6-28-2012

Lógica básica

Alfonso Cabanzo

Alfonso CABANZO

Lógica BÁSICA

UNIVERSIDAD DE LA SALLE
Educar para Pensar, Decidir y Servir

Facultad de Ciencias de la Educación
Bogotá
2012

Cabanzo, Alfonso
Lógica básica / Alfonso Cabanzo.-- Bogotá : Universidad de la Salle, 2012.
292 p. ; 22 cm.
Incluye bibliografía.
ISBN 978-958-857-25-π
1. Sintaxis 2. Análisis gramatical 3. Semántica 4. Arte de escribir I. Tít.
415 cd 21 ed.
A1349390
CEP-Banco de la República. Biblioteca Luis Ángel Arango

Lógica BÁSICA
Alfonso Cabanzo

ISBN: 978-958-8572-55-0
Primera edición: Bogotá D.C., junio del 2012

Edición:

Oficina de Publicaciones
Cra. 5 No. 59A-44 Edificio Administrativo 3er piso
P.B.X.: (571) 348 8000 Ext.: 1224-1227
publicaciones@lasalle.edu.co

Dirección

Hno. Fabio Humberto Coronado Padilla, Fsc.
Vicerrector Académico

Guillermo Alberto González Triana
Dirección Editorial

Sonia Montaño Bermúdez /Marcela Garzón Gualteros
Coordinación Editorial

María Elvira Mejía
Corrección de Åstilo

Andrea Julieth Castellanos
Diseño y diagramación

Giovanny Pinzón Salamanca
Diseño de portada

Editorial Kimpres Ltda.
Impresión

Contenido

Introducción

En la actualidad, existen muchos textos de lógica. En el medio académico actual se encuentran los siguientes: Xavier Caicedo, *Elementos de lógica y calculabilidad*; Alberto Campos, *Lógica y geometría griegas anteriores a Euclides*; Irving Copi, *Introducción a la lógica*; Deaño, *Introducción a la lógica formal*; Gamut, *Logic, Language and Meaning*; Quine, W. V.; *Los métodos de la lógica;* Suppes y Hill, *Introducción a la lógica;* Páez, *Introducción a la lógica moderna;* Andrade et ál., *Lógica y pensamiento formal.* Sobre teoría de conjuntos están: Muñoz, *Introducción a la teoría de conjuntos*; Badesa et ál., *Elementos de lógica formal.* Sobre argumentación, Toulmin, *Los usos de la argumentación*; Fisher, *The Logic of real Arguments*; Weston, *Las claves de la argumentación*; Perelman, *El imperio retórico* y el *Tratado de la argumentación*. Muchos de ellos son insuperables. Por ejemplo, no hay un texto que abarque más temas y de manera más clara que el de Copi: argumentación, lógica deductiva e inductiva y probabilidad; su mayor ventaja es la cantidad de ejemplos y ejercicios que trae. Sus mayores desventajas el precio y el hecho de que no explica cómo hacer la mayoría de ejercicios sobre argumentación.

Este libro es una compilación de muchos temas tratados de manera dispersa en todos los texto anteriores, esperando poder aportar un elemento nuevo. Las explicaciones de los ejercicios de lógica se hacen basadas en los problemas que han tenido mis estudiantes en ocho años de enseñanza de la lógica formal. He dictado cursos de lógica, argumentación, semiótica y análisis de textos en la Escuela

Colombiana de Ingeniería, la Universidad del Rosario y la Universidad de La Salle. Asimismo, he tenido estudiantes de Ingeniería, Economía, Administración, Psicología, Antropología, Sociología, Historia, Lenguas y, por supuesto, Filosofía.

Este libro, específicamente, está pensado para los alumnos de nuestro medio, pensado para abordar los problemas de lectura y razonamiento que se presentan efectivamente en nuestras aulas de clase. En el contexto colombiano, tan dado al seguimiento de reglas absurdas y burocráticas, así como a saltarse normas básicas de convivencia; estas lecciones se han centrado en el desarrollo de la capacidad de seguir reglas, buscar reglas válidas, en la búsqueda de métodos que nos permitan razonar sobre nuestros actos y sus consecuencias y, obviamente, en el desarrollo de la capacidad de criticar los argumentos presentados en un texto. Muchas de las explicaciones que he dado aquí son el producto de respuestas a las preguntas de estos estudiantes; los consejos, las definiciones dadas, la metodología misma y las explicaciones de algunas deducciones las diseñé específicamente para presentarlas en mis clases, a fin de solucionar dudas sobre los procedimientos.

