teorema
Vol. XXV/2, 2006, pp. 57-72

Crítica del isomorfismo de los modelos estructuralistas

David Calvo Vélez*

ABSTRACT

The aim of this paper is to reject the structuralist pretension to conceive of theoretical models as isomorphic to real structures of the world. By means of a series of examples drawn from physics I show that a phenomenon can be characterized in different ways, complementary and equivalent with each other, and such that none of them is more real or more fictive than the other ones. I defend firstly that the isomorphism relation can be hold only among algebraic structures, and, secondly, that Nature cannot be defined extensionally, as it were a set of fixed and immutable elements.

RESUMEN

Esta contribución rechaza la pretensión estructuralista de que los modelos puedan llegar a ser isomórficos con las estructuras reales del mundo. A través de una serie de ejemplos de la física muestro cómo un mismo fenómeno puede ser caracterizado de distintas maneras, todas ellas complementarias y equivalentes entre sí, sin que quepa hablar de qué representación es más real o ficticia que las demás. Defiendo que la relación de isomorfismo sólo tiene sentido entre estructuras algebraicas, y que la naturaleza no puede ser definida extensionalmente, como si fuera un conjunto de elementos fijos e inmutables para siempre.

INTRODUCCIÓN

La propuesta de la versión estructuralista, a través de Sneed (1971), Stegmüller (1981) y Moulines (1982), siguiendo las indicaciones de Suppes o el grupo Bourbaki, consiste en axiomatizar informalmente las teorías científicas, mediante predicados conjuntistas, y después buscar la clase de modelos que satisfacen el predicado que la define; la teoría queda así caracterizada extensionalmente por la clase de modelos que satisfacen los axiomas. Éstas son sus premisas básicas:

i) La teoría se define *extensionalmente* como la clase de sus modelos donde resulta verdadera.
ii) Si el modelo es adecuado, existe un *isomorfismo* entre estructuras abstractas y estructuras reales.
iii) Las leyes son de ámbito de aplicación *restringido*.
iv) Las aplicaciones *forman parte* de la teoría.

Ahora nos interesa, sobre todo, el punto ii), donde se pretende que la representación científica verdadera consista en un *isomorfismo* entre la estructura del modelo y la estructura de la realidad.

I. LA NATURALEZA DE LA REPRESENTACIÓN

Comenzaré mi argumentación en contra de las premisas estructuralistas exponiendo la definición precisa de isomorfismo dentro de la matemática, donde la palabra tiene un significado y un uso *reales*:

Un isomorfismo es un *homomorfismo biyectivo* [Burgos (1984), p. 399].

Dadas dos estructuras algebraicas $(X; *)$ e $(Y; \circ)$, la aplicación $f: X \to Y$ es un homomorfismo si $f(x_1 * x_2) = f(x_1) \circ f(x_2)$ para todo x_1, x_2.

A su vez, una estructura algebraica es un conjunto X que tiene una o varias operaciones $*, \circ, \ldots$ La operación no es más que una aplicación $X \times X \to X, (x, y) \mapsto x * y$.

De entrada, ya resulta sorprendente el hecho de que la naturaleza, o la realidad, pueda ser considerada una "estructura algebraica", con sus elementos y sus operaciones definidas, y con independencia de la estructura de nuestra representación. Pero sigamos con un ejemplo tomado del álgebra, donde el subcuerpo racional de todo cuerpo ordenado es isomorfo al cuerpo racional $\mathbb{Q}$. [Burgos, *ibid.*]

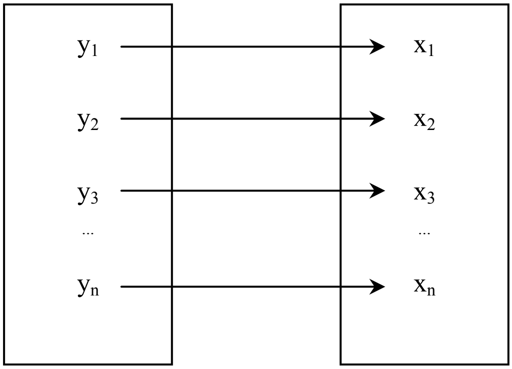
Sea $(K; +, \cdot, \leq)$ un cuerpo ordenado. El menor de sus subcuerpos sería el siguiente subcuerpo racional de K:

$$\mathbb{Q}_k = \{mu / un \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\} \ (u = \text{unidad de } K).$$

La aplicación $\mathbb{Q} \to \mathbb{Q}_k$, $m/n \mapsto mu / un$ es biyectiva, lineal para la suma y conserva el orden.

Aquí se da un isomorfismo entre cuerpos y conjuntos ordenados: el cuerpo de los números racionales $\mathbb{Q}$ resulta ser identificable con $\mathbb{Q}_k$.

