TEXTOS – DOCUMENTOS

SIGNIFICADOS DE LA IMPLICACION (+) (*)

John Corcoran

En el discurso matemático y filosófico tanto como en contextos eruditos ordinarios el término 'implica' es utilizado en varios sentidos claros, muchos de los cuales han sido ya advertidos y explicados. Las primeras cinco secciones de este artículo codifican a interrelacionan los significados más ampliamente reconocidos. La sección 6ª trata sobre un ulterior uso común y significativo. En la sección 7ª se analiza e interrelaciona la noción de consecuencia lógica de Tarski, la noción "modelo-teorética" de consecuencia lógica, y las dos relaciones de fundamento de Bolzano. La sección octava emplea la distinción uso-mención para separar las tres categorías gramaticales comunes de 'implica'. La sección 8ª también muestra que los criterios basados en el uso-mención no son indicaciones fidedignas del pretendido empleo de 'implica'. La novena y última sección relaciona lo anterior con el contrafactual y ofrece razones por las cuales no se pueda esperar encontrar 'implica' utilizado para expresar contrafactuales. Finalmente se añade un resumen.

1. Es ya un hecho ampliamente reconocido (y ampliamente lamentado) que los matemáticos, necesitando una palabra única y corta para reemplazar 'si... entonces' en su sentido veritativo-funcional, hayan adoptado el término 'implica' para este propósito. En este sentido, "A implica B" significa simplemente que A es falso o B es verdadero (1). Utilizaremos 'implica$_1$' para distinguir este sentido de otros que serán apuntados más adelante. A propósito, como se verá aún más claramente a continuación, sólo ocurre raramente, si acaso, que 'implica' sea utilizado en este sentido en el inglés actual. Algunos autores expresan 'implica$_1$' mediante la frase 'implica materialmente'.

(+) La redacción de AGORA agradece el amable permiso para la presente publicación del profesor J. Corcoran y de Roberto Torretti, editor de la revista DIALOGOS, en cuyo nº 25 (Noviembre de 1973), pp. 59-76 apareció originalmente el presente artículo bajo el título "Meanings of Implication".

(1) Para evitar una excesiva complejidad, la notación para la distinción de uso-mención no es estrictamente observada en las primeras siete secciones. Hasta cierto punto la sección 8ª ofrece ulterior justificación por descuidar un tanto esta, por lo demás, importante distinción.

2. "A implica B" es también empleado para significar que B está ya lógicamente implícito en A, i.e., que uno sería redundante si fuese a aseverar A y entonces aseverase también B ya que aseverar B sería construir otro enunciado sin añadir ninguna nueva información (no expresada ya por A). Por ejemplo, utilizando 'implica' en este sentido diríamos que "El área de un triángulo es un-medio de la base por la altura" implica "El área de un triángulo isósceles en un-medio de la base por la altura". Es quizás más usual decir "B es una consecuencia lógica de A" o "A implica lógicamente B" para significar que A implica B en este sentido. Utilizaremos 'implica$_2$' para distinguir este uso.

Claramente, si A implica$_2$ B entonces A implica$_1$ B, pero no necesariamente lo converso. Por ejemplo, "Los gatos ladran" implica$_1$ "Los perros ladran", pero "Los perros ladran" no es ciertamente una consecuencia lógica de "Los gatos ladran". Más aún, en el uso de sentencias que tienen diferentes valores de verdad en momentos diferentes, una sentencia que es verdadera en cierto momento tiene diferentes implicaciones$_1$ (en ese momento) que las que tiene en el momento en que es falsa. Una sentencia falsa implica$_1$ toda sentencia mientras que una sentencia verdadera implica$_1$ sólo sentencias verdaderas (cfr. [L&L], p. 261) (2). Por otro lado, la implicación$_2$ es completamente independiente del valor de verdad efectivo de A. A implica$_2$ la misma sentencia cuando es verdadera como cuando es falsa. La implicación$_2$ es una relación *lógica* entre sentencias y no la denominada relación material.

Otro modo de contrastar 'implica$_1$' e 'implica$_2$' es éste: "A implica$_1$ B" equivale a "*no es verdad* que A sea verdadera y B sea falsa" mientras que "A implica$_2$ B" equivale a "es imposible lógicamente que A sea verdadera y B sea falsa" (Cfr. [L&L], pp. 243-244).

Vale la pena mencionar explícitamente que la implicación lógica está íntimamente relacionada con la noción tradicional de la validez de un argumento de premisa-conclusión. Decir que A implica lógicamente B es decir ni más ni menos que el argumento (A, B) [premisa A, conclusión B] es válido. Y, como ha sido frecuentemente advertido, decir que (A, B) es válido es decir ni más ni menos que B simplemente "reafirma" parte (o todo) de lo que se dice en A.

3. También ocurre, tanto en contextos matemáticos como en el habla cotidiana, pero quizás no tan frecuentemente, que "A implica B" se use para significar que B puede ser deducida (o derivada, o inferida) mediante razonamiento lógico desde A. El lector debería percatarse de que uno deduce lógicamente B desde A con el único propósito de establecer que B está ya lógicamente implícita en A, i.e., que A implica$_2$ B. Generalmente se asume como cierto que A implica$_2$ B cuando B es correctamente inferible desde A (de lo contrario uno no podría confiar en el razonamiento lógico). "A implica$_3$ B" es utilizado en el sentido de "B es derivable lógicamente desde A".