El apartado sobre lo que los lingüistas llaman pragmática, que es tratado en otros países de manera formal, es un resumen de las herramientas teóricas que uso yo mismo para guiar a mis estudiantes en el análisis de los argumentos que deben formalizar en los cursos de lógica. Los textos reales están llenos de premisas implícitas, cuando no se están presuponiendo indebidamente. Hay innumerables preguntas retóricas, indirectas, análisis, elipsis, ironías, metáforas y, en general, estructuras gramaticales que dificultan la comprensión y el análisis del lenguaje hablado y escrito, sobre todo, si se es un estudiante que apenas entra a la universidad. Por ello, me he dado cuenta de lo invaluable que es saber las bases de la teoría de *Actos de habla*, no al estilo de Habermas, como fundamento de una posición filosófica abstracta sobre el diálogo, sino al mejor estilo de los lingüistas, como una herramienta que nos suministra métodos prácticos, para entender y producir expresiones del lenguaje aquí y ahora. Es aquí y ahora que se debe entender un argumento como una petición: la petición racional de que se acepte la conclusión en virtud de las premisas que ofrece quien argumenta. Pero, esta fuerza directiva, esta petición, es indirecta muchas veces y los estudiantes no la detectan, haciendo que se confunda muchas veces lo justificado con la justificación. Por ello la introducción de este tema.

En lo posible, he tratado de usar no solo ejemplos y ejercicios inventados, sino también reales, ya sea tomados de textos de lógica misma o bien de textos de filosofía, literatura y artículos de opinión. La lógica es una herramienta para usar en la vida diaria y, a veces, lo olvidamos en los cursos.

Por otra parte, el apartado sobre lógicas no clásicas obedece a una necesidad específica: hay muchas lógicas, pero no en el sentido trivial, ramplón y relativista que se ha adquirido ahora en la academia colombiana, sino en el siguiente: los sistemas formales son innumerables, pues se pueden construir muchos y muy variados, y hay diversas maneras de hacer esto. Pero esta diversidad también es producto de una rigurosidad de pensamiento que no poseen muchos de quienes afirman "metafóricamente" que hay "muchas lógicas", como la de la "disyunción, excluyente y reduccionista" y la de la "conjunción, abarcadora y holista".

He diseñado unos árboles de forzamiento semántico para estas lógicas no clásicas, con los cuales se pueden hacer análisis de argumentos sencillos y demostrar su validez. Esta era una herramienta que hacía falta y que no he visto, salvo en el de Páez, con algunas diferencias que los hacen más complejos de manejar, en *ninguno* de los trabajos mencionados, ni siquiera en el Gamut. La idea es que con estos sistemas formales alternativos se puede iniciar un estudio de contextos en el cual las posibilidades, las creencias, las expresiones jurídicas, como *deber* y *obligación*, se pueden estudiar rigurosamente. Esto de manera análoga a como los físicos crean modelos que contrastan continuamente con la realidad que nos circunda. Por supuesto, aquellos sistemas ya estaban creados, pero su enseñanza era oscura y reservada para algunos especialistas en las escuelas de filosofía. Sin embargo, los trabajos de Andrade et ál. (2008) y de Páez (2007) cambiaron esto, pues incorporaron en un sencillo texto los elementos básicos de la lógica intensional. Espero que mi presentación de los árboles también ayude a esta función: aspirantes a críticos literarios, administradores, psicólogos y economistas podrán hacer modelos muy sencillos del funcionamiento de enunciados como “creo que *p*”, “es posible que *p*”, “prefiero *p*” y similares, sin tener que esperar a un posgrado en alguna universidad extranjera. Lo hice pensando en que, así como algunos se entretienen formalizando con sistemas clásicos, puedan hacerlo con sistemas no clásicos sin tanto problema.

