

Las relaciones de orden y la identidad de los indiscernibles: solución de Leibniz al problema de la indistinción entre reposo y movimiento uniforme

The Relations of Order and the Identity of the Indiscernible: Leibniz's Solution to the Problem of the Indistinction between Repose and Uniform Movement

Ruth Castillo O.

Msc. en Lógica y Filosofía de la Ciencia
Profesor Dedicación Exclusiva de Física Teórica
Universidad Simón Bolívar
Departamento de Formación General y Ciencias Básicas
chebichev@gmail.com / ruthcastillo@usb.ve

Resumen

La indistinción entre reposo y movimiento uniforme expuesto en el principio de inercia marca una de las disertaciones más famosas: la discusión entre Newton y Leibniz. A través de sus respectivas concepciones de espacio, ambos buscan solucionar el problema de la indistinción que advirtiera Galileo. El espacio relacional de Leibniz, soportado por principio de razón suficiente e identidad de los indiscernibles, conduce a la solución cinemática del problema de la inercia. El objetivo de este trabajo es mostrar el aporte de Leibniz, en términos de relaciones de orden, al distinguir entre igualdad por identidad e igualdad por equivalencia. Bajo enfoque filosófico vinculamos nociones de identidad, equivalencia e igualdad como relaciones de orden con la indiscernibilidad entre estados de movimiento diferentes. Exponemos primero el principio de razón suficiente y la identidad de los indiscernibles. Seguidamente, bajo el principio de indiferencia de Bernoulli, argumentamos distinguimos entre igualdad in abstracto e igualdad in concreto. Como tercera parte presentamos la relación entre la identidad de los indiscernibles y el predicado de igualdad bajo análisis lógico. Finalmente presentamos las conclusiones.

Palabras Claves: equivalencia, identidad, igualdad, indiscernibilidad

Abstract

The indistinction between repose and uniform movement exposed in the principle of inertia marks one of the most famous dissertations: the discussion between Newton and Leibniz. Through their respective conceptions of space, both seek to solve the problem of indistinction. The relational space of Leibniz, supported by the principle of sufficient reason and the identity of indiscernibles leads to the kinematic solution of the problem of inertia. The objective of this paper is to show the contribution of Leibniz, in terms of relations of order, by distinguishing between equality by identity and equality by equivalence. Under a philosophical approach we link identity, equivalence and equality as relations of order with the indiscernibility between different states of movement. We expose first the principle of sufficient reason and the identity of indiscernibles. Under Bernoulli's principle of indifference, we argue that we distinguish between equality in abstract and equality in concrete. As a third part, we present the relationship between the identity of the indiscernibles and the predicate of equality under logical analysis. Finally we present the conclusions.

Keywords: equivalence, identity, equality, indiscernibility

Sumario

1. Introducción
2. La existencia de los indiscernibles: identidad y equivalencia
3. La identidad de los indiscernibles y el predicado de igualdad
4. Conclusiones

1. Introducción

La famosa controversia entre I. Newton y G. Leibniz sale del problema de la indistinción entre reposo y movimiento uniforme dentro de sistemas inerciales. Durante la disertación en torno a la búsqueda de la solución del problema, ambos confrontan sus posiciones alrededor del concepto de espacio. Para Leibniz el espacio es una relación: orden de coexistencias de un conjunto de cosas¹. Esta idea es contraria a la concepción sustancialista del espacio que sostiene Newton. Para demostrar que el espacio no es sustancia Leibniz se servirá del *principio de razón suficiente*² y de la *identidad de los indiscernibles*³. Bajo el punto de vista de Leibniz, si no hay ninguna razón que distinga a dos entes entonces debe ser el mismo con