Para que dos estructuras sean isomórficas tiene que haber una aplicación biyectiva entre ellas. Es decir, que la aplicación tiene que ser exhaustiva e inyectiva, de elemento a elemento. Los conjuntos tienen que ser equipotentes, tienen que tener el mismo cardinal: *el mismo número de elementos*. Y no sólo eso: tienen que darse dos operaciones, una en el conjunto inicial y otra en el conjunto final, tal que la aplicación de la operación$_1$ entre dos elementos de la primera estructura sea igual a la operación$_2$ entre las imágenes respectivas de aquellos elementos:



$$f(x_1 * x_2) = f(x_1) \circ f(x_2) = y_1 \circ y_2$$

Así definidas las estructuras, las operaciones y los isomorfismos, puede llegar a demostrarse, por ejemplo, que el conjunto de los números enteros, $\mathbb{Z}$, es numerable, es decir, que es posible establecer una biyección entre los números naturales y los números enteros, o incluso que no es posible ninguna biyección entre el intervalo de números reales (0, 1) y los números naturales, como demostró Cantor.

Todas estas relaciones se dan entre estructuras algebraicas, entre conjuntos cuyos elementos y operaciones se definen perfectamente. La teoría de conjuntos, y el álgebra, en general, avanzan muy despacio, cuidadosamente; antes de llegar a estos resultados, se definen cosas como "conjunto complementario", "partición", "estructura", "producto cartesiano", "relación de orden", "relación de equivalencia", "elementos comparables", "retículo", "correspondencia", "dominio", "imagen", etc. Las relaciones de isomorfismo sólo tienen sentido en una serie de conjuntos matemáticos perfectamente definidos, caracterizados y estructurados. Son relaciones entre estructuras, sencillamente.

Si ahora el estructuralismo de Sneed, Stegmüller y Moulines nos dice que puede establecerse una biyección entre el modelo resultado de nuestra representación y la propia naturaleza, lo menos que podemos hacer es sentirnos escépticos respecto de tal posibilidad. Porque dejando de lado la dificultad de que en la naturaleza, por sí sola, puedan existir operaciones como el producto escalar, la suma, o la raíz cúbica, ¿cuál es el criterio que permite *discernir* los elementos básicos de la naturaleza? Es decir, si se supone que la realidad, con independencia de nuestra representación, tiene el carácter de estructura algebraica, lo primero que habrá que especificar será cuáles son los elementos del conjunto imagen; entre otras cosas, para poder definir la estructura "extensionalmente", como pretenden ellos.

Pero no hace falta una reflexión demasiado profunda para darse cuenta de que la naturaleza, por sí misma, no tiene definidos matemáticamente sus objetos, y que eso es algo que hacemos nosotros por medio de nuestra representación. Pretender que la naturaleza tiene una estructura algebraica antes de que nosotros resaltemos de ella lo que nos interesa es una cuestión bastante difícil de demostrar. Más aún, por muchas matemáticas, símbolos y relaciones formales que escribamos en el papel, ni la matemática, ni el álgebra, ni mucho menos la teoría de conjuntos, permiten semejante cosa. La razón es muy sencilla: no hay un conjunto imagen definido donde llevar las flechas desde el conjunto inicial. No lo hay, digo, antes de nuestra representación, que precisamente lo que hace es destacar de la naturaleza las propiedades, relaciones y objetos que nos interesan.

Sin embargo, se me puede reprochar que lo esencial de la representación científica es tratar de encontrar una representación que "encaje" o se "adecue" a un sistema *preexistente*. Pero yo no afirmo que la representación sea algo "subjetivo", o relativo a nuestros "esquemas psicológicos"; simplemente digo que antes de que el fenómeno se transforme en un sistema, en una cosa objetiva, es necesario *suponer* que la naturaleza es un sistema que funciona de acuerdo con ciertas reglas. Es decir, que *la realidad, por sí misma, no es un sistema a no ser que la ciencia se la represente como una estructura*.

Ésta no es una cuestión menor. En el debate entre realistas e instrumentalistas [Rivadulla (2004), pp. 17-32], aquellos que piensan que los modelos "imitan" la realidad, o guardan algún tipo de "parecido" con ella, olvidan que los predicados científicos que aplicamos a la naturaleza son propiedades que nosotros mismos destacamos de las cosas. Igualdad, desigualdad, semejanza, son predicados lógicos que se aplican únicamente a esas propiedades, y no a las cosas mismas. Nuestra imagen científica representa un material preexistente, del que se destacan los aspectos que consideramos más fundamentales. Lo esencial de la representación es destacar, abstraer, distinguir; y después comparar, relacionar. *Pero esta representación no es una réplica de las cosas*.

Para que la ciencia se hiciera una copia exacta del mundo tanto lo representado como la representación tendrían que tener el mismo carácter, la misma naturaleza, una misma forma. Pero el mundo puede ser algo muy diferente de la imagen que yo me hago de él. Yo puedo hablar de igualdad entre imágenes, entre características fundamentales, entre propiedades. Pero no puedo establecer una relación de igualdad desde el mundo físico hasta el mundo de la representación: son cosas completamente diferentes, no son de la misma naturaleza. La identidad sólo tiene sentido entre representaciones, no entre objetos reales, ni mucho menos entre un objeto real y una representación. La correspondencia no está aquí definida, no tiene sentido hablar de ella. No tengo los elementos necesarios para establecer ninguna relación matemática entre la cosa y la representación. No hay ningún conjunto final que me permita decir que aquí se dan los mismos objetos que en mi representación y una relación inyectiva o suprayectiva entre ellos. No tengo ninguna justificación lógica para hacer tal cosa.

