and efficiency in public economics. New York, Berlin, Tokyo. S 71-147.

Sen, A. (1976). Poverty. An ordinal approach to measurement. In Econometrica, 44, S. 219-231.

Stevens, S. (1946). On the theory of scales of measurement. In Science, 103, S. 677-680.

von der Lippe (1996). Wirtschaftsstatistik. Stuttgart.

Walster, E., Berscheid, E. und Walster, G. (1976). New directions in equity research. In L. Berkowitz und E. Walster (Hrsg.), Advances in experimental social psychology. New York. Bd. 9.

Watts, H. (1968). An economic definition of poverty. In D. Moynihan, (Hrsg.), On understanding poverty (S. 316-329). New York.

Weber, M (1995). Wissenschaft als Beruf. Stuttgart.

Zheng, B. (1993). An axiomatic characterization of the watts poverty Index. Economics Letters, 42, S. 81-86.

Zheng, B. (1997). Aggregate poverty measures. Journal of Economic Surveys, 11, S. 123-162.

Zheng, B. (2007). Unit-consistent poverty Indices. Economic Theory, 31, S. 113-142.