

Paraconsistência, modalidades e cognoscibilidade

Alexandre Costa-Leite

[versão α]

Resumo

De modo geral, este texto é uma incursão em lógica filosófica e filosofia da lógica. Ele contém reflexões originais acerca dos conceitos de *paraconsistência*, *modalidades* e *cognoscibilidade* e suas possíveis relações. De modo específico, o texto avança em quatro direções principais: inicialmente, uma definição genérica de *lógicas não clássicas* utilizando a ideia de lógica abstrata é sugerida. Em seguida, é mostrado como técnicas manuais de paraconsistentização de lógicas são usadas para gerar sistemas particulares de lógicas paraconsistentes. Depois, uma definição de *possibilidade lógica* é proposta por meio da ideia de limites de sequências de fórmulas. Por fim, muitas abordagens distintas ao paradoxo de Fitch e, conseqüentemente, aos limites do conhecimento são apresentadas considerando as reflexões anteriores.

Conteúdo

1	Introdução	4
1.1	Questões metafilosóficas	9
2	Pluralismo ilusório e o genuinamente <i>não clássico</i>	13
2.1	A função espetacular da lógica clássica	13
2.2	Reflexões sobre a definição de <i>lógicas não clássicas</i>	14
2.3	A ilusão do pluralismo, infinitas lógicas clássicas e o verdadeiramente não clássico	17
3	Estruturas da contradição e a paraconsistentização de lógicas	23
3.1	Elementos de paraconsistentização	25
3.1.1	Operadores discussivos e a lógica do discurso	28
3.1.2	O bom comportamento e a hierarquia de da Costa	32
3.1.3	Polivalência, o valor lógico <i>paradoxal</i> e a lógica do paradoxo	36
3.2	A paraconsistentização de lógicas como metodologia universal	39
4	Dimensões das modalidades e a possibilidade lógica	41
4.1	O poder da semântica de Kripke na modelagem conceitual	44
4.2	Algumas observações sobre a possibilidade lógica	47
4.3	Possibilidade lógica como limite de sequência de fórmulas	50
4.4	Especulação e lógica modal	51
5	As lógicas de Fitch e suas implicações	54
5.1	A forma padrão do princípio verificacionista	55
5.2	Propriedades vitais nas lógicas de Fitch	57
5.3	Análise e formas de verificacionismo	59
5.4	Tolerância e paradoxo	62
5.4.1	Antilógicas de Fitch	62
5.4.2	Formulações bem sucedidas da tese verificacionista	64

5.4.3	Cognoscibilidade como modalidade primitiva	66
5.4.4	Paraconsistentização das lógicas de Fitch	67
6	Conclusão	69

1 Introdução

“É vão o consolo que se apoia na afirmativa de que sobreviveremos na lembrança dos outros, na descendência, em obras imperecíveis, na glória que atravessará os tempos. Tudo chega a um fim: não apenas o que eu sou e o que os outros são, mas também a humanidade e tudo quanto ela produz e realiza. Tudo mergulhará no esquecimento, como se jamais tivesse existido.”

Karl Jaspers em *Introdução ao Pensamento Filosófico*.

O estoque de informações que a humanidade possui é bastante pequeno. Para piorar a situação, ainda há muita dúvida na qualidade do conhecimento que dispomos, em seu real valor e alcance, pois podemos, sim, afirmar que a humanidade pouco evoluiu desde o seu surgimento. Nossa evolução ocorreu mais no sentido particular de desenvolvimento da vida humana por conquistas científicas pontuais. Quanto às grandes questões metafísicas, é duvidoso se existiu, de fato, alguma evolução.

Antigamente, quando uma pessoa tinha muito conhecimento e possuía um saber enciclopédico acerca de um dado tema, ela era considerada erudita e até mesmo uma intelectual. Entretanto, atualmente, o acesso às informações tem sido imensamente banalizado e podemos dizer que já não vale mais nada ter informação no sentido enciclopédico. A tendência é que o acumulador de conhecimento seja cada vez mais abandonado e relevância e importância serão dadas aos que estão pensando, criando conceitos, teorias e resolvendo problemas. O conhecimento enciclopédico encontra atualmente o seu fim. É importante dizer que ser filósofo muito pouco tem a ver com ser um erudito, ou ser um intelectual, ou um acumulador de conhecimento sobre algo.

Há, atualmente, um incrível e desesperador aumento diário do número de informações disponível na internet e que constitui o que alguns chamam de *big data*. Do lixo virtual que é produzido diariamente, há, de fato, pouca coisa original e relevante. Muito material de qualidade duvidosa é vendido e anunciado como grande descoberta. Devemos pensar bem antes de despejar um conteúdo qualquer online, pois isso aumentará e dificultará muito o trabalho de limpeza que as futuras gerações deverão provavelmente fazer para

diminuir todo o lixo que foi extensivamente produzido ao longo dos anos. Talvez essa limpeza nem mesmo seja possível. Com isso, é responsabilidade de cada um verificar o que vai postar e publicar, desde uma simples frase em uma rede social até um artigo publicado em um periódico.

Observe que com o desenvolvimento da internet e do fácil acesso à informação (que será ainda mais amplificado no futuro), não é mais relevante fazer qualquer tipo de apresentação expositiva de um dado tema, isso pode ser facilmente encontrado *online* em verbetes de enciclopédias tais como a *Stanford Encyclopedia of Philosophy* ou até mesmo em materiais fornecidos por entidades tipo *Wikipedia*. Assim, qualquer tipo de *survey* não crítico de um dado tema se manifesta irrelevante e inútil e pode ser, portanto, descartado e esquecido, já que dificilmente se justifica explicar algo que já está exaustivamente explicado e investigado, a menos que se trate de um exercício de compreensão e estudo.

Depois dessas observações gerais sobre a internet e as informações, passemos ao conteúdo mesmo deste texto. Quando falamos em *paraconsistência* somos imediatamente conduzidos a pensar em alguma contradição. E quando falamos em *modalidades* somos transportados para o discurso acerca dos mundos possíveis. E a *cognoscibilidade* nos remete aos limites do conhecimento, aos limites de tudo aquilo que pode ser conhecido. De certo modo, então, há aqui uma preocupação com contradições em possíveis limites do conhecimento.

O presente trabalho é uma reflexão acerca de três grandes temas e suas conexões. O três grandes temas estão espelhados no título do texto e a conexão entre eles é estabelecida por via de um paradoxo que se dá no interior mesmo do discurso modal acerca das possibilidades internas e externas do conhecimento. Por um lado, o leitor não encontrará aqui descrições de trabalhos anteriores, mas apenas referências breves, é óbvio, quando for o caso, dado que o objetivo deste texto é demarcar com uma reflexão substancial e profunda as interrelações conceituais que podem ser geradas e obtidas

entre os conceitos centrais. É claro, por outro lado, que o leitor deste texto pode ter alguns ganhos teóricos com as três reflexões aqui apresentadas. Esse é um trabalho em filosofia da lógica e lógica filosófica no sentido bem amplo.

O texto começa com *Pluralismo ilusório e o genuinamente não clássico*, e nesse momento algumas implicações oriundas das definições de lógicas não clássicas são apresentadas como problemáticas. A partir do uso da noção de lógica como estrutura abstrata, é sugerida e apontada uma nova definição daquilo que pode significar um sistema *não clássico* de lógica. Esse trilha é seguida para que um encaminhamento mais geral e claro sobre o que é uma lógica não clássica seja realizado.

A parte *Estruturas da contradição e paraconsistentização de lógicas* é uma reflexão sobre o funcionamento das contradições, como elas se conectam com alguns operadores lógicos de maneira vital, e como e em qual sentido podemos falar de sistemas de pensamento (i.e. lógicas) capazes de equilibrar e manter um discurso mesmo na presença de contradições. O estado atual de investigação das lógicas paraconsistentes é sugerido a partir da caracterização de três tipos de lógicas paraconsistentes: a lógica discussiva de Jaśkowski, a hierarquia paraconsistente de Newton da Costa e a lógica do paradoxo de Graham Priest. Tais sistemas são examinados e investigados de um ponto de vista mais geral e panorâmico fornecido pela teoria das lógicas paraconsistentes, isto é, a paraconsistentização de lógicas. Cada um dos sistemas é visto como efetivamente um tipo particular de paraconsistentização.

Já *Dimensões das modalidades e a possibilidade lógica* explora o papel das modalidades na pesquisa filosófica. Muita coisa já foi e tem sido feita nessa área. A relevância do discurso modal em questões tanto de ordem metafísica quanto epistêmica é ilustrada e evidenciada. Algum esclarecimento sobre o significado e funcionamento dos conceitos modais é proposto. A derrota da teoria das contrapartes é avaliada em comparação com a abordagem vitoriosa da semântica de Kripke. Finalmente, por via da noção de limite, o conceito de *possibilidade lógica* é definido

E, por fim, *As lógicas de Fitch e suas implicações* formula e elabora as bases para o tratamento do paradoxo da cognoscibilidade, também chamado de paradoxo de Fitch, ou de Church-Fitch. Tal paradoxo parte do fato de que se todas as sentenças verdadeiras forem possivelmente conhecidas, então todas as sentenças verdadeiras são, de fato, conhecidas. Isso é muito estranho, uma vez que é claro que existem várias sentenças verdadeiras que não são, agora, conhecidas, levando em conta que algumas sentenças são verdadeiras mesmo sem a existência de algum agente que produza qualquer tipo de prova acerca da verdade dessa proposição. Nesse capítulo, algumas narrativas acerca do paradoxo de Fitch são formuladas como passos iniciais em pesquisa.

Este texto é uma versão completamente nova, em sua totalidade, de uma dissertação de mestrado defendida em 2003 na *Universidade Estadual de Campinas*.¹ Naquele trabalho, eu e o professor orientador (Walter Carnielli) investimos bastante tempo tentando apresentar uma lógica modal paraconsistente correta e completa para exibir um modelo capaz de validar todas as premissas para gerar o paradoxo de Fitch exceto a sua conclusão, isto é, buscamos um contramodelo. Essa tarefa foi parcialmente executada naquela ocasião. Quatro anos depois, Carnielli e colaboradores finalizaram o projeto inicial da dissertação, e o material estável, com a pretendida resposta, apareceu em [12]. Esta pesquisa constitui então um novo texto, uma vez que não havia mais sentido em retomar aquele, pois o objetivo central já tinha sido alcançado em [12]. Dois anos depois, Bueno-Soler apresentou uma tese de doutorado (cf. [10]) com uma rica e impressionante teoria sobre as lógicas

¹Essa versão α aparece agora no *arXiv.org*. Outras versões deste trabalho podem ainda ser publicadas por aqui mesmo e substituirão, em certa medida, o presente texto. Os grandes *publishers* devem, de algum modo, mudar as provincianas estratégias vigentes. A alegria do *arXiv* está, precisamente, em permitir a todos que apresentem seus resultados sem a burocracia artificial dos grandes periódicos. E a ideia de que um trabalho não pode ser alterado está completamente ultrapassada: aqui no *arXiv*, podemos mudar o texto quantas vezes forem necessárias até chegar a uma certa estabilidade e uma certa qualidade.

modais paraconsistentes e suas respectivas modalidades. Ao longo dos anos, novas ideias e conceitos surgiram, e a vontade de passar novamente pelo tema floresceu. Esta é agora a primeira versão oficial do texto. De certo modo, um trabalho só pode ser dito completo quando o seu autor morreu. Nesse caso, não se pode mais falar em correção e edição pelo autor. Enquanto o autor está vivo, ele tem o direito de aperfeiçoar sua pesquisa, e quantas reformulações forem precisas devem ser feitas.

Sobre a notação usada neste texto: sentenças atômicas são representadas por fórmulas do tipo p e q . Para esquemas de fórmulas, sentenças do tipo φ e ψ são adotadas. Os operadores \neg , \wedge , \vee , \rightarrow e \leftrightarrow são os conectivos clássicos de negação, conjunção, disjunção, implicação e bicondicional. O operador \Box é usado para denotar a modalidade metafísica de necessidade e o operador \Diamond é tomado em sua leitura alética padrão e, com isso, servirá aqui para representar a possibilidade lógica. O operador K é usado para representar *conhecimento*. Evitaremos, contudo, a proliferação desleigante de operadores e de quaisquer tipos de noções parasitárias. É matematicamente e logicamente muito confuso e instável propor desnecessariamente qualquer tipo de notação extravagante.

Um ponto curioso que merece destaque: se alguém é um usuário bem sucedido de alguma tecnologia, por exemplo, de algum smartphone, então esse usuário é capaz de fazer *download* de aplicativos, usar o email, redes sociais e até mesmo trabalhar usando essa tecnologia. Ser usuário de uma tecnologia não significa de modo algum que a pessoa entenda perfeitamente ou tenha inventado a tecnologia. Na lógica e na matemática, o mesmo ocorre. Ser um usuário bem sucedido de alguma técnica em lógica ou matemática significa apenas que o usuário sabe usar a tecnologia, mas não implica que seja capaz de criar conceitos, teorias e resolver problemas mais profundos que envolvam a estrutura essencial da tecnologia. É preciso saber diferenciar entre usuários bem sucedidos de uma dada tecnologia e criadores de tecnologia. Não há orgulho algum em ser um usuário bem sucedido de uma técnica. Os

lógicos reais não são apenas os usuários bem sucedidos da lógica, mas aqueles que têm uma vida lógica, por assim dizer. E uma vida lógica é fundada em um raciocínio modal (contrafactual, na verdade): se fosse assim, como seria? A resposta para essa questão exige uma abstração daquilo que o mundo é para aquilo que ele poderia ser. É triste quando construímos uma situação contrafactual para perguntar algo a alguém e a pessoa responde nos seguintes termos: mas não pode ser assim! Esse é um teste para determinar se alguém tem uma vida lógica.

Um outro ponto notável é o fato de que não basta para uma pesquisa que ela seja original. Ela deve ser, se possível, original e também relevante. Originalidade se caracteriza pela proposta de novas ideias, formas inéditas de pensar, novas técnicas e estratégias de prova. Novas roupagens não podem, ou pelo menos não deveriam, ser vistas como pesquisas originais. A originalidade substancial é muito difícil de ser alcançada. Relevância é o impacto que dada pesquisa causa em sua órbita, e ser relevante significa alterar e melhorar dispositivos ultrapassados, amplificar a visão que temos das coisas. Julgar, contudo, em cada caso, se estamos perante algo original e relevante é tarefa complexa.

1.1 Questões metafilosóficas

A questão metafilosófica de saber qual é o método e a finalidade da filosofia não é uma tarefa fácil de ser respondida. Há, atualmente, dois tipos básicos de abordagem aos problemas filosóficos. Por um lado, há o modo analítico de abordar os problemas filosóficos. Esse modo analítico (algumas vezes também caracterizado como filosofia analítica) se funda, especialmente, nos usos possíveis da lógica como ferramenta essencial para a investigação conceitual. Há aí a crença de que a lógica (e não somente ela, mas as ciências também) pode exibir os argumentos de forma clara, formular conceitos e teo-

rias, resolver problemas.² Tais valores são usualmente aceitos como valores analíticos. Por outro lado, há também o modo não analítico de executar a metodologia filosófica. Esse tipo não analítico de pensar não acredita no poder da lógica e das ciências na confecção das tarefas filosóficas, mas sim, antes, no papel das artes, da literatura, da música como ferramentas essenciais para a filosofia. Não há nessa dimensão uma valorização da argumentação, mas antes da descrição de alguns conceitos e temas.³

Esse trabalho está na direção da filosofia analítica, mas isso não significa de nenhuma maneira que somente esse tipo de metodologia filosófica seja razoável. É, neste caso, uma questão de gosto e decisão acerca da metodologia que se manifesta como a mais apropriada para um dado contexto. Alguém poderia escolher alguma outra direção ou caminho, e isso seria igualmente válido. Considerando os dois grandes modos de se fazer filosofia, é importante notar que não há diferença alguma quanto ao objeto de estudo, os temas são geralmente os mesmos. A mudança que se dá é puramente metodológica. Dado um certo conceito X, ele pode ser estudado usando ferramentas da filosofia analítica ou também das filosofias não analíticas. O tipo de método a ser escolhido dependerá basicamente de critérios subjetivos. Tomemos como exemplo o caso da linguagem. Há filosofias da linguagem de vertente analítica assim como existem também abordagens não analíticas da linguagem. Cada uma tem o seu valor e seu papel em determinado contexto explicativo. Se a análise da linguagem for na direção analítica, então algumas estruturas são manifestadas na presença da lógica que revela a forma lógica da linguagem. Se a análise da linguagem for na direção não analítica, então outras estruturas aparecem, aspectos metafóricos e possíveis ambiguidades, que da maneira analítica passariam sem serem notadas, podem ser precisamente capturadas por abordagens que consideram a literatura e arte como ferramentas.

²Gian-Carlo Rota elabora uma crítica contra os usos da lógica e da matemática na filosofia (cf. [57]).

³Martin Heidegger em [36] é um bom exemplo de pesquisa em filosofia na direção não analítica.

Concentremos aqui em uma metodologia analítica que opera, basicamente, da seguinte forma: dado um certo conceito, ele deve ser formalizado e moldado no interior de uma dada linguagem formal. Essa linguagem, por sua vez, possui uma realidade sintática e uma realidade semântica. A realidade sintática está no âmbito dos métodos de prova que são usados para fazer uma determinada apresentação de uma lógica. A realidade semântica está na raiz das condições de verdade e nas múltiplas interpretações que podem ser feitas de um dado contexto. A combinação dessas duas realidades nos dá os dois ingredientes essenciais que caracterizam uma lógica (i.e. um sistema formal). Deste modo, assumindo um determinado conceito, para ele deve ser apresentada uma teoria da prova e uma semântica apropriadas e certas capazes de nos garantir que tudo aquilo que é provado é verdadeiro e vice-versa. Nem sempre é fácil que tal interação seja alcançada.

