REGIMURI ALE CANTITĂȚII ÎN LOGICA FORMALĂ

FUNDAȚIA INTERNAȚIONALĂ „ȘTEFAN LUPAȘCU" PENTRU ȘTIINȚĂ ȘI CULTURĂ • IAȘI • ROMÂNIA

Referenţi:

acad. prof. dr. Alexandru SURDU
prof. dr. Petru IOAN

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale

FÂRTE, GHEORGHE - ILIE
Regimuri ale cantităţii în logica formală / Gheorghe - Ilie Fârte. – Iaşi: Editura „Ştefan Lupaşcu", 1999
180 p.; 21 cm – (Universitaria)
Bibliogr.
ISBN 973 - 99044 - 4 - 0

16

Coperta reproduce „Ferestrele către oraş",
tablou din 1912 al lui Robert Delaunay (1895 - 1941)

Carte publicată cu sprijinul fundaţiei
KATHOLISCHER AKADEMISCHER
AUSLÄNDER - DIENST (KAAD)

colecția

GHEORGHE - ILIE FÂRTE

Regimuri ale cantității în logica formală

str. „Păcurari", nr. 9; 6600 - Iași, România
ISBN : 973 - 99044 - 4 - 0

care se defineşte. Specific mulţimilor continue este faptul că nu conţin nici o „parte care să fie cea mai mică posibilă", cu alte cuvinte, nici o parte a lor nu poate fi dată fără a o închide între limite [7]. Prin opoziţie, mărimile discrete se constituie prin utilizarea elementelor unitate. Printre mărimile discrete s-ar număra, potrivit lui Aristotel, numărul şi vorbirea, iar printre mărimile continue: linia, suprafaţa, volumul, timpul şi spaţiul [3: 18].

După cum este sau nu aditivă, mărimea poate fi calificată, apoi, extensivă *vs.* intensivă. Aşadar, este extensivă acea mărime în care reprezentarea părţilor face posibilă reprezentarea întregului (pe care o precede în chip necesar), adică acea mărime obţinută prin adunarea componentelor [7: 188]. *Exempli causa*: greutatea totală de pe un taler de cîntar este identică cu suma greutăţilor per bucată. Dimpotrivă, este intensivă mărimea „care nu este aprehendată decît ca unitate" [7: 192], iar nu ca sinteză succesivă a unor elemente componente. Determinările mărimilor continue – cum ar fi, de pildă, temperatura – nu mai sînt de natură numerică, ci de grad [cf. şi 6:1147].

Reţinînd dintre caracteristicile generale ale cantităţii – fie pure, fie determinate – doar pe acelea care au o oarecare relevanţă şi la nivel formal, se poate concede că virtuţile acestei categorii logico-filosofice nu se dezvăluie în cercetarea „calitativului pur", simplu şi etern, oricare ar fi numele sub care acesta se regăseşte: *„apèiron"*, *„materia prima"*, *„Absolut"*, *„lucru în sine"*, *„Fiinţă"*, *„Dumnezeu"* etc., ci în investigarea a ceea ce Toma d'Aquino numea *„materia signata quantitate"*, adică materia limitată în timp şi spaţiu [8].

Intrarea cunoaşterii sub zodia cantităţii, o dată cu adoptarea principiului modern (baconian): *naturam renuntiando vincimus* a însemnat o renunţare la cercetarea esenţelor, dar, în acelaşi timp, şi o retragere în universul matematicii. Astfel, cunoaşterea îşi găseşte fundamentul într-un nou tip al metodei experimentale, anume, în experimentul analitic. Această reconstruire a metodologiei de cercetare a universului a permis „introducerea unei disocieri în împletitura deasă a cauzelor naturale, o asemenea distincţie fiind condiţia necesară pentru ca să se formuleze legi naturale exacte şi, prin aceasta, să se ajungă la stăpînirea forţelor naturii" [9].

În măsura în care logica se constituie într-un organon al tuturor ştiinţelor (pozitive), credem că este cît se poate de utilă construirea unei sinteze a celor mai relevante mărci formale sub care poate fi recunoscută cantitatea. Identificarea diverselor manifestări ale cantităţii în planul logicii formale reclamă însă o prealabilă configurare a „spaţiului de joc" şi construirea unui intrument de analiză adecvat.

0.2. CADRUL GENERAL AL LOGICII FORMALE

Tot ceea ce poate fi vizat într-o cugetare necontradictorie intră în alcătuirea mulţimii obiectelor (sau a entităţilor) [10]. Obiectele (concrete) care stau în locul altor obiecte (fie concrete, fie abstracte) potrivit unor reguli de utilizare statorni-

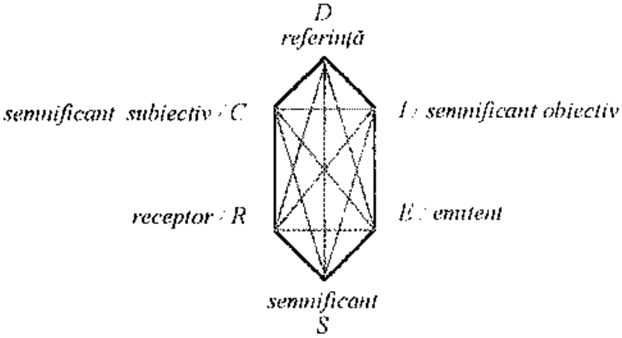
---

[7] Immanuel Kant, *Critica raţiunii pure*, Editura IRI, Bucureşti, 1994, pp. 192-3.
[8] Cf. Anton Dumitriu, *Istoria logicii*, ed. a II-a, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1975, p. 363.
[9] O. Becker, *Măreţia şi limitele gîndirii matematice*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1968, p. 69.
[10] Gheorghe Enescu, *Dicţionar de logică*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985, p. 262.

cite de o anumită comunitate sînt semne [11]. Cu ajutorul acestor obiecte speciale, omul instituie un cosmos, adică o lume supusă unei instanțe raționale.

Cercetările privind realitatea semică s-au concretizat într-o multitudine deconcertantă de modele. Rămîne un merit al logicianului Petru Ioan faptul că, după o analiză în spirit ecumenic a celor mai relevante dintre aceste contribuții, a oferit un model integrator al situației semiotice [12].

Din supramodelul invocat se va reține, pentru început, doar secțiunea diadică *semnificant* – *referință* (în speță, *semn* – *denotat*), secțiune care este centrată pe relația de desemnare [13].



1°. Hexagonul situațiilor de comunicare, în concepția lui Petru Ioan

Printr-o nouă restricție, vom plasa prezentul demers în spațiul expresiilor, *id est* în cadrul semnelor lingvistice (verbale). Expresiile nu subzistă în mod independent, ci ca elemente ale unor limbaje. Aceste sisteme sînt: ☞ (1) sau universale (dacă se referă la toate domeniile existenței umane), sau parțiale (dacă nu pot exprima tot ceea ce în genere poate fi exprimat); ☞ (2) sau închise (dacă își sînt propriul lor metalimbaj), sau deschise (dacă nu se pot oglindi în ele însele, altfel spus, dacă nu sînt autoreflexive); ☞ (3) sau precise (dacă regulile de formare și cele de desemnare nu tolerează abateri), sau imprecise (dacă se constată o valabilitate statistică a regulilor de formare și a celor de desemnare); ☞ (4) sau exclusiv scriptice (dacă în componența lor intră doar expresii grafice), sau indiferente sub aspectul exprimării (dacă semnele conținute sînt atît complexe de foneme cît și complexe de grafeme).

Limbajele parțiale, deschise, precise și exclusiv scriptice sînt socotite formalizate [14], iar acea ipostază a logicii care se înfățișează prin intermediul lor se

---

[11] Emanuel Vasiliu, *Sens, adevăr analitic, cunoaștere*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1984, p. 22.

[12] Petru Ioan, *Educație și creație în perspectiva unei logici „situaționale"*, cap. 4: „Virtuțile unui „supramodel" al situației semiotice", Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995, pp. 72-144.

[13] Deoarece simplificarea operată ar putea lăsa loc unor nedorite ambiguități, aducem în atenție două precizări. Semnul se identifică cu unul dintre parametrii situației semiotice – semnificantul – doar în ipostaza de „semn material" (sau de „semn in sine"). Altminteri, el s-ar situa în centrul hexadei semiotice [12: 77]. Apoi, în ciuda unor aspecte discutabile, acceptăm teza că orice semn are un denotat (prin însăși intenția sub care este instituit). Una dintre consecințele reunirii sub „umbrela" referinței a semnificatului obiectiv, a semnificatului subiectiv și a referinței „propriu-zise" este proliferarea tipurilor de obiecte desemnate. Astfel, semnele pot să trimită atît la obiecte concrete cît și la obiecte abstracte, atît la obiecte reale cît și la obiecte ficționale etc.

[14] Cf. [10: 167-72] și Petre Botezatu, *Valoarea deducției*, Editura Șt. și Enciclopedică, București, 1971, p. 195

identifică cu logica formală. Faptul că unele secvențe din limbajele formalizate sînt uneori „citite" constituie o simplă concesie [15] și nu infirmă definițiile anunțate.

0.3. CLASIFICAREA EXPRESIILOR DINTR-UN LIMBAJ FORMALIZAT: UN POSIBIL PUNCT DE PLECARE ÎN DESLUȘIREA ÎNSEMNELOR FORMALE ALE CANTITĂȚII

Fie *L*, un limbaj - obiect formalizat și *ML*, metalimbajul în care acesta se oglindește. Este de notat dintru început faptul că *ML* are în mod necesar o componentă „naturală" (în cazul de față, limba română) și, în mod contingent, o secțiune formalizată.

Luînd drept criteriu de ordonare precizia cu care este indicată referința, expresiile din *L* se regăsesc în reuniunea disjunctivă [16] a trei clase [17]: clasa constantelor, clasa variabilelor și clasa parametrilor.

Vor fi considerate constante acele expresii din *L* pentru care denotatele sînt în chip univoc specificate [10: 52]. Precizarea semnificațiilor se face sau în *ML* sau înlăuntrul lui *L*. În primul caz avem de-a face cu constante primitive, iar în cel de-al doilea, cu constante definite. În ultimă instanță, constantele din *L* sînt abrevieri ale unor expresii din limbajele naturale (în speță, din limba română) [18].

Vor primi calificativul de variabilă acele expresii din *L* care desemnează în mod imprecis (ambiguu) cîte un obiect [19]. Avînd calitatea de locțiitor [20], nume temporar [21], nume echivoc [22], pronume [23] sau pseudonim, fiecare variabilă se asociază cu cîte o pluralitate de obiecte, *id est* cu cîte un domeniu de valori semantice [24]. Obiectul desemnat de o variabilă este unic, dar necunoscut. El poate fi identificat cu oricare dintre elementele domeniului de valori semantice aferent [25].

---

[15] A. Jacob (ed.), *Encyclopédie Philosophique Universelle*, II: „Les notions philosophique. Dictionnaire" (volume dirigé par S. Auroux), tome I, Presses Universitaires de France, Paris, 1990, p. 1447.

[16] Prin „reuniune disjunctivă" (în limba germană: *„disjunkte Vereinigung"*) se înțelege reuniune a unor clase care nu au nici un element comun. Cf. E. Bergmann și Helga Noll, *Mathematische Logik mit Informatik-Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1977, p. 2.

[17] Expresiile „clasă" și „mulțime" sînt, în demersul nostru, interschimbabile.

[18] Definirea constantelor individuale ca abrevieri de nume proprii (*id est* ca prescurtări ale unor nume de indivizi) apare, de exemplu, în: B. L. Tapscott, *Elementary Applied Symbolic Logic*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, p. 195; Virginia Klenk, *Understanding Symbolic Logic*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983, p. 203. Evident, această definiție poate fi generalizată.

[19] Gottlob Frege, *Ce este o funcție?*, în: G. Frege, *Scrieri logico - filosofice*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977, pp. 321-2; cf. și I. Narița, *Analiza logică: Frege și Wittgenstein*, Editura Delabistra, Caransebeș, 1997, p. 44.

[20] Termenul „locțiitor" este asociat cu înțelesul expresiilor *„place - holder"* și *„Platzhalter"*. Cf. A. C. Michalos, *Principles of Logic*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1969, p. 6; E. Boddenberg, Logik, I, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main, 1975, p. 7.

[21] Expresia „nume temporar" este echireferentă cu sintagmele *„nom temporair"* și *„temporary name"*. Cf. P. Engel, *La norme du vrai*. Philosophie de la logique. Gallimard, Paris, 1989, p. 84; R. Epstein, *The Semantic Foundations of Logic. Predicate Logic*, Oxford University Press, New York, 1994, p. 71.

[22] Expresia „nume echivoc" este un echivalent al termenului *„ambiguous name"*. Cf. P. Edwards (ed.), *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 5, The Macmillan Company & The Free Press, New York; Collier - Macmillan Limited, London, 1967, p. 77.

[23] W. v. O. Quine, *Quiddités. Dictionnaire philosophique par intermittence*, Editions du Seuil, Paris, 1992, pp. 261-2. Asociem expresiei „pronume" un înțeles larg; pronumele nu suplinește doar numele propriu.

[24] R. M. Martin, *Truth & Denotation. A Study in Semantical Theory*, Routledge & Kegan Paul, London, 1958, p. 3; W. v. O. Quine, *Designation and Existence*, in: „The Journal of Philosophy", vol. 36, nr. 26, 1939, p. 707; F. R. Harrison, *Deductive Logic and Descriptive Language*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969, p. 32.

[25] J. Allwood, L. G. Anderson și Ö. Dahl, *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen, 1973, p. 55.

În legătură cu statutul variabilelor s-a conturat şi o concepţie „extremistă" (pe care n-o împărtăşim), conform căreia aceste grafeme nu sînt înzestrate cu capacitate denotativă; ele ar semnala în schimb cîte un post vacant [26] pe care îl pot ocupa anumite constante.

Situaţia parametrilor [27] este oarecum confuză. Pe de o parte, fiecare parametru are într-un context dat o semnificaţie specificată [28]. Pe de altă parte, în calculele formale neinterpretate, parametrii dobîndesc doar funcţia sintactică de constantă [10: 53], denotatele lor fiind pînă la urmă oarecare. Din cauza „jocului dublu" practicat, parametrii au fost încadraţi cînd în clasa constantelor, cînd în clasa variabilelor. În postura de constante, parametrii ar forma subclasa constantelor formale [10: 53], adică subclasa constantelor nonlogice [29]. Asimilaţi variabilelor, parametrii ar alcătui subclasa variabilelor ajutătoare [27d: 405]. În ce ne priveşte, subscriem la teza că, în raport cu variabilele şi cu constantele, parametrii au un statut logic propriu. Justeţea acestui punct de vedere se va vădi în contextul teoriei cuantificării.

Criteriul completitudinii permite o nouă clasificare a expresiilor din *L*, obţinîndu-se în acest fel clasa expresiilor saturate şi clasa expresiilor nesaturate, *id est* clasa categoremelor şi clasa sincategoremelor [30]. Această distincţie extrem de importantă era deja un loc comun în logica Evului de mijloc şi se regăseşte în contemporaneitate sub forma tandemului *categorii de bază* – *categorii functoriale*, binom teoretic propus de Edmund Husserl şi rafinat apoi îndeosebi de Stanislaw Leśniewski şi Kazimir Ajdukiewicz [31].

Distincţia de mai sus poate fi urmărită pentru început într-un context „pur sintactic". Astfel, sincategoremele ar fi expresii care creează „goluri", reclamînd, în consecinţă, o întregire cu alte expresii. Ţinem să semnalăm, însă, aici şi faptul că sincategoremele pot participa la completarea altor sincategoreme. În contrast cu expresiile nesaturate, categoremele deţin un singur rol sintactic: acela de a întregi sincategoreme. Gramatica limbajului *L* trebuie înzestrată, aşadar, cu reguli de control privind operaţia de concatenare a expresiilor, astfel încît să poată fi apreci-

---

26 Am tradus prin sintagma „post vacant" expresiile „*Leerstelle*", „*gap*", „*blank*", „*open place*" şi „*place vacante*". Cf. Albert Menne, *Einführung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München, 1973, pp. 57-72; R. L. Purtil, *Logic. Argument, Refutation, and Proof*, Harper & Row, Publishers, New York, 1979, p. 207; A. E. Blumberg, *Logic. A First Course*, Alfred A. Knopf, New York, 1976, pp. 216-7; G. Hottois, *Penser la logique. Une introduction technique, théorique et philosophique à la logique formelle*, De Boeck Université - Editions Universitaires, Bruxelles, 1989, p. 43.

27 În literatura logică de expresie engleză, respectiv germană, parametrii sînt reuniţi sub etichetele lingvistice „*parameters*", „*dummies*", „*arbitrary names*", respectiv „*Hilfsvariablen*". Cf. G. Sundholm, *Systems of Deduction*, in: D. Gabbay şi F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, p. 134; H. Leblanc, *An Introduction to Deductive Logic*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1955, p. 61; E. J. Lemmon, *Beginning Logic*, Van Nostrand Reinhold (UK) Co. Ltd, Molly Millars Lane, Wokingham, Berkshire, 1965, p. 107; W. Gellert, H. Kästner şi S. Neuber (eds.), *Fachlexikon ABC, Mathematik*, Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1978, p. 405.

28 H. J. Sandkühler (ed.), *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*, III, Felix Meiner Verlag, 1990, p. 82.

29 J. Barwise şi R. Cooper, *Generalized Quantifiers and Natural Language*, in: „Linguistics & Philosophy", 4, 1981, pp. 167-71.

30 Nu am valorificat dintre diversele tipologii ale expresiilor decît segmentul care ni s-a părut productiv pentru prezentul demers. Pentru o perspectivă mai cuprinzătoare asupra acestor probleme (în special, asupra distincţiei: categoreme – sincategoreme), recomandăm: P. Ioan, *Logică şi limbaj: comunicaţii logico-lingvistice pe făgaşul teoriei categoriilor*, in: P. Ioan (ed.), *Logică, adevăr formal şi relevanţă interpretativă*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1988, pp. 96-205.

31 D. Bouquin, *Les catégories syntaxico-sémantique: petite histoire d'un grand problème*, in: D. Miéville (ed.), *Analyse categorielle et logique*, din „Travaux de logique", Université de Neuchâtel, 1996, pp. 1-34.

ată corectitudinea diverselor combinaţii de categoreme şi sincategoreme. Cu alte cuvinte, gramatica limbajului *L*, ca şi a tuturor celorlalte limbaje (fie naturale, fie formalizate) trebuie susţinută de regulile de (bună) formare a expresiilor.

O diferenţiere mai nuanţată a categoremelor şi a sincategoremelor necesită valorificarea dimensiunii semantice, luînd în considerare tipurile de obiecte pe care aceste expresii le desemnează [32].

Criteriul semantic ne permite să distribuim categoremele în clasa enunţurilor şi clasa termenilor. Situaţi în limitele logicii apofantice, putem indica drept element de recunoaştere al enunţurilor faptul că semnificaţiile lor, adică propoziţiile pe care le exprimă, suportă o evaluare alethică. Am adoptat, astfel, punctul de vedere conform căruia trebuie făcută o distincţie clară între enunţ şi propoziţie [33]. Enunţurile (declarative) sînt obiecte lingvistice care au darul de a exprima, reprezenta, semnifica, desemna sau numi [34] o specie de obiecte noetice, anume, propoziţii (apofantice). Valorile de adevăr nu se alocă enunţurilor, ci propoziţiilor [35]. Printr-o cvasi - definiţie negativă se poate spune că termenii sînt categoreme ale căror denotate nu pot primi o valoare alethică. Dintre determinanţii ce diferenţiază termenii, vor fi aduşi în atenţie doar aceia care sînt relevanţi în cadrul demersului pe care îl întreprindem. Ca atare, lista termenilor utilizaţi în *L* va cuprinde termeni individuali, termeni atributivi, termeni clasiali, termeni faptici şi termeni circumstanţiali.

Termenii individuali – de felul *„Socrate"*, *„soţia lui Immanuel Kant"* sau *„viteza maximă a maşinii din faţa noastră"* – desemnează cîte un obiect de grad zero (în terminologia lui Rudolf Carnap) [36], mai precis, cîte un obiect despre care se poate afirma ceva prin intermediul limbajului considerat (în speţă, *L*), cu precizarea că „structura internă" a respectivului obiect rămîne necunoscută. Printre aceste obiecte se numără, în primul rînd, indivizii concreţi (delimitaţi spaţio - temporal); însă, este întrutotul tolerabilă şi categoria indivizilor abstracţi, sub rezerva necorelării lor cu propoziţii de ordinul doi. Avem în vedere aici propoziţiile de evaluare şi propoziţiile prin care se califică proprietăţi sau clase.

Termenii atributivi – precum *„filosof"*, *„inorog"* sau *„a critica"* – denumesc obiecte abstracte (mai exact, obiecte noetice) capabile să califice obiecte concrete sau obiecte abstracte. Un atribut este monovalent, dacă poate fi atribuit în cadrul unei propoziţii simple [37] unui singur obiect (*id est*, dacă poate fi afirmat în cadrul unei propoziţii simple despre un singur obiect), respectiv polivalent (adică: bivalent, trivalent, tetravalent etc.), dacă poate fi atribuit în aceleaşi condiţii mai multor obiecte. Atributele monovalente vor fi considerate proprietăţi, iar cele polivalente vor fi considerate relaţii.

---

[32] Insistăm asupra ideii că relaţia de desemnare va fi considerată în cadrul teoriei „pan - referenţialiste" (teorie numită în răspăr „teoria «Fido – Fido»"). Dincolo de anumite limite, această paradigmă semiotică este cît se poate de rezonabilă. O dată instituit ca semn, orice obiect lingvistic dobîndeşte un referent. Faptul că nu toate aceste „denotate intenţionale" sînt reale nu creează dificultăţi insurmontabile.

[33] Distincţia *enunţ – propoziţie* are drept corespondente în limbile engleză, respectiv germană cuplurile *sentence – statement (proposition)*, respectiv *Satz – Aussage*. Această precizare de ordin terminologic nu este unanim acceptată.

[34] Acestor verbe le corespund în limba engleză locuţiunile *„express"*, *„represent"*, *„signify"*, *„designate"*, respectiv *„name"*.

[35] Cf. C. Williamson, *Propositions and Abstract Propositions*, în: N. Rescher (ed.), *Studies in Logical Theory*, Oxford, Blackwell, 1968, pp. 138-9; R. Baum şi D. T. Wieck, *Logic*, 2nd ed., Holt, Rinehart and Winston, New York / Chicago / San Francisco / Dallas, 1981, pp. 20-4.

[36] Ne-am raportat cu precădere la una dintre lucrările lui Rudolf Carnap: *Semnificaţie şi necesitate. Un studiu de semantică şi logică modală*, Editura Dacia, Cluj,1972, p. 77.

[37] O propoziţie este simplă, dacă şi numai dacă nu are ca parte proprie (ca parte diferită de ea însăşi) nici o propoziţie.

Termenii clasiali – *exempli gratia*, *„cei care au murit în cel de-al doilea război mondial"*, *„acei indivizi care l-au asasinat pe Cezar"* sau *„fiii lui David"* – reprezintă cîte o colecție de obiecte, oricare ar fi tipul acestora, iar termenii faptici – de genul *„iubirea dintre Tristan și Isolda"*, *„asasinarea lui Cezar"* sau *„debarcarea din Normandia"* – cîte o stare de lucruri, altfel spus, cîte un fapt.

Notă. În legătură cu termenii faptici ar putea fi formulată o întîmpinare, dat fiind că nu arareori faptele sînt considerate denotate ale enunțurilor. Socotim, însă, de exemplu, că nu enunțul *„Ion o iubește pe Maria"*, ci termenii *„faptul că Ion o iubește pe Maria"*, respectiv *„iubirea dintre Ion și Maria"* stau pentru un fapt.

În sfîrșit, clasa termenilor circumstanțiali conține nume de locuri și date, adică expresii de genul *„primăvara anului 1998 la Iași"*, *„22 decembrie 1989"* sau *„Parisul sfîrșitului de veac XIX"*.

Accepțiunea largă pe care am dat-o termenului „referință" îngăduie identificarea unor denotate și pentru sincategoreme. Recunoscute și sub eticheta „operatori", sincategoremele stau pentru operații, adică pentru aplicații care se definesc pe cîte un cîmp de obiecte numite „argumente" [38] și care au drept rezultate elemente ale unui domeniu de obiecte numite „valori" [39].

Una dintre cele mai importante clasificări a operatorilor are drept criteriu adicitatea (sau aritatea) operațiilor pe care le desemnează, cu alte cuvinte, numărul obiectelor asupra cărora aceste operații acționează. Operațiile cu un singur argument vor fi considerate monadice, iar cele cu două sau mai multe argumente, poliadice. Mai apoi, operațiile poliadice se grupează în clasa operațiilor diadice, clasa operațiilor triadice etc. Implicit, operatorii care stau pentru operații aplicabile la cîte un singur obiect (adică operatorii care creează cîte un singur gol) vor fi socotiți monadici, iar cei care stau pentru operații aplicabile la două sau mai multe obiecte (adică operatorii care creează cîte două sau mai multe goluri), poliadici.

La încheierea acestor considerații introductive, redăm una dintre cele mai relevante sistematizări a operatorilor ce slujesc la derivarea unor categoreme din alte categoreme, ordonare în măsură să ofere un cadru optim pentru identificarea însemnelor cantitative. Această sistematizare se obține încrucișînd două criterii: expresia (-iile) argumentului (-elor), respectiv expresia valorii unei operații arbitrar alese [40].

EXPRESIA (- IILE) ARGUMENTULUI (- ELOR) ESTE (SÎNT) :	EXPRESIA VALORII ESTE :	EXPRESIA OPERAȚIEI ESTE :
termen (-i)	*termen*	*operator* stricto sensu
termeni (-i)	*enunț*	*predicator*
enunț (-uri)	*enunț*	*conector*
enunț (-uri)	*termen*	*subnector*

2°. O clasificare tetradică a operatorilor ce permit obținerea de categoreme din alte categoreme

[38] Expresia „argument" este substituibilă cu aceea de „operand". Cf. H. Engesser (ed.), *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim, 1993, p. 491.

[39] Haskell Brooks Curry, *Foundations of Mathematical Logic*, Mc Graw - Hill Book Company, Inc., New York, 1963, pp. 30-2. În loc de „operator", Curry folosește expresia „functor".

[40] Aducem, astfel, în atenție o clasificare „clasică", legată de numele unor logicieni precum J. M. Bochenski, H. B. Curry sau Z. Ziembinski. Cf. P. Ioan, *Paradigma gramaticalității categoriale și programul logicii integrale*, în: P. Ioan (ed.), *Cunoaștere, eficiență, acțiune*, Editura Politică, București, 1988, pp. 131-3.

După cum s-a precizat deja, clasificarea de mai sus nu este completă – spre exemplu, ea nu îi conţine pe operatorii care se aplică la alţi operatori şi care au drept valori fie operatori, fie enunţuri, fie termeni –, dar este suficient de largă pentru a reuni acele categorii de sincategoreme care evidenţiază de-o manieră convingătoare aspecte cantitative remarcabile. Aceste mărci ale cantităţii vor fi surprinse în egală măsură şi la nivelul categoremelor, în calitatea lor de constituenţi semiotici obţinuţi prin aplicarea regulilor de formare cu care sînt înzestrate limbajele ***L*** şi ***ML***.

Caracterizarea detaliată a operatorilor (respectiv a operaţiilor), ca şi a rezultatelor acestora, explicitarea terminologiei şi desluşirea „amprentelor" pe care le lasă categoria cantităţii în contextul formalismelor logice se vor face progresiv, o dată cu parcurgerea rubricilor din tabelul sinoptic.

se regăsesc două sorturi de termeni individuali simpli: parametrici, respectiv variabili [6]. Toate aceste expresii denotă prin convenție indivizi arbitrari; însă, în timp ce termenii parametrici invocați se referă la indivizi considerați cunoscuți, termenii variabili cu care se corelează trimit la indivizi cu totul necunoscuți.

Observație. Pentru a evita formulările rebarbative, în locul termenilor parametrici „a_0", „a_1" și „a_2" vom folosi uneori expresiile coreferente „a", „b" și „c". De asemenea, în unele cazuri, termenii variabili „x_0", „x_1" și „x_2" vor lăsa locul grafemelor „x", „y" și „z".

Reprezentarea în *L* a indivizilor se poate realiza și prin antrenarea unor termeni individuali complecși. Acești termeni se obțin prin concatenarea unor operatori *stricto sensu* *n* - ari cu *n* termeni individuali. Deocamdată vom lua în considerare o singură specie de operatori *stricto sensu* – „simbolurile funcționale parametrice" –, care denotă funcții (considerate cunoscute) de individ, adică, operații care sînt definite și iau valori pe mulțimea indivizilor. Operatorii caracterizați mai sus se distribuie în familia de șiruri numărabile („f_i^1")$_{i \in \mathbf{N}}$, („f_i^2")$_{i \in \mathbf{N}}$, („f_i^3")$_{i \in \mathbf{N}}$, ..., cu precizarea că exponenții expresiilor ce intră în alcătuirea lor au rolul de a indica adicitatea, adică numărul argumentelor reclamate.

Observație. Uneori, în loc de „f_0^i", „f_1^i" și „f_2^i" vom scrie „f^i", „g^i", respectiv „h^i", oricare ar fi *i* din **N**.

Termenii individuali sînt fie deschiși, fie închiși, după cum au sau nu cel puțin o componentă variabilă. Spre exemplu, „x", „f^1 (y)" și „g^2 (h^1 (a), z)" sînt termeni deschiși, iar „b", „g^1 (c)" și „h^3 (a, b, f^1 (a))", termeni închiși.

Pentru a determina o anume economie operatorie, vom suspenda în unele situații calificarea termenilor individuali sub raportul complexității și sub cel al modului în care își indică referința. Vom utiliza, astfel, la un nivel mai înalt de abstractizare termenii individuali care alcătuiesc șirul („α_i")$_{i \in \mathbf{N}}$, în raport cu care termenii introduși anterior, precum: „x", „b", „f^2 (c, h^1 (a))" și „f^2 (x, c)" sînt exemple (sau exemplare) obținute prin operația de specializare [7].

Observație. Urmînd algoritmul folosit în observațiile precedente, propunem ca „alternative" pentru termenii abstracți „α_0", „α_1" și „α_2" expresiile coreferente „α", „β" și „γ".

Vom discrimina, în cele ce urmează, în vocabularul lui *L*, o familie de șiruri numărabile – („P_i^1")$_{i \in \mathbf{N}}$, („P_i^2")$_{i \in \mathbf{N}}$, („P_i^3")$_{i \in \mathbf{N}}$, ... –, care reunește semne din categoria predicatorilor, mai precis, predicatori parametrici de ordinul întîi [8]. Aceste expresii desemnează predicate *n* - adice (de ordinul întîi), adică operații *n* - adice care, aplicate la *n* indivizi, generează propoziții.

Observație. Acolo unde va fi cazul, locul expresiilor „P_0^i", „P_1^i" și „P_2^i" – oricare ar fi *i* din **N** – va fi preluat de sincategoremele „P^i", „Q^i" și „R^i".

Într-o perspectivă sintactică, concatenarea oricărui predicator *n* -ar cu *n* termeni individuali are drept rezultat o formulă, altfel spus, un enunț. Luînd drept cri-

---

[6] În cuprinsul lucrării vom folosi cu același „efect referențial" expresiile „termen parametric" și „parametru de termen", respectiv „termen variabil" și „variabilă de termen". Pendularea între forma substantivală și forma adjectivală (parametru – parametric; variabila – variabil (-ă)) o să apară deseori în cele ce urmează.

[7] E. Bergmann și Helga Noll, *Mathematische Logik mit Informatik - Anwendungen*, Springer - Verlag, Berlin Heidelberg, 1977, pp. 45-7.

[8] Revenind asupra unei precizări, vom spune că în logica de ordinul întîi nu apar predicatori variabili.

1. REFLEXE ALE CANTITĂȚII ÎN ORIZONTUL CONECTORILOR

Prima categorie de operatori pe care o supunem analizei sub raportul disponibilității de a reprezenta aspecte cantitative – conectorii – conține semne ale unor operații – conectivele [1] – ce își „recrutează" argumentele și iau valori în mulțimea tuturor propozițiilor.

1.1. CUANTORII, CA MĂRCI INDUBITABILE ALE CANTITĂȚII

Se admite, îndeobște, că manifestările exemplare ale cantității sînt de reperat în clasa cuantorilor. Pe parcursul acestei încercări, respectivii operatori vor fi tratați sistematic drept conectori, adică drept operatori care prin asociere cu cîte un enunț conduc la obținerea unor enunțuri.

1.1.1. CUANTORII DE INDIVID CLASICI. Vom urmări, pentru început, felul în care contribuie cuantorii la manipularea notelor cantitative în logica tradițională, de ordinul întîi [2]. Înainte de a enumera expresiile din *L* care întruchipează această „secțiune de aur" a logicii, ne permitem să atragem atenția asupra unor aspecte de ordin notațional. Nu toți logicienii folosesc reprezentări distincte pentru semne și pentru semnificațiile lor, pe considerentul că supoziția sub care apar semnele (materială, dacă semnele stau pentru ele însele, respectiv formală, dacă semnele stau pentru semnificațiile lor) este dezvăluită de context [3]. În ce ne privește, socotim că fenomenul de omonimie semnalat este pernicios și, ca atare, trebuie eradicat. De aceea, stabilim, prin convenție, că orice expresie din *L* încadrată de grafemul „..." este menționată, adică apare în supoziție materială; altminteri, se va considera că ea este utilizată, *id est*, că apare în supoziție formală [4].

Dacă „i" desemnează un număr oarecare, iar „N" și „∈", mulțimea numerelor naturale, respectiv operația de afirmare (instituire) a relației de apartenență, atunci $(„a_i")_{i \in N}$ și $(„x_i")_{i \in N}$ se constituie ca două șiruri numărabile [5] în care

---

[1] În literatura logică, distincția *operație* (aplicație) – *operator* (semnul aplicației) nu este întotdeauna evidențiată. S-a putut formula, astfel, ideea că junctorii (în alte variante: conectorii, functorii, conectivele) sînt operații care acționează asupra unor enunțuri și iau valori în aceeași mulțime a enunțurilor. Cf., de exemplu, E. Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Company, New York, 1964, pp. 12 sqq. Însă, într-o atare accepțiune, conectorii nu ar fi utilizați în limbajul - obiect, ci în metalimbajul acestuia. Profitînd de bogăția de sinonime, folosim expresia „conectivă" pentru a invoca operații ce acționează asupra denotatelor de enunțuri și expresia „conector", pentru a ne referi la semnele acestor operații.

[2] Delimitarea logicii de ordinul întîi presupune utilizarea unor concepte încă nedefinite. Reținem deocamdată că, în logica de ordinul întîi, predicatele se aplică exclusiv la indivizi, iar propozițiile pot fi cuantificate doar prin intermediul cuantificărilor de individ. Cf. Gheorghe Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 189. Această caracterizare se va lămuri pe parcurs.

[3] Cu privire la problema supozițiilor în contextul logicii recomandăm: William of Sherwood, *Introductiones in logicam / Einführung in die Logik*, Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1995, pp. 133 sqq.; A. Czech, *Grundkurs der Logik*, 2. Aufl., Bouvier Verlag, 1977, Bonn, p. 44.

[4] Cf. P. Hinst, *Logische Propädeutik. Eine Einführung in die deduktive Methode und logische Sprachenanalyse*, Wilhelm Fink Verlag, München, 1974, pp. 9-13.

[5] Un șir este numărabil, numai dacă este finit, sau stă într-o corespondență biunivocă cu N. Cf. G. Hunter, *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1973, p. 18.

teriu de clasificare prezența *vs.* absența unei componente variabile, formulele sînt (prin analogie cu termenii) fie deschise, fie închise. Astfel, formulele de genul „P^1 (x)" și „R^2 (y, b)" sînt deschise, iar cele de felul „P^1 (a)" și „Q^2 (f^1 (b), c)", închise. Cît privește formulele deschise, se va adopta lectura *„formula ... este deschisă în ..."*; *e. g.* *„formula* «P^3 (f^2 (x, a), x, c)» *este deschisă în x"*. Mai mult, se poate menționa că, în formula dată, variabila „x" are două intrări (sau apariții) [9].

Constatarea că denotatele formulelor deschise sînt propoziții deschise, iar denotatele formulelor închise, propoziții închise capătă, inevitabil, caracterul unui truism.

Nu întotdeauna se impune redarea analitică a propozițiilor și a formulelor simple. În conformitate cu principiul parcimoniei, formulele simple admit o rescriere abreviată (sintetică) sub forma enunțurilor simple parametrice din șirul („A_i")$_{i \in N}$, dacă formulele sînt închise, respectiv a enunțurilor simple variabile din șirul („p_i")$_{i \in N}$, dacă formulele sînt deschise. Ambele tipuri de formule sintetice denotă propoziții simple (cunoscute prin ipoteză, în primul caz; complet necunoscute, în cel de-al doilea) [10].

Observație. Propunem pentru formulele elementare „A_0", „A_1" și „A_2", respectiv „p_0", „p_1" și „p_2" substitutele „A", „B" și „C", respectiv „p", „q" și „r".

Sub incidența aceluiași principiu al parcimoniei, vom utiliza componentele șirului de formule abstracte („φ_i")$_{i \in N}$, față de care enunțurile din *L* deja menționate (fie simple, fie compuse; fie deschise, fie închise) sînt considerate exemple.

Observație. În loc de „φ_0", „φ_1" și „φ_2" se va scrie uneori „φ", „ψ", respectiv „ϕ".

Asumînd cadrul unei logici bivalente, aducem în atenție termenii abstracți „1" și „0", în calitate de constante primitive (desemnînd adevărul și falsul), precum și subnectorul constant „v_2" – abreviere a sincategoremei naturale *„valoarea alethică bivalentă a (propoziției) ..."* –, ce denumește o operație monadică definită pe mulțimea propozițiilor și cu valori în clasa {0, 1}. Este de notat faptul că adevărul, falsul și funcția de evaluare v_2 sînt obiecte desemnate în fragmentul formalizat al metalimbajului *ML*, în măsura în care intră în orizontul logicii de ordinul doi.

Notă. Evaluarea propozițiilor, respectiv a enunțurilor se exprimă în modalități greu de armonizat. Astfel, potrivit concepției fregeene, adevărul și falsul sînt obiectele la care se referă în moduri (sau sensuri) diferite enunțurile (judecățile, sau propozițiile); de aceea, a spune că enunțul „A" este adevărat revine la a stabili o relație de identitate între semnele „A" și „1". Într-o altă manieră, valorile alethice sînt alocate tot enunțurilor (ca obiecte lingvistice), dar în metalimbaj, prin intermediul unei funcții de evaluare. Un mod ingenios de evaluare presupune utilizarea unor constante enunțiative (sau, într-o altă variantă, conectori medadici constanți) care să desemneze tautologia (propoziția totdeauna adevărată), respectiv contradicția (adică propoziția totdeauna falsă). Stabilind echivalența unei propoziții cu tautologia, spre exemplu, se susține, în limbajul obiect, că această propoziție este adevărată. În ce ne privește, am optat pentru o modalitate de evaluare (deocamdată, bivalentă) în fragmentul formalizat al metalimbajului *ML*, făcînd apel la funcția de evaluare v_2.

---

[9] Termenii „intrare" și „apariție" au rolul de a prelua referința termenului *„occurence"*, din limba engleză.

[10] Arareori se face o distincție clară între enunțurile parametrice și enunțurile variabile. De obicei, se folosește în mod generic expresia „variabilă propozițională". Dintre „contraexemple", amintim: H. J. Sandkühler (ed.), *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*, Band 3, Felix Meiner Verlag, 1990, p. 81.

Construirea formulelor şi a propoziţiilor compuse reclamă utilizarea anumitor conectori. Dintre aceştia, vom reţine deocamdată conectorii constanţi „~", „→", „∧", „∨" şi „↔" – ca prescurtări ale operatorilor naturali „*nu (se întîmplă / este cazul că) ...*", „*dacă ..., (atunci) ...*", „*... şi / dar / iar / însă ...*", „*... sau / ori ...*", respectiv „*... dacă şi numai dacă ...*" –, cu ajutorul cărora invocăm o conectivă monadică: negarea (*id est* infirmarea), o conectivă diadică: implicarea, respectiv trei conective poliadice: conjugarea, adjungerea şi echivalarea.

Aceste operaţii sînt definibile complet sub raport verifuncţional, astfel încît valorile de adevăr ale propoziţiilor obţinute prin aplicarea lor se pot determina pe baza valorilor alethice ale argumentelor. Aşa cum se poate lesne constata, urmărind diagramele (3°) – (5°), notaţia prin care sînt înfăţişate definiţiile verifuncţionale ale conectivelor diferă întrucîtva de cea curentă, în măsura în care reprezintă explicit modalitatea de evaluare aleasă. Am preferat, apoi, să definim conjugarea, adjungerea şi echivalarea ca operaţii poliadice, iar nu strict diadice.

Un rol operatoriu deloc neglijabil revine constantei primitive „=". Coreferentă cu sintagma „*... este identic (- ă) cu ...*" din limba română, această expresie stă pentru operaţia poliadică de identificare. Prin acest act al intelectului se constată sau se instituie relaţia de identitate între două sau mai multe obiecte, *id*

v_2 (φ)	v_2 (~ φ)
1	0
0	1

v_2 (φ)	v_2 (ψ)	v_2 (φ → ψ)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

3° - 4°. Definiţiile verifuncţionale ale operaţiilor de negare (D1) şi de implicare (D2)

est, se afirmă că două sau mai multe obiecte sînt intersubstituibile *salva veritate* în cadrul unei clase de propoziţii [11]. În mod cert, identificarea are argumente similare şi ia valori exclusiv în mulţimea propoziţiilor. Însă, dat fiind faptul că dobîndeşte statutul de supraoperaţie, identificarea se poate aplica atît la *n* categoreme cît şi la *n* sincategoreme, precum şi la semnificaţiile acestora [12].

v_2 ($φ_0$)	...	v_2 ($φ_i$)	v_2 ($φ_0$ ∧ ... ∧ $φ_i$)	v_2 ($φ_0$ ∨ ... ∨ $φ_i$)	v_2 ($φ_0$ ↔ ... ↔ $φ_i$)
1	...	1	1	1	1
1	...	0	0	1	0
...	...	...	...	...	...
0	...	1	0	1	0
0	...	0	0	0	1

5°. Definiţiile verifuncţionale ale operaţiilor de conjugare (D3), de adjungere (D4) şi de echivalare (D5)

[11] Herbert H. Knecht, *La logique chez Leibniz*, L'Age d'Homme, Lausanne, 1981, p. 199; G. Frege, *Schriften zur Logik*, aus dem Nachlass, mit einer Einleitung von L. Kreiser, Akademie Verlag, Berlin, 1973, p. 100; Richard C. Jeffrey, *Formal Logic: Its Scope and Limits*, Mc Graw-Hill, New York, 1967, p. 174.

[12] Considerăm oţioasă controversa privind natura argumentelor asupra cărora poate acţiona operaţia de identificare: numai semne ? numai denotate de semne ? Considerată în sens larg, identitatea poate lega atît semne (şi atunci vorbim, în sens strict, de coreferenţă) cît şi denotate de semne.

„pentru cel puțin un (substituent al individului) x_0, ...", *„există cel puțin un (substituent al individului)* x_1, *astfel încît* ..." / *„pentru cel puțin un (substituent al individului)* x_1, ..." etc., respectiv de cuantorii formalizați „$(\forall x_0)$", „$(\forall x_1)$" ș. a. *versus* „$(\exists x_0)$", „$(\exists x_1)$" etc.

Observație. În cele ce urmează, cuantorii formalizați (nu numai cei care au fost menționați în rîndurile de mai sus) vor fi redenumiți în conformitate cu celelalte convenții notaționale asumate.

Trei lămuriri se impun aici. Mai întîi, prezența insolită în limba română a expresiilor ce compun șirul („x_i")$_{i \in N}$ poate fi evitată, dacă se utilizează, în schimb, „indicatorii individuali" proprii acestei limbi (*exempli gratia*, *„individul cutare"*, *„acest individ"*, *„cineva"* etc.) [15]. Însă, „îmbogățirea" temporară a limbii române cu respectivii termeni variabili din limbajul *L* constituie o licență benignă; în plus, ea permite o mai bună pliere a enunțurilor naturale pe structura gramaticală a limbajului *L*. În al doilea rînd, parantezele explicative (în fond, facultative), ce intră în componența cuantorilor de individ din limba română readuc în atenție cadrul terminologic fixat la începutul demersului nostru. Ele precizează faptul că operațiile de cuantificare se efectuează în spațiul denotatelor și nu în cel al semnelor. De pildă, *„pentru orice x, ..."* / „$(\forall x)$" nu prescurtează sintagma *„pentru orice semnificație a variabilei «x», ..."*, ci secvența *„pentru fiecare substituent al individului x, ..."* [16]. În sfîrșit, dorim să subliniem faptul că punctul de vedere asumat în raport cu problema cuantificării presupune tratarea cuantorilor ca semne complexe. Astfel, respectivele expresii se dovedesc a fi rezultate ale concatenării unor „determinanți cantitativi" – în cazul de față, fie *„pentru orice ..., ..."*, fie *„pentru cel puțin un ..., ..."* – cu termeni variabili, în speță, cu termeni individuali variabili. Prin urmare, fiecare cuantor poate fi calificat deopotrivă cu privire la determinantul cantitativ, respectiv în funcție de termenul variabil care intră în alcătuirea lui. Aceste considerații îndreptățesc afirmația după care cuantorii clasici sînt cuantori de individ (în măsura în care una dintre componentele lor este un termen individual): universali, respectiv existențiali (potrivit determinanților cantitativi ce se asociază cu termenii individuali).

Notă istorică. Se acceptă îndeobște că bazele teoriei cuantificării au apărut în mod independent la sfîrșitul secolului al XIX-lea atît în Europa cît și în America [17]. Cele mai notabile contribuții în acest sens sînt datorate „europenilor" Gottlob Frege (1879) și Giuseppe Peano (1889), respectiv „americanilor" O. H. Mitchell (1883) și Charles Sanders Peirce (1885) [18]. Astfel, Gottlob Frege introduce printr-o notație insolită – „scrierea ideografică" – conceptul de cuantifi-

---

[15] Cu privire la problema indicatorilor, recomandăm: Franz von Kutschera și A. Breitkopf, *Einführung in die moderne Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1971, pp. 17-8; H. Seifert, *Einführung in die Wissenschaftstheorie*, I, Verlag C. H. Beck, München, 1991, pp. 46-7; Eike von Savigny, *Grundkurs im Wissenschaftlichen Definieren*, Deutscher Taschenbuch Verlag, München, 1970, p. 35.

[16] Dispunerea cuantificărilor la nivelul semnelor (în speță, la nivelul termenilor individuali variabili), iar nu la cel al denotatelor de semne (în speță, cu referire la indivizi) este aproape general admisă. Cf., de pildă, A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press, Oxford, 1956, pp. 1-2. Însă, consecvenți punctului de vedere adoptat, ne menținem în limitele limbajului - obiect, corelînd operațiile clasice de cuantificare cu propoziții și indivizi, nu cu enunțuri / formule și termeni individuali variabili.

[17] A. Grzegorczyk, *Schiță istorică*, în: *Materialismul dialectic și științele moderne*, XI: „Logică și filozofie. Orientări în logica modernă și fundamentele matematicii", Editura Politică, București, 1966, pp. 10-2.

[18] J. M. Bochenski, *Formale Logik*, 4. Aufl., Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1978, pp. 402-5.

Negația operației de identificare – $\neq$ – ne va îngădui să stabilim relația de diversitate (sau de nonidentitate) între două sau mai multe obiecte, indiferent care ar fi tipul acestora.

Inventarierea situațiilor în care se manifestă operațiile de cuantificare presupune adoptarea unei notații capabile să reflecte aspectele de ordin substituțional.

Dacă „φ" reprezintă o propoziție, atunci „φ [β / α]" reprezintă propoziția care rezultă din φ, înlocuind peste tot individul α din structura acesteia cu individul β. Spre exemplu, aplicînd propoziției (închise) P^2 (b, f^2 (a, b)) substituția [x / b], se obține propoziția (deschisă) P^2 (x, f^2 (a, x)) [13].

Dacă α nu apare în φ, atunci propozițiile φ și φ [β / α] sînt identice; *exempli gratia*, dacă se asociază propoziției P^1 (y) substituția [a / z], se poate deriva, evident, doar P^1 (y).

Substituțiile se efectuează în egală măsură atît în planul expresiilor cît și în cel al denotatelor acestora. Este de reținut, în plus, că în fragmentul necuantificat al logicii de ordinul întîi ele nu stau sub incidența vreunei clauze restrictive.

Deoarece redarea însemnelor cantitative la nivel formal va fi însoțită de ilustrări „materiale" din limba română, vom face apel la operatorul *stricto sensu* constant „*f*", care stă pentru operația monadică de formalizare, *id est*, pentru operația de ordin metalogic care acționează asupra cîte unei expresii din limba română și care ia valori în vocabularul limbajului formalizat *L* [14]. *Exempli causa* : una dintre formalizările enunțului „*Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin*", din limba română, se regăsește în desfășurarea matriceală (6°).

f („*Vasile*")	„a"
f („*Marin*")	„b"
f („*fiul lui...*")	„g^1"
f („*... este ziarist*")	„P^1"
f („*... este politician*")	„Q^1"
f („*... îl critică pe ...*")	„R^2"
f („*Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin*")	„P^1 (g^1 (a)) $\wedge$ Q^1 (b) $\rightarrow$ $\rightarrow$ R^2 (g^1 (a), b)"

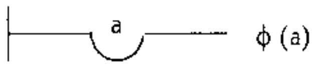
6°. O matrice de formalizare a enunțului „Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin"

Manipularea cantității în logica de ordinul întîi a fost asociată multă vreme cu două familii de conective monadice, în care se regăsesc *CUANTIFICĂRI DE INDIVID UNIVERSALE* și *CUANTIFICĂRI DE INDIVID EXISTENȚIALE*. Aceste operații sînt reflectate în limba română și în *L* de cuantorii naturali „*pentru fiecare (substituent al individului)* x_0, ...", „*pentru fiecare (substituent al individului)* x_1, ..." ș.a. *versus* „*există cel puțin un (substituent al individului)* x_0, *astfel încît* ..." /

[13] Notația și terminologia au fost preluate (cu unele modificări) din: G. Sundholm, *Systems of Deduction*, în: D. Gabbay și F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, pp. 133-88.

[14] Remarcăm faptul că operația de formalizare se efectuează în *ML*.

care (de individ) universală pentru a construi aserţiuni precum aceea că valoarea unei „funcţii propoziţionale" este adevărul, oricare ar fi individul din univers luat în considerare ca argument al respectivei funcţii [19]. Spre exemplu, dacă (de această dată) „ϕ" stă pentru o funcţie propoziţională, iar „a", pentru un individ necunoscut, atunci schema (7°) se constituie în judecata universală cum că ϕ are drept valoare alethică adevărul pentru orice argument (individual) din universul de discurs.



7°. Propoziţia formală (∀a) ϕ (a), în notaţia fregeană

Într-o notaţie radical diferită, Giuseppe Peano a căutat să exprime aserţiuni de felul aceleia că între două propoziţii – a şi b – care conţin obiectele nedeterminate x, y, ... subzistă o condiţionare (suficient - necesară), oricare ar fi respectivele obiecte: $a \rightarrow_{x,\, y, \ldots} b$ [cf. 18: 402-5].

Lui O. H. Mitchell îi datorăm reprezentarea propoziţiilor universale, respectiv particulare cu ajutorul a doi indici – „l" şi „u". Astfel, dacă „F" este o formulă predicaţională (fie simplă, fie compusă), atunci „F1" şi „Fu" exprimă gîndul că propoziţia F este general-valabilă, respectiv ideea că propoziţia F este valabilă în cazul cîtorva indivizi din universul de discurs [cf. 18: 402-5].

Recunoscînd meritul lui Mitchell în ce priveşte promovarea indicilor în algebra logicii, Charles Sanders Peirce a propus, la rîndul lui, o variantă deosebit de rafinată de calcul predicaţional [20]. Dintre contribuţiile remarcabile pe care Ch. S. Peirce le-a adus la constituirea teoriei moderne a predicatelor ar fi de amintit: ☞ (1) introducerea conceptului de cuantor; ☞ (2) avansarea unei notaţii riguroase pentru formulele cuantificate (ar fi de notat aici faptul că expresiile „Π" şi „Σ", propuse de Peirce au fost promovate cu consecvenţă de Jan Łukasiewicz ca şi de continuatorii acestuia); ☞ (3) punerea în analogie a cuantificării de universalitate, respectiv a cuantificării de particularitate cu „produsul logic", adică cu conjugarea *vs.* cu „suma logică", *id est* cu adjungerea; ☞ (4) interpretarea operaţiilor de cuantificare „în cheie" substituţională; ☞ (5) asocierea formulelor eterogen cuantificate cu reguli restrictive de permutare a cuantorilor.

Dincolo de unele imprecizii terminologice sau de caracterul oarecum rebarbativ al unor componente de ordin notaţional, aceşti „pionieri" ai teoriei moderne a predicatelor au meritul indiscutabil de a fi transpus logica într-o paradigmă deosebit de fecundă. De altminteri, panorama sincronică a respectivei paradigme, asupra căreia vom stărui în cele urmează conţine (cu unele modificări terminologice sau notaţionale) toate elementele de bază ale calculelor invocate mai sus.

Explicitarea cuantorilor de individ din logica de ordinul întîi precum şi a conectivelor pe care aceşti cuantori le desemnează poate fi realizată atît la nivel sintactic, cît şi la nivel semantic. Fie „(Qx_i)", un cuantor schematic, faţă de care cuantorii de individ din *L*, se manifestă ca exemplare. Orice secvenţă obţinută

---

[19] Gottlob Frege, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Verlag von Louis Nebert, Halle, 1879.

[20] Ch. Hartshorne şi P. Weiss (eds.), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III: „Exact Logic" şi IV: „The Simplest Mathematics", The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Massachussets, 1933, (îndeosebi) pp. 212; 228-9; 317.

prin specializarea schemei „$(Qx_i)\ \varphi$" este formulă în *L*, dacă şi numai dacă orice specimen al termenului individual schematic „x_i" fie nu apare, fie are doar intrări libere în formulele care specifică schema „φ". Spre exemplu, secvenţele „$(\forall x)\ (P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b))$" şi „$(\exists y)\ (P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b))$" sînt formule din limbajul *L*, întrucît în enunţul variabil „$P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b)$" nu apare „x", respectiv „y" are doar intrări libere.

Dacă se acceptă faptul că formula „$(Qx_i)\ \varphi$" este alcătuită din prefixul „(Qx_i)" şi matricea „φ" – domeniul de acţiune (sau cîmpul) ce corespunde cuantorului (schematic) „(Qx_i)"[21] –, atunci „x_i" are doar intrări libere în „φ", dacă şi numai dacă nu stă sub incidenţa unui cuantor în nici o parte a acesteia[22].

Ar fi de remarcat, apoi, că în formula - exemplu „$(\exists y)\ (P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b))$", care reprezintă rezultatul unei cuantificări de individ existenţiale, termenul variabil „y" are numai intrări legate (altfel spus: controlate); cu alte cuvinte, orice apariţie în formulă a variabilei „y" este legată de cuantorul existenţial „$(\exists y)$". În plus, formula „$(\exists y)\ (P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b))$" poate fi socotită drept închiderea existenţială în „y" a formulei „$P^1\ (y) \vee R^2\ (y,\ b)$" [21b: 1-12].

În ce priveşte regulile de (bună) formare ce guvernează formulele predicaţionale, mai este de semnalat o problemă. Astfel, s-a pus întrebarea dacă trebuie tratate drept formule (bine formate) acele secvenţele predicaţionale în care termenii individuali variabili au atît intrări libere cît şi intrări controlate; *exempli gratia*: „$(\forall x)\ P^1\ (x) \leftrightarrow Q^1\ (x)$". Unii logicieni, printre care şi P. S. Novikov[23], au dat un răspuns negativ. În ce ne priveşte, împărtăşim teza opusă (mai „liberală"), care confirmă respectivelor secvenţe statutul de formulă. Dacă se iau măsurile de precauţie corespunzătoare în contextul aplicării operaţiilor de substituire şi de cuantificare, această „relaxare" a regulilor de formare a enunţurilor din *L* nu conduce la nici un impas. Fireşte, vor fi „excomunicate" din mulţimea formulelor secvenţele care conţin un termen individual variabil ce stă mai mult decît o dată sub incidenţa vreunui cuantor. De exemplu, formula „$(\forall x)\ P^1\ (x) \leftrightarrow Q^1\ (x)$" nu poate fi închisă în „x", deoarece, astfel, s-ar produce aşa-numitul fenomen de „coliziune"[24]. În secvenţele „$(\forall x)\ ((\forall x)\ P^1\ (x) \leftrightarrow Q^1\ (x))$" şi „$(\exists x)\ ((\forall x)\ P^1\ (x) \leftrightarrow Q^1\ (x))$" variabila „x" are cîte o intrare dublu controlată.

Terminologia adoptată va fi folosită, *mutatis mutandis*, în plan semantic, pentru a urmări operaţiile de cuantificare în raport cu argumentele acestora, *id est* în corelaţie cu propoziţiile (ca obiecte desemnate de formule). Desluşirea modalităţilor de acţiune ale acestor conective se va face parcurgînd şi într-un sens şi în celălalt traiectul *generalizare – instanţiere*. Exemplificările în limbajul *L* vor fi coroborate cu ilustrări din limba română.

---

[21] Călin Candiescu, *O sistematizare informală în calculul cu predicate de ordinul I*, in: *Probleme de logică*, VIII, Editura Academiei, Bucureşti, 1981, p. 91; Willard van Orman Quine, *On the Logic of Quantification*, in: „Journal of Symbolic Logic", 10, 1945, pp. 1-12.

[22] În literatura logică sînt consemnate două variante de calificare a variabilelor dintr-o formulă; în acest sens, se poate spune cu privire la o variabilă că este liberă (reală) sau că are intrări (apariţii, sau ocurenţe) libere, respectiv că este legată (aparentă) sau că are intrări legate (controlate). Într-o terminologie mai aparte, apare şi varianta „variabilă capturată" (*variable capture*). Cf. H. G. Bohnert, *Logic: Its Use and Basis*, University Press of America, Washington D. C., 1975, p. 127. Am preferat să reţinem în economia acestei lucrări varianta în care calificativele „liberă", respectiv „legată" se atribuie intrărilor unei variabile, iar nu variabilei înseşi.

[23] *Elemente de logică matematică*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1966, pp. 178-9.

[24] Acest impas este numit, în general, „coliziune de variabile" [23; 182]. Însă, la drept vorbind, nu variabilele intră în coliziune, ci cuantorii.

1. Dacă în φ nu intră x_i, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ constituie în mod necesar o generalizare universală a lui φ cu privire la α.

1.1. Dacă în φ nu apare α, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ este o generalizare universală nulă [25] pentru φ. În acest caz, între $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ şi φ subzistă relaţia de identitate. Spre exemplu, generalizînd universal afirmaţia că *Socrate este filosof* şi propoziţia P^1 (b) cu privire la individul *Platon*, respectiv cu privire la individul *c*, prin intermediul operaţiilor desemnate de cuantorii *„pentru fiecare x, ...“* şi „$(\forall x)$“ se obţin două propoziţii: *pentru fiecare x, Socrate este filosof*, respectiv $(\forall x)\ P^1$ (b), ce se identifică cu propoziţiile date.

1.2. Dacă α are cel puţin o intrare în φ, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ constituie o generalizare universală relevantă pentru φ, astfel încît $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha] \neq \varphi$. Oprindu-ne la exemplele de mai sus, vom observa că propoziţiile exprimate de enunţurile *„Pentru fiecare x, x este filosof“* şi „$(\forall x)\ P^1$ (x)“ constituie o generalizare universală a propoziţiei că *Socrate este filosof*, cu privire la individul *Socrate*, respectiv o generalizare universală a propoziţiei P^1 (b), în raport cu individul *b*. De data aceasta, propoziţiile date şi generalizările lor universale nu mai sînt identice.

Să mai consemnăm aici un aspect, pe baza exemplului oferit de formula P^1 (b). Se poate constata că generalizarea universală a respectivei propoziţii formale relativă la individul *b* se obţine în două etape. Mai, întîi, s-a aplicat o deschidere în *b*, prin aplicarea substituţiei [x / b]. Apoi, noua propoziţie – P^1 (x) – a fost închisă universal în *x*, cu ajutorul conectivei $(\forall x)$. Astfel, generalizarea universală a propoziţiei P^1 (b) cu privire la individul *b*, adică $(\forall x)\ P^1$ (x), sintetizează două operaţii succesive: de deschidere şi de închidere.

Însă, nu orice generalizare universală relevantă se prezintă sub forma tandemului *deschidere – închidere*. Generalizarea (universală) a propoziţiilor deschise (*exempli gratia*, P^1 (x)) presupune aplicarea operaţiilor de substituire şi de închidere, dar substituirea nu echivalează în aceste cazuri cu o deschidere. Astfel, din P^1 (x) se obţine P^1 (y) şi, apoi, $(\forall y)\ P^1$ (y); este admisă şi varianta limită: aplicarea substituţiei nule [x / x] şi închiderea prin $(\forall x)$.

2. Dacă x_i are în φ doar intrări libere, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ nu constituie automat o generalizare universală a lui φ relativ la α.

2.1. Dacă individul α nu apare în φ, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ este chiar închiderea universală în x_i a schemei propoziţionale φ. Spre exemplu, în urma generalizării propoziţiei că *Vasile îl critică pe x sau x nu este politician* şi a propoziţiei R^2 (x, f^1 (b)) cu privire la indivizii *Marin*, respectiv *c*, aplicînd operaţiile denumite de cuantorii *„pentru fiecare x, ...“* şi „$(\forall x)$“, se obţin propoziţiile închise în *x*: *pentru fiecare x, Vasile îl critică pe x sau x nu este politician*, respectiv $(\forall x)\ R^2$ (x, f^1 (b)).

2.2. Dacă α şi x_i au cel puţin cîte o intrare liberă în φ şi nici o intrare controlată, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ este mai mult decît închiderea universală în x_i a lui φ, dar nu se constituie ca o generalizare universală a lui φ relativ la α; de exemplu, generalizarea universală relativă la y a propoziţiei R^1 (x) $\wedge$ P^2 (y, a) din *L*, prin intermediul operaţiei $(\forall x)$ conduce la propoziţia $(\forall x)$ (R^1 (x) $\wedge$ P^2 (x, a)).

3. Dacă x_i are în φ atît intrări libere cît şi intrări controlate, sau numai intrări controlate, atunci $(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ nu numai că nu este o generalizare (uni-

[25] D. R. Dowty, R. E. Wall şi S. Peters, *Introduction to Montague Semantics*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1981, p. 57.

versală) a lui φ cu privire la α, dar nu este nici măcar o propoziție. Dat fiind faptul că se înregistrează fenomenul de coliziune, nici o specializare a secvenței „$(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$" nu este formulă.

În contextul generalizării, cuantificările de individ universale admit o definire verifuncțională parțială, rezumată în figura logică (8°). Este de remarcat faptul că respectiva matrice lasă un spațiu de joc nedeterminat, în sensul că numai de la falsitatea unei propoziții se poate conchide cu privire la valoarea uneia dintre generalizările universale ale respectivei propoziții.

Operația inversă generalizării, adică instanțierea, ne conduce de la o propoziție universală – $(\forall x_i)\ \varphi$ – la una din instanțele sale substitutive, $\varphi\ [\alpha / x_i]$).

1. Dacă $(\forall x_i)\ \varphi$ este rezultatul unei generalizări nule, *id est*, dacă în φ nu apare x_i, atunci: $(\forall x_i)\ \varphi\ =\ \varphi\ [\alpha / x_i]$. Ilustrarea acestui caz cu exemple din *L* și din limba română este foarte la îndemînă, așa că nu vom insista asupra ei.

2. Dacă x_i are cel puțin o intrare liberă în φ (și nici o intrare controlată), atunci, în mod necesar, $(\forall x_i)\ \varphi \rightarrow \varphi\ [\alpha / x_i]$. *Exempli gratia*: din afirmația că *toți ziariștii îl critică pe Victor / pentru orice x, dacă x este ziarist, atunci x îl critică pe Victor* și din propoziția formală $(\forall x)\ P^2\ (x,\ c)$ se pot obține, prin efectuarea operației de instanțiere, afirmația că *Vasile îl critică pe Victor, dacă Vasile este ziarist*, respectiv $P^2\ (a,\ c)$.

Afirmațiile de mai sus îndreptățesc identificarea unei propoziții universale cu rezultatul conjugării tuturor instanțelor sale substitutive.

$$\text{(D6.2)}\quad (\forall x_i)\ \varphi\ =\ \varphi\ [\alpha_0 / x_i]\ \wedge\ \varphi\ [\alpha_1 / x_i]\ \wedge \ldots$$

Considerațiile definitorii cu privire la cuantificările de individ universale pot fi completate în contextul supraoperației de instanțiere cu tabelul de adevăr (9°), care „înfășoară" două aserțiuni: ☞ (1) dacă valoarea unei propoziții universale este identică cu adevărul, atunci oricare din instanțele sale substitutive are drept valoare alethică adevărul; ☞ (2) dacă o propoziție universală este falsă, o instanță substitutivă a acesteia (instanță arbitrar selectată) poate dobîndi ca valoare alethică (în egală măsură) fie adevărul, fie falsul.

$v_2\ (\varphi)$	$v_2\ ((\forall x_i)\ \varphi\ [x_i\ / \alpha])$
1	?
0	0

$v_2\ ((\forall x_i)\ \varphi)$	$v_2\ (\varphi\ [\alpha / x_i])$
1	1
0	?

8° - 9°. Matricele de adevăr ale cuantificărilor de individ universale, pe făgașul generalizării (D6.1), respectiv pe cel al instanțierii (D6.3)

Să cercetăm, acum, prin prisma operațiilor de generalizare și de instanțiere, comportamentul cuantificărilor de individ existențiale.

Dacă $\varphi\ [\alpha / x_i]$ este o propoziție oarecare, obținută prin aplicarea substituției $[\alpha / x_i]$ la φ, atunci $(\exists x_i)\ \varphi$ este o generalizare existențială a acesteia.

Fie propoziția că *Paul este econom sau darnic / Paul este econom sau Paul este darnic* și o replică a ei în *L*, $P^1\ (a)\ \vee\ Q^1\ (a)$. Din ambele propoziții pot fi derivate prin aplicarea unei cuantificări de individ existențiale cîte trei propoziții – exprimate de enunțurile „*Există cel puțin un x, astfel încît x este econom sau Paul este darnic*", „*Există cel puțin un x, astfel încît Paul este eco-*

nom sau x este darnic" și „*Există cel puțin un x, astfel încît x este econom sau x este darnic*", respectiv „$(\exists x)\,(P^1(x) \vee Q^1(a))$", „$(\exists x)\,(P^1(a) \vee Q^1(x))$" și „$(\exists x)\,(P^1(x) \vee Q^1(x))$" –, în funcție de varianta substitutivă aleasă. Spre exemplu, propoziția $P^1(a) \vee Q^1(a)$ poate fi privită drept rezultat al aplicării substituției $[a / x]$ la $P^1(x) \vee Q^1(a)$, la $P^1(a) \vee Q^1(x)$, respectiv la $P^1(x) \vee Q^1(x)$. În concluzie, nu este necesar ca generalizarea existențială a unei propoziții cu privire la un individ din componența ei să vizeze toate intrările acestuia.

O primă definiție verifuncțională a conectivelor ce exemplifică schema operațională $(\exists x_i)$ – (D7.1) – este cuprinsă în tabela de adevăr (10°) și se constituie într-o abreviere pentru conjuncția aserțiunilor (1), respectiv (2): ☞ (1) dacă o propoziție are drept valoare alethică adevărul, atunci oricare din generalizările existențiale ale acestei propoziții este adevărată; ☞ (2) constatarea că o propoziție este falsă nu este un temei suficient pentru a determina valorile de adevăr ale generalizărilor ei existențiale.

Instanțierea propozițiilor existențiale se reflectă schematic în trecerea de la $(\exists x_i)\,\varphi$ la $\varphi\,[\alpha / x_i]$. Nu vom stărui asupra caracteristicilor pe care le dobîndește instanțierea propozițiilor calchiate pe schema $(\exists x_i)\,\varphi$ în funcție de prezența, respectiv absența lui x_i în φ. Ele se determină prin analogie cu instanțierea propozițiilor universale. Reținem, în schimb, definirea propozițiilor existențiale ca valori ale adjungerii tuturor instanțelor substitutive ale acestora [26].

$$\text{(D7.2)}\quad (\exists x_i)\,\varphi \;=\; \varphi\,[\alpha_0 / x_i] \vee \varphi\,[\alpha_1 / x_i] \vee \ldots$$

În sfîrșit, explicitarea cuantificărilor existențiale poate fi completată cu definiția (D7.3), care se regăsește sub forma diagramei verifuncționale (11°) și care rezumă următoarele două afirmații: ☞ (1) dacă valoarea unei propoziții existențiale este egală cu adevărul, atunci valoarea unei instanțe arbitrare a acesteia se poate identifica, în egală măsură, fie adevărul, fie falsul; ☞ (2) dacă valoarea unei propoziții existențiale este egală cu falsul, (cu atît mai mult) valoarea oricăreia dintre instanțele acesteia se va identifica cu falsul.

$v_2\ (\varphi\,[\alpha / x_i])$	$v_2\ ((\exists x_i)\ \varphi)$
1	1
0	?

$v_2\ ((\exists x_i)\ \varphi)$	$v_2\ (\varphi\,[\alpha / x_i])$
1	?
0	0

10° – 11°. Matricele de adevăr ale cuantificărilor de individ existențiale, pe făgașul generalizării (D7.1), respectiv pe cel al instanțierii (D7.3)

Considerațiile privind cuantorii de individ clasici se cuvin completate cu prezentarea cîtorva reguli de control a operațiilor pe care le desemnează.

1.1.2. REGULI RELATIVE LA OPERAȚIILE CLASICE DE CUANTIFICARE. Modul în care a fost intitulat acest paragraf sugerează ideea că tabloul regulilor supuse atenției nu este exhaustiv. În compensație, cele mai multe dintre ele vor fi asociate cu cîte un demers de întemeiere logică. Regulile care controlează operațiile clasice de cuantificare vor fi validate în limitele unui sistem formal, mai

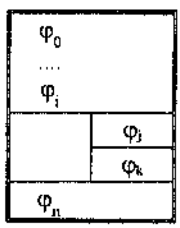
[26] Asocierea cuantificărilor universale cu conjuncții infinit numărabile, iar a cuantificărilor existențiale, cu adjuncții infinite este „clasică". Ea poate fi întîlnită și în lucrările logicienilor din Evul de mijloc sub forma „ridicărilor" *vs.* „coborîrilor" copulative, respectiv disjunctive [cf. 21a: 80].

exact, în cadrul unui sistem al deducției naturale (*SD*) [27]. Trebuie remarcat faptul că baza axiomatică aferentă sistemului *SD* conține în exclusivitate reguli primitive de transformare / inferare / derivare.

Dacă „Γ" denotă o mulțime finită de propoziții, „φ", o propoziție, iar „$\Rightarrow_{SD}$", operația de derivare (sau de consecuție logică) în *SD*, atunci „$\Gamma \Rightarrow_{SD} \varphi$" stă pentru schema generală în care se regăsesc regulile de inferare din *SD*. În raport cu φ, elementele clasei Γ se constituie ca ipoteze / premise / asumpții. Apelînd la o sinecdocă, vom folosi ca semn al operației de derivare în *SD* grafemul „⇒".

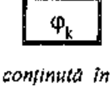
Propoziția φ este o consecință directă a mulțimii Γ, altfel spus, este imediat derivabilă din Γ, dacă poate fi obținută din Γ prin aplicarea unei reguli a sistemului. Orice derivare / demonstrație în *SD* este o secvență / succesiune / serie finită de propoziții din *L* în care fiecare propoziție este fie o ipoteză, fie o consecință directă a unor propoziții care o preced. Ultimele propoziții ale demonstrațiilor vor fi considerate propoziții derivabile în *SD*. Orice propoziție este considerată teoremă în sistemul formal *SD*, schematic: $\Rightarrow \varphi$, dacă și numai dacă este derivabilă dintr-o mulțime de premise vidă.

Pentru a reda cu parcimonie demonstrațiile în *SD* ale unor legi și reguli logice, vom supune atenției, în cele ce urmează, cîteva precizări de natură terminologică și notațională. Privită ca secvență finită de propoziții, orice derivare se înscrie în limitele unui patrulater. Latura stîngă a respectivei figuri geometrice marchează domeniul (respectiv cîmpul) derivării. Linia verticală ce se află în interiorul patrulaterului delimitează domeniul unei subderivări. Liniile orizontale separă ipotezele de consecințele care decurg din ele sau precizează limitele unei eventuale subderivări. Propozițiile φ_0, ..., φ_i sînt considerate ipoteze primare, în timp ce propoziția φ_j apare ca ipoteză auxiliară.



12°. O schemă diagramatică pentru demonstrațiile efectuate în sistemul SD

Diagrama (12°) evidențiază faptul că subderivarea (13°) este încheiată și, implicit, că ipoteza auxiliară φ_j este anulată.

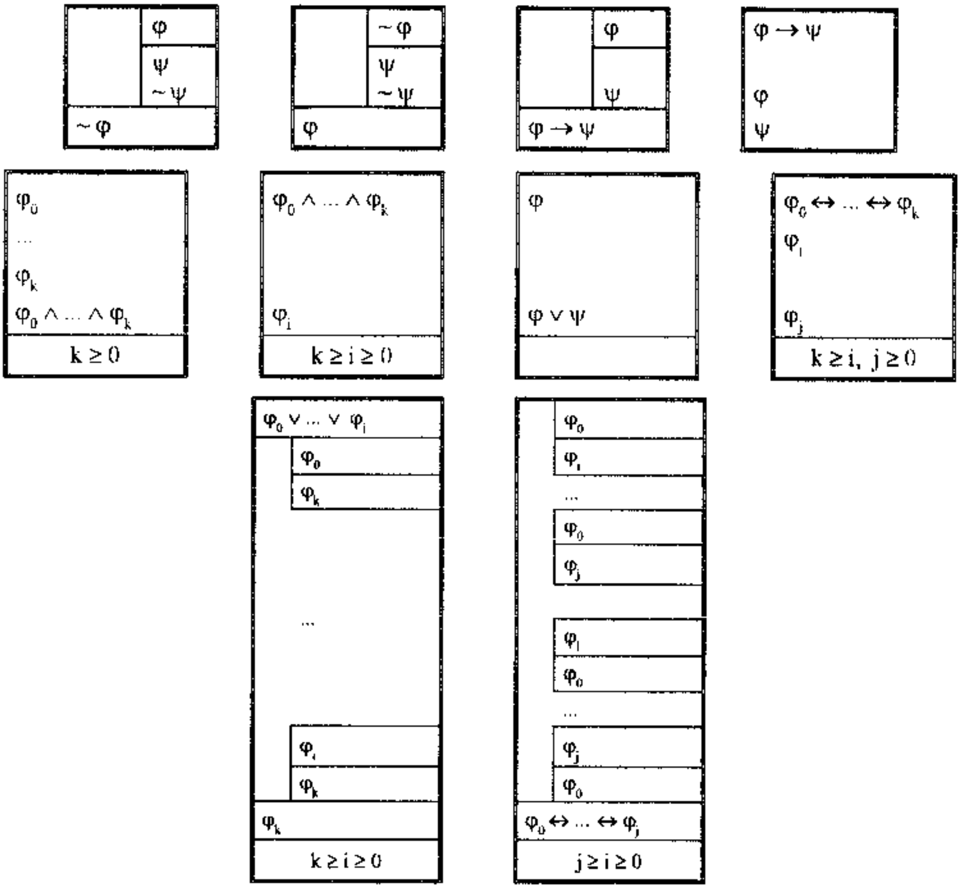


13°. Subderivarea conținută în diagrama - prototip a demonstrațiilor din SD

---

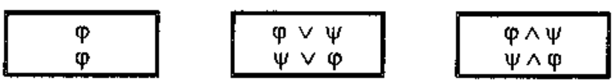
[27] Am utilizat (și adaptat) în acest sens trei variante de exprimare ale unui astfel de sistem, prezente în: Merrie Bergmann, J. Moor și J. Nelson, *The Logic Book*, Random House, New York, 1980, pp. 132-393; W. Bibel, *Deduktion. Automatisierung der Logik*, R. Oldenburg Verlag, München, 1992, pp. 108 sqq.; J. Barwise și J. Etchemendy, *The Language of First - Order Logic*, 2nd ed., Center for the Study of Language and Information (CSLI), Leland Stanford Junior University, 1991, pp. 61-139.

Nucleul molecular al sistemului formal *SD* este fundamentat, în primul rînd, prin regulile de introducere, respectiv de eliminare a operațiilor de negare, de implicare, de conjugare, de adjungere și de echivalare. Aceste reguli sînt „concentrate" în schemele inferențiale redate de diagramele (14°) – (23°).



14° - 23°. Regulile de introducere versus de eliminare a operațiilor de negare – (I ~) și (E ~) –, de implicare – (I →) și (E →) –, de conjugare – (I ∧) și (E ∧) –, de adjungere – (I ∨) și (E ∨) – și de echivalare, (I ↔) și (E ↔)

Familia regulilor primitive de transformare va fi completată cu regula reiterării (R), cu regulile care consfințesc comutativitatea adjungerii – (C ∨) – și a conjugării – (C ∧) – și cu regula „accesibilității" (A): într-o derivare, o propoziție sau o subderivare este accesibilă la „pasul" *n*, adică, poate fi utilizată în justificarea unei propoziții la pasul *n*, dacă și numai dacă propoziția, respectiv subderivarea nu intervine în domeniul unei ipoteze auxiliare care a fost anulată pînă la pasul *n*.



24° – 26°. Diagramele corespunzătoare schemelor (R), (C ∨) și (C ∧)

Spre exemplu, se poate demonstra în *SD* că orice implicație tolerează o contrapunere totală, o dată cu construirea unei derivări care se origineaza în propoziția formală $\varphi \rightarrow \psi$ și care se încheie cu secvența $\sim\psi \rightarrow \sim\varphi$.

1. $\varphi \rightarrow \psi$	*ipoteză primară*
2. $\sim\psi$	*ipoteză auxiliară*
3. φ	*ipoteză auxiliară*
4. ψ	1, 3: (E $\rightarrow$)
5. $\sim\psi$	2: (R)
6. $\sim\varphi$	3, 5: (I $\sim$)
7. $\sim\psi \rightarrow \sim\varphi$	2, 6: (I $\rightarrow$)

27°. O demonstrație în SD pentru regula contrapunerii (totale) a unei implicații

Fundamentarea extensiei atomare a sistemului *SD* presupune antrenarea unor noi reguli de transformare. Pentru început, vor fi enumerate șapte propoziții de identitate, care redau mai explicit regula substituției (menționată anterior lapidar).

(S0) $\varphi\,[\alpha / x_i]$ este propoziția care se obține din φ,
înlocuind peste tot individul x_i din structura acesteia cu individul α.

(S1) $(\sim\varphi)\,[\alpha / x_i] = \sim(\varphi\,[\alpha / x_i])$

(S2) $(\varphi \rightarrow \psi)\,[\alpha / x_i] = (\varphi\,[\alpha / x_i] \rightarrow \psi\,[\alpha / x_i])$

(S3) $(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_k)\,[\alpha / x_i] = (\varphi_0\,[\alpha / x_i] \wedge \ldots \wedge \varphi_k\,[\alpha / x_i])$

(S4) $(\varphi_0 \vee \ldots \vee \varphi_k)\,[\alpha / x_i] = (\varphi_0\,[\alpha / x_i] \vee \ldots \vee \varphi_k\,[\alpha / x_i])$

(S5) $(\varphi_0 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \varphi_k)\,[\alpha / x_i] = (\varphi_0\,[\alpha / x_i] \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \varphi_k\,[\alpha / x_i])$

(S6.1) $((Qx_i)\,\varphi)\,[\alpha / x_j] = (Qx_i)\,\varphi$, dacă $x_i = x_j$

(S6.2) $((Qx_i)\,\varphi)\,[\alpha / x_j] = (Qx_i)\,(\varphi\,[\alpha / x_j])$,
dacă x_j apare liber în $(Qx_i)\,\varphi$, iar x_i nu apare în α

(S7) $\varphi\,[\alpha_0 / \alpha_1, \ldots, \alpha_{i-1} / \alpha_i] = (\varphi\,[\alpha_0 / \alpha_1]) \ldots [\alpha_{i-1} / \alpha_i]$

Trebuie reținut faptul că substituția $((Qx_i)\,\varphi)\,[\alpha / x_j]$ nu este definită pentru cazul în care x_j apare liber în $(Qx_i)\,\varphi$, iar x_i apare în α [7: 58]. Se preîntîmpină, în acest fel, situația imposibil de acceptat ca intrările (aparițiile, sau ocurențele) libere ale unui individ oarecare într-o propoziție să se transforme, prin substituție, în intrări controlate.

Situați sub incidența principiului parcimoniei, vom întrebuința conectorul binar „$\Leftrightarrow$" pentru a invoca operația de inferare reciprocă. Despre propozițiile care alcătuiesc cuplurile de argumente ale conectivei $\Leftrightarrow$ se va spune că sînt derivabile succesiv una din cealaltă.

Conceptul de inferare reciprocă ne permite să introducem regula înlocuirii (Î): două propoziții derivabile una din cealaltă, adică două propoziții identice (formal, sau logic echivalente) sînt intersubstituibile *salva validitate* (se pot înlocui una cu cealaltă) în cadrul unei suprapropoziții.

(D8) $(\varphi \Leftrightarrow \psi) = (\varphi \equiv \psi)$

Inventarul regulilor primitive de transformare devine complet o dată cu enumerarea schemelor pe care sînt calchiate regulile de eliminare, respectiv de introducere a cuantificărilor de individ universale și a cuantificărilor de individ existențiale: $(E\ (\forall\ x_i))$ și $(E\ (\exists\ x_i))$, respectiv $(I\ (\forall\ x_i))$ și $(I\ (\exists\ x_i))$. Redate, în ordine, sub forma diagramelor (28°) – (31°), aceste reguli autorizează în context sintactic instanțierea *versus* generalizarea propozițiilor.

$(\forall x_i)\ \varphi$
$\varphi\ [\alpha / x_i]$

$(\exists x_i)\ \varphi$	
	$\varphi\ [\alpha / x_i]$
	ψ
ψ	

φ
$(\forall x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$

$\varphi\ [\alpha / x_i]$
$(\exists x_i)\ \varphi$

28° - 31°. Reprezentări în SD ale regulilor de eliminare, respectiv de introducere a cuantificărilor de individ clasice

Este de remarcat aici faptul că doar regulile $(E\ (\forall\ x_i))$ și $(I\ (\exists\ x_i))$ se asociază cu cadre aplicative libere de restricții substituționale.

Spre exemplu, derivările (32°) și (33°), ce se constituie ca demonstrații formalizate ale inferențelor naturale ☞ (1) *toți îl critică pe Victor; deci, Victor își face o autocritică* și ☞ (2) *toate (lucrurile) sînt pieritoare; așadar, el este pieritor*, ilustrează convingător absența oricărei îngrădiri în ce privește concretizarea constituentului α din schema $(E\ (\forall\ x_i))$.

1. $(\forall x)\ P^2\ (x,\ b)$
2. $P^2\ (b,\ b)$

1. $(\forall y)\ P^1\ (y)$
2. $P^1\ (y)$

32° - 33°. Derivări din SD care corespund raționamentelor ☞ (1) toți îl critică pe Victor; deci, Victor își face o autocritică, respectiv ☞ (2) toate (lucrurile) sînt pieritoare; așadar, el este pieritor

Aceeași libertate de aplicare, asociată de data aceasta cu regula de transformare $(I\ (\exists\ x_i))$ este confirmată de faptul că ipoteza cum că *Manole se urăște (pe sine)* permite derivarea a nu mai puțin de trei propoziții existențiale: ☞ (1) *unii (indivizi) îl urăsc pe Manole*; ☞ (2) *există cel puțin un individ pe care îl urăște Manole*; ☞ (3) *cel puțin un individ se urăște pe sine*.

1. $R^2\ (b,\ b)$
2. $(\exists\ x)\ R^2\ (x,\ b)$

1. $R^2\ (b,\ b)$
2. $(\exists\ x)\ R^2\ (b,\ x)$

1. $R^2\ (b,\ b)$
2. $(\exists\ x)\ R^2\ (x,\ x)$

34° - 36°. Codificări formalizate ale deducțiilor care se originează în ipoteza că Manole se urăște (pe sine) și care se finalizează în propozițiile: ☞ (1) unii (indivizi) îl urăsc pe Manole; ☞ (2) există cel puțin un individ pe care îl urăște Manole și ☞ (3) cel puțin un individ se urăște pe sine

Prin contrast, schemele de generalizare universală și de instanțiere a propozițiilor existențiale urmează să fie coroborate cu anumite restricții. Astfel, aplicarea corectă a regulii $(I\ (\forall\ x_i))$ se asociază cu prescripția ca α să nu apară într-o asumpţie neanulată; antrenarea riguroasă a regulii (E ($\exists x_i$)) impune completarea restricţiei precedente cu alte două condiţii: ☞ (1) α nu trebuie să apară în premisa ($\exists x_i$) φ; ☞ (2) α nu trebuie să apară în consecinţa ψ.

Consemnăm, spre exemplificare, că inferarea propoziţiei: *oricine este filosof* din ipoteza că *Socrate este filosof* nu este valabilă, întrucît se constituie într-o generalizare universală „pripită". Derivarea (37°), care o reflectă la nivel formal conţine o eroare; individul *b* apare într-o ipoteză neanulată.

1. P^1 (b)	
2. ($\forall$ z) P^1 (z)	*eroare!*

37°. Replica formalizată a deducerii afirmaţiei că oricine este filosof din propoziţia că Socrate este filosof

O aplicare corectă în *L* a regulii (I ($\forall x_i$)) poate fi identificată în diagrama (38°), *id est* într-o demonstraţie a inferenţei: ($\forall$ x) (P^1 (x) $\rightarrow$ Q^1 (x)); ($\forall$ x) P^1(x) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ ($\forall$x) Q^1(x). Trecerea de la Q^1 (b) la ($\forall$ x) Q^1 (x) este îndreptăţită de faptul că individul *b* nu apare în ipoteze, el fiind arbitrar considerat.

1. ($\forall$ x) (P^1 (x) $\rightarrow$ Q^1 (x))	*ipoteză primară*
2. ($\forall$ x) Px)	*ipoteză primară*
3. P^1 (b) $\rightarrow$ Q^1 (b)	1: (E ($\forall$ x))
4. P^1 (b)	2: (E ($\forall$ x))
5. Q^1 (b)	3, 4: (E $\rightarrow$)
6. ($\forall$ x) Q^1 (x)	5: (I ($\forall$ x))

38°. O demonstraţie în SD a raţionamentului: ($\forall$x) (P^1 (x) $\rightarrow Q^1$ (x)); ($\forall$x) P^1 (x) $\Rightarrow$ ($\forall$x) Q^1 (x)

Cît priveşte ilustrarea modalităţilor de aplicare a regulii (E ($\exists x_i$)), ni se pare potrivit să aducem în atenţie trei exemple „negative", cîte unul pentru fiecare dintre condiţiile aferente încălcate: ☞ (1) P^1 (c); ($\exists$ x) Q^1 (x) $\Rightarrow$ ($\exists$ x) (P^1 (x) $\wedge$ Q^1 (x)); ☞ (2) ($\forall$ x) ($\exists$ y) P^2 (x, y) $\Rightarrow$ ($\exists$ z) P^2 (z, z); ☞ (3) ($\exists$x) P^1 (x) $\Rightarrow$ P^1 (b).

Respectivele exemple din *L* îşi găsesc corespondente naturale în raţionamentele exprimate de următoarele secvenţe lingvistice: ☞ (1) *„Socrate este filosof; unii (indivizi) sînt chibzuiţi; deci, unii filosofi sînt chibzuiţi"*; ☞ (2) *„Oricine iubeşte pe cineva; aşadar, unii (indivizi) se iubesc pe sine"*; ☞ (3) *„Unii (indivizi) sînt chibzuiţi; prin urmare, Andrei este chibzuit"*.

1. P^1 (c)	*ipoteză primară*
2. ($\exists$x) Q^1 (x)	*ipoteză primară*
3. Q^1 (c)	*ipoteză auxiliară*
4. P^1 (c) $\wedge$ Q^1 (c)	1, 3: (I $\wedge$)
5. ($\exists$ x) (P^1 (x) $\wedge$ Q^1 (x)	4: (I ($\exists$ x))
6. ($\exists$ x) (P^1 (x) $\wedge$ Q^1 (x)	2-5: (I ($\exists$ x)) *eroare!*

1. $(\forall x)(\exists y) P^2 (x, y)$		*ipoteză primară*
2. $(\exists y)\ P^2 (a, y)$		*ipoteză primară*
	3. $P^2 (a, a)$	*ipoteză auxiliară*
	4. $(\exists z)\ P^2 (z, z)$	3: $(I\ (\exists z))$
5. $(\exists z)\ P^2 (z, z)$		2-4: $(E\ (\exists y))$ *eroare!*

1. $(\exists x)\ P^1 (x)$		*ipoteză primară*
	2. $P^1 (b)$	*ipoteză auxiliară*
	3. $P^1 (b)$	2: (R)
4. $P^1 (b)$		2-4: $(E\ (\exists x))$ *eroare!*

39° – 41°. Derivări ce conțin încălcări ale regulii $(E\ (\exists x_i))$

În continuare, vom prezenta cîteva inferențe demonstrabile în *SD*, pe care le-am selectat în virtutea relevanței dobîndite în contextul cuantificărilor de individ clasice. Pentru a determina o anumită economie operatorie, aceste inferențe (împreună cu derivările aferente în limbajul *L*) vor fi înfățișate la un nivel mai abstract, prin intermediul „metaexpresiilor" pe care deja le-am introdus. Ar rămîne la latitudinea cititorului exemplificarea acestor structuri logice fie în plan formal, fie în limba română.

Regulile sub-, respectiv supra - alternării, (R1) și (R2), precizează faptul că o propoziție existențială se constituie în consecință logică a propoziției universale corespunzătoare, respectiv că negația unei propoziții existențiale antrenează (în mod necesar) negația propoziției universale care îi este adecvată. Replicile „semantice" ale acestor reguli statornicesc faptul că toate subalternele unei propoziții adevărate sînt, de asemenea, adevărate, respectiv că toate supraalternele unei propoziții false au drept valoare alethică falsul.

(R1) $(\forall x_i)\,\varphi \Rightarrow (\exists x_i)\,\varphi$

(R2) $\sim(\exists x_i)\,\varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i)\,\varphi$

1. $(\forall x_i)\,\varphi$	*ipoteză primară*
2. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	1: $(E\,(\forall x_i))$
3. $(\exists x_i)\ \varphi$	2: $(I\,(\exists x_i))$

1. $\sim(\exists x_i)\,\varphi$		*ipoteză primară*
	2. $(\forall x_i)\,\varphi$	*ipoteză auxiliară*
	3. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	2: $(E\,(\forall x_i))$
	4. $(\exists x_i)\,\varphi$	3: $(I\,(\exists x_i))$
	5. $\sim(\exists x_i)\,\varphi$	1: (R)
6. $\sim(\forall x_i)\,\varphi$		2-5: $(I\sim)$

42° – 43°. Demonstrații în SD ale regulilor (R1) și (R2)

Dintre regulile care guvernează corelarea negației cu operațiile clasice de cuantificare sînt de amintit, mai întîi, regulile care travestesc „sintactic" două consecințe ale legii contrarietății, lege conform căreia dintre două sau mai multe propoziții contrare, cel mult una este adevărată.

(R3) $(\forall x_i) \sim\varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i)\,\varphi$

(R4) $(\forall x_i)\,\varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i) \sim\varphi$

1. $(\forall x_i) \sim \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_i)\, \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	2: (E $(\forall x_i)$)
4. $\sim \varphi\,[\alpha / x_i]$	1: (E $(\forall x_i)$)
5. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	2-4: (I ~)

1. $(\forall x_i)\, \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_i) \sim \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\forall x_i)\, \varphi$	1: (R)
4. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	2: (R3)
5. $\sim (\forall x_i) \sim \varphi$	2-4: (I ~)

44° – 45°. Demonstrații în SD ale regulilor (R3) și (R4)

Legea subcontrarietății – dintre două sau mai multe propoziții subcontrare, cel puțin una este adevărată – este reprodusă parțial, în manieră sintactică, de regulile (R5) și (R6).

(R5) $\sim (\exists\, x_i)\, \varphi \Rightarrow (\exists\, x_i) \sim \varphi$

(R6) $\sim (\exists\, x_i) \sim \varphi \Rightarrow (\exists\, x_i)\, \varphi$

1. $\sim (\exists\, x_i)\, \varphi$	*ipoteză primară*
2. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\exists\, x_i)\, \varphi$	1: (R)
4. $\sim (\exists\, x_i)\, \varphi$	2: (I $(\exists\, x_i)$)
5. $\sim \varphi\,[\alpha / x_i]$	2-4: (I ~)
6. $(\exists\, x_i) \sim \varphi$	5: (I $(\exists\, x_i)$)

1. $\sim (\exists\, x_i) \sim \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\exists\, x_i) \sim\sim \varphi$	1: (R5)
3. $(\exists\, x_i)\, \varphi$	2: (I ~), (E ~), (Î)

46° – 47°. Demonstrații în SD ale regulilor (R5) și (R6)

Două ipostaze ale legii necontrazicerii – oricare ar fi două propoziții contradictorii, una este adevărată și cealaltă este falsă – sînt transpuse în domeniul schemelor de propoziții cuantificate de inferențele reciproce (R7) și (R8).

(R7) $\sim (\forall\, x_i)\, \varphi \Leftrightarrow (\exists\, x_i) \sim \varphi$

(R8) $\sim (\exists\, x_i)\, \varphi \Leftrightarrow (\forall\, x_i) \sim \varphi$

Întrucît demonstrarea inferențelor reciproce se reduce la demonstrarea inferențelor simple care intră în alcătuirea lor, se va considera că regulile reciproce (R7) și (R8) se justifică prin demonstrarea regulilor simple (R7.1 – 2) și (R8.1 – 2).

(R7.1) $\sim (\forall x_i)\, \varphi \Rightarrow (\exists x_i) \sim \varphi$ (R8.1) $\sim (\exists x_i)\, \varphi \Rightarrow (\forall x_i) \sim \varphi$

(R7.2) $(\exists x_i) \sim \varphi \Rightarrow\ \sim (\forall x_i)\, \varphi$ (R8.2) $(\forall x_i) \sim \varphi \Rightarrow\ \sim (\exists x_i)\, \varphi$

1. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	*ipoteză primară*
2. $\sim (\exists\, x_i) \sim \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $\sim \varphi\,[\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
4. $(\exists\, x_i) \sim \varphi$	3: (I $(\exists\, x_i)$)
5. $\sim (\exists\, x_i) \sim \varphi$	2: (R)
6. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	3-5: (E ~)
7. $(\forall x_i)\, \varphi$	6: (I $(\forall x_i)$)
8. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	1: (R)
9. $(\exists\, x_i) \sim \varphi$	2-8: (E ~)

1. $(\exists\, x_i) \sim \varphi$	*ipoteză primară*
2. $\sim \varphi\,[\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\forall x_i)\, \varphi$	*ipoteză auxiliară*
4. $\varphi\,[\alpha / x_i]$	3: (E $(\forall x_i)$)
5. $\sim \varphi\,[\alpha / x_i]$	2: (R)
6. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	3-5: (I ~)
7. $\sim (\forall x_i)\, \varphi$	1-6: (E $(\exists\, x_i)$)

1. $\sim(\exists x_i)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $\varphi\ [\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\exists x_i)\ \varphi$	2: $(I\,(\exists x_i))$
4. $\sim(\exists x_i)\ \varphi$	1: (R)
5. $\sim\varphi\ [\alpha / x_i]$	2-4: $(I\sim)$
6. $(\forall x_i)\ \sim\varphi$	5: $(I\ (\forall x_i))$

1. $(\forall x_i)\ \sim\varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\exists x_i)\ \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\exists x_i)\ \sim\sim\varphi$	2: $(I\sim)$, $(E\sim)$, (Î)
4. $(\forall x_i)\ \sim\varphi$	1: (R)
5. $\sim(\forall x_i)\ \sim\varphi$	3: (R7.2)
6. $\sim(\exists x_i)\ \varphi$	2-5: $(I\sim)$

48° – 51°. Demonstrații în SD ale regulilor (R7.1 -2) și (R8.1 -2)

Dintre regulile centrate pe tandemul operațional *negare – cuantificare*, se cuvin menționate și acelea care stabilesc relația de dualitate între cuantificările de individ universale și cuantificările de individ existențiale [28].

(R 9) $(\forall x_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim(\exists x_i)\ \sim\varphi$

(R10) $(\exists x_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim(\forall x_i)\ \sim\varphi$

1. $(\forall x_i)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\exists x_i)\ \sim\varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\forall x_i)\ \varphi$	1: (R)
4. $\sim(\forall x_i)\ \varphi$	2: (R7.2)
5. $\sim(\exists x_i)\ \sim\varphi$	2-4: $(I\sim)$

1. $\sim(\exists x_i)\ \sim\varphi$	*ipoteză primară*
2. $\sim(\forall x_i)\ \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\exists x_i)\ \sim\varphi$	2: (R7.1)
4. $\sim(\exists x_i)\ \sim\varphi$	1: (R)
5. $(\forall x_i)\ \varphi$	2-4: $(E\sim)$

1. $(\exists x_i)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_i)\ \sim\varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\exists x_i)\ \varphi$	1: (R)
4. $\sim(\exists x_i)\ \varphi$	2: (R8.2)
5. $\sim(\forall x_i)\ \sim\varphi$	2-4: $(I\sim)$

1. $\sim(\forall x_i)\ \sim\varphi$	*ipoteză primară*
2. $\sim(\exists x_i)\ \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $(\forall x_i)\ \sim\varphi$	2: (R8.1)
4. $\sim(\forall x_i)\ \sim\varphi$	1: (R)
5. $(\exists x_i)\ \varphi$	2-4: $(E\sim)$

52° - 55°: Demonstrații în SD ale regulilor (R9.1 -2) și (R10.1 -2)

O importanță aparte trebuie acordată regulilor de permutare a operațiilor de cuantificare, atunci cînd avem de-a face cu propoziții multiplu cuantificate.

(R11) $(\forall x_i)\,(\forall x_j)\ \varphi \Leftrightarrow (\forall x_j)\,(\forall x_i)\ \varphi$

(R12) $(\exists x_i)\,(\exists x_j)\ \varphi \Leftrightarrow (\exists x_j)\,(\exists x_i)\ \varphi$

(R13) $(\exists x_i)\,(\forall x_j)\ \varphi \Rightarrow (\forall x_j)\,(\exists x_i)\ \varphi$

[28] Problema dualizării (în general) și a dualizării propozițiilor cuantificate (în special) a fost tratată sistematic, printre alții, de Petru Ioan (*Logică și metalogică. Incursiuni și noi contururi*, cap. VI: „Dualizarea ca principiu metalogic cu valoare generală", Editura Junimea, Iași, 1983, pp. 209-40) și Petre Bieltz (*Principiul dualității în logica formală*, Editura Științifică, București, 1974, pp. 161-70).

1. $(\forall x_i)(\forall x_j)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_j)\ \varphi\ [\alpha / x_i]$	1: $(E\ (\forall x_i))$
3. $\varphi\ [\alpha / x_i,\ \beta / x_j]$	2: $(E\ (\forall x_j))$
4. $(\forall x_i)\ \varphi\ [\beta / x_j]$	3: $(I\ (\forall x_i))$
5. $(\forall x_j)(\forall x_i)\ \varphi$	4: $(I\ (\forall x_j))$

1. $(\forall x_j)(\forall x_i)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_i)\ \varphi\ [\alpha / x_j]$	1: $(E\ (\forall x_j))$
3. $\varphi\ [\alpha / x_j,\ \beta / x_i]$	2: $(E\ (\forall x_i))$
4. $(\forall x_j)\ \varphi\ [\beta / x_i]$	3: $(I\ (\forall x_j))$
5. $(\forall x_i)(\forall x_j)\ \varphi$	4: $(I\ (\forall x_i))$

1. $(\exists x_i)(\exists x_j)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\exists x_j)\ \varphi\ [\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi\ [\alpha / x_i,\ \beta / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
4. $(\exists x_i)\ \varphi\ [\beta / x_j]$	3: $(I\ (\exists x_i)$
5. $(\exists x_i)\ \varphi\ [\beta / x_j]$	2-4: $(E\ (\exists x_j))$
6. $(\exists x_j)(\exists x_i)\ \varphi$	5: $(I\ (\exists x_j))$
7. $(\exists x_j)(\exists x_i)\ \varphi$	1-6: $(E\ (\exists x_i))$

1. $(\exists x_j)(\exists x_i)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\exists x_i)\ \varphi\ [\alpha / x_j]$	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi\ [\alpha / x_i,\ \beta / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
4. $(\exists x_j)\ \varphi\ [\beta / x_i]$	3: $(I\ (\exists x_j)$
5. $(\exists x_j)\ \varphi\ [\beta / x_i]$	2-4: $(E\ (\exists x_j))$
6. $(\exists x_i)(\exists x_j)\ \varphi$	5: $(I\ (\exists x_i))$
7. $(\exists x_i)(\exists x_j)\ \varphi$	1-6: $(E\ (\exists x_j))$

1. $(\exists x_i)(\forall x_j)\ \varphi$	*ipoteză primară*
2. $(\forall x_j)\ \varphi\ [\alpha / x_i]$	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi\ [\alpha / x_i,\ \beta / x_j]$	2: $(E\ (\forall x_j)$
4. $\varphi\ [\alpha / x_i,\ \beta / x_j]$	1-3: $(E\ (\exists x_i))$
5. $(\exists x_i)\ \varphi\ [\beta / x_j]$	4: $(I\ (\exists x_i))$
6. $(\forall x_j)(\exists x_i)$	φ 5: $(I\ (\forall x_j)$

*56° – 60°. Demonstrații în **SD** ale regulilor (R11.1 –2), (R12.1 –2) și (R13)*

Semnalăm că permutarea conectivelor cuantificaționale omogene (de același tip: fie universale, fie existențiale) este liberă de orice restricție. Nu același lucru se întîmplă dacă se operează asupra denotatelor unor formule cu prefix eterogen [29]. Astfel, regulile de permutare nu autorizează inferarea unei propoziții de tipul $(\exists x_i)\ (\forall x_j)\ \varphi$ dintr-o propoziție de tipul $(\forall x_j)\ (\exists x_i)\ \varphi$. Spre exemplu, din afirmația că *pentru orice x, există cel puțin un y, astfel încît, dacă x este bogătaș, atunci y îl lingușește pe x* nu rezultă logic propoziția cum că *există cel puțin y, pentru orice x, astfel încît, dacă x este bogătaș, atunci y îl lingușește pe x.*

Uneori este oportună reformularea propozițiilor cuantificate compuse, astfel încît cuantificările de individ clasice fie precedă toate celelalte conective prezente în respectivele contexte, fie încheie șirul operațiilor propoziționale efectuate. În primul caz, vom avea de-a face cu propoziții în formă miniscopică, în cel de-al doilea, cu propoziții în formă prenexă. *Mutatis mutandis*, vom vorbi de formule miniscopice, respectiv de formule prenexe.

Modalitățile de operare a respectivelor reformulări sînt guvernate de regulile de distribuire *vs.* de prenexare a operațiilor ce specifică schemele cuantificaționale $(\forall x_i)$ și $(\exists x_i)$. Regulile construite cu ajutorul operației de inferare reciprocă atestă

[29] Robert Blanché, *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris, 1968, p. 156.

posibilitatea de a efectua atît distribuirea cît și prenexarea, în raport cu o conectivă sau alta. În celelalte situații se va subînțelege că fie distribuirea, fie prenexarea sînt nevalide, *id est* incorecte din punct de vedere logic. Se cuvine reținut și faptul că unele reguli sînt valabile, doar dacă se asumă anumite clauze restrictive.

(R14) $(\forall x_i)(\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i)\,\varphi \wedge (\forall x_i)\,\psi$

(R15) $(\exists x_i)(\varphi \wedge \psi) \Rightarrow (\exists x_i)\,\varphi \wedge (\exists x_i)\,\psi$

(R16) $(\forall x_i)\,\varphi \vee (\forall x_i)\,\psi \Rightarrow (\forall x_i)(\varphi \vee \psi)$

(R17) $(\exists x_i)(\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i)\,\varphi \vee (\exists x_i)\,\psi$

(R18) $(\forall x_i)(\varphi \rightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i)\,\varphi \rightarrow (\forall x_i)\,\psi$

(R19) $(\forall x_i)(\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i)\,\varphi \leftrightarrow (\forall x_i)\,\psi$

Dacă x_i nu intră în ψ, atunci vor fi valabile deducțiile (R20) – (R26).

(R20) $(\forall x_i)(\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i)\,\varphi \wedge \psi$

(R21) $(\exists x_i)(\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i)\,\varphi \wedge \psi$

(R22) $(\forall x_i)(\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i)\,\varphi \vee \psi$

(R23) $(\exists x_i)(\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i)\,\varphi \vee \psi$

(R24) $(\forall x_i)(\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i)\,\varphi \rightarrow \psi$

(R25) $(\exists x_i)(\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i)\,\varphi \rightarrow \psi$

(R26) $(\forall x_i)(\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i)\,\varphi \leftrightarrow \psi$

Dacă x_i nu intră în φ, atunci pot fi aplicate sub semnul corectitudinii regulile de derivare (R27) – (R29).

(R27) $(\forall x_i)(\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow \varphi \rightarrow (\forall x_i)\,\psi$

(R28) $(\exists x_i)(\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow \varphi \rightarrow (\exists x_i)\,\psi$

(R29) $(\forall x_i)(\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow \varphi \leftrightarrow (\forall x_i)\,\psi$

Inferențele (R14) – (R29) sînt demonstrabile în sistemul *SD*, *id est*, se pot construi în *SD* derivări care se origineazǎ în ipotezele regulilor și care se încheie cu concluziile acestora. Pentru a furniza un exemplu elocvent, redăm derivările aferente regulii (R27), sub forma diagramelor (61°) - (62°).

Regulile pe care l-am introdus pînă acum ne îngăduie să aducem în atenție problema normalizării formulelor, respectiv a propozițiilor. Punctul de plecare în deslușirea acestei teme îl constituie definirea formulelor normale ca formule ce au o

1. $(\forall x_i)\ (\varphi \rightarrow \psi)$	*ipoteză primară*
2. $(\varphi \rightarrow \psi)\ [\alpha / x_i]$	1: (E $(\forall x_i)$)
3. $\varphi \rightarrow \psi\ [\alpha / x_i]$	2: (S2)
4. φ	*ipoteză auxiliară*
5. $\psi\ [\alpha / x_i]$	3, 4: (E $\rightarrow$)
6. $(\forall x_i)\,\psi$	5: (I $(\forall x_i)$)
7. $\varphi \rightarrow (\forall x_i)\,\psi$	4, 6: (I $\rightarrow$)

1. $\varphi \rightarrow (\forall x_i)\,\psi$	*ipoteză primară*
2. φ	*ipoteză auxiliară*
3. $(\forall x_i)\,\psi$	1, 2: (E $\rightarrow$)
4. $\psi\ [\alpha / x_i]$	5: (I $(\forall x_i)$)
5. $\varphi \rightarrow \psi\ [\alpha / x_i]$	2, 4: (I $\rightarrow$)
6. $(\varphi \rightarrow \psi)\ [\alpha / x_i]$	5: (S2)
7. $(\forall x_i)\ (\varphi \rightarrow \psi)$	6: (I $(\forall x_i)$)

61° – 62°. Diagrame demonstrative pentru regula (R27) structură (sintactică / logică) bine determinată (un anumit fel de operatori și o anumită distribuție a semnelor din componența ei) [2:120]. Transpusă în spațiul denotatelor de formule, operația de normalizare fixează succesiunea în care trebuie aplicate conectivele ce conduc la obținerea unei propoziții anume. În continuare, vom vorbi despre formule normale, respectiv despre propoziții în formă normală.

Începem derularea inventarului de formule normale (respectiv, de propoziții în formă normală) aducînd în atenție formulele prenexe (respectiv, propozițiile în formă prenexă). Schema „$(Q_0\ x_i) \dots (Q_j\ x_k)\ \varphi$" constituie crochiul formulelor prenexe, dacă și numai dacă matricea φ nu conține nici un cuantor. Fiecare propoziție este identică cu o propoziție în formă prenexă, la care se poate ajunge aplicînd regulile de interdefinire a conectivelor și regulile de prenexare, prezente în șirul (R14) – (R29).

Fie enunțul „*Unii ziariști îi critică pe toți politicienii*" / „*Pentru cel puțin un x, x este ziarist și pentru orice y, dacă y este politician, atunci x îl critică pe y*" și o matrice de formalizare – (63°) – care îi corespunde.

f („... *este ziarist*")	„P^1"
f („... *este politician*")	„Q^1"
f („... *îl critică pe* ...")	„R^2"
f („*Unii ziariști îi critică pe toți politicienii*")	„$(\exists x)\ (P^1\ (x) \wedge (\forall y)\ (Q^1\ (y) \rightarrow R^2\ (x,\ y))$"

63°. Desfășurarea matriceală a unei formalizări ce corespunde enunțului „Unii ziariști îi critică pe toți politicienii"

Ținînd cont de regula (R20), propoziția $(\exists x)\ (P^1\ (x) \wedge (\forall y)\ (Q^1\ (y) \rightarrow$ $\rightarrow R^2\ (x,\ y)))$ poate fi identificată cu propoziția în formă prenexă $(\exists x)\ (\forall y)\ (P^1(x) \wedge$ $\wedge (Q^1\ (y) \rightarrow R^2\ (x,\ y)))$. Afirmația care îi corespunde în limba română acestei propoziții este aceea că *pentru cel puțin un x, pentru orice y, x este ziarist și x îl critică pe y, dacă y este politician.*

Propozițiile în formă prenexă admit, mai departe, o reformulare, reconstituindu-se ca propoziții universale în formă prenexă [7: 71], potrivit schemei (D9).

(D9) $(\exists x_i)\ \varphi = \varphi\ [a_j / x_i]$

Să consemnăm observația că termenii individuali ce exemplifică schema „a_j" sînt parametrici, așa că indivizii pe care îi denotă sînt considerați determinați, dar numai într-un context dat. Altminteri, acești indivizi sînt, pînă la urmă, arbitrar aleși. Revenind la ultimul exemplu, vom identifica propoziția $(\exists x)\ (\forall y)\ (P^1(x) \wedge$ $\wedge (Q^1\ (y) \rightarrow R^2\ (x,\ y)))$ cu afirmația $(\forall y)\ (P^1\ (b) \wedge (Q^1\ (y) \rightarrow R^2\ (b,\ y)))$, adăugînd precizarea că individul *b* este „formal" determinat. În planul limbii române, propoziția universală în formă prenexă, cum că *pentru orice z, Vasile este ziarist și îl critică pe z, dacă este politician* are în structura ei un individ – *Vasile* –, socotit doar într-o manieră stipulativă cunoscut.

Unele situații impun recompunerea propozițiilor universale în formă prenexă, astfel încît printre operațiile propoziționale efectuate în scopul obținerii lor să nu apară cuantificări de individ existențiale. Algoritmul acestei eliminări a operațiilor de cuantificare existențială a fost propus de către logicianul norvegian Thoralf Skolem [cf. 7: 72] și poate fi redat în propoziția de identitate (D10) prezentată mai jos, sub rezerva: $(i \in N) \wedge (i \geq 0)$.

(D10) $(\forall x_0) \ldots (\forall x_i) (\exists x_j) \ldots (\exists x_k)\, \varphi =$
$= (\forall x_0) \ldots (\forall x_i)\, \varphi\, [f^{i+1} (x_0, \ldots, x_i) / x_j, \ldots, g^{i+1} (x_0, \ldots, x_i) / x_k]$

Exemplarele derivate din schemele „f^{i+1}" și „g^{i+1}" se numără printre operatorii *stricto sensu* parametrici și apar în literatura logică sub eticheta „simboluri funcționale Skolem". Adicitatea operațiilor pe care le denumesc este determinată de numărul cuantificărilor universale care succed cuantificărilor existențiale.

Fie enunțul „*Orice băiat iubește o fată*" și formula „$(\forall x)\ (P^1 (x) \rightarrow$ $\rightarrow (\exists y)\ (Q^1 (y) \wedge R^2 (x, y)))$" din *L*, cu care acesta poate fi pus în corespondență. Propoziția reprezentată în respectiva formulă tolerează o reconstituire ca propoziție universală în formă prenexă, în varianta $(\forall x) (\exists y) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (y) \wedge$ $\wedge R^2 (x, y))$. Eliminarea conectivei $(\exists y)$ din structura noii propoziții reclamă utilizarea unei funcții Skolem monare, *id est* a unei componente din șirul $(f_i^1)_{i \in N}$.

$(\forall x) (\exists y) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (y) \wedge R^2 (x, y)) = (\forall x) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (f^1 (x)) \wedge R^2 (x, f^1 (x)))$

Cît privește skolemizarea propoziției „concrete" reprezentată de enunțul „*Orice băiat iubește o fată*", rămîne de văzut cum se interpretează operatorul *stricto sensu* „f^1". Adică urmează să se stipuleze coreferența expresiei „f^1" cu un operator *stricto sensu* din limba română.

O altă „prelucrare" a propozițiilor (în speță, a propozițiilor cuantificate) este legată de supraoperația de normalizare conjunctivă. Să denumim, prin convenție, formulele simple / atomare „literali pozitivi", iar formulele obținute prin concatenarea conectorului negație cu formulele simple, „literali negativi" și să folosim elementele șirului $(„L_i")_{i \in N}$ pentru a ne referi în mod indistinct la anumiți literali (fie pozitivi, fie negativi).

Orice propoziție va fi considerată în formă normală conjunctivă, dacă și numai dacă exemplifică schema $(L_0 \vee \ldots \vee L_i) \wedge \ldots \wedge (L_j \vee \ldots \vee L_k)$ – i, j și $k \geq 0$ –, *id est*, dacă și numai dacă respectiva propoziție se înfățișează ca o conjuncție de adjuncții ale unor denotate de literali.

Pentru a efectua operația de normalizare conjunctivă trebuie să alăturăm definițiilor și regulilor deja introduse o definiție care asociază operațiile de negare și de identificare – (D11) –, două definiții care asigură reducerea operațiilor de implicare și de echivalare la operațiile de negare, adjungere și conjugare – (D12) și (D13) –, două propoziții de identitate care exprimă legile lui Augustus de Morgan – (D14) și (D15) –, precum și cîte o variantă definițională pentru regula distribuirii adjungerii în raport cu conjugarea, respectiv pentru regula distribuirii conjugării în raport cu adjungerea, (D16) și (D17).

(D11) $(\sim \varphi = \psi) = (\varphi = \sim\psi)$

(D12) $(\varphi \rightarrow \psi) = (\sim \varphi \vee \psi)$

(D14) $\sim(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) = (\sim \varphi_0 \vee \ldots \vee \sim \varphi_i)$

(D15) $\sim(\varphi_0 \vee \ldots \vee \varphi_i) = (\sim \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim \varphi_i)$

(D13) $(\varphi_0 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \varphi_i) = \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) \vee (\sim \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim \varphi_i)$

(D16) $\varphi_0 \vee (\varphi_i \wedge \ldots \wedge \varphi_j) = (\varphi_0 \vee \varphi_i) \wedge \ldots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$

(D17) $\varphi_0 \wedge (\varphi_i \vee \ldots \vee \varphi_j) = (\varphi_0 \wedge \varphi_i) \vee \ldots \vee (\varphi_0 \wedge \varphi_j)$

Definițiile de mai sus pot fi „dezghețate" sub forma unor reguli, mai exact, sub forma unor inferențe reciproce. Spre exemplu, definiția (D16) este redată de regula (R31), ce își găsește o întemeiere logică în *SD*, prin utilizarea schemei de inferare (R30) și a teoremei (T1).

$$\text{(R30)}\quad \varphi \to \psi \Rightarrow \phi \vee \varphi \to \phi \vee \psi \qquad \text{(T1)} \Rightarrow \varphi_0 \to \ldots (\varphi_i \to \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i)$$

$$\text{(R31)}\quad \varphi_0 \vee (\varphi_i \wedge \ldots \wedge \varphi_j) \Leftrightarrow (\varphi_0 \vee \varphi_i) \wedge \ldots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$$

1. $\varphi \to \psi$	*ipoteză primară*
2. $\phi \vee \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. ϕ	*ipoteză auxiliară*
4. $\phi \vee \psi$	3: (I ∨)
5. φ	*ipoteză auxiliară*
6. ψ	1,5: (E →)
7. $\psi \vee \phi$	6: (I ∨)
8. $\phi \vee \psi$	7: (C ∨)
9. $\phi \vee \psi$	2-8: (E ∨)
10. $\phi \vee \varphi \to \phi \vee \psi$	2-9: (I →)

1. φ_0	*ipoteză auxiliară*
...	
j. φ_i	*ipoteză auxiliară*
j+1. $\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i$	1-j: (I ∧)
j+2. $(\varphi_i \to \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i)$	j, j+1: (I →)
...	
n. $(\varphi_i \to \varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i)$	1, n-1: (I →)

64° – 65°. Demonstrații în SD pentru regula (R30), respectiv pentru teorema (T1)

Urmînd una dintre variantele de atenuare a tensiunii ce se instalează între valoarea metodologică și valoarea intuitivă a demonstrațiilor, vom reda în continuare derivările aferente celor mai simple instanțe ale regulilor (R31.1) și (R31.2).

$$\text{(R31.1)}\quad \varphi_0 \vee (\varphi_i \wedge \ldots \wedge \varphi_j) \Rightarrow (\varphi_0 \vee \varphi_i) \wedge \ldots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$$

$$\text{(R31.2)}\quad (\varphi_0 \vee \varphi_i) \wedge \ldots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j) \Rightarrow \varphi_0 \vee (\varphi_i \wedge \ldots \wedge \varphi_j)$$

Remarcăm că schemei de reguli (R31) îi corespunde un șir infinit numărabil de exemple (sau de instanțe) atît în limbajul *L* cît și în limba română.

1. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$	*ipoteză primară*
2. φ	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi \vee \psi$	2: (I ∨)
4. $\varphi \vee \phi$	2: (I ∨)
5. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$	3,4: (I ∧)
6. $\psi \vee \phi$	*ipoteză auxiliară*
7. ψ	6: (E ∧)
8. ϕ	6: (E ∧)
9. $\psi \vee \varphi$	7: (I ∨)
10. $\phi \vee \varphi$	8: (I ∨)
11. $\varphi \vee \psi$	9: (C ∨)
12. $\varphi \vee \phi$	10: (IC ∨)
13. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$	11, 12: (I ∧)
14. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$	1-13: (E∨)

1. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$	*ipoteză primară*
2. $\varphi \vee \psi$	1: (E ∧)
3. $\varphi \vee \phi$	1: (E ∧)
4. $\psi \to (\phi \to \psi \wedge \phi)$	(T1)
5. $\varphi \vee \psi \to \varphi \vee (\phi \to \psi \wedge \phi)$	4: (R30)
6. $\varphi \vee (\phi \to \psi \wedge \phi)$	5-2: (E →)
7. φ	*ipoteză auxiliară*
8. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$	7: (I ∨)
9. $\phi \to \psi \wedge \phi$	*ipoteză auxiliară*
10. $\varphi \vee \phi \to \varphi \vee (\psi \wedge \phi)$	9: (R30)
11. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$	10, 3: (E →)
12. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$	6-11: (E ∨)

66° - 67°. Derivări din SD ce corespund unei instanțe a regulii (R31)

Pe baza consideraţiilor de mai sus, orice propoziţie aflată în formă normală Skolem poate fi reformulată, astfel încît matricea necuantificată a acesteia să fie în formă normală conjunctivă, conform cu (D18).

$$\text{(D18)}\quad (\forall x_0) \ldots (\forall x_i)\, \varphi = (\forall x_0) \ldots (\forall x_i)\, ((L_0 \vee \ldots \vee L_i) \wedge \ldots \wedge (L_j \vee \ldots \vee L_k))$$

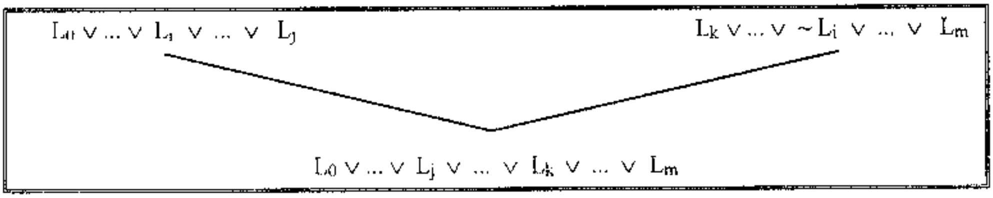
Evident, nu sînt excluse situaţiile în care normalizarea conjunctivă se finalizează prin propoziţii aflate într-una din formele normale conjunctive degenerate, precum $(\forall x)\ P^1\ (x)$, $(\forall x)\ (\forall y)\ ({\sim} P^1\ (x) \vee Q^2\ (x, y))$, ...

Revenind la propoziţia $(\forall x)\ (P^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (f^1\ (x)) \wedge R^2\ (x, f^1\ (x)))$, dacă se ţine seama de definiţiile (D12), (D14) şi (D16), se parvine la o propoziţie în formă normală Skolem cu matricea în formă normală conjunctivă.

$$(\forall x)\ (P^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (f^1\ (x)) \wedge R^2\ (x, f^1\ (x))) =$$
$$= (\forall x)\ (({\sim} P^1\ (x) \vee Q^1\ (f^1\ (x))) \wedge ({\sim} P^1\ (x) \vee R^2\ (x, f^1\ (x))))$$

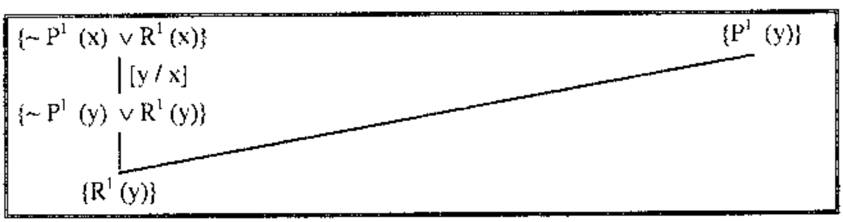
O altă operaţie relevantă în acest context serveşte la transformarea propoziţiilor în clauze (fie simple, fie compuse). Clauzele simple sînt adjuncţii (chiar degenerate) ale unor denotate de literali, iar clauzele compuse sînt mulţimi alcătuite din cel puţin două clauze. Aducerea propoziţiilor în formă clauzală presupune eliminarea cuantificărilor de individ universale din contextul propoziţiilor aflate în formă Skolem şi cu matricele în formă normală conjunctivă. În acest sens, propoziţia $(\forall x_0)\ldots(\forall x_i)\ ((L_0 \vee \ldots \vee L_i) \wedge \ldots \wedge (L_j \vee \ldots \vee L_k))$ se transformă în clauza $\{\{L_0 \vee \ldots \vee L_i\}, \ldots, \{L_j \vee \ldots \vee L_k\}\}$.

Transformarea clauzală a propoziţiilor este legată de un algoritm decizional rafinat: metoda rezoluţiei. Regula fundamentală aferentă acestei metode permite derivarea unei clauze – clauza rezolventă – din două clauze în care apar denotatul unui literal, respectiv denotatul literalului complementar. Prin aplicarea regulii în atenţie se construiesc „arbori rezolutivi".



68°. Diagrama - prototip a regulii rezoluţiei

La nivel atomar, metoda rezoluţiei reclamă uneori utilizarea mecanismului de unificare, prin care două sau mai multe clauze sînt „omogenizate" o dată cu



69°. O ilustrare a rezoluţiei ce incumbă aplicarea mecanismului de unificare efectuarea substituțiilor capabile să elimine diferențele („dezacordurile", sau „conflictele"). Spre exemplu, din clauzele $\{\sim P^1(x) \vee R^1(x)\}$ și $\{P^1(y)\}$ se poate deriva o clauză rezolventă, numai dacă se aplică algoritmul unificării, substituind în clauza $\{\sim P^1(x) \vee R^1(x)\}$ individul *x* cu individul *y* (ca în diagrama 69°) sau, în clauza $\{P^1(y)\}$, individul *y* cu individul *x*.

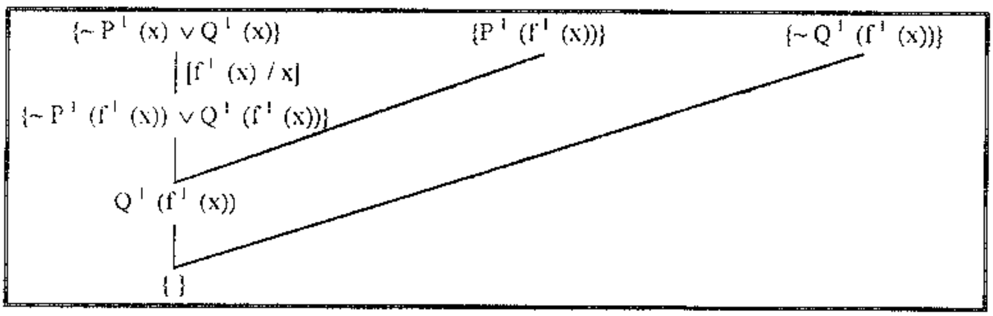
În temeiul acestor considerații, se poate spune că o propoziție este inconsistentă, dacă și numai dacă arborele rezolutiv al clauzei corespunzătoare se încheie cu clauza vidă: { }, *id est*, cu clauza în care nu apare nici un denotat de literal.

Spre exemplu, se poate dovedi cu ușurință că printre afirmațiile inconsistente se numără și propoziția $(\forall x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)(P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))$.

$$\begin{aligned}(\forall x)\ (P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)(P^1(y) \wedge \sim Q^1(y)) &= \\ = (\forall x)(\exists y)\ ((P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))) &= \\ = (\forall x)\ ((P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x))) &= \\ = (\forall x)\ ((\sim P^1(x) \vee Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x)))&\end{aligned}$$

Or, propoziția $(\forall x)((\sim P^1(x) \vee Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x)))$ se transformă în clauza complexă $\{\{\sim P^1(x) \vee Q^1(x)\}, \{P^1(f^1(x))\}, \{\sim Q^1(f^1(x))\}\}$, ce se constituie în rădăcină a unui arbore rezolutiv încheiat cu clauza vidă.

La finalul acestor considerații, ne simțim obligați să adăugăm mențiunea că ideea de a corela inconsistența unei propoziții cu caracterul contradictoriu al mulțimii de propoziții corespunzătoare poate fi exprimată și în alte sisteme notaționale și terminologice [30].



70°. Demonstrarea caracterului inconsistent al conjuncției $(\forall x)\ (P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)\ (P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))$, prin metoda rezoluției

Evidențierea propozițiilor tautologice revine la demonstrarea faptului că din negațiile lor aflate în formă clauzală se poate deriva aceeași clauză vidă. Propozițiile care nu se încadrează nici în clasa propozițiilor tautologice, nici în clasa propozițiilor inconsistente vor fi considerate amfotere. Noile tipuri de propoziții au numeroase exemplificări, atît în *L* cît și în limba română [31].

[30] Cf., de exemplu, H. D. Ebbinghaus, J. Flum și W. Thomas, *Einführung in die mathematische Logik*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1992, pp. 86 sqq.

[31] Considerațiile relative la principiul rezoluției (și, implicit, la mecanismele de unificare și de aducere la forma clauzală) au fost preluate cu unele simplificări din: [7: 179-92], J. A. Robinson, *Logic: Form and Function*, Edinbugh University Press, Edinburg, 1979, pp. 170-225, U. Schöning, *Logik für Informatiker*, Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1987, pp. 27-44. O prezentare sistematică a mecanismului rezolutiv în spațiul românesc este de găsit la: Cornel Popa, *Logica predicatelor*, Editura Hyperion XXI, București, 1992, pp. 101-27; 265-349.

Încheiem, astfel, un inventar (în mod fatal, neexhaustiv) de reguli privind operaţiile de cuantificare clasice. În acord cu principiul parcimoniei, ne-am îngăduit să lăsăm anumite „goluri" în justificarea regulilor invocate ca şi în ilustrarea acestora. Ele pot fi, însă, eliminate fără greutate, potrivit modelelor prezentate pe parcursul acestui demers.

Regulile prin care sînt controlate cuantificările clasice au conturat, fie şi parţial, un spaţiu de joc „sintactic". Ar rămîne de recuperat, în cele ce urmează, şi cîteva modalităţi de „semantizare" a respectivelor operaţii.

1.1.3. INTERPRETĂRI ALE CUANTORILOR DE INDIVID CLASICI ŞI PROBLEMA ASUMPŢIEI ONTOLOGICE. Mai curînd complementare decît opuse, diversele puncte de vedere conturate în legătură cu semantizarea formulelor ce conţin instanţe ale schemelor „$(\forall x_i)$" şi „$(\exists x_i)$" pot fi armonizate cu uşurinţă, o dată cu atenuarea accentelor ideologice.

Dincolo de anumite nuanţe, s-au înregistrat două interpretări majore cu privire la schemele cuantificaţionale din logica de ordinul întîi: interpretarea „obiectuală" (sau „referenţială") şi interpretarea „substituţională".

Legată de numele lui Alfred Tarski [32], interpretarea cuantorilor de individ „în cheie" obiectuală este asociată unei perspective ontologice [33], altfel spus, unei semantici de tipul „domeniu – şi – valoare" [34].

Astfel, se ia în considerare un univers (de discurs), care coincide cu reuniunea domeniilor de valori semantice ale termenilor individuali variabili şi o funcţie ce repartizează fiecărei variabile un obiect din univers [32: 146]. În plus, se adoptă explicit una dintre axiomele care fundamentează logica de ordinul întîi, şi anume, aceea prin care se stabileşte că toţi termenii individuali au cîte o referinţă actuală [35].

Dacă „P_i^{k+1} $(x_0, \ldots, x_k)$" este o schemă de formule simple deschise, în alcătuirea cărora intră $k + 1$ $(k \geq 0)$ termeni individuali variabili, atunci „$(\forall x_0) \ldots (\forall x_k)$ P_i^{k+1} $(x_0, \ldots, x_k)$" şi „$(\exists x_0) \ldots (\exists x_k)$ P_i^{k+1} $(x_0, \ldots, x_k)$" se constituie în închiderile complete [36] ale acesteia: universală, respectiv existenţială.

Descrierea semantică a propoziţiilor închise ce apar ca denotate ale unor formule cu prefix omogen poate fi rezumată în următoarele două teze: (I) propoziţia $(\forall x_0) \ldots (\forall x_k)$ P_i^{k+1} $(x_0, \ldots, x_k)$ are drept valoare alethică adevărul, dacă şi numai dacă orice secvenţă de indivizi repartizaţi variabilelor „x_0", ..., „x_k", în virtutea calităţii de valoare semantică satisface predicatul P_i^{k+1} şi prezintă sau manifestă atributul care apare în structura respectivului predicat; (II) propoziţia $(\exists x_0) \ldots (\exists x_k)$ P_i^{k+1} $(x_0, \ldots, x_k)$ este adevărată, dacă şi numai dacă cel puţin o secvenţă de indivizi repartizaţi variabilelor „x_0", ..., „x_k", în virtutea calităţii de valoare semantică satisface predicatul P_i^{k+1} şi prezintă sau manifestă atributul care apare în structura respectivului predicat [37].

---

[32] Cf. A. Orenstein, *Referential and Nonreferential Substitutional Quantifiers*, în: „Synthese", 60, 1984, p. 146.

[33] K. Lambert, *On Logic and Existence*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 6, nr. 2, 1965, p. 135.

[34] J. M. Dunn şi N. D. Belnap Jr., *The Substitution Interpretation of the Quantifiers*, în: „Noûs", II, 1968, p. 184.

[35] Asocierea termenilor individuali cu cîte o referinţă actuală, în alte cuvinte, interpretarea propoziţiilor în corespondenţă cu domenii (de valori semantice) nevide este una dintre caracteristicile logicii standard. Cf. R. Schock, *Logic without Existence Assumptions*, Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1968, p. 11; W. v. O. Quine, *Quantification and the Empty Domain*, în: „The Journal of Symbolic Logic", vol. 19, nr. 3, 1954, p. 177.

[36] O formulă este închisă complet, dacă şi numai dacă eventualii termeni (individuali) variabili din alcătuirea ei stau, fiecare în parte, sub incidenţa unui cuantor.

[37] Ideea că indivizii prezintă sau manifestă atribute a fost preluată din: E. W. Beth, *L'existence en mathéma-*

Exprimarea interpretării obiectuale a operațiilor clasice de cuantificare prin intermediul tezelor (I) și (II) este mai riguroasă, credem noi, decît alte variante consemnate în literatura de specialitate. Dintre „abaterile" conținute în aceste variante, sînt de amintit aici cel puțin trei: ☞ (1) problema interpretării este analizată, de regulă, pe cazul celor mai simple instanțe ale schemelor $(\forall x_0) \ldots (\forall x_k)\ P_i^{k+1} (x_0, \ldots, x_k)$ și $(\exists x_0) \ldots (\exists x_k)\ P_i^{k+1} (x_0, \ldots, x_k)$, anume, sub condiția: $k = 0$; altfel spus, se iau în considerare constituenții obținuți prin închiderea acelor propoziții deschise ce rezultă din atribuirea unei proprietăți la un individ; ☞ (2) operațiile de cuantificare sînt plasate la nivelul semnelor și nu la cel al denotatelor acestora, astfel încît satisfacerea vizează predicatorii, iar nu predicatele [38]; ☞ (3) acolo unde nu se face o distincție netă între predicat (respectiv, predicator) și propoziție (respectiv, formulă) deschisă, satisfacerea este relaționată cu acești din urmă constituenți [39].

Chiar dacă se face abstracție de aceste „variațiuni", concepția referențială asupra cuantorilor are de înfruntat unele limite.

În primul rînd, presupoziția că toți termenii individuali au cîte un denotat actual fixează un cadru de analiză mult prea restrîns. Este de notorietate faptul că în limbajele naturale apar și termeni cu referință nonactuală (în altă formulare, „termeni lipsiți de referință"), așa că, investigarea mesajelor materializate în aceste limbaje nu se poate realiza cu mijloacele unui limbaj formal în care toate valorile semantice ale termenilor individuali variabili sînt reale. Or, dacă se admite categoria termenilor individuali cu denotat nonactual și dacă se asumă sinonimia dintre sincategoremele „$(\exists x_i)$" și „există cel puțin un substituent actual al individului x_i, astfel încît ...", generalizarea existențială a propozițiilor singulare și toate regulile care se întemeiază pe aceasta devin ilicite. Astfel, asertarea premisei $\varphi [\alpha / x_i]$ nu ar impune acceptarea concluziei $(\exists x_i)\ \varphi$. O propoziție derivată din schema $\varphi [\alpha / x_i]$ poate dobîndi drept valoare alethică adevărul, chiar dacă individul care îl concretizează pe α nu este real. Într-o atare situație, însă, nu se poate afirma că domeniul de valori semantice al variabilei „x_i" are în mod cert un element actual. Prin urmare, propoziția corespunzătoare schemei $(\exists x_i)\ \varphi$, adică afirmația că există cel puțin un substituent actual al individului x_i, astfel încît φ, poate fi falsă.

Apelînd la un exemplu frecvent invocat în contextul acestei probleme, vom observa că adevărul propoziției: *Pegas este un cal înaripat* nu este un temei suficient pentru a conchide adevărul afirmației că *există cel puțin un cal înaripat / există cel puțin un substituent actual al individului x, astfel încît x este un cal înaripat.* Din cele de mai sus rezultă că depășirea cadrului restrîns al unui limbaj conținînd exclusiv termeni cu denotat real (măsură evident necesară) reclamă unele modificări în concepția obiectuală asupra cuantorilor (îndeosebi, în ce privește cuantorii de individ existențiali); altminteri, trebuie abandonate unele teze și reguli importante ale logicii clasice.

---

tique, Gauthier - Villars, Paris, 1956, p. 42, respectiv N. Rescher, *Definitions of „Existence"*, în: „Philosophical Studies", vol. 8, nr. 5, 1957, p. 67.

[38] Cf., de exemplu, G. Gabriel, *Fiktion und Wahrheit. Eine semantische Theorie der Literatur*, Frommann Verlag, Stuttgart - Bad Cannstatt, 1975, p. 21.

[39] Această anomalie apare, spre exemplu, la W. Marciszewski (*Semantics, Logical*, în: W. Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga, 1981, p. 328), P. Engel (*La norme du vrai. Philosophie de la logique*, Gallimard, Paris, 1989, p. 84) și L. Linsky (*Reference, Essentialism and Modality*, în: L. Linsky (ed.), *Reference and Modality*, Oxford University Press, London, 1971, p. 89).

O a doua întîmpinare adusă interpretării referenţiale a cuantorilor clasici vizează posibilitatea cuantificării propoziţiilor în privinţa obiectelor (necunoscute) din componenţa lor care nu sînt indivizi (*id est* atribute, circumstanţe, fapte, propoziţii etc.). Dacă se admite această posibilitate, ar rămîne de clarificat caracterul actual al unor obiecte abstracte. Fireşte, se poate obiecta că aplicarea operaţiilor de cuantificare relativ la obiectele nonindividuale nu se înscrie în logica de ordinul întîi. Cu toate acestea, trebuie precizate caracteristicile obiectelor actuale, dat fiind că şi printre indivizi se regăsesc obiecte abstracte, *e. g.* puncte materiale, corpuri perfect rigide etc. Spre exemplu, potrivit regulii (I $(\exists x_i)$), din propoziţia că *b este un punct material* se poate deduce afirmaţia că *există cel puţin un substituent actual al individului x , astfel încît x este un punct material*, întrucît în domeniul de valori semantice al variabilei „x" apare cel puţin un individ actual – *b* –, care satisface operaţia denumită de predicatorul „*... este un punct material*". S-ar putea reţine, deocamdată, că existenţa factuală nu se identifică neapărat cu existenţa fizică, respectiv spaţio - temporală [2:108].

În legătură cu interpretarea obiectuală mai poate fi invocată o dificultate. Ruth Barcan Marcus a remarcat un aspect ciudat în lectura „referenţială" a enunţurilor care exprimă o corelare a cuantificărilor existenţiale cu modalitatea: *posibil (-ă)*. Dacă „ps" este un conector constant din *L* ce abreviază secvenţa lingvistică naturală „*este posibil ca* ...", atunci formula „ps $((\exists x_i)\ \varphi) \rightarrow (\exists x_i)$ ps (φ)" trebuie citită de maniera: „*Dacă este posibil să existe cel puţin un substituent actual al individului x_i, astfel încît φ, atunci există cel puţin un substituent actual al individului x_i, astfel încît este posibil ca φ*". Nota discordantă prezentă în această lectură este legată de substituenţii reali ai individului x_i. În antecedentul propoziţiei implicative se afirmă că cel puţin un astfel de constituent există la modul posibil, pe cînd în consecventul respectivei propoziţii, existenţa nu mai este „atenuată" prin modalizare [40].

Ca o reacţie la slăbiciunile perspectivei obiectuale asupra schemelor cuantificaţionale s-a conturat o interpretare substituţională, care poate fi exprimată, la rîndul ei, prin mijlocirea a două teze: (a) valoarea alethică a propoziţiei $(\forall x_0) \ldots (\forall x_i)\ P_i^{k+1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ este identică cu adevărul, dacă şi numai dacă (I) orice instanţă substitutivă a acesteia este adevărată, (II) propoziţia $P_i^{k+1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ este întotdeauna adevărată [41] sau (III) propoziţia $P_i^{k-1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ are drept valoare alethică adevărul pentru orice substituţie a indivizilor necunoscuţi din structura ei; (b) valoarea alethică a propoziţiei $(\exists x_0) \ldots (\exists x_i)\ P_i^{k+1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ este egală cu adevărul, dacă şi numai dacă (I) cel puţin o instanţă substitutivă a acesteia este adevărată, (II) propoziţia $P_i^{k+1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ este uneori adevărată sau (III) propoziţia $P_i^{k+1}\ (x_0, \ldots, x_k)$ are drept valoare alethică adevărul pentru cel puţin o substituţie a indivizilor necunoscuţi din structura ei.

Trebuie să facem, însă, precizarea că tezele (a) şi (b) nu redau varianta curentă a interpretării substituţionale, în măsura în care operaţiile de cuantificare sînt situate la nivelul denotatelor de formule şi nu la cel al formulelor înseşi. Pentru a parveni la formularea standard este suficient să înlocuim peste tot în tezele

---

[40] În prezentarea dificultăţilor legate de interpretarea obiectuală au fost utilizate, cu precădere, două surse: [32: 145-57] şi Ruth B. Marcus, *Interpreting Quantification*, în: „Inquiry", 5, 1962, pp. 252-9.

[41] Expresia „întotdeauna" nu trebuie luată în sens temporal (în orice moment), ci cu semnificaţia: în orice caz. În mod analog, expresia „uneori adevărată" sugerează „adevărată în unele cazuri". A. N. Whitehead şi B. Russell, *Principia Mathematica*, I, 2nd ed., Cambridge at the University Press, 1925, p. 127.

(a) și (b) expresiile „propoziție" și „individ necunoscut" cu expresiile „enunț", respectiv „termen individual variabil" (sau „variabilă individuală"). Ne vom instala provizoriu în această variantă standard, deși problemele majore legate de interpretarea substituțională nu suferă schimbări esențiale prin „pendularea" între orizontul semnelor și orizontul denotatelor acestora.

Părerile asupra interpretării substituționale a cuantorilor de individ clasici se distribuie între respingerea vehementă și acceptarea entuziastă. Spre exemplu, Peter van Inwagen găsește cu cale să declare că nu înțelege „cuantificarea substituțională" [42], în timp ce J. M. Dunn și N. D. Belnap Jr. apără punctul de vedere substituțional în stil avocățesc [34: 177-85]. În acest sens, s-a putut afirma că interpretarea substituțională este doar o variantă a interpretării tarskiene [43], dar și că interpretarea substituțională este cu totul diferită de interpretarea obiectuală, prin semantica lipsită de import ontologic (adică de forță referențială) pe care o generează [cf. 32: 145 sqq.].

Cei care apără caracterul distinct al interpretării substituționale consideră că această descriere semantică a formulelor cuantificaționale nu presupune utilizarea conceptelor de domeniu (nevid), de valoare și de satisfacere [34: 184-5]. Spre exemplu, a spune că valoarea semantică / logică / alethică a formulei „$(\exists x)\ P^1\ (x)$" din *L* este identică cu adevărul revine la a spune că cel puțin o instanță substitutivă în *L* a respectivei formule are drept valoare adevărul. Cît privește aceste instanțe substitutive, ele s-ar obține eliminînd din formula dată cuantorul „$(\exists x)$" și înlocuind în fragmentul de formulă rămas variabila „x" cu „constante individuale" (mai precis, cu termeni individuali constanți sau cu termeni individuali parametrici) din *L*. (În treacăt fie spus, nu vedem de ce înlocuirea variabilei „x" nu s-ar putea face și cu termeni individuali variabili.) Se constată, însă, cu ușurință că, astfel, se reiterează prin exemplificare definirea cuantificării existențiale prin „coborîre disjunctivă", conform cu (D7.4).

$$\text{(D7.4)}\ (v_2\,(\text{„}(\exists x)\ P^1\,(x)\text{"}) = 1) = (v_2\,(\text{„}P^1\,(\alpha_0)\text{"}) = 1) \vee \\ \vee\ (v_2\,(\text{„}P^1\,(\alpha_1)\text{"}) = 1) \vee \ldots$$

Nu credem, apoi, că înlocuirea universului (de discurs) cu un limbaj, *id est* substituirea obiectelor cu semnele lor într-un limbaj și a relației de satisfacere cu condiția de adeverire asigură interpretării substituționale elemente de noutate remarcabile în raport cu interpretarea referențială. Mai mult, interpretarea substituțională nu pare a fi suficientă, dat fiind că descrierea semantică a instanțelor substitutive, adică a propozițiilor singulare, nu se poate face decît într-o perspectivă obiectuală. Or, în acest fel, pare îndreptățită aserțiunea lui Ch. Parsons, după care interpretarea substituțională nu este ontologic neutră [44].

O altă dificultate generată de interpretarea substituțională este legată de absența unei corespondențe biunivoce între mulțimea obiectelor și mulțimea semnelor acestor obiecte; mai exact, există obiecte care nu au denumiri proprii în limbaj [45]. În aceste condiții, dintr-un enunț de felul *„Există cel puțin o porto-*

---

[42] Peter van Inwagen, *Why I Don't Understand Substitutional Quantification*, în: „Philosophical Studies", 39, 1981, pp. 281-5.
[43] Cf. Th. Baldwin, *Interpretations of Quantifiers*, în: „Mind", 88, 1979, p. 215.
[44] Cf. D. Gottlieb și T. Mc Carthy, *Substitutional Quantification and Set Theory*, în: „Journal of Philosophical Logic", 8, 1979, p. 315.
[45] Cf. G. Küng, *The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Leśniewski*, în: „Studia Logica", vol. 36,

cală" nu s-ar putea deriva instanțe substitutive: limbajele naturale (în speță, limba română) nu conțin nume proprii pentru portocale.

Ce e drept, în literatura logică sînt consemnate încercări de soluționare a acestei probleme. Daniel Bonevac, de pildă, propune o semantică substituțională parametrică, în cadrul căreia obiectele nenumite într-un limbaj apar numite *sui generis* în unele extensii parametrice ale acestuia [46]. Deşi interesantă, încercarea lui Bonevac nu pare să elimine toate slăbiciunile interpretării substituționale, fie că ne situăm la nivelul semnelor, fie că evoluăm în orizontul denotatelor acestora.

În concluzie, diferitele variante ale interpretării obiectuale, respectiv ale interpretării substituționale [47] nu pot anula punțile de comunicare dintre acestea (adică, nu pot ascunde faptul că cele două interpretări majore sînt corelative) şi nu oferă rezolvări convenabile la unele probleme acute din logica modernă.

O analiză semantică mai pertinentă a schemelor cuantificaționale poate fi asigurată prin adaptarea interpretării referențiale la logica liberă de angajament ontologic (*free logic*). În vederea conturării respectivei paradigme, vor fi aduse unele modificări limbajului *L* şi vor fi reconsiderate cîteva teze ale logicii standard. Promotorii logicii libere (de angajament ontologic) leagă „reforma" logicii de ordinul întîi, în primul rînd, de eliminarea supoziției existențiale cu privire la termenii individuali şi de validarea teoremelor şi regulilor în toate domeniile de valori semantice, inclusiv în domeniile vide [48].

Pentru a desluşi coordonatele logicii libere, ar trebui să luăm în considerare o prealabilă dezambiguizare a termenului „existență".

Într-un studiu dedicat formulării aristotelice a principiului necontrazicerii, Jan Łukasiewicz a folosit termenul „obiect" în spiritul concepției ontologice relaxate a lui A. Meinong, cu semnificația: *„ceea ce (...) nu este [identic cu] nimic [-ul]"* [49]. Or, adoptînd o aserțiune datorată lui Stanislav Leśniewski, potrivit căreia obiectele afirmațiilor noastre într-un limbaj - obiect sînt „extensiuni" sau „semnificații extensionale", iar nu obiecte din realitatea „în sine" şi nici nume [cf. 45: 306], chiar şi nimicul poate fi dispus în mulțimea obiectelor.

Denumit în *L* de constanta primitivă „λ", nimicul ar fi obiectul care satisface orice predicat şi manifestă orice proprietate. În măsura în care satisface orice predicat, nimicul satisface şi predicate contradictorii şi, astfel, manifestă inexistența (sau inconsistența).

Pe baza celor de mai sus, se poate afirma că un individ (adică referința sau extensiunea unui termen individual) este inexistent, dacă şi numai dacă este identic cu nimicul, altfel spus, dacă şi numai dacă satisface predicate contradictorii. Dacă „I" este un predicator constant din limbajul formalizat *L*, ce stă pentru operația de atribuire a inexistenței, atunci definirea indivizilor inexistenți poate fi redată în schema (formală) de identitate (D19.1).

---

nr. 1-2, 1977, p. 306.

[46] Daniel Bonevac, *Quantity and Quantification*, în: „Noûs", vol. 19, nr. 2, 1985, pp. 229-47.

[47] Relativ la interpretările cuantorilor de individ clasici mai recomandăm: Max J. Cresswell, *Entities and Indices*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990, pp. 142 - 4 şi Petru Ioan, *Logică şi filosofie. Restanțe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iaşi, 1996, pp. 45-9.

[48] R. K. Meyer şi K. Lambert, *Universally Free Logic and Standard Quantification Theory*, în: „The Journal of Symbolic Logic", vol. 33, nr. 1, 1968, pp. 8-26.

[49] Jan Łukasiewicz, *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, în: A. Menne şi N. Öffenberger (eds.), *Über den Folgerungsbegriff in der aristotelischen Logik*, Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1982, p. 16.

(D19.1) $I(\alpha) = (\alpha = \lambda)$

Postulatul că printre termenii individuali (fie constanți, fie variabili, fie parametrici) din *L* se numără și unii care au referințe inexistente nu apare în logica clasică, dar este întrutotul acceptabil într-o logică liberă. Evident, aici trebuie admisă în subsidiar afirmația că toate propozițiile care au subiect inexistent sînt în mod trivial adevărate [50]. Dacă „$=_t$" abreviază predicatorul „... *este identic (-ă) în mod trivial cu* ...", atunci definirea verifuncțională a inexistenței revine la schema (D19.2), sub rezerva: $k \geq 0$.

(D19.2) $I(\alpha) = (v_2(P_i^{k+1}(\alpha_0, \ldots, \alpha_k)) =_t 1)$

Depășirea limitelor nonsensului o dată cu acceptarea indivizilor inexistenți nu generează aspecte scandaloase nici în limbajele naturale. Spre exemplu, cu mijloacele logicii standard, expresia „*Cel care este util și inutil costă scump*" este expediată ca nonsens; însă, în cadrul logicii libere, ea constituie un enunț, mai precis, este numele unei propoziții trivial adevărate. Firește, nu poate fi tăgăduit faptul că această propoziție este lipsită de valoare cognitivă. Determinat prin intermediul unei proprietăți contradictorii – util și inutil –, subiectul propoziției date are, sau manifestă toate proprietățile, inclusiv proprietatea de a costa scump.

Mulțimea indivizilor inexistenți – „mulțimea logic - vidă" – stă într-o relație de excluziune exhaustivă cu mulțimea indivizilor existenți.

Oarecum în dezacord cu simțul comun, adepții logicii libere atribuie termenului „existență" înțelesul larg de consistență sau absență a contradicției, rămînînd, totuși, neclar locul unde trebuie reperată contradicția (planul obiectelor ?, planul expresiilor acestor obiecte ?). Astfel, J. Mycielski invocă paradigma matematicii, înlăuntrul căreia a exista înseamnă a fi imaginat și a fi liber / lipsit de orice contradicție cunoscută [51], iar R. Routley identifică indivizii existenți (posibili) cu denotatele termenilor individuali consistenți [52].

Existența indivizilor suportă definiri interesante și în context propozițional. Prin referire la elementele mulțimii atributelor, se afirmă că un individ există, dacă și numai dacă: ☞ (1) este identic cu sine; ☞ (2) nu posedă nici o proprietate contradictorie; ☞ (3) are cel puțin o proprietate, *id est*, „este ceva"; ☞ (4) prezintă cel puțin o proprietate contingentă; ☞ (5) există cel puțin o proprietate pe care acest individ nu o manifestă, dar care poate fi prezentată de cel puțin un alt individ [53].

În acord cu definițiile de mai sus, dar utilizînd terminologia adoptată anterior, vom spune că un individ există, dacă și numai dacă nu este identic cu nimicul, cu alte cuvinte, dacă și numai dacă nu constituie subiectul vreunei propoziții trivial adevărate. Dacă „E" stă pentru operația de atribuire a existenței, aceste afirmații concluzive admit codificarea formală (D20.1 – 2), în care $k \geq 0$.

---

[50] Acest concept – în exprimarea originară: „*vacuously true*" – a fost preluat din: H. B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York, 1972, p. 5.

[51] J. Mycielski, *Quantifier - Free Versions of First Order Logic and their Psychological Significance*, în: „Journal of Philosophical Logic", 21, 1992, p. 141.

[52] R. Routley, *Some Things Do Not Exist*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 7, nr. 3, 1966, p. 254; cf. J. Woods, *The Logic of Fiction*, Mouton, The Hague, 1974, pp. 75-6.

[53] Punctele de vedere (1) – (5) pot fi asociate, în ordine, cu logicienii G. Nakhnikian și W. C. Salmon, A. Menne, W. v. O. Quine, H. S. Leonard, respectiv N. Rescher. Cf. [47b: 48]; A. Menne, *Zur logischen Analyse der Existenz*, în: Albert Menne (ed.), *Logisch - Philosophische Studien*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1959, pp. 104-5; Willard van Orman Quine, *Ontologische Relativität und andere Schriften*, Reclam, Stuttgart, 1975, p. 131.

(D20.1) $E(\alpha) = (\alpha \neq \lambda)$

(D20.2) $E(\alpha) = (v_2 (P_i^{k+1} (\alpha_0, \ldots, \alpha_k)) \neq_1 1)$

În continuare, indivizii existenți pot fi distribuiți în reuniunea disjunctivă a mulțimii indivizilor actuali cu mulțimea indivizilor fictivi. Noua discriminare va fi clarificată prin intermediul conceptelor pragmatice de lume actuală (reală) și lume fictivă (imaginară). Se cuvine reținută mențiunea că o lume – o totalitate de fapte [54] – poate fi caracterizată drept actuală *versus* fictivă doar prin convenții realizate de interlocutorii unei situații de comunicare. Astfel, un obiect sau o stare de lucruri aparțin lumii reale numai pentru locutorii care, făcînd afirmații cu privire la ele, admit această apartenență.

Relativismul indus de aceste considerații poate să pară, la prima vedere, straniu, dar este într-o largă măsură practicat, de-ar fi să amintim aici numai construirea limbajelor formalizate. Nu se poate tăgădui faptul că semnele care alcătuiesc vocabularul unui limbaj formalizat capătă cîte un denotat (fie actual, fie imaginar, fie inexistent) printr-un act stipulativ, adică prin convenție.

Explicitînd identitatea dintre E și ~ I sau dintre I și ~ E, prin (D21) și (D22), și notînd cu „E_a" și „E_f" operațiile de atribuire a existenței actuale, respectiv a existenței imaginare, se pot valida cel puțin regulile schematice (R32) și (R33).

(D21) $E(\alpha) = \sim I(\alpha)$ (R32) $E_a(\alpha) \vee E_f(\alpha) \Rightarrow E(\alpha)$

(D22) $I(\alpha) = \sim E(\alpha)$ (R33) $I(\alpha) \Rightarrow \sim E_a(\alpha) \wedge \sim E_f(\alpha)$

O dată prezentate cele cîteva distincții terminologice și notaționale, aducem în atenție unele aspecte controversate privind problema existenței. Din considerente practice, ele vor fi înfățișate pe baza exemplelor (devenite clasice) constituite de expresiile (I) *„Vulcan este o planetă"* și (II) *„Vulcan nu există"*. Acest „material ilustrativ" trebuie coroborat cu stipularea coreferenței dintre expresiile *„Vulcan"* și *„planeta care este mai apropiată de Soare decît Mercur"*.

Urmînd temporar o expunere exemplară de păreri pe marginea acestei chestiuni, expunere datorată lui David Braun [55], vom constata diferențe semnificative în modul de abordare și în soluțiile propuse.

Teoria referinței directe, construită de K. Donnellan, S. Kripke și D. Kaplan, oferă o soluție drastică; pe considerentul că valoarea semantică a unui nume propriu (respectiv termen individual), dacă acesta are vreuna, este individul la care se referă, expresiile enunțiative care au drept subiect un „nume vid" (termen individual lipsit de referință), așadar și expresiile (I) și (II), sînt tratate ca nonsensuri. În măsura în care nu spun nimic (nu exprimă cîte o propoziție), aceste expresii nu tolerează o evaluare alethică.

Potrivit concepției meinongiene, *„Vulcan"* are valoare semantică – un obiect inexistent –, iar expresiile (I) și (II) exprimă propoziții care, evident, pot fi evaluate sub raportul valorii de adevăr.

În perspectiva descriptivistă legată de Gottlob Frege și Bertrand Russell, o expresie de tipul (I) exprimă o propoziție, mai exact, o propoziție falsă. Sensul expresiei (I) este asigurat de coreferența numelui propriu *„Vulcan"* cu

---

[54] Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, Editura „Humanitas", București, 1991, p. 37.

[55] David Braun, *Empty Names*, în: „Noûs" 27 : 4, 1993, pp. 449-69.

descripția definită *„planeta care este mai aproape de Soare decît Mercur"*, iar repartizarea falsului drept valoare alethică a propoziției denumite este îndreptățită de faptul că descripția „nu este satisfăcută" (nu are un referent).

Propozițiile existențiale negative, de felul expresiei (II), s-au bucurat de o tratare cel puțin ciudată în așa numita „concepție metalingvistică". Astfel, se apreciază că, în (II), termenul individual *„Vulcan"* se referă la el însuși, *id est*, apare în supoziție materială. Prin reformulare, enunțul (II) ar reveni la expresia echivalentă (III) *„«Vulcan» nu denotă"*, iar propoziția „metalogică" semnificată ar putea fi evaluată alethic.

În încheierea prezentării, David Braun propune, la rîndul său, o soluție: perspectiva propoziției incomplete. Variantă rafinată a concepției meinongiene, rezolvarea propusă reclamă utilizarea termenilor speciali precum „(stare de) credință" și „propoziție incompletă". După părerea autorului pomenit, expresiile (I) și (II) denumesc cîte o propoziție (ce e drept, incompletă), chiar dacă au drept subiect un „nume vid", atîta vreme cît o persoană crede în mod sincer aceste propoziții, prin faptul că are stările mentale (mai exact spus, stările de credință) care le exprimă [56].

Relativ la aceste puncte de vedere, se pot face cîteva observații.

Teoria referinței directe conține o greșeală de ordin principial. Dacă grafemul *„Vulcan"* este acceptat drept termen individual în vocabularul unui limbaj (limba engleză, limba română etc.), *id est*, dacă este asociat cu o regulă de utilizare în respectivul limbaj, atunci expresiile enunțiative în care *„Vulcan"* apare ca subiect