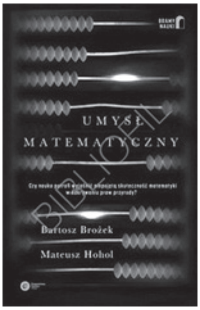
ARGUMENT
Vol. 5 (1/2015) pp. 295–303
e-ISSN 2084–1043 ISSN 2083–6635

Bartosz Brożek i Mateusz Hohol, *Umysł matematyczny*

Kraków: Copernicus Center Press, 2014, 277 s. (seria *Bramy Nauki*)
ISBN 978–83–7886–047–1 [twarda okładka]



Książka będąca przedmiotem niniejszej recenzji jest częścią ciekawej, i stale poszerzanej, oferty wydawniczej oficyny Copernicus Center Press, należącej do Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych działającego w Krakowie od 2008 roku. Wydawnictwo proponuje obecnie blisko sto pozycji książkowych z dziedzin tak różnorodnych jak: etyka, filozofia nauki, filozofia prawa, historia filozofii, kognitywistyka, kosmologia, lingwistyka, logika, teologia, nauki ewolucyjne czy historia powszechna. Są wśród nich zarówno prace *stricte* naukowe, jak i służące popularyzacji nauki. Są wreszcie wydania klasyków literatury naukowej, które dzięki wydawnictwu ukazują się po raz pierwszy w języku polskim: *Matematyczne zasady filozofii naturalnej* Izaaka Newtona (2011) czy *Elementy* Euklidesa (2013).

Książka Bartosza Brożka i Mateusza Hohola ukazuje się w ramach serii *Bramy Nauki* prezentującej zagadnienia z pogranicza nauki i filozofii. Jest bodaj pierwszą monografią w języku polskim omawiającą kwestię genezy myślenia matematycznego i problem wyjątkowości matematyki jako nauki, w szczególności: stabilności i kumulatywności wiedzy matematycznej, oraz jej „niepojętej" skuteczności w opisie świata przyrody. Jest ona także oryginalną próbą odpowiedzi autorów na szereg idei w powyższym zakresie, zwłaszcza na koncepcję „matematyki ucieleśnionej" George'a Lakoffa i Rafaela E. Núñeza. Co niemniej istotne, książka jest również głosem w dyskusji nad fundamentalnymi zagadnieniami filozoficznymi związanymi z „naturą" obiektów matematycznych i postulowaną przez znaczą część filozofów matematyki, logików, jak i samych matematyków „matematycznością świata". Problemy filozoficzne stanowią tutaj tło i dopełnienie dla rozważanych kwestii naukowych, co sprawia, że książka

 Published online: 21.12.2015

zainteresować może zarówno przedstawicieli nauk o poznaniu (psychologów, kognitywistów, neurobiologów itd.), jak i filozofów. Właśnie owa podwójna perspektywa — naukowa i filozoficzna — stanowi jednocześnie o potencjalnej sile propozycji autorów, jak i jej faktycznej niedoskonałości.

W książce wyróżnia się kilka kluczowych wątków prezentowanych w kolejnych rozdziałach: problem zdolności proto-matematycznych u ludzi i innych gatunków zwierząt (rozdz. I); rola metafor w rozumowaniu matematycznym (rozdz. II); zagadnienie imitacji jako mechanizmu wykształconego na podłożu ewolucyjnym umożliwiającego metaforyzację (rozdz. III); i wreszcie kluczowe z filozoficznego punktu widzenia wątki platonizmu matematycznego (rozdz. IV) i matematyczności świata (rozdz. V).

Autorzy, powołując się na liczne badania empiryczne i opierając się na przywołanej wcześniej koncepcji „matematyki ucieleśnionej", argumentują, że metaforyzacja jest mechanizmem poznawczym, bez którego niemożliwe byłoby uprawianie matematyki. Jednak ich zdaniem, choć wykorzystanie osiągnięć nauk o poznaniu do rozważań nad genezą i ewolucyjną funkcją matematyki otwiera perspektywę rozstrzygnięcia niektórych kontrowersji powstałych w toku filozoficznych sporów (na przykład sporu dotyczącego związku pojęć matematycznych z percepcją czasu i przestrzeni), wspomniane osiągnięcia nie pozwalają odpowiedzieć na pytania, czym właściwie jest matematyka oraz co stanowi o jej wyjątkowości na tle innych produktów ewolucji — zarówno biologicznej, jak i kulturowej. Powyższa konstatacja prowadzi ich w stronę rozważań natury metafizycznej, które stanowią właściwy obiekt zainteresowania mojej recenzji. Z tego względu ograniczę się do dyskusji nad tymi właśnie zagadnieniami, do pozostałych wątków książki nawiązując tylko tam, gdzie okaże się to konieczne.

Podsumowując rozważania nad genezą matematyki zawarte w początkowych rozdziałach pracy, autorzy zapowiadają dalszy kierunek poszukiwań, który prowadzi ich wprost ku metafizyce:

> wyjaśniwszy tak wiele w kwestii genezy poznania matematycznego — psycholodzy i kognitywiści nie potrafią rozwiązać wszystkich zagadek związanych z matematyką. Dwóm takim problemom — naturze obiektów matematycznych i niepojętej skuteczności matematyki w naukach przyrodniczych przyjrzymy się w kolejnych rozdziałach (s. 157).

W rozdziale poświęconym pierwszemu z powyższych zagadnień przytoczone zostają wypowiedzi sławnych matematyków, logików i fizyków takich jak Alain Connes, Jan Łukasiewicz, Kurt Gödel czy Roger Penrose pełne zachwytu nad „pozaczasowym" światem obiektów matematycznych. Wypowiedzi tych wielkich uczonych stanowią jednak zaledwie ilustrację dla tezy o realnym istnieniu obiektów matematyki, znanej pod nazwą „platonizmu matematycznego". Autorzy, będąc zwolennikami tego stanowiska, umiejętnie wystrzegają się stosowania argumentacji z autorytetu. Zamiast tego, chcąc swoje stanowisko uzasadnić, sięgają do „nieco uwspółcześnionego" sformułowania argumentu semantycznego, którego pierwotną wersję przypisują Gottlobowi Fregemu, oraz do znanego powszechnie argumentu z niezbędności (*indispensability argument*) Willarda Ormana Van Quine'a i Hilary'ego Putnama. W mojej recenzji ograniczę się do omówienia pierwszego z nich, argument semantyczny pozostawiając na boku[1].

W pismach Quine'a i Putnama trudno znaleźć jednoznaczne sformułowanie argumentu z niezbędności. Brożek i Hohol prezentują go w interpretacji odwołującej się do pojęcia „kryterium istnienia" Quine'a (właściwie: Ajdukiewicza-Quine'a)[2]: głoszącego, że „być" to być wartością zmiennej:

> nasze najlepsze teorie fizyczne wyrażone są w języku matematyki i nie mogą być wyrażone w innym — matematyka jest niezbędna do formułowania teorii fizycznych. Jeśli zatem jesteśmy realistami w odniesieniu do teorii fizycznych, czyli wierzymy, że opisują one rzeczywistość, to — na mocy kryterium Quine'a — zmuszeni jesteśmy uznać, że istnieją te byty, które są wartościami zmiennych występujących w teoriach fizycznych. Okazuje się jednak, że pośród bytów tych są nie tylko obiekty fizyczne, lecz także matematyczne (s. 172–173).

Klasę obiektów będących wartościami zmiennych teorii fizycznych, gdzie przynależą byty matematyczne nazywamy klasą, wobec której teorie fizyczne posiadają „zobowiązania ontologiczne", zaś kluczowym dla interpretacji całego rozumowania jest sposób interpretacji owych „zobowiązań". Istnieją w tym zakresie przynajmniej dwie możliwości: (1) „zobowiązania ontologiczne" rozumieć należy, po prostu, jako uznanie istnienia pewnej klasy bytów; (2) „zobowiązanie ontologiczne" oznacza uznanie postulatu istnienia jakiejś klasy bytów na gruncie danej teorii i tylko w jej obrębie. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z interpretacją wychodzącą ze stanowiska realizmu obiektywnego, w drugim — ze stanowiska realizmu pragmatycznego. W odniesieniu do bytów matematycznych obie interpretacje należałoby uznać za równoważne tylko wtedy, gdyby matematyka stanowiła najszerszą zakresowo z wszystkich możliwych teorii. Tak jednak nie jest. Dlaczego? O tym później.

---

[1] Podobnie, jak ma to miejsce w przypadku argumentu z niezbędności, argument semantyczny w sformułowaniu Brożka i Hohola odwołuje się do „kryterium istnienia" Quine'a, którym zajmuję się poniżej. Zawiera on ponadto przesłankę mówiącą, że w przypadku „sądów matematycznych" dana jest od razu ich głęboka struktura (czyli że nie da się ich wyrazić w na gruncie bardziej elementarnego języka), co w połączeniu z faktem, iż przynajmniej niektóre z nich są prawdziwe, prowadzić ma do konkluzji mówiącej o konieczności uznania bytów, których sądy te dotyczą. Założenie mówiące o tym, iż w przypadku „sądów" czy też zdań matematyki mamy od razu dostęp do ich głębokiej struktury, jest jednak dyskusyjne, przynajmniej w tym sensie, iż niektóre z nich (być może wszystkie) dają się zinterpretować jako konsekwencje zależności o charakterze logicznym. Co z kolei może, choć nie musi, być związane z odrzuceniem realizmu pojęciowego w zastosowaniu do wspomnianych zdań.

[2] To samo kryterium („być" to być wartością zmiennej związanej) sformułował wiele lat wcześniej w Polsce Kazimierz Ajdukiewicz (1921: 43–63).

Pierwsza ze wspomnianych wyżej interpretacji jest naturalnie bliższa filozofom wykazującym skłonności realistyczne w odniesieniu do obiektów matematycznych — do tego grona zaliczają się Brożek i Hohol. Przyjmują oni tę interpretację, zauważając jednocześnie, iż argument z niezbędności ma charakter relatywny:

> jeśli uznajemy pewne sądy matematyczne za prawdziwe (lub jesteśmy realistami w odniesieniu do teorii fizycznych), to zmuszeni jesteśmy uznać istnienie obiektów matematycznych. Można zatem — w obliczu przedstawionych argumentów — nadal kwestionować platonizm matematyczny, ale jest to związane z odrzuceniem sądów matematycznych, a także poglądu, że teorie fizyczne mówią coś o rzeczywistej strukturze świata (s. 173).

Jak rozumieć sformułowania: „odrzucenie sądów matematycznych" albo „teorie fizyczne mówią coś o rzeczywistej strukturze świata"? Jeśli przyjmiemy realistyczną interpretację obiektów matematyki i — w konsekwencji — również realistyczną wykładnię teorii fizycznych, tak jak autorzy, sprawa wydaje się prosta: gdyby nie istniały obiekty matematyczne, nie sposób traktować zdań teorii matematycznych i fizycznych jako prawdziwych. Problem polega na tym, że dopiero szukamy powodu, dla którego mielibyśmy przyjąć tę właśnie interpretację. Na razie wiemy jedynie, że będąc realistami w zakresie istnienia przedmiotów matematycznych, zmuszeni jesteśmy uznać ich istnienie i że bez nich nie da się realistycznie interpretować zdań fizyki. Poza „odświeżeniem" sobie pojęcia realizmu nie posunęliśmy się zatem do przodu.

Muszę w tym miejscu przyznać, że choć powyższa próba wykorzystania „kryterium istnienia" Quine'a w celu uzasadnienia platonizmu matematycznego nie jest niczym niezwykłym (próby takie są czymś powszechnym), mnie osobiście wydaje się bardzo niefortunna. Wprawdzie argument — podobnie jak każdy inny wytwór myśli człowieka wyrażony w języku naturalnym — podatny jest na różne interpretacje, niekiedy warto zastanowić się nad intencją autora nadającą „kierunek" jego rozumowaniu. Tak jest w przypadku argumentu z niezbędności w jego wersji, do której odwołują się Brożek i Hohol. Autorzy podejmują próbę nakreślenia kontekstu, w jakim Quine pisze o niezbędności obiektów matematycznych dla fizyki. Świadczy o tym choćby fakt, iż rozważania na ten temat znajdujemy w podrozdziale *O tym co istnieje* powtarzającym tytuł słynnego eseju autora *Z punktu widzenia logiki*. Czynią to jednak nie w celu możliwie wiernej rekonstrukcji argumentu, lecz przystosowania go do własnych potrzeb. Podkreślając relatywny charakter całego wnioskowania, całkowicie pomijają jego aspekt pragmatyczny. Jak wiadomo, „kryterium istnienia" w jego wersji Quine'owskiej pojawia się w kontekście rozważań nad rolą kwantyfikacji szczegółowej w rozważaniach ontologicznych (Quine, 1963: 1–19). Zostaje wprowadzone, aby wyeliminować z naszych teorii wyrażenia pozbawione desygnatów, czyli zahamować rozrost „brody Platona". Według Quine'a nie ma sensu mówić o tym, co istnieje poza pewnym dobrze zdefiniowanym kontekstem teoretycznym. Matematyka i fizyka niewątpliwie stanowią przykłady takich kontekstów, stąd zasadne jest uznanie ich „zobowiązań ontologicznych". Nie są to wszakże jedyne logicznie możliwe konteksty teoretyczne, zatem wspomniane zobowiązania nie mają charakteru absolutnego, co zakładają realiści obiektywni, gdy piszą o „rzeczywistej strukturze świata" jako o czymś niezależnym od teorii. Innymi słowy, mając do dyspozycji taką, a nie inną naukę, musimy przyjąć pewne założenia ontologiczne, o ile nie chcemy pozbawić się najlepszych teorii naukowych, jakimi dysponujemy, z czego nie wynika wcale, że gdybyśmy na przykład dysponowali innym aparatem percepcyjnym, zobowiązania ontologiczne przez nas „zaciągane" wyglądałyby tak samo. Stanowisko Quine'a można w najlepszym wypadku uznać za pod pewnymi względami zbliżone do platonizmu, choć uważam, że bardziej pasuje do niego określenie „relatywizm ontologiczny". W moim przekonaniu jest ono próbą ominięcia klasycznych sporów ontologicznych, nie zaś głosem w sporze o uniwersalia.

Niezależnie od powyższych zastrzeżeń wspomnieć należy o pewnych problemach logicznych dotyczących Quine'owskiego „kryterium istnienia", na jakie zwrócił uwagę Peter Thomas Geach w pracy *Reference and generality* (Geach, 1962: 185–186). Autor, analizując slogan Quine'a, wychodzi od stwierdzenia, iż sens zdania: „być to być wartością zmiennej" wyrazić można, mówiąc, iż wyrażenia typu: $\exists x$ oddać można tylko zdaniami typu „istnieje taki byt *x*, że...". To z kolei sprawia (na mocy reguł syntaktycznych języka), że zmiennymi związanymi przez kwantyfikator szczegółowy mogą być jedynie nazwy indywiduowe (*proper names*). Mimo to istnieją formuły zawierające kwantyfikator szczegółowy, pod który podpada zmienna będąca nazwą indywiduową i których sensu nie można przedstawić w formie sugerowanej przez Quine'a, jak w przypadku zdania: „Dla pewnego *x*, *x* jest człowiekiem, i Johnson nie wierzy, że Ralph de Vere jest sklepikarzem, i nie prawda, że nie wierzy że *x* jest sklepikarzem i *x* jest tym samym człowiekiem co Ralph de Vere" (przekł. H.B.) (Geach, 1962: 180). Ponadto, jak zauważa Geach, idąc w ślad za Fregem, w przypadku hasła Quine'a mamy do czynienia z pomieszaniem hierarchii pojęć. Geach wskazuje, iż Quine używa zamiennie wyrażeń takich jak „Pegaz" i „skrzydlaty koń", i choć w zdaniu oba wspomniane wyrażenia mogą pełnić tę samą funkcję gramatyczną, ich funkcja logiczna jest zasadniczo odmienna. Zdanie, w którym nazwa „skrzydlaty koń" jest zmienną związaną przez kwantyfikator szczegółowy, jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy posiada ona egzemplifikację, natomiast zdanie, gdzie pod kwantyfikator szczegółowy podpada „Pegaz", jest zdaniem odnoszącym się (lecz niestanowiącym egzemplifikacji) do użycia słowa „Pegaz" w roli nazwy indywiduowej. Quine nie czyni żadnego wysiłku, aby powyższe dwa typy pojęć od siebie odróżnić, co wynika z uznania przezeń za prawomocną wyłącznie logiki pierwszego rzędu. Sprawia to, że jego „kryterium istnienia" obarczone jest ekwiwokacją, a z punktu widzenia każdej logiki dopuszczającej wielopoziomową kwantyfikację jest ono syntaktycznym nonsensem, czyli wyrażeniem zbudowanym z naruszeniem reguł konstrukcyjnych obowiązujących dla języka, jakim posługuje się logika drugiego i wyższych rzędów.

Od zagadnień dotyczących platonizmu matematycznego i statusu obiektów matematycznych Brożek i Hohol płynnie przechodzą do rozważań nad problemem „matematyczności" przyrody (względnie matematyczności świata), dodatkowo podkreślając i podbudowując teoretycznie swoją realistyczną (w sensie ontologicznym, ale i epistemologicznym) interpretację matematyki. Punktem wyjścia jest tutaj pytanie, skąd się bierze niezwykła skuteczność matematyki w opisie zjawisk przyrodniczych. Nawiązując do rozważań Richarda Hamminga (1980: 81–90) dotyczących tej kwestii, przytaczają cztery strategie odpowiedzi na pytanie przezeń sformułowane: (1) matematyka jest tak skuteczna w opisie świata, gdyż wszystko, co obserwujemy, warunkowane jest hipotezą, jaką stawiamy, i aparatem matematycznym, jakim się posługujemy; (2) to my dokonujemy wyboru aparatu teoretycznego (w omawianym przypadku matematyki), jakiego używamy w opisie świata, nic więc dziwnego, że aparat ten „przystaje" do świata; (3) matematyka jest zdolna do opisu tylko względnie niewielkiego zakresu zjawisk, zatem jej „niepojęta skuteczność" ma charakter lokalny nie uniwersalny; (4) aparat poznawczy, jakim dysponuje człowiek, jest wynikiem ewolucji w ciągłej interakcji ze środowiskiem, co powoduje, że również nasza matematyka jest do niego w szczególny sposób dostosowana. Jak zauważa sam Hamming, żadna z zarysowanych powyżej strategii nie przynosi jednoznacznej odpowiedzi na pytanie o skuteczność aparatu matematycznego w opisie przyrody. Zdaniem autorów *Umysłu matematycznego* aby wytłumaczyć omawiane zjawisko, potrzebna jest „mocniejsza hipoteza". „Rozwiązanie" tego problemu odnajdują w pracy Michała Hellera (*nota bene* to właśnie jemu dedykują swą książkę): „światu należy przypisać cechę, dzięki której szczególnie skutecznie można go badać przy pomocy metody matematycznej. Świat posiada więc racjonalność szczególnego typu — typu matematycznego. W tym sensie mówić będę o m a t e m a t y c z n o ś c i ś w i a t a" (Heller, 1998: 3).

Powyższa hipoteza jest chyba najważniejszym ogniwem w argumentacji Brożka i Hohola. Stanowi ona punkt oparcia dla krytyki „naiwnych neurobiologów", pragnących zredukować matematykę do mechanizmu przystosowania ewolucyjnego (krytyka redukcjonizmu neurobiologów wsparta jest dodatkowo argumentem z naddatkowości matematyki, którego nie będę tutaj szczegółowo omawiał) (s. 216–217), jest też podstawą rozróżnienia matematyki pisanej przez małe i duże „m", której autorem jest również Heller (2010):

> Naszą ontologiczną propozycję podsumować można więc w sposób następujący. Istnieje, jak chce Heller, matematyka przez małe „m" — są to nasze teorie matematyczne, wypracowane dzięki pewnym biologicznie uwarunkowanym zdolnościom, ale także ucieleśnione i osadzone w interakcjach społecznych. [...] Ta matematyka (przez małe

> „m”) jest tak skuteczna w wyrywaniu przyrodzie jej tajemnic, bo Wszechświat jest Matematyczny (przez duże „M”) — nasza matematyka „rezonuje” z Matematyką. Fakt ten jest w istocie rodzajem cudu, bo wyobrazić można sobie światy, które są Matematyczne, ale nie matematyzowane (s. 251–252).

Hipoteza o matematyczności świata ma charakter pozaempiryczny i nie sposób jej potwierdzić na drodze doświadczenia (zakładałoby to konieczność wykroczenia poza ramy narzucane nam przez nasz percepcyjnie uwarunkowany aparat poznawczy). Większość (jeśli nie wszystkie) „propozycji ontologicznych” wysuwanych przez filozofów ma taki właśnie charakter. Mimo to naiwnością byłoby odrzucenie jej już na wstępie jako nonsensownej. Wiele spośród hipotez, jakie stawiamy w naszym codziennym życiu, nie nadaje się do bezpośredniego testowania w warunkach doświadczalnych. Jest tak szczególnie w przypadku wszelkich przeświadczeń dotyczących *en bloc* wszystkiego tego, co nazywamy „światem” albo „rzeczywistością”. Stanowią one — w naszym mniemaniu — najlepsze (na przykład najbardziej subiektywnie przekonujące albo najprostsze) hipotetyczne wyjaśnienie faktów przez nas obserwowanych. W sensie logicznym rozumowania, które prowadzą do postawienia tego rodzaju hipotez, należy określić mianem redukcyjnych. Podpadają one pod następujący schemat:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \\ \hline p \end{array}$$

Pomiędzy przesłankami i wnioskiem takiego rozumowania nie zachodzi wynikanie logiczne, zatem można je uznać za jedynie uprawdopodobniające, nie zaś za niezawodne, jak w przypadku rozumowania dedukcyjnego. Brożek i Hohol w swojej argumentacji stosują właśnie takie redukcyjne rozumowanie. I nie ma w tym nic złego, choć jednocześnie nieuchronnie powstaje kwestia kryterium oceny trafności hipotezy przez nich stawianej. Dlaczego „matematyczność świata” i wprowadzenie figury „Matematyki” (przez duże „M”) ma służyć lepszemu wyjaśnieniu skuteczności zastosowania aparatu matematycznego w badaniach przyrody niż ma to miejsce na przykład w przypadku teorii „naiwnych neurobiologów”? Ponieważ nie jesteśmy w stanie wskazać relacji wynikania logicznego pomiędzy zdaniami: (1) „matematyka jest najskuteczniejszym sposobem opisu świata przyrody” oraz (2) „świat jest matematyczny”, ani wymiernego prawdopodobieństwa zdania (1) warunkowanego prawdopodobieństwem zdania (2) w powyższym wypadku, w grę może wchodzić tylko jakieś pozalogiczne kryterium — na przykład estetyczne lub pragmatyczne[3].

[3] Obok „matematyczności świata” autorzy wspominają także o jego „matematyzowalności”, czyli możliwości opisu świata w kategoriach matematycznych. Uznanie drugiej ze wspominanych

Tym, co mogłoby przemawiać za trafnością hipotezy o „matematyczności świata", jest jej ekonomiczny charakter: na pierwszy „rzut oka" wydaje się ona najprostszym pod względem liczby przyjętych założeń wytłumaczeniem całej masy faktów, jakie kryją się w stwierdzeniu o niepojętej skuteczności matematyki w opisie przyrody. Kiedy jednak zestawimy ją z rozróżnieniem ludzkiej i „pozaludzkiej" matematyki, wrażenie to znika bezpowrotnie. Nie ma żadnej jasności co do tego, jak rozumieć ową „Matematykę" wszechświata, a co gorsza dowiadujemy się również, że to, iż obie matematyki są ze sobą zgodne, „jest rodzajem cudu", czyli — trzymając się wykładni autorów — zdarzeniem o bardzo małym stopniu prawdopodobieństwa[4]. W powyższym rozumowaniu tkwią zatem mocne, niewyeksplikowane założenia, co rodzi podejrzenie, iż jest ono obarczone błędem *ignotum per ignotum*. Z pewnością trafi ono do wrażliwości osób wykazujących „mistyczne" usposobienie względem tego, czego nie potrafimy zrozumieć, chętnie nazywających to „cudem", „tajemnicą". Reszcie czytelników pozostają kryteria racjonalne — na przykład merytoryczne i pragmatyczne — a te nie pozwalają mówić o „matematyczności świata", tak jakby stanowiła ona całkowicie przekonujące wytłumaczenie sukcesów matematyki na polu nauk przyrodniczych, co więcej każą też wątpić, czy za tą nazwą kryje się zrozumiała powszechnie treść.

* * *

W wywiadzie udzielonym BBC w 1959 roku Bertrand Russell wypowiedział zdanie stanowiące najlepszą wskazówkę dla wszystkich tych, którzy starają się być racjonalni w codziennym życiu: „Jeśli coś jest prawdą, należy w to wierzyć, jeśli nie jest prawdą, nie należy w to wierzyć, jeśli nie wiadomo, czy jest prawdą, należy zawiesić sąd"[5]. Wypowiedź tę można także potraktować jako przyczynek do rozważań nad racjonalnością dyskursu filozoficznego i naukowego. Rzecz jasna w praktyce naukowej trudno jest napotkać zdania, które uznać by można za bezsprzecznie prawdziwe, zaś w praktyce filozoficznej wydaje się to jeszcze trudniejsze. Podobnie jest zresztą w naszym życiu codziennym. Nie znaczy to wszakże, iż zdania nie różnią się pod względem swojej prawomocności, czyli logicznej „siły" argumentów każących uznać je za prawdziwe. Książka Brożka

---

ewentualności nie prowadzi w sposób konieczny do realizmu w kwestii istnienia obiektów matematycznych, jednocześnie zakłada realizm epistemologiczny. Stwarza to płaszczyznę (cząstkowego) porozumienia pomiędzy autorami a wszystkim filozofami, którzy sądzą, iż nasze pojęcia dostarczają mniej lub bardziej adekwatnego opisu „rzeczywistości".

[4] Nawet jeśli rozpatrywać tę koincydencję w kategoriach prawdopodobieństwa i przy założeniu, że wiemy, jakie pojęcie prawdopodobieństwa jest tu w użyciu (wiele wskazuje na to, że chodzi tu o tak zwane prawdopodobieństwo „wewnętrzne" przysługujące zdarzeniom jako takim, a zatem kolejne pojęcie metafizyczne), zachwyt nad „niepojętą" skutecznością matematyki może być po prostu spowodowany ograniczonością władz poznawczych człowieka.

[5] Wywiad z Bertrandem Russellem *Why I'm not a Christian* — https://www.youtube.com/watch?v=HQJ3sqkdCRE (dostęp 15.11.2014).

i Hohola jest dobrą ilustracją powyższej prawidłowości. Jest w niej wiele ważnych, ciekawych i, co najistotniejsze, naukowo uzasadnionych tez dotyczących ewolucji mechanizmów poznawczych człowieka, która spowodowała wyłonienie się kompetencji matematycznych u przedstawicieli naszego gatunku. Praca zawiera także zasadną krytykę pewnych koncepcji naukowych, jak choćby gramatyki generatywno-transformacyjnej Noama Chomskiego (omówienie tego wątku stanowić musiałaby treść osobnego tekstu). Jej ostatnie rozdziały przynoszą za to sporą dozę metafizycznej spekulacji, czyli wypowiedzi dotyczących zagadnień, w odniesieniu do których nie sposób wypowiadać się w sposób całkowicie zasadny. Autorzy zdają sobie sprawę z tego, że ich rozumowania nie zawsze mają konkluzywny charakter, choć nie biorą pod uwagę niektórych tego następstw. O tych ostatnich traktuje moja recenzja. To, że jej „środek ciężkości" spoczywa pośród zagadnień najbardziej filozoficznych i zarazem najmniej zbadanych, nie podważa wartości książki polegającej przede wszystkim na próbie całościowego spojrzenia na fascynujące zjawisko, jakim jest matematyka.

BIBLIOGRAFIA

Ajdukiewicz, K. (1921). *O pojęciu istnienia w naukach dedukcyjnych*. W: K. Ajdukiewicz. *Z metodologii nauk dedukcyjnych* (s. 43–63). Lwów: Polskie Towarzystwo Filozoficzne.

Ajdukiewicz, K. (2006). *Trzy pojęcia definicji*. W: K. Ajdukiewicz. *Język i poznanie* (t. 2). Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. (Wyd. 1: 1958).

Brożek, B. & Hohol, M. (2014). *Umysł matematyczny*. Kraków: Copernicus Center Press.

Euklides (2013). *Elementy*. (P. Błaszczyk & K. Mrówka, Przeł.). Kraków: Copernicus Center Press.

Geach, P. T. (1962). *Reference and genarality: Examination of some medieval and modern theories*. Ithaca–London: Cornell University Press.

Heller, M. (1998). Czy świat jest matematyczny?. *Zagadnienia Filozoficzne w Nauce*, *22*, 3–14.

Heller, M. (2010). Co znaczy, że przyroda jest matematyczna?. W: M. Heller & J. Życiński (Red.). *Matematyczność przyrody* (s. 7–36). Kraków: Petrus.

Hummig, R. (1980). The unreasonable effectivness of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, *87*(2), 81–90.

Newton, I. (2011). *Matematyczne zasady filozofii przyrody*. (J. Wawrzycki, Przeł.). Kraków: Copernicus Center Press.

Quine, W. V. O. (1963). On what there is. W: W. V. O. Quine. *From a logical point of view. Nine logico-philosophical essays* (s. 1–19). London: Harper and Row Publishers. (Wyd. 1: 1948). [Wyd. pol.: Quine, W. V. O. (2000). *Z punktu widzenia logiki. Dziewięć esejów logiczno-filozoficznych*. (B. Stanosz, Przeł.). Warszawa: Fundacja Aletheia].

*Hubert BOŻEK**

* Doktorant w Instytucie Filozofii i Socjologii, Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie. E-mail: hbozek@up.krakow.pl