El apartado sobre teoría de conjuntos era necesario: primero, para aclarar los conceptos básicos usados en la semántica de la lógica de proposiciones, de la de predicados y de la modal, pero también porque es una herramienta muy útil para el análisis de los fenómenos sociales. Por ello, el énfasis en las definiciones usando conceptos como el de complemento, conjunto referencial y otros. Esta metodología se usa con más o menos rigor en los cursos de semiótica, por ejemplo, pero los estudiantes carecen de los elementos lógicos básicos para entender su funcionamiento y, por ende, para aprovechar al máximo los recursos que el análisis estructuralista del significado le aportó al estudio de la interpretación de los fenómenos lingüísticos.

Con respecto a la distribución de la obra, soy consciente de que no es la mejor. Habría sido conveniente dar unas pequeñas bases de teoría de conjuntos antes de iniciar el estudio de la semántica formal. Pero, aquella presupone una capacidad de inferencia desarrollada, capacidad que no se obtiene fácilmente a menos que se haya hecho un estudio previo sobre deducción. Por tanto, el estudiante debe saltar de un capítulo a otro para aclarar algunos conceptos; siempre es mejor esto que saltar de un libro a otro cuando el acceso a estos es difícil o costoso. Por ello, se anexa un índice analítico y, asimismo, he numerado y he indicado en el contenido cada regla introducida, cada consejo, cada proposición requerida para entender las demostraciones más complejas. Traté al máximo de no llenar el libro con cadenas extremadamente largas de pruebas, al mejor estilo de los textos de matemáticas, pues finalmente mi público objetivo esperado no sabe más de las tres cosas que vio en su educación secundaria y no está acostumbrado a manejar cadenas largas de teoremas. Espero que el estudiante se interese por profundizar en estas materias cuando aparezcan dudas con respecto a temas eminentemente metalógicos y filosóficos, como el de la completitud, o sobre la manera adecuada de formalizar un argumento del lenguaje común. Por esta razón, las referencias, la bibliografía y las posturas críticas en un manual. Veamos pues la distribución del texto.

En el primer capítulo expongo brevemente una distinción entre el pensamiento concreto y el abstracto; con ello, espero ilustrar la importancia de desarrollar este último y el papel que en ello desempeña la práctica de la lógica. Asimismo, explico tres conceptos omnipresentes en toda discusión sobre los razonamientos, pero que casi siempre se dejan de lado: la deducción, la inducción y la abducción.

En el segundo capítulo inicio directamente el estudio de la lógica clásica de proposiciones, esto es, la lógica que se centra en el estudio de los conectores lógicos clásicos: negación, conjunción, etc. El estudio es directo, sin preámbulos, esperando que el lector se familiarice primero con las técnicas sintácticas de manipulación de signos y luego con su interpretación formal. Para suplir este defecto, que hace ver la lógica como un juego, presento una herramienta de análisis del lenguaje en el capítulo tres: la teoría de actos de habla. Con ella brindo herramientas para que el estudiante aprenda a identificar los diferentes usos que se hace de la lengua en el contexto cotidiano y brindo un algoritmo que le ayude a diferenciar textos argumentativos de otros tipos de textos. El capítulo, aunque breve, es el eje central de este libro. Ello debido a que muchos estudiantes pueden dominar muy bien la deducción, pero rara vez pueden aplicar estos conocimientos en sus análisis de argumentos reales. Como dije, muchos de los razonamientos allí expuestos como ejercicios están tomados de libros reales, manuales como el de Copi y Pérez, pero también textos que no buscan ser manuales de argumentación, pensados para justificar una tesis de manera informal y no para hacer ejercicios. Esto hace que su análisis sea enriquecedor.

En el cuarto capítulo presento la *lógica de predicados de primer orden*, que se centra en el estudio de la estructura interna de las proposiciones, la estructura *individuo-predicado lógico.* Hay un acápite dedicado a los silogismos categóricos aristotélicos, pero analizados con las herramientas de la lógica de predicados, no como sistema mismo. Ello porque algunos de sus esquemas, si no todos, siguen siendo muy utilizados hoy en día en la práctica académica cotidiana y, por esto, son útiles para aprender a formalizar argumentos reales.