Supongamos por un momento que B es efectivamente deducible lógicamente desde A. Supongamos ahora que un estudiante, el Sr. S, lleva a cabo el proceso de deducir paso a paso B desde A. ¿Significa ésto que el Sr. S hizo la deducción correcta-

(2) Para evitar excesivas notas a pie de página, el material entre paréntesis refiere a la bibliografía al final del artículo y a su paginación correspondiente.

mente? Por supuesto que no. Como todos sabemos por experiencia en geometría elemental, con frecuencia B es deducible lógicamente desde A aunque el estudiante lo haga incorrectamente. Así, decir que B es deducible lógicamente desde A no es lo mismo que decir que quienquiera que deduzca B desde A lo haga correctamente. Decir que B es deducible lógicamente desde A es decir que es posible teóricamente realizar paso a paso, en una forma lógicamente correcta, un proceso de deducción que conduzca de A a B. No hay razón suficiente para pensar que B sea deducible lógicamente desde A siempre que A implique lógicamente B. Es obvio que puede haber casos donde, aunque la deducción sea posible teóricamente, resulte imposible prácticamente por razones de tiempo. La deducción pudiera requerir por ejemplo, miles de años para su consecución. Pero, en cierto sentido, la situación es todavía peor. Como resultado del trabajo de Godel en la década de los treinta, muchos matemáticos y filósofos creen que en algunos casos donde A implica$_2$ B, A no implica$_3$ B. Se trataría de aquellos casos en donde cierta sentencia B es realmente una consecuencia lógica de A (digamos los axiomas de alguna rama de la matemática expresados a modo de única sentencia) pero donde es imposible deducir B desde A.

Aunque Tarski ha afirmado ([T], p. 410) que algunos lógicos creen que la consecuencia lógica (implica$_2$) es tanto suficiente como necesaria para la deducibilidad lógica (implica$_3$) –algunas confusiones obvias aparte (e.g. [L&L], p. 337; [W], p. 40)– ninguno de ellos parece de hecho haberlo creído. En cualquier caso, no he sido capaz de encontrar ninguna referencia para corroborar los asertos de Tarski (cfr. [C]).

4. Para comparar los anteriores tres sentidos de 'implica' consideremos un ejemplo particular. Sea A una sentencia que enuncia los postulados de Peano para la aritmética ([M], p. 135) *y* las definiciones de adición, multiplicación y número primo. Sea B la conjetura de Goldbach "Todo número mayor que dos es la suma de dos primos" (cuya verdad o falsedad es todavía desconocida, véase [F], p. 6). Consideremos ahora la siguiente sentencia.

(1) A implica B o A implica no-B.

En el primer sentido de 'implica', el enunciado 1 es una observación completamente trivial cuya verdad es deducible por la ley de tercio excluso: Si B es verdadera entonces A implica$_1$ B o si no-B es verdadera entonces A implica$_1$ no-B. Pero una u otra es verdadera, por tanto el enunciado 1.

En el segundo sentido de 'implica', el enunciado 1 dice, en efecto, que la conjetura de Goldbach no es lógicamente independiente (3) de A. Literalmente, el enunciado 1 dice *o* la conjetura de Goldbach está ya lógicamente implícita en A (y por tanto sería redundante introducirla como un nuevo axioma) *o* la negación de la conjetura de Goldbach está ya implícitamente en A (y por tanto sería redundante intro-

(3) Ya que el uso corriente del término "independiente" (y sus variantes) no es uniforme tómese en cuenta las siguientes convenciones de este artículo. "B es lógicamente independiente de A" significa que ni B ni su negación es una consecuencia lógica de A. Decir que un conjunto de sentencias es ***independiente*** es decir que ninguna de ellas es una consecuencia lógica del resto. Decir que dos sentencias son independientes es decir que el par es independiente.

ducirla como un nuevo axioma). Bajo esta lectura 1 no es trivial. En efecto, es un enunciado más bien profundo que involucra las propiedades lógicas de la axiomatización usual de la aritmética. Tanto es así, que se sabe que el enunciado 1 (en este sentido) es verdadero (4).

En el tercer sentido de 'implica' el enunciado 1 dice, en efecto, que *o* es posible deducir la conjetura de Goldbach desde los axiomas y definiciones de la aritmética, *o* es posible deducir la negación de la conjetura de Goldbach desde los axiomas y definiciones de la aritmética. Pienso que es prudente decir que nadie tiene ninguna razón para pensar *o* que el enunciado 1, en este sentido, sea verdadero *o* pensar que sea falso.

En conclusión, en el primer sentido el enunciado 1 es trivialmente verdadero, uno no necesita saber nada esencialmente para determinar su verdad; en el segundo sentido es verdadero, pero es una verdad más bien profunda, cuyo conocimiento involucra un bagage más bien extenso en matemáticas (digamos el de un estudiante de último curso universitario); en el tercer sentido, es un enunciado muy profundo cuya verdad (o falsedad) es todavía desconocida. De hecho, un matemático (véase [F], p. 6) escribiendo en la década de los veinte parece sugerir que anteriormente a sus observaciones las *cuestiones* de esta índole no habían sido tratadas. Y por lo que concierne a mi conocimiento, está perfectamente en lo cierto (cfr. [C]).

Es ya obvio que dos cualquiera de las tres anteriores nociones de implicación nunca son intensionalmente la misma, i.e., cada una tiene un significado distinto. Puede ocurrir sin embargo que nociones distintas sean extensionalmente equivalentes, i.e., que se apliquen genuinamente a exactamente las mismas cosas (o pares de cosas en el caso de las relaciones). Sin embargo, como hemos acabado de ver, en ningún caso dos de éstas resultan extensionalmente equivalentes. La extensión de implica$_3$ está incluída propiamente en la de implica$_2$, la cual a su vez está incluída propiamente en la extensión de implica$_1$.

Russell fue justamente uno de los tantos filósofos –con sentido común en otras cosas– que confundió implica$_1$ (implicación material) con implica$_2$ (implicación lógica). Esto es evidente en varios pasajes en los escritos de Russell donde utiliza "se sigue desde" para indicar lo converso de "implica". Resulta tajantemente muy claro en el enunciado de los siguientes tres principios ([BR], p. 15).

(1) Una proposición falsa implica$_1$ toda proposición.

(2) Una proposición verdadera es implicada$_1$ por toda proposición.

(3) De dos proposiciones cualquiera, una implica$_1$ la otra.

Más aún, Russell aceptaría el principio 4 (a continuación) sin titubeos; se trata simplemente de 1 (arriba) en el primer sentido discutido.