Nenhuma metodologia filosófica exclui a possibilidade de outras metodologias filosóficas.⁴ É muito difícil julgar qual o melhor método na filosofia. Há uma pluralidade deles, e cada um tem seu valor dependendo do contexto e daquilo que se pretende fazer. Essa pluralidade de filosofias pode ser vista como uma virtude, e não como um defeito. Os céticos, historicamente, diante desse conflito infinito de teses e filosofias contraditórias decidiram pela suspensão do juízo (cf. Sexto Empírico em [29]). A suspensão do juízo, nesse caso, se manifesta, não como uma posição teórica, mas como uma fuga dos grandes problemas. Se suspender o juízo perante qualquer conflito for uma decisão útil, ficará difícil abordar as grandes dúvidas da humanidade. O ceticismo tem várias virtudes metodológicas, mas suspender o juízo de modo irrestrito, com certeza, não é uma dessas virtudes.

A filosofia foi a primeira área do pensamento a existir e, com certeza, será a última a acabar. O valor da investigação filosófica é essencial, uma vez que é ele, e apenas ele, que permite acesso às grandes estruturas da re-

⁴Em [18], há o princípio do não totalitarismo: nenhum sistema filosófico elimina outros sistemas filosóficos.

alidade. As ciências têm se manifestado perfeitamente úteis e importantes para a modelagem de problemas da vida humana, ela tem sido útil para facilitar, e muito, a vida humana na Terra por meio, por exemplo, de uma vasta produção de medicamentos e por meio do desenvolvimento de tecnologias ainda precárias (perto do que podemos imaginar em desenvolvimento tecnológico, o que temos hoje é claramente algo primitivo, mas se compararmos com nossos antecessores, teremos a sensação de evolução). Enfim, há uma evolução científica mínima no âmbito de melhora da vida humana no planeta. Contudo, para ter acessos às grandes questões metafísicas, somente um discurso refinado filosoficamente poderá fazer esse papel.⁵

A investigação filosófica, diferente da investigação científica, tem um caráter mais abstrato e estrutural. Os resultados na filosofia, por serem gerais e universais, tem uma maior durabilidade que o resultados encontrados nas ciências particulares. Ao passo que as ciências propõem e realizam uma narrativa descritiva da realidade, a filosofia, em sua plena forma, elabora uma narrativa da estrutura mais geral possível da realidade. Não há dificuldade alguma e nem é problema algum dizer que a filosofia fornece um saber mais duradouro. Filosofia e ciências são, obviamente, instrumentos complementares que a humanidade possui para tentar entender a grande e obscura complexidade do universo em todas as suas formas e manifestações possíveis.

⁵A ascensão de um discurso sofisticado e substancialmente metafísico aparece já em [2].

2 Pluralismo ilusório e o genuinamente *não clássico*

“E foi assim que o *philosophos* se proclamou não-filósofo e disse um adeus nostálgico ao *Lógos* em que durante tanto tempo se perdera. Foi quando a velha paixão pela lógica se reavivou em mim. As linguagens formais pareceu-me exibirem toda a perfeição de que a linguagem natural era essencialmente incapaz. Encontrei nos sistemas lógicos muitas das virtudes que eu buscara em vão nos discursos filosóficos. Mas eu tinha consciência do preço que pagava por essas virtudes e perfeições. Aquelas linguagens me apaixonavam enquanto não diziam nada sobre o Mundo.”

Oswaldo Porchat Pereira em *Prefácio a uma filosofia*.

2.1 A função espetacular da lógica clássica

A lógica clássica, que é a principal lógica, é a que tem um funcionamento mais idealizado. Ela é um espetáculo. Essa lógica serve de base fundamental para construção de toda a matemática. Isso significa que a partir da lógica proposicional, uma lógica de predicados com muito mais poder expressivo pode ser construída. A lógica de predicados clássica é, ela mesma, por sua vez, uma teoria de primeira ordem sem símbolos não lógicos. Quando símbolos e axiomas específicos são adicionados à linguagem da lógica de predicados temos a construção e formulação das teorias mais simples de primeira ordem. Em especial, aqui pode-se apontar a teoria de conjuntos (sobretudo aquela conhecida como Zermelo Fraenkel) e a aritmética de Peano. Depois desse nível, toda a matemática clássica é gerada. A matemática padrão é uma herança da lógica clássica. E para o pensamento matemático, até o presente momento de evolução da humanidade, nenhuma lógica se manifestou como melhor e mais competente que a lógica clássica. Mas para a filosofia, as coisas são e devem ser bem diferentes. É aqui que entra fortemente a influência das lógicas não clássicas. De todo modo, o papel da lógica clássica e das infinitas lógicas não clássicas existentes é enorme.

As lógicas não clássicas têm sua estrutura interna funcionando de modo muito parecido com a lógica clássica, ou seja, elas também têm uma contra-

parte sintática e outra semântica. A mudança se dá no nível das validades e verdades lógicas de cada uma delas. Tomemos como exemplo emblemático o papel do raciocínio monotônico. Na matemática, tudo é monotônico, ou seja, o acréscimo de informações a algo anterior não altera em nada a dedutibilidade, mas se o ambiente for controlado por uma lógica não monotônica (e estas estão bem mais próximas do raciocínio humano comum), então a dedutibilidade pode ser profundamente alterada com o acréscimo de novas informações.

Acontece que, fora da matemática, no raciocínio humano diário principalmente, a ideia de monotonicidade é amplamente abandonada. Se agentes humanos compartilhassem raciocínio monotônico, seria bem difícil para a humanidade persistir na existência, visto que os humanos não teriam a menor capacidade de mudar de ideia e retirar novas conclusões a partir do acréscimo de informações. Isso seria péssimo para a existência. O uso de um raciocínio estritamente monotônico na inferência prática seria tão catastrófico quanto tentar usar apenas deduções para conduzir as inferências do dia a dia. O papel do hábito apontado por Hume em [38] e da inferência psicológica baseada na crença são essenciais para que exista o aprendizado, para que seja possível melhorar a ação humana na Terra.

As lógicas não monotônicas, assim como várias outras lógicas com propriedades bem diferentes da lógica clássica, são consideradas lógicas não clássicas. Mas será mesmo correto chamar todos esses sistemas de não clássicos?

2.2 Reflexões sobre a definição de *lógicas não clássicas*

A definição de *lógicas não clássicas* é posterior a definição de geometrias não euclidianas e estas surgem exatamente quando o postulado das paralelas é derogado, quando o postulado das paralelas perde a sua validade no interior das geometrias não euclidianas. Pensemos no caso das geometrias hiperbólica e elíptica. É natural então conjecturar que nas lógicas não clássicas alguma

lei tenha sido derogada, eliminada ou alterada. É muito claro quando uma geometria é não euclidiana, mas não é tão claro quando uma lógica é não clássica. Vejamos o porquê.

Susan Haack em [35] sugere uma divisão do universo das lógicas não clássicas (e essa divisão pode ser considerada standard):

“...uma diferença importante entre as teses defendidas pelos intuicionistas ou pelos lógicos polivalentes, de um lado, e o lógico modal, de outro lado, parece ser que os primeiros tomam seu sistema como alternativa para a lógica clássica no sentido forte de que seu sistema deve ser empregado *ao invés* do clássico, enquanto o último toma o seu sistema como alternativa ao clássico apenas no sentido fraco de que o sistema deve ser empregado assim como o clássico... devo dizer que o intuicionista ou o lógico polivalente pensam de si mesmos que estão propondo um sistema *rival*, e o lógico modal pensa de si mesmo estar propondo um *suplemento*, à lógica clássica. Um sistema rival é, então, aquele cujo uso é incompatível, e o complementar é aquele cujo uso é compatível, com a lógica padrão.” [tradução deste autor], Susan Haack em [35], pp.1-2

Essa classificação separa o ambiente das lógicas não clássicas em dois grupos, as alternativas ou rivais e as complementares da lógica clássica. Isso é mais ou menos uniforme e padrão em filosofia da lógica. Na mesma direção, Graham Priest sugere que:

“...muitos dos mais interessantes desenvolvimentos em lógica nos últimos quarenta anos, especialmente em filosofia, ocorreram em áreas bem diferentes: intuicionismo, lógicas condicionais, lógicas relevantes, lógicas paraconsistentes, lógicas livres, lógicas quânticas, lógicas fuzzy e assim vai. Essas são todas lógicas que pretendem ou complementar a lógica clássica, ou substituí-la quando ela está errada. Essas lógicas são agora agrupadas sob o título de *lógicas não clássicas...*” [tradução deste autor], Graham Priest em [54], p. xvii

A ideia então é que o conjunto das lógicas não clássicas é bipartido. No entanto, há algumas consequências marcantes dessa classificação que acarretam certas antinomias.⁶ Vejamos.

Consideremos as traduções de lógicas e as extensões da lógica clássica geradas a partir daí. A teoria das traduções de lógicas está razoavelmente bem desenvolvida. Uma tradução de uma linguagem formal funciona basicamente como a tradução nas linguagens naturais. A tradução serve para mapear a linguagem de uma lógica em outra e funciona como uma espécie de estratégia heurística em algumas situações. Não é claro que sempre exista uma tradução de uma dada lógica em outra. Traduções podem ser muito úteis. Se um problema é bem difícil de ser resolvido em uma dada lógica, pode ser que ele seja facilmente resolvido em uma tradução. E muitas vezes, a tradução é dita conservativa: tudo que é demonstrado em uma lógica é demonstrado na sua tradução e vice-versa. Traduções conservativas têm um papel importante aqui. Vamos ver que os limites entre as lógicas clássicas e as lógicas não clássicas não está bem definido.

O primeiro caso de antinomia oriundo do conceito de *lógicas não clássicas* surge quando lógicas não clássicas são tomadas no sentido de complementares da lógica clássica. Veja, por exemplo, a lógica modal normal **S5**. Esse sistema lógico contém operadores modais e fórmulas modais que não podem, evidentemente, ser formuladas na lógica clássica. A lógica modal **S5** pode, então, ser considerada uma lógica não clássica complementar. Entretanto, no contexto da teoria das traduções, é fato muito conhecido em lógica modal que há uma famosa tradução conservativa de **S5** em **FOL** e vice-versa. Essa lógica modal corresponde ao fragmento com predicados unários de **FOL**, Mas **FOL** é a lógica clássica. Então, **S5** pode ser vista como a própria lógica clássica com outra maquiagem. Nesse sentido, a definição de lógica não clássica complementar parece estranha e ambígua.

⁶Quine em [55] avalia e propõe alguns argumentos contra a ideia de lógicas não clássicas. Uma defesa das lógicas não clássicas está em [23]. Aqui vamos seguir outro caminho.

Em um segundo momento, tomemos as traduções de lógicas e rivais da lógica clássica que são geradas a partir daí. Consideremos, portanto, o segundo caso de antinomia no conceito de *lógicas não clássicas*. Aqui pode-se mencionar dois resultados contraintuitivos, dada a definição de lógica não clássica rival. O primeiro exemplo diz respeito às lógicas paraconsistentes.

Inicialmente, note que lógicas paraconsistentes são aquelas que derrogam alguma forma do princípio do *ex falso quodlibet*:

$$\varphi, \neg\varphi \vdash \psi$$

Todavia, como mostrado por Jean-Yves Beziau em [6], pode-se definir no interior de **S5** um operador unário que vai se comportar como a negação paraconsistente fazendo uso do fato de que $\diamond\neg$ é uma negação fraca. Assim, a própria lógica **S5** é uma lógica paraconsistente, conclui o autor! Mas vimos que essa lógica é a lógica clássica!

Há uma tradução conhecida da lógica modal **S4** na lógica intuicionista e vice-versa, tal como mostrado por Gödel em [33]. Ele mostrou que a lógica de Heyting pode receber uma interpretação no interior de um sistema modal quando a modalidade é vista como *é demonstrável*. Isso então significa que a lógica modal normal **S4** pode ser vista como a lógica intuicionista, mas aquela é lógica complementar da clássica ao passo que esta é uma lógica rival!

Os casos narrados revelam então uma forte ambiguidade na definição e na classificação usual de lógicas não clássicas. Isso nos faz pensar que, de um dado ponto de vista, qualquer tipo de lógica pode ser vista ainda como clássica!

2.3 A ilusão do pluralismo, infinitas lógicas clássicas e o verdadeiramente não clássico

Temos a ideia que somos evoluídos e, em geral, um ser humano agora do século XXI tem grande orgulho de viver um época com internet, com smart-

phones, medicina razoavelmente desenvolvida etc. Há uma ideia geral espalhada pela sociedade que vivemos em uma época de grande desenvolvimento tecnológico. O surgimento das geometrias não euclidianas e o aparecimento das lógicas não clássicas enchem de orgulho os matemáticos, os cientistas, os lógicos e os filósofos contemporâneos. Todos pensam que estão vivendo na grande época de ouro da humanidade. Contudo, talvez isso não seja bem assim, basta verificar que a humanidade ainda não conseguiu, na maior parte do planeta Terra, dissolver a desigualdade social. Isso pode ser visto como um sinal de que essa aparente evolução não seja tão fundamental. É bem provável que é uma ilusão acreditar que esta época é altamente evoluída. O problema é que os seres humanos, seres finitos que são obrigados a viver com a morte dos entes queridos e a com a ideia de finitude, têm a tendência a inflacionar o valor de seu tempo de vida. Todos acham que a época que vivem é a melhor época possível. É uma questão da psicologia explicar porque todos inflacionam a importância da própria existência. Isso serve de conforto para a aceitação da finitude da existência. É bem provável que estamos vivendo em uma época ainda bastante primitiva. Qualquer sociedade realmente evoluída não pode aceitar o capitalismo e nenhum tipo de desigualdade social.

Essa mesma atitude humana de acreditar que é altamente evoluído, que vive em uma época diferenciada e especial se alastra também pelo conhecimento. Na lógica, em particular, isso veio com a ideia de que agora temos lógicas não clássicas. Mas será que essas lógicas realmente existem? Seja uma lógica L um par (F, \vdash) definido tradicionalmente (ou seja, tarskianamente) como um conjunto F de fórmulas e uma relação de consequência lógica tal que $\vdash \subseteq \rho(F) \times F$.⁷ Toda lógica pode ser vista dessa forma, especialmente se nenhuma propriedade é dada à relação de consequência lógica.

Nessa perspectiva, podemos colocar aí uma série de sistemas: lógicas modais de todos os tipos (epistêmica, temporal, deôntica etc), lógicas intu-

⁷Tal visão sobre lógica pode ser encontrada, com alguma variação, em Alfred Tarski: [62] e [63].

icionistas, lógicas polivalentes, lógicas paraconsistentes, lógicas não monotônicas de toda qualidade, lógica linear, lógica relevante, lógica erotética, lógica conexiva, lógicas quânticas etc. Todo tipo de formalismo tem passaporte para o país das lógicas, considerando que uma lógica é um par do tipo (F, \vdash) . Há aqui um detalhe surpreendente. O domínio da estrutura é um conjunto F e esse conjunto F normalmente é um conjunto de fórmulas. Veja bem: um conjunto de fórmulas. É precisamente em ignorar esse ponto que reside a ilusão do pluralismo.

Acreditamos que temos a lógica clássica e lógicas não clássicas de variados tipos. Mas estamos pensando que uma lógica é um par cujo domínio é algo puramente linguístico, um conjunto de sentenças, proposições, frases ou qualquer estrutura sintática. Essa é a definição padrão. Mas então lógicas só lidam com inferências para conjuntos de sentenças. Em geral, é isso. Consequentemente, a lógica é algo limitado, cuida apenas da inferência válida e da relação de consequência para sentenças. Isso é uma grande limitação. No futuro, é bem provável que a lógica, tal como desenvolvida atualmente, seja lembrada apenas em uma nota de rodapé da grande história da humanidade: uma curiosidade apenas. Ou a lógica transcenderá os limites da linguagem, ou está condenada a desaparecer como um erro de uma época primitiva da espécie humana. Entretanto, agora, neste século XXI, é tudo o que temos. Desse ponto de vista, é cômico ver o debate contemporâneo (que está na moda em discussões em filosofia da lógica) sobre monismo e pluralismo. Em geral, o monista padrão acha que só existe a lógica clássica e os pluralistas acham que existem e são legítimas infinitas lógicas. Isso nos lembra a cobra que representa o feudalismo: ela come o próprio rabo. Jean-Yves Beziau tem uma reflexão interessante sobre essa relação entre monistas e pluralistas:

“Podemos saltar do absoluto para o relativo, dizendo que não são leis absolutas mas leis relativas e várias lógicas, mas se ficarmos nesse nível estamos ainda no *nível religioso*: apenas trocamos o monoteísmo pelo politeísmo (e isso não é necessariamente um progresso).” [tradução

deste autor], Jean-Yves Beziau in [4], p.75

Suponha então que a lógica continue sendo um par do tipo (F, \vdash) , mas F não é mais simplesmente um conjunto de fórmulas, mas um conjunto qualquer. Um conjunto simplesmente. Suponha que a natureza desse conjunto não seja especificada. Isso já é, de certa forma, pensado em algumas definições de lógica tais como aquela proposta em [7] e que serve de inspiração aqui. O interessante, no caso de a natureza de F não ser especificada, é que F pode ser um conjunto de cores, de sons, de objetos quaisquer. Em [7], além de a natureza de F não ser determinada, não há propriedade alguma para \vdash . Nesse caso, a relação seria definida para múltiplos tipos de objetos, de naturezas mais distintas possíveis. Quando a relação de consequência lógica escapa ao mero *fórmulas*, há uma chance de que estejamos indo em uma direção mais abstrata. Há aí uma chance de que esse seja o futuro de qualquer lógica possível. Nesse novo universo de estudo, a lógica deixará de ser uma área limitada ao estudo da relação de consequência entre sentenças, a ideia de que verdade implica necessariamente verdade deverá ser substituída por algo mais amplo, mais geral, capaz de capturar, digamos, a lógica para coisas quaisquer. O futuro da lógica deve ser o estudo da lógica das coisas. Nesse sentido, se hoje falamos em preservação da verdade das premissas para a conclusão, precisaremos, na dimensão das coisas, definir novos tipos de verdade, ou novas categorias para entender o funcionamento dos amplos aspectos que a lógica poderá compreender.

Arnold Koslow argumenta em [42] que um dos limites da lógica é o fato de que ela é, por enquanto, apenas definida para entidades linguísticas. Isso é um fator limitador do poder da lógica, pois a inferência está reduzida aos aspectos puramente proposicionais. Koslow diz:

“...Em nossa descrição, faz sentido perguntar se existem conjunções de nomes...não há necessidade em pensar que relações implicativas sejam restritas a objetos sintáticos ou portadores de verdade. É possível, portanto, perguntar sob quais condições nomes podem ser usados para

formar conjunções, e se é possível para um nome ser a negação de um outro nome.” (Koslow in [42], p. 8)

Isso pode ser visto como um passo inicial em direção ao verdadeiramente não clássico. Nesse contexto, outra abordagem no sentido aqui sugerido, é aquela defendida por Pietarinen em [51]. Ele aponta para um sistema inferencial com objetivo de pensarmos a lógica dos diagramas e, com isso, uma lógica das imagens: a lógica icônica. E isso vai na direção do verdadeiramente não clássico, pois, a relação de consequência ultrapassa o limite linguístico. Diferentemente da definição padrão, a definição de não clássico que altera a estrutura de F tem limites claros. Não clássico é quando a relação de consequência lógica não é definida para entidades linguísticas, mas para coisas quaisquer.⁸

Estamos atualmente estudando a relação de consequência para sentenças, fórmulas, ou qualquer distinção que o filósofo da linguagem tenha orgulho em fazer, mas isso é, obviamente, ainda o início. Quando a relação de consequência for definida para objetos quaisquer, podemos, enfim, falar em lógicas verdadeiramente não clássicas, pois agora, o que temos, assim parece, é apenas a *ilusão do pluralismo*. De uma certa perspectiva, pode-se dizer que a distinção entre lógica clássica e lógicas não clássicas precisa ser aprimorada. Outros tipos de relação de consequência precisam ser elaborados. Esse é um caminho futuro e ele está fundado na proposta de uma lógica universal. A noção de *lógica universal*, ou também chamada de *a teoria geral de todas as lógicas possíveis*, foi proposta por Jean-Yves Beziau em [4]. Nesse artigo, Beziau diz:

“Dizemos que a Lógica Universal é um estudo geral das estruturas lógicas do mesmo modo que a Álgebra Universal é um estudo geral das estruturas algébricas. Em particular, não existirá nenhuma Lógica Suprema, tal como a Lógica Clássica, Lógica Intuicionista, ou qualquer

⁸A lógica clássica pode então ser pensada como o escopo de qualquer relação de consequência definida para entidades linguísticas. De outro modo, o não clássico aparece.

Lógica Polar, e nenhuma Lei Absoluta da Lógica, tal como a lei de contradição, terceiro excluído, identidade, ou qualquer lei categórica do céu.” [Tradução deste autor], Jean-Yves Beziau in [4], p.76-77.

A tarefa sugerida pela lógica universal parece ser bastante digna. Em um mundo repleto de sistemas lógicas particulares, é inspirador e sedutor falar em uma lógica universal enquanto o estudo das estruturas lógicas. A ideia de que podemos abstrair a natureza do conjunto F de uma dada estrutura vai nesse caminho, e fornece a possibilidade para que a lógica seja algo bem geral, amplo, não somente limitado ao pequeno estudo das inferências envolvendo sentenças. É claro que nessa nova definição de *lógicas não clássicas*, os conceitos fundamentais da lógica tais como aqueles de validade, verdade, tautologicidade e outros, precisarão ser brutalmente reformulados para suportar a amplitude sugerida pelas novas formas de dedução e inferência lógica.

3 Estruturas da contradição e a paraconsistência de lógicas

“Poder-se-ia sustentar que a negação, em tais sistemas, não é a verdadeira negação. Na realidade, só existiria uma negação propriamente dita: a clássica; nem mesmo a negação intuicionista seria uma negação. No entanto, uma argumentação dessa categoria é apenas verbal. Seria o mesmo que afirmar que as retas, nas geometrias não-euclidianas, não são realmente retas: que só existe uma espécie de reta, que é a reta euclidiana.”

Newton da Costa em *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*.

Na lógica clássica, o conceito de *negação* ocupa e desempenha função central. Em resultados de completude funcional, sabe-se que basta a negação e mais algum conectivo (sem contar o operador bicondicional) para que todos os outros sejam definidos. A negação clássica tem um papel essencial no raciocínio e suas propriedades constituem a matéria-prima a partir da qual boa parte das inferências clássicas está fundada.

Os operadores clássicos são todos verofuncionais no sentido informal de que basta olharmos para os valores de verdade das atômicas que compõem uma dada fórmula para determinarmos os valores da fórmula como um todo. Wittgenstein em [67] (com destaque para a proposição 5 desse livro) já conhecia tal noção que hoje é importante para o entendimento de algumas propriedades dos sistemas lógicos.

A ideia de função de verdade que também já está em [67] define os operadores lógicos de maneira matemática e precisa. A negação é o mais conhecido dos operadores unários que podem ser definidos na lógica clássica proposicional. Além disso, temos as funções de verdade binárias que são definidas tendo como domínio não um mero conjunto de valores de verdade, mas seu produto cartesiano.

Como função de verdade unária, a negação clássica tem a propriedade fundamental que se o valor de um certa fórmula for verdadeiro então a sua negação será falsa e vice-versa. Esse vice-versa caracteriza a verofuncionalidade. Além disso, boa parte das inferências lógicas realizadas no âmbito do pensamento clássico funcionam graças ao comportamento da negação. De-

notemos a negação clássica pelo símbolo \neg .

As propriedades da negação clássica, assim como as propriedades dos outros conectivos, em especial da conjunção e da disjunção estão associadas ao comportamento conjuntista da operação de interseção e união, respectivamente. Esse fato é uma consequência do famoso teorema da representação de Stone. Nesse domínio, podemos ainda associar as famosas constantes de falsidade e de verdade (\perp (o *bottom*) e \top (o *top*)) para estender o isomorfismo entre a álgebra das proposições e a álgebra tradicional conjuntista. Daí, propriedades excepcionais conectam algumas verdades conjuntistas com certas verdades lógicas. Chama a atenção, sobretudo, a relação existente entre o princípio da não contradição $\neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$ e a lei conjuntista que diz que o complemento da interseção de um conjunto com o seu complemento é o conjunto universo, assim como o terceiro excluído em sua versão conjuntista diz que um conjunto união com o seu complemento também é o conjunto universo.

Ainda considerando a dualidade existente entre a álgebra das proposições e a álgebra dos conjuntos, pode-se dizer que o vazio está para o \perp assim como o conjunto universo está para o \top , já que ambas álgebras são tipos de álgebras de Boole. Uma contradição do tipo $\varphi \wedge \neg\varphi$ é sempre falsa nos domínios da lógica clássica e, portanto, equivalente ao \perp . O \perp é aquela fórmula a partir da qual tudo pode ser inferido. Na lógica clássica, o \perp é equivalente a qualquer fórmula contraditória, isto é, a qualquer fórmula que seja falsa para toda valoração. E algumas vezes ele pode ser usado até mesmo para definir a negação. É claro que não existe um \perp universal e absoluto, que seja equivalente de modo unívoco sempre à mesma fórmula ou classe de fórmulas. Cada lógica ou família de lógicas tem o seu \perp particular e propriedade fundamental do \perp é a seguinte:

$$\perp \vdash \psi, \text{ para todo } \psi.$$

E essa propriedade corresponde, falando em termos conjuntistas, ao fato de que o conjunto vazio está contido em todo conjunto. A negação clássica

tem então a característica fundamental de transformar verdade em falsidade e falsidade em verdade. A negação clássica deve compreender todos os aspectos, e negar classicamente significa negar a sentença em todos as suas dimensões, não pode faltar nenhum aspecto, se a negação for clássica.

Acontece que há algumas negações que não têm as boas, por assim dizer, propriedades da negação clássica. E esse é o caso das negações em sistemas de lógicas paraconsistentes. Cada uma das lógicas paraconsistentes tem a sua motivação específica e sua aplicação em determinado contexto. Dizer que existe apenas uma negação é a mesma coisa que dizer que existe apenas uma lógica, e isso é uma visão dogmática defendida pelos assim chamados monistas em lógica. Não há nenhuma razão específica para banir negações distintas da clássica e lógicas não clássicas em geral do universo de todas as lógicas possíveis, pensando aqui na definição e classificação usuais de lógicas não clássicas, ignorando a proposta anterior.

3.1 Elementos de paraconsistentização

Note, antes de tudo, que se existem negações distintas, também existem contradições distintas. A negação clássica dá origem a, digamos, a contradição clássica. Outras negações vão dar origem a outros tipos de contradição. Esse é um ponto central que deve ser salientado para evitarmos ambiguidades. Lógicas paraconsistentes podem ser definidas de vários modos mais ou menos equivalentes: são sistemas formais que rejeitam formas (suaves ou não) do princípio chamado de *ex falso sequitur quodlibet*. O ponto é que nesses sistemas é possível que para certas sentenças contraditórias (contradições não clássicas) existam algumas sentenças que não são demonstradas, isto é, os sistemas não são triviais para negações enfraquecidas.

Alguns defendem (cf. Jean-Yves Beziau em [5]) que a definição de lógica paraconsistente não é capaz de determinar o que é uma lógica paraconsistente. Isso acontece, segundo Beziau, porque se as lógicas paraconsistentes forem definidas como lógicas nas quais exista algum operador unário não ex-

plosivo, então várias lógicas podem ser vistas como paraconsistentes, dentre elas a própria lógica clássica e algumas de suas extensões modais. Outros argumentam (cf. Hartley Slater em [60]) que as negações paraconsistentes não são negações no sentido clássico e que estão mais aptas a modelar a noção de subcontrariedade em um quadrado das oposições que a noção de contraditoriedade.

O ingrediente essencial que faz parte da definição de lógica paraconsistente é fundado na existência de algum operador unário, tal como apontado por Beziau em [5], de modo que esse operador não seja explosivo, isto é, ele não deve satisfazer a lei do *ex falso*. Esse ingrediente fundamental não é, de modo algum, suficiente para caracterizar uma lógica paraconsistente. Não há, até o momento, uma definição satisfatória. Uma saída para esse problema, ao invés de dar todas as propriedades que o operador unário possa satisfazer, é retomar o projeto de da Costa em [24] e dizer que uma lógica deve, idealmente, além de eliminar a explosão, também eliminar e derrogar alguma forma do princípio da não contradição. Em geral, tal princípio não compõe a definição de lógica paraconsistente, e isso acarreta problemas tais como a existência de operadores unários não explosivos em qualquer lógica. Daí, um modo interessante seria restaurar o fato de que lógicas, digamos, genuinamente paraconsistentes devem também eliminar o princípio da não contradição. Isso não significa, é claro, que tais lógicas demonstrem ou tenham sentenças contraditórias como teoremas, mas se isso acontecer, ainda melhor. Por isso, uma lógica pode ser considerada *super paraconsistente* se ela é não explosiva, derroga o princípio da não contradição e, além disso, demonstra sentenças contraditórias. É fácil ver que quase todos os sistemas ditos paraconsistentes não são super paraconsistentes.

A partir desse fato, o estudo das lógicas paraconsistentes enquanto sistemas particulares de lógicas rejeitando formas de explosão está mais voltado e orientado para as muitas aplicações que a paraconsistência em geral tem encontrado tanto em domínios puramente teóricos como a filosofia e a matemática

quanto em domínios práticos tais como a computação e a inteligência artificial. Atualmente, alguns têm ido em direção a um horizonte de alta abstração como é o caso da a teoria da paraconsistentização estudada em [26] e [27]. Essas abordagens são, inicialmente, gerais e panorâmicas, mas há também modos específicos de paraconsistentização. Paraconsistentizar é qualquer técnica utilizada para gerar lógicas paraconsistentes a partir de lógicas que não são paraconsistentes. A paraconsistentização de lógicas foi inicialmente sugerida em [17]. Depois, alguns artigos contendo um modo de paraconsistentização em grande escala foram propostos em [26], [27]. Relações existentes entre modos de paraconsistentização e a filosofia da lógica foram estudados por Diogo Dias em [28].

No artigo [26], é desenvolvido um funtor de paraconsistentização. Em geral, uma operação funtorial está um pouco abaixo no nível da abstração em relação às transformações naturais. A operação funtorial serve como estratégia para conectar duas categorias quaisquer. A primeira técnica precisamente definida de paraconsistentização consiste na propositura de duas categorias de lógicas. Em tais categorias, lógicas são objetos e espécies de traduções entre lógicas são os morfismos. A primeira das categorias é definida como sendo uma categoria de lógicas explosivas ao passo que a segunda categoria é a categoria das lógicas não explosivas nas quais não vale o *ex falso*. Daí, a tarefa é definir o funtor capaz de conectar as duas categorias de modo que dada uma lógica explosiva o funtor gere a sua contraparte não explosiva preservando algumas propriedades que são definidas em nível genérico. A ideia geral consiste em raciocinar com subconjuntos consistentes. No artigo [26], tudo é abordado em alto grau de abstração e uma forma, digamos, industrial de paraconsistentização é proposta. Industrial porque não está comprometida com uma linguagem específica e funciona para qualquer sistema.

Já na abordagem recente proposta em [27], a paraconsistentização é construída em nível ainda abstrato e genérico, embora ele seja muito menos

geral que o nível funtorial anterior. Considerando que são dados sistemas em teoria da prova apresentados por via de sistemas axiomáticos e sistemas em semântica formal como semântica de valorações, as definições de *paradedução* e *paraconsequência* são usados para a geração de lógicas paraconsistentes a partir de lógicas explosivas. Como nesse nível menos abstrato existem sistemas axiomáticos e semântica, então temos ingredientes suficientes para falar acerca da invariância de certas propriedades metalógicas. Em particular, tanto a correção quanto a completude são preservadas quando as lógicas são paraconsistentizadas.

Apesar dos modos de paraconsistentização sugeridos acima funcionarem perfeitamente, é importante notar que tais métodos de paraconsistentização não são exaustivos, isto é, eles não constituem a totalidade de mecanismos possíveis que podem ser usados para gerar lógicas paraconsistentes de lógicas não paraconsistentes. Outras formas de paraconsistentização podem ainda ser apresentadas, tanto em uma perspectiva industrial quanto em uma perspectiva mais artesanal.

Na sequência, chama a atenção o fato de que os três tipos clássicos de lógicas paraconsistentes podem ser gerados a partir de modos distintos de paraconsistentização da lógica clássica. Esses tipos particulares de paraconsistentização artesanal, ou seja, paraconsistentização manual transformam a lógica clássica em lógicas paraconsistentes. Em cada caso, o mecanismo de paraconsistentização utilizado é apontado e explicitado por via de um algoritmo informal de paraconsistentização.

3.1.1 Operadores discussivos e a lógica do discurso

Aquilo que foi apresentado por Stanisław Jaśkowski sobre a sua lógica do discurso (também amplamente chamada de lógica da discussão ou lógica discussiva) está em [39]. Nesse artigo, tem-se a formulação básica da lógica discussiva. A motivação de Jaśkowski é genial: ele percebeu que nas discussões diárias, quando dois interlocutores estão em debate, se existisse um

juiz observador da discussão com pretensão de imparcialidade, ele deveria tomar cada sentença dita por algum interlocutor não como uma verdade, mas como uma verdade possível, ou seja, ele deveria aceitar que aquilo que é dito por tal e tal interlocutor pode ser verdadeiro. A ideia de Jaśkowski consiste em formular uma lógica proposicional para suportar contextos inconsistentes que aparecem nos debates.

Ele faz extensivo uso de um sistema chamado no artigo de \mathbf{M}_2 e que é, na verdade, a famosa lógica modal $\mathbf{S5}$. A estratégia de paraconsistentização é definir uma série de operadores discussivos a partir de leis modais de $\mathbf{S5}$ e, desse modo, gerar uma negação (e também uma conjunção) mais fraca. Para contradições mais fracas formuladas com essas negação e conjunção, o problema da trivialização do sistema não se apresenta. Observe que paraconsistentizar significa a transformação de uma lógica não paraconsistente em uma lógica paraconsistente. No caso da lógica discussiva, a técnica de paraconsistentização utilizada parte dos ganhos teóricos fornecidos pelo discurso modal.

A lógica modal $\mathbf{S5}$ em si mesma não é uma lógica paraconsistente. Essa lógica é uma extensão da lógica proposicional clássica e é vista como o sistema modal referencial para tanto para a modelagem de questões epistêmicas quanto para a modelagem de questões metafísicas. É esse sistema que é paraconsistentizado por Jaśkowski já que ele utiliza os teoremas de $\mathbf{S5}$ com a forma $\diamond T$ para validar os teoremas de seu próprio sistema $\mathbf{D2}$. A forma que a lógica $\mathbf{D2}$ é construída é que pode ser vista como a paraconsistentização de $\mathbf{S5}$.

Jaśkowski diz em [39](p.45) que a lógica $\mathbf{D2}$ é dada por um conjunto de sentenças do tipo T e tais sentenças têm as seguintes propriedades: T só pode ser formada por disjunção, conjunção e negação clássicas e ainda implicação discussiva (definida como $\varphi \rightarrow_a \psi := \diamond\varphi \rightarrow \psi$) e equivalência discussiva (definida como $\varphi \leftrightarrow_a \psi := (\diamond\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\diamond\psi \rightarrow \diamond\varphi)$), mas o fato absolutamente relevante para efetuar a paraconsistentização é dizer que se aos

teoremas de T um \diamond for acrescentado para gerar a forma $\diamond T$, então esse resultado deve ser teorema em **S5**. É aqui que se encontra o fenômeno gerador da paraconsistência e é isso que dá origem a paraconsistentização do sistema modal **S5** e também à paraconsistentização bruta e direta da lógica proposicional clássica. Em uma nota posteriormente publicada por Jaśkowski em [40], a receita da paraconsistentização é dada na forma de uma generalização de um teorema anterior publicado em [39]. Jaśkowski diz [p.57] que qualquer teorema T da lógica proposicional clássica contendo apenas implicação, bicondicional, disjunção ou conjunção é imediatamente transformado (e essa é a palavra usada por ele) em um teorema de **D2** se os conectivos de implicação, equivalência e disjunção são substituídos pela implicação discussiva, pela equivalência discussiva e pela conjunção discussiva. Esta é definida como $\varphi \wedge_d \psi := \varphi \wedge \diamond \psi$. Jerzy Perzanowski, nos comentários à nota [39], fala sobre a negação discussiva: ela pode ser definida como $\neg_d \varphi := \diamond \neg \varphi$. Com todos esses conectivos discussivos à disposição, a lógica **D2** pode ser manipulada sempre considerando as duas lógicas que estão em sua órbita e que servem de horizonte para os múltiplos métodos de paraconsistentização que surgem daí. Béziau em [6] mostra que a negação definida dessa maneira enfraquecida por via de um operador modal do tipo \diamond é uma negação paraconsistente e, como tal, é não explosiva. Nesse mesmo artigo, uma técnica para extrair lógicas modais de lógicas paraconsistens e vice-versa é obtida. Considerando tudo que foi dito, o algoritmo informal de paraconsistentização usado para gerar a lógica **D2** pode ser construído considerando o teorema acima mencionado e ele pode ser descrito do seguinte modo:

1. Escolher uma apresentação qualquer da lógica proposicional clássica;
2. Selecionar fórmulas da lógica proposicional clássica contendo apenas implicação, equivalência, conjunção e disjunção;
3. Substituir os três operadores acima pelos respectivos operadores discussivos;

4. Verificar se o \diamond das fórmulas obtidas é teorema da lógica modal **S5**;
5. O conjunto de fórmulas obtido seguindo os passos acima caracteriza **D2**.

Essa técnica de paraconsistentização manual pode ser chamada de *paraconsistentização por definição de operadores* e, é claro, o algoritmo acima também funcionaria se ele incluísse o conceito de *negação discussiva*, mas esta pode ser definida a partir da conjunção discussiva e da negação clássica. O trabalho de Jaśkowski utiliza uma paraconsistentização bem específica que fixa a linguagem de uma dada lógica. Ele utiliza como sistema referencial para garantir validades a lógica modal **S5**, mas isso não é algo absolutamente fundamental. Seria possível fixar um outro sistema para realizar a paraconsistentização. Poderia ser escolhido, por exemplo, uma lógica modal mais fraca, ou até mesmo um sistema deôntico ou epistêmico, e alteração deveria então ser formulada na instrução 4 acima, como o leitor pode constatar. O fato de que Jaśkowski usou a lógica modal **S5** não significa absolutamente que sistemas discussivos possam ser engendrados apenas dessa maneira. Entretanto, o sistema padrão e tal como essas lógicas foram desenvolvidas na literatura sobre lógicas paraconsistentes é totalmente baseado na escolha da lógica modal **S5**. Deste modo, o fato de a lógica discussiva estar fundada no sistema modal normal **S5** não significa, de modo algum, que outras lógicas discussivas, com propriedades absolutamente diferentes, não possam ser criadas e desenvolvidas. A ideia de Jaśkowski de verificar se o \diamond de uma dada fórmula vale em **S5** para doar validade ao seu próprio sistema poderia ser substituída por outro tipo de sistema referencial doador de validade. Poderíamos mencionar, por exemplo, os sistemas que seriam criados se essa cláusula fosse trocada por outra. Poderíamos usar, digamos, a verificação de se o K ou B da fórmula vale em algum sistema epistêmico, ou até se $\neg\nabla$ vale em alguma lógica da contingência. Poderia ser absolutamente qualquer coisa, respeitadas certas propriedades que devam ser preservadas. A

razão de usarmos os sistemas discussivos tal como elaborados por Jaśkowski é que fomos historicamente habituados a isso, mas não há razão alguma para estudarmos apenas sistemas discussivos formulado da maneira tradicional. Uma direção interessante, e ainda pouco estudada, e que pode conter alguma curiosidade, é verificar como funcionam outros sistemas discussivos baseados em outras lógicas (alterando, portanto, o item (4) do algoritmo informal acima). Ou seja, como a técnica de paraconsistentização por definição de operadores pode ser realizada e feita para construir e desenvolver outros sistemas lógicos discussivos.

3.1.2 O bom comportamento e a hierarquia de da Costa

Pode-se dizer que Newton da Costa em [24] usa uma estratégia de paraconsistentização em outra direção, bem diferente daquela elaborada por Jaśkowski. Este apresentou apenas um sistema lógico, ao passo que da Costa sugere toda uma hierarquia de lógicas paraconsistentes. Essa família de lógicas é conhecida como a hierarquia \mathbf{C}_n , $1 \leq n \leq \omega$. A construção dessa hierarquia, tanto em nível proposicional quanto em nível de predicados, é um tipo de paraconsistentização manual da lógica clássica. O funcionamento deste tipo de paraconsistentização é descrito a seguir.

Consideremos a lógica proposicional clássica tanto do ponto de vista da teoria da prova quanto do ponto de vista semântico. Retire da linguagem da lógica proposicional clássica a negação. Isso dá origem a uma lógica positiva que é um fragmento da lógica proposicional. Esse sistema é chamado por da Costa de lógica positiva de Hilbert-Bernays. A negação deve ser retirada porque é, basicamente, a presença da negação clássica que faz a lógica ser incapaz de lidar com o princípio do *ex falso*.

Depois de eliminada a parte negativa da lógica clássica, é hora de gerar um novo tipo de negação. Aqui está a genialidade da ideia de da Costa. Ele percebeu que é possível definir a noção de bom comportamento de uma dada fórmula, e essa ideia é que elabora a hierarquia \mathbf{C}_n . Consideremos apenas a

primeira lógica paraconsistente da hierarquia, isto é, a lógica \mathbf{C}_1 . Seja \neg^P a negação paraconsistente (negação enfraquecida) de \mathbf{C}_1 . Uma fórmula é *bem comportada* se a sua estrutura interna é do tipo $\neg^P(\varphi \wedge \neg^P \varphi)$. Sentenças desse tipo são denotadas por da Costa como φ^o e elas denotam, na verdade, o princípio da não contradição. Note que a fórmula bem comportada envolve o operador de negação, mas esse operador já não é mais a negação clássica. Ele é a negação paraconsistente. A estratégia agora consiste em adicionar propriedades específicas, algumas contendo a noção de bom comportamento, mas chama a atenção a seguinte propriedade:

$$\text{(P-reductio)} \quad \psi^o \rightarrow ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \neg^P \psi) \rightarrow \neg^P \varphi));$$

Esse esquema é altamente relevante para a empreitada de da Costa funcionar. Note que nesse contexto para a negação paraconsistente:

$$\varphi, \neg^P \varphi \not\vdash_{\mathbf{C}_1} \psi$$

Agora, com o acréscimo do bom comportamento, pode-se definir um novo \perp como $\varphi \wedge \neg^P \varphi \wedge \varphi^o$ e daí surge uma negação forte do tipo $\neg^P \varphi \wedge \varphi^o$ definida por da Costa no interior de sua lógica paraconsistente. Além do mais, todas as inferências clássicas valem para essa negação. Em particular:

$$\varphi, \neg^P \varphi, \varphi^o \vdash_{\mathbf{C}_1} \psi$$

Segundo da Costa, a redução ao absurdo em sua forma clássica não vale se formulada com a negação paraconsistente:

$$\text{(C-reductio)} \quad (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \neg^P \psi) \rightarrow \neg^P \varphi);$$

Entretanto, com o acréscimo do bom comportamento do tipo ψ^o não há problemas em efetuar a redução tal como manifestado em P-reductio. É por isso que os sistemas não podem demonstrar fórmulas do tipo ψ^o já que se isso fosse demonstrado, o raciocínio clássico seria todo restaurado. Assim, é claro que toda forma clássica de raciocínio contendo negação paraconsistente será perdida:

$$\varphi \rightarrow \psi \not\vdash_{C_1} \neg^P \psi \rightarrow \neg^P \varphi$$

A lei de contraposição não vale. Tem-se, entretanto, que:

$$\psi^o, \varphi \rightarrow \psi \vdash_{C_1} \neg^P \psi \rightarrow \neg^P \varphi$$

É por essa razão específica que os sistemas de da Costa podem ser usados, quando preciso, para mapear o raciocínio clássico, pois no interior de cada uma das lógicas da hierarquia, é sempre possível definir uma negação com as propriedades da negação clássica. Um fato que merece ainda destaque é que, do ponto de vista semântico, a negação paraconsistente não é funcional-veritativa, e sua condição de verdade então não é baseada em um bicondicional, mas sim em algo do tipo (onde v é uma valoração das fórmulas de C_1 para o conjunto dos valores de verdade com apenas verdade e falsidade (cf. [25] para a formulação semântica da lógica paraconsistente básica)):

$$\text{Se } v(\varphi) = 0 \text{ então } v(\neg\varphi) = 1$$

Deste modo, pode-se dizer que a estratégia usada por da Costa para fornecer uma método de paraconsistentização é baseada na substituição da negação clássica por uma negação enfraquecida, paraconsistente, com propriedades específicas. Assim, é possível paraconsistentizar a lógica clássica de muitas maneiras. Jaśkowski usa a lógica modal para elaborar uma negação enfraquecida, da Costa optou pela via do bom comportamento e elaborou uma empreitada muito bem sucedida de paraconsistentização. Do mesmo modo que no caso da lógica discussiva, quando uma lógica modal particular é usada, pode-se pensar em desenvolver outros sistemas paraconsistentes usando e definindo outros tipos de bom comportamento.

O algoritmo informal de paraconsistentização usado por da Costa pode ser descrito com os seguintes passos:

1. Escolher uma apresentação qualquer da lógica proposicional clássica;

2. Retirar todas as fórmulas com negação clássica;
3. Definir bom comportamento;
4. Encontrar novas propriedades para fórmulas com uma negação enfraquecida;
5. O conjunto de fórmulas obtido seguindo os passos acima caracteriza \mathbf{C}_1 .

Uma abordagem que vai no mesmo sentido, mas que generaliza as lógicas de da Costa é aquela das chamadas *lógicas da inconsistência formal* (LFIs) apresentadas em [12]. Nessas lógicas, operadores de consistência e inconsistência podem ser definidos de modo que, algumas vezes, é possível até mesmo fazer a diferença entre inconsistência e contradição. As lógicas paraconsistentes apresentadas por da Costa, assim como a lógica discussiva de Jaśkowski, como mostrado em [12], são casos de lógicas da inconsistência formal. Estas podem ser vistas como paraconsistentização generalizada da lógica clássica, mas ao invés do *bom comportamento*, fala-se em *consistência*.

A técnica de paraconsistentização manual usada por da Costa pode ser chamada de *paraconsistentização por tipos de bom comportamento*. É claro que se escolhêssemos outros modos de bom comportamento, operando exatamente do mesmo modo que da Costa, novas hierarquias de lógicas paraconsistentes seriam igualmente geradas com uma alteração de (3) no algoritmo informal. Chamemos o bom comportamento proposto por da Costa de *tradicional*. Pode-se definir, por exemplo, um bom comportamento não tradicional de vários outros modos. Andrea Loparic e Newton da Costa propuseram outro tipo de bom comportamento em [46]: $\neg^P(\varphi \wedge \neg^P \varphi) \wedge (\varphi \vee \neg^P \varphi)$.

Ainda, pode-se realizar procedimento análogo de várias formas: considere, por exemplo, que uma fórmula φ é *super comportada* se ela tem a forma $\varphi \vee \neg^P \varphi$. Formalizemos fórmulas assim como φ^\square . Retirando da lógica positiva o axioma $\varphi \vee \neg \varphi$, para evitar colapso com a lógica clássica, pode-se usar

a mesma ideia de da Costa para gerar outros sistemas com outros funcionamentos:

$$(M\text{-reductio}) \psi^\square \rightarrow ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \neg^P \psi) \rightarrow \neg^P \varphi));$$

O novo sistema, que poderia ser transformado em uma hierarquia, teria outro tipo de \perp : $\psi^\square \wedge \psi \wedge \neg\psi$. *Mutatis mutandis*, esse procedimento pode ser realizado de infinitas maneiras para gerar todo tipo de lógica, algumas paraconsistentes. Variações desses sistemas (chamados de paracompletos) estudados por da Costa e Loparic são um exemplo de outro tipo de paraconsistentização por bom comportamento. Novamente, pode-se dizer que uma investigação original nessa direção, e que talvez contenha novos resultados, é verificar o funcionamento de sistemas lógicos baseados em maneiras não tradicionais de bom comportamento. Assim, a técnica de paraconsistentização por tipos de bom comportamento pode ser executada de uma variedade de maneiras diferentes.

3.1.3 Polivalência, o valor lógico *paradoxal* e a lógica do paradoxo

As lógicas polivalentes alteram e eliminam o princípio da bivalência. Esse princípio que é muitas vezes relacionado ao princípio do terceiro excluído diz: existem apenas dois valores lógicos. É um princípio que rege simplesmente a cardinalidade do contradomínio de uma função de valoração. Muita confusão tem sido feita entre ele e o terceiro excluído, que diz algo completamente diferente: dada um sentença, uma valoração, e dado que o contradomínio tem apenas dois valores de verdade, então, para cada sentença, ela é verdadeira ou é falsa, sem existir uma outra possibilidade de atribuição de valor de verdade. Enquanto a bivalência diz algo sobre a cardinalidade do conjunto de valores de verdade, o terceiro excluído conecta as sentenças a esses valores.

Na realidade, bastaria que tivéssemos à disposição apenas um valor de verdade, ou a verdade ou a falsidade. Isso daria origem a um conjunto de valores de verdade com apenas um elemento. Isso é suficiente para definir

a lógica clássica, pois basta que exista apenas um valor de verdade e que a valoração seja definida entre as fórmulas e as partes desse conjunto com apenas um valor de verdade, pois o conjunto potência tem dois valores, um poderia então ser interpretado como verdade e o outro como falsidade. Esse princípio pode ser chamado de *princípio de univalência*. Em geral, dada o princípio de bivalência, algumas lógicas não clássicas tomam exatamente o conjunto potência daquele com cardinalidade dois e daí geram mais dois outros valores de verdade dando origem, assim, às lógicas tetravalentes. Roman Suszko defendeu em [61] que toda lógica pode ser vista como uma lógica bivalente. Considerando o princípio da univalência, pode-se reduzir a tese de Suszko ainda mais: *toda lógica pode ser vista como univalente*.

Os sistemas polivalentes têm grande uso e muitas aplicações. Há toda uma legião de pesquisadores interessados nesse domínio e há, inclusive, um periódico internacional sobre o assunto. Um livro competente que contém explicações sobre tais sistemas é o livro [48] de Grzegorz Malinowski. Sabe-se que cada uma das lógicas polivalentes surge com uma motivação específica. Um dos sistemas trivalentes que é relevante aqui neste contexto é a lógica \mathbf{K}_3 (cf. [48]). Esse sistema lógico não tem tautologias, ou seja, não tem verdades lógicas, mas ele possui uma relação de consequência lógica não vazia, já que existem inferências válidas.

A lógica do paradoxo \mathbf{LP} desenvolvida semanticamente por Graham Priest em [52] é muito parecida com a lógica trivalente de Kleene. Segundo Priest em [52] [p.226], a lógica clássica possui um defeito que é a crença equivocada de que não existem sentenças que tenham simultaneamente dois valores de verdade. Então, para algumas sentenças, pode-se falar que são simultaneamente verdadeiras e falsas. O programa de paraconsistentização conduzido por Priest parte da lógica clássica e aumenta os números de valores lógicos que uma sentença pode ter. Com a finalidade de capturar sentenças que tenham esse caráter e essa dimensão paradoxal (o que posteriormente vai dar origem ao conceito muito discutido atualmente de *dialeteia* (cf.[53]),

Priest cria uma lógica trivalente que, por assim dizer, conecta o universo das lógicas polivalentes com o universo das lógicas paraconsistentes. Essa lógica trivalente é chamada de *lógica do paradoxo* (**LP**). O sistema **LP** possui um terceiro valor de verdade que é o *paradoxal*. Além do mais, dado que o valor paradoxal é simultaneamente verdadeiro e falso, nada mais justo que dizer que o valor paradoxal é, ao lado da verdade, também um valor designado.

A estratégia de definir um novo valor paradoxal permite que a lógica **LP**, quanto a tautologicidade, coincida com a lógica proposicional clássica de modo que ambas têm exatamente as mesmas verdades lógicas. O que muda, todavia, é a relação de consequência lógica, visto que **LP** rejeita uma série de inferências que são classicamente válida, dentras elas (cf. [54], pág.228):

$$\begin{aligned} \varphi, \neg\varphi &\vDash \psi \\ \varphi \vee \psi, \neg\psi &\vDash \varphi \end{aligned}$$

e até mesmo uma inferência como *modus ponens* é invalidada.

A lógica **LP** também é construída por um tipo de paraconsitentização da lógica clássica. O algoritmo informal pode ser descrito assim:

1. Escolher uma apresentação qualquer da lógica proposicional clássica;
2. Transformar o princípio da bivalência em um princípio da trivalência;
3. Instaurar um terceiro valor significado paradoxal e colocá-lo como designado ao lado da verdade;
4. O conjunto de fórmulas obtido, aí contando também a consequência lógica, seguindo os passos acima caracteriza **LP**.

A técnica de paraconsistentização usada por Priest para a construção da lógica **LP** pode ser chamada como *paraconsistentização por via da proliferação valores lógicos*. Tal técnica consiste em fragmentar um dado conjunto de valores de verdade com a finalidade de obter alguma propriedade desejada.

Quando tal propriedade é o *ex falso*, tem-se um sistema paraconsistente. Do mesmo modo que Priest fragmentou o conjunto de valores lógicos clássicos criando a categoria do valor *paradoxal*, pode-se fragmentar ainda mais o conjunto resultante de várias maneiras. Pode-se, claro, por exemplo, dizer que há também um valor chamado *absurdo*(A) e outro valor chamado de *sem sentido* (S) e usar exatamente a mesma técnica de Priest para confeccionar novas lógicas paraconsistentes do paradoxo.

Uma investigação sobre a técnica de paraconsistentização por via da proliferação de valores lógicos merece ser estudada, assim como as outras técnicas manuais anteriores, com a finalidade de entender não um sistema ou famílias de sistemas particulares, mas os modos mesmos que podem ser usados com o objetivo de paraconsistentizar lógicas.

3.2 A paraconsistentização de lógicas como metodologia universal

Essa maneira de abordar a paraconsistência por via, não de sistemas, mas de uma teoria geral das lógicas paraconsistentes está interessada também no estudo dos sistemas particulares. Entretanto, ela vai um pouco além, de modo complementar, e propõe estabelecer uma investigação mais geral, compreendendo táticas possíveis e gerais, técnicas específicas, que podem ser usadas para transformar uma lógica qualquer em uma lógica paraconsistente.

É imediato ver que a pesquisa no domínio da paraconsistentização está inserida no projeto mesmo de uma lógica universal. O foco é pensar as relações entre os sistemas lógicos e mecanismos para obter lógicas paraconsistentes a partir de sistemas não paraconsistentes.

Além de todos os tipos de paraconsistentização já estudados, cabe aqui mencionar uma outra maneira industrial, ainda não abordada na literatura. Essa técnica pode ser chamada de *paraconsistentização por antilógicas* e ela parte da definição abstrata de sistema lógico. Esse estudo sobre antilógicas, algumas vezes chamadas de lógicas da refutação, foi inicialmente elaborado

em [47] e algumas referências e investigações atuais estão em [11] e [3]. Considere L uma lógica como uma estrutura da forma (F, \vdash_L) de modo que F é um conjunto de fórmulas e seja \vdash a relação de consequência lógica (não importa qual a natureza, se sintática ou semântica) como $\vdash \subseteq \rho(F) \times F$. Dado um subconjunto Γ de fórmulas de F , a antilógica \bar{L} de L é gerada do seguinte modo:

$$\Gamma \vdash_L \psi \text{ se, e somente, se } \Gamma \not\vdash_{\bar{L}} \psi$$

Assim, usando a definição de antilógica, dada uma lógica explosiva, qualquer antilógica de uma lógica explosiva é paraconsistente. E mais, a antilógica da lógica proposicional clássica é super paraconsistente (tal como definição anterior), pois ela não respeita o *ex falso*, derroga o princípio da não contradição e, mais, ainda prova sentenças contraditórias. Há ainda muita coisa para ser feita nesse caminho abstrato, panorâmico e elegante fornecido pelos tipos de paraconsistentização.

4 Dimensões das modalidades e a possibilidade lógica

“...desde que se considere bem que todas as proposições contingentes têm razões para serem assim de preferência a serem de outra maneira ou, então (o que é a mesma coisa), que elas têm provas *a priori* de sua verdade, que as tornam certas e que mostram que a conexão entre o sujeito e o predicado de tais proposições tem o seu fundamento na natureza de um e do outro; mas que elas não têm demonstrações necessárias, uma vez que tais razões se fundam exclusivamente no princípio da contingência ou da existência das coisas, ou seja, naquilo que é ou que se apresenta como o melhor entre múltiplas coisas igualmente possíveis, ao passo que as verdades necessárias se fundam no princípio de contradição e na possibilidade ou impossibilidade das próprias essências, sem atender nisso à vontade livre de Deus ou das criaturas.”

Leibniz em *Discurso de Metafísica*.

A lógica modal é uma parte da lógica que possui uma grande dignidade filosófica. É incrível como as ferramentas fornecidas pelo discurso acerca das modalidades têm encontrado grandes aplicações. Historicamente, falar acerca das modalidades metafísicas sempre foi algo útil e corriqueiro no interior dos trabalhos filosóficos. Desde Aristóteles em [1], passando por Leibniz em [43], e por toda a dita tradição filosófica, a presença marcante de personagens modais é notável. Aristóteles (cf. [1]) desenvolve a teoria das oposições contendo as clássicas noções de *contraditoriedade* e *contrariedade*, e faz uso intenso de modalidades metafísicas em seu discurso. Já em Leibniz (cf. [43]), podemos pensar em verdades de fato e também em verdades de razão. As verdades de fato são aquelas que podem ser diferentes, ao passo que as verdades de razão são aquelas que não podem ser diferentes. E Leibniz (também em [44]) utiliza a ideia de *implicar uma contradição* para determinar o grau e conteúdo metafísico de uma verdade. Modalidades metafísicas aparecem aí no trabalho desse autor, e ele pode ser visto como um precursor do discurso modal, sobretudo, se entendermos que ele lança a ideia de que uma verdade necessária é aquela que é sempre verdade, ou seja, verdade em todos os mundos possíveis ao passo que a verdade possível é aquela que é verdade em algum mundo possível.

A presença de conceitos modais tanto na filosofia, nas ciências e na lógica é

algo notável. Consideremos o caso da lógica. A definição de validade, mesmo na lógica proposicional, utiliza raciocínio modal ao afirmar que uma fórmula ψ é consequência lógica de φ se, e somente se, toda valoração que satisfaz φ satisfaz também a sentença ψ , ou seja, todo modelo para φ é modelo para ψ . Isso significa que não é possível que exista uma valoração que faça φ uma sentença verdadeira e que faça ψ uma sentença falsa. Ainda: se uma valoração faz com que φ seja uma fórmula verdadeira, então, necessariamente, ela faz a fórmula ψ verdadeira. Eis aí o raciocínio modal em ação. Nas ciências, o raciocínio modal está presente nos chamados experimentos de pensamento e, na filosofia, os conceitos modais desempenham papel crucial nas reflexões metafísicas.

É surpreendente o valor que o discurso sobre as modalidades metafísicas desempenha na relevância e análise de profundas questões filosóficas. Além do mais, há vários tipos de modalidades, e é um erro grosseiro achar que a lógica modal é apenas sobre alguns particulares conceitos metafísicos tais como a possibilidade, a necessidade e a contingência. A lógica modal é uma disciplina essencial para o trabalho filosófico e ela é uma área extremamente técnica envolvendo questões bastante complexas. É preciso muito estudo para entender o seu funcionamento.

A lógica do \square e do \diamond pode ser usada, e em geral é usada, para pensar as famosas modalidades metafísicas expostas no parágrafo anterior, assim como podem ser usadas para modelar conceitos epistêmicos tais como *conhecimento*, *crença*, *dúvida* e *ignorância*. Pode ser usada também para a formalização e compreensão de conceitos deônticos como *obrigatoriedade* e *permissão*. Há ainda aplicações do discurso modal para a modelagem sistemática de noções variadas de tempo tais como *verdade em algum ponto do futuro*, *verdade em todos os pontos do passado* etc. Cada uso das modalidades gera uma interpretação do tempo e um modelo temporal diferente, sendo que vários deles podem encontrar algumas aplicações. Enfim, há uma série de aplicações e usos que podem ser caracterizados pelas diversas di-

mensões das modalidades. Não é pertinente, portanto, chamar os conectivos não verofuncionais \Box e \Diamond apenas de *necessidade* e *possibilidade*, respectivamente. Isso pode até ser feito na leitura dita alética dos operadores modais, mas não é uma lei absoluta. Tratá-los apenas como modalidades aléticas é uma grande gafe modal.

Outro ponto que merece destaque é que o \Box , em geral, recebe uma leitura universal, isto é, uma leitura fundada em uma quantificação universal na qual todos os elementos de um dado domínio são levados em consideração, ao passo que o \Diamond recebe uma leitura existencial fundada em uma quantificação existencial na qual pelo menos um elemento de um dado domínio é quantificado. Isso é assim em geral. Johan van Benthem bem observou, recentemente, em [65](pág. 243) que algumas vezes o \Box recebe, inclusive, uma leitura existencial. Isso acontece quando tal operador é definido no interior de lógicas da demonstrabilidade nas quais o \Box é visto como *existe uma demonstração na Aritmética de Peano*. Consequentemente, nem mesmo a conexão entre o \Box e o quantificador universal é preservada.

Há, sem dúvida, uma relação muito íntima entre o operador \Box e o operador \Diamond . Ambos são entendidos como operadores duais, isto é, um pode ser definido a partir do outro na presença da negação clássica. Considere, contudo, a discussão do capítulo anterior na qual outros tipos de negação foram pensados e definidos. Nesses casos, a dualidade entre os dois fundamentais operadores modais é brutalmente perdida. E isso complica as coisas de modo exagerado. E é nesse ponto específico que reside a capacidade que algumas lógicas modais com base paraconsistente têm de evitar certos tipos de paradoxos. Entender as relações existentes entre modalidades na presença de negações diferentes da negação clássica é tarefa complexa que ainda não foi compreendida completamente.

De certo modo, ainda conectado com a questão das diversas negações possíveis, está o vício (e mais uma gafe modal) em pensar que toda lógica modal estende apenas e somente a lógica clássica. É claro que isso é um

erro. Lógicas modais estendendo algumas lógicas paraconsistentes existem na literatura. Ainda, pode-se gerar lógicas modais a partir de qualquer base proposicional, não somente a partir da base clássica ou de alguma lógica paraconsistente. Alguém poderia simplesmente escolher um fragmento qualquer da lógica clássica e a partir daí gerar toda uma nova realidade modal. Esse fragmento poderia ser uma lógica intuicionista ou até mesmo alguma lógica polivalente. Não há problema algum em criar lógicas modais sem ter uma base clássica.

Outro fato marcante é que algumas pessoas caracterizam a lógica modal como um fragmento da lógica de primeira ordem, isto é, a lógica clássica de predicados. E isso é um resultado clássico na lógica modal, ela corresponde ao fragmento monádico da lógica de predicados. Como tal, negar logicalidade ao discurso modal é afirmar que a própria lógica clássica não tem logicalidade.

4.1 O poder da semântica de Kripke na modelagem conceitual

A origem, assim como a história e o desenvolvimento da semântica dos mundos possíveis, às vezes chamada de semântica de Kripke, ou ainda semântica relacional, foi plenamente descrita por Jack Copeland no brilhante artigo [13].

Dada uma linguagem modal, e dada uma teoria da prova para os operadores modais, a semântica de Kripke serve para dar condições de verdade para os conceitos modais. Do mesmo modo que as valorações clássicas servem para interpretarmos a linguagem da lógica clássica, a semântica de Kripke serve para interpretarmos a linguagem da lógica modal. E a estratégia é, sem dúvida, muito interessante e bonita.

A semântica de Kripke funciona, basicamente, a partir da definição de uma estrutura de Kripke. A ideia de estrutura de Kripke é bem simples: dado um conjunto W e R uma relação, o par (W, R) é estruturado. E esse par pode ser interpretado, aleticamente, do seguinte modo: W é um conjunto

de mundos possíveis e R é uma relação caracterizada como relação de acessibilidade. Como R é uma relação, ela, em geral, é definida como $R \subseteq W \times W$. Um modelo de Kripke é quando uma valoração v é incorporada à estrutura. Essa valoração é uma função que vai, digamos, do conjunto de fórmulas para o conjunto potência do conjunto de mundos. Essa valoração faz a estrutura de Kripke ser algo abstrato e panorâmico ao passo que o modelo de Kripke caracteriza quais sentenças valem e em quais mundos elas valem. Essa é uma ideia tradicional e trivial que pode ser encontrada em vários manuais de lógica modal (cf. [8] e o sagaz [65]).⁹ Uma avaliação das definições de lógica modal, críticas aos lógicos modais, e a aplicabilidade do discurso modal pode ser encontrada em [16].

O interessante sobre a semântica de Kripke é que ela é extremamente útil na modelagem de conceitos filosóficos. Incrivelmente útil. Ela tem sido usada em muitas abordagens em lógica filosófica e é até mesmo um pouco difícil encontrar trabalhos atualmente sobre as modalidades metafísicas e conceitos derivados que não façam uso da artilharia pesada fornecida pela lógica modal. Como a lógica modal pode ser pensada como um fragmento da lógica de primeira ordem, e a lógica de primeira ordem é a lógica paradigma não somente da matemática, mas das ciências em geral, pode-se conjecturar que o sucesso da lógica modal foi herdado e transmitido pela lógica de primeira de predicados.¹⁰

⁹Alguém interessado em lógica modal atualmente vai ter que estudar muito mais que o funcionamento da semântica de Kripke. Há uma série de resultados profundos em lógica modal. Em especial, pode-se mencionar aqueles resultados de invariância da satisfação modal por via de bissimulações, submodelos gerados etc.

¹⁰Do mesmo modo que os conceitos modais podem servir de decoração para o quadrado das oposições, e isso é o propriedade hereditária que veio do fato de que o quadrado das oposições também sistematiza sentenças categóricas, suas extensões tais como aquela proposta por Robert Blanché em [9] servem para decorações usando conceitos modais e noções derivadas. Há muitos exemplos de decorações possíveis usando noções modais (cf. [9]). Fato que chama atenção nos usos do quadrado e suas extensões é que usar uma figura bidimensional como são o quadrado e o hexágono é algo totalmente arbitrário. Em [22], foi mostrado que é suficiente para definir as oposições um segmento de reta de números inteiros. Fabien Schang em [59] fala em um possível fim para o quadrado das oposições.

Uma abordagem extremamente criativa e original à lógica modal foi formulada por David Lewis em [45]. O autor usou uma estratégia que muitas vezes funciona: ao invés de tomar os operadores modais na linguagem, ele partiu de predicados unários e binários definidos em uma teoria de primeira ordem.

Se a lógica de primeira ordem é a lógica mais bem sucedida da história da lógica, então, é natural pensar que uma teoria modal construída com base nessa lógica de primeira ordem será, também, igualmente bem sucedida. Entretanto, isso não aconteceu. Lewis escolheu em [45] alguns predicados estratégicos para formalizar propriedades tais como *x é um mundo possível*, *x está no mundo possível y*, *x é atual* e *x é contraparte de y*. Depois de escolhidas tais propriedades, ele apresentou uma extensão da lógica de predicados axiomatizando tais predicados. A teoria resultante ficou conhecida como teoria das contrapartes. Nessa teoria, é possível definir com o uso dos predicados disponíveis tanto o \diamond quanto o \square (cf. [45]).

Acontece que a teoria das contrapartes não é fácil de ser manipulada, operar no seu interior é tarefa árdua. Embora a teoria das contrapartes seja muito rica e embora a filosofia que é extraída daí seja igualmente rica e interessante, ainda assim a abordagem não é a execução padrão que se dá ao discurso modal em geral. As lógicas modais proposicionais são já com o seu poder expressivo limitado bem sucedidas. Ainda mais, quando tais sistemas são estendidos para o domínio da lógica modal de primeira ordem, a riqueza filosófica associada a tal aumento de poder expressivo é excepcional. As famosas fórmulas de Barcan, as questões sobre os diferentes domínios de quantificação, visões possibilistas e atualistas, todas elas e mais outras, são bem estabelecidas no universo da lógica modal quantificada.¹¹ É esse grande sucesso que faz a lógica modal de primeira ordem ser tão admirada especialmente por filósofos e lógicos. Recentemente, Timothy Williamson inclusive afirmou em seu [66] que a lógica modal **S5** de ordem superior é a linguagem

¹¹Um excelente livro sobre esse assunto é [31].

oficial da filosofia e a responsável por responder questões metafísicas sobre as modalidades:

“...Preferencialmente, queremos uma lógica modal forte que responda aquelas questões metafísicas. Este livro apresentou essa lógica: **S5** necessitista de ordem superior. Aos seus oponentes, a tarefa é mostrar que suas alternativas fazem melhor por meio da mesma metodologia abductiva.” [Tradução deste autor], Timothy Williamson em [66], p.429.

Vê-se, a partir da citação, a euforia de alguns filósofos pelo sucesso da lógica modal tradicional. O orgulho que alguns filósofos têm da semântica de Kripke e de suas consequências filosóficas é equivalente ao orgulho que alguns engenheiros e físicos têm do cálculo. A teoria modal baseada na semântica de Kripke e nas suas múltiplas implicações metafísicas saiu vitoriosa, pelo menos até o presente momento, nesse debate sobre as modalidades e suas teorias. Se será assim na amplitude de todo o futuro possível, somente as gerações futuras saberão.

4.2 Algumas observações sobre a possibilidade lógica

Há ainda uma grande discussão sobre o que é logicamente possível. Em outra ocasião (cf. [22]), por meio de uma lógica trimodal há uma tentativa de formalização do fato de que tudo que podemos imaginar ou conceber é, de algum modo, logicamente possível. O logicamente possível (i.e. a possibilidade lógica) é a modalidade alética mais ampla. Pode-se afirmar que todos os outros tipos de possibilidade, especialmente as possibilidades empíricas definidas no interior de alguma ciência empírica, são casos particulares ou especiais de possibilidade lógica. A própria questão da possibilidade lógica envolve uma discussão interessante.

Note, em primeiro lugar, que não há possibilidade lógica que seja absoluta. Isso foi, de certo modo, esclarecido em [19] e também abordado em [3].

Recapitulando: toda e qualquer possibilidade é sempre relativa a uma dada lógica, a um dado tipo de formalismo. E isso precisa ser assim em um ambiente de pluralismo lógico (na concepção tradicional de pluralismo). Aqui se encontra a essência do raciocínio lógico. Se o logicamente possível fosse absoluto, estaríamos em uma posição mais confortável no universo, já que as fronteiras do logicamente possível estariam precisamente determinadas. No entanto, considerando que não há possibilidade lógica que seja absoluta, é bem complicado saber o que é logicamente possível. Afirmar que a possibilidade lógica não é absoluta significa dizer que ela depende de uma lógica específica. Consequentemente, pode-se dizer que uma sentença do tipo φ é logicamente possível em dada lógica L mas logicamente impossível em uma outra lógica L' . Entender isso denota não somente um profundo raciocínio lógico, mas também um profundo amadurecimento metafísico, pois o dogmático defende que existe possibilidade lógica absoluta.

É claro que se o logicamente possível depende da especificação de uma certa lógica, então o logicamente necessário, o logicamente contingente, ou, de modo bem mais geral, qualquer tipo de validade ou invalidade também dependerá da lógica e do formalismo que está em jogo. Nesse caso, a lógica é simultaneamente legisladora e controladora daquilo que pode ser inferido e do conjunto básico de verdades lógicas aceito em uma situação fixa.

Além de não existir possibilidade lógica absoluta, é importante esclarecer, claro, que não existe somente um tipo de possibilidade. Na literatura, existem muitos tipos de possibilidade. Em [19], o conceito de X -possibilidade é utilizado. Ele significa possibilidade em uma teoria X qualquer. Daí, pode-se dizer que uma sentença é X -possível se ela é compatível e coerente (digamos, respeita as regras) com a teoria X em questão. E se o interior de X é ele mesmo plural, então o parâmetro de raciocínio para determinar o logicamente possível deve ser esclarecido.

Se existem vários tipos de possibilidade, uma lógica modal deveria ser capaz de capturar essa pluralidade. Isso pode ser feito com o uso de muitos

operadores modais em uma certa estrutura ordenada. Pode-se estabelecer a força de um operador modal do tipo \diamond usando hierarquias de \diamond (alguma coisa sobre tais hierarquias foi apresentada em [19]):

$$\diamond_1, \diamond_2, \dots, \diamond_n$$

Deve-se tomar essa hierarquia adicionada a linguagem de uma lógica ou também pode-se pegar cópias de uma mesma lógica e, para cada uma, adicionar um operador modal com as suas respectivas leis. Deste modo, dizemos que \diamond_i é *mais fraco* que \diamond_j se, e somente se, $i \leq j$. Seja $(W, R_{\diamond_1}, \dots, R_{\diamond_n})$ uma estrutura de Kripke para modelar n operadores \diamond . Cada relação R_{\diamond_i} é a relação específica de um operador do tipo \diamond_i . Para concretizar a força dos operadores, coloque $R_i \subseteq R_j$ se, e somente se, $i \leq j$. Isso monta uma cadeia de relações de acessibilidade e serve, por exemplo, para modelar níveis de existência dados por hierarquias de quantificadores existenciais e para estabelecer, também, uma hierarquia entre os tipos de possibilidade

$$\diamond_1 \rightarrow \diamond_2 \rightarrow \dots \rightarrow \diamond_{n-1} \rightarrow \diamond_n$$

Igualmente, para operadores do tipo \square a ordem é invertida e, assim, temos

$$\square_n \rightarrow \square_{n-1} \rightarrow \dots \rightarrow \square_2 \rightarrow \square_1$$

Com os devidos reparos, altera-se a força para operadores do tipo \square . E, daí, nesse ambiente multimodal, níveis de necessidade, níveis de totalidades, dados por hierarquias de quantificadores, podem ser modelados: dizemos que \square_i é *mais forte* que \square_j se, e somente se, $i \geq j$.

Essas hierarquias de operadores multimodais podem ser desenvolvidas por meio de outras técnicas. Passemos ao caso inédito quando o \diamond e o \square são definidos como limites de sequências de fórmulas.

4.3 Possibilidade lógica como limite de sequência de fórmulas

Seja uma hierarquia de operadores modais do tipo \diamond montando uma sequência algo do tipo

$$\diamond_1, \diamond_2, \dots, \diamond_n$$

Pode-se denotar tal sequência como

$$(\diamond_i)_{i \in \mathbb{N}}$$

Deste modo,

$$(\diamond_i \varphi)_{i \in \mathbb{N}}$$

denotará

$$\diamond_1 \varphi, \diamond_2 \varphi, \dots, \diamond_n \varphi$$

Usando as definições de limites conjuntivo e disjuntivo presentes em [21], pode-se definir o logicamente possível e o logicamente necessário. Em [21], temos que: φ é o *limite conjuntivo* de $(\varphi_i)_{i \in \mathbb{N}}$

$$\lim_{i \rightarrow \infty}^c \varphi_i = \varphi$$

se, e somente se, $\varphi \vdash \varphi_i$, para todo $i \in \mathbb{N}$. E ainda: φ é o *limite disjuntivo* de $(\varphi_i)_{i \in \mathbb{N}}$

$$\lim_{i \rightarrow \infty}^d \varphi_i = \varphi$$

se, e somente, se $\varphi_i \vdash \varphi$, para cada $i \in \mathbb{N}$.

Partindo das definições acima, temos que a possibilidade lógica pode ser pensada como limite disjuntivo e a necessidade lógica pode ser vista como limite conjuntivo. Daí, temos que: $\diamond \varphi$ é o *limite disjuntivo* de $(\diamond_i \varphi)_{i \in \mathbb{N}}$

$$\lim_{i \rightarrow \infty}^d \diamond_i \varphi = \diamond \varphi$$

já que $\diamond_i \varphi \vdash \diamond \varphi$, para todo $i \in \mathbb{N}$.

De modo absolutamente análogo, pode-se usar o limite conjuntivo para modelar a necessidade lógica: $\Box \varphi$ é o *limite conjuntivo* de $(\Box_i \varphi)_{i \in \mathbb{N}}$

$$\lim_{i \rightarrow \infty}^c \Box_i \varphi = \Box \varphi$$

pois $\Box \varphi \vdash \Box_i \varphi$, para cada $i \in \mathbb{N}$

As definições acima de hierarquias de operadores modais têm uma ampla aplicação, já que muitos conceitos que possuem graus podem ser definidos de maneira similar. Assim, poderíamos falar em hierarquias de operadores de justificação, conhecimento, crença, hierarquias de quantificadores, tanto existenciais quanto universais, de modo a mapear uma ampla variedade de conceitos que podem ser apresentados gradativamente.

Em outra direção, um teorema geral sobre fusão de lógicas modais com n operadores modais em interação do tipo \diamond foi formulado em [19]. É teoricamente possível realizar a mesma estratégia para operadores modais do tipo \Box , invertendo a ordem da força. Isso pode ser feito considerando n lógicas modais com n operadores modais e gerando a fusão com axiomas de interação ou considerando apenas uma lógica modal originariamente multimodal com n operadores.

4.4 Especulação e lógica modal

A natureza especulativa e altamente abstrata e teórica do discurso modal fascinam os filósofos e lógicos filosoficamente educados. A lógica modal, pela sua riqueza conceitual, matemática e filosófica, terá toda a capacidade de se fixar como a *mathesis universalis* da filosofia. Mas isso não significa que um sistema modal necessitista de ordem superior será a lógica que conduzirá os filósofos a verdade, como sonhou Williamson em [66]. Significa, pelo contrário, que a riqueza da especulação e investigação modal devem triunfar em instâncias capazes de entender e formalizar as múltiplas dimensões

dos conceitos filosóficos.

Consideremos uma questão de ordem filosófica abordada, com alguma variação, por exemplo, em [49]: há algum objeto cuja existência seja necessária em algum grau? Se existe algum objeto necessário (i.e. objeto cuja existência seja necessária), então esse objeto deve existir em todas as situações possíveis. Parece que é uma grande loucura dizer de objetos que compõem a nossa ontologia básica que eles sejam necessários. É a Terra necessária? O Sol é necessário? A vida humana é necessária? Há algo efetivamente necessário do ponto de vista ontológico?

Modalmente falando, é fácil conceber uma situação possível tal que nem a Terra, nem o Sol e nem a vida humana existam. Qualquer objeto que ocupe um espaço ontológico parece ser, naturalmente, um objeto meramente contingente, isso significa que tais objetos simplesmente poderiam não ter existido. Seria insano dizer de um ser humano que ele é necessário, isso seria ignorar o tamanho do universo que estamos envolvidos e ignorar também o funcionamento da inferência modal. Todavia, talvez existam, mesmo que fora de todo o reduzido conhecimento humano, alguns objetos cuja existência seja necessária. Seria possível demonstrar esse fato? No nosso nível atual de conhecimento, não parece ser possível.

Esse tipo de reflexão relacionando noções modais deixa a impressão de que um discurso filosófico de alta qualidade é um discurso filosófico logicamente motivado. Será que a lógica modal pode, de algum modo, decidir a questão da existência dos objetos necessários? Dificilmente ele poderá decidir de forma última, mas ela pode nos dar elementos para realizar uma reflexão decente sobre o problema. É aí que reside a força da reflexão modal. A lógica modal, em contrapartida, mesmo não resolvendo a questão, dá as bases teóricas para que as reflexões modais sejam conduzidas dentro de certa normalidade e de certa segurança. Isso é extremamente importante. Quentin Meillassoux em [49] tratou de modo bastante profundo as relações entre contingência e necessidade, defendendo a tese de que a contingência de todas as coisas é a

única necessidade existente:

“Pode-se dizer que é possível *demonstrar a necessidade absoluta da não necessidade de todas as coisas*. Dito de outro modo: pode-se estabelecer - por via da demonstração indireta - a necessidade absoluta da contingência de todas as coisas.” [tradução deste autor]

Quentin Meillassoux in [49], p. 85

Há aí uma redução confusa do conceito de *não necessidade* ao conceito de *contingência*. Na verdade, o *não necessário* é, do ponto de vista dos sistemas tradicionais de lógica modal, equivalente ao *possível não*. E este, sozinho, não caracteriza a contingência, pois, modalmente, esta é dada pela possibilidade de algo e pela possibilidade também de sua negação.

As discussões finais deste capítulo mostram a absoluta relevância dos temas da lógica modal nas discussões metafísicas. Ainda notável, é a capacidade incrivelmente formalizadora que as lógicas modais têm. Qualquer área da filosofia pode, de algum modo, ser mapeada por algum tipo de lógica modal correspondente. Isso foi investigado em [17] quando o poder das lógicas modais foi lançado na avaliação de fragmentos de epistemologia e de metafísica.

5 As lógicas de Fitch e suas implicações

“Alguns enfraquecem a lógica no argumento ainda mais. Isso é como diminuir o volume do seu rádio para não escutar as más notícias. Você também não escutará as boas notícias. Outras soluções deixam a lógica intocada, mas enfraquecem o próprio princípio de verificação. Isso é como censurar as notícias: você escuta tudo alto e claro, mas nada é interessante.”[tradução deste autor]

Johan van Benthem em *What one may come to know*.

O paradoxo de Fitch recebeu muita atenção no início deste século. Esse paradoxo tem algum interesse em especial porque ele mostra que, dadas certas circunstâncias, o conceito de *verdade* é equivalente ao conceito de *conhecimento*. E esse é um resultado ruim, pois há toda uma teoria acerca do conhecimento que utiliza a verdade como ingrediente mas que não reduz um conceito ao outro. A principal referência sobre o tema - no sentido de material que unifica e coleciona várias abordagens de múltiplos autores representativos - é o livro [58] editado por Joe Salerno.

A inferência paradoxal é construída, oficialmente, no interior de sistemas modais combinados (e alguma confusão aparece na literatura quando o paradoxo é formulado sem a observação essencial de que se trata de um argumento em ambiente com pelo menos duas modalidades não interdefiníveis). Assim, o paradoxo de Fitch é constituído na linguagem objeto de uma lógica bimodal que possui algumas características que atraem a atenção. Essas lógicas que têm elementos suficientes para realizar e concretizar o paradoxo de Fitch são aqui chamadas de *Lógicas de Fitch*. Tais sistemas são sistemas formais que podem ser acometidos pelas consequências do paradoxo de Fitch. Assim, qualquer lógica combinada que seja capaz de gerar em seu interior a consequência do paradoxo de Fitch é chamada aqui de *lógica de Fitch*. Não é possível pensar o paradoxo de Fitch, e nem a tese verificacionista, e nem nenhum conceito ligado a este paradoxo sem um estudo profundo de sistemas modais combinados. Assim, um filósofo que queira apenas divagar sobre questões epistemológicas deve, preferencialmente, buscar outros caminhos. Não é recomendável (embora seja possível), e é até mesmo perigoso, abordar

questões filosóficas profundas sem um conhecimento preciso e detalhado da lógica formal. Não seguir isso é como pular de ponta de uma alta cachoeira desconhecida.

5.1 A forma padrão do princípio verificacionista

Um componente absolutamente fundamental para a formulação do paradoxo de Fitch é a chamada tese bimodal verificacionista, ou princípio bimodal de verificação: *se uma sentença é verdadeira, então ela pode ser conhecida*. Tal princípio já é, ele mesmo, formulado em uma linguagem que interrelaciona *possibilidade* e *conhecimento*:

$$(PBV) \varphi \rightarrow \Diamond K\varphi$$

Esse princípio bimodal tem várias interpretações, dependendo das leituras que podem ser aplicadas ao \Diamond e ao K . Quando tais conceitos são combinados na ordem $\Diamond K\varphi$ tem-se a origem da modalidade representa aquilo que *pode ser conhecido*. Quando algo pode ser conhecido, dizemos que estamos perante algo cognoscível, e a modalidade correspondente é a modalidade de cognoscibilidade. Portanto, a tese verificacionista é também chamada na literatura de princípio da cognoscibilidade.

O que é importante aqui é observar que, uma vez que estamos em um contexto bimodal com duas modalidades não interdefiníveis, a lógica que tem elementos suficientes para formular tal princípio deve ser, ela mesma, também bimodal. E essa lógica deve conter a combinação de dois fragmentos modais de lógicas modais usualmente concebidas como normais. Seja L uma lógica modal qualquer que possua todas as propriedades do \Box e do \Diamond que são usadas na inferência de Fitch. Seja L' uma lógica modal qualquer interpretada epistemicamente e que possua todas as propriedades do K que são usadas na inferência de Fitch. Deste modo, o paradoxo de Fitch ocorre na combinação $L \otimes L'$, e o símbolo \otimes é a operação de fusão de lógicas (cf. [32]). Acontece que, normalmente, a tese bimodal verificacionista não é teorema e nem fórmula

válida da combinação $L \otimes L'$. Assim, (PBV) deve ser adicionado manualmente a essa combinação com o objetivo de gerar a lógica bimodal combinada $(L \otimes L') \otimes (\varphi \rightarrow \diamond K\varphi)$.¹² Essas lógicas de Fitch são relativamente desconhecidas em suas propriedades metalógicas. São tais sistemas corretos e completos? São essas lógicas até mesmo consistentes? É no interior das lógicas de Fitch que acontece o paradoxo de Fitch.

De um ponto de vista filosófico, é razoável perceber que o princípio de verificação toca o tema, muito recorrente na filosofia, dos limites do conhecimento. Que o conhecimento humano seja limitado, não há dúvida. Alguns desses limites podem ser dados por: 1) Sexto Empírico já tinha observado em [29] que os nossos sentidos são determinantes e que todo o conhecimento que chega por via deles é relativo. Isso posteriormente foi batizado por Immanuel Kant em [41] como coisa-em-si e ficou claro que não conhecemos as coisas como são, mas somente aquilo que aparece aos nosso cinco sentidos; 2) O problema da indução apontado já nos trabalhos de David Hume em [38] mostra que não há qualquer vínculo de necessidade entre premissas e conclusão nas inferências indutivas; 3) Os resultados de Gödel (cf. [34]) acerca dos limites de sistemas formais contendo a aritmética de Peano e da respectiva de sentenças que nem podemos demonstrar e nem podemos demonstrar a negação. Há ainda vários outros aspectos que limitam gravemente o conhecimento humano: se levarmos em conta a existência de antilógicas e de toda a matemática que surge daí, então os limites do conhecimento chegam em um ponto muito absurdo e desanimador. Dados esses limites, alguns céticos, seguindo a moda de Sexto Empírico em [29], preferem suspender o juízo quanto à possibilidade de qualquer conhecimento acerca do real. Essa postura nos parece digna quando estamos tratando de narrativas que tentam descrever a realidade e seu comportamento.

¹²Essa observação feita em [20] parece escapar a boa parte das abordagens ao paradoxo que podem ser encontradas na literatura.

5.2 Propriedades vitais nas lógicas de Fitch

Cirurgicamente falando, pode-se perceber que três grupos de propriedades são absolutamente relevantes para a confecção do resultado paradoxal. Seja L a lógica que rege o operador \diamond . Essa lógica deve conter, pelos menos duas propriedades (chamemos essas de propriedades do grupo 1):

1. Se $\vdash \varphi$ então $\vdash \Box\varphi$ (essa é a regra de necessitação);
2. $\Box\varphi := \neg\diamond\neg\varphi$ (interdefinibilidade do \Box e do \diamond).

Uma observação relevante é que a interdefinibilidade dos operadores modais é dada na presença de uma negação com as propriedades da negação dita clássica.

Seja L' a lógica que rege o operador K .¹³ Nesse sistema devem estar presentes as propriedades do grupo 2:

3. $K\varphi \rightarrow \varphi$ (Se algo é conhecido, então é verdade);
4. $K(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (K\varphi \wedge K\psi)$ (operadores do tipo K podem ser distribuídos na conjunção).

Por fim, o grupo 3 de propriedades essenciais para a estruturação do paradoxo de Fitch é dado pelas propriedades transportadas de pelo menos um dos fragmentos proposicionais das lógicas L e L' :

5. $\neg(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \vee \neg\psi)$ (uma das leis de De Morgan);
6. $\varphi \rightarrow \psi := \neg\varphi \vee \psi$ (definição de \rightarrow em termos de \neg e \vee).
7. $\varphi \rightarrow \psi := \neg\psi \rightarrow \neg\varphi$ (a famosa lei de contraposição)

¹³Referências clássicas às lógicas epistêmicas são [37] e [30].

Evidentemente, além de todas essas propriedades, nada aconteceria sem o princípio (PBV) que é peça chave na construção do paradoxo.¹⁴

Um esquema geral para a derivação é feito considerando uma substituição particular e interessante (chamada por van Benthem em [65] de *substituição inteligente*) de φ por $p \wedge \neg Kp$ em (PBV), temos que

$$(p \wedge \neg Kp) \rightarrow \diamond K(p \wedge \neg Kp)$$

Mas nas lógicas de Fitch é possível mostrar, usando propriedades dos grupos 1 e 2, que:

$$\neg \diamond K(p \wedge \neg Kp)$$

Com o uso de propriedades do grupo 3, é fácil ver que das duas fórmulas acima, o seguinte resultado pode ser deduzido:

$$p \rightarrow Kp$$

E, se formulado de modo esquemático, temos

$$\varphi \rightarrow K\varphi.$$

Essa inferência geradora da tese $\varphi \rightarrow K\varphi$ em (LF) pode significar, dentre várias de suas consequências, que a lógica $(L \otimes L') \otimes (\varphi \rightarrow \diamond K\varphi)$ não é bimodal, mas simplesmente modal, já que o operador K poderia ser descartado. Ainda mais, se a tese verificacionista fosse formulada em modo monomodal como $\varphi \rightarrow \diamond \Box \varphi$, então o resultado acima seria ainda mais devastador para os universos modais, pois assim teríamos que o sistema $(L \otimes L') \otimes (\varphi \rightarrow \diamond \Box \varphi)$ nada mais é que a própria lógica proposicional clássica. Daí, o resultado poderia até mesmo ser visto como um argumento contra a existência de lógicas

¹⁴Para evitar redundância e repetição na exposição, o leitor é convidado a verificar [58] (e também [20]) para ver exposições detalhadas didaticamente do paradoxo. No mais, o leitor engajado pode tentar derivar o paradoxo como exercício.

modais em geral. Há, claro, outras interpretações para a tese $\varphi \rightarrow K\varphi$ que iguala verdade e um operador do tipo \Box .¹⁵

Esse é o resultado fornecido pelo paradoxo de Fitch. E ele depende de muitos pressupostos. Pelo menos, ele é parasitário de todos os grupos anteriormente mencionados de propriedades. É mais ou menos claro que se alguma propriedade dos grupos for retirada, então o paradoxo não mais acontecerá. Mas isso é uma solução ao paradoxo? Talvez uma solução relativa. É, por isso, que van Benthem em [64](pág.95) faz uma metáfora bastante interessante com soluções ao paradoxo que eliminam grupos de propriedades, e diz que isso é diminuir o volume do rádio para não escutar as más notícias. A crítica de van Benthem é pertinente, pois é óbvio que se os grupos de propriedades essenciais forem mutilados não haverá mais qualquer paradoxo. Priest tenta ir em um nível mais profundo em [54] e argumenta fortemente a favor de um estatuto ontológico existencial dos paradoxos, dado que para ele os paradoxos são objetos que existem, e dificilmente se pode falar precisamente em solução a algum paradoxo. Enfim, que seja possível solucionar de algum modo algum paradoxo não é lugar comum. Algumas abordagens são discutidas logo mais a frente.

5.3 Análise e formas de verificacionismo

Há muita coisa dita na literatura sobre o paradoxo de Fitch, suas consequências, e também sobre a tese verificacionista na forma padrão estabelecida por (PBV). Entretanto, por que usar apenas (PBV)? O paradoxo clássico de Fitch se deu na forma padrão de verificacionismo expressa em (PBV), mas é claro que podemos conceber e formular muitos outros tipos, mais fortes ou mais fracos, de (PBV).

Das inúmeras possibilidades de formulação do verificacionismo, consider-

¹⁵O conceito de *verdade* fica equivalente ao conceito de *conhecimento*. Isso implica que este pode ser eliminado da linguagem. Diferentemente, Frank Ramsey em [56] mostra que o próprio conceito de *verdade* é redundante.

emos algumas que parecem mais relevantes. Se usássemos o conceito de bom comportamento de uma fórmula desenvolvido por da Costa em [24], então muita coisa poderia ser feita. Lembrando que, para da Costa, dizemos de uma fórmula φ que ela é bem comportada se, e somente se, a fórmula respeita a forma $\neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$. Isto é: a fórmula satisfaz o princípio da não contradição formulado em uma dada linguagem objeto. Em geral, quando φ é bem comportada, da Costa usa φ^o para denotar tal fato. Uma observação central é: da Costa postula o bom comportamento no interior da hierarquia \mathbf{C}_n , $1 \leq n \leq \omega$, mas é fácil ver que o bom comportamento pode ser definido até mesmo na lógica clássica. A partir do dispositivo do bom comportamento, algumas novas versões do verificacionismo podem ser formuladas, dentre elas:

- A. $\varphi \rightarrow (\Diamond K\varphi)^o$;
- B. $\varphi^o \rightarrow (\Diamond K\varphi)$;
- C. $\varphi^o \rightarrow (\Diamond K\varphi)^o$;
- D. $(\varphi \rightarrow (\Diamond K\varphi))^o$;
- E. $\varphi^o \rightarrow (\varphi \rightarrow (\Diamond K\varphi))$.

Cada uma das versões [A-E] da tese verificacionista tem uma leitura diferente, dependendo de onde está localizado o bom comportamento. [A] diz que apenas a modalidade combinada de cognoscibilidade é bem comportada, ao passo que [B] sugere o bom comportamento da verdade de φ . Em [C], tanto o antecedente quanto o conseqüente são bem comportados e em [D] é o princípio como um todo que é bem comportado. [E] vai bem além da formulação clássica e diz que o princípio na forma padrão só vale se tivermos o bom comportamento de φ . Isso é útil para que se perceba quão restrito é o paradoxo de Fitch e como a inferência é bem limitada dentro de um contexto altamente específico. Se tivéssemos, por exemplo, no contexto das lógicas modais da inconsistência formal (cf. [12]), poderíamos ainda pensar que:

B*. $\circ\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

Essa versão poderia ser plenamente suportada no interior de uma LFI modal, já que tais sistemas não demonstram a consistência de fórmula alguma. Assim, essa forma [B*.] é a forma ideal de verificacionismo para ser instalada, digamos, no sistema lógica modal da inconsistência formal CiT .

O que pode ser dito de todas essas formas, e das muitas outras, que podem ser concebidas a partir da tese verificacionista? A situação fica ainda mais complicada se usarmos vários ingredientes presentes na linguagem das lógicas de Fitch. E se decidirmos apresentar formas de verificação enriquecendo a linguagem, então a complexidade da questão cresce fortemente. Considere, por exemplo, uma linguagem padrão de alguma lógica de Fitch. Nessa linguagem, pode-se encontrar \diamond , \square , K e ainda operadores definidos a partir desses como aquele que formaliza a contingência. A partir de todos esses conceitos, muitas outras versões podem ser estabelecidas mesmo nas linguagens de lógicas de Fitch, dentre elas:

F. $\diamond\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

G. $\square\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

H. $\nabla\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

I. $\Delta\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

J. $K\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$;

E todas formulações [A-J] deixam fixa a modalidade híbrida $\diamond K$, mas ela também poderia ser alterada e calibrada de diversos modos. É fácil perceber que a situação pode ser complicar ainda muito, dependendo do poder expressivo de uma dada linguagem e das combinações que podem ser elaboradas usando elementos específicos de uma dada linguagem formal. A razão pela qual escolhemos (PBV) como a tese central que espelha o funcionamento do

verificacionismo é que é ela precisamente que gera o paradoxo. Mas será que para cada instância das teses verificacionistas aqui presentes há igualmente a consequência paradoxal?

5.4 Tolerância e paradoxo

Muitas tentativas de solução ao paradoxo têm sido apresentadas na literatura. Novamente, remete o leitor ao livro [58] para uma ideia do quadro geral de abordagem ao problema. Entretanto, aqui não são descritas soluções já avaliadas. Diferentemente, outros caminhos, até onde sabemos, ainda não explorados, são sugeridos.

Novamente, observe que van Benthem em [64](pág.95) aponta certamente que há basicamente dois tipos de soluções ao paradoxo: aqueles que eliminam propriedades que são condições suficientes para a formulação do paradoxo e aqueles que retiram força do princípio verificacionista. As abordagens abaixo são examinadas a partir dessa perspectiva. As duas primeiras que são apresentadas se enquadram, de modo bem vago, nos pontos observado por van Benthem, sendo a primeira um caso de eliminação de propriedades suficientes para a inferência e a segunda baseada em alterações do princípio de verificação. No entanto, as duas últimas deixam os grupos de propriedades sem qualquer alteração.

5.4.1 Antilógicas de Fitch

O tema das antilógicas é tão antigo quanto o tema essencial e valioso das lógicas não clássicas, e as primeiras ideias de elaboração de antilógicas vieram dos trabalhos de Lukasiewicz propostos em [47]. Recentemente, algumas pessoas pensaram e desenvolveram certas abordagens no domínio das lógicas da refutação. Em particular, o artigo [3] sugere o conceito de *galáxia* de uma lógica considerando, sobretudo, os desenvolvimentos iniciais de Lukasiewicz. Em geral, antilógicas são desenvolvidas para lógicas particulares. Com isso,

pode-se falar em antilógica proposicional clássica, antilógica intuicionista etc. A definição geral usada aqui como técnica frutífera para elaborar antilógicas parte da seguinte condição gerativa (a mesma usada em [3]). Seja L uma lógica definida de modo tarskiano padrão como uma estrutura do tipo (F, \vdash_L) tal que F é um conjunto qualquer e $\vdash \subseteq \rho(F) \times F$. Seja Γ um subconjunto de F , temos que a antilógica \bar{L} de L é dada por:

$$\Gamma \vdash_L \psi \text{ se, e somente, se } \Gamma \not\vdash_{\bar{L}} \psi$$

Deste modo, percebe-se que toda lógica possui uma antilógica que é restrita ao conjunto de fórmulas rejeitadas pela lógica original. Muitas outras estruturas lógicas podem ser engendradas a partir de uma dada lógica. O interessante aqui é perceber que dada uma lógica qualquer L , as verdades lógicas e fórmulas válidas de L são exatamente as fórmulas inválidas de \bar{L} . Isso é profundo e a teoria geral de todas as lógicas que podem ser criadas a partir de uma dada lógica ainda está no seu início.

Mas aqui, o interesse é gerar famílias de antilógicas de Fitch. Isso é feito exatamente como acima. Seja LF uma lógica de Fitch arbitrária. Assim, sua antilógica é dada por:

$$\Gamma \vdash_{LF} \psi \text{ se, e somente, se } \Gamma \not\vdash_{\bar{LF}} \psi$$

Seja Σ o conjunto formado por todas as propriedades dos grupos [1-3] e todas as premissas que são necessárias para a formulação do paradoxo de Fitch, incluindo aí o próprio princípio padrão de verificação. Deste modo, é imediato ver que:

$$\Sigma \vdash_{LF} \varphi \rightarrow K\varphi \text{ se, e somente, se } \Sigma \not\vdash_{\bar{LF}} \varphi \rightarrow K\varphi$$

Consequência desse fato é que nas antilógicas de Fitch, imediatamente, se todas as premissas suficientes para gerar o paradoxo e todas as propriedades dos grupos [1-3] estiverem em Σ , a fórmula problemática não estará. Por um lado, por definição, as antilógicas de Fitch validam todos os pressupostos do

paradoxo de Fitch, exceto a sua conclusão. Quando a relação de dedutibilidade está envolvida, funciona exatamente como descrito acima. Por outro lado, sem considerar o conjunto Σ , os pressupostos são todos invalidados.¹⁶

Essas antilógicas de Fitch são aqui apresentadas pela primeira vez na literatura e outros estudos acerca de suas estruturas e funcionamentos poderiam ser examinado em algum trabalho futuro. Por agora, o importante é deixar claro que as antilógicas de Fitch constituem, de fato, uma solução ao paradoxo de Fitch. E não é tão claro que essa solução, de algum modo, seja daquelas que abaixam o volume do rádio para não ouvir as péssimas notícias.

5.4.2 Formulações bem sucedidas da tese verificacionista

No contexto da paraconsistência, pode-se pensar e formular uma abordagem bastante elucidativa das relações existentes entre lógicas modais paraconsistentes e o paradoxo de Fitch. Inicialmente, consideremos as lógicas da inconsistência formal (LFIs) tal como apresentadas em [12]. Nesse artigo [págs. 75-85], o sistema Ci^T é estudado em detalhe e o paradoxo de Fitch é competentemente solucionado por via de uma lógica chamada Ci^T e que utiliza uma formulação monomodal do princípio verificacionista. Um contramodelo que valida todas as premissas do paradoxo exceto a sua conclusão é apresentado. O artigo [12] realiza a tarefa inicial que foi tema deste texto. Mesmo sabendo que do ponto de vista das extensões modais das lógicas da inconsistência formal há uma solução elegante ao paradoxo, outros caminhos ainda podem ser feitos, tanto no interior do sistema Ci^T quanto em lógicas modais paraconsistentes de Fitch, em geral.¹⁷

¹⁶Agradeço a Graham Priest por observar, em comunicação pública durante palestra que ministrei em 2018 no evento *Formas da Razão na Universidade de Brasília*, que as antilógicas de LP e da lógica proposicional clássica são iguais e que, com isso, a relação de consequência lógica deve obrigatoriamente ser definida considerando um conjunto Γ anterior de premissas. Aqui, antilógicas de Fitch são lógicas de Fitch, quando consideramos a relação existente entre Σ e as suas consequências.

¹⁷No mais, é importante salientar que a teoria geral das lógicas modais paraconsistentes foi exaustivamente estudada no contexto das LFIs na tese de doutorado [10] de Juliana

Note ainda que o sistema \mathbf{Ci}^T é um tipo de paraconsistentização da lógica modal \mathbf{T} . Mas esse tipo de paraconsistentização poderia ser estendido, na verdade, para toda e qualquer lógica modal com base clássica. A estratégia de paraconsistentização manual elaborada opera em dois níveis: no nível sintático e no nível semântico (cf. [17]).

Considere, agora, uma abordagem bastante simples e elegante ainda no contexto das LFIs. O operador \circ é conhecido como operador de consistência. E sabemos que nas LFIs, assim como *mutatis mutandis* na hierarquia \mathbf{C}_n , não existem teoremas da forma $\circ\varphi$, pois se tais teoremas existissem, então a lógica clássica seria inteiramente recuperada e restaurada. Deste modo, considere a seguinte apresentação do princípio de cognoscibilidade (chamada acima de $[\mathbf{B}^*]$):

$$\circ\varphi \rightarrow \diamond K\varphi$$

A tese $[\mathbf{B}^*]$, interpretada no contexto das LFIs, diz que se uma sentença for consistente, então ela pode ser conhecida. Nesse caso, suponha que a tese $[\mathbf{B}^*]$ seja incorporada a uma lógica de Fitch paraconsistente tal como a lógica \mathbf{Ci}^T mencionada acima. Assim, não haveria colapso algum entre verdade e conhecimento pois mesmo se uma contraposição fosse realizada (o que por si só já não poderia acontecer, dada a base paraconsistente da lógica), sobraria simplesmente que $\neg \circ (p \wedge \neg Kp)$ e desse ponto não seria possível gerar nenhum colapso. Fatos parecidos provavelmente aconteceriam com todas as outras diferentes formas do princípio de verificacionista, em especial aquelas de $[\mathbf{A-E}]$.

Argumentos similares poderiam ser elaborados e estabelecidos também para a hierarquia \mathbf{C}_n , mas daí, ao invés do operador de consistência, deveríamos fazer uso da noção mais restrita de bom comportamento e apresentar formas da tese verificacionista do seguinte modo:

Bueno-Soler e qualquer estudo sobre lógicas modais paraconsistentes deve passar por esse trabalho.

$$\varphi^o \rightarrow \diamond K\varphi$$

No contexto das lógicas modais paraconsistentes de Fitch a crítica de van Benthem de que estamos diminuindo o volume do rádio para não escutar as más notícias se aplica. Mesmo assim, é importante saber que nessas lógicas o paradoxo é inofensivo, do ponto de vista teórico.

5.4.3 Cognoscibilidade como modalidade primitiva

A modalidade híbrida e combinada do tipo *pode ser conhecido* mistura um ingrediente alético e outro ingrediente epistêmico. Essa modalidade corresponde ao conceito de *cognoscibilidade*. Normalmente, dadas lógicas de Fitch, essa noção é formalizada pela junção de dois operadores: $\diamond K$. Depois disso, o princípio verificacionista é igualmente elaborado fazendo uso dessas duas modalidades. Pode-se, entretanto, definir cognoscibilidade como uma noção primitiva, e isso foi inicialmente feito em [14] por via de dois tipos de cognoscibilidade. Retomemos esse ponto panoramicamente.

Seja $\Box\varphi := \diamond K\varphi$. Intuitivamente, é essa a definição do modal \Box . Considerando que estamos em linguagens de lógicas de Fitch, esse conceito derivado pode ser definido a partir de \diamond e K . Mas ele poderia ser pensado em uma linguagem sem \diamond e sem o K que faça uso simplesmente de \Box como um operador primitivo, no mesmo sentido desenvolvido por Hugh Montgomery e Richard Routley em [50] quando definem contingência como operador primitivo e axiomatização as lógicas da contingência sem fazer uso das modalidades aléticas mais básicas.

A elaboração de uma lógica que trate cognoscibilidade como conceito primitivo (tal como sugerido em [14] não parece estar, até o presente momento, completa). Suponha, entretanto, que exista uma linguagem com os operadores da lógica proposicional e que tenha apenas uma única modalidade de cognoscibilidade do tipo $\Box\varphi$ significando *φ é uma sentença que pode ser conhecida*, ou seja, *φ é cognoscível*. Nesse caso, muitas questões interessantes se colocam tanto do ponto de vista formal quanto do ponto de vista filosófico.

Em particular, nesse contexto, pode-se formular o princípio verificacionista como

$$\varphi \rightarrow \Box\varphi$$

Assim, nenhuma propriedade de nenhum dos grupos foi eliminada, e o princípio de cognoscibilidade também não foi enfraquecido, já que ele continua exatamente com o mesmo conteúdo semântico. Esse caminho propõe uma terceira via, que não é acomodada pelo dito anterior de van Benthem. A questão a saber é se na lógica $(L \otimes L') \otimes (\varphi \rightarrow \Box\varphi)$ é possível algum tipo de paradoxo de Fitch. As propriedades dos grupos 1 e 2 que caracterizam o comportamento modal devem ser reformuladas em termos de \Box já que *a priori* não há nem \Diamond e nem \Box .

5.4.4 Paraconsistentização das lógicas de Fitch

Sejam $(L \otimes L') \otimes (\varphi \rightarrow \Diamond K\varphi)$ esquemas de famílias de lógicas de Fitch. Essas lógicas podem ser paraconsistentizadas de modo a manter todos os pressupostos do paradoxo exceto a sua conclusão. Há um tipo de paraconsistentização que é feita por meio do conceito de *paradedução*. Deve-se lembrar que em [26] foi mostrado que é possível definir duas categorias de lógicas. De um lado, a categoria de lógicas explosivas que validam, portanto, formas quaisquer de *ex falso* e, do outro lado, a categoria de lógicas não explosivas que rejeitam manifestações do *ex falso*. Um funtor conectando as duas categorias foi apresentado e ele recebeu o nome de funtor de paraconsistentização. Esse trabalho foi feito em um nível bastante abstrato e geral. Em seguida, no artigo [27] o nível abstrato e geral foi reduzido e os autores falaram em paraconsistentização de sistemas axiomáticos e de sistemas semânticos. E isso é feito por via das ideias de *paradedução* e *paraconsequência*, já que tais métodos preservam propriedades metalógicas essenciais dos sistemas paraconsistentizados.

A abordagem por via da paraconsistentização das lógicas de Fitch, ao mesmo tempo que permite suportar todas as premissas do paradoxo, rejeita a conclusão desconfortável. E o que é interessante é que agora não mais se fala em dedução do paradoxo, mas em sua paradedução. A ideia é que devemos raciocinar apenas com subconjuntos consistentes, deixando de lado qualquer tipo de inconsistência.

Dado o exposto, é possível concluir que, para qualquer problema teórico ou paradoxo, sempre existirá alguma solução possível, mesmo que completamente *ad hoc*. Não há problema algum nesse fato. O problema seria não existirem soluções.

6 Conclusão

Muito foi dito e pensado neste trabalho. Muitos caminhos foram sugeridos e investigados. A tarefa não está completa, contudo. Pode ser aumentada e detalhada, mas se estará completa em algum momento, é difícil dizer.

O estudo da lógica pode ser direcionado para várias áreas. Há lógica aplicada à matemática, lógica aplicada à computação e lógica aplicada à filosofia, e este é um trabalho entre a lógica filosófica e a filosofia da lógica. É importante que a confusão existente entre lógica filosófica e filosofia da lógica seja eliminada. Na primeira, a lógica é usada como metodologia básica de investigação filosófica que pode ser uma investigação em qualquer área da filosofia. Na segunda, a lógica é ela mesma estudada por via da filosofia. É claro que, do mesmo modo que é possível fazer uma filosofia da linguagem sem usar a lógica como instrumento, é também possível fazer uma filosofia da lógica que não seja logicamente orientada.

A pesquisa sobre sistemas lógicos é, às vezes, muito repetitiva. Em geral, uma linguagem é especificada, depois tanto uma teoria da prova quanto uma semântica são propostas para esse sistema. Em seguida, é importante que, do ponto de vista metalógico, o sistema resultante tenha boas propriedades. Cada novo sistema lógico proposto vem sempre com o mesmo pacote: a linguagem é apresentada, teoria da prova e semântica são dadas e, em geral, o final se dá demonstrando que o sistema é correto e completo. Isso é muito pouco para uma área tão nobre quanto a lógica. Nem todos os resultados que podem ser alcançados por via da lógica são triviais e *ad hoc*. Há, sim, também resultados fundamentais como aqueles fornecidos pelos teoremas de incompletude apresentados em [34]. Muitas vezes, na lógica, apesar da constante repetição que verificamos nos artigos sobre o tema, sempre o mesmo esquema, às vezes aparecem algumas ideias originais e revolucionárias, que ultrapassam a mera repetição esquemática, e se instalam como novas técnicas de raciocínio. Há, também, a dimensão prática que toca as aplicações da lógica: o grande valor de um sistema formal é a sua aplicabilidade.

A aplicabilidade da lógica é fantástica. Lógicas devem ser apresentadas com o escopo de modelagem de algum problema, seja em qual área for. E é incrível a alta aplicabilidade que a lógica encontra. Isso se deve ao fato de que, qualquer teoria, para que seja possível dizer como raciocinar no interior dessa teoria, é preciso que exista uma lógica subjacente. Não há meios para operar dedutibilidade em uma teoria sem antes saber, claramente, qual é a lógica que está por trás da teoria servindo, portanto, como seu fundamento lógico. É claro que no dia a dia, cientistas constroem teorias a todo momento e não elucidam qual o sistema lógico subjacente. Isso pode acarretar alguma dificuldade para tais teorias. Podemos dizer que, quando nada é estipulado, então devemos assumir que a lógica subjacente é a lógica clássica (no sentido padrão).

Podemos dizer também que a lógica que obteve um maior sucesso do ponto de vista metalógico é a lógica proposicional clássica. Ela funciona perfeitamente e tem excelentes propriedades metalógicas: é um sistema lógico correto e completo, decidível, tem teorema da dedução, teorema da substituição dos equivalentes demonstráveis, teorema da interpolação de Craig e goza de um decente poder computacional. Contudo, o poder expressivo dessa linguagem proposicional é realmente limitado. Acontece que, como é conhecido, aumentar o poder expressivo de uma linguagem para aumentar o seu poder de formalização, em geral, tem um alto custo do ponto de vista metalógico, pois alguma propriedade pode ser perdida. A aplicabilidade direta da lógica proposicional clássica é bem reduzida, e enriquecê-la pode ser tarefa difícil.

As variadas lógicas, quando pensadas do ponto de vista dos usos e suas aplicações, se apresentam como mecanismos metodológicos extremamente eficientes. Quando uma lógica é aplicada a um dado contexto, temos elementos para raciocinar precisamente sobre aquele contexto. Isso permite a compreensão do funcionamento de uma determinada área. Na filosofia, a lógica usada como metodologia permite a análise e a construção de argumentos de

modo muito claro. Quando a lógica é empregada na filosofia, a sensação que fica é a de que a filosofia também evoluiu, não somente as ciências, mas também a filosofia pode ser dita estar evoluindo dessa perspectiva.

O fato que é absolutamente surpreendente é que, basicamente para qualquer conceito, de qualquer área, é possível pensar para esse conceito uma teoria lógica, pelo menos capaz de formalizá-lo. Na filosofia, para qualquer área de investigação conceitual, é teoricamente possível mapear essa área por via dos inúmeros formalismos que estão disponíveis nas lógicas contemporâneas. Por isso, pode-se dizer que a lógica encontra nas teorias filosóficas um ambiente plenamente rico. Como tenho dito, a lógica, sozinha, não é condição suficiente para que uma noção filosófica seja considerada uma boa noção filosófica. Contudo, uma noção filosófica que não respeite e que nem seja compatível e coerente com alguma lógica possível é uma noção defeituosa e problemática, provavelmente.

Façamos agora um apanhado das principais contribuições deste texto. Em *Pluralismo lógico e o genuinamente não clássico*, foi argumentado que há uma espécie de ilusão de que existem lógicas não clássicas. E essa ilusão se deve ao fato de que lógicas genuinamente não clássicas são raras, quase inexistentes. Aqui aconteceu uma mudança na definição padrão de lógica não clássica. Dada a definição tradicional de lógica como um par (F, \vdash) , quando os elementos de F forem sentenças ou entidades linguísticas, continuamos na lógica clássica, não importando quão exorbitante sejam as propriedades dos sistemas. A mudança para o *não clássico* se dará quando o conteúdo de F deixar de ser linguístico e passar a ser um conjunto de outra natureza: imagens, cores, sons etc. Nesse nível, a lógica passará para o *genuinamente não clássico*.

Na parte *Estruturas da contradição e paraconsistentização de lógicas*, a ideia básica consiste em mostrar que os sistemas paraconsistentes mais tradicionais disponíveis (lógica discussiva, hierarquia de da Costa, e a lógica do paradoxo) podem ser gerados por técnicas particulares e manuais de para-

consistentização: por definição de operadores, por tipos de comportamento e pela proliferação de valores de verdade, respectivamente. Ainda, paraconsistentização por via de antilógicas também foi discutida. Muitos novos caminhos podem ainda surgir a partir daí e a investigação do tema da paraconsistentização parece ser promissor.

Já em *Dimensões das modalidades e a possibilidade lógica*, a força da semântica de Kripke na modelagem de conceitos, sobretudo, filosóficos foi ilustrada por via de algumas observações sobre a noção de *logicamente possível*. Este conceito pode ser modelado através de hierarquia de operadores modais tanto em lógicas multimodais como também fazendo uso da ideia de limite de sequência. Neste caso particular, limites de sequência de fórmulas foram usados para pensar tanto a necessidade lógica quanto a possibilidade lógica.

Por fim, em *As lógicas de Fitch e suas implicações*, algumas novas formulações da tese verificacionista foram apresentadas e estratégias para a abordagem do paradoxo tradicional de Fitch foram formuladas usando vários caminhos: antilógicas de Fitch, mais algumas formulações da tese verificacionista, o tratamento da cognoscibilidade como modalidade primitiva na linguagem e a paraconsistentização das lógicas de Fitch, que são sistemas contaminados pelo paradoxo de Fitch.

Espero que as reflexões apresentadas neste texto, mesmo que ainda com rigor relativo, possam inspirar e divertir aqueles que até este texto de algum modo chegaram. Não é razoável, e nem revela alguma sanidade, esperar mais que isso. No mais, é hora de dar adeus ao leitor. Saber dar adeus é uma grande virtude na vida porque, em algum momento, deveremos dar adeus a nós mesmos.

Referências

- [1] Aristóteles. (2013). *Da Intepretação*. Tradução de José Veríssimo Teixeira da Mata. São Paulo: Editora da UNESP.
- [2] Aristóteles. (1995). *Metaphysics*. In: *The Complete Works of Aristotle*, vol. 2, editado por Jonathan Barnes. Princeton: Princeton University Press.
- [3] Bensusan, H; Costa-Leite, A; de Souza, E. (2015). Logics and their galaxies. In: *The Road to Universal Logic*, vol. 2, Basel: Birkhäuser.
- [4] Beziau, J-Y. (1994). Universal Logic. In: *Logica 1994*. Editado por T.Childers and O.Majer, Prague, pp.73-93.
- [5] Beziau, J-Y. (2000). What is paraconsistent logic? In *Frontiers of paraconsistent logic*, editado por D. Batens et al., Baldock, pp. 95-111, London: King's College.
- [6] Beziau, J-Y. (2002). S5 is a paraconsistent logic and so is first-order classical logic. *Logical Investigations*, 9, pp. 301-308.
- [7] Beziau, J-Y. (2005). From Consequence Operator to Universal Logic: A Survey of General Abstract Logic. *Logica Universalis*, pp. 3-17.
- [8] Blackburn, P; de Rijke, M; Venema, Y. (2002). *Modal Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [9] Blanché, R. (1966). *Structures intellectuelles. Essai sur l'organisation systématique des concepts*. Paris: Vrin.
- [10] Bueno-Soler, J. (2009). *Multimodalidades anódicas e catódicas: a negação controlada em lógicas multimodais e seu poder expressivo*. Tese de Doutorado, IFCH, UNICAMP.

- [11] Caicedo, X. (1978). A formal system for the non-theorems of the propositional calculus. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, (19), p. 147-151, 1978.
- [12] Carnielli, W; Coniglio, M; Marcos, J. (2007). Logics of Formal Inconsistency. In: *Handbook of Philosophical Logic*, Dov Gabbay e F. Guenhner (editores), volume 14. Dordrecht: Springer.
- [13] Copeland, J. (2002). The Genesis of Possible Worlds Semantics. *Journal of Philosophical Logic*, 31(2), pp.99-137.
- [14] Costa-Leite, A. (2004). Combining possibility and knowledge. *CLE e-prints*, 4(5), pp.107-111.
- [15] Costa-Leite, A. (2006). Fusions of modal logics and Fitch's paradox. *Croatian Journal of Philosophy*, 6(7), pp.281-290.
- [16] Costa-Leite, A. (2007). Combining modal concepts: philosophical applications. *The Logica Yearbook 2006*, pp. 23-31, editado por Ondrej Tomala e R. Honzík. Praga: Filosofia.
- [17] Costa-Leite, A. (2007). Interactions of metaphysical and epistemic concepts. Tese de Doutorado, Université de Neuchâtel, Suíça.
- [18] Costa-Leite, A. (2009). Construções sistêmicas e leis de interação. *Cognitio*, 10(2), pp.209-220.
- [19] Costa-Leite, A. (2010). Logical properties of imagination. *Abstracta*, 6(1), pp.103-116.
- [20] Costa-Leite, A. (2011). Review of J. Salerno [58]. *International Studies in the Philosophy of Science*, 25(2), pp.194-196.
- [21] Costa-Leite, A; de Souza, E. (2017). Implications and limits of sequences. *Studia Humana*, 6(1), pp.18-24.

- [22] Costa-Leite, A. (2018). Oppositions in a line segment. *South American Journal of Logic*, 4(1), pp.185-193.
- [23] da Costa, N. (1977). Logiques classiques et non classiques - essai sur les fondements de la logique. Masson: Paris.
- [24] da Costa, N. (1974). On the theory of inconsistent formal systems. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15, pp.497-510.
- [25] da Costa, N; Alves, E.H. (1977). A semantical analysis of the calculi C_n . *Notre Dame Journal of Fomal Logic*, 18, pp.621-630.
- [26] de Souza, E. G.; Costa-Leite, A; Dias, D.H.B. (2016). On a paraconsisttentization functor in the category of consequence structures. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 26(3), pp.240-250.
- [27] de Souza, E. G.; Costa-Leite, A; Dias, D.H.B. (2016). Paradeduction in Axiomatic Formal Systems. *Logique et Analyse*, 62(6), pp.161-176.
- [28] Dias, D. H. B. (2019). Paraconsistentização de lógicas. Tese de Doutorado em Filosofia, Universidade de São Paulo.
- [29] Empírico, S. (2005). *Outlines of scepticism*. Editado por Julia Annas e Jonathan Barnes. Cambridge: Cambridge University Press.
- [30] Fagin, R; Halpern, J.; Moses, Y; Vardi, M. (1995). *Reasoning about knowledge*. Cambridge: The MIT Press.
- [31] Fitting, M; Mendelsohn, R. (1998). First-Order Modal Logic. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [32] Gabbay, D. (1999). *Fibring logics*. Oxford Logic Guides, The Clarendon Press. New York: Oxford University Press.

- [33] Gödel, K.(2001). An interpretation of the intuitionistic propositional calculus. *Collected works*, vol.1, publications 1929-1936. New York: Oxford University Press.
- [34] Gödel, K.(2001). On formally undecidable propositions of *Principia Mathematica* and related systems. *Collected works*, vol.1, publications 1929-1936. New York: Oxford University Press.
- [35] Haack, S. (1996). *Deviant Logic, Fuzzy Logic: Beyond formalism*. Chicago e Londres: The University of Chicago Press.
- [36] Heidegger, M. (2012). *Ser e Tempo*. Tradução de Fausto Castilho. Campinas: Editora da UNICAMP.
- [37] Hintikka, J. (1962). *Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions*. King's College Publications, 2005.
- [38] Hume, D. (1996). *Investigação acerca do Entendimento Humano*. Tradução de Anoar Aiex. São Paulo: Editora Nova Cultural.
- [39] Jaśkowski, S. (1999). Propositional calculus for contradictory deductive systems. *Logic and Logical Philosophy*, 7, pp. 35-56.
- [40] Jaśkowski, S. (1999). On the discussive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems. *Logic and Logical Philosophy*, 7, pp. 35-56.
- [41] Kant, I. (1996). *Crítica da Razão Pura*. Tradução de Valerio Rohden e Udo Baldur Moosburger. São Paulo: Editora Nova Cultural.
- [42] Koslow, A. (2005). *A structuralist theory of logic*. New York: Cambridge University Press.
- [43] Leibniz, G. W. (1995). *Monadologia*. Tradução de Adelino Cardoso. Lisboa: Edições Colibri.

- [44] Leibniz, G. W. (1995). *Discurso de Metafísica*. Tradução de Adelino Cardoso. Lisboa: Edições Colibri.
- [45] Lewis, D. (1968). Counterpart theory and quantified modal logic. *The Journal of Philosophy*, 65(5), pp.113-126.
- [46] Loparic, A; da Costa, N. (1984). Paraconsistency, paracompleteness, and valuations. *Logique et Analyse*, vol.(.), pp.119-131
- [47] Łukasiewicz, J. (1951). *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press.
- [48] Malinowski, G. (1993). *Many-Valued Logics*. New York: Oxford University Press.
- [49] Meillassoux, Q. (2006). *Après la finitude: essai sur la nécessité de la contingence*. Paris: Éditions du Seuil.
- [50] Montgomery, H; Routley, R. (1966). Contingency and noncontingency bases for normal modal logics. *Logique et Analyse*, 9(35-36), pp.318-328.
- [51] Pietarinen, A-V. (2012). Peirce and the logic of image. *Semiotica*, 192, pp. 1-11.
- [52] Priest, G. (1979). The logic of paradox. *Journal of Philosophical Logic* 8, pp.219-241.
- [53] Priest, G. (2006). *In contradiction: a study of the Transconsistent*. New York: Oxford University Press.
- [54] Priest, G. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic*. New York: Cambridge University Press.
- [55] Quine, W. V. (1986). *Philosophy of Logic*. Cambridge e Londres: Harvard University Press.

- [56] Ramsey, F. (1990). Facts and propositions. In: *Philosophical Papers*. New York: Cambridge University Press.
- [57] Rota, G-C. (1991). The Pernicious Influence of Mathematics upon Philosophy. *Synthese*, 88(2), pp.165-178.
- [58] Salerno, J (editor). (2009). *New essays on the knowability paradox*. New York: Oxford University Press.
- [59] Schang, F. (2018). End of the Square?. *South American Journal of Logic*, 4(2), pp.485-505.
- [60] Slater, H. (1995). Paraconsistent logics?. *Journal of Philosophical Logic*, 24(4), pp.451-454.
- [61] Suszko, R. (1977). The Fregean axiom and Polish mathematical logic in the 1920's. *Studia Logica*, vol. 36, pp.373-380.
- [62] Tarski, A. (1930). On some fundamental concepts of metamathematics. In: *Logic, Semantic, Metamathematics*. Second Edition. John Corcoran (ed.). Hackett Publishing Company. 1983.
- [63] Tarski, A. (1930). Fundamental concepts of the methodology of deductive sciences. In: *Logic, Semantic, Metamathematics*. Second Edition. John Corcoran (ed.). Hackett Publishing Company. 1983.
- [64] van Benthem, J. (2004). What one may come to know. *Analysis*, 64(2), pp.95-105.
- [65] van Benthem, J. (2010). *Modal logics for open minds*. Stanford: CSLI Publications.
- [66] Williamson, T. (2013). *Modal Logics as Metaphysics*, Oxford: Oxford University Press.

- [67] Wittgenstein, L. (1994). *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução de Luiz Henrique Lopes dos Santos, segunda edição. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.