El quinto capítulo es una breve introducción a la teoría de conjuntos y allí muestro algunas ideas sobre cómo aplicar las técnicas conjuntistas a las Ciencias Humanas. Aunque la teoría de grupos ha sido más utilizada para esta labor, su estudio requeriría todo un libro completo, razón por la cual no he podido profundizar más aquí. Brevemente, en el sexto capítulo expongo dos sistemas no clásicos: la lógica modal de proposiciones y la lógica modal de predicados. Si los anteriores capítulos han quedado bien hechos y comprendidos, el entendimiento de esta sesión, muy técnica, será fácil de lograr. Repito muchos de los conceptos antes estudiados, pero mostrando su aplicación en el desarrollo de un sistema más amplio que los expuestos anteriormente.

De acuerdo con la teoría de la información, en ciertos contextos la redundancia garantiza que el mensaje sea captado más fácilmente, salvando así las distorsiones del medio. Espero que la repetición de información sea perdonada por esta razón y ello garantice una comprensión mayor de este trabajo.

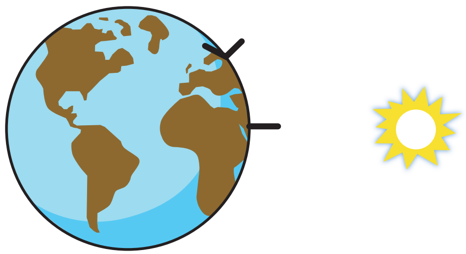
Finalmente agradezco, en primer lugar, a mis estudiantes, quienes han tenido que padecer, corrigiendo, los errores de los borradores del libro. Han sido muchos a lo largo del año de elaboración de este, más el año de prueba, de manera que si olvido a alguno pido de antemano disculpas: Isabella Díaz Rengifo, Paula Vanessa Camacho, Daniela Santafé Beltrán y Juan Raúl Loaiza. En segundo lugar, agradezco a mi familia, a mi hermana, que leyó, por supuesto, los borradores, y a todas aquellas personas que colaboraron con la elaboración de esta publicación.

En tercer lugar, agradezco a la Universidad de La Salle por el apoyo al publicar el libro; al vicerrector académico, Hno. Fabio Humberto Coronado Padilla, Fsc; a la Facultad de Ciencias de la Educación, especialmente al Hno. Alberto Prada San Miguel, decano de esta.

1. Lo concreto y lo abstracto

La lógica es la ciencia que busca las leyes que determinan cuándo un argumento es correcto y cuándo no. Un argumento es un conjunto de oraciones asertivas que justifican, prueban o dan razón de otra. A las primeras, las llamamos premisas y a la última, conclusión. Es algo sencillo, pero, en el fondo, esconde una complejidad por muchos desconocida. Generalmente, pensamos que *argumentar* es lo mismo que *opinar,* pero es un gran error. Cualquiera puede *opinar,* pero no cualquiera puede justificar sus opiniones, menos con argumentos correctos. Es así como aseverar que la Tierra es redonda no es en absoluto igual a afirmar que lo es porque si salimos navegando hacia el oriente llegaremos al mismo punto, pero por el occidente; aun hoy en día muchas personas no están en capacidad de probar así su afirmación. Mucho menos, están en capacidad de hacer lo que hizo Heratóstenes hace más de dos mil años: supuso que, dado que en su ciudad natal, Siena, durante el solsticio de verano al medio día no había sombra, si la tierra fuera plana, en la ciudad Alejandría a la misma hora, tampoco habría sombra. Cuenta la leyenda que puso a caminar a un esclavo de Siena hasta Alejandría para verificar si en esta había o no sombra al medio día. Como no la había, no se podía seguir manteniendo que el lugar donde vivimos es plano. Incluso, llegó a calcular el diámetro de este planeta y su margen de error fue sorprendentemente poco.

Figura 1.



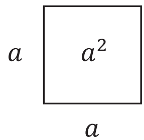
Fuente: elaboración propia.