(4) Para dos proposiciones cualquiera, una implica$_1$ la otra o sino implica$_1$ la negación de la otra.

---

(4) Véase [F] loc. cit. El hecho básico que se necesita para descubrir su verdad puede ser obtenido combinando el tratamiento de los postulados de Peano en [B&M], pp. 54-56, con el análisis general de los sistemas axiomáticos en [F], pp. 1-12. También cfr. [M], p. 136.

Nadie versado en lógica elemental podría aceptar la identificación de Russell de estas dos nociones porque, utilizando la interconexión usual entre la consecuencia lógica y la validez de los argumentos de premisa-conclusión, los principios 1 y 2 implicarían que cualquier argumento con una premisa falsa o una conclusión verdadera es válido. Nadie versado en la historia de las matemáticas podría aceptarlo porque reduciría la cuestión lógica, históricamente difícil, de la independencia del postulado de las paralelas a una trivialidad: el principio 4 diría que ningún postulado es independiente. Russell se pudo haber ahorrado esta equivocación, percatándose con buen tino, de que la cuestión de la independencia del quinto postulado se refiere a "implica$_3$"; i.e., si el quinto postulado y/o su negación es derivable lógicamente desde la conjunción de los otros cuatro. Pero, ¿qué podría responder él a la cuestión de por qué debería preocuparle a cualquiera si el quinto es independiente (con respecto a la derivabilidad) de los otros cuatro? Si fuese a contestar que el asunto verdaderamente importante es si el quinto postulado y/o su negación es implicado materialmente por los otros se vería entonces nuevamente atrapado en su trivialidad.

Mi opinión es que no hay modo de entender la importancia del problema de la independencia del postulado de las paralelas sin presuponer la noción de implica$_2$ (implicación lógica). Mi conclusión aquí es que Russell, a pesar de su grandeza, fue insensible a la historia y esta insensibilidad no sólo hizo posible su confusión de la implicación lógica con la material sino que también previno efectivamente que descubriese su error.

No es necesario decir que cada uno de los cuatro principios se convierten en estrepitosas falsedades si 'implica$_2$' o 'implica$_3$' sustituyese 'implica$_1$'.

A pesar de parecer azotar a un caballo muerto, me gustaría tratar de las que considero como las causas de la confusión de la implicación material y la implicación lógica con la derivabilidad (lógica) o deducibilidad.

Hay una falacia sutil involucrada en la confusión de la implicación material con la derivabilidad. Supongamos que queremos "mostrar" que A implica materialmente B si y sólo si B es derivable desde A. En primer lugar es suficientemente obvio y además verdadero que si B es derivable desde A entonces A implica materialmente B. La falacia surge al hacer la conversa. Supongamos que A implica materialmente B. Entonces, si también asumimos A podemos derivar B mediante modus ponens. Esto parecería indicar que entonces B es derivable desde A –¡pero este no es el caso!– Lo que muestra es que B es derivable desde 'A implica materialmente B' *y* A (tomado conjuntamente), algo que no necesitábamos mostrar. (Cfr. [BR], p. 33 y [B], p. 209).

Recuérdese 'A implica materialmente B' significa simplemente que A es falsa o B es verdadera mientras 'B es derivable desde A' significa que es posible teóricamente escribir una deducción, posiblemente muy larga, la cual mostraría que B debe ser verdadera si A fuese verdadera.

Una confusión entre la implicación lógica y la derivabilidad parece centrarse en una ambigüedad sistemática en el uso inglés del sufijo "able" relacionado con la ambigüedad del uso "incorrecto" de "poder" (**). En primer lugar, derivar (inferir, deducir) B desde A no se consigue simplemente pronunciando un performativo, e.g. "Yo por la presente infiero B desde A". Algo más debe hacerse y usualmente es algo muy complicado.

En cierto sentido, la implicación lógica es una autorización para la derivación (inferencia, deducción). Pero aún la presencia de tal autorización no garantiza que la acción pueda ser llevada a cabo teóricamente o efectivamente. Por supuesto, es una tautología que si hay autorización entonces hay autorización. Es interesante señalar que es posible usar una palabra de la forma X-able para indicar no la posibilidad teórica o efectiva de hacer X sino meramente que existe una autorización para hacer X. Por ejemplo, en un parque estatal, las laderas de la montaña en las cuales se permite escalar podría llamarse 'escalables' aunque algunas de las llamadas 'laderas escalables' no sean tan siquiera teóricamente posibles de escalar. Así, si 'implica lógicamente' es usado como Russell ([BR], p. 33) y otros lo usaron, indicando la existencia de una autorización para la deducibilidad lógica y si 'deducible lógicamente' es también usado para indicar la existencia de la autorización entonces la confusión resulta de una equivocación en la tautología: "A implica lógicamente B si y sólo si B es deducible lógicamente desde A".

Es también relevante señalar aquí que algunos escritores parecen pensar que deducir B desde A es simplemente hacerse la idea de que A implica B (donde A efectivamente sí implica lógicamente B). Este uso de "deducir" apoyaría la opinión de que la implicación lógica de B por A es una justificación para deducir B desde A (cfr. [L&L], p. 337). Esto a su vez sería concordante con el uso de "deducible desde" como un sinónimo de "implicado lógicamente por". Sin embargo, debería quedar claro que el análisis de la práctica matemática, científica y filosófica no corrobora el anterior uso de "deducir". Más aún, deducir B desde A *es* hacerse la idea de que A implica lógicamente B –pero no simplemente eso–. Para deducir B desde A uno debe hacerse la idea de un modo lógicamente correcto lo cual, en casos no triviales, involucra descubrimiento lógico sustancial, descubrimiento de una prueba, una cadena de razonamiento lógico desde A a B. Por ejemplo, Fermat *afirmó* que había deducido su último "teorema", pero hasta hoy nadie sabe si lo hizo y nadie ha sido capaz de hacerlo (¿nuevamente?). En cualquier caso, aquellos de nosotros que creemos que el último "teorema" de Fermat se sigue lógicamente desde los axiomas y definiciones de la aritmética no decimos de otros con creencia similar que han deducido el "teorema". Más aún, hay mucha gente que cree verdaderas las implicaciones lógicas sin haberlas deducido.