El propio concepto de estructura es sólo aplicable a objetos lógicos, nunca a la realidad misma. Yo no puedo disponer en dos ejes los objetos del mundo y los objetos matemáticos y efectuar el producto cartesiano para ver qué resulta. La naturaleza, en sí misma, no tiene una estructura de grupo, ni de anillo, ni de cuerpo; no es un espacio vectorial de tres, cuatro o treinta dimensiones; no es una supercuerda, ni una eigenfunción, ni una onda. El mundo no es la interpretación de ninguna estructura matemática porque no es posible, desde el punto de vista lógico, obtener semejante modelo. La naturaleza no es un ejemplo de ninguna teoría, ni es consistente, contradictoria, completa o incompleta en sí misma. El mundo no es ningún modelo, no es un campo donde se ejemplifiquen nuestras construcciones.

Que yo pueda relacionar ciertas propiedades de la naturaleza usando un lenguaje matemático, no significa que la naturaleza esté escrita en lenguaje matemático. La cuestión de cómo accedemos a la naturaleza es diferente de cómo es la naturaleza en sí misma. Una cosa es decir que conozco la estructura física de un fenómeno y otra cosa es decir que el fenómeno es mi estructura realizada. El acceso a la realidad se produce de forma matemática una vez que conocemos lo que hay que destacar de la realidad. Todas las propiedades lógicas basadas en la igualdad son aplicables exclusivamente a construcciones nuestras. La ciencia abstrae de la realidad lo que considera que es su fundamento, pero no comparten una misma estructura porque la naturaleza, sencillamente, no se deja, en sí misma, definir como objeto, a no ser que la convierta en una representación, en cuyo caso ya no se puede hablar de un isomorfismo entre la representación y el mundo, sino entre representaciones.

Para copiar una cosa necesito que el original esté a mi alcance, que pueda verlo, tal y como, efectivamente, ocurre con la naturaleza; pero también necesito poder ver el original en su totalidad, de forma completa: si no, ¿cómo es posible que copie exactamente algo de lo que desconozco alguna de sus partes? En todo caso, tendría una copia exacta de eso que veo, pero incompleta. Mi copia estaría limitada a lo que yo percibo del original, a lo que se me muestra de él. Pero en tal caso yo no puedo conocer nunca el porcentaje de realidad que he copiado en mi representación, ya que faltaría saber dónde empieza y dónde acaba la cosa, cuáles son sus límites. Si la física copia la naturaleza sólo podría ser hasta cierto punto, dentro de ciertos límites de percepción. En estos umbrales máximo y mínimo se podría hablar de que ha copiado un porcentaje relativo a esos límites, pero nunca de forma absoluta, puesto que la ciencia desconoce dónde empieza y dónde terminan los límites de la realidad, si es que los tiene.

II. Sistemas equivalentes en Física

Todo esto no son divagaciones abstractas que no tengan un contenido real. En física, un mismo fenómeno puede ser representado de diferentes maneras. En cada una de esas representaciones varían los objetos y las relaciones que se dan entre ellos. No hay un único sistema que sea "isomórfico" al fenómeno. La realidad puede ser esquematizada de distintas maneras: no hay por qué suponer que siempre tiene el mismo dominio de objetos, el mismo cardinal, y las mismas relaciones entre ellos: la naturaleza puede ser representada de muy distintas maneras; no hay una estructura algebraica que prevalezca por encima de las demás: eso depende de lo que queramos destacar del fenómeno.

Por ejemplo, sea el sistema S formado por tres objetos m_1, m_2, m_3, que hacen fuerza sobre el cuerpo a (Figura 1). Dadas las fuerzas que los objetos ejercen sobre el cuerpo, nos interesa conocer el movimiento del cuerpo a.

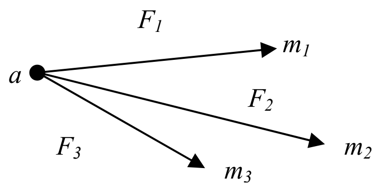
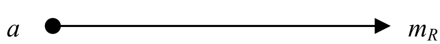


Figura 1

¿Cómo se formalizaría este sistema desde el punto de vista estructuralista? En primer lugar, especificando los elementos del conjunto, el dominio D, formado por los tres objetos y el cuerpo. A continuación, se especifican las relaciones R que se dan entre ellos; por ejemplo, la intensidad de las fuerzas y su dirección. Suponemos que no hay interacciones entre los tres objetos. En principio, el sistema S quedaría caracterizado de esta manera:

$$D = (m_1, m_2, m_3, a)$$
$$R = (a\ F_1\ m_1,\ a\ F_2\ m_2,\ a\ F_3\ m_3)$$

Ahora bien, el sistema S es equivalente a otro sistema S' donde hay un solo objeto, m_R, que atrae el cuerpo con una fuerza F_R igual a la suma de las tres fuerzas F_1, F_2, F_3. La razón es que se trata de un sistema de fuerzas concurrentes, y en lo que respecta al movimiento y traslación de a, ambos sistemas son exactamente equivalentes:



En este caso, el sistema *S'*, sería caracterizado, según el estructuralismo de la siguiente manera:

$$D = (a, m_R)$$
$$R = (a\ F_R\ m_R)$$

Como vemos, ha cambiado el cardinal del dominio *D*, el número de relaciones que se dan en *R*, y la naturaleza misma de las relaciones. Lo que para el estructuralismo son dos sistemas diferentes (ni siquiera es posible establecer una biyección entre ellos), para la física son exactamente el mismo sistema. Hay dos representaciones equivalentes para un mismo sistema físico: ¿dónde está el "isomorfismo" entre el modelo y la realidad? ¿O es que un mismo fenómeno puede ser "isomórfico" a muchos modelos?

Porque no sólo se trata de que *S* y *S'* sean equivalentes: ¡hay infinitos sistemas *S''*, *S'''*, ..., *S'...'*, cada uno de ellos caracterizado por un número determinado de objetos, en diferentes posiciones, con diferentes fuerzas, tal que el sistema resultante, desde el punto de vista físico, es enteramente equivalente, si de lo que se trata es de calcular el movimiento de traslación y rotación del cuerpo *a*! ¡Si hacemos caso al estructuralismo, la teoría se volvería loca adaptando sus estructuras a la realidad para formar modelos: no sabría a cuál dar preferencia!

Pero esta manera de proceder no se produce aisladamente dentro de la ciencia. En el cálculo vectorial, que constituye una de las disciplinas básicas de la física, y uno de los medios de representación más utilizados, lo primero que el estudiante aprende es a reducir ciertos sistemas de vectores a otros más básicos, de manera que resulten totalmente equivalentes a efectos físicos, y representen un *mismo* fenómeno. Dado que las dos magnitudes básicas que caracterizan a un sistema vectorial son la resultante y el momento resultante, dos sistemas serán equivalentes cuando tengan la misma resultante y el mismo momento resultante para todo punto del espacio. Así, la reducción más básica consiste en sustituir cualquier sistema de vectores por otro donde la resultante y el momento resultante se consideren aplicados en un solo punto, el centro de reducción. Un sistema de vectores concurrentes, como en el ejemplo anterior, es equivalente a otro donde la resultante está colocada en el eje central, es decir, en el lugar geométrico de los puntos donde el momento resultante es paralelo a la resultante general y resulta, por lo tanto, mínimo. Para un sistema de vectores paralelos, cuya resultante sea distinta de cero, hay otro sistema equivalente donde la resultante se sitúa en el centro de vectores paralelos, un punto donde el momento resultante del sistema coincide con el momento de la resultante, y cuyas coordenadas pueden calcularse analíticamente a partir de los vectores iniciales.

Los sistemas de vectores, que pueden representar todo tipo de magnitudes físicas, como fuerzas, velocidades, rotaciones, traslaciones, etc., se clasifican según su resultante y según su momento resultante, sin que en ningún momento se haga referencia a los elementos de la realidad, al cardinal del conjunto o al número de vectores, ya que esto puede variar de acuerdo con la naturaleza del problema que se estudia y según los datos iniciales de que se dispongan. La conveniencia, el aspecto práctico del asunto, es lo que decide si un sistema complejo de resultante nula, por ejemplo, se reduce a un par de vectores, o si, en general, conviene reducir un determinado sistema a tres vectores aplicados en tres puntos arbitrarios. Todo esto se puede conseguir: la representación del fenómeno sería idéntica, pero desde el punto de vista estructuralista todo habría cambiado.

Consideremos otro ejemplo que aparece en Alonso y Finn (1986, p. 250). Sea un sistema *S* formado por dos cuerpos con masas que se acercan con velocidades v_1 y v_2 hasta que chocan. Después de la colisión, las dos masas siguen trayectorias independientes, tal como se muestra en la Figura 2, donde p_1, p_2 y $p_{1'}$, $p_{2'}$ representan las cantidades de movimiento de los cuerpos antes y después del choque.

