

*MIRRORING AND PORTRAYING IN FREGEAN  
SEMANTICS\**

LOURDES VALDIVIA DOUNCE\*\*

**Abstract:** *Gottlob Frege held that concept-words refer only to concepts not to objects, and that singular terms refer only to objects not to concepts. These claims give rise to the concept paradox according to which 'The concept F' does not refer to a concept at all. Mark Textor asserts that his mirroring principle (MP) explains the source of this problem. However, I argue that Textor's paper falls short in explaining all the consequences that follow Frege's claims, and that my semantic ontological assumption (sso) can be seen as a consequence of Textor's mirroring principle.*

**KEYWORDS:** CONCEPT; FUNCTION; IDENTITY; SATURATED; INSATURATED.

Reception: 3/02/15

Acceptance: 30/04/15

\* This article was written during my sabbatical visit at Rutgers University, with the aid of DGAPA-UNAM. I thank Peter Klein for his help and comments, as well as the two anonymous reviewers for their observations, one of whom contributed to a considerable improvement of my text and enabled me to correct some inaccuracies. I am also grateful to Rose Marie Ianuzzi for her support.

\*\* Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México,  
dounce@hotmail.com

## EL ESPEJAR Y EL RETRATAR EN LA SEMÁNTICA DE FREGE\*

LOURDES VALDIVIA DOUNCE\*\*

**Resumen:** Gottlob Frege sostuvo que las palabras-concepto sólo se refieren a conceptos no a objetos y que los términos singulares se refieren sólo a objetos no a conceptos. Estas tesis dan lugar a la paradoja del concepto, de acuerdo con la cual 'el concepto F' no se refiere a ningún concepto. Mark Textor sostiene que su principio del espejar ( $MP$ ) explica el origen del problema. Sin embargo, argumento que su artículo no explica todas las consecuencias de las tesis de Frege y mi supuesto semántico ontológico ( $SSO$ ) puede verse como una consecuencia del principio del espejar de Textor.

**PALABRAS CLAVE:** CONCEPTO; FUNCIÓN; IDENTIDAD; SATURADO; INSATURADO.

Recibido: 3/02/15

Aceptado: 30/04/15

\* Este artículo fue elaborado durante mi estancia sabática en Rutgers University, con el apoyo de la DGAPA-UNAM. Agradezco a Peter Klein su apoyo y comentarios así como a dos réferis anónimos, uno de los cuales mejoró considerablemente mi texto y corrigió errores. Finalmente agradezco a Rose Marie Iannuzzi su apoyo.

\*\* Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México,  
dounce@hotmail.com

Mark Textor (2010) argumenta que el principio del espejar (MP, por sus siglas en inglés) es la fuente de la paradoja del concepto y de no establecer la relación de identidad entre funciones en la teoría fregeana.<sup>1</sup> Destaca que el problema no está basado meramente en el principio referencial, como algunos autores han pensado, es decir, los nombres y los predicados no son intersustituibles en oraciones extensionales *salva veritate* (*congruitate*). En este artículo retomo mi argumento de que no sólo la paradoja del concepto y el problema de establecer la identidad entre funciones surgen por las distinciones categoriales, sino que tampoco pueden formularse enunciados generales en la teoría fregeana.

A diferencia de Textor, ubico la fuente de estos problemas en lo que llamé el supuesto semántico ontológico (SSO), el cual puede verse como una conclusión del principio del espejar (MP) de Textor. Como mostraré, la idea básica en ambos casos es que el lenguaje *retrata* la ontología, la cual se compone de objetos y funciones; en consecuencia, se obtiene una tesis acerca de la significación de las expresiones. La diferencia entre el principio de Textor y mi supuesto es que yo construyo los nombres propios y de función, así como sus denotados (objetos y funciones) como *categorías filosóficas*,<sup>2</sup> las cuales conjuntamente agotan la ontología y el lenguaje; es decir, todo lo existente en la ontología son objetos y funciones, mientras en el lenguaje hay nombres propios y nombres o expresiones de función; e igualmente, las categorías mutuamente se excluyen: un objeto no es una función y viceversa, además un nombre propio no es un nombre de función y viceversa. Lo anterior me permite mostrar de dónde surgen los problemas y establecer que no pueden resolverse sin rechazar la construcción categorial; es decir, no sólo son clasificaciones gramaticales, sino también categorías lógicas basadas en tesis metafísicas sobre la compleción e

1 Más adelante discutiré la idea de establecer la relación de identidad entre funciones, mostrando que, al igual que el problema de referirse a conceptos, aquél surge del principio (MP) de Textor y de mi supuesto semántico ontológico (SSO).

2 Las llamo *categorías filosóficas* para distinguirlas del uso de *categoría* como mera clasificación. Por ejemplo, Raúl Orayen (1972: 30) dice: “habitualmente, los filósofos usan la palabra ‘categoría’ en un sentido muy fuerte, y no meramente para indicar una clase de objetos. Según la concepción usual, dos entidades pertenecen a la misma categoría cuando al reemplazar en una expresión significativa el nombre de una de ellas por la otra, se obtiene una expresión significativa. Además, dos entidades son de distintas categorías, cuando al reemplazar una expresión significativa el nombre de ellas por el de otra, se obtiene una expresión no significativa”.

incompleción de los denotados correspondientes.<sup>3</sup> La virtud del principio de Textor, compuesta de dos partes, es mostrar cómo la insaturación del sentido lleva a la insaturación de la expresión y cómo esta última lleva a la insaturación del denotado. Dada la dicotomía saturado/no saturado, lo mismo se sigue para los sentidos saturados, sus expresiones y denotados.

### LA PARADOJA DEL CONCEPTO

Decir ‘La Ciudad de México es una ciudad’ es equiparable a decir ‘El concepto caballo es un concepto’. Ambas oraciones son en un sentido triviales y como Kant podríamos calificarlas de analíticas, pues su predicado ya está contenido en el sujeto. Más importante aún es el hecho de que ambas son verdaderas. Ahora bien, la paradoja del concepto es precisamente negar lo anterior. La paradoja surge al sostener que ‘El concepto caballo es un concepto’ es una oración falsa, pues la expresión ‘El concepto caballo’ debe referirse a un objeto, no a un concepto y, obviamente, un objeto no es un concepto (Frege, CO: 210).

Un término conceptual general designa precisamente un concepto. Únicamente con el artículo definido o un pronombre demostrativo puede tomarse como el nombre propio de una cosa, pero entonces deja de ser término conceptual. El nombre de una cosa es un nombre propio. (Frege, FA: 94)

A continuación explicaré, de forma breve,<sup>4</sup> la manera en la cual Frege llega a esta conclusión. Primero mostraré qué es una palabra-concepto; después, cómo los conceptos difieren categorialmente de los objetos; por último, cómo opera el SSO que compararé con el MP de Textor.

<sup>3</sup> En este artículo me ocuparé, especialmente, de los trabajos de la etapa madura del pensamiento de Frege, que se presentan desde principios de la década de 1890 hasta el conocimiento de la paradoja de Russell. Utilizaré ocasionalmente sus escritos póstumos.

<sup>4</sup> Véase de manera detallada en Valdivia, 1984b y 1987: 57-78.

## LAS PALABRAS-CONCEPTO Y LOS CONCEPTOS

Las palabras-concepto o palabras de función son aquellas expresiones incompletas o insaturadas. La incompleción se detecta en el sentido de los símbolos mismos y es transferida a ellos.<sup>5</sup> En “Compound thoughts” dice Frege:

Como meramente una cosa, por supuesto, la letra ‘y’ no está menos insaturada que cualquier otra cosa. *Puede llamarse insaturada con respecto a su uso como símbolo que expresa un sentido*, pues aquí puede tener el sentido que se pretende sólo cuando está situado entre dos oraciones; su propósito como símbolo requiere completarse con una oración precedente y una sucesora. Es realmente en el reino del sentido que se encuentra la insaturación y ésta es transferida de ahí al símbolo. (Citado en Textor, 2010: 140)

Las palabras-concepto denotan conceptos y éstos son funciones que arrojan valores de verdad para cualquier argumento (Frege, FC: 158). Frege inicia su indagación acerca de qué es un concepto, a partir de lo que el análisis matemático de su tiempo denomina “función” y confía en que la intuición de su lector le permita encontrar el elemento común denominado “función”, a partir del siguiente ejemplo:

Se llama a  $x$  el argumento de la función y en

$$‘2 \cdot 1^3 + 1’$$

$$‘2 \cdot 4^3 + 4’$$

$$‘2 \cdot 5^3 + 5’$$

se reconoce una y otra vez la misma función, sólo que con distintos argumentos, a saber, 1, 4, 5. De aquí puede inferirse que lo realmente esencial de la función radica en lo que tienen en común estas expresiones; es decir, pues, en lo que se halla en

$$‘2 \cdot x^3 + x’$$

<sup>5</sup> Algunos autores dudaban que la distinción sentido-referencia se extendiera también a las expresiones funcionales (predicados), como William Marshall (1968: 249-267); pero Michael Dummett (1968a y 1968b) argumenta que la duda de Marshall carece de fundamento. Para David Wiggins (1984: 311-328), la distinción se aplica a predicados y ofrece como evidencia una carta de Frege a Husserl del 24 de mayo de 1891.

además de la letra 'x'; lo cual podríamos escribir quizás así:

'2 · ( )<sup>3</sup> + ( )'  
(Frege, FC: 151)

La última expresión de esta cita muestra su incompleción o insaturación mediante los paréntesis vacíos. Ésta es una palabra-concepto o una expresión funcional. Una característica importante es que la incompleción no es un defecto de la expresión, más bien muestra la necesidad de que tal expresión sea completada y esta característica se refleja en sus denotados, es decir, en las funciones mismas:

A la peculiaridad del signo de función, que hemos llamado no saturación, le corresponde, desde luego, algo en las funciones mismas. También a éstas las podemos llamar no saturadas, caracterizándolas así como algo completamente distinto de los números. (Frege, QF: 261)

## LA DIFERENCIA CATEGORIAL Y EL ESPEJAR

La diferencia fundamental entre funciones y números la llamo *diferencia categorial* entre funciones y objetos. Los objetos son entidades completas denotadas mediante expresiones igualmente completas y un criterio suficiente de cuándo una expresión es completa es que *el artículo definido singular*<sup>6</sup> figure en ella:

Cuando hablamos de 'el número uno' indicamos mediante *el artículo definido* un objeto definido y único de estudio científico. En 1 tenemos un nombre propio que como tal no admite plural como no lo admite 'Federico El Grande' o 'el elemento químico oro'. No es un accidente, ni una inexactitud notacional que escribamos 1 sin ningún rasgo para marcar diferencias. (Frege, FA: 81 y 107, nota 9)

Los nombres propios gramaticales, las ahora llamadas *descripciones definidas*, y las oraciones declarativas son para la lógica de Frege nombres propios, donde las dos primeras denotan individuos, mientras que las últimas denotan valores de verdad.

<sup>6</sup> Ignacio Angelelli (1967) cita 16 referencias.

Un enunciado afirmativo no contiene ningún lugar vacío y por eso *hay que* considerar que su referencia es un objeto. Esta referencia, empero, es un valor veritativo. Por lo tanto, ambos valores veritativos son objetos. (Frege, FC: 160. Énfasis mío)

Todos los denotados de las expresiones completas, valga la redundancia, son completos. En cambio, los denotados de las expresiones funcionales o palabras-concepto son incompletos. Lo mismo sucede con los sentidos de ambas categorías de expresiones, son completos en el primer caso e incompletos en el segundo.

Entonces, el marco teórico fregeano se construye basado en una dicotomía considerada primitiva: saturado/insaturado (completo/incompleto)<sup>7</sup> el cual se aplica a las expresiones, a los sentidos de éstas y a sus denotados. Las expresiones completas son nombres propios que denotan objetos, las expresiones incompletas son palabras-concepto o de función las cuales denotan entidades incompletas que son conceptos o funciones.<sup>8</sup>

Con base en esto, sostuve que las expresiones y sus denotados son *categorías filosóficas* distintas, porque una función no es ni puede ser un objeto y viceversa. Objetos y funciones agotan la ontología fregeana y son mutuamente excluyentes: “objeto es todo lo que no es función” (Frege, FC: 160). Estas características me permiten formular el SSO:

7 La mayoría de los estudiosos de Frege coinciden en la idea de que esta dicotomía es fundamental y primitiva y no hay argumento fregeano para ella. Textor dice (2010: 133): “En una carta de Frege a Russell en 1902 se discute la paradoja del concepto junto con (MP): ‘Esta diferencia entre los signos (*i.e.*, entre signos completos e incompletos) debe corresponder a una diferencia en el reino de la referencia; aunque no es posible hablar de ella sin convertir lo que necesita completarse en algo completo y así falsificar la situación real [...] La descomposición de la oración corresponde a la descomposición del pensamiento, y esto a la vez, corresponde a algo en el reino de la referencia, y me gustaría decir que *esto es un hecho lógico primitivo*’”. (Énfasis mío)

8 Hasta ahora, para facilitar la exposición, no considero que, según Frege, las funciones pueden ser de distinto nivel. Por ejemplo, cuando el signo de argumento para ellas es un nombre propio de objeto, la función es de primer nivel. Cuando su signo de argumento es una función de primer nivel, la función considerada es de segundo nivel y así sucesivamente, aunque en la práctica sólo necesitamos estos dos niveles, siendo el segundo nivel el que corresponde a los cuantificadores y a otras funciones.

A cada expresión completa (nombre propio) le corresponde como denotado una entidad completa (objeto); y a cada expresión incompleta (nombre de función) le corresponde como denotado una entidad incompleta (función). Objetos y funciones son conjuntamente exhaustivos y mutuamente excluyentes.

Ahora bien, Textor formula el Principio del Espejar (MP) (*Mirroring principle*), el cual contiene, en lo general, las mismas ideas, aunque no lo formula para expresiones directamente, sino para la descomposición de la oración extensional en partes. Su principio consta de dos apartados, uno que va de la expresión al sentido ( $MP_1$ ) y otro que va del sentido a la referencia ( $MP_2$ ). La conjunción de ambos permite sostener que si  $a$  espeja a  $b$ ,  $b$  espeja a  $a$ . Al respecto dice Textor:

$MP_1$ . Cada descomposición de una oración en partes completas e incompletas espeja la descomposición del pensamiento expresado en partes que son en un sentido análogo, completas e incompletas.

$MP_2$ . Una descomposición del pensamiento en partes completas e incompletas espeja una descomposición de su referente en referentes que son en un sentido análogo, completos e incompletos. (Textor, 2010: 132 y 133)<sup>9</sup>

Textor no sostiene explícitamente en  $MP_1$  y  $MP_2$  que los objetos y las funciones sean mutuamente excluyentes y juntos agoten la ontología. Tampoco lo dice de las expresiones que los nombran. Su principio MP compuesto por  $MP_1$  y  $MP_2$  explicaría por qué la expresión ‘el concepto F’ no nombra al concepto F, sino a un objeto; a saber, porque el sentido expresado es completo y en consecuencia la expresión es completa (por MP); y siendo así, el referente debe igualmente ser completo (por  $MP_2$ ). Aunque MP no dice explícitamente que sea imposible que la

<sup>9</sup> En sentido literal, esto es falso de las oraciones y sus denotados, los valores de verdad, pues el valor de verdad no se descompone al igual que se descompone la oración. Textor advierte esto cuando dice: “¿Qué es una descomposición de un valor de verdad? No una descomposición en partes. Por ejemplo, los referentes de las partes en las que separamos la oración ‘La capital de Suecia es una bella ciudad’ no son partes del referente de la oración. Sin embargo, los referentes de las partes que discernimos en una expresión compleja pueden todavía determinar su referente, aunque el referente no contenga la referencia de las partes en un sentido mereológico” (2010: 133).

expresión denote al concepto, Textor reconoce esta imposibilidad al decir que: “la metafísica de las funciones hace imposible que sean los referentes de los términos singulares” (2010: 147).<sup>10</sup>

Estas características son necesarias para explicar por qué *no hay manera* de que ‘el concepto F’ denote al concepto F. Si asumimos el SSO, la expresión ‘el concepto F’ es una expresión completa que denota un objeto; y lo mismo sucede si asumimos MP. Pero dado que el SSO establece que objetos y funciones con sus respectivas expresiones se excluyen mutuamente, una vez nombrado un objeto, *no podemos* mediante esa misma expresión nombrar un concepto. Es como si al nombrar objetos excluyéramos conceptos.

Deberá ser claro ahora que, si seguimos MP y/o SSO, la expresión ‘El concepto caballo’ debe denotar un objeto y por ello la oración ‘El concepto caballo es un concepto’ debe ser falsa porque un objeto no es un concepto, contrario a nuestras intuiciones lingüísticas e incluso a la intención de nombrar un concepto para decir de él, trivialmente, que es un concepto. Frege se dio cuenta de esto:

[...] por una cierta necesidad lingüística mi expresión, tomada literalmente, no corresponde a veces al pensamiento al nombrarse un objeto cuando se quiere significar un concepto. Me hago plenamente consciente de apelar, en estos casos, a la comprensión bien intencionada del lector —que no regatea un grano de sal. (Frege, CO: 220-221)

Cuando quiero hablar de un concepto, el lenguaje me fuerza con violencia casi insoslayable a una expresión inadecuada, con lo cual el pensamiento queda oscurecido —casi diría falseado— [...] No podemos evitar palabras como ‘el concepto’ pero debemos tener siempre presente su inadecuación. De lo dicho se desprende que objetos y conceptos son radicalmente distintos y no son sustituibles entre sí. Lo mismo vale para las palabras o signos correspondientes. (Frege, CO: 220)

¿Qué salidas habría para el problema de la inadecuación de la expresión? Planteo aquí al menos dos. Encontrar una expresión incompleta que pueda servir de sujeto lógico o hacer que el objeto nombrado por la expresión ‘el concepto F’ lleve, de alguna forma, al concepto. Esta última estrategia fue considerada por Frege al menos

10 Agradezco a un réferi anónimo la observación que aquí incluyo.

en algunos escritos donde supuso que los denotados de expresiones de la forma ‘el concepto F’ denotaban un tipo especial de objetos, cuya peculiaridad era “representar” (*vertreten*) conceptos:

En investigaciones lógicas no pocas veces es necesario enunciar algo sobre un concepto [...] Según esto, se esperaría que la referencia del sujeto gramatical fuera un concepto; pero debido a su naturaleza predicativa, éste no puede aparecer así sin más, sino que tiene que ser transformado primero en un objeto, o dicho más exactamente, tiene que ser representado (*vertreten*) por un objeto, que designamos mediante las palabras antepuestas ‘El concepto...’. (Frege, CO: 212)

Ambas líneas de solución han sido examinadas por los estudiosos de Frege. Afortunadamente no es necesario discutir las aquí para los fines de este artículo, que son primariamente presentar la fuente de las dificultades. Sin embargo, diré de manera esquemática algo sobre cada una de estas opciones.

La primera opción consiste en encontrar una expresión incompleta que figure como sujeto lógico de las afirmaciones sobre conceptos. Por ejemplo, Michael Dummett (1973: 214-215) intentó esto hace tiempo, incluir un hueco *ad hoc* en la expresión ‘el concepto F’ así: ‘\_\_ es lo que “el concepto F” denota’. Pero al sustituirse en la oración ‘El concepto F es un concepto’ daría por resultado ‘\_\_ es lo que “El concepto F” denota es un concepto’ que no es una oración. Peter Geach (1955: 564) también buscó una salida en términos similares y supuso que ‘El concepto caballo es un concepto’ es verdad si se descompone en la palabra funcional ‘El concepto ( ) es un concepto’ y la palabra también funcional ‘caballo’. Pero tampoco funciona, pues como dice Textor:

El problema con este intento de evitar la paradoja es que diferentes descomposiciones no cambian al pensamiento descompuesto y que los pensamientos no cambian su valor de verdad. Entonces, un pensamiento no puede ser verdadero en una descomposición y falso en otra. (2010: 129)

Para que una expresión *ad hoc* pudiera funcionar, sería necesario abandonar mi SSO; pero si se hace, no surgiría el problema de entrada y no sería necesario buscar ninguna expresión en particular. Además de que la ontología y/o la semántica de Frege carecerían de fundamento, pues es justo el SSO lo que permite derivar otras tesis

centrales, como el que las oraciones denotan valores de verdad,<sup>11</sup> que las funciones son ontológicamente incompletas, etcétera.

La segunda opción supone que, aunque en efecto las expresiones de la forma ‘el concepto F’ se refieren a objetos, los objetos referidos son especiales, pues son como vicarios, los cuales representan a la función.<sup>12</sup> Una intuición que apoyaría esta salida es que Frege se adhiriese a la costumbre de los matemáticos de su época y asumiera que las funciones se identifican por sus extensiones<sup>13</sup> (rango de valores), las cuales en la ontología fregeana son objetos, así, en última instancia, no parecería descabellado suponer que estos objetos representan a las funciones porque son sus extensiones. Para Frege esa maniobra no respetaría la distinción excluyente entre concepto y objeto:

Es fácil que a uno se le ocurra entonces tomar la extensión de concepto por la referencia del término conceptual; pero con ello se pasaría por alto que las extensiones de concepto son objetos y no conceptos (véase mi conferencia “Función y concepto”). (Frege, CSR: 199)

Esta observación simplemente nos recuerda que aquí está en uso la distinción categorial trazada por Frege y no se permite violentarla. Si hemos de satisfacerla, las extensiones de los conceptos, en tanto objetos, no pueden ser los referentes de los términos conceptuales o funcionales: “Los recorridos de las funciones son objetos, mientras que las funciones mismas no lo son. [...] También las extensiones de conceptos son, pues, objetos, aunque los conceptos mismos no lo son” (Frege, FC: 160).

11 En “Frege: una estipulación viable” retomé la tesis de Alfred Church, donde niega en Frege un argumento demostrativo que concluya que las oraciones nombran valores de verdad y agregué que su argumento tampoco es concluyente, por ello sólo queda, para apoyar la tesis de que las oraciones nombran valores de verdad, es la suposición de que son expresiones completas, y por ello son nombres propios; y dados los requerimientos de la teoría, deben nombrar objetos que son los valores de verdad. Ya que las oraciones nombran valores de verdad, podemos construir funciones proposicionales, cuyo resultado son valores de verdad.

12 Marco Ruffino (2003: 51-75) analiza esta opción y liga el problema de la referencia a conceptos con la decisión de Frege de optar por la ley básica V en lugar del Principio de Hume.

13 Véanse por ejemplo Parsons, 1986: 455 y Ruffino, 2000: 239-252. Ellos argumentan que los nombres de conceptos se refieren a las extensiones las cuales representan a los conceptos. Textor cita además los trabajos de Burge, 2005: 284 y Schirn, 1990: 27-61.

Recapitulando. La expresión ‘el concepto F’ es una expresión saturada donde figura el artículo definido singular y, por lo tanto, es el nombre propio de un objeto, si es que denota algo. Puesto que las categorías de nombre propio y objeto excluyen a las de palabra-concepto y función, no es posible transformar la expresión ‘el concepto F’ en una expresión correspondiente a la categoría de las palabras-concepto ni su objeto denotado trastocarse para convertirse en un concepto. Por esas razones, Frege se vio obligado a decir que tanto la oración ‘el concepto caballo es un concepto’ es falsa, como que ‘el concepto F’ no puede denotar un concepto.

### IDENTIDAD DE FUNCIONES

Otro problema relacionado con el de nombrar funciones es establecer la relación de identidad entre funciones. Podemos poner el problema en términos categoriales: si las categorías nombre propio/objeto excluyen a las categorías palabra-concepto/función, entonces la predicación aplicada a expresiones y entidades correspondientes a la primera categoría, no se aplicaría a expresiones y entidades correspondientes a la segunda categoría, y esto es precisamente lo que Frege dice:

La palabra ‘el mismo’ que se emplea para designar esa relación entre objetos, *no puede* servir propiamente también para la designación de esta relación entre conceptos. Pero a este fin casi no tenemos otra salida que decir: “el concepto  $\Phi$  es el mismo que el concepto  $\chi$ ”; desde luego, con ello nombramos una relación entre objetos, cuando en realidad nos referimos a una relación entre conceptos. (Frege, CSR: 203)

También, la relación de igualdad, por la que entiendo coincidencia total, identidad, sólo es concebible entre objetos, no entre conceptos. (Frege, CSR: 201)

Nuevamente, Frege aplica las distinciones categoriales para apoyar la idea de que si la identidad se establece sólo entre objetos, no se establece entre funciones.<sup>14</sup>

14 Marco Ruffino (2003: 51-75) discute precisamente este problema y en particular la sugerencia de Frege, hecha en “Comentarios sobre el sentido y la referencia”, de que para establecer la identidad entre funciones éstas deben *transformarse* o entenderse como los rangos de valores de las mismas. La identidad se establece entre objetos y los rangos de valores de las funciones son objetos.

### ENUNCIADOS GENERALES

Finalmente, si no podemos establecer la identidad entre funciones ¿las podemos cuantificar universalmente? A primera vista parece que la cuantificación podría escapar a los problemas provocados por las categorías filosóficas que rigen a la teoría fregeana. Pero esto no es así, porque hay casos donde la cuantificación universal presupone establecer la identidad entre funciones. Por ejemplo, pensemos en dos expresiones funcionales *prima facie* distintas: ' $x^2 - 4x$ ' y ' $x(x - 4)$ '. Resulta que ambas funciones dan los mismos valores (resultados) cuando son aplicadas al mismo argumento. Uno pensaría de inmediato que ambas funciones son equivalentes o idénticas, y generalizar diciendo que para cualquier valor de  $x$  se obtienen los mismos resultados, es decir que:  $(\forall x) ((x^2 - 4x) = x(x - 4))$ . Pero dice Frege: "Cuando escribimos  $(x^2 - 4x) = x(x - 4)$  no igualamos una función a la otra, sino solamente los valores de las funciones entre sí" (FC: 153).

¿Por qué no igualamos una función a la otra? Por las distinciones categoriales establecidas entre ellas, pues lo que se dice de una categoría no se puede decir de la otra y, como se dijo antes, la identidad se establece sólo entre objetos, no entre funciones. Nuevamente, la intuición entonces sería que las funciones son dispensables en favor de sus rangos de valor o extensiones, las cuales son las únicas entidades de las que se puede establecer la identidad, porque Frege ya ha decidido que la identidad se establece entre objetos y las extensiones de las funciones son objetos. Es más, las funciones en sentido estricto no son rangos de valores, pues éstas son lógicamente anteriores a sus rangos de valores:

En algunos usos del modo de expresión habitual en matemáticas, la palabra "función" corresponde ciertamente a lo que aquí he llamado recorrido de una función, pero la función en el sentido de la palabra usado aquí, es lógicamente anterior. (FC: 154, nota al pie 5)

Supuse un caso donde la cuantificación universal requería establecer la identidad entre funciones cuando éstas dan los mismos resultados para los mismos valores, pero de acuerdo con Frege lo que se identifica son los rangos de valores de las funciones, no las funciones mismas y *a fortiori* la generalización habla acerca de rangos de valores, no de las funciones. Por esta razón, incluso Frege diseña un nombre propio específico para los rangos de las funciones  $(x^2 - 4x) = x(x - 4)$  a saber: " $\varepsilon'(\varepsilon^2 - 4\varepsilon) = \alpha'(\alpha \cdot [\alpha - 4])$ " (QF: 254).

Pensemos ahora en un segundo caso, que es general, a saber, cuando tenemos una cuantificación universal, cuya función es de segundo nivel. La lectura que ahora hago es contraria a la práctica establecida en lógica estándar, tan contraria como lo fue la lectura hecha acerca de la identidad entre funciones y muy probablemente le resultará extraña al lector. La idea sería que la función de segundo nivel tiene por argumento una función de primer nivel; y la función de primer nivel tiene por argumento un objeto. Hay pues *funciones* y *objetos* como argumentos en los enunciados generales y ésta es la principal dificultad, formular un enunciado general acerca de ambos tipos de entidades.<sup>15</sup>

Hay dos consideraciones sobre lo anterior. Primera, no hay una predicación, no importa de qué nivel, en tanto tome *objetos* como *funciones*, y la necesitamos para tomar *juntas* a las funciones de primer nivel y a las de segundo nivel porque ambas constituyen a la cuantificación universal. Recuérdese que antes he mostrado que el predicado relacional ‘es idéntico a’ sólo se predica de objetos y con base en el SSO no puede entonces predicarse de funciones o conceptos. Igualmente, podemos pensar ahora en el predicado de segundo nivel ‘Para todo’ o ‘Todos’, si éste se predicara de funciones no podría predicarse de objetos y viceversa.

‘Todos’ es un predicado de segundo nivel que toma como argumento a predicados o funciones de primer nivel, es decir, predicamos funciones de funciones. Pero luego debemos asegurarnos que los argumentos de las funciones de primer nivel sean objetos, es decir, predicamos funciones de objetos. El predicado ‘Todos’ abarca tanto a las funciones de primer nivel como a sus objetos. Pero esto no puede ser, pues ambas categorías, objetos y funciones, se excluyen y en sentido estricto debería tomar una u otra categoría. El cuantificador debería recorrer ambas categorías de entidades: funciones de primer nivel y objetos, pero el “ambos” no se compone, porque funciones y objetos pertenecen a categorías excluyentes.

Segunda consideración: parece que tampoco podemos componer una función de segundo nivel, cuyo argumento sea una función de primer nivel, si la distinción entre ambos tipos de funciones es como dice Frege *fundamental*, basada en la naturaleza de las funciones:

15 En un sentido trivial uno puede bien escribir formalmente un enunciado general. Lo que estoy diciendo aquí es que si uno toma en serio, literalmente, que objetos y funciones pertenecen a categorías distintas, no hay manera de poner ambos tipos de entidades como argumentos de una expresión cuantificada.

LOURDES VALDIVIA DOUNCE

Así como las funciones son fundamentalmente distintas de los objetos, así también aquellas funciones cuyos argumentos son y deben ser funciones son fundamentalmente distintas de las funciones cuyos argumentos son objetos y no pueden ser otra cosa. A estas últimas las llamo funciones de primer orden; a las otras las llamo funciones de segundo orden. (FC: 167)

[...] la diferencia entre funciones de primero y segundo grado [...] no fue hecha arbitrariamente, sino que tiene una justificación profunda en la naturaleza de la cuestión. (FC: 171)

La afirmación de que existe tal diferencia fundamental entre funciones de distinto nivel puede entenderse con base en mi SSO; son fundamentalmente distintas porque la función de segundo nivel toma *funciones* de primer nivel, mientras éste toma *objetos*; donde objetos y funciones son mutuamente excluyentes. Si el *fundamentalmente* distintas es *categorialmente* distintas, entonces en sentido estricto no hay algo así como una función de segundo nivel que pueda componerse conteniendo a una de primer nivel, pues ¿cómo categorías excluyentes pueden estar en relación de contención?

La idea central en contra de las afirmaciones universales es que si  $x$  toma objetos como argumentos, no puede tomar funciones, y si toma funciones de una categoría no puede tomar funciones de otra. Hay afirmaciones que no podrían formalizarse y son fundamentales para la teoría como:

Todo aquello que no sea una función es un objeto.

Todo aquello que sea una función es o bien de uno o de dos argumentos.

Pero ¿por qué hacer una lectura tan simplona y literal de las tesis de Frege? ¿No estaré haciendo un problema donde no lo hay? Respecto a la primera pregunta, la lectura literal de las afirmaciones de Frege me permitió, al igual que a Textor, formular un principio que vaya de las expresiones a los denotados de las mismas, transfiriendo las características de saturación e insaturación que exhiben las expresiones a los denotados.

Basándome en afirmaciones normativas, del tipo 'una expresión de función debe tener huecos', 'un enunciado no tiene huecos y debe referirse a un objeto' interpreté la distinción como categorial y ya que un objeto no debe ser un concepto y viceversa, llegué a la tesis de que ambos se excluyen. Pero como todo es un objeto o una función, entonces pensé que ambos tipos de entidades agotaban la ontología. Hay

razones textuales para este tipo de lectura. Textor anduvo un camino muy cercano, pero dividió su principio en dos partes, una que va de la expresión al sentido y otra que va del sentido a la referencia. Lo interesante de esas dos partes es que ambas cuentan con la dicotomía saturado/no saturado para distinguir entre expresiones y sus denotados y ésta es la misma dicotomía que yo utilicé en mi SSO.

La respuesta a la segunda pregunta es: no. El problema existe y se vincula con las categorías. Una manera de encontrar el problema de formular enunciados generales<sup>16</sup> es recorrer el camino que lo liga al primer problema conocido, el de la paradoja de 'el concepto caballo'. Si uno se pregunta por qué Frege sostuvo que es falso que 'El concepto caballo es un concepto', se encuentra la respuesta: porque esta expresión denota a un objeto, no a un concepto. ¿Por qué denota un objeto?, porque es una expresión completa y estas expresiones son *esencialmente* distintas de las expresiones incompletas. Esta última respuesta es final, no podemos ir más atrás. La dicotomía completo/incompleto es la base de la escisión categorial. Una vez que llegamos a esta dicotomía básica, uno puede explicar por qué no hay manera de formular en la teoría fregeana afirmaciones universales que engloben objetos y funciones. Si las funciones de primer y segundo nivel fueran esencialmente distintas, tampoco habría una formulación canónica en la teoría de Frege de la afirmación de que un enunciado general se puede componer con una función de primer nivel y otra de segundo nivel.

## CONCLUSIONES

Tanto el principio del espejar (MP), como mi supuesto semántico ontológico (SSO) permiten explicar por qué razón Frege afirmó que es falsa la oración 'El concepto caballo es un concepto'. Pero no sólo ofrecen las razones de qué provoca la paradoja del concepto, también permiten explicar por qué no se establece la relación de identidad entre funciones. Estos son los dos problemas que trató Textor en su artículo y llegué a las mismas conclusiones que él.

A los dos problemas anteriores se agrega el de poder formalizar afirmaciones generales que engloben tanto objetos como funciones. A este efecto, sólo cuando

16 No niego que en la actualidad uno pueda decir que para cualquier  $x$ ,  $x$  es Objeto o  $x$  es Función ( $(\forall x)(Fx \vee Gx)$ ), porque uno toma las ocurrencias de la variable  $x$ , ligadas al cuantificador. Pero si la propiedad de ser  $F$  excluye categorialmente a la propiedad de ser  $G$ , la ' $x$ ' que ocurre en ellas sería categorialmente distinta si uno toma literalmente en serio lo que dice Frege.

asumimos que las distinciones entre expresiones y sus denotados son distinciones categoriales, conjuntamente exhaustivas y mutuamente excluyentes, obtenemos el resultado general de que cualquier predicación hecha a una categoría no se podrá hacer a la otra y viceversa. En sentido estricto, ni siquiera podemos predicar ‘es una entidad’ tanto de objetos como de funciones.

Tal vez la única manera de eliminar estas consecuencias sería eliminando la distinción categorial entre objetos y funciones, y las expresiones que respectivamente los denotan.<sup>17</sup> Pero ¿podríamos sensatamente decir que un objeto puede ser una función o viceversa? ¿No son fundamentalmente distintos los objetos de las propiedades? A falta de una metafísica que responda a estas cuestiones, por el momento, me permito simplemente aceptar las consecuencias contra intuitivas de las tesis fregeanas. Pero lo más importante es que se puede encontrar la fuente de las dificultades, lo cual es el objetivo de este artículo.

#### BIBLIOGRAFÍA

- Angelelli, Ignacio (1967), *Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy*, Dordrech, Reidel.
- Burge, Tayler (2005), “Frege on extensions of concepts: From 1884-1903”, en *Truth, Thought, Reason: Essays on Frege*, Oxford, Clarendon Press, pp. 273-298.
- Dummett, Michael (1973), “The reference of incomplete expressions”, en *Frege Philosophy of Language*, Londres, Duckworth, pp. 214-215.
- Dummett, Michael (1968a), “Frege on functions: A reply”, en Elmer Klemke (ed.), *Essays on Gottlob Frege*, Chicago, University of Illinois Press, pp. 268-283.
- Dummett, Michael (1968b), “Note: Frege on functions”, en Elmer Klemke (ed.), *Essays on Gottlob Frege*, Chicago, University of Illinois Press, pp. 295-297.
- Frege, Gottlob (1996 [c. 1884]), *Los fundamentos de la aritmética* (FA), en *Gottlob Frege: escritos filosóficos*, Barcelona, Crítica, pp. 29-144. [Versión alemana (1884), *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau, Verlag von Wilhelm Koebner; versión inglesa (1950), *The Foundations of Arithmetic*, Basil, Blackwell.]

17 Esto es lo que intenta hacer James Higginbotham (1990: 153-171).

- Frege, Gottlob (1996 [c. 1891]), “Función y concepto” (FC), en *Gottlob Frege: escritos filosóficos*, Barcelona, Crítica, pp. 147-171. [Versión alemana (1891), “Funktion und Begriff”, en *Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft*, Jena, Hermann Pohle; versión inglesa (1970), “Function and concept”, *Translations From the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 21-41.]
- Frege, Gottlob (1996 [c. 1892]), “Concepto y objeto” (CO), en *Gottlob Frege: escritos filosóficos*, Barcelona, Crítica, pp. 207-222. [Versión alemana (1892), “Über Begriff und Gegenstand”, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie*, vol. 16, pp. 192-205; versión inglesa (1970), “On concept and object”, en *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 42-55.]
- Frege, Gottlob (1996 [c. 1892-1895]), “Consideraciones sobre sentido y referencia” (CSR), en *Gottlob Frege: escritos filosóficos*, Barcelona, Crítica, pp. 198-206. [Versión alemana (1969), “Ausführungen über Sinn und Bedeutung”, en *Nachgelassene Schriften*, Hamburgo, Meiner Verlag; versión inglesa (1979), “Comments on sense and reference”, en *Gottlob Frege, Posthumous Writings*, Oxford, Basil Blackwell.]
- Frege, Gottlob (1996 [c. 1904]), “¿Qué es una función?” (QF), en *Gottlob Frege: escritos filosóficos*, Barcelona, Crítica, pp. 253-262. [Versión alemana (1904), “Was ist eine Funktion?”, *Festschr. L. Boltzmann gew. Z. 60 Geburtstag*, pp. 656-666; versión inglesa (1970), “What is a function?”, en *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 107-116.]
- Frege, Gottlob (1984), “Compound thoughts” (CT), en *Collected Papers on Mathematics, Logic and Philosophy*, Oxford, Blackwell, pp. 137-156.
- Geach, Peter T. (1955), “Class and concept”, *Philosophical Review*, vol. 64, núm. 4, pp. 561-570.
- Higginbotham, James (1990), “Frege, concepts, and the design of language”, en Enrique Villanueva (ed.), *Information, Semantics and Epistemology*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 153-171.

LOURDES VALDIVIA DOUNCE

- Klemke, Elmer (ed.) (1968), *Essays on Gottlob Frege*, Chicago, University of Illinois Press.
- Marshall, William (1968), "Frege's theory of functions and objects", en Elmer Klemke (ed.), *Essays on Gottlob Frege*, Chicago, University of Illinois Press, pp. 249-267.
- Orayen, Raúl (1972), *La ontología de Frege*, La Plata, Instituto de Lógica y Filosofía de la Ciencia, Universidad de La Plata.
- Parsons, Terence (1986), "Why Frege should not have said "The concept 'horse' is not a concept" ", *History of Philosophy Quarterly*, vol. 3, núm. 4, pp. 449-466.
- Ruffino, Marco (2003), "Why Frege would not be a neo Fregean", *Mind*, vol. 112, núm. 445, enero, pp. 51-78.
- Ruffino, Marco (2000), "Extensions as representative objects in Frege's logic", *Erkenntnis*, vol. 52, núm. 2, pp. 239-252.
- Schirn, Matthias (1990), "Frege's objects of a quite special kind", *Erkenntnis*, vol. 32, núm. 1, pp. 27-61.
- Textor, Mark (2010), "Frege's concept paradox and the mirroring principle", *The Philosophical Quarterly*, vol. 60, núm. 238, pp. 126-148.
- Valdivia Dounce, Lourdes (1987), "La teoría fregeana de los conceptos", en Lourdes Valdivia y Enrique Villanueva (eds.), *Filosofía del lenguaje, de la ciencia, de los derechos humanos y problemas de su enseñanza*, México, Universidad Nacional Autónoma de México, pp. 57-78.

- Valdivia Dounce, Lourdes (1985) "Frege: una estipulación viable", *Crítica. Revista Hispanoamericana de Filosofía*, vol. xvii, núm. 49, pp. 3-15.
- Valdivia Dounce, Lourdes (1984a), "Lo indecible en Frege", *Análisis Filosófico*, vol. iv, núm. 1, pp. 1-17.
- Valdivia Dounce, Lourdes (1984b), *Introducción a la semántica y ontología de Gottlob Frege*, México, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Wiggins, David (1984), "The sense and reference of predicates: A running repair to Frege's doctrine and a plea for the copula", *The Philosophical Quarterly*, vol. 34, núm. 136, julio, pp. 311-328.

**Lourdes Valdivia Dounce:** Profesora de la Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México. Especialista en filosofía del lenguaje. Autora del libro *Introducción a la semántica y ontología de Gottlob Frege* (1989). Ha publicado numerosos artículos en revistas especializadas sobre filosofía del lenguaje.

D. R. © Lourdes Valdivia Dounce, México, D. F., julio-diciembre, 2015.