5. Ya ha sido también tomado en consideración por otros que "A implica B" se usa también algunas veces para significar que "A-y-C implica$_3$ B" donde C es algún enunciado "obvio" tomado tácitamente por el hablante como asumido previamente por cualquiera que entienda la conversación. Por ejemplo, uno puede decir que "Marion es un jugador de fútbol" implica "Marion es un varón" bajo la suposición de que todo jugador de fútbol es varón. A modo de otro ejemplo, se intuye con frecuencia en cursos de teoría de conjuntos que el axioma de elección implica el principio de buen orden. Aquí la sentencia C que está siendo asumida debe expresar al menos la definición de buen orden y usualmente también algunos de los más elementales axiomas de la teoría de conjuntos. Para indicar este sentido de 'implica' podemos escribir "C-implica$_3$" donde C indica que está involucrada una suposición. Naturalmente, uno esperaría que "A implica B" sea también utilizado en el sentido de "A-y-C implica$_2$ B" y en el sentido de "A-y-C implica$_1$ B" donde C indi-

ca una suposición como antes. Usaremos "C-implica$_2$" y "C-implica$_1$" para indicar estos dos últimos sentidos.

Pudiera bien ser el caso que los tres significados últimamente mencionados de 'implica' den cuenta de la mayoría de los usos actuales. Denominaremos los últimos tres usos *elípticos* o *entimemáticos*. El uso entimemático de 'implica' es particularmente manejable cuando se acomoda al propósito de la vaguedad mientras que al mismo tiempo todavía da a entender la idea de algún tipo de conexión entre dos sentencias.

6. Una clase adicional de usos que deseo analizar parecerá al principio extraña y perversa a aquellos que usan cuidadosamente 'implica' en uno o más de los sentidos anteriores. En uno de los nuevos sentidos, "A implica B" es utilizado para expresar que B puede ser lógicamente inferido *como un hecho* en base a la fuerza de A. En otras palabras, "A implica B" significa que A es evidencia suficiente para B. Como insistió Frege, nada puede ser concluído en base a la fuerza de un enunciado falso (cfr. [J], p. 240) y, por tal motivo, un enunciado falso no puede *ser* evidencia para nada aunque, por supuesto, los enunciados falsos son a menudo (erróneamente) aceptados como evidencia. En cualquier caso, si uno sabe que A es falsa (o al menos no sabe que A es verdadera) entonces aún sabiendo que B se sigue lógicamente desde A uno no puede concluir B como un hecho en base a lo que dice A. Lo importante es que "A implica B" en este sentido equivale a "A es verdadera y A implica$_2$ B".

Otro modo más general de tratar esta cuestión involucra la observación lingüística de que cuando decimos "El hecho de que A..." pretendemos comunicar que A es verdadera (más lo que además sea dicho). Por ejemplo, "El hecho de que Samuel Clemens esté vivo implica que ciertas informaciones del periódico son incorrectas" significa tanto que Samuel Clemens está realmente vivo como que cierta implicación se mantiene. Dada esta observación podemos explicar que "A implica B" en los sentidos de esta sección, significa "El-hecho-de-que-A implica B", donde 'implica' se usa aquí para indicar ambiguamente cualquiera de los otros sentidos (usualmente "implica$_2$" o "C implica$_2$"). Esto nos arroja seis nuevos sentidos de 'implica' –uno por cada uno de los sentidos previos–.

Cada uno de estos seis sentidos presentes presupone la verdad de la sentencia que implica y es sólo en estos sentidos que "A implica B" presupone la verdad de A. En cualquier otro sentido aquí considerado, sólo se afirma una relación entre A y B y no se sugiere ninguna indicación de la verdad de A. Más aún, en los otros sentidos la proposición "A implica A" es trivialmente verdadera sin importar el valor de verdad de A, mientras que en los sentidos presentes "A implica A" implica lógicamente A y por tanto es falsa siempre que A sea falsa.

Cuando por primera vez me convencí de que algunos estudiantes estaban realmente utilizando el término en uno (o más) de los sentidos presentes no podía identificar exactamente aquello que en su actividad lingüística me había inducido a percatarme de ello. Entonces hice las siguientes observaciones: (1) Se sentían incómodos cuando decía "A implica B" cuando A era obviamente falsa, (2) un estudiante llegó a decir que una sentencia falsa no implicaba nada y (3) cuando A era obviamente falsa se mostraban poco dispuestos a decir "A implica B" pero decían frecuentemente "A implicaría B" queriendo significar, supongo, que A implicaría B si A fuese verdadera.

Lo anterior no es evidencia concluyente de mi afirmación de que 'implica' se usa realmente en los sentidos de esta sección. Para hacer esta opinión más aceptable –o al menos más comprensible– listaré otras breves formas comunes de decir "A es verdadera y A implica B" (usualmente "implica$_2$" o "C-implica$_2$").

(1) A; por lo tanto, B.
(2) A; de ahí que, B.
(3) A; consecuentemente, B.
(4) A; así que B.
(5) A; de modo que, B.
(6) Desde A, se sigue que B.
(7) Ya que A; B.
(8) Que A implica que B.

Lo que esta lista (5) pretende mostrar es que "A es verdadera y A implica B" expresa una idea más bien ampliamente utilizada. Esto a su vez hace más aceptable pensar que 'implica' se usa a veces en alguno de estos sentidos los cuales, repito, son los únicos que presuponen (6) la verdad de la sentencia que implica. Una reflexión sobre el uso del inglés resolverá este asunto.