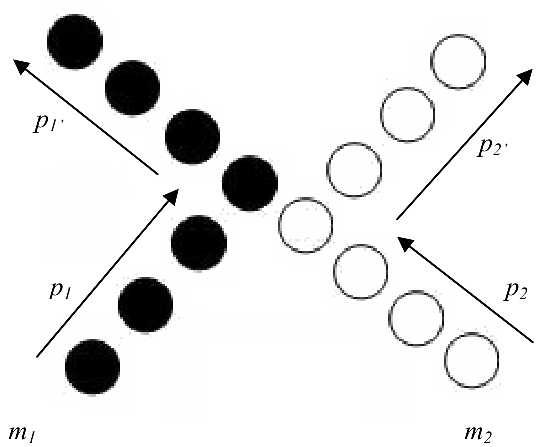


Figura 2

El dominio *D* estaría formado por las *dos* partículas, mientras que cabe presumir que las relaciones entre ellas harían referencia a la conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{1'} + \vec{p}_{2'}$$

Se supone que este sistema, *S*, es isomórfico a la realidad. Se da una biyección entre elementos, y la aplicación transforma las operaciones de nuestra estructura en las operaciones que tienen lugar en la realidad. Ahora bien, como muestra la Figura 3, *S* se puede sustituir por otro sistema, *S'*, donde sólo exista un cuerpo situado en el centro de masas, de velocidad $v_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$, y cuya masa sea igual a la masa reducida, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

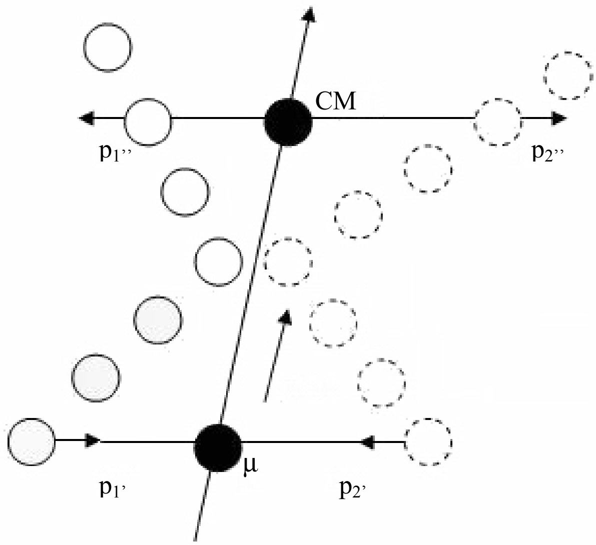


Figura 3

De nuevo nos encontramos con el mismo fenómeno representado de maneras distintas, según el estructuralismo, pero que obedece a una misma realidad, según la física. ¿Cuál de los sistemas, *S* o *S'*, es el isomórfico con la realidad?

En general, para el caso de dos cuerpos aislados que interactúan entre sí, siempre es posible encontrar un sistema equivalente de un cuerpo de masa igual a la masa reducida sobre el que actúa una fuerza igual a la de la interacción mutua. Esto es válido especialmente para uno de los ejemplos estrellas del estructuralismo, la interacción entre planetas, donde se supone que es más o menos "válida" la Mecánica Clásica. Alonso y Finn señalan (*op. cit.*, pp. 248-249):

> Por ejemplo, podemos reducir el movimiento de la luna relativo a la tierra a un problema de una única partícula usando la ecuación reducida del sistema luna-tierra y una fuerza igual a la atracción de la tierra sobre la luna. Análogamente, cuando hablamos del movimiento de un electrón alrededor del núcleo, podemos suponer el sistema reducido a una partícula con masa igual a la masa reducida del sistema electrón-núcleo moviéndose bajo la fuerza entre el electrón y el núcleo.

Llegados a este punto, se podría alegar que, de los dos sistemas implicados en cada caso, uno es el fundamental, el isomórfico, mientras que el otro es una ficción matemática que resulta del análisis del primero. Pero eso es un *juicio de valor* que decide lo que es real y lo que es ficticio desde fuera de la física, no dentro de su lenguaje. Lo "real", lo "más fundamental", son predicados que no tienen cabida en física, cuando de lo único que se trata es de calcular ciertas cantidades con ayuda de sistemas alternativos. Igual peso "real" tienen uno como otro, porque resultan totalmente equivalentes; ninguno es "más verdadero". Preguntarse cuál fue primero puede tener, a lo sumo, cierto valor histórico, o heurístico, a la hora de reducir otros sistemas; pero desde el punto de vista físico, ninguno está más justificado que otro. *Son la misma cosa, pero sistematizada de forma distinta*.

Otra objeción a mi crítica podría ser que sistemas alternativos se complementan entre sí: al final, como lo único que cuenta son las ecuaciones, cada sistema posibilita obtener ciertas ecuaciones, que en conjunto ayudan a la resolución de un problema concreto. En el ejemplo de la Figura 3, si el origen del sistema de referencia se hace coincidir con el centro de masas de los dos cuerpos, un observador situado en ese origen vería moverse a los dos cuerpos con la misma cantidad de movimiento, pero en sentido opuesto (en la figura $p_{1'}$, $p_{1''}$, $p_{2'}$, y $p_{2''}$, simbolizan la cantidad de movimiento antes y después del choque para un observador situado en el centro de masas). El caso tiene mucha importancia práctica, porque permite referir las medidas de las velocidades de los cuerpos efectuadas en un sistema fijo de un laboratorio al sistema de referencia del centro de masa, con lo que los cálculos se simplifican enormemente. Este es uno de los métodos fundamentales para estudiar los fenómenos de dispersión en física nuclear. Los sistemas, efectivamente, se *complementan* entre sí.

