

THÉORIE PROPENSIONNISTE ET NOMINALISME

Felipe BRAVO

(Master 2 LOPHISC, Université Paris-Sorbonne)

La philosophie des probabilités est souvent mise à l'écart par les philosophes des mathématiques. Mais cette attitude, remarque Jon Williamson¹, n'est pas justifiée. Le calcul des probabilités, étant si abondamment utilisé dans les sciences empiriques, ne peut pas être exclu des réflexions relatives à la nature des mathématiques. De la même façon, la philosophie des probabilités et la philosophie des mathématiques ne peuvent pas être conçues comme des disciplines radicalement différentes ou totalement indépendantes.

Bien entendu, si l'on voulait motiver les échanges entre ces deux disciplines la meilleure façon de le faire serait de mettre en évidence les relations qu'elles peuvent entretenir. On chercherait à montrer que, de façon générale, les différentes théories philosophiques des probabilités ont des conséquences importantes en philosophie des mathématiques, ou inversement. Le présent article, tout en étant moins ambitieux, va dans cette même direction. On ne prétend pas faire un examen des différentes théories philosophiques des probabilités, mais plutôt se concentrer sur la théorie propensionniste et sur une conséquence particulièrement intéressante de cette théorie à l'égard du rôle des mathématiques sur les sciences empiriques. Plus précisément, on verra que la théorie propensionniste peut, en principe, fournir au nominaliste une manière d'éliminer la référence au calcul des probabilités dans les sciences empiriques. Dans ce sens, la théorie propensionniste entre directement dans le débat entre nominalisme et platonisme, notamment à l'égard de l'argument de l'indispensabilité. Ce résultat ne constitue pas nécessairement une défense du nominalisme, mais permet tout de même de voir une conséquence importante de l'interprétation propensionniste sur la philosophie des mathématiques.

¹ Williamson (2008, p526).

² Popper (1959).

1) *Théorie propensionniste*

La théorie propensionniste des probabilités conçoit une probabilité comme la disposition ou la propension d'un système physique à produire un certain résultat dans des conditions particulières. La version canonique de cette théorie fut développée par Karl Popper dans « The Propensity Interpretation of Probability »². Mais au lieu de nous concentrer spécifiquement sur la version poppérienne, concentrons-nous sur les traits principaux de toute théorie propensionniste. La théorie de Popper, comme toute autre théorie propensionniste, essaye de développer une interprétation objective des probabilités. On comprend une interprétation objective des probabilités comme une interprétation qui considère que les probabilités sont des propriétés du monde physique - par opposition à une interprétation subjective ou épistémique qui considère les probabilités comme des degrés de croyance ou de connaissance d'un sujet. Dans l'interprétation propensionniste, ces propriétés objectives du monde sont précisément les propensions. Pour comprendre cette idée, considérons, pour reprendre l'exemple de Mellor³, la probabilité de désintégration d'un atome de radium. Cette probabilité est un fait empirique objectif qui ne dépend pas de notre connaissance du monde : elle correspond à la propension de l'atome à se désintégrer. Dans ce sens, la « propension » a le même statut théorique qu'une notion comme celle de masse, et c'est la notion fondamentale pour étudier les traits généraux des théories propensionnistes.

Les philosophes qui se sont intéressés à la théorie propensionniste (Popper, Fetzer, Miller, Gillies entre autres) semblent expliquer la notion de « propension » comme une tendance ou une disposition. La propension serait un certain « *would-be* », selon l'expression de Peirce⁴, qui mènerait l'objet qui la possède à se comporter d'une certaine manière dans certaines occasions. Nous suivons ici Mumford en analysant les propensions en termes de dispositions. La propension n'est en effet qu'un genre particulier de disposition : « propension est un terme souvent utilisé dans la littérature scientifique pour dénoter une disposition qui serait probabiliste plutôt qu'infaillible »⁵.

³. Mellor (2004, p. xi).

⁴. Peirce (1957, 74-84).

⁵. « [...] *propensity is a term which is often used in scientific literature to denote a disposition that*

Mais qu'est-ce qu'une disposition ? Rappelons succinctement les principaux traits que Mumford attribue aux dispositions. Une disposition est une propriété qui implique la possibilité d'un comportement agentif ou physique. Par exemple, la fragilité est la propriété qu'un objet a de se rompre dans le cas d'une pression importante. Attribuer une disposition signifie donc « dire que quelque chose pourrait arriver ou arriverait si les circonstances s'y prêtaient »⁶. À chaque disposition correspond donc au moins une manifestation qui est justement le comportement physique auquel elle est associée. Dans le cas du verre, cette manifestation serait le fait de se rompre. Mais il est important de remarquer que l'existence de la disposition est indépendante de sa manifestation. Si un objet O (un verre, par exemple) possède une propriété dispositionnelle P (la fragilité) qui a comme manifestation un événement M (la rupture du verre), alors on dit que cet objet possède P indépendamment du fait que M advienne ou non. Concevoir les dispositions de cette façon permet de les utiliser comme des explications de leurs manifestations. Dire qu'un objet possède une propriété dispositionnelle liée à un événement M est, dans un sens, une explication de cet événement. On peut, par exemple, expliquer la rupture d'un verre en invoquant la propriété dispositionnelle de fragilité possédée par le verre. La disposition permet ainsi de fournir une explication qui passe par une propriété possédée par un objet impliqué dans l'événement à expliquer. Ce genre d'explication serait une explication causale de l'événement M puisque, pour expliquer M à partir d'une disposition, on cherche quelque chose de propre à O, à savoir une propriété dispositionnelle, qui peut être conçue comme une cause de M et qui n'est pas possédée par un objet O' lié à une manifestation différente de M sous les mêmes conditions que O⁷. Les dispositions fournissent alors des explications causales des événements auxquels elles sont liées.

Cette description des dispositions, bien que succincte, nous permet de voir les traits fondamentaux des propensions en tant qu'elles sont présentes dans toute théorie propensionniste. Si les propensions ne sont en effet que des dispositions alors ce qu'on a dit des dispositions on peut également le dire des propensions. Par conséquent, de manière

can be probabilistic rather than 'sure-fire' », Mumford (1998, p. 11). Pour une défense de l'analyse des propensions en termes de dispositions voir Mellor (2004, p. 68- 70).

⁶ « *say that something could or would happen if the circumstances were right », Mumford (1998, p.5).*

⁷ Cela est une exposition informelle de l'argument de la différence comportementale (« *argument from behavioral difference* »). Voir Mumford (1998), chap. 6.

analogue aux dispositions, on dit que (1) attribuer une propension c'est attribuer une propriété qui constitue la possibilité d'un comportement agentif ou physique, (2) que l'existence d'une propension est indépendante de l'événement auquel elle est liée, et (3) que les propensions fournissent une explication causale des événements auxquels elles sont liées, i.e. elles sont efficacement causales et explicatives. Cependant, il faut remarquer une différence importante. Contrairement à des dispositions comme la fragilité qui sont attribuées à des objets, les propensions sont attribuées à un ensemble de conditions physiques. La propension change avec ces conditions : elle analyse donc la probabilité conditionnelle. Mais il ne faut pas penser que cette différence montre une distinction entre propensions et dispositions. Le caractère conditionnel de la propension ne supprime pas son rôle causal et explicatif. La propension n'est effectivement qu'une « *disposition qui peut être probabiliste* »⁸, au sens où les propensions sont des entités théoriques douées de pouvoir causal et qui expliquent les événements aléatoires.

Pour résumer, on a montré comment toute théorie propensionniste, en général, doit être caractérisée, et on a vu en quoi consiste la notion de propension à partir de laquelle cette théorie cherche à analyser les probabilités. Maintenant, il serait intéressant de voir, dans la perspective de la philosophie des mathématiques, ce qu'on peut dire du calcul des probabilités. Cela nous permettra de comprendre mieux les conséquences d'une théorie propensionniste sur cette discipline.

2) Propensions et indispensabilité

La théorie des probabilités mérite sa place parmi les théories mathématiques, mais son statut est tout de même particulier. Contrairement à la théorie des nombres ou la théorie des ensembles, le calcul des probabilités est particulièrement axé sur l'analyse des phénomènes physiques et abondamment utilisé dans les sciences empiriques. Dans la perspective de la philosophie des mathématiques, c'est précisément ce lien apparemment si étroit avec le réel et avec la science qui constitue la caractéristique la plus remarquable du calcul des probabilités. Cela suffit déjà pour motiver l'intérêt des programmes de philosophie des mathématiques à l'égard du calcul des probabilités, et

⁸. Mumford (1998, p 11).

pourtant il est très rarement choisi comme objet d'étude par les philosophes des mathématiques. Mais dans la mesure où il met en place un lien avec le réel, le calcul des probabilités semble être particulièrement intéressant pour le platonisme. C'est en effet l'usage des mathématiques dans la science qui, par l'intermédiaire de l'argument d'indispensabilité, motive aujourd'hui un engagement ontologique fort à l'égard des entités mathématiques.

a) L'argument de Quine-Putnam et la théorie propensionniste

Le rôle des mathématiques dans les sciences empiriques fournit, en effet, un des arguments principaux pour la croyance en l'existence des entités mathématiques : l'argument d'indispensabilité de Quine-Putnam. On peut formuler l'argument comme suit :

- 1) On doit avoir un engagement ontologique envers toutes les entités indispensables pour nos meilleures théories scientifiques.
- 2) Les entités mathématiques sont indispensables pour nos meilleures théories scientifiques.

On conclut de (1) et (2) qu'on doit avoir un engagement ontologique envers les entités mathématiques.

Pour critiquer cet argument on doit soit critiquer l'holisme ou le naturalisme implicites dans la prémisse (1), soit montrer que (2) est fausse. Cette dernière option c'est celle qu'entreprend Hartry Field dans *Science without Numbers*. Field essaie de montrer que les entités mathématiques ne sont pas indispensables en science, et que par conséquent on n'a aucune bonne raison de s'engager ontologiquement envers les entités mathématiques, en montrant qu'il est possible, en principe, de nominaliser la science, i.e. qu'on peut formuler des versions satisfaisantes de nos théories scientifiques sans faire référence à des entités mathématiques.

À l'intérieur de ce débat entre nominalisme et platonisme à l'égard de l'indispensabilité la théorie propensionniste peut avoir quelque chose à dire. En particulier, en interprétant les probabilités comme des dispositions ou propensions d'un système physique on peut établir un lien important entre physique et mathématiques. Si on admet que la théorie

des probabilités est une véritable théorie mathématique et que, par ailleurs, elle analyse des propensions des systèmes physiques, alors une interprétation propensionniste pourrait, en principe, permettre au platoniste de donner un exemple particulièrement fort de l'indispensabilité des mathématiques pour les sciences empiriques. Plus précisément, si les probabilités sont des entités mathématiques (qu'on appellera des *probabilia*) représentant des propriétés physiques dispositionnelles, à savoir des propensions, alors une description satisfaisante d'un système physique doit contenir explicitement une référence à ces propriétés. On conclurait donc que la théorie mathématique des probabilités est indispensable pour la science parce qu'elle fait référence aux propensions. Dans cette perspective, l'interprétation propensionniste, en établissant un pont entre mathématiques et physique, fournit au platoniste un argument fort pour considérer les entités mathématiques comme des entités indispensables pour les sciences, et par conséquent, pour considérer qu'elles existent. On pourrait formuler cet argument de façon plus formelle comme suit :

- a) Le calcul des probabilités porte sur les *probabilia*.
- b) Le calcul des probabilités représente les phénomènes de propensions.
- c) Il est indispensable pour une explication scientifique satisfaisante d'un système physique qu'elle rende compte des phénomènes de propension.

On conclut :

- d) Le calcul des probabilités est indispensable pour la science.

À partir de (d) et l'argument d'indispensabilité, on conclut qu'on doit avoir un engagement ontologique envers les *probabilia*. Dans ce cas, le rôle de la théorie propensionniste est surtout celui de fournir la prémisse (b).

Cependant, pour que cet argument soit convaincant, on a besoin d'admettre soit (1) qu'il existe une relation explicative indispensable des probabilités à l'égard des propensions (i.e. que les propensions ne peuvent être expliquées qu'à partir des probabilités), soit (2) que les propensions sont la même chose que les probabilités – et donc la référence aux propensions serait par là même une référence aux *probabilia* (les entités mathématiques sur lesquelles porte la théorie des probabilités). Or, on verra que ces thèses sont intenables, et que par conséquent, le platonisme

ne peut en aucun cas espérer tirer un avantage de la théorie propensionniste. Cela n'est qu'une conséquence du fait que la théorie propensionniste, tout en étant une interprétation du calcul des probabilités n'est pas elle-même une théorie mathématique. Il y a dans ce sens plusieurs points de différence entre les deux.

b) Incohérences

Les deux thèses qu'on a vues plus haut ne peuvent pas être maintenues pour deux raisons. Premièrement, la nature même des *probabilia* et des propensions rend impossible leur identité ; et deuxièmement, la relation de causalité supposée par la propension rend impossible un isomorphisme entre les propensions et le calcul des probabilités.

Dans une perspective platoniste, on considère que le calcul des probabilités fait référence à des entités mathématiques, et ces entités sont conçues comme des objets abstraits. On rencontre ici le problème de la caractérisation des entités abstraites, mais on ne va pas essayer de répondre à ces questions, et on n'a pas besoin de le faire. Pour établir la non-identité entre les propensions et les *probabilia* il suffit de dire que les propensions ne sont pas des objets abstraits. Or, on a vu que toute la démarche d'une interprétation physique des probabilités est de situer les probabilités dans le monde. Dans ce sens, la théorie propensionniste, en tant qu'interprétation physique des probabilités, postule la notion de propension en tant qu'entité théorique appartenant au monde physique (au même titre que la notion de masse, par exemple). Par conséquent, la propension ne peut pas être un objet abstrait. Bien au contraire, elle est supposée jouer un rôle causal dans des interactions physiques. La propension est donc, pour ainsi dire, dans le monde. On dit, en effet, d'une propension P qu'elle est propre à un objet ou à un complexe physique O sous un ensemble de conditions, et que cette propension (i.e. l'attribution de cette disposition P) fournit à O la possibilité d'un comportement. Il semblerait étrange de dire la même chose pour un objet abstrait ; dire, par exemple, « qu'un objet a un objet abstrait (un objet comme, par exemple, la proposition « Le dé tombe sur 5 », le nombre 3, les échecs, la rougeur, ou le nombre réel n) » qui lui fournit la possibilité d'un comportement. Propension et *probabilia* sont donc des

entités dont le statut métaphysique est différent, et il est clair qu'on ne peut pas établir une relation d'identité entre elles ; on ne peut pas dire qu'un abstrait est identique à un concret, à moins d'élaborer une conception de l'identité capable de le faire. À défaut d'une telle relation d'identité on doit rejeter la thèse (2). Mais même en admettant qu'il y a des objets abstraits doués d'un pouvoir causal, ou simplement en niant la nature abstraite des *probabilia*, on ne peut pas identifier propensions et *probabilia*. Cela à cause d'une deuxième source de différence entre probabilités et propensions.

Les propensions, en tant que dispositions, possèdent un pouvoir causal. Popper (1990, p20) écrit ainsi que: « *la causalité n'est qu'un cas particulier de propension: le cas d'une propension égale à 1* ». Le problème est que les relations causales sont des relations asymétriques : elles ont donc une direction définie. Si on dit donc qu'un événement A est cause de B, on ne peut pas dire à la fois que B cause A. Or, cela n'est pas le cas dans le calcul des probabilités où les probabilités sont symétriques : c'est un théorème du calcul des probabilités que si on a la probabilité d'un événement A étant donné l'événement B, on a également les probabilités de B étant donné A (i.e. si on a $P(A/B)$ on peut calculer $P(B/A)$). Autrement dit, on peut inverser les probabilités, mais non les relations de causalité. Par exemple, si on dit qu'un ensemble de conditions C a une propension à produire l'événement A, alors on peut dire qu'il y a une relation causale de C vers A. On peut calculer ensuite la probabilité de A étant donné C, $P(A/C)$. Or, le calcul des probabilités nous permet de calculer également $P(C/A)$. Mais ce dernier calcul n'a aucun sens en termes de propensions, puisqu'on devrait alors dire que l'événement A (qui dépend de C) a une propension à produire les conditions C qui causent A, ce qui reviendrait à dire que l'effet est antérieur à la cause. Ceci est le paradoxe de Humphreys.

Face à cette difficulté Humphreys conclut que : « *il est impossible d'appliquer les théorèmes d'inversion du calcul des probabilités classique aux propensions de manière directe* » (1985, p568). Par conséquent, les propensions ne peuvent pas être des probabilités, et l'interprétation propensionniste ne satisfait pas le calcul des probabilités. On ne peut pas, pour dire autrement, établir un isomorphisme entre les relations de propensions et les probabilités.

On conclut que la thèse de l'identité entre propension et

probabilités est intenable. Les probabilités ne peuvent pas être des propensions. Ce même raisonnement soulève également des doutes par rapport à l'indispensabilité du calcul de Kolmogorov dans la description des phénomènes de propension, mais il n'est tout de même pas suffisant pour démontrer directement la dispensabilité de ce calcul. Pour cela on doit faire un pas de plus.

c) Conséquences

Certains auteurs ont utilisé le résultat de Humphreys pour dire que la théorie propensionniste doit être abandonnée⁹. Cela revient à donner la priorité au calcul de Kolmogorov face à la notion de propension. Le problème est que, comme on a vu à partir de l'argument de la différence comportementale cité plus haut, on dispose de raisons indépendantes au débat sur l'interprétation des probabilités pour postuler la notion de propension. Elles constituent effectivement des explications causales des événements : il est donc légitime de parler de propensions comme étant mesurées de manière approximative par les probabilités. On ne peut pas, par conséquent, abandonner la théorie propensionniste seulement sur la base du paradoxe de Humphreys. Dans cette même perspective, en considérant la notion de propension comme la notion primitive, *i.e.* en donnant la priorité à la notion de propension et non au calcul de Kolmogorov, certains auteurs, notamment Fetzer et Popper, ont interprété le paradoxe de Humphreys comme un indice de l'insuffisance du calcul de Kolmogorov à s'adapter aux phénomènes de propensions qu'il est censé décrire. Leur réponse fut alors de proposer des axiomatisations différentes pour le calcul des probabilités qui permettent de rendre compte de l'asymétrie de la relation causale.

On a ici deux choses : d'une part, des raisons indépendantes pour postuler la notion de propension et d'autre part, des calculs des probabilités différents de celui de Kolmogorov pour décrire ces propensions. Lorsqu'on met ces deux remarques ensemble, il semble impossible de maintenir que le calcul de Kolmogorov soit indispensable pour expliquer les phénomènes de propensions. Mais on peut aller encore plus loin : en tant que les dispositions ont un rôle explicatif, alors on peut imaginer que les propensions puissent constituer une explication

⁹ Notamment Salmon (1979) et Milne (1986).

alternative (non probabiliste) des phénomènes étudiés par le calcul des probabilités. Dans cette perspective, la théorie propensionniste est capable de jouer un rôle dans le débat entre platonisme et nominalisme : elle donne la possibilité de remplacer le calcul des probabilités par autre chose. On verra ainsi que la notion de propension devient une manière d'interpréter de façon nominaliste les énoncés probabilistes des sciences empiriques. Balaguer a précisément fait appel à la notion de propension dans sa tentative de nominalisation de la mécanique quantique.

3) *Nominalisme et propension : la nominalisation de la mécanique quantique*

Popper a développé la théorie propensionniste précisément pour rendre compte des probabilités singulières de la mécanique quantique. Balaguer ira encore plus loin en utilisant cette notion de propension pour donner une version nominaliste de la mécanique quantique. Mais avant d'aborder cet usage de la notion de propension, il serait utile de voir la motivation de ce travail et le modèle sur lequel il se base. On présentera donc brièvement le programme nominaliste de Field.

a) *Science without Numbers*

Dans *Science without Numbers*, Hartry Field veut montrer (1) que les mathématiques n'ont pas besoin d'être vraies pour être utiles en sciences et (2) qu'elles ne sont pas indispensables pour les sciences. Si le programme de Field aboutit, il est clair que l'argument d'indispensabilité serait ébranlé. Cela serait un coup considérable pour l'entreprise réaliste, surtout si on considère à l'instar de Field, que l'argument d'indispensabilité est le seul bon argument qu'on a pour croire à l'existence des entités mathématiques. On se concentrera ici sur la deuxième partie de son programme : le projet consistant à montrer que les théories scientifiques peuvent être nominalisées, *i.e.* qu'on peut en principe éliminer de nos théories scientifiques toute référence aux entités abstraites. Si Field a raison, alors les mathématiques ne font que formuler en termes abstraits ce qui peut être formulé en termes physiques. Appliquer les mathématiques au monde physique revient donc à « trouver

les 'contreparties abstraites' »¹⁰ des énoncés physiques dans une théorie nominaliste.

Selon Field, le passage du concret vers l'abstrait peut se faire à partir d'un « *théorème de représentation* ». Si on possède un théorème de cette sorte, qui établit un homomorphisme entre une structure mathématique et une théorie nominaliste, on aura une méthode pour passer des énoncés concrets à leurs contreparties abstraites et par là même, pour passer des contreparties abstraites aux énoncés concrets. Un premier exemple de théorème de représentation est fourni par l'axiomatisation de la géométrie euclidienne par Hilbert : elle permet de remplacer toute référence aux nombres réels (et donc toute notion de longueur) par des notions primitives (point et région de l'espace) et par des prédicats de relation (« entre » et « congruence »). Ensuite le théorème de représentation de Hilbert définit une fonction permettant d'associer des couples de nombres réels à des points de l'espace, en conservant un homomorphisme entre la structure des réels et le système axiomatique nominaliste. L'axiomatisation de Hilbert est ainsi conçue comme une description nominaliste de l'espace physique. Ce que Hilbert fait avec la géométrie euclidienne, Field le fait avec l'espace-temps newtonien à quatre dimensions en prouvant un « *théorème de représentation étendu* » qui lui permet de nominaliser la théorie gravitationnelle de Newton. Ce programme de nominalisation, selon Field, doit pouvoir être étendu à d'autres théories scientifiques. On ne voudrait pas entrer dans les détails techniques de ce programme (voir Field, 1980), mais l'exposé qu'on a fait doit être suffisant pour pouvoir aborder la nominalisation de la mécanique quantique par Balaguer.

b) Nominalisme et mécanique quantique

En 1982, Malament a soulevé des doutes à l'égard de la portée que pourrait avoir le programme nominaliste de Field: « *la stratégie de nominalisation de Field, même si elle fonctionne dans certains cas, est assurément un échec lorsqu'elle est appliquée à d'autres théories physiques pertinentes* ». Il y a, effectivement, certaines théories scientifiques pour lesquelles on ne voit pas comment il serait possible de donner une formulation nominaliste. C'est le cas notamment de la mécanique quantique. En

¹⁰. La *contrepartie abstraite* est la version mathématisée d'un énoncé nominaliste.

mécanique quantique, pour représenter un système quantique on utilise des vecteurs dans un espace de Hilbert. Par ailleurs, pour représenter un événement quantique, on utilise des sous-espaces fermés d'espaces de Hilbert. Ainsi, on mesurera un observable A , à partir d'un sous-espace fermé $CS(A, \Delta)$ de l'espace de Hilbert H , où Δ est une tribu borélienne de nombre réels pouvant être la valeur de A . On représente donc un état quantique possible (ψ) par un vecteur v de H , tel que v est dans $CS(A, \Delta)$ s'il y a une probabilité de 1 que la mesure de A par v ait une valeur dans Δ . Ce qu'il est important de remarquer ici est que, en mécanique quantique, il n'y a pas proprement de prédictions déterministes. On représente le comportement des entités quantiques en termes de probabilité. Balaguer (1996) écrit ainsi :

«[...] un état quantique ψ assignera à chaque proposition, ou événement, (A, Δ) , un nombre réel dans $[0,1]$; r est la probabilité que l'événement (A, Δ) adienne si un système défini par ψ est mesuré pour A [...] Par conséquent, chaque état quantique détermine une fonction de probabilité des propositions ou événements quantiques vers $[0,1]$.»

La mécanique quantique est, en effet, une théorie probabiliste. Par conséquent, nominaliser la mécanique quantique reviendrait à éliminer la référence au calcul des probabilités.

Balaguer se propose de montrer qu'une telle nominalisation est, en principe, possible à travers la notion de propension. L'idée c'est d'interpréter le calcul des probabilités comme mesurant la propension d'un système quantique. Les espaces de Hilbert représenteraient ainsi des « propriétés de propension ». De manière générale, on dirait que « les énoncés probabilistes de la mécanique quantique, sont à propos des propensions physiques réelles des systèmes quantiques » (p. 217). Celle-ci est clairement une interprétation propensionniste des probabilités (et de la mécanique quantique¹¹). Le but est donc de voir comment cette interprétation est capable de jouer un rôle dans le projet nominaliste.

Balaguer commence par établir un homomorphisme entre les sous-espaces dans un espace de Hilbert et les propensions. On sait que « chaque état quantique peut être conçu comme une fonction des événements (A, Δ) aux probabilités ». Ainsi, chaque état représente une

¹¹. Pour une telle interprétation voir Maxwell (1988).

paire ordonnée de la forme : $\langle (A, \Delta), r \rangle$, où r est la probabilité de l'événement (A, Δ) . Balaguer interprète cette fonction de probabilité comme la propension r d'avoir une valeur Δ pour une mesure A . On dénote donc la propension de la façon suivante : (A, Δ, r) . On définit maintenant $S(P)$ comme l'ensemble de propensions de la forme (A, Δ, r) . Ainsi, la relation d'homomorphisme entre les propensions et les probabilités sera donc définie comme l'homomorphisme entre le treillis¹² construit à partir de l'ensemble de propensions $S(P)$ et le treillis construit à partir de l'ensemble de sous-espaces de l'espace de Hilbert $S(H)$ qui correspondent à A . Pour démontrer cet homomorphisme, Balaguer ne prouve pas un théorème de représentation, mais il montre la plausibilité de prouver un tel théorème en considérant (1) qu'à chaque propension correspond un état quantique ψ et (2) en faisant appel à des prédicats de relation nominalistes entre les systèmes quantiques qui utilisent la notion de propensions¹³. On ne voudrait pas entrer davantage dans des détails techniques (pour cela voir Balaguer, 1996) ; cependant, on peut tout de même remarquer que ces prédicats relationnels qu'introduit Balaguer ont la même fonction que les prédicats « entre » et « congruence » de Field : ils sont supposés transformer des énoncés mathématiques en énoncés nominalistes. Dans la nominalisation de Field, on a vu que le prédicat de « congruence » par exemple, permet d'obtenir la notion mathématique de « distance ». De la même manière, la notion de propension permet de transformer des énoncés probabilistes en énoncés physicalistes. On pourrait ainsi dire, à l'instar de Field, que la probabilité est la « contrepartie abstraite » de la propension.

Conclusion

Nous n'avons voulu défendre aucune position dans le débat entre nominalisme et platonisme; et en réalité, ce qu'on a dit ne constitue strictement, ni une réfutation du platonisme, ni une défense du nominalisme. On ne prétendait qu'explorer certaines conséquences de la théorie propensionniste dans ce débat. La nominalisation de Balaguer est

¹². Un *treillis* est un ensemble partiellement ordonné dans lequel chaque paire admet une borne supérieure et une borne inférieure.

¹³. Ajoutons au passage qu'un théorème de représentation de cette sorte devrait probablement prendre en compte une axiomatisation différente de celle de Kolmogorov précisément pour éviter le paradoxe de Humphreys.

incomplète et retrouve des problèmes considérables, mais si elle est, en principe, plausible, alors la notion de propension y est centrale. Il est aisé de voir ainsi la pertinence de la théorie propensionniste pour la philosophie des mathématiques. La notion de propension peut, en effet, avoir un rôle dans le débat entre nominalisme et platonisme : elle permet de concevoir les propensions dans les systèmes quantiques de façon indépendante du calcul des probabilités ; il est alors possible, en principe, de faire appel à cette notion pour expliquer des interactions physiques sans pourtant faire appel à des entités mathématiques. Par conséquent, la théorie propensionniste des probabilités est capable de fournir un outil pour la nominalisation de la mécanique quantique.

Mais on avait ici deux objectifs différents : d'une part, expliquer comment la notion de propension de la théorie propensionniste joue un rôle dans le débat autour de l'indispensabilité des mathématiques ; et d'autre part, montrer que la philosophie des mathématiques et la philosophie des probabilités sont des disciplines qui peuvent avoir des conséquences importantes l'une sur l'autre. Ces deux objectifs sont de natures très différentes, et leurs réalisations sont indépendantes l'une de l'autre. Il est possible, en effet, que la caractérisation des dispositions ici exposée s'avère incorrecte, ou que la nominalisation de Balaguer soit prouvée impossible, ou encore, que la théorie propensionniste soit finalement abandonnée. Dans ce cas, on serait obligé d'abandonner également la thèse générale du rôle nominaliste de la notion de propension. Il n'en reste pas moins que l'objectif général, lui, resterait atteint. Effectivement, même s'il n'est pas le cas que la propension peut jouer un rôle dans le nominalisme, on a tout de même mis en évidence la possibilité de créer des liens entre la philosophie des mathématiques et la philosophie des probabilités, et cette possibilité constitue clairement une motivation pour poursuivre l'échange entre ces deux disciplines¹⁴.

Bibliographie

- Balaguer, M. (1996) - Towards a Nominalization of Quantum Mechanics (*Mind*, Vol. 105(418), p. 209-226)
- Fetzer, J. H. (1981) - *Scientific Knowledge: Causation, Explanation and*

¹⁴. Je souhaite remercier Jean-Baptiste Rauzy et Isabelle Drouet pour toute leur aide et leurs précieux commentaires, et Edith Girval pour nos discussions stimulantes.

- Corroboration* (Dordrecht, Boston, D. Reidel, « Boston Studies in the Philosophy of Science »)
- Field, H. H. (1980) - *Science without Numbers: a Defense of Nominalism* (Princeton, Princeton University Press)
- Humphreys, P. (1985) - Why Propensities Cannot be Probabilities (*The Philosophical Review*, vol.94(4), p. 557-570)
- Kolmogorov, A. (1956) - *Foundations of the Theory of Probability* (New York, Chelsea Publishing Company)
- Malament, D. (1982) - Review of Science without Numbers: A Defense of Nominalism (in Resnik, Michael (ed.) (1995), *Mathematical Objects and Mathematical Knowledge*, Farnham, Burlington, Ashgate Publishing, p. 75-86)
- Maxwell, N. (1988) - Quantum Propensiton Theory : A Testable Resolution of the Wave/Particle Dilemma (in *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 39(1))
- Mellor, D. H. (2004) - *The Matter of Chance* (Cambridge, Cambridge University Press)
- Mellor, D. H. (2005) - *Probability : A Philosophical Introduction* (London, Routledge)
- Miller, D. W. (1995) - Propensities and Indeterminism (in O'Hear, Anthony (ed.), *Karl Popper: Philosophy and Problems*, Cambridge, Cambridge University Press)
- Milne, P. (1986) - Can there be a Realist Single-Case Interpretation of Probability? (*Erkenntnis*, vol. 25(2), p129-132)
- Mumford, S. (1998) - *Dispositions* (Oxford, Oxford University Press)
- Peirce, C. S. (1957) - Notes on the Doctrine of Chance (in *Essays in the Philosophy of Science*, New York, The Liberal Arts Press, « The American Heritage Series », p74-84)
- Popper, K. (1959) - The Propensity Interpretation of Probability (*The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 10(37), p. 25-42)
- Popper, K. (1990) - *A World of Propensities* (Bristol, Thoemmes)
- Salmon, W. (1979) - Propensities: a Discussion Review of D.H. Mellor, *The Matter of Chance* (*Erkenntnis*, vol.14(2), p183-216)
- Williamson, J. (2008) - Philosophies of Probability (in Irvine, Andrew, D. (ed.), *Handbook of the Philosophy of Mathematics*, Oxford, Elsevier, North Holland)