Sin duda, fue un descubrimiento grandioso el de este físico griego: concluir esto solo mediante razonamientos y observaciones. Pero la argumentación no está destinada únicamente a los grandes matemáticos y científicos: en la vida diaria la usamos. El estudiante que dice: “siempre que el profesor viene, deja su carro en el parqueadero, y como hoy no está su auto, no vino” da un argumento que trata de probar la verdad de la conclusión a partir de las premisas. La lógica nos dirá que el argumento anterior es válido: si “siempre que el profesor viene, deja su carro en el parqueadero” es verdadera y, además, es verdadero que “no está su auto”, tendremos que aceptar la oración “el profesor no vino”. Quizás, nos diga también que la primera es falsa, lo que hace al razonamiento poco sólido. En particular, esta ciencia se centra en la *forma* y no tanto en el *contenido* de los razonamientos. De ahí su nombre de *lógica formal.* No obstante, esta afirmación es algo inexacta: cuando hablamos de verdad o falsedad de las oraciones, nos centramos en su significado y, por ello, también consideramos su *contenido,* aunque de la manera más general posible. Esta oposición ha sido crucial en el desarrollo científico, pero no pocas veces ha causado tantos enredos, en particular, porque se suele olvidar: nos centramos muchas veces en la forma, tanto que el contenido se pierde, lo que dificulta la comprensión de las demostraciones y las argumentaciones. La matemática nos da el mejor ejemplo de ello.

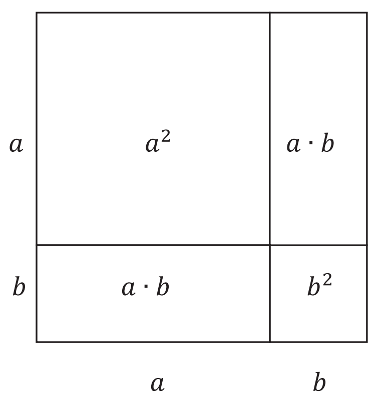
Veamos la siguiente ecuación:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

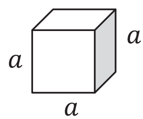
Esta fórmula suele expresarnos una forma, pero pocas veces el profesor se toma la molestia de recalcarle al alumno qué significa. Por ejemplo, no se hace ninguna asociación entre la multiplicación aritmética y el cálculo del área de una figura geométrica. Con ello, se olvida lo siguiente: el cuadrado de un número a^2 es simplemente el *cuadrado* cuyo lado mide a:



Según esto, a^2 es una manera general, abstracta, de decir "el cuadrado cuya área se calcula multiplicando la magnitud a por sí misma". Por supuesto, $(a + b)^2$ es una forma abreviada de decir: "el cuadrado cuyo lado es $a + b$". La ecuación mencionada dice simplemente: "el cuadrado cuyo lado es $a + b$ es el resultado de tomar un cuadrado cuyo lado es a, sumado a dos rectángulos cuyos lados son a y b sumados a otro cuadrado cuyo lado es b". La representación gráfica no solo nos explica esta ecuación, sino que también se convierte en una especie de demostración intuitiva o gráfica:



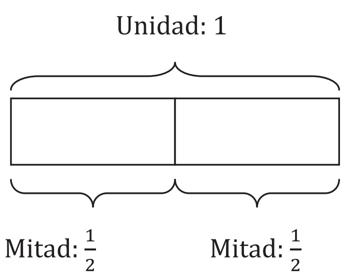
En resumen, a^2 es decir: "un cuadrado cuya área se calcula así: $a.\ a$". Este olvido hace que la enseñanza de las matemáticas sea ardua: primero, porque se deja atrás su aplicación práctica. Segundo, porque esta omisión nos obliga a centrarnos en los símbolos, aparentemente carentes de todo sentido, haciendo difícil su manipulación. De ahí que la disciplina se convierte en una técnica de manejo de garabatos absurdos. Pero, la abstracción en sí no es mala: al hablar de signos con muchas interpretaciones, podemos *generalizar* y aplicar los resultados a campos más amplios. Es así como podemos calcular *volúmenes*, como cubos: a^3 sería la representación de una figura tridimensional. Limitaciones obvias nos impiden presentarlo tal cual, pero podemos intentarlo:



La representación de $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ sería ya más engorrosa. El lector puede tratar de demostrarla en tres dimensiones, haciendo las figuras con cartón. Lo mismo sucede con otros principios matemáticos simples:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Esta suma simplemente representa la operación de dividir una unidad en dos mitades para luego volverlas a pegar:



Podemos abstraer aún más y demostrar:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Nótese que no alcanzamos a imaginarnos una figura geométrica como a^n. Nuestro intelecto nos permite, no obstante, comprender la definición:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots n \; veces$$

A partir de esta definición sabemos que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \ldots n \; veces$$

Como sabemos, multiplicar fraccionarios, tenemos que:

$$\frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots n \; veces}{b \cdot b \cdot b \cdot b \ldots n \; veces} = \frac{a^n}{b^n}$$

Sin capacidad de abstracción, la prueba no se puede entender. No hay intuición que nos permita aprehenderla en su totalidad desde la perspectiva geométrica. Y este grado de generalidad nos permite aplicar este conocimiento abstracto posteriormente a muchos casos particulares. Sabemos gracias a esta regla demostrada que:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

Esto gracias a que reemplazamos en la regla general la letra a por el 3, la letra b por el 5, y la letra n por el 2. El conocimiento de los principios generales nos ayuda a solucionar casos particulares.