Pero donde tal vez se vea mejor todo esto es en los circuitos electrónicos. Sea el circuito de la Figura 4 [Sedra y Smith (1989), p. 43]. Hay una admitancia Y entre los nodos 1 y 2, que a su vez pueden conectarse a otros nodos con diferentes componentes, lo que se representa con un aspa de líneas quebradas. Para simplificar los cálculos en el análisis de los circuitos, queremos sustituir la admitancia Y por dos admitancias Y_1 e Y_2, que se sitúen entre los nodos 1 y 2 y la tierra, como se indica en la Figura 5 [Sedra y Smith, *ibid.*].

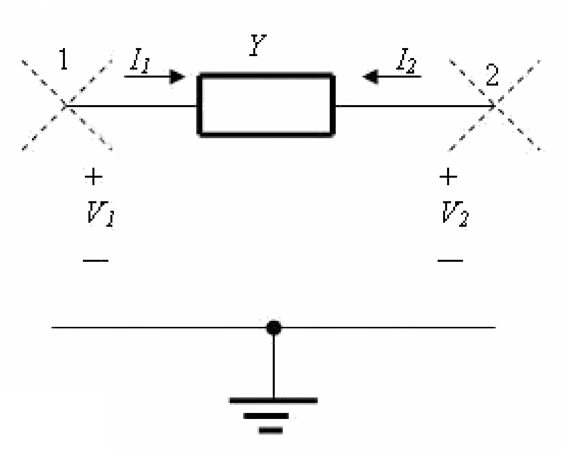


Figura 4

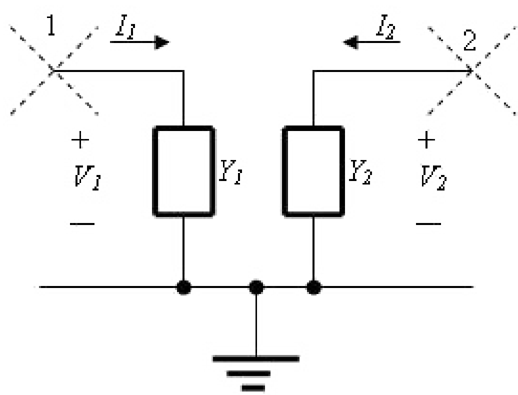


Figura 5

Las ecuaciones que ligan Y_1 e Y_2 con Y son las condiciones necesarias y suficientes para que exista tal equivalencia y ambos sistemas sean sustituibles. Si se conoce la relación entre los voltajes V_1 y V_2, y se simboliza con la letra *K*, entonces:

$$Y_1 = Y(1-K)$$
$$Y_2 = Y(1-1/K)$$

Este resultado es el llamado Teorema de Miller, de *innumerables* aplicaciones en dispositivos electrónicos y señales de amplificación. Pero hay otros teoremas, como el de Norton o el de Thévenin, que permiten también la sustitución, el reemplazo o la reducción de unos sistemas a otros. Toda la teoría de circuitos, dispositivos, señales y control de sistemas se basa en la posibilidad de sustitución de unos sistemas por otros, que simplifican los cálculos a partir de una serie de condiciones o datos iniciales.

La utilización conjunta de estos sistemas permite una mayor capacidad resolutiva. Se puede "saltar" de un sistema a otro, y volver siempre al sistema original, si los datos que nos interesan están incluidos y se resuelven allí. Pero "sistema original" no significa "el sistema real por antonomasia": significa un sistema de ecuaciones donde al final se despeja la incógnita que se buscaba, ni más ni menos. Lo "original" depende de la situación, del problema. No es una cuestión resuelta, ni absoluta; es relativa al fin que se pretende.

Así que la utilización conjunta de sistemas alternativos para representar un mismo fenómeno, no afecta a la línea principal de mi crítica, que dice simplemente que la representación, ni es única, ni es isomórfica. En todo caso, indica los límites del estructuralismo, que no es capaz de explicar este tipo de equivalencias, y que, dentro de su aparatoso formalismo, ni siquiera es capaz de indicar cosas tan elementales como cuál es el sistema de referencia, dónde se sitúa el observador o qué tipo de coordenadas (cartesianas, cilíndricas o esféricas) se va a utilizar.

Creo que ha quedado claro lo que quería decir. Sólo quiero indicar dos apuntes que considero necesarios:

1) La relación de equivalencia entre dos sistemas, S_i, S_j, simbolizada por $S_i \equiv S_j$, es una relación reflexiva, simétrica y transitiva, igual que para el isomorfismo. Pero la relación, obviamente, se da entre sistemas, entre representaciones, como no podía ser de otra manera, y no entre la realidad y el "mundo".

2) A diferencia de otras ocasiones dentro de la física, donde las simplificaciones conllevan un error, aquí se produce una exacta equivalencia entre modelos. Es decir, que para resolver un problema no siempre es necesario hacer suposiciones más o menos "falsas", como considerar que la Tierra es esférica, o despreciar las fuerzas de Coulomb a favor de otras interacciones en el núcleo. Un problema puede solucionarse simplemente cambiando el sistema de referencia.

III. El modelo como síntesis

En suma, las representaciones alternativas equivalentes son distintas formas de ordenar la información del fenómeno. En esencia, designan la misma cosa. Lo que afirmo es que esa equivalencia no puede ser reflejada "extensionalmente". Dentro de la ciencia hay métodos suficientes de aproximación a los fenómenos, que no requieren de la ayuda del isomorfismo. El cálculo vectorial, por ejemplo, se basta por sí solo para fundamentar los cambios operados en el sistema cuando se cambia de ejes, sistemas de referencias y coordenadas, y no requiere la intervención *a posteriori* de la teoría de conjuntos, o de cualquier otro tipo de axiomatización, por muy "informal" que sea.

Por eso, hablando de la relación entre representación y realidad, yo prefiero hablar de *síntesis*. Los modelos sintetizan la información, reproducen esquemáticamente lo que se conoce de un fenómeno. Pero una síntesis puede ser obtenida de distintas maneras, y representada igualmente de distintas formas. La síntesis hace referencia a la información física disponible, y no se pronuncia respecto de la ontología del universo, sino que admite distintas posibilidades de esquematización, de acuerdo con el fin propuesto y con el caso (problema) particular. Una síntesis no se define extensionalmente, no indica los campos de la realidad donde una teoría es verdadera. La síntesis es un conjunto de ecuaciones más una serie de condiciones iniciales, entre las que incluyo los enunciados de observación. *Eso es un modelo, un modo de sintetizar el comportamiento del fenómeno, un modo de decir lo que se conoce de él: pero, desde luego, eso no supone pensar que haya sólo una estructura que lo describe.*

El problema básico que tiene el estructuralismo está en considerar que los objetos de la naturaleza están dados y son perfectamente distinguibles. En vez de considerar directamente una serie de propiedades físicas potencialmente esquematizables en distintos modelos, se empeña en resaltar de la naturaleza una serie de objetos que desde del punto de vista físico son sustituibles perfectamente unos por otros. Cuando el protón, la Luna, o cualquier otro objeto considerados "reales" son representados, esos objetos pasan a convertirse en un sustrato lógico dotado de ciertas propiedades. Se han convertido en nombres lógicos que resumen ciertas cantidades físicas. Para que se me entienda, y por hablar en lenguaje metafísico clásico: los objetos se han transformado en sustratos y han dejado de ser sustancias. La representación ha transformado lo que era un objeto real en partes de un sistema más amplio; son subsistemas, modelos, y como tales, pueden ser sustituidos por otros que preserven la equivalencia física del sistema general.

Los fenómenos pueden caracterizarse de muchas maneras, dependiendo de lo que nos interese calcular. En cada una de estas caracterizaciones, la realidad física del fenómeno puede definirse atendiendo a distintos objetos, a distintos cardinales, a distintas relaciones. Cuál de estos sistemas sea el "verdadero", el "isomórfico", es algo que no tiene sentido dentro del lenguaje de la física, donde son perfectamente equivalentes. Puede resultar mucho más útil reducir un sistema complejo, donde apenas puede realizarse algún cálculo, a otro más sencillo donde las ecuaciones se simplifican. *Tendríamos distintas representaciones, pero una misma síntesis*.

Porque uno de los errores básicos, no ya del estructuralismo, sino de las concepciones semánticas o de todas aquellas que traten de definir "extensionalmente" la realidad, es considerar que la teoría se pronuncia acerca de la realidad de los objetos y que discrimina el mundo en una serie de elementos de los que luego especifica las relaciones que guardan entre ellos. Pero la teoría no es ni más ni menos que una serie de ecuaciones, y, desde luego, una ecuación no señala, no designa, no se compromete con la realidad de los objetos. Se limita a relacionar propiedades, una vez que estos objetos han sido constituidos, caracterizados y definidos en la representación, en el modelo. No hay objetos característicos de una teoría, no hay ontologías distintas entre diferentes teorías. Lo único que hacen es pronunciarse acerca de las relaciones que se dan entre dimensiones: eso es una ley. Pero una ley no se preocupa de caracterizar antes los objetos. Eso es algo que se realiza independientemente, con anterioridad, en la representación previa. *El mundo, por sí solo, no tiene discriminados* (*matemáticamente*) *sus objetos*.

IV. Conclusiones

El modelo es una representación porque ofrece una imagen de la realidad, un esquema de lo que ocurre, una *síntesis* de lo que hasta la fecha se conoce de un determinado fenómeno. Esta representación no se ejemplifica en la naturaleza, primeramente porque *es imposible establecer cualquier tipo de correspondencia matemática entre los elementos del modelo y los elementos de la naturaleza*. En sentido estricto, la naturaleza no tiene definidos sus objetos antes de que nosotros los distingamos mediante la representación. No hay una serie de individuos u objetos fijos, inmóviles y eternos que pudieran constituir el dominio o recorrido D dentro del cual se dieran las relaciones y propiedades. La realidad es esquematizable de múltiples maneras, mediante modelos compatibles o incompatibles entre sí, dependiendo de las teorías utilizadas como pilares para su construcción. *La naturaleza no tiene* "*elementos*", no es un conjunto matemático donde puedan referirse las flechas de una aplicación que se estableciera desde el modelo. La ciencia trata la naturaleza *como si* fuera un sistema, *como si* todos los estados posibles de cosas estuvieran ligados entre sí mediante una serie de operaciones, reglas y fórmulas a partir de los cuales es posible describir y predecir, hasta cierto límite, los estados futuros, presentes o pasados. Pero esta *suposición metodológica previa* no implica que la naturaleza, en sí misma, sea una estructura algebraica sobre la que sería posible establecer un homomorfismo biyectivo, tal que los elementos y operaciones de la representación se vieran ejemplificados en la realidad a modo de imagen realizada. La representación abstrae, destaca, mide y reconstruye; pero nuestros modelos no son imágenes que reflejen la estructura real de las cosas, ni constituyen una réplica o copia de las cosas. Sólo tocamos la realidad en la medida, y no estamos justificados, desde el punto de vista lógico, a establecer correspondencias, aplicaciones, homomorfismos o biyecciones. Sencillamente, la naturaleza y el modelo son entes absolutamente diferentes, y no pueden compararse como totalidad.

Una teoría física no especifica cuáles son los objetos reales de la naturaleza y cuáles son los falsos o ficticios. La teoría no se dedica a decir qué es real y qué es ilusorio; *no decide* acerca de los objetos de la realidad. Hay infinitas maneras de representar una misma realidad, todas ellas perfectamente compatibles entre sí; en cada representación varía el número de objetos y la naturaleza de las relaciones, sin que sea posible decidir cuál de estos modelos es isomórfico al mundo. Los sistemas equivalentes, en física, muestran cómo es posible esquematizar de distintas maneras un mismo fenómeno, variando los cardinales de los conjuntos y sin que sea posible decidir cuál de ellos es más verdadero que los demás. Creo haber dado suficientes ejemplos para demostrar que la equivalencia física no puede caracterizarse extensionalmente, y que es necesario acudir a otra noción más allá de la de isomorfismo que pueda reflejar la relación que se da entre la naturaleza y el modelo. Una *síntesis*, tal como yo la entiendo, no queda caracterizada extensionalmente y no se pronuncia sobre la realidad de los objetos que actúan como subsistemas dentro de los modelos. La síntesis sólo se compromete con un conjunto de ecuaciones que suministran la información física disponible sobre un fenómeno, y permite que varias representaciones se refieran a una misma cosa. Al mismo tiempo, mi propuesta permite que las representaciones físicas equivalentes se combinen y complementen entre sí, mediante teoremas que permiten su sustitución y conversión, pasando de unos sistemas a otros en beneficio del cálculo y de la predicción. Lo que decide qué sistema se ha de usar frente a otro es el aspecto práctico que interesa al científico, la necesidad de cálculo de la magnitud que interesa predecir. No hay un sistema isomórfico al mundo, ni más real que los demás: lo que prima, a la hora de escoger, reducir o sustituir un sistema por otro, son cuestiones de *conveniencia.* Los sistemas de referencia "últimos" son relativos a la cantidad que interese calcular, y se utilizan como forma de simplificar las ecuaciones y rebajar el grado de libertad del sistema, teniendo en cuenta los datos que se conocen y las condiciones iniciales en las que tiene lugar el fenómeno.

Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia
Universidad Complutense de Madrid
Ciudad Universitaria, 28040, Madrid, España
E-mail: david.calvo@gmail.com

NOTAS

* Este artículo forma parte de mi tesis doctoral *Modelos teóricos y representación del conocimiento*, financiada por el proyecto de investigación BFF2002-01244, del Ministerio de Educación y Ciencia, y por una beca FPI de la Comunidad de Madrid. Agradezco a estas instituciones su apoyo prestado durante estos años.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, M. Y FINN, E. (1986), *Física*, vol. I., *Mecánica*, Wilmington, Delaware, Addison-Wesley Iberoamericana.

BURGOS, J. DE (1984), *Cálculo infinitesimal*, Madrid, Alhambra.

MOULINES, U.C. (1982), *Exploraciones metacientíficas*, Madrid, Alianza.

RIVADULLA, A. (2004), *Éxito, razón y cambio en física*, Madrid, Trotta.

SEDRA, A. Y SMITH, K.C. (1989), *Dispositivos electrónicos y amplificación de señales*, México, McGraw-Hill.

SNEED, J. (1971), *The Logical Structure of Mathematical Physics*, Dordrecht, D. Reidel.

STEGMÜLLER, W. (1981), *La concepción estructuralista de las teorías*, Madrid, Alianza Editorial; traducción de J. L. Zofío.