"A implica B" en el sentido de "A es verdadera y A implica$_2$ B" es especialmente importante en la interpretación de las tesis de Frege sobre la lógica. Pudiera muy bien ser el caso que Frege desarrollase sólo un sistema logístico (para probar verdades lógicas) y no desarrollase un sistema para probar conclusiones desde premisas (no lógicas) porque tomaba 'implica' en el último sentido. El haber ido más allá de un sistema logístico le hubiese involucrado en la determinación de valores de verdad de sentencias lógicamente contingentes traspasando así los límites de la lógica pura (cfr. [J], esp. p. 240 y [R], p. 16). Ninguna notación especial será utilizada para los sentidos de esta sección.

7. Hay otra clase de significados que podrían ser añadidos al término "implica". Es cierto que algunos de ellos ya han sido efectivamente señalados y, si el tra-

---

(5) Esta lista no es nueva. Por ejemplo, Russell ([BR], p. 14) trató el primer punto y el resto es obvio una vez nos percatamos de los elementos relevantes del primero.

(6) Ya está claro que estoy usando el término 'presupone' en uno de sus sentidos ordinarios y no en el sentido técnico de Keenan, Strawson, y los modernos lingüistas semanticistas según los cuales una sentencia S presupone P si y sólo si P debe ser verdadera para que S tenga cualquier valor de verdad. En consonancia con este uso, una sentencia y su negación tienen las mismas presuposiciones. Por ejemplo, 'Alfredo se sorprendió de que María ganara' y 'Alfredo no se sorprendió de que María ganara' presuponen ambas que 'María ganó'. Véase [K]. No estoy de ningún modo diciendo que no haya ningún uso de "implica" en el cual "A implica B" presupone A en el sentido de Keenan. Por el contrario, tal uso existe. Es interesante notar sin embargo, que tal uso no es sinónimo del condicional "genuino", "Si A entonces B", el cual, aunque tiene un valor de verdad sólo cuando A es verdadera, todavía no presupone la verdad de A. De hecho, todo el asunto del condicional genuino es evitar implicar y/o presuponer el antecedente. Cfr. [Q], p. 12.

bajo de Bolzano obtuviese siempre la atención que merece, varios de los restantes también lo estarían.

La manera más fácil de introducirnos en esta clase de significados es a través de algunas de las observaciones de Russell en *Los Principios de la Matemática* [BR]. Russell considera la siguiente sentencia:

(1) Sócrates es hombre implica que Sócrates es mortal.

Este caso aparece como una implicación entimemática donde la presunción es que todos los hombres son mortales. Pero Russell dice ([BR], p. 14) (***).

> ... parece de inmediato que podemos sustituir no sólo otro hombre, sino también cualquier otra entidad en lugar de Sócrates. Así, aunque lo que se expresa explícitamente, en un caso tal, es una implicación material [el "implica$_1$" anterior], lo que se significa es una implicación formal; y necesitamos algún esfuerzo para restringir nuestra imaginación a la implicación material.

Por *una* implicación formal Russell entiende una proposición del tipo siguiente.

(2) Para todo valor de x, A(x) implica$_1$ B(x).

En otras palabras, Russell está afirmando que la sentencia 1 anterior sería normalmente entendida no como una implicación entimemática sino más bien como equivalente en significado a las sentencias 3 y 4 a continuación.

(3) Todo lo que es un hombre es mortal.
(4) Para todo x, si x es un hombre entonces x es mortal.

En este punto lo que dice Russell sobre la implicación formal está claro, aunque ulteriormente pierda su claridad. La implicación formal es una relación entre funciones proposicionales (o, en la terminología de este ensayo, entre expresiones sentenciales que involucran variables libres) que tiene lugar cuando la clausura universal del condicional apropiado es verdadera. En el pasaje citado anteriormente Russell dice que es natural entender 'implica' entre dos sentencias como indicativo de que la implicación formal se mantiene entre dos expresiones sentenciales obtenidas de sentencias donde los términos han sido sustituídos por variables (también cfr. [B], p. 252). Pero Russell nunca se molestó en decir exactamente qué términos deberían ser reemplazados por variables. Parece haber tres posibilidades obvias para explicar a Russell. Primero, que no hay ninguna regla para determinar qué términos deberían ser cambiados ni siquiera en una sentencia dada. Si el oyente está inseguro acerca de lo que se dice en un caso dado, el hablante debe decir qué términos quiere 'cambiar'. Por ejemplo, la sentencia 5 (a continuación) pudiera ser utilizada para decir que quienquiera que come pescado le gusta el pescado, o que todo lo que come Sócrates le gusta o incluso que todo lo que alguien come le gusta.

(5) Sócrates come pescado implica que a Sócrates le gusta el pescado.

Dado el carácter de *Los Principios de la Matemática* pienso que esta es la respuesta, i.e., que Russell estaba haciendo observaciones acerca de un uso ambiguo de 'implica'. El uso ambiguo tiende a desplazar las posibilidades de 'implica' más cerca del sentido de implicación lógica, permitiendo algunas implicaciones consideradas como falsas y de hecho falsas como tales implicaciones lógicas. Por ejemplo, la sentencia 6 es falsa cuando 'implica' significa implicación lógica y es falsa cuando tomada en el sentido de implicación formal con 'maullar' sustituído por una variable, pero por supuesto, es una implicación material verdadera.

(6) Los perros maullan implica que los gatos maullan.

Un segundo modo de entender a Russell es cambiar todos los términos compartidos. De este modo la sentencia 5 significaría que todo lo que alguien come le gusta. Esto tiene la ventaja de no ser ambiguo. También se acerca más a la implicación lógica pero todavía se mantiene entre sentencias que no están relacionadas por la implicación lógica. En este sentido de 'implica' todas las implicaciones materiales generalizables se mantendrían como implicaciones.

Un tercer modo de entender a Russell es permitir el cambio de todos los términos no-lógicos. Bajo esta interpretación de 'implica' muchas de las implicaciones materiales generalizables no se mantendrían y ésto nos llevaría muy cerca de la implicación lógica. Usaremos 'implica$_4$' para indicar este sentido de implica.