La lógica formal parte igualmente de lo concreto, el lenguaje cotidiano y sus argumentos, para ir haciéndose cada vez más abstracta. Nos suministra leyes y, posteriormente, estas leyes nos ayudarán en los casos particulares. Su estudio busca generar esa capacidad de abstracción de ver el esquema abstracto, para poder aplicarlo al caso concreto. Este procedimiento se suele llamar *deducción*. Ahora veámoslo definido un poco de manera más clara, para diferenciarlo de lo que en lógica se llama *deducción formal*.

1.1. Deducción

La definición tradicional afirma que la deducción es el paso de lo general a lo particular. Y es cierta, pero incompleta. También es el paso de premisas que, si son verdaderas, prueban concluyentemente la conclusión. El ejemplo típico es el siguiente: "Todas las bolas de esta bolsa son blancas. Estas bolas estaban en esta bolsa, por tanto, son blancas" (Eco, 1991). Si todas las bolas de la bolsa son blancas, no hay posibilidad de que las bolas tomadas de allí sean de otro color; si sacamos una bola negra, necesariamente tendríamos que negar alguna de las premisas: estábamos equivocados, no todas las bolas eran blancas, o bien, la bola negra no proviene de la bolsa: se nos coló de alguna manera. En general, la matemática es una disciplina que utiliza esta técnica de la deducción de principio a fin.

1.2. Inducción

Otras disciplinas, como la física, la economía o la filosofía también usan la deducción, pero es muy usual que sustenten sus premisas sobre otros tipos de razonamientos. El más frecuente es el inductivo. Continuando con el ejemplo de Eco, tenemos un razonamiento de este tipo en el siguiente caso: todas estas bolas son blancas. Estas bolas estaban en esta bolsa, por tanto, posiblemente todas las bolas de esta bolsa son blancas. Las premisas son verdaderas, pero la conclusión no es necesaria: podría suceder que la última bola sacada sea negra, con lo cual la conclusión quedaría desvirtuada. La diferencia con el caso anterior (deductivo) es patente: allá, si las premisas son verdaderas, no hay opción; en este caso, aun cuando las premisas sean verdaderas, podría no darse la conclusión. En la física, hay inducción cuando se generaliza: la gravitación es una ley que se supone universal —que Newton supuso universal— a partir de su observación de los cuerpos en el ámbito terrestre. No pudo ver *todos* los objetos del universo. Pero *generalizó*: a partir de casos verdaderos en la Tierra, supuso que en otras partes del universo se daba dicha regla. En la Antropología, la Lingüística, la Psicología se echa mano de esta técnica: sus “leyes” son estadísticas y, por tanto, generalizaciones que son posibles, pero no necesariamente verdaderas.

1.3. Abducción

Finalmente, la abducción es más que un tipo de inferencia, el proceso que nos lleva a formular y descartar hipótesis (Peirce, 1935): “Todas las bolas de esta bolsa son blancas. Todas estas bolas son blancas, por tanto, probablemente, estas bolas provienen de esta bolsa”. La abducción nos permite organizar todo el razonamiento para que tenga sentido: la hipótesis sería “todas estas bolas provienen de esta bolsa”. ¿Cómo sabemos esto? Porque si esta hipótesis fuera cierta, reorganizaríamos todo el razonamiento de manera que la conclusión “todas estas bolas son blancas” se seguiría del postulado, y de la otra premisa “todas las bolas de esta bolsa son blancas”.

En general, la lógica que estudiaremos aquí será deductiva. Esto no significa que no tengamos en cuenta los otros tres procesos. Parte de la motivación para este libro es justamente el hecho de que aun en este tipo de deducciones el estudiante debe usar los otros dos procesos, a diferencia de las máquinas.