¹ “[...] existen muchas cosas a la vez, y las observan en cierto orden de coexistencia, de acuerdo con el cual la relación de una cosa con otra resulta más o menos simple. Este orden es su situación o distancia. Cuando sucede que una de esas cosas coexistentes cambia su relación con respecto a una multitud de otras cosas, las cuales no cambian su relación mutua, y que otra cosa, recién llegada, adquiere la misma relación que tenía la anterior con las demás, entonces decimos que ha venido a ocupar el Lugar (sic) de la anterior; y a este cambio lo llamamos movimiento efectuado en ese cuerpo, por cuanto que es la causa inmediata del cambio. [...] siempre podemos determinar la relación de situación que cada cosa coexistente adquiere con respecto a otra cosa coexistente. [...] Y suponiendo, o imaginando, que entre esas coexistencias hay un número suficiente de ellas que no ha sufrido ningún cambio, entonces podemos decir que aquellas que tienen una relación como ésta con las existentes fijas, igual que otras la tenían con respecto a ellas antes, ahora ocupan el mismo lugar que tenían aquellas otras. Y aquello que comprende a todo esos lugares es llamado el espacio.” *A Collection of Papers, which passed between the late, learned Mr. Leibniz and Dr. Clarke*, Londres, 1717, p. 195, (Ed.) Jammer, M., *Conceptos de Espacio*, Grijalbo, México, 1970, p.152

² Leibniz: “Si Dios se deleita con la felicidad de todos, ¿por qué no ha hecho felices a todos? Si ama a todos ¿cómo condena a tantos? Si es justo, ¿cómo se muestra tan poco equitativo que de una materia completamente igual, con el mismo barro hace algunos vasos para el honor y otros para la ignominia? [...] Finalmente, si Dios es la última razón de las cosas ¿qué le imputaremos a los hombres y qué a los demonios? [...] ante todo, ¿no me concedes que nada es sin razón? F. esto lo concedo a tal punto que considero que puede demostrarse que nunca existe cosa alguna a la que no se le pueda (al menos para quien sea omnisciente) asignar una razón suficiente de por qué existe y de por qué es más bien así que de otro modo. El que niega esto destruye la distinción entre el ser y el no ser. Todo lo que existe tendrá en cada caso todos los requisitos para existir, pero todos los requisitos para existir tomados a la vez son la razón suficiente de existir; por lo tanto lo que existe tiene razón suficiente de existir.” [...] El gran fundamento de la matemática es el principio de contradicción, o de la identidad, es decir, que un enunciado no podría ser verdadero y falso al mismo tiempo y que, por tanto, A es A y no podría ser no A. Y este solo principio basta para demostrar toda la aritmética y toda la geometría, es decir, todos los principios matemáticos. Pero para pasar de la matemática a la física es necesario aún otro principio, como yo he puesto de relieve en mi *Teodicea* tal es el principio de la necesidad de la razón suficiente, esto es, que nada ocurre sin que haya una razón por la que aquello haya de ser así más bien que de otra manera. Por esto, es por lo que Arquímedes queriendo pasar de la matemática a la física en su libro sobre el equilibrio, se ha visto obligado a emplear un caso particular del gran principio de razón suficiente; [...] Luego por ese solo principio, a saber, que es necesario que haya una razón suficiente por la que las cosas sean más bien así que de otra manera, se demuestra la Divinidad y todo el resto de la metafísica o de la teología natural, e incluso, de alguna manera los principios físicos independientes de la matemática, es decir, los principios dinámicos o de la fuerza.” Leibniz, G.W., *La polémica Leibniz-Clarke*, (Trad.) Rada E, Taurus, Madrid, 1980, p.56-57

³ Leibniz: “En las cosas absolutamente indiferentes, no hay opción en absoluto y en consecuencia, ninguna elección ni voluntad, puesto que la elección debe tener alguna razón o principio. 2.- Una simple voluntad sin ningún motivo (a *merewill*) es una ficción no solamente contraria a la perfección de Dios, sino incluso quimérica y contradictoria, incompatible con la definición de voluntad y suficientemente refutada en la *Teodicea*. 13.- Decir que Dios hiciera avanzar todo el universo, en línea recta o de otra forma, sin cambiar nada, es también una suposición quimérica. Pues dos estados indiscernibles son un mismo estado y, en consecuencia, es un cambio que no cambia nada. Es más, no hay ni rima ni razón, pues Dios no hace nada sin razón y es imposible que la haya aquí. Por otro lado sería *agendo nibilagere* como acabo de decir, a causa de la indiscernibilidad.”, *Ibid.*, p.79-80

dos nombres diferentes. Según el *principio de razón suficiente* todo lo existente y, por ende, todo lo verdadero, debe tener una razón para ser así y no de otra manera. Pero pensar el espacio tal y como lo hace Newton, como algo absoluto, sería negar el principio en cuestión: no hay razón suficiente para distinguir entre espacios sean relativos o absoluto.