De hecho, este último paso nos lleva a un sentido de implicación que es consonante con la lógica Aristotélica hasta el punto que un argumento Aristotélico es válido si y sólo si la conclusión es implicada$_4$ por la conjunción de las premisas. Incidiendo en ésto, Lewis y Langford ([L&L], pp. 342-346) ofrecen algo similar a la implicación$_4$ como una explicación del uso matemático normal, y la explicación de Tarski ([T], pp. 410 y ss.) difiere de la implicación$_4$ sólo incidentalmente para los propósitos de este artículo (7).

Russell, Lewis-Langford y Tarski estaban trabajando en el marco de un lenguaje interpretado que tiene un universo del discurso fijo. Además, todos ellos distinguieron los términos lógicos y los no-lógicos. Finalmente, todos ellos consideraron las relaciones entre A y B que tienen lugar cuando la clausura universal de "A* implica$_1$ B*" es verdadera (donde A* y B* se obtienen mediante sustitución apropiada de los términos no-lógicos de A y B por variables).

Desde el presente punto de vista, el refinamiento más significativo encontrado en la explicación de Tarski es que todos los términos no-lógicos deben ser cambiados. El que Lewis y Langford no estableciesen explícitamente este requisito puede deberse más a un descuido en la exposición que a un descuido en la investigación —pero esto es improbable dados sus comentarios (*op. cit.*, p. 340)—.

---

(7) Desde una perspectiva más amplia existen dos ulteriores refinamientos altamente significativos en el trabajo de Tarski. En primer lugar Tarski reconoció la posibilidad de una noción metalingüística de implicación (i.e., una noción no necesariamente expresable en el lenguaje objeto en cuestión) mientras Lewis y Langford siguieron a Russell al tratar de considerar la implicación como un concepto del lenguaje objeto. En segundo lugar, Tarski reconoció el hecho de que en muchos contextos científicos la implicación relaciona conjuntos (posiblemente infinitos) de sentencias a sentencias singulares.

La explicación de consecuencia lógica que hoy es más ampliamente aceptada diverge de la noción Tarskiana antes mencionada en que permite "variar" los universos del discurso. Utilizando 'implica$_5$' para esta noción restringida a sentencias tendríamos que A implica$_5$ B si y sólo si la clausura universal de A* implica B* es verdadera en todo universo del discurso (8). La razón para preferir "implica$_5$" en lugar de "implica$_4$" como explicación de la consecuencia lógica se plasma en una idea que fue desarrollada en el curso de las críticas del axioma de infinitud en la teoría de tipos –vid. que el número de objetos en el universo no debería ser una proposición lógica–. Algunos creen que un motivo relacionado para preferir "implica$_5$" es justamente la razón para rechazarlo –vid. ese uso de la implicación$_5$ deja claro que la lógica presupone "mundos posibles lógicamente"–. Esto nos lleva a los confines de la filosofía de la lógica que va más allá del ámbito de un ensayo que pretende clarificar las interrelaciones entre los múltiples significados de la implicación.

En conexión con la implicación formal y la implicación Tarskiana sería injusto no mencionar al menos *La Teoría de la Ciencia* [B] de Bolzano, publicada por primera vez en 1837. Bolzano definió una noción que podríamos llamar implicación relativa. Sean A y B sentencias y sea S un conjunto de símbolos, lógicos y/o no-lógicos. La idea de Bolzano es decir que *A implica B relativo a S* si y sólo si toda sustitución uniforme para las ocurrencias de los miembros de S en A y B que hacen A verdadera también hacen B verdadera (cfr. [B], p. 209).

Si tomamos S como vacío entonces la implicación relativa a S es la implicación material. Si S es un conjunto apropiado de términos no-lógicos compartidos por A y B entonces la implicación relativa a S puede hacerse coincidir con una lectura del uso ambiguo de 'implica' que Russell pensó que había identificado. Si S es el conjunto de todos los términos no lógicos entonces la implicación relativa a S es la implicación$_4$ o la implicación Tarskiana. Bolzano permitió que S fuese arbitrario y, consecuentemente, parece haber definido una noción que nunca antes había sido estudiada y que resulta mucho más amplia que cualquiera de los sentidos de la implicación antes mencionados.

Bolzano no creyó que su noción de implicación relativa coincidiera con la implicación lógica. Dedicó una sección de su libro para analizar la relación entre la implicación relativa y la implicación lógica. ([B], sección 223). Allí considera dos ejemplos de implicación relativa. Observa que equivalen a condicionales generalizados y observa también que el conocimiento de esas implicaciones excede la provincia de la lógica. Un ejemplo es la sentencia 8 (a continuación) como una implicación relativa a 'Caius'.

(8) Caius es un hombre implica que Caius tiene un alma inmortal.

Esto, por supuesto, equivale a la sentencia 9 (a continuación).

(9) Para todo x, si x es un hombre entonces x tiene un alma inmortal.

---

(8) Lo aquí expresado es adecuado sólo para lenguajes cerrados cuantificacionalmente, los cuales, como el lenguaje de la teoría de los tipos, contiene generalizaciones universales de cada sentencia que contiene una o más constantes no-lógicas. Para otros lenguajes lo antes expresado debe ser modificado. Véase, e.g. [Q], p. 147.

Continúa indicando que para la implicación lógica todos salvo los conceptos lógicos hubieran tenido que ser sustituídos. Bolzano fue explícito en estos pasajes y todos sus ejemplos de implicaciones lógicas caen claramente dentro de la implicación Tarskiana. En mi opinión Bolzano pensó que la implicación lógica es la implicación$_4$ anterior. Si esto es así entonces Bolzano merece genuinamente los honores por la explicación de la consecuencia lógica, si Tarski los merece, porque en mi opinión Bolzano presentó precisamente la misma idea (9).

Es interesante señalar, que Bolzano menciona otros dos lugares donde 'implica' podría ser utilizado. Uno es cuando la relación de "fundamento-consecuencia" tiene lugar. Explica que A es el fundamento de B (y B es la consecuencia de A) cuando A y B son ambas verdaderas y A es "la razón por la cual" B es verdadera. La relación de fundamento-consecuencia no es la misma que la implicación lógica porque, como el propio Bolzano señala, la implicación lógica puede tener lugar entre sentencias falsas. También nos indica que la fundamento-consecuencia no es simplemente la implicación lógica entre sentencias verdaderas, aunque conjetura que siempre que se mantiene la fundamento-consecuencia también tiene lugar la implicación lógica ([B], pp. 274-5). El otro lugar que Bolzano menciona es donde se da la relación de "fundamento-juicio", aunque él no utiliza estos términos. Aquí podríamos decir que *A permite B* si el conocimiento de A fuese evidencia para concluir B. Bolzano habla de A como "la causa del conocimiento" de B. El defiende, con buen argumento, que esta relación va frecuentemente en la dirección opuesta de la relación de fundamento-consecuencia, i.e., que algunas veces A es el fundamento de B ("la razón por la cual" B) cuando de facto B es "la causa de nuestro conocimiento" de A. Por ejemplo, sabemos que fuera hace calor porque sabemos que cierto termómetro así lo indica, pero la razón por la cual el termómetro así lo indica es porque fuera hace calor. Este ejemplo se acerca al de Bolzano. El utiliza los términos "fundamento real" y "fundamento de conocimiento".

8. Para algunos lectores mi fracaso es la estricta observación de la notación de uso-mención parecerá desafortunada. Me parece, sin embargo, que una observación rígida de la distinción no aportaría nada al artículo y de hecho le restaría claridad haciéndolo innecesariamente intrincado. Por supuesto, la distinción de uso-mención y su correspondiente notación son esenciales para evitar ciertos tipos de confusión. Pero, como argüiré a continuación, la notación no resulta normal o necesariamente observada y de este modo no puede ser utilizada como un signo indicativo de su pretendido significado.

'Implica' se puede usar en todos los sentidos anteriores y en todas y cada una de las categorías gramaticales de 'implica' distinguidas usualmente por medio del uso-mención. Hay tres candidatos para "la" categoría gramatical de 'implica'. Primero, se puede usar como una conectiva sentencial (binaria) –sucintamente una palabra la cual, una vez situada entre dos *sentencias* de un lenguaje, forma una tercera sentencia del mismo lenguaje–. Segundo, puede ser utilizada como verbo factico (o proposicional) en el lenguaje objeto. Esto significa que cuando esté situada

(9) La razón por la que no cito a Bolzano es que la sección en cuestión (223) no es autocontenida y Bolzano no es conciso. Otros pasajes que apoyan mi interpretación se encuentran en *op. cit.*, pp. 38, 198 y 199.

entre dos frases nominales fácticas (o proposicionales) (usualmente "que...") del lenguaje objeto forma una sentencia del lenguaje objeto. Tercero, se puede usar como un verbo metalingüístico, i.e., cuando está situada entre nombres de dos sentencias del lenguaje objeto forma una sentencia del metalenguaje. 'Implica' ocurre efectivamente como vocablo en cada categoría y en cada categoría puede tener un significado correspondiente a muchas de las distinciones hechas anteriormente.

Para ejemplificar el uso de 'implica' en cada una de las tres categorías sean P y Q sentencias (del lenguaje objeto) y sean p y q nombres (del lenguaje objeto) de P y Q respectivamente. Sea 'q-implica-p' un nombre de ⌜q implica p⌝, también en el lenguaje objeto.

Conectiva

⌜P implica Q⌝
⌜P implica (Q implica P)⌝

Verbo fáctico del lenguaje objeto

⌜Que P implica que Q⌝
⌜Que P implica que que Q implica que P⌝

Verbo metalingüístico

⌜p implica q⌝
⌜p implica q-implica-p⌝

No estoy de acuerdo con los lógicos que creen que "implica_1" se expresa mejor con una conectiva y que "implica_2" e "implica_3" se expresan mejor mediante verbos metalingüísticos. El punto que quiero resaltar es que el uso preferido es convencional y que la convención no ha sido universalmente aceptada. Nada impide expresar "implica_1" bien como verbo fáctico o bien metalingüísticamente. Más importante aún, no hay nada que impida expresar "implica_2" por medio de una conectiva (necesariamente no-veritativo-funcional). Bolzano ([B], p. 44) parece haber pensado que la implicación_2 era expresada normalmente por una conectiva. En los *Primeros Analíticos,* especialmente en I.44, Aristóteles parece expresar una implicación no-veritativo-funcional mediante una conectiva. Aún en el inglés actual a menudo expresamos una implicación no-veritativo-funcional por "si A entonces necesariamente B" y es posible argüir que 'si ... entonces necesariamente' es una conectiva discontinua y compleja.

9. Los llamados condicionales contrafactuales han sido dejados fuera del análisis porque la palabra 'implica' no se encuentra normalmente incluída en ellos. En primer lugar, los contrafactuales presuponen la *negación* del "antecedente" mientras que esto no ocurre en ninguno de los usos hasta aquí considerados de 'implica' (10). Ciertamente, el uso de "A implica B" en el sentido que presupone la negación de A parece tan perverso como para situarlo fuera del ámbito de un inglés aceptable. En se-

(10) Es especialmente apropiado decir que los tratamientos de los contrafactuales que dejan sin consideración ésto pudieran ser llamados "análisis predilectos". Más aún, se ha sugerido que el contrafactual de A y B sea explicado como "A C-implica_2 B" (cfr. [C&M], p. 303).

gundo lugar, un contrafactual no puede ser construído gramaticalmente en ninguno de los tres modos de construir sentencias implicacionales. La única construcción que merece atención es aquella que involucra el uso de una conectiva entre dos sentencias y ésta no puede ser la construcción contrafactual porque el antecedente y el consecuente no son comúnmente sentencias. Podemos comprobar esto mediante el siguiente ejemplo.

Si yo fuera Hughes entonces sería rico.

El contrafactual es probablemente derivado gramaticalmente mediante la aplicación de una transformación (11) (no-parafrástica) a un condicional ordinario. En el ejemplo anterior, la transformación estaría aplicada a lo siguiente.

Si yo soy Hughes entonces soy rico.

Si esto es así entonces el problema de los contrafactuales no involucra meramente el análisis de "si ... entonces" sino también el análisis del efecto semántico de la transformación.

RESUMEN Y CONCLUSION: En las primeras cinco secciones hemos distinguido doce usos del término 'implica'. En un comienzo distinguimos: implica$_1$ (veritativo funcional), implica$_2$ (consecuencia lógica) e implica$_3$ (deducibilidad lógica). A continuación distinguimos tres variedades elípticas o entimemáticas de la implicación: C-implica$_1$, C-implica$_2$ y C-implica$_3$. En ninguno de estos seis sentidos "A implica B" presuponía la verdad de A. Entonces discutimos los casos en donde "A implica B" es usado para significar "El-hecho-de-que-A implica B", los cuales *sí* presuponen la verdad de A. Parafraseamos esto último como "A es verdadera y A implica B" donde 'implica' indica cualquiera de los seis sentidos previos del términos. Así, hasta ese punto discutimos doce sentidos de implica, seis que no presuponen la verdad de la sentencia que implica y seis que sí lo hacen. De estos seis que lo hacen, tres son entimemáticos.

En adición a ésto, los tres sentidos originales fueron cuidadosamente distinguidos e interrelacionados, así como identificadas las posibles causas de su confusión.

A partir de aquí, trabajando sobre algunas observaciones improvisadas de Russell, relacionamos el uso veritativo-funcional de 'implica' con dos nociones ulteriores que han sido utilizadas como explicaciones de la consecuencia lógica tradicional. También trajimos a colación la implicación relativa de Bolzano y sus dos relaciones de fundamento.

Argüimos brevemente que los contrafactuales no son normalmente expresados mediante 'implica' y que la distinción entre uso y mención no puede ser utilizada como un criterio para distinguir diferentes significados de 'implica'.

---

(11) Aunque la existencia de las transformaciones (de cambio de significado) no-parafrásticas han sido rechazadas por muchos lingüistas, Harris las ha reconocido en sus últimos libros. ([H], pp. 60-63).

El uso de 'implica' como verbo transitivo tomando un sujeto humano se ha ignorado.

RECONOCIMIENTO: Debo mi agradecimiento a las siguientes personas por sus críticas y sugerencias. –William Frank (Oregon State University), John Herring and Charles Lambros (SUNY/Buffalo), Jack Meiland (University of Michigan), Marshall Spector (SUNY/Stony Brook), Frank Jackson (Latrobe University, Australia), William Wisdom (Temple University). La versión final de este trabajo fue presentada en la Universidad de Puerto Rico en Marzo de 1973. Versiones previas del mismo fueron presentadas en la Universidad de Pennsylvania y en SUNY/Buffalo.

State University of New York at Buffalo.

REFERENCIAS

[B&M] Birkhoff, G and Maclane, S.: *A survey of Modern Algebra,* edición revisada, New York (1953).

[B] Bolzano, B.: *Theory of Science,* trad. de Rolf George, Berkeley y Los Angeles (1972).

[C] Corcoran, John: "Conceptual Structure of Classical Logic", *Philosophy and Phenomenological Research,* 33 (1972), pp. 25-47.

[C&M] Graig, W. and Mates, M.: "Review of Encyclopedia of Philosophy", *Journal of Symbolic Logic,* 35 (1970), pp. 295-310.

[F] Forder, Henry G.: *Foundations of Euclidean Geometry,* edición de cubierta blanda, New York (1958).

[H] Harris, Zellig: *Mathematical Structures of Languages,* New York (1968).

[J] Jourdain, P.E.B.: "The Development of the Theories of Mathematical Logic and the Principles of Mathematics", *Quarterly Journal of Pure ans Applied Mathematics,* XLIII (1912), pp. 237-269.

[K] Keenan, Edward: "Presuppositions in Natural Logic", *The Monist* 57 (1973), pp. 344-370.

[L&L] Lewis, C.I. y Langford, C.H.: *Symbolic Logic,* segunda edición, New York (1959).

[M] Montague, Richard: "Set Theory and Higher Order Logic" en Crossley y Dummett (eds.): *Formal Systems and Recursive Functions,* Amsterdan (1965).

[Q] Quine, W.V.: *Methods of Logic,* edición revisada, New York (1959) (****).

[R] Resnik, Michael: "The Frege-Hilbert Controversy", *Philosophy and Phenomenological Research* 34 (1974), pp. 386-403.

[BR] Russell, Bertrand: *The Principles of Mathematics,* segunda ed. Londres (1937). (*****).

[T] Tarski, Alfred: *Logic, Semantics and Metamathematics,* Traducida por J.H. Woodger, Oxford (1956); Segunda edición editada e introducida por John Corcoran, Hackett Publishing Company, Indianapolis (1983).

[W] Wolf, A.: *Textbook of Logic,* segunda ed. revisada, London (1938).

NOTAS DEL TRADUCTOR

(*) Debo agredecer especialmente las acertadas sugerencias del profesor Jorge Gracia del Depto. de Filosofía de SUNY/Buffalo para el perfeccionamiento del borrador inicial de la presente traducción castellana.

(**) El verbo en el inglés original es "can" que en su definición formal (exento por tanto de la ambigüedad a la que se está refiriendo el autor) se utiliza para significar la posesión objetiva de un determinado poder o propensión.

(***) La paginación corresponde aquí y en adelante a las respectivas versiones inglesas de la bibliografía.

(****) Versión castellana: *Los Métodos de la Lógica,* Ariel, Barcelona, 1962.

(*****) Versión castellana: *Los Principios de la Matemática,* Espasa, Madrid, 1977.

Versión castellana: José Miguel Sagüillo Fdez.-Vega