Appendix: Sample derivations in UC_1

Maria Bittner (**W1**: July 29, 2009)

1. UPDATE WITH NOMINAL CENTERING (UC_1)

DEFINITION 1 (Lists & infotention states) Let D be a non-empty set.

- $\langle D\rangle^{n,m} = D^n \times D^m$ is the set of $\top\bot$-*lists* of n topical D-objects (the $\top$-*list*) and m background D-objects (the $\bot$-*list*).
- For any $\top\bot$-list $\mathsf{i} = \langle \mathsf{i}_1, \mathsf{i}_2\rangle \in \langle D\rangle^{n,m}$, $\top\mathsf{i} = \mathsf{i}_1$ and $\bot\mathsf{i} = \mathsf{i}_2$. Thus, $\mathsf{i} = \langle \top\mathsf{i}, \bot\mathsf{i}\rangle$.
- An *n,m-infotention state* is any subset of $\langle D\rangle^{n,m}$. $\varnothing$ is the *absurd state.*

DEFINITION 2 (UC_1 types) The set of UC_1 *types* is the smallest set Θ such that (i) $\{t, e\} \subseteq \Theta$, (ii) if $a, b \in \Theta$, then $(ab) \in \Theta$, and (iii) $s \in \Theta$.

DEFINITION 3 (UC_1 frames) A UC_1 *frame* is a set $\{D_a |\ a \in \Theta\}$ of non-empty pairwise disjoint sets D_a s.t. (i) $D_t = \{1, 0\}$, (ii) $D_{ab} = \{f |\ \varnothing \subset \mathrm{Dom}\ f \subseteq D_a \wedge \mathrm{Ran}\ f \subseteq D_b\}$, and (iii) $D_s = \cup_{n,\, m \geq 0} \langle D_e\rangle^{n,m}$.

DEFINITION 4 (UC_1 syntax) Define for all $a \in \Theta$ the set of a-terms as follows

i. $Con_a \cup {}^{\top}Var_a \cup {}^{\bot}Var_a \subseteq Term_a$
ii. $\lambda u_a(B) \in Term_{ab}$, if $u_a \in {}^{\top}Var_a \cup {}^{\bot}Var_a$ and $B \in Term_b$
iii. $BA \in Term_b$, if $B \in Term_{ab}$ and $A \in Term_a$
iv. $\neg A$, $(A \rightarrow B)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B) \in Term_t$, if $A, B \in Term_t$
v. $\forall u_a B$, $\exists u_a B \in Term_t$, if $u_a \in {}^{\top}Var_a \cup {}^{\bot}Var_a$ and $B \in Term_t$
vi. $(A = B) \in Term_t$, if $A, B \in Term_a$
vii. $(u \cdot B) \in Term_s$, if $u \in {}^{\top}Var_e \cup {}^{\bot}Var_e$ and $B \in Term_s$
viii. $\top_n, \bot_n \in Term_{se}$, if $n \geq 1$.
ix. $A\{B\} \in Term_{et}$, if $A \in Term_{se}$ and $B \in Term_{st}$
x. $\downarrow A$, $(A; B)$, $(A^{\top}; B)$, $(A^{\bot}; B) \in Term_{(st)st}$, if $A, B \in Term_{(st)st}$

REMARK:
$A\{B\}$ is the *global value* of anaphor A_{se} in state B_{st}
$\downarrow A$ is the *static closure* of drs A
$(A^{\top}; B)$ is a *topic-comment sequence* of drs's A and B
$(A^{\bot}; B)$ is a *background-elaboration sequence* of drs's A and B

DEFINITION 5 (UC_1 models) A UC_1 model is a pair $M = \langle\{D_a |\ a \in \Theta\}, \llbracket\cdot\rrbracket\rangle$, where $\{D_a |\ a \in \Theta\}$ is a UC_1 frame, and $\llbracket\cdot\rrbracket$ assigns to each $A \in Con_a$ a value $\llbracket A\rrbracket \in D_a$.