Leibniz hace énfasis en la homogeneidad del espacio y es esta característica la que hace que sus partes (puntos en el espacio) sean *indistinguibles* o *indiscernibles*. Sustentándose en el *principio de razón suficiente*, señala que no existe una razón para preferir una disposición u otra, y con este argumento desdeña la tesis del espacio newtoniano como sustancia.

Bajo la concepción relacionista de espacio y principio de razón suficiente, Leibniz busca dar respuesta a la indistinción entre dos cosas distintas que asoma la relatividad galileana y que muestra Newton con el principio de inercia. De esta manera, Leibniz en su objetivo pasa a dar cuenta de la *igualdad por equivalencia*: reposo y movimiento uniforme dentro de sistemas inerciales son *indistinguibles* o *indiscernibles* porque son *equivalentes*, esto es son *iguales*.

2. La existencia de los indiscernibles: identidad y equivalencia

Al decir que estados de movimiento son *indistinguibles* decimos, en términos de Leibniz, que son *indiscernibles*. Sostiene Leibniz: “Infiero de este principio de razón suficiente, entre otras consecuencias, que no hay en la Naturaleza dos seres indiscernibles, pues si lo hubiera Dios y la Naturaleza obrarían sin razón tratando el uno de modo distinto que el otro”⁴. Bajo esta perspectiva, sería absurdo que hubiese dos seres indiscernibles; dados tales seres, uno no importaría más que el otro y no habría *razón suficiente* para elegir uno más que el otro⁵.

Cabe señalar que los seres no difieren entre sí sólo numéricamente. No está excluida *in abstracto* la existencia de dos indiscernibles, pero en virtud de la razón suficiente hay que excluir tal existencia *in concreto*. Wolff, seguidor de Leibniz, acepta el principio de la identidad de los indiscernibles en su *Cosmología*⁶ cuando hace referencia a entes que existen en la Naturaleza (*in concreto*), mientras que en su *Ontología*⁷, cuando trata a las afecciones del ente en general, define la *identidad* como completa *sustituibilidad* de dos entes (*in abstracto*). Señala Wolff que si los entes determinantes son iguales, los entes determinados son iguales y viceversa, de tal forma que al hablar de la identidad de dos cosas con una tercera como siendo todas idénticas entre sí.

⁴ Leibniz, G.W. *Escritos filosóficos*, (Trad.) De Olaso, E., Charcas, Buenos Aires, 1982, p. 493

⁵ “Es menester que, aparte la diferencia del tiempo y lugar, haya un *principio* interno de *distinción*, y aunque haya varias cosas de la misma especie, es, sin embargo, cierto que no hay nunca cosas perfectamente semejantes. Así, aunque el tiempo y el lugar (es decir, la relación con el exterior) nos sirven para distinguir las cosas que no distinguimos bien por sí mismas, las cosas dejan de ser distinguibles en sí; lo preciso, lo característico de la *identidad* y de la *diversidad* no consiste, pues, en el tiempo y el lugar, aunque sea cierto que la diversidad de las cosas va acompañada de la del tiempo o del lugar, por cuanto acarrearán consigo impresiones diferentes sobre la cosa.” *Ibíd.*, p.569

⁶ Cfr. Wolff, C., *Cosmologia generalis: methodo scientifica pertractata*, Rengeriana, 1731. (Disponible en: philpapers.org)

⁷ Cfr. Wolff, C. y Ecole, J., *Philosophia Prima Sive: Ontologia*, Nova, 1962 (Disponible en: philpapers.org)

Desde este punto de vista, dos cosas *equivalentes* son *iguales* si podemos sustituir una por otra (*salva veritate*) manteniendo el resultado antes y después de la sustitución *invariante* o *indiferente*.

