# FILOSOFÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA[1]

# COMPUTER ASSISTED PHILOSPHY

Francisco Díaz Montilla
Departamento de Filosofía, Universidad de Panamá
francisco.diazm@up.ac.pa
https://orcid.org/0000-0002-8772-9894

**Abstract**

For determining the logical correctness of the first Thomistic way on God's existence, as well as the correctness of some conceptual relationships in modal metaphysics (necessity and possibility), in epistemology (knowledge) and in the structural formulation of the Porphyry's tree, the Tree Proof Generator (TPG) assistant was applied. The research seeks not only to address the theses analyzed from a computational point of view, but also offers a reflective framework on three necessary conditions for a computer-assisted philosophy; in this sense, the research is committed to the idea that philosophy is conceptual analysis and argumentation, that thinking philosophically is not an epistemic or cognitive privilege and that a formally specifiable language is required to do philosophy.

**Key words**

Computing, computer-assisted philosophy, necessity, possibility, possible worlds.

**Resumen**

Se aplicó el asistente de prueba Tree Proof Generator (TPG) para determinar la corrección lógica de la primera vía tomista sobre la existencia de Dios, así como la corrección de algunas relaciones conceptuales en metafísica modal (necesidad y posibilidad), en epistemología (conocimiento) y en la formulación estructural del árbol de Porfirio. La investigación procura no solo abordar las tesis en cuestión desde el punto de vista computacional, sino que ofrece un marco reflexivo sobre tres condiciones necesarias para una filosofía asistida por computadora; en tal sentido, la investigación se compromete con la idea de que la filosofía es análisis conceptual y argumentación, que pensar filosóficamente no supone un privilegio epistémico o cognitivo y que se requiere de un lenguaje formalmente especificable para 'hacer' filosofía.

**Palabras clave**

Computación, filosofía asistida por computadora, necesidad, posibilidad, mundos posibles.

[1] Proyecto de investigación registrado en la Vicerrectoría e Investigación y Postgrado, VIP-01-06-05-2022-12.

## 1. Introducción

La computación afecta todos los órdenes de la vida, no solo dotando a la sociedad de productos por medio de los cuales se procesan textos, las personas interactúan y se comunican en tiempo real, sino proporcionando objetos destinados a hacer tareas de manera más eficiente, ya sean cotidianas o en ámbitos académicos como el arte, las matemáticas y las ciencias sociales, por mencionar algunos ejemplos.

Desde el punto de vista artístico han surgido interesantes vinculaciones teóricas y prácticas entre arte y computación mediante el estudio de redes neuronales convolucionales, adaptación de dominios, reconocimiento de género, análisis de pintura y trasferencia de estilo; (Badea et. al, 2018) o mediante el estudio de las relaciones entre inteligencia artificial, fluidez y emoción estética. (Xu, 2021)

De igual modo, en el campo de las matemáticas, tras el desarrollo de la matemática formal ha sido posible dinamizar los métodos de prueba en la demostración de proposiciones mediante técnicas de programación y de formalización matemáticas con aplicaciones en diversos ámbitos, como la economía y las finanzas (Avram et. al, 2014) y relacionar la computación con la práctica matemática, (Lockwood et. al, 2019) por mencionar algunos.

En las ciencias sociales, el desarrollo de las ciencias sociales computacionales ha supuesto una radical transformación desde el punto de vista metodológico, permitiendo tratar una amplitud de información de manera más eficiente que las metodologías tradicionales, posibilitando –de este modo– el procesamiento de múltiples tipos de información mediante el desarrollo de modelos explicativos basados en simulación computacional, (Lu et. al, 2021) o para la comprensión de las dinámicas humanas, las relaciones entre lo individual y lo colectivo. (Zhang et. al, 2020)

Tampoco la filosofía se ha liberado de la influencia de la computación. El impacto de las ciencias computacionales ha influido en cómo se entienden algunas prácticas disciplinares tradicionalmente relacionadas con la filosofía, dando origen a una nueva disciplina: la filosofía computacional, que consiste básicamente en el uso de técnicas computacionales mecanizadas en la investigación de problemas filosóficos. (Grim & Singer, 2022)

En pleno siglo XXI, por ejemplo, es imposible visualizar la ontología como el estudio de lo que hay a secas, sino más bien como una teoría lógica constituida por individuos, clases, funciones, relaciones y axiomas, de manera que se permita su aplicabilidad en situaciones concretas como robótica (Olivares, et. al, 2022), industria (Poveda Villalón et al., 2022), estudio de enfermedades (González-Era, et al., 2022), entre otras muchísimas aplicaciones. Tampoco la epistemología escapa a la decidida influencia de la computación, pues la relación entre computación y epistemología es fundamental (Vamos, 2010; Crane, 2008, Wheeler & Moniz Pereira, 2004), sin obviar aplicaciones computacionales en filosofía de la ciencia, ética, filosofía social y política. (Grim & Singer, 2022)

Posiblemente es en el ámbito de la lógica, entre las disciplinas ubicadas bajo el paraguas de la filosofía, donde mayor ha sido el impacto de la computación; por ejemplo, a través de prueba automática de problemas (Wang, 1960), pasando por las aplicaciones de Prolog en inteligencia artificial (Kowalski, 1986), hasta los actuales probadores automáticos, como Prover9, Tree Proof Generator (TPG), o herramientas para el diseño de circuitos lógicos como Logisim y LogicCircuit, entre muchos otros. La computación ha impactado positivamente a la filosofía y no hay razones para creer que eso vaya a cambiar en el futuro. Por el contrario, con la asistencia de la IA, la relación entre filosofía y computación es muy prometedora, y el investigador de la filosofía debe estar preparado para ello.

Para poner en adecuada perspectiva la incidencia de la computación en filosofía me he trazado los siguientes objetivos de investigación: (i) determinar las condiciones de posibilidad para una filosofía asistida por computadora, (ii) analizar las implicaciones que tendría para la disciplina la implementación de procesos computacionales como parte de la investigación, (iii) aplicar metodología de programación para el tratamiento de tesis filosóficas.

Para realizar estos objetivos procederé de acuerdo con el siguiente plan de trabajo. En primer lugar, describiré la problemática que motiva la presente investigación. En segundo lugar, describiré tres ideas fundamentales que dan sentido a este trabajo, a saber, la filosofía como análisis conceptual y argumentación, la idea grandilocuente de pensar y la necesidad de usar un lenguaje lógica y semánticamente transparente. En tercer lugar, ofreceré una una breve caracterización del método utilizado. En cuarto lugar, describiré algunos resultados obtenidos al aplicar el método en cuestión a la primera vía tomista sobre la existencia de Dios, a algunas tesis de metafísica modal y de epistemología, y al árbol de Porfirio. Finalmente, comento y discuto dichos resultados, y formulo algunas conclusiones generales.

## 2. Problemática

La computación es esencial para las prácticas disciplinares, tornándolas más dinámicas, actualizadas y abiertas hacia el futuro. Sin embargo, puede parecer a primera vista que el vínculo entre filosofía y computación no es tan sólido como se puede pensar. Asumir que es así, sería un error: la práctica filosofía se fortalece de manera significativa al incorporar técnicas computacionales. Pese a ello, es necesario hacer algunas precisiones conceptuales, iniciando con el título.

Con *filosofía asistida por computadora*[2]me refiero no tanto a la utilidad que dicho artefacto puede tener para el filósofo en la organización o en el procesamiento de la información a la que tiene acceso, sino más bien a la aplicación de los métodos de computación (programación, desarrollo algorítmico, prueba automática, etc.) en el tratamiento de problemas filosóficos.

Una primera dificultad con la que hay que lidiar es que lo que se entiende por *problema filosófico* normalmente está expresado de una manera muy general y en términos no siempre claros: ¿Qué es la nada? ¿Cómo se relacionan la mente y el cuerpo? ¿Cuál es el sentido de la existencia?, ¿Qué es la realidad?, ¿Por qué hay algo y no más bien nada?, entre otros, suelen citarse como ejemplos de problemas filosóficos. Si se considera que un problema desde el punto de vista computacional comprende análisis, construcción y verificación de algoritmos, (Cairó, 2005) entonces dado el carácter genérico, vago, obscuro, en ocasiones ambiguo, de los problemas de la filosofía, pareciera que todo intento de abordar dichos problemas mediante procedimientos computacionales está irremediablemente condenado al fracaso: ¡No hay algoritmo para la filosofía!

Pero esto no necesariamente es así, más bien, se requiere especificar adecuadamente un lenguaje, sea formal o un fragmento extensionalizable del lenguaje natural, para evaluar la formulación de dichos problemas, pues al fin de cuentas «Todo aquello que puede ser dicho, puede decirse con claridad», (Wittgenstein, 1973, p. 11) si ello no fuera posible, entonces tal vez no habría mucho que hacer, ya que podría tratarse de meros pseudoproblemas[3], en cuyo caso sería preferible destinar el esfuerzo y la energía a asuntos más productivos y realmente tratables.

[2] Utilizaré indistintamente las palabras *computadora* y *ordenador*.

[3] Ese rasgo podría ser provisional, es decir, podría ocurrir que aquello que se presenta como inasible en un momento, devenga en algo preciso como parte de la tarea reflexiva (tal vez de ingeniería conceptual) que se realiza sobre ello. La dinámica filosófica consiste al decir de Carnap (1950) en hacer cada vez más precisos términos más o menos vagos. De este modo, el tratamiento computacional de un concepto sería la etapa de mayor elaboración y uso.

En 2013 el mundo recibió la noticia de que los axiomas de Gödel sobre la existencia de Dios son consistentes. (Benzmüller & Woltzenlogel Paleo, 2017) Desde luego, los resultados proyectados mediáticamente generaron confusión, pues parte del público asumió que *se había demostrado* la existencia de Dios, asumiendo equivocadamente que consistencia implica existencia (real).

La formalización de los axiomas, definiciones y teoremas realizada por Benzmüller & Woltzenlogel Paleo se llevó a cabo usando sintaxis TPTP THF (véase Benzmüller et al., 2008 para las características de este lenguaje), la verificación de consistencia de los axiomas se llevó a cabo mediante el generador de contraejemplos para lógica de orden superior Nitpick, y la demostración de teoremas se llevó a cabo mediante el asistente de pruebas Coq. Las formalizaciones asistidas por computadora se basaron en una incrustación de la lógica modal en lógica clásica de orden superior con semántica de Henkin. (Véase, Henkin, 1950)

Así, se determinaron los sistemas modales en los que los axiomas, corolarios y teoremas del argumento gödeliano pueden formularse. Independientemente de si los teoremas son verdaderos, los investigadores señalaron que su investigación abría nuevas perspectivas para la filosofía teórica asistida por computadora. Advertían, sin embargo, que la «discusión de conceptos subyacentes, definiciones y axiomas permanecen como una responsabilidad humana, pero las computadoras pueden asistir construyendo y chequeando argumentos correctos de manera rigurosa», (Benzmüller & Woltzenlogel Paleo, 2017, p. 4) lo cual –según sus palabras– permitiría satisfacer parcialmente la aspiración leibniziana sobre la necesidad de un procedimiento para decidir los diversos problemas filosóficos.

No era esa la primera vez que la existencia de Dios era abordada en clave computacional. Años antes, los investigadores Paul E. Oppenheimer y Edward N. Zalta (Oppenheimer & Zalta, 2011) publicaron un texto en el que hacían una presentación de una simplificación del argumento ontológico descubierta computacionalmente. Usando el asistente PROVER9 descubrieron (i) una versión más simple del argumento ontológico y (ii) que este argumento constituye una versión temprana de un ejemplo del argumento diagonal.

Investigaciones de este tipo amplían, sin lugar a duda, la comprensión del problema, estableciendo relaciones conceptuales que el análisis tradicional no permite establecer de manera clara. Pero no solo eso, sino que –además– hacen posible un mejor y más detallado control del proceso argumentativo de modo que se exponen con mejor claridad las ideas, algo que no siempre se logra en la filosofía tradicionalmente entendida.

Hay que considerar, sin embargo, que un problema filosófico habitualmente se presenta bajo parámetros lingüísticos no siempre exhaustivos, a diferencia de lo que ocurre en disciplinas como la lógica, la matemática o las ciencias experimentales, donde los problemas se suelen presentar de manera precisa. Por supuesto, esto no implica que en estas disciplinas no existan problemas que no han podido resolverse, v.g., P = NP, conjetura fuerte de Golbach, la unificación teórica de las fuerzas fundamentales, entre otros.

Lo que quiero decir es que, dado que en dichas disciplinas los conceptos comprendidos en sus problemas tienen un sentido preciso, su tratabilidad es más eficiente que la que encontramos en la filosofía tradicional, en el sentido de que en aquellas disciplinas es posible cerrar la controversia (piénsese, por ejemplo, en el célebre teorema de Fermat), mientras que los problemas de la filosofía son una permanentemente abierta fuente de controversia y de discusiones sin fin. Sin embargo, no en todas las disciplinas filosóficas ocurre de esa manera. Por ejemplo, la construcción de un algoritmo o problema en Python que permita decidir si una fórmula de lógica proposicional compuesta por tres átomos A, B, C es tautología, se puede llevar a cabo mediante un procedimiento relativamente sencillo, según se muestra a continuación:

```
#Programa para decidir si una fórmula es una tautología

import itertools
def statment(A, B, C):
    return A or (B or not B) or (C or not C)
truth_values = list(itertools.product([True, False], repeat = 3))
for A, B, C in truth_values:
    result = statement(A, B, C)
    print(f "A = {A}, B = {B}, C = {C} statement = {result}")
if all(statement(A, B, C) for A, B, C in truth_values):
    print("The statement is a tautology.")
else:
    print("The statement is not a tautology.")
```

Este programa permite decidir, para cualquier fórmula F = A*B*C, donde * es una función de verdad (conjunción, disyunción, etc.), si F es tautológica o no. Por supuesto, se puede argumentar que los problemas filosóficos son de naturaleza distinta y que las tesis filosóficas no son tratables computacionalmente: ¿cómo decidir algorítmicamente si la XI tesis de Marx es correcta en el sentido lógico del término?

Nótese que la tesis tiene dos componentes claramente diferenciables, mientras que el primero, *los filósofos han tratado de diversas formas el mundo*, tiene contenido semántico, es decir, puede interpretarse en términos de verdad o falsedad, el segundo, *de lo que se trata es de transformarlo*, claramente no es susceptible de ser evaluado semánticamente: no es ni verdadero ni falso. Esto querría decir que la XI tesis no es tratable computacionalmente, a menos que entren en juego otros valores no veritativos que puedan evaluarse desde el punto de vista computacional. El hecho de que se puedan decidir (probar) algunas tesis filosóficas mediante métodos formales (computacionales), v.g., *el argumento ontológico de Gödel es consistente*, nos lleva a preguntarnos hasta qué punto dicha tesis *es* filosófica. Esta inquietud parece presuponer que, si algo es filosófico, entonces no es decidible, de modo que, desde el momento en que algo es decidible, entonces deja de ser filosofía: todo lo filosófico es, por definición, indecidible; por esa razón, la reflexión filosófica es un gravitar permanente en torno a cuestiones para las que solo es dable ensayar respuestas posibles sin pretensión de verdad alguna. La filosofía deviene en una suerte de cúmulo de opiniones sofisticadas, imaginativas y –a veces– estrafalarias, pero hasta ahí.

En mi opinión, esto es un error, es decir: en filosofía hay cuestiones que son total o parcialmente decidibles y no simplemente argumentables; otras –como sucede en la lógica y en la matemática– no lo son. Bajo el supuesto de que lo que he afirmado sea incorrecto, ¿ha dejado de ser filosófica, por ejemplo, la afirmación condicional *si algo es imposible, entonces no es necesario*, o su equivalente: *la necesidad implica posibilidad*? Estos enunciados, que juegan un rol conceptual fundamental en metafísica modal, son fácilmente probables mediante generadores de prueba.

Que es posible la filosofía asistida por computadora es innegable, sin embargo, se hace necesario responder algunas cuestiones cruciales: ¿Cuáles son las condiciones de posibilidad requeridas para dicha asistencia? ¿Qué valor agregado aporta realmente la asistencia computacional a la filosofía? ¿Qué consecuencias tiene para el profesional de la filosofía? Estoy convencido de que se trata de preguntas que merecen ser abordadas. Aunque, para ello, es necesario replantearse el sentido del discurso y práctica de la filosofía.

En efecto, la práctica filosófica es básicamente discursiva, ello no tiene por qué suponer un problema en sí mismo, siempre que se garantice que dicho discurso esté sometido a parámetros teóricos o conceptuales transparentes, lo cual no suele ocurrir. Por esa razón, difícilmente se pueden garantizar resultados firmes y la filosofía, como disciplina, no se logra sacudir de su carácter especulativo e irrelevante para la comprensión de situaciones problemáticas que se generan en su seno. En ese sentido, si las técnicas computacionales incidiesen realmente en la calidad de los productos filosóficos (textos, argumentos, tesis), se podrían crear las condiciones para una renovación en nuestro medio de la reflexión filosófica en consonancia con el desarrollo científico-técnico de nuestro tiempo. Por ello, pienso que se hace necesaria una aproximación a situaciones, tesis, problemas filosóficos formulados computacionalmente y evaluar posibles consecuencias; esto supone un distanciamiento importante de la manera tradicional de hacer filosofía y un giro de timón en la forma en que ‒hasta ahora‒ hemos enseñado la disciplina. Se requiere, entonces, reflexionar sobre cómo ha de entenderse la filosofía

## 3. Condiciones para una filosofía asistida por computadora

### 3.1 La filosofía como conceptualización y como argumentación

Siguiendo a Thomson (2002, pp. 26-30) la filosofía, además de ser un «proceso humano que busca mejorar la comprensión», consta de tres pasos: preguntar, analizar, responder/argumentar, su materia es lo no empírico o lo a priori. Lo *no empírico* puede entenderse de tres maneras: (i) una pregunta es no empírica cuando no puede responderse solamente con evidencia fáctica; (ii) una respuesta no empírica o a priori a una pregunta es tal que, si es verdadera, entonces es necesariamente verdadera; (iii) lo a priori puede entenderse metafóricamente, ya que funcionan, en verdad, «como lentes o gafas a través de los cuales miramos el mundo». (p. 29) Desde esta perspectiva, la filosofía es el estudio (a priori) de los conceptos, lo cual involucra la pregunta, el análisis y la respuesta/argumento.

La pregunta apunta a una situación problemática, a algo que nos confunde, nos hace sentir desorientados, perdidos, perplejos o sorprendidos. (Thomson, 2022) El análisis consiste en comprender la pregunta sin responderla, en mejorarla, en hacerla transparente para un mejor tratamiento. Finalmente, la respuesta/argumento, consiste en aportar evidencias o razones (hipótesis) a favor de una tesis, de modo que se construye por esa vía una teoría.

Esto es fundamental para la aplicación de métodos computacionales en la práctica de la filosofía. La idea consiste básicamente en tratar los argumentos como una estructura en la que se permite establecer la relación entre hipótesis y tesis en términos de cómputo, es decir que, dado un conjunto de premisas o supuestos $p_1$, $p_2$, …, $p_n$, se pueda determinar un procedimiento formal **P** que permita establecer (derivar) $p_{n+1}$. Desde esta perspectiva, no se requiere que las teorías filosóficas sean el resultado de complicadas y obscuras abstracciones ni de malabarismos discursivos fallidos en la mayoría de los casos, sino el resultado de la aplicación de reglas o procedimientos computacionales básicos: se requiere esencialmente, pensar con claridad y representar dichos pensamientos en un lenguaje preciso y riguroso. ¿Pero qué entender por *pensar*?

### 3.2 Rechazo a la idea grandilocuente de pensar

Asumir –como he hecho– que *es posible la asistencia por computadora en la filosofía* altera de una manera significativa la forma en que se entiende la filosofía, o más bien, el pensar filosófico. Supone la renuncia a la idea grandilocuente de *pensar*, (cfr. Heidegger, 2005) aunque –es necesario aclarar– no se trata de que la computadora haga el trabajo del filósofo. Más bien, lo que se busca es que mediante la aplicación de métodos computacionales se pueda conceptualizar los problemas de manera más transparente, gestionar los procesos inferenciales de manera más eficiente y determinar posibles soluciones a los problemas de manera más sólida y menos especulativa.

En consecuencia, para los fines de este trabajo, *pensar* denotará algo más modesto, más básico y natural: la manifestación de una capacidad adaptativa, biológica, evolutiva, que se expresa de modo eficiente en términos computacionales, es decir, se trata de un proceso sujeto a reglas. (Crane, 2008) La filosofía no escapa a esta determinación: pensar en un problema filosófico no supone la existencia de estados mentales o psicológicos especiales, privilegiados, que lo diferencien de, por ejemplo, pensar un problema matemático o de ingeniería. El tratamiento de cualquier problema, desde el más básico del sentido común, al más elaborado de la matemática, demanda abstracción y cómputo; luego, no es dable esperar que el pensamiento filosófico haya de entenderse como la máxima expresión de la capacidad de pensar, pues el pensar filosófico no constituye per se un pensar excepcional, ni epistemológica ni psicológicamente. Esta idea pueda que no sea del agrado de quienes creen que la filosofía no solo ofrece cierto tipo de conocimiento, sino que el conocimiento filosófico es *el* conocimiento.

Por lo anterior, la idea grandilocuente de pensar es una creencia sobre la filosofía que debemos poner entre paréntesis para el tratamiento de problemas filosóficos desde una perspectiva computacional.

### 3.3 El lenguaje

Si lo expuesto hasta aquí es correcto, entonces hay que situarse inevitablemente en el lenguaje: ¿Qué características ha de tener el lenguaje en el cual se expresa un problema filosófico y se responde?

Es necesario que el lenguaje sea transparente desde el punto de vista semántico. Los problemas filosóficos han de formularse, por lo tanto, en un lenguaje preciso, formal (o formalizable) y guardar distancia de elementos simbólicos, alegóricos, esotéricos o poéticos, pues estos suelen ser generadores de malentendidos y están abiertos a múltiples interpretaciones. Al formular un problema filosófico es necesario contar con un marco lingüístico exhaustivo (Carnap, 1986), en el que los conceptos sean determinables para tratarlo de manera efectiva.

En otras palabras, la posibilidad de la filosofía asistida por computadora presupone que el lenguaje de la filosofía requiere de condiciones semánticas precisas, y tiene que expresarse en un lenguaje sujeto a cánones formales (sintaxis) específicos, esto –justamente– posibilita la puesta en escena de la metodología computacional. En ese sentido, posiblemente la lógica de primer orden (LPO), más algunas extensiones suyas (lógica modal, epistémica), proporcione el marco lógico-lingüístico adecuado. Es lo que asumiré.

## 4. Método

Se abordaron cuatro situaciones filosóficas: (i) la primera vía de santo Tomás de Aquino sobre la existencia de Dios, (ii) algunas relaciones lógico-conceptuales entre conceptos modales (posibilidad y necesidad); (iii) relaciones lógico-conceptuales entre conceptos epistémicos (conocimiento y creencia); (iv) tratamiento formal del árbol de Profirio. Para ello se usó el probador Tree Proof Generator (TPG, https://www.umsu.de/trees/), cuya última actualización es del 15 de julio de 2023.

TPG permite tratar fórmulas de lógica proposicional, lógica modal y lógica cuantificacional de primer orden. Para tratar una fórmula en TPG, se introduce la expresión de acuerdo con las especificaciones sintácticas del sistema y se ejecuta la prueba. El sistema realiza la prueba asumiendo que la fórmula introducida es falsa (la niega), si la fórmula es válida, el sistema construye el árbol semántico correspondiente, pero si no lo es, entonces indica el contramodelo que hace falsa a dicha fórmula. La construcción del árbol depende de las siguientes reglas:

i. Doble negación. Si una fórmula está doblemente negada, se infiere la afirmación de dicha fórmula: $\neg\neg A \rightarrow A$.
ii. Verdad de la conjunción. De una conjunción verdadera (no negada) se infieren sus componentes: $A \wedge B \rightarrow\ A/B$.
iii. Falsedad de la conjunción. De una conjunción falsa (negada) se infiere la negación de alguno de sus componentes: $\neg(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg A \mid \neg B$.
iv. Verdad de la disyunción. De una disyunción verdadera (no negada) se infiere cualquiera de sus componentes: $A \vee B \rightarrow A \mid B$.
v. Falsedad de la disyunción. De una disyunción falsa (negada) se infieren sus componentes negados: $\neg(A \vee B) \rightarrow \neg A/\neg B$.
vi. Verdad de la implicación material. De una implicación material verdadera (no negada) se infiere la negación del antecedente o el consecuente: $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg A \mid B$.
vii. Falsedad de la implicación material. De una implicación material falsa (negada) se infiere el antecedente y la negación del consecuente: $(A \rightarrow B) \rightarrow A/\neg B$.
viii. Verdad del cuantificador universal. De la verdad de una fórmula con cuantificador universal, se infiere la verdad de cualquiera de sus instancias: $\forall x\ \mathrm{F}x \rightarrow \mathrm{F}a$.
ix. Falsedad del cuantificador universal. De la falsedad de una fórmula con cuantificador universal, se infiere la falsedad de cualquiera de sus instancias: $\neg\forall x\ \mathrm{F}x \rightarrow \neg\mathrm{F}a$.
x. Verdad del cuantificador existencial. De la verdad de una fórmula con cuantificador existencial, se infiere la verdad de al menos una de sus instancias: $\exists x\ \mathrm{F}x \rightarrow \mathrm{F}a$.
xi. Falsedad del cuantificador existencial. De la falsedad de una fórmula con cuantificador existencial, se infiere la falsedad de al menos una de sus instancias: $\neg\exists x\ \mathrm{F}x \rightarrow \neg\mathrm{F}a$.

Estas reglas, sin embargo, no aparecen enunciadas de manera explícita en la prueba, aunque sí implícitamente. Las fórmulas modales (aléticas o epistémicas) se interpretan en una estructura de mundos posibles en el sistema $S_5$, y la relación de accesibilidad **R** puede ser universal, reflexiva, simétrica, transitiva, euclídea o serial.

Dados un conjunto de mundos posibles **W** y una relación **R** de accesibilidad en **W**, **R** es universal en caso de que, $\forall x, y \in \mathbf{W}$: $x\mathbf{R}y \wedge y\mathbf{R}x$; **R** es reflexiva en caso de que $\forall x \in \mathrm{W}$: $x\mathbf{R}x$; **R** es simétrica en caso de que, $\forall x, y \in \mathbf{W}$: $x\mathbf{R}y \to y\mathbf{R}x$; **R** es transitiva en caso de que, $\forall w, x, y \in \mathbf{W}$: $w\mathbf{R}x \wedge x\mathbf{R}y \to w\mathbf{R}y$; **R** es euclídea en caso de que, $\forall w, x, y \in \mathbf{W}$: $w\mathbf{R}x \wedge w\mathbf{R}y \to x\mathbf{R}y$; **R** es serial en caso de que, $\forall x \in \mathbf{W}\ \exists y \in \mathbf{W}$: $x\mathbf{R}y$.

## 5. Resultados

*A. Primera vía tomista de la existencia de Dios*

El problema de la existencia de Dios es, como todo problema filosófico, recurrente en la historia de la filosofía. Los intentos para 'resolver' este problema han sido diversos, y las discusiones sobre la validez de los argumentos están a la orden del día. Los argumentos tomistas tienen una característica destacable y es que no pretenden derivar la existencia de Dios a partir del mero análisis del concepto «Dios», no son ontológicos. La prueba que nos ocupa, por ejemplo, se basa en el movimiento. Según Aquino, los sentidos testimonian que en el mundo hay cosas que se mueven y que todo lo que se mueve es movido por otra cosa. En vista de que esa sucesión de movimientos no puede sostenerse infinitamente, es necesario llegar a un primer motor que no es movido por nadie; tal motor es lo que se entiende por Dios. El argumento se reconstruye de la siguiente manera:

(i) *Todo lo que se mueve es movido por otro*.

(ii) *Si lo que es movido por otro se mueve, necesita ser movido por otro*.

(iii) *En el mundo hay movimiento.*

Desde el punto de vista formal (simbólico), (i) y (ii) se interpretan de la siguiente manera:

M$x$: *x se mueve*

C$xy$: *x es la causa del movimiento de y*

Así, se obtiene la secuencia: $\forall x \exists y\, (Mx \to Cyx)$, $\exists x\, Mx$, de lo cual santo Tomás infiere C$ba$ ($b$ es la causa del movimiento de $a$)[4], en otras palabras: $\forall x \exists y\, (Mx \to Cyx),\ \exists x\, Mx \models Cba$. De la secuencia se obtiene la fórmula $(\forall x \exists y\, (Mx \to Cyx) \wedge \exists x\, Mx) \to Cba$. Pero esta fórmula es inválida; en efecto, al ejecutar la fórmula en TPG, se obtiene:

$(\forall x \exists y\, (Mx \to Cyx) \wedge \exists x\, Mx) \to Cba$ is invalid.

Countermodel:

[4] Supóngase que existe una función de asignación $g$(Dios) = $b$, querría decir que *Dios es la causa de a*.

| | |
|---|---|
| Domain: | {0, 1} |
| *b*: | 0 |
| *a*: | 0 |
| *M*: | {0} |
| *C*: | {(1,0), (0,1)} |

Si en lugar de C*ba* se escribe $\exists y \exists x\, Cyx$, se obtiene la secuencia $\forall x \exists y\, (Mx \rightarrow Cyx)$, $\exists x\, Mx \models \exists y \exists x\, Cyx$, entonces se obtiene la fórmula $(\forall x \exists y\, (Mx \rightarrow Cyx) \wedge \exists x\, Mx) \rightarrow \exists y \exists x\, Cyx$, la cual es una fórmula válida. En efecto, en este caso TPG muestra el siguiente árbol:

$(\forall x \exists y(Mx \rightarrow Cyx) \wedge \exists xMx) \rightarrow \exists y \exists xCyx$ is valid[5].

1. $\neg(\forall x \exists y(Mx \rightarrow Cyx) \wedge \exists xMx) \rightarrow \exists y \exists xCyx)$
2. $\forall x \exists y(Mx \rightarrow Cyx) \wedge \exists xMx$ (1)
3. $\neg \exists y \exists xCyx$ (1)
4. $\forall x \exists y(Mx \rightarrow Cyx)$ (2)
5. $\exists xMx$ (2)
6. $Ma$ (5)
7. $\exists y(Ma \rightarrow Cya)$ (4)
8. $Ma \rightarrow Cba$ (7)
9. $\neg \exists xCbx$ (3)

[5] Comentario de la prueba. TPG funciona buscando contraejemplos de la fórmula, por lo cual en la derivación 1 aparece negada la fórmula a probar. Las derivaciones 2 y 3 son consecuencias de la aplicación de la regla de falsedad de la implicación a la derivación 1; las derivaciones 4 y 5 son consecuencias de la aplicación de la regla de verdad de la conjunción a la derivación 2; la derivación 6 es una consecuencia de la aplicación de la regla de verdad del cuantificador existencial a la derivación 5; la derivación 7 es una consecuencia de la aplicación de la regla verdad del cuantificador universal a la derivación 4; la derivación 8 es una consecuencia de la aplicación de la regla de verdad del cuantificador existencial a la derivación 7; la derivación 9 es una consecuencia de la aplicación de la regla de falsedad del cuantificador existencial a la derivación 3; la derivación 10 es la consecuencia de la aplicación de la regla de falsedad del cuantificador existencial a la derivación 10; las derivaciones 11 y 12 son consecuencias de la aplicación de la regla de verdad de la implicación material a la derivación 8. A partir de la derivación 10 se obtiene una bifurcación, ello obedece a que una implicación material: $p \rightarrow q$ equivale lógicamente a $\neg p \vee q$; las últimas dos derivaciones son inconsistentes con las derivaciones 6 y 10 respectivamente, por lo cual se clausuran con la letra «x». Esto significa que al negar la fórmula en la línea 1 se deriva una contradicción, lo cual quiere decir que la fórmula original es válida desde el punto de vista lógico.

10. $\neg Cba$ (9)

11. $\neg M$a (8) | 12. $Cba$ (8)

x | x

Se puede constatar que las premisas que enuncia Tomás de Aquino no justifican lógicamente la existencia de un Dios, causa primera del movimiento de todas las cosas. De hecho, lo que se puede derivar lógicamente de dichas premisas es algo radicalmente distinto, a saber, que por cada objeto en movimiento existe algo que lo pone en movimiento, sin que ello implique que lo que pone en movimiento a todas las cosas sea lo mismo en todos los casos. En efecto, si se asume que $(\forall x \exists y\ (Mx \to \mathrm{C}yx) \wedge \exists x\ Mx) \to \exists y \forall x\ \mathrm{C}yx$ se obtiene:

$(\forall x \exists y (Mx \to Cyx) \wedge \exists x Mx) \to \exists y \forall x Cyx$ is invalid.

Countermodel:

| | |
|---|---|
| Domain: | {0, 1} |
| *M*: | {0} |
| *C*: | {(1,0), (0,1)} |

*B. Necesidad y posibilidad*

Estos conceptos tienen una gran historia en la reflexión filosófica, pero ha sido durante el siglo XX con el desarrollo de la lógica modal que su tratamiento se ha sistematizado de manera rigurosa.

Para explicar qué se entiende por «necesidad» y por «posibilidad» el concepto «mundo posible» es particularmente útil. Aunque hay distintas concepciones de qué es un mundo posible, v.g., concretismo, abstraccionismo y combinatorio, (Menzel, Fall 2023) entenderé por tal –siguiendo a Adams (1974)– un conjunto consistente de proposiciones que es total en el sentido de que para cada proposición *p*, contiene o bien a *p* o a su negación.

Sea $\varphi$ una proposición. Diremos que $\varphi$ es posible (simbólicamente, $\Diamond\varphi$) si y solo si $\varphi$ es verdadera en algún mundo posible; asimismo, diremos que $\varphi$ es necesaria (simbólicamente, $\Box\varphi$)

si y solo si $\varphi$ es verdadera en todo mundo posible.[6] Un marco kripkeano $\boldsymbol{M}$ es un par $<\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}>$ donde $\boldsymbol{W}$ es un conjunto de mundos posibles y $\boldsymbol{R}$ es una relación (de accesibilidad) sobre $\boldsymbol{W}$. Un modelo kripkeano $\mathfrak{M}$ es un triplo $<\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}, \models>$, donde $<\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}>$ es un marco kripkeano y $\models$ es una relación (de satisfacción) tal que para cada $w \in \boldsymbol{W}$ y para fórmula modal $A$ y $B$:

(i) $w \models \neg A$ si y solo si $w \nVdash A$

(ii) $w \models (A \wedge B)$ si y solo si $w \models A$ y $w \models B$,

(iii) $w \models (A \vee B)$ si y solo si $w \models A$ o $w \models B$,

(iv) $w \models A \rightarrow B$ si y solo si $w \nVdash A$ o $w \models B$,

(v) $w \models \Box A$ si y solo si $u \models A$ para cada $u$ tal que $w\boldsymbol{R}u$

(vi) $w \models \Diamond A$ si y solo si $u \models A$ para algún $u$ tal que $w\boldsymbol{R}u$

Sean $\boldsymbol{M}$, $\mathfrak{M}$ un marco y un modelo kripkeano respectivamente, y $\mathcal{C}$ una clase de marcos o de modelos; $A$ es una fórmula válida en:

(a) $\boldsymbol{M}$ si y solo si es válida en $\mathfrak{M}$ para cada posible elección de $\Vdash$,

(b) $\mathfrak{M}$ si y solo si $w \models A$ para cada $w \in \boldsymbol{W}$,

(c) $\mathcal{C}$ si es válida en cada miembro de **C**.

Hay varios sistemas de lógica modal, los cuales además de la axiomática están determinados por las propiedades de $\boldsymbol{R}$; (véase Díaz Montilla, 2022, Cap. XVI) por ejemplo, $S_5$ es el sistema de lógica modal más fuerte que existe, y se caracteriza por lo siguiente: son axiomas (i) todos los axiomas de la lógica proposicional, (ii) los axiomas o esquemas del sistema K (v.g., $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$), (iii) los axiomas o esquemas del sistema T (v.g., $\Box A \rightarrow A$ y $A \rightarrow \Diamond A$), (iv) además de los axiomas modales $\Diamond\Box A \rightarrow \Box A$ y $\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$; por último, en $S_5$ la relación $\boldsymbol{R}$ es reflexiva (para cada mundo posible $w \in W$, $w\boldsymbol{R}w$), es transitiva (para cada mundo posible $w_1$, $w_2$, $w_3 \in W$, si $w_1\boldsymbol{R}w_2$ y $w_2\boldsymbol{R}w_3$, entonces $w_1\boldsymbol{R}w_3$), es simétrica (para cada mundo posible $w_1, w_2 \in W$, si $w_1\boldsymbol{R}w_2$ entonces $w_2\boldsymbol{R}w_1$).

A continuación, se evalúan algunas nociones modales en $S_5$ usando TPG.

(i) *Lo posible es necesariamente posible*.

Simbolizando se obtiene: $\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$. Se trata, como se ha visto, de un axioma, por lo cual su

[6] Es importante diferenciar entre *modalidad de dicto* y *modalidad de re*. En el primer sentido, la modalidad se refiere a las proposiciones: *necesariamente todo ser humano es racional*; el segundo sentido se refiere a las cosas: *Firulais es esencialmente un perro de caza*. La caracterización dada corresponde al primer sentido.

validez se puede dar por descontada. En TPG la prueba es la siguiente:

$\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$ is valid.

1. $\neg(\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A)$ $(w)$

2. $\Diamond A$ $(w)(1)$

3. $\neg\Box\Diamond A$ $(w)(1)$

4. $\neg\Diamond A$ $(v)(3)$

5. $A$ $(u)(2)$

6. $\neg A$ $(u)(4)$

x

La recíproca, $\Box\Diamond A \rightarrow \Diamond A$ (*lo necesariamente posible es posible*), es igualmente una fórmula válida:

$\Box\Diamond A \rightarrow \Diamond A$ is valid.

1. $\neg(\Box\Diamond A \rightarrow \Diamond A)$ $(w)$

2. $\Box\Diamond A$ $(w)(1)$

3. $\neg\Diamond A$ $(w)(1)$

4. $\Diamond A$ $(w)(2)$

5. $A$ $(v)(4)$

6. $\neg A$ $(v)(3)$

x

Es decir que $(\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A) \leftrightarrow (\Box\Diamond A \rightarrow \Diamond A)$.

(ii) *Lo que necesariamente es, es el caso*.

Simbólicamente: $\Box A \rightarrow A$. La prueba en TPG es la siguiente:

$\Box A \rightarrow A$ is valid.

1. $\neg(\Box A \rightarrow A)$ (w)

2. $\Box A$ $(w)(1)$

3. $\neg A$ $(w)(1)$

4. $wRw$ (re.)

5. $A$ (w)(2,4)

x

La recíproca (*lo que es, necesariamente es*), en cambio, no es válida. Veamos:

$A \rightarrow \Box A$ is invalid.

Countermodel:

| | |
|---|---|
| Worlds: | $\{w_0, w_1\}$ |
| @: | $w_0$ |
| $A$: | $\{w_0\}$ |

(iii) *La fórmula de Barcan*

Enunciada por Ruth Barcan Marcus, esta fórmula o esquema permite establecer un intercambio entre cuantificación y modalidades desde una perspectiva sintáctica, y desde una perspectiva semántica permite establecer relaciones entre dominios de mundos posibles. La fórmula es la siguiente: $\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx$, la cual equivale lógicamente a $\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx$, es decir: $(\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx) \leftrightarrow (\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx)$, cuya prueba en TPG es la siguiente:

$(\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx) \leftrightarrow (\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx)$ is valid.

1.$\neg((\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx) \leftrightarrow (\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx))$(w)

2. $\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx$ ($w$)(1)
3. $\neg(\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx)$ (w)(1)
6. $\Diamond \exists x Fx$ ($w$)(3)
7. $\neg \exists x \Diamond Fx$ ($w$)(3)
8. $\exists x Fx$ ($v$)(6)
9. $Fa$ ($v$)(8)
10. $\neg \Diamond Fa$ ($w$)(7)
11. $\neg Fa$ ($v$)(10)

x

4. $\neg(\forall x \Box Fx \rightarrow \Box \forall x Fx)$ ($w$)(1)
5. $\Diamond \exists x Fx \rightarrow \exists x \Diamond Fx$ (w)(1)
12. $\forall x \Box Fx$ ($w$)(4)
13. $\neg \Box \forall x Fx$ ($w$)(4)
14. $\neg \forall x Fx$ ($u$)(13)
15. $\neg Fb$ ($u$)(14)
16. $\Box Fb$ ($w$)(12)
17. $Fb$ ($u$)(16)

x

(iv) *Lo posiblemente necesario implica lo posible*

Simbólicamente, $\Diamond\Box A \rightarrow \Diamond A$. La fórmula es válida en $S_5$ y su prueba en TPG es como sigue:

$\Diamond\Box A \rightarrow \Diamond A$ is valid.

1. $\neg(\Diamond\Box A \rightarrow \Diamond A)$ (w)

2. $\Diamond\Box A$ (w)(1)

3. $\neg\Diamond A$ (w)(1)

4. $\Box A$ (v)(2)

5. $A$ (w)(4)

6. $\neg A$ (w)(3)

x

C. *Conocimiento y creencia*

Se ha interpretado $\Box$ y $\Diamond$ en términos de necesidad y posibilidad, pero en un contexto epistémico, podrían denotar ambos el conocimiento y la creencia, respectivamente, de modo que $\Box p$ significa *se sabe que p* y $\Diamond p$ significa *se cree que p*. A partir de esta interpretación, es posible articular un sistema lógico que permita tratar de manera lógica los conceptos *conocimiento* y *creencia*. De plano, las fórmulas tautológicas serían parte de dicho sistema, más los axiomas siguientes:

(i) *Cierre deductivo*: $(\Box A \wedge \Box(A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B$.

Este axioma postula que un agente epistémico tiene conocimiento de las consecuencias lógicas de lo que sabe o conoce. Aunque se trata de una idea problemática, porque pareciera implicar que los agentes epistémicos son en cierta forma omniscientes, la demostración de la validez de la fórmula mediante TPG es la siguiente:

$(\Box A \wedge \Box (A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B$ is valid.

1. $\neg((\Box A \wedge \Box (A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B)$ $(w)$

2. $\Box A \wedge \Box (A \rightarrow B)$ $(w)(1)$

3. $\neg\Box B$ $(w)(1)$

4. $\Box A$ $(w)(2)$

5. $\Box (A \rightarrow B)$ $(w)(2)$

6. $\neg B$ $(v)(3)$

7. $A$ $(v)(4)$

8. $A \rightarrow B$ ($v$)(5)

9. $\neg A$ ($v$)(8)      10. $B$ ($v$)(8)

x      x

(ii) *Conocimiento implica verdad*: $\Box A \rightarrow A$.

Como se puede constatar, la fórmula es, desde el punto de vista sintáctico, la misma que se había demostrado: *lo que es necesario, es el caso*; la diferencia entre uno y otro radica en la interpretación: mientras que, en este contexto, el significado de la fórmula es epistemológico, en el que tratamos inicialmente el significado de la fórmula era metafísico. La prueba en TPG es la siguiente:

$\Box A \rightarrow A$ is valid.

1. $\neg(\Box A \rightarrow A)$ ($w$)
2. $\Box A$ ($w$)(1)
3. $\neg A$ ($w$) (1)
4. $A$ ($w$) (2)

x

Si ***R*** fuese solamente serial y/o euclidiana, entonces la fórmula sería inválida, aunque –obviamente– las características formales no corresponderían a las de $S_5$[7]. La prueba en TPG es la siguiente:

$\Box A \rightarrow A$ is invalid.

Countermodel:

| | |
|---|---|
| Worlds: | $\{w_0, w_1\}$ |
| @: | $w_0$ |
| A: | $\{w_1\}$ |
| R: | $\{(w_0,w_1), (w_1,w_0)\}$ |

[7] Esta es una de las razones por las que las modalidades, tanto en sentido alético como epistémico no pueden tomarse de manera unívoca. Dada la naturaleza *intensional* que poseen, su significado puede variar según la estructura lógica-conceptual en la que se defina. En ese sentido, una fórmula *A* puede ser conocida en un mundo y no conocida en otro, no tanto porque las habilidades cognitivas de los agentes epistémicos sean distintas en uno y otro, sino debido a la estructura de cada mundo.

(iii) *Axioma de introspección positiva*: $\Box A \to \Box\Box A$.

De acuerdo con este axioma, si un agente epistémico sabe que una determinada proposición es el caso, entonces sabe que sabe que dicha proposición es el caso. Enuncia, por lo tanto, una condición epistémica de segundo orden. La prueba en TPG es la siguiente:

$\Box A \to \Box\Box A$ is valid.

1. $\neg(\Box A \to \Box\Box A)$ $(w)$
2. $\Box A$ $(w)(1)$
3. $\neg\Box\Box A$ $(w)(1)$
4. $\neg\Box A$ $(v)(3)$
5. $\neg A$ $(u)(4)$
6. $A$ $(u)(2)$

x

Si ***R*** fuese solamente serial y/o euclidiana, entonces la fórmula sería inválida.

$\Box A \to \Box\Box A$ is invalid.

Countermodel:

| | |
|---|---|
| Worlds: | $\{w_0, w_1, w_2\}$ |
| @: | $w_0$ |
| A: | $\{w_1\}$ |
| R: | $\{(w_0,w_1), (w_1,w_2), (w_1,w_1), (w_2,w_1), (w_2,w_2)\}$ |

(iv) *Axioma de introspección negativa*: $\neg\Box A \to \Box\neg\Box A$.

Este axioma opera de manera similar al anterior, pero en relación con lo desconocido o ignorado: si un agente no sabe que una determinada proposición es el caso, entonces sabe que no sabe que dicha proposición es el caso. Usando TPG, la prueba es la siguiente:

$\neg\Box A \to \Box\neg\Box A$ is valid.

1. $\neg(\neg\Box A \to \Box\neg\Box A)$ $(w)$
2. $\neg\Box A$ $(w)(1)$
3. $\neg\Box\neg\Box A$ $(w)(1)$
4. $\neg\neg\Box A$ $(v)(3)$
5. $\Box A$ $(v)(4)$
6. $\neg A$ $(u)(2)$

7. $A$ $(u)(5)$

x

Si ***R*** es serial, entonces la fórmula es inválida:

$\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$ is invalid.

Countermodel:

| | |
|---|---|
| Worlds: | $\{w_0, w_1\}$ |
| @: | $w_0$ |
| A: | $\{w_1\}$ |
| R: | $\{(w_0,w_0), (w_0,w_1), (w_1,w_1)\}$ |

Si es ***R*** es euclídea, la validez de la fórmula no se compromete:

$\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$ is valid.

1. $\neg(\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A)$ $(w)$

2.$\neg\Box A$ $(w)(1)$

3. $\neg\Box\neg\Box A$ $(w)(1)$

4. $wRv$ $(3)$

5. $\neg\neg\Box A$ $(v)(3)$

6. $\Box A$ $(v)(5)$

7. $wRu$ $(2)$

8. $\neg A(u)$ $(2)$

9. $vRu$ (4,7, eu.)

10. $A(u)$ $(6,9)$

x

(v) *Árbol de Porfirio*

El árbol de Porfirio puede entenderse como una conceptualización en el sentido que a esa palabra da Gruber (1993). Desde luego, no hay en *Isagoge* una formulación en lenguaje formal, ya que la lógica de primer orden es una realización relativamente reciente. Denotemos, pues, los términos que dan lugar a la estructura arbórea de la siguiente manera:

S: ser sustancia, I: ser incorpóreo, C: ser cuerpo, A: ser animado, $\mathfrak{I}$: ser inanimado, V: ser vegetal, $\mathscr{A}$: ser animal, $\mathscr{I}$: ser irracional, R: ser racional, H: ser hombre; se obtiene:

1. $\forall x\ (\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x))$
2. $\forall x\ (\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x))$
3. $\forall x\ (\mathrm{A}x \leftrightarrow (\mathscr{A}x \vee \mathrm{V}x))$
4. $\forall x\ (\mathscr{A}x \leftrightarrow (\mathscr{I}x \vee \mathrm{R}x))$
5. $\forall x\ (\mathrm{R}x \leftrightarrow \mathrm{H}x)$

Partiendo de ello, se puede demostrar que: $\forall x\ (\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x)), \forall x\ (\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x)) \models \neg\exists x\ (\mathrm{S}x \wedge \mathrm{C}x \wedge \neg\mathrm{A}x \wedge \neg\,\mathfrak{I}x)$; es decir, *cada cosa que sea sustancia corpórea implica que no existe cosa que sea sustancia corpórea y no sea animada ni inanimada*, cuya prueba en TPG es la siguiente:

$(\forall x(\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x)) \wedge \forall x(\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x))) \rightarrow \neg\exists x(\mathrm{S}x \wedge (\mathrm{C}x \wedge (\neg\mathrm{A}x \wedge \neg\mathfrak{I}x)))$ is valid.

1.$\neg((\forall x(\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x)) \wedge \forall x(\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x))) \rightarrow \neg\exists x(\mathrm{S}x \wedge (\mathrm{C}x \wedge (\neg\mathrm{A}x \wedge \neg\mathfrak{I}x))))$

| | |
|---|---|
| 2. $\forall x(\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x)) \wedge \forall x(\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x))$ | (1) |
| 3. $\neg\neg\exists x(\mathrm{S}x \wedge (\mathrm{C}x \wedge (\neg\mathrm{A}x \wedge \neg\mathfrak{I}x)))$ | (1) |
| 4. $\exists x(\mathrm{S}x \wedge (\mathrm{C}x \wedge (\neg\mathrm{A}x \wedge \neg\mathfrak{I}x)))$ | (3) |
| 5. $\forall x(\mathrm{S}x \leftrightarrow (\mathrm{C}x \vee \mathrm{I}x))$ | (2) |
| 6. $\forall x(\mathrm{C}x \leftrightarrow (\mathrm{A}x \vee \mathfrak{I}x))$ | (2) |
| 7. $\mathrm{S}a \wedge (\mathrm{C}a \wedge (\neg\mathrm{A}a \wedge \neg\mathfrak{I}a))$ | (4) |
| 8. $\mathrm{S}a$ | (7) |
| 9. $\mathrm{C}a \wedge (\neg\mathrm{A}a \wedge \neg\mathfrak{I}a)$ | (7) |
| 10. $\mathrm{C}a$ | (9) |
| 11. $\neg\mathrm{A}a \wedge \neg\mathfrak{I}a$ | (9) |
| 12. $\neg\mathrm{A}a$ | (11) |
| 13. $\neg\mathfrak{I}a$ | (11) |
| 14. $\mathrm{C}a \leftrightarrow (\mathrm{A}a \vee \mathfrak{I}a)$ | (6) |

15. $\mathrm{C}a$ (14) 17. $\mathrm{C}a$ (14)

16. $\mathrm{A}a \vee \mathcal{I}a$ (14)    18. $\neg(\mathrm{A}a \vee \mathcal{I}a)$ (14)

x

19. $\mathrm{A}a$ (16)    20. $\mathcal{I}a$ (16)

x    x

Se puede demostrar, asimismo, que *necesariamente, si todo ser racional es humano, entonces no existe cosa alguna que sea racional y no sea humana*: $\Box(\forall x\,(\mathrm{R}x \rightarrow \mathrm{H}x) \rightarrow \neg\exists x\,(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x))$, cuya validez en TPG se demuestra como sigue:

$\Box(\forall x(\mathrm{R}x \rightarrow \mathrm{H}x) \rightarrow \neg\exists x(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x))$ is valid.

1. $\neg\Box(\forall x(\mathrm{R}x \rightarrow \mathrm{H}x) \rightarrow \neg\exists x(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x))$ (*w*)
2. *wrv* (1)
3. $\neg(\forall x(\mathrm{R}x \rightarrow \mathrm{H}x) \rightarrow \neg\exists x(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x))$ (*v*)(1)
4. $\forall x(\mathrm{R}x \rightarrow \mathrm{H}x)$ (*v*)(3)
5. $\neg\neg\exists x(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x)$ (*v*)(3)
6. $\exists x(\mathrm{R}x \wedge \neg\mathrm{H}x)$ (*v*)(5)
7. $\mathrm{R}a \wedge \neg\mathrm{H}a$ (*v*)(6)
8. $\mathrm{R}a$ (*v*)(7)
9. $\neg\mathrm{H}a$ (*v*)(7)
10. $\mathrm{R}a \rightarrow \mathrm{H}a$ (*v*)(4)

11. $\neg\mathrm{R}a$ (*v*)(10)    12. $\mathrm{H}a$ (*v*)(10)

x    x

## 6. Discusión

TPG permite decidir lógicamente cualquier situación que pueda representarse en lógica de primer orden, modal o no. Sin embargo, cuando se trata de representar situaciones que involucran construcciones de segundo orden, es imposible obtener los resultados deseados. Por ejemplo, si quisiéramos probar la validez del argumento ontológico de Gödel, no podríamos hacerlo; para ello se requería una herramienta más poderosa que TPG (tal es el caso de TPTP THF, Nitpick y Coq), pues en TPG ni siquiera es posible formular un axioma como $P(G)$ (la propiedad ser como Dios es positiva).

Pese a esta limitación, TPG es una herramienta excelente que permite tratar de manera rigurosa argumentos y conceptos metafísicos y epistemológicos. No obstante, hay que ser cuidadosos y no pretender que los resultados obtenidos digan (o impliquen) más de lo que realmente dicen (o implican).

Con respecto a la primera vía, aunque no se puede fundamentar la conclusión a partir de las premisas como pretendía Tomás de Aquino, ello no implica que –ontológicamente– Dios no existe: simplemente, significa que la proposición *Dios existe* no puede derivarse de las premisas o supuestos. Este resultado puede generalizarse y ser aplicado al resto de las vías tomistas: dado que cada una de ellas es reductible estructuralmente a la primera, quiere decir que todas fallan en su cometido. Si nos atenemos a la presentación verbal, esto es, en lenguaje natural, el argumento tomista no solo parece válido, sino –también– persuasivo, aunque, el análisis lógico muestra otra cosa. La herramienta computacional permite, por tanto, un control más eficiente de la calidad de los argumentos, sin que ello suponga, necesariamente, una respuesta última y definitiva a los problemas que subyacen en dichos argumentos.

Con respecto a las modalidades, aunque el desarrollo de la lógica modal y de la semántica de mundos posibles han supuesto una sistematización de conceptos modales (aléticos, deónticos y epistémicos), hay que tener presente que TPG interpreta los operadores $\Box$ y $\Diamond$ aléticamente, es decir, como significando *es necesario que* y *es posible que*. Si se introducen los operadores epistémicos habituales K y B, para *conocimiento* y *creencia*, al procesarse una fórmula, por ejemplo $(\mathrm{K}(p) \land \mathrm{K}(p \rightarrow q)) \rightarrow \mathrm{K}(q)$, que equivale al segundo axioma, TPG interpreta «$\mathrm{K}(p \rightarrow q)$» como una fórmula atómica con predicado K, en otras palabras, para TPG, K no es un operador. Esto, desde luego, no implica que la fórmula (axioma) $(\mathrm{K}(p) \land \mathrm{K}(p \rightarrow q)) \rightarrow \mathrm{K}(q)$ sea una fórmula inválida lógicamente, sino –simplemente– que por razones sintácticas no puede formularse en TPG. La prueba mediante el método de árbol semántico es la siguiente:

1. $\neg((\mathrm{K}(p) \land \mathrm{K}(p \rightarrow q)) \rightarrow \mathrm{K}(q))$
2. $\mathrm{K}(p) \land \mathrm{K}(p \rightarrow q))$ (1)
3. $\neg\mathrm{K}(q)$ (1)
4. $\mathrm{K}(p)$ (2)

5. $K(p \rightarrow q)$ (2)

6. $Kp \rightarrow Kq$ (5)

7. $\neg K(p)$ (6) 8. $Kq$ (6)

x x

Por otro lado, TPG permite dar un sentido a sistemas de conceptualización correspondientes a un fragmento del lenguaje natural fácilmente extensionalizable, como lo es la estructura arbórea de Porfirio. No solamente se trata de expresar dicha estructura conceptual en términos lógicos, sino de poder determinar cadenas simbólicas en forma de esquemas argumentativos relevantes desde el punto de vista ontológico-metafísico, lo cual permite establecer las bases para la construcción de una metafísica que no reniega de la verificabilidad (computacional) de sus supuestos. Sobre el tema metafísica computacional, véase, por ejemplo, Kirchner et al. (2020) y Fitelson & Zalta (2007).

Podrá parecer que restringir la filosofía a lenguajes que sean formalmente especificables implica que otros ámbitos del discurso filosófico no tienen mayor relevancia. Pero esto es algo que hay que tomar con cautela: posiblemente los llamados problemas filosóficos son un subconjunto del conjunto de problemas que no pueden ser racionalmente resueltos; sin embargo, dado que la empresa filosófica se erige sobre argumentos (toda filosofía es argumentación), la posibilidad de tratar tales argumentos computacionalmente introduce un componente metodológico que permite un control más eficiente de su calidad, lo cual –además– genera mayor confianza epistémica.

Esto es así, no solo en relación con la metafísica, la ontología o la epistemología, sino también con respecto a la ética. Si, por ejemplo, el operador $\Box$ se interpreta deontológicamente como significando *es obligatorio que*, el axioma $(\Box A \wedge \Box(A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B$ (el curso de acción $A$ es obligatorio, y obligatoriamente si $A$, entonces $B$, entonces es obligatorio que $B$) seguirá siendo válido. Por ello, es tan crucial que el lenguaje usado sea formalmente especificable, porque en la medida en que lo sea, su tratamiento lógico permitirá determinar el alcance de las fórmulas expresadas en dicho lenguaje y establecer conexiones conceptuales entre distintos contextos subdisciplinares.

Desde luego, hay otros procedimientos computacionales que pueden ser de utilidad en otras áreas de la filosofía: simulación, modelos neuronales, redes bayesianas, entre otros, que podrían arrojar luces para la comprensión de diversos problemas filosóficos que hasta ahora han sido tratados de un modo discursivo, obviando procesos demostrativos más rigurosos. Esta es, tal vez, la mayor contribución de los procedimientos computacionales a la filosofía: rigor, pero un rigor que se desmarca de la especulación desenfocada, un rigor en el que la filosofía no renuncia a someterse a ciertos límites, un rigor en el que la filosofía se autoimpone condiciones que no puede transgredir.

Esto, sin embargo, no debe tomarse como implicando que, sometido a ciertos estándares formales y/o computacionales, los resultados obtenidos cierran la discusión filosófica. Se ha visto que, en la primera vía tomista, la conclusión no se sigue lógicamente de las premisas, pero ello no implica que la afirmación *Dios existe* sea falsa, es decir, el problema continúa abierto. Algo parecido ocurre con la fórmula de Barcan, que es válida lógicamente, pero cuyas consecuencias metafísicas –por ejemplo, en relación con el actualismo– son objeto de discusión; o con los axiomas de la lógica epistémica, que a pesar de ser válidos lógicamente tienen consecuencias que no están exentas de polémicas.

## 7. Conclusión

Se ha mostrado que los métodos computacionales pueden aplicarse de manera efectiva en la fundamentación de ideas filosóficas, sean estas metafísica o epistemológicas. Es necesaria una profundización del tema en áreas como la ética o la filosofía social y política, e –incluso– en el ámbito de la estética, que no he tratado en este trabajo.

He sostenido que para una adecuada aplicación de métodos computacionales en la investigación filosófica se requiere (i) una revisión de la concepción de la filosofía, (ii) un replanteamiento de la idea de pensar y (iii) una revisión del lenguaje filosófico. Posiblemente se requieran otras, pero estas tres son fundamentales.

La investigación se basó en la idea de que la filosofía es una actividad eminentemente conceptual y argumentativa, que esa actividad no requiere un compromiso con la grandilocuencia del pensamiento, que su lenguaje tiene que ser formal (o formalizable). En ese sentido, asumí que el lenguaje de la LPO es adecuado para ello, aunque –como es sabido– la lógica basada en este lenguaje tiene algunas limitaciones teóricas importantes, que no fueron tratadas en esta investigación, en parte porque los objetivos que inicialmente me propuse no requerían estructuras lógicas de orden superior.

Los casos estudiados y comentados muestran la eficacia de las técnicas de computación para la práctica de la filosofía; en ese sentido, la filosofía asistida por computadora supone no solo una reconceptualización de la disciplina, sino una oportunidad para hacer las cosas de manera diferente, posibilitando –de este modo– la transición de un discurso filosófico verbalístico y de citas, a uno operativo y estructurado computacionalmente.

## Referencias


Adams, R. (1974). Theories of Actuality. *Nous,* 8, 211-231.

Avram, C., Avran, E. L., & Gligor, A. (2014). Formal Models for Describing Mathematical Programming Problem. *Procedia Economics and Finance,* 15, 1301-1506.

Badea, M., Florea, C., Florea, L., & Vertan, C. (2018). Can we teach computers to understand art? Domain adaptation for enhancing deep networks capacity to de-abstract art. *Image and Vision Computing,* 77, 21-32.

Benzmüller, C., & Woltzenlogel Paleo, B. (2017). Formalization, Mechanization and Automation of Gödel's Proof of God´s Existence. *arXiv* (1308.4526v5), 1-4.

Benzmüller, C., Rabe, F., & Sutcliffe, G. (2008). THF0 - The Core of TPTP Language for Higher-Order Logic. In A. Armando, P. Baumgartner, G. Dowek, & (eds.), *Automated Reasoning. IJCAR 2008. Lecture Notes in Computer Science,* Vol. 5195 (pp. 491-506). Springer. DOI:10.1007/978-3-540-71070-7_41

Cairó, O. (2005). *Metodología de la programación. Algoritmos, duagramas de flujo y programas* (Tercera ed.). Alfaomega.

Carnap, R. (1950). *Logical Foundations of Probability.* Chicago University Press.

Carnap, R. (1986). Empirismo, semántica y ontología. En J. Muguerza (Ed.), *La concepción analítica de la filosofía* (pp. 400-419). Alianza.

Crane, T. (2008). *La mente mecánica. Introducción filosófica a mentes, máquinas y representación mental.* FCE.

Díaz Montilla, F. (2023). *Lógica y epistemología para personas de buen corazón.* Sibauste.

Fitelson, B., & Zalta, E. (2007). Metaphysics, Steps Towards a Computational. *Journal of Philosophical Logic*, 36/2 (April), 227-247.

González-Era, A., Dos Santos, R., Aguilar, J., & Lopez, A. (2022). Ontological engineering for the definition of a COVID-19 pandemic ontology. *Informatics in Medicine Unlocked,* 28.

Grim, P., & Singer, D. (2022, September 11). *Computational Philosophy*. Stanford Encyclopedia of Philosophy (Eds. E. N. Zalta & U. Nodelman). https://plato.stanford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=computational-philosophy

Gruber, T. (1993). A translation approach to portable ontologies. *Knowledge Adquisition,* 5(2), 199-220.

Heidegger, M. (2005). *¿Qué significa pensar?* Trotta.

Henkin, L. (1950). Completeness in the Theory of Types, Journal of Symbolic Logic, 15(2), 81-91. https://doi.org/10.2307/2266976

Kirchner, D., Benzmüller, C., & Zalta, E. (2020). Mechanizing Principia Logico-Metaphysica in Functional Type Theory,. *Review of Symbolic Logic*, 13(1), 206-218. doi: 10.1017/S1755020319000297

Kowalski, R. (1986). *Lógica, programación e inteligencia artificial* (Quinta ed.). Calero.

Lockwood, E., Dejarnette, A. F., & Thomas, M. (2019). Compunting as a mathematical disciplinary practice. *The Journal of Mathematical Behaviour,* 54.

Lu, S., Zhao, J., & Wang, H. (2021). MD-MBPLS: A novel explanatory model in computational social science. *Knowladge-Based Synstems*, 238, 107023. https://doi.org/10.1016/j.knosys.2021.107023

Menzel, C. (Fall 2023). *Possible Worlds*. Stanford Encyclopedia of Philosophy (Ed. E Zalta). https://plato.stanford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=possible-worlds

Olivares-Alarcos, A., Foix, S., Borgo, S., & Alenyá, G. (2022). OCRA- An ontology for collaborative robotics and adaptation. *Computers in Industry,* 138, 103627. https://doi.org/10.1016/j.compind.2022.103627

Oppenheimer, P. E., & Zalta, E. N. (2011). A Computationally-Discovered Simplification of the Ontologica Argument. *Australasian Journal of Philosophy,* 89(2), 333-349.

Poveda-Villalón, M., Fernández-Izquierdo, A., Fernández-López, M., & García-Castro, R. (2022). LOT: An industrial oriented ontoloy engineering framework. *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* 111, 104755 https://doi.org/10.1016/j.engappai.2022.104755

Thomson, G. (2002). *Introducción a la práctica de la filosofía (Trad. Pablo R. Arango Giraldo).* Paraninfo.

Vamos, T. (. (2010). *Knowledge and Computing: A Course on Computer Epistemology.* CEU-Press.

Wang, H. (1960). Towards a Mechanical Mathematics. *IBM Journal of Research and Development* , 4(1), 2-22.

Wheeler, G. R., & Moniz Pereira, L. (2004). Epistemology and artificial intelligence. *Journal of Applied Logic*, 2, 469-493.

Wittgenstein, L. (1973). *Tractatus Logico-Philosophicus.* Alianza.

Xu, R. (2021). Discussing the Aesthetic Emotion of Artworks by AI and Human Artists with the Mediating Variable of Aesthetic Fluency. In P.-L. P. Rau (Ed.), *Cross-Cultural Design. Applications in Arts, learning, Well-being, and Social Development. HCII 2021. Lectures Notes in Computer Science*, 12772, (pp. 84-94). Springer.

Zhang, J., Wang, W., Xia, F., Lin, Y.-R., & Tong, H. (2020). Data-Driven Computational Social Science: A Survey. *Big Data Research,* 21, 1000145 https://doi.org/10.1016/j.bdr.2020.100145.