ABBREVIATIONS 1 (Projections & dot-extensions). For any non-empty set D,

- $(\mathsf{x})_n$ = the nth coordinate, x_n — for $\mathsf{x} \in D^{n+m}$
- $(\mathsf{d} \cdot \mathsf{x}) = \langle \mathsf{d}, \mathsf{x}_1, \ldots, \mathsf{x}_n\rangle$ — for $\mathsf{d} \in D$, $\mathsf{x} \in D^n$
- $\mathsf{y} \cdot\!> \mathsf{x}$ iff $\mathsf{y} = (\mathsf{y}_1 \cdot \ldots(\mathsf{y}_m \cdot \mathsf{x}))$ — for $\mathsf{y} \in D^{m+n}$, $\mathsf{x} \in D^n$

ABBREVIATIONS 2 For $f \in D_{a_1 \ldots a_n t}$, $\langle \mathsf{a}_1, \ldots, \mathsf{a}_n\rangle \in D_{a_1} \times \ldots D_{a_n}$, $A \subseteq D_{a_1} \times \ldots D_{a_n}$:

- $f(\mathsf{a}_1, \ldots, \mathsf{a}_n) := f(\mathsf{a}_1)\ldots(\mathsf{a}_n)$,
- ${}^{\{\}}f := \{\langle \mathsf{a}_1, \ldots, \mathsf{a}_n\rangle |\ f(\mathsf{a}_1, \ldots, \mathsf{a}_n) = 1\}$ — (*set characterized* by f)
- ${}^{\chi}A = \iota f \in D_{a_1 \ldots a_n t}.(A = {}^{\{\}}f)$ — (*characteristic function* of A)

DEFINITION 6 (UC_1 semantics). The value $\llbracket A\rrbracket^g$ of a term A given $\llbracket\cdot\rrbracket$ and an assignment g is defined as follows (we write (i) '$X \doteq Y$' for 'X is Y, if Y is defined, else X is undefined', (ii) '$\mathsf{c}\llbracket X\rrbracket$' for '$\llbracket X\rrbracket(\mathsf{c})$', for any $\mathsf{c} \in D_{st}$ (iii) '$X[Y/Z]$' for the result of replacing every occurrence of Y in X with Z, and (iv) use the Von Neumann definition, so $0 = \varnothing$ and $1 = \{\varnothing\}$):

i. $\llbracket u\rrbracket^g = g(u)$ — for any $u \in {}^{\top}Var_a \cup {}^{\bot}Var_a$
$\llbracket A\rrbracket^g = \llbracket A\rrbracket$ — for any $A \in Con_a$
ii. $\llbracket \lambda u_a(B)\rrbracket^g(\mathsf{d}) \doteq \llbracket B\rrbracket^{g[u/\mathsf{d}]}$ — for any $\mathsf{d} \in D_a$
iii. $\llbracket BA\rrbracket^g \doteq \llbracket B\rrbracket^g(\llbracket A\rrbracket^g)$
iv. $\llbracket \neg A\rrbracket^g \doteq 1\backslash\llbracket A\rrbracket^g$
$\llbracket A \rightarrow B\rrbracket^g \doteq 1\backslash(\llbracket A\rrbracket^g\backslash\llbracket B\rrbracket^g)$
$\llbracket A \wedge B\rrbracket^g \doteq \llbracket A\rrbracket^g \cap \llbracket B\rrbracket^g$
$\llbracket A \vee B\rrbracket^g \doteq \llbracket A\rrbracket^g \cup \llbracket B\rrbracket^g$
v. $\llbracket \forall u_a A\rrbracket^g \doteq \bigcap_{\mathsf{d} \in D_a} \llbracket A\rrbracket^{g[u/\mathsf{d}]}$
$\llbracket \exists u_a A\rrbracket^g \doteq \bigcup_{\mathsf{d} \in D_a} \llbracket A\rrbracket^{g[u/\mathsf{d}]}$
vi. $\llbracket A = B\rrbracket^g = |\{\langle \mathsf{d}, \mathsf{d}'\rangle \in D_a{}^2 |\ \mathsf{d} = \llbracket A\rrbracket^g \wedge \mathsf{d}' = \llbracket B\rrbracket^g \wedge \mathsf{d} = \mathsf{d}'\}|$
vii. $\llbracket u \cdot B_s\rrbracket^g \doteq \langle (g(u) \cdot \top\llbracket B\rrbracket^g), \bot\llbracket B\rrbracket^g\rangle$ — for any $u \in {}^{\top}Var_e$
$\doteq \langle \top\llbracket B\rrbracket^g, (g(u) \cdot \bot\llbracket B\rrbracket^g)\rangle$ — for any $u \in {}^{\bot}Var_e$
viii. $\llbracket \top_n\rrbracket^g(\mathsf{i}) \doteq (\top\mathsf{i})_n$ — for any $\mathsf{i} \in D_s$
$\llbracket \bot_n\rrbracket^g(\mathsf{i}) \doteq (\bot\mathsf{i})_n$
ix. $\llbracket A\{B\}\rrbracket^g \doteq {}^{\chi}\{\llbracket A\rrbracket^g(\mathsf{i}) |\ \mathsf{i} \in {}^{\{\}}\llbracket B\rrbracket^g\}$
x. $\mathsf{c}\llbracket \downarrow A\rrbracket^g \doteq {}^{\chi}\{\mathsf{i} \in {}^{\{\}}\mathsf{c} |\ \exists \mathsf{j}: \top\mathsf{j} \cdot\!\geq \top\mathsf{i} \wedge \bot\mathsf{j} \cdot\!\geq \bot\mathsf{i} \wedge \mathsf{j} \in {}^{\{\}}(\mathsf{c}\llbracket A\rrbracket^g)\}$
$\mathsf{c}\llbracket A; B\rrbracket^g \doteq \mathsf{c}\llbracket A\rrbracket^g\llbracket B\rrbracket^g$
$\mathsf{c}\llbracket A^{\top}; B\rrbracket^g \doteq \{\mathsf{l} \in \mathsf{c}\llbracket A; B\rrbracket^g |\ \exists a \forall \mathsf{k} \in \mathsf{c}\llbracket A; B\rrbracket^g \exists \mathsf{j} \in \mathsf{c}\llbracket A\rrbracket^g \exists \mathsf{i} \in \mathsf{c} \exists \mathsf{d}: \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \cdot\!> \top\mathsf{i} \wedge (\top\mathsf{j})_1 = \mathsf{d} \wedge \llbracket B\rrbracket^g \neq \llbracket B[\top a_1/\bot a_1]\rrbracket^g \wedge ((\top\mathsf{k})_a)_1 = \mathsf{d}\}$
$\mathsf{c}\llbracket A^{\top}; B\rrbracket^g \doteq \{\mathsf{l} \in \mathsf{c}\llbracket A; B\rrbracket^g |\ \exists a \forall \mathsf{k} \in \mathsf{c}\llbracket A; B\rrbracket^g \exists \mathsf{j} \in \mathsf{c}\llbracket A\rrbracket^g \exists \mathsf{i} \in \mathsf{c} \exists \mathsf{d}: \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \cdot\!> \bot\mathsf{i} \wedge (\bot\mathsf{j})_1 = \mathsf{d} \wedge \llbracket B\rrbracket^g \neq \llbracket B[\bot a_1/\top a_1]\rrbracket^g \wedge ((\bot\mathsf{k})_a)_1 = \mathsf{d}\}$

DEFINITION 7 (UC_1 defaults). $c_0 = {}^{\chi}\{\langle\langle\,\rangle, \langle\,\rangle\rangle\}$ is the *default state.*

DEFINITION 8 (Truth) An $(st)st$ term K is *true* in M iff $\forall g$: $c_0\llbracket K\rrbracket^g \neq \emptyset$

3. TO MAKE LIFE EASIER…

- Table 1 (UC_1 variables)

$a \in \Theta$	Abbrev.	${}^{\top}Var_a$	${}^{\bot}Var_a$	Name of objects
e		$\mathbf{x}, \mathbf{y}$	x, y, z	individuals
s			i, j	⊤⊥-lists
st			I, J	infotention states

- Table 2 (drt notation)

	Abbrev.	for	UC term	Example
i.	Static relations			
	$A_a \neq B_a$	for	$\neg(A = B)$	$\top_1 i \neq x$
	$A_a \in B_{at}$	for	BA	$\bot_2 j \in \bot_1\{I\}$
ii.	Local projections ($\mathbf{R} \in \{=, \neq\}$)			
	$\top, \bot$	for	$\top_1, \bot_1$	$\top, \bot$
	$A_e°$	for	$\lambda i.\ A$	$\mathbf{x}°, x°$
	$A_{se}°$	for	$\lambda i.\ Ai$	$\top°, \bot°$
	$A\ \mathbf{R}_i\ B$	for	$\lambda i.\ A°i\ \mathbf{R}\ B°i$	$(\top \neq_i x)$
	$B\langle A_1,\ldots A_n\rangle$	for	$\lambda i.\ B\ A_1°i \ldots A_n°i$	$enm^{of}\langle y, \top\rangle$
	(C_1, C_2)	for	$\lambda i.\ C_1 i \wedge C_2 i$	
iii.	Local drt-boxes			
	$[u]$	for	$\lambda Ij.\ \exists u \exists i(j = (u \cdot i) \wedge Ii)$	$[\mathbf{x}]$
	$[C]$	for	$\lambda Ij.\ Ij \wedge Cj$	$[man\ \bot]$
	$[u\vert\ C]$	for	$\lambda Ij.\ \exists u \exists i(j = (u \cdot i) \wedge Ii \wedge Ci)$	$[y\vert\ enm^{of}\langle y, \top\rangle]$
iv.	Global drt-boxes			
	$[A_{se} \in B_{se}\vert\vert]$	for	$\lambda Ij.\ Ij \wedge Aj \in B\{I\})$	$[\bot_2 \in \bot\vert\vert]$

2. FROM KALAALLISUT TO UC_1: SAMPLE DERIVATIONS

- <u>Once upon a time in the Far North (*Kalaallisut*)</u>

(1) (Long ago) there was a man who had (an) enemy(ies).

angut-qar-pu-q	*akiraq-lik-mik.*	*Kal. syn*
man-have-DEC$_{iv}$-3S	enemy-with-MOD	
$[y\vert\ man\ y]$; $\downarrow[y\vert\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]$		*UC_1 syn*
$c_0\llbracket[y\vert\ man\langle y\rangle]\rrbracket^g$	$c_1\llbracket\downarrow[y\vert\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]\rrbracket^g$	*UC_1 sem*
$= \{\langle\langle\,\rangle, \langle a\rangle\rangle,$	$= \{\langle\langle\,\rangle, \langle a\rangle\rangle,$	
$\langle\langle\,\rangle, \langle a'\rangle\rangle\}$	$\langle\langle\,\rangle, \langle a'\rangle\rangle\}$	
$=: c_1$	$=: c_2$	

<u>Details of c_1</u>: For any model M and ⊤⊥-list $j \in D_s$, (1) iff (19):

1. $c_0\llbracket[y\vert\ man\langle y\rangle]\rrbracket^g(j) = 1$
2. $c_0\llbracket\lambda I\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge (man\langle y\rangle)i)\rrbracket^g(j) = 1$ — T2.iii.$[u\vert$
3. $c_0\llbracket\lambda I\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge \lambda k(man\ y°k)i)\rrbracket^g(j) = 1$ — T2.ii.$B\langle$
4. $c_0\llbracket\lambda I\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y°i)\rrbracket^g(j) = 1$ — λ-cnv.
5. $c_0\llbracket\lambda I\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y)\rrbracket^g(j) = 1$ — T2.ii.$A_e°$, λ-cnv
6. $\llbracket\lambda I\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y)\rrbracket^g(c_0)(j) = 1$ — D6.ln3
7. $\llbracket\lambda j.\ \exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y)\rrbracket^{g[I/c_0]}(j) = 1$ — D6.λ
8. $\llbracket\exists y\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y)\rrbracket^{g[I/c_0][j/j]} = 1$ — D6.λ
9. $\exists d \in D_e$: — D6.ln5, ∃
   $\llbracket\exists i(j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y)\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d]} = 1$
10. $\exists d \in D_e \exists i \in D_s$: — D6.ln5, ∃
    $\llbracket j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge man\ y\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d][i/i]} = 1$
11. $\exists d \in D_e \exists i \in D_s$: — D6.ln5, ∧
    $\llbracket j = (y \cdot i)\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d][i/i]} = 1$
    $\wedge\ \llbracket Ii\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d][i/i]} = 1$
    $\wedge\ \llbracket man\ y\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d][i/i]} = 1$
12. $\exists d \in D_e \exists i \in D_s$:
    $j = \llbracket y \cdot i\rrbracket^{g[I/c_0][j/j][y/d][i/i]}$ — D6.=, $g[u/d]$
    $\wedge\ c_0(i) = 1$ — D6.BA, $g[u/d]$
    $\wedge\ \llbracket man\rrbracket(d) = 1$ — D6.BA, A, u, $g[u/d]$
13. $\exists d \in D_e \exists i \in D_s$:
    $j = \langle\top i, (d \cdot \bot i)\rangle$ — D6.·, $g[u/d]$
    $\wedge\ i \in {}^{\{\}}c_0 \wedge \llbracket man\rrbracket(d) = 1$ — A2.$^{\{\}}$

14. $\exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$:
   $\mathsf{j} = \langle \top\mathsf{i}, (\mathsf{d} \cdot \bot\mathsf{i})\rangle \wedge \mathsf{i} \in \{\langle\langle\ \rangle, \langle\ \rangle\rangle\} \wedge [\![man]\!](\mathsf{d}) = 1$ — D7, A2.$^{\{\}}$, $^{\chi}$
15. $\exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$:
   $\mathsf{j} = \langle \top\mathsf{i}, (\mathsf{d} \cdot \bot\mathsf{i})\rangle \wedge \mathsf{i} = \langle\langle\ \rangle, \langle\ \rangle\rangle \wedge [\![man]\!](\mathsf{d}) = 1$ — set theory
16. $\exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$:
   $\mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, (\mathsf{d} \cdot \langle\ \rangle)\rangle \wedge \mathsf{i} = \langle\langle\ \rangle, \langle\ \rangle\rangle \wedge [\![man]\!](\mathsf{d}) = 1$ — D1.$\top$i, $\bot$i
17. $\exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$:
   $\mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{i} = \langle\langle\ \rangle, \langle\ \rangle\rangle \wedge [\![man]\!](\mathsf{d}) = 1$ — D1.$\cdot$
18. $\exists \mathsf{d} \in D_e$: $\mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge [\![man]\!](\mathsf{d}) = 1$ — eliminate i
19. $\exists \mathsf{d} \in D_e$: $\mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{d} \in {}^{\{\}}[\![man]\!]$ — A2.$^{\{\}}$

In M_1 ${}^{\{\}}[\![man]\!] = \{\mathsf{a}, \mathsf{a}'\}$. Hence:

$\mathsf{c}_0[\![[y|\ man\langle y\rangle]]\!]^g$
$= \{\langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{a}\rangle\rangle,$ — (1)–(19), df. M_1
$\langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{a}'\rangle\rangle\}$
$=: \mathsf{c}_1$ — df. c_1

<u>Details of c_2</u>: For any model M and $\top\bot$-list $\mathsf{j} \in D_s$, (1) iff (20):

1. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}(\mathsf{c}_1[\![\downarrow[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g)$
2. $\mathsf{j} \in \{\mathsf{i} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1 |\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{i} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{i} \wedge \mathsf{k} \in {}^{\{\}}(\mathsf{c}_1[\![[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g)\}$ — D6.$\downarrow$
3. $\mathsf{j} \in \{\mathsf{i} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1 |\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{i} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{i} \wedge \mathsf{k} \in {}^{\{\}}(\mathsf{c}_1[\![[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g)\}$ — A2.$^{\chi}$
4. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$ — set thr
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \wedge \mathsf{k} \in {}^{\{\}}(\mathsf{c}_1[\![[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g)$
5. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$ — A2.$^{\{\}}$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \wedge (\mathsf{c}_1[\![[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g)(\mathsf{k}) = 1$
6. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$ — D6.ln3
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \wedge [\![[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g(\mathsf{c}_1)(\mathsf{k}) = 1$
7. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ [\![\lambda I \lambda j.\ \exists y \exists i (j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge (enm^{of}\langle y, \bot\rangle)i)]\!]^g(\mathsf{c}_1)(\mathsf{k}) = 1$ — T2.iii.[u|
8. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ [\![\lambda I \lambda j.\ \exists y \exists i (j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge enm^{of}\ y{}^{\circ}i\ \bot{}^{\circ}i)]\!]^g(\mathsf{c}_1)(\mathsf{k}) = 1$ — T2.ii.$B\langle$
9. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ [\![\lambda I \lambda j.\ \exists y \exists i (j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge enm^{of}\ y\ \bot i)]\!]^g(\mathsf{c}_1)(\mathsf{k}) = 1$ — T2.ii.$^{\circ}$

10. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$ — D6.λ
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ [\![\exists y \exists i (j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge enm^{of}\ y\ \bot i)]\!]^{g[I/\mathsf{c}_1][j/\mathsf{k}]} = 1$
11. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$ — D6.$\exists$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k}{:}\ \top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ \exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s{:}\ [\![j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge enm^{of}\ y\ \bot i]\!]^{g[I/\mathsf{c}_1][j/\mathsf{k}][y/\mathsf{d}][i/\mathsf{i}]} = 1$
12. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k} \exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$: — rearrange
   $\top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \wedge [\![j = (y \cdot i) \wedge Ii \wedge enm^{of}\ y\ \bot i]\!]^{g[I/\mathsf{c}_1][j/\mathsf{k}][y/\mathsf{d}][i/\mathsf{i}]} = 1$
13. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k} \exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in D_s$: — D6.$\wedge$, =, BA, A, u, $g[u/\mathsf{d}]$
   $\top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j}$
   $\wedge\ \mathsf{k} = [\![y \cdot i]\!]^{g[I/\mathsf{c}_1][j/\mathsf{k}][y/\mathsf{d}][i/\mathsf{i}]} \wedge \mathsf{c}_1\mathsf{i} = 1$
   $\wedge\ [\![enm^{of}]\!](\mathsf{d})([\![\bot_1]\!]^{g[I/\mathsf{c}_1][j/\mathsf{k}][y/\mathsf{d}][i/\mathsf{i}]}(\mathsf{i})) = 1$ — T2.ii.$\bot$
14. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k} \exists \mathsf{d} \in D_e \exists \mathsf{i} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$: — rearr., A2.$^{\{\}}$, D6.$\cdot$, $g[u/\mathsf{d}]$
   $\top\mathsf{k} \cdot\!\geq \top\mathsf{j} \wedge \bot\mathsf{k} \cdot\!\geq \bot\mathsf{j} \wedge \mathsf{k} = \langle \top\mathsf{i}, (\mathsf{d} \cdot \bot\mathsf{i})\rangle$
   $\wedge\ [\![enm^{of}]\!](\mathsf{d}, (\bot\mathsf{i})_1) = 1$ — D6.$\bot_n$, A2.f
15. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{k} \exists \mathsf{d} \in D_e{:}\ \mathsf{k} = \langle \top\mathsf{j}, (\mathsf{d} \cdot \bot\mathsf{j})\rangle \wedge [\![enm^{of}]\!](\mathsf{d}, (\bot\mathsf{j})_1) = 1$ — A1.$\cdot$, $\cdot\!\geq$, elim. i = j
16. $\mathsf{j} \in {}^{\{\}}\mathsf{c}_1$
   $\wedge\ \exists \mathsf{d} \in D_e{:}\ \langle \mathsf{d}, (\bot\mathsf{j})_1\rangle \in {}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!]$ — D3.D_s, A2.$^{\{\}}$
17. $\exists \mathsf{d} \in D_e{:}\ \mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{d} \in {}^{\{\}}[\![man]\!]$ — details of c_1
   $\wedge\ \exists \mathsf{d}' \in D_e{:}\ \langle \mathsf{d}', (\bot\mathsf{j})_1\rangle \in {}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!]$
18. $\exists \mathsf{d}, \mathsf{d}' \in D_e{:}\ \mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{d} \in {}^{\{\}}[\![man]\!] \wedge \langle \mathsf{d}', (\bot\mathsf{j})_1\rangle \in {}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!]$ — rearr.
19. $\exists \mathsf{d}, \mathsf{d}' \in D_e{:}\ \mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{d} \in {}^{\{\}}[\![man]\!] \wedge \langle \mathsf{d}', (\langle \mathsf{d}\rangle)_1\rangle \in {}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!]$ — D1.$\bot$i
20. $\exists \mathsf{d}, \mathsf{d}' \in D_e{:}\ \mathsf{j} = \langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{d}\rangle\rangle \wedge \mathsf{d} \in {}^{\{\}}[\![man]\!] \wedge \langle \mathsf{d}', \mathsf{d}\rangle \in {}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!]$ — A1.(x)$_n$

In M_1, ${}^{\{\}}[\![man]\!] = \{\mathsf{a}, \mathsf{a}'\}$, ${}^{\{\}}[\![enm^{of}]\!] = \{\langle \mathsf{a}, \mathsf{a}'\rangle, \langle \mathsf{a}', \mathsf{a}\rangle\}$. Hence:

$\mathsf{c}_1[\![\downarrow[y|\ enm^{of}\langle y, \bot\rangle]]\!]^g$
$= \{\langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{a}\rangle\rangle,$ — (1)–(20), df. M_1
$\langle\langle\ \rangle, \langle \mathsf{a}'\rangle\rangle\}$
$=: \mathsf{c}_2$ — df. c_2

(2,3)[1] (Once) when he$^{\top}$ was hunting in a kayak …
qajaq-tur-llu-ni
kayak-use-ELA$_{\top}$-3S$_{\top}$
$[\mathbf{x}|\ \mathbf{x} =_i \bot]$; $[y|\ \mathit{kayak}\langle y\rangle, \mathit{use}\langle \top, y\rangle]$;

$\mathrm{c}_2[\![[\mathbf{x}|\ \mathbf{x} =_i \bot]]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle a\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle a'\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_3$

$\mathrm{c}_3[\![[y|\ \mathit{kayak}\langle y\rangle, \mathit{use}\langle \top, y\rangle]]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle b, a\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b', a'\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_4$

[2] he$_{\top}$ saw another kayak$_{\text{MOD}}$ …;
alla-mik *qajaq-si-ga-mi*
other-MOD kayak-see-FCT$_{\top}$-3S$_{\top}$
$[y|\ \mathit{kayak}\langle y\rangle]$; $[\bot_2 \in \bot||]$; $[\bot \neq_i \bot_2]$; $[\mathit{see}\langle \top, \bot\rangle]$;

$\mathrm{c}_4[\![[y|\ \mathit{kayak}\langle y\rangle]]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle b, b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a\rangle, \langle b', b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b, b', \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b', b', \ldots\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_5$

$\mathrm{c}_5[\![[\bot_2 \in \bot||]]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle b, b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a\rangle, \langle b', b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b, b', \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b', b', \ldots\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_6$

$\mathrm{c}_6[\![[\bot \neq_i \bot_2]]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle b', b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b, b', \ldots\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_7$

$\mathrm{c}_7[\![\mathit{see}\langle \top, \bot\rangle]\!]^g = \{\langle\langle a\rangle, \langle b', b, \ldots\rangle\rangle, \langle\langle a'\rangle, \langle b, b', \ldots\rangle\rangle\} =: \mathrm{c}_8$

<u>Details of c_6</u>: For any model M and $\top\bot$-list $\mathrm{j} \in D_s$, (1) iff (8):

1. $(\mathrm{c}_5[\![[\bot_2 \in \bot||]]\!]^g)(\mathrm{j}) = 1$
2. $[\![[\bot_2 \in \bot||]]\!]^g(\mathrm{c}_5)(\mathrm{j}) = 1$ D6.ln3
3. $[\![\lambda I\lambda j.\ Ij \wedge \bot_2 j \in \bot_1\{I\}]\!]^g(\mathrm{c}_5)(\mathrm{j}) = 1$ T2.ii.$\bot$, iv.$||$
4. $[\![\lambda I\lambda j.\ Ij \wedge \bot_1\{I\}\ \bot_2 j]\!]^g(\mathrm{c}_5)(\mathrm{j}) = 1$ T2.i.$\in$
5. $[\![Ij \wedge \bot_1\{I\}\ \bot_2 j]\!]^{g[I/\mathrm{c}5][j/\mathrm{j}]} = 1$ D6.λ
6. $\mathrm{c}_5(\mathrm{j}) = 1 \wedge [\![\bot_1\{I\}]\!]^{g[I/\mathrm{c}5][j/\mathrm{j}]}([\![\bot_2]\!]^{g[I/\mathrm{c}5][j/\mathrm{j}]}(\mathrm{j})) = 1$ D6.$\wedge$, BA, A, u, $g[u/\mathrm{d}]$
7. $\mathrm{j} \in {}^{\{\}}\mathrm{c}_5 \wedge [\![\bot_2]\!]^{g[I/\mathrm{c}5][j/\mathrm{j}]}(\mathrm{j}) \in {}^{\{\}}[\![\bot_1\{I\}]\!]^{g[I/\mathrm{c}5][j/\mathrm{j}]}$ A2.$^{\{\}}$
8. $\mathrm{j} \in {}^{\{\}}\mathrm{c}_5 \wedge (\bot\mathrm{j})_2 \in \{(\bot\mathrm{i})_1|\ \mathrm{i} \in {}^{\{\}}\mathrm{c}_5\}$ D6.$\bot_2$, $A\{B\}$, A2.$^{\{\},\chi}$

Given the definition of c_5 above, the global value of $\bot_1$ in ${}^{\{\}}\mathrm{c}_5$, $\{(\bot\mathrm{i})_1|\ \mathrm{i} \in {}^{\{\}}\mathrm{c}_5\} = \{b, b'\}$. Therefore, every $\top\bot$-list in ${}^{\{\}}\mathrm{c}_5$ passes the test in (8). Thus $\mathrm{c}_5 = \mathrm{c}_6$.