3. La identidad de los indiscernibles y el predicado de igualdad

Ahora bien, la *identidad* como completa *sustituibilidad* de dos entes *in abstracto* tienen como precursor el *principio de indiferencia*⁸ establecido por J. Bernoulli siglos antes de Leibniz. Según este principio la situación óptima para escoger libremente sería aquella donde fuese igual hacerlo por un partido o por otro, es decir, donde la *razón* no pudiera discernir entre ambos, ya que nada habría que la inclinará hacia uno u otro lado. De esta manera, la acción se producirá sólo bajo el mandato de la voluntad que, según la tesis en cuestión, sería también el prototipo de la acción libre perfecta⁹. Un ejemplo del principio de indiferencia lo encontramos en el cálculo de probabilidades: al arrojar una moneda al aire hay una probabilidad de 1/2 de que cuando caiga a suelo salga “cara” y 1/2 de probabilidad de que salga “cruz” en otras palabras, tanto “cara” como “cruz” tienen las mismas probabilidades¹⁰. Esto quiere decir que es *indiferente* que lado de la moneda saldrá. Por tanto “cara” y “cruz” se dicen *equivalentes*. La moneda en el aire (*in abstracto*) no puede decidirse por ninguno de los dos lados (cara o cruz) debido a que cualquiera de los dos le es *indiferente*. Ambos lados, *equivalentes e indiferentes*, tienen la misma probabilidad de ser escogidos. En tal sentido podemos decir que la situación de la moneda es *indiscernible in abstracto*.

De esta manera y bajo un punto de vista lógico, la situación de la moneda la podemos expresar de un modo formal como sigue: (1) si x no es idéntico a y , entonces hay alguna propiedad no relacional P tal que P vale para x y no vale para y , o viceversa. Y, (2) si x e y comparten todas sus propiedades no relacionales, es decir, no se da (1), entonces x es idéntico a y . De esta forma, “cara” y “cruz” comparten la propiedad de tener la misma probabilidad de ser escogidas. A partir de estas ideas podemos identificar *igualdad* con *identidad*, desde la perspectiva de la lógica, siguiendo a Leibniz quien caracteriza el predicado de *igualdad* a través el predicado *identidad de los indiscernibles*: x y y son *iguales* *sí y solo sí* tienen exactamente las mismas propiedades, aunque numéricamente sean dos entes u objetos distintos, es decir, comparten todas las propiedades menos la propiedad de “ser el mismo” o “unicidad”; Y son *idénticos* si son el mismo ente u objeto, es decir, no se da la existencia de una propiedad que no compartan.

Es así como la tesis de que no puede haber dos objetos iguales pero distintos (es decir, que no sean el mismo a pesar de tener las mismas propiedades) defiende la posición de Leibniz sobre los *indiscernibles*. Admitiendo el principio de Leibniz, se puede tomar la expresión del bicondicional (transitividad) $\forall x \forall y (x=y \leftrightarrow \forall P x \forall P y (Px \leftrightarrow Py))$ como una definición de *identidad*, y bajo ese principio, *identidad e igualdad* son la misma relación. Esto conlleva cierta carga ontológica en la cual asumimos que el principio de Leibniz es evidente y define la relación de *igualdad/identidad*. Ampliemos un poco más estas ideas: si dos cosas comparten todas sus propiedades no solamente son idénticas sino además únicas,

⁸ Ver entrada “indiferencia” en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía*, Sudamericana, Buenos Aires, 2000, p. 42.

⁹ Cfr. Garber, D., *El espacio como relación en Leibniz*, Equinoccio, Caracas, p. 164-165

¹⁰ Ver entrada “indiferencia” en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía...*, cit., p. 42.

esto es, son la misma cosa. En términos formales: para todo x tal que x cumple la propiedad P (siendo P la propiedad de tener las mismas propiedades) existe algún y que cumple propiedad P , entonces se dice que $x=y$, luego x y y son el mismo, esto es son idénticos y únicos. En tal sentido, dos cosas que cumplen todas las propiedades, son idénticas y numéricamente no distintas ya que son la misma, esto es, son “una”, por tanto cumplen la *identidad* y la *unicidad*. Define Ferrater *unicidad* como “algo se llama "único" cuando es numéricamente uno.

En este sentido todo ser singular, sea o no individual, es único, es decir, cuando no existe otro exactamente igual en su clase”,¹¹ en otras palabras, si admitimos que “*ser el mismo*” es una propiedad, entonces está claro que son el mismo objeto que comparten todas las propiedades incluso “ser el mismo”, lo que asevera la tesis leibniziana en cuanto a los *indiscernibles*.

Otro ejemplo de *igualdad por equivalencia*, lo podemos encontrar en las matemáticas. Por ejemplo, cuando se dice que:

$$X^2 + 1 = 2X$$

Por supuesto que ambos miembros son iguales a 2, (recordemos aquí que si ambos miembros son iguales, ambos miembros son el mismo elemento, solo existe un dos, no varios doses todos ellos iguales entre sí o sea *salva veritate*), por lo tanto *la igualdad establece la equivalencia de la transformación* elevar al cuadrado y sumar 1 que la transformación multiplicar por 2, ya que si $x = 1$ ambas conducen al mismo elemento, al 2. Ambos ejemplos (moneda y expresión matemática) nos muestran que al establecer una relación de igualdad no podemos asegurar si se habla de la primera ó de la segunda. Ambas situaciones, igualdad por identidad o igualdad por equivalencia, se expresan con el mismo símbolo (=) aunque tienen un significado conceptualmente distinto. Por tanto cuando hablamos de una *relación de igualdad* debería especificarse a qué estamos haciendo referencia, *a una identidad entre elementos ó a una equivalencia entre transformaciones*.

De todo lo anterior podemos resumir diciendo que Leibniz caracterizó el predicado de *igualdad* mediante la llamada *identidad de los indiscernibles*. Cuando los lógicos pretendieron expresar esta definición en el cálculo de predicados de primer orden se encontraron con que algo tan fácil de expresar en lenguaje ordinario no podía ser recogido en el sistema formal de los *Principia*: se requería un lenguaje que admitiera cuantificación sobre predicados, porque el principio leibniziano habla de *toda propiedad*. Esta dificultad llevó a introducir este predicado en el lenguaje formal por otros caminos: postular las condiciones que debe satisfacer la constante predicativa “=”. Aparece por este procedimiento una *acepción débil* de igualdad, (1) *la relación de equivalencia*, y *acepción en sentido fuerte*, (2) *la relación identidad* que debe satisfacer la llamada propiedad de reemplazamiento o sustituibilidad, en términos de Wolff (*salva veritate*), es decir, porque los términos son iguales pueden intercambiarse preservando la verdad, o sea reemplazar uno por otro (por ejemplo 1/2 y 3/6 serían equivalentes, pero no idénticos). De esta forma al tener dos cosas con propiedades iguales no serán distinguibles ya que cumplen con una relación de equivalencia (*sentido débil de igualdad*). Para el caso en que x sea estado de reposo y y estado de movimiento uniforme y la propiedad común en ambas *velocidad constante*, se dirán iguales por equivalencia.

¹¹Ver entrada “Unicidad” en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía...cit.*,p.78

4. Conclusiones

De esta manera, no es un ser superior —como pensaba Newton— quien dará preferencia por un estado u otro sino que ambos estados de movimiento —reposo y movimiento uniforme— se hacen *indiscernibles* al ser *equivalentes*. En otras palabras, reposo y movimiento uniforme aunque distintos comparten una propiedad en común (velocidad constante) lo que los hace iguales por equivalencia. Esta es la solución de Leibniz desde la cinemática¹² la vinculación entre *igualdad, identidad y equivalencia*. Igualdad en sentido fuerte (identidad) e igualdad en sentido débil (equivalencia).

Ilustremos lo anterior desde un punto de vista cualitativo: imaginemos que somos pasajeros del barco de Galileo y nos encontramos en alguno de los dos estados de movimiento, esto es, reposo o movimiento uniforme. Por algún motivo (que no nos interesa aquí), se intercambia un estado por otro, reposo por movimiento uniforme o viceversa. Ahora bien, no notaremos tal intercambio debido a que, para nosotros, reposo (*velocidad constante* igual a cero) o movimiento uniforme (*velocidad constante* distinta de cero) son *indiscernibles* ya que ambos estados de movimiento son *iguales*, en su sentido débil, al compartir una propiedad en común, a saber, *velocidad constante*. Podríamos decir que, el barco de Galileo refiere a una situación *in abstracto* ya que para los pasajeros del barco, será indistinto, indiferente o *indiscernible* reposo o movimiento. Por el contrario, *in concreto* tendremos siempre una *distinción* que, en términos físicos, refiere a que siempre nos situamos, de una forma local, en un sistema de referencia que nos permite discernir en cual estado de movimiento estamos.

Desde el punto de vista cuantitativo, la propiedad en común que comparten reposo y movimiento uniforme, a saber velocidad constante, es una magnitud. Las leyes de la física describen el comportamiento de la naturaleza a través de fenómenos que son expresados por medio de magnitudes. El movimiento es un fenómeno referido al cambio de posición de un cuerpo situado en el espacio en un tiempo determinado. De esta manera, si un cuerpo se encuentra en un punto “A” en un tiempo “ t_A ” y luego se encuentra en un punto “B” en un tiempo “ t_B ” afirmamos —debido al cambio entre un punto y otro— que se ha movido. La variación desde la posición inicial —punto “A”— hasta la posición final —punto “B”—, se denomina “distancia” expresándola formalmente como $d=d_B-d_A$. Análogamente el “intervalo de tiempo” en el cual ha ocurrido tal variación de posición lo podemos expresar formalmente como $t=t_B-t_A$. Siendo tanto la “distancia” como el “intervalo de tiempo” cantidades numéricas que se relacionan entre sí de forma proporcional (formalmente d/t). A la relación proporcional entre ambas cantidades numéricas lo denominamos *velocidad*. Es así como, las leyes de la física quedan descritas por medio de relaciones proporcionales entre magnitudes. De esta forma, el principio de inercia señala la indistinción o indiscernibilidad entre ambos estados de movimiento desde un punto de vista cuantitativo a diferencia de Galileo que lo hace desde lo cualitativo. Bajo la perspectiva anterior, será indiferente *intercambiar o permutar* el valor numérico entre dos velocidades constantes ya que tales valores son *iguales por equivalencia* como consecuencia, la descripción del fenómeno —*principio de inercia*— será independiente del valor numérico de la velocidad pero dependiente de la propiedad de ésta—*ser constante*—. En otras palabras, el principio de inercia es invariante frente a una

¹²Entenderemos *cinemática* como se entiende en física: el estudio del movimiento sin tomar en cuenta las causas que lo producen; mientras que *dinámica* es el estudio del movimiento tomando en cuenta las causas que lo producen. Nota del Autor

transformación de Galileo, ya que depende de magnitudes y no de cantidades numéricas¹³. El principio describe la *indiscernibilidad* entre los estados de movimiento, reposo y movimiento uniforme, a través de la magnitud *velocidad* que tiene la propiedad de *ser constante*. Lo que hace indiferente intercambiar un valor numérico por otro, dejando al principio invariante o indiferente frente a la transformación, es la igualdad por equivalencia entre las cantidades numéricas que establece la propiedad de *ser constante* de la magnitud *velocidad*. Desde este punto de vista, se puede afirmar que la concepción relacional de Leibniz, bajo *el principio de razón suficiente*, es el fundamento sólido del que parte su crítica al carácter ontológico del espacio absoluto de Newton. El principio de identidad de los indiscernibles, subsidiario del principio de razón suficiente le ayuda en la solución cinemática del problema de la equivalencia de los sistemas inerciales en la primera ley del movimiento. Lo que no pudo responder Leibniz a Clarke fue la posibilidad de la inercia desde la solución dinámica (segunda ley) que propuso Newton. Podemos admitir que mientras Newton lograba resolver el problema del espacio y del movimiento absoluto a través de la dinámica, Leibniz hizo lo propio al resolver el problema desde la cinemática como consecuencia del análisis lógico, al considerar la igualdad por equivalencia entre estados distintos en el problema del movimiento rectilíneo uniforme y el reposo, bajo los *principios de razón suficiente* y la *identidad de los indiscernibles*.

¹³En este punto es bueno traer a colación las ideas de Eudoxo de Cnido quien estableció las magnitudes como relaciones proporcionales entre cantidades numéricas. Lo que queremos ilustrar es justamente esto, siguiendo las ideas de Cnido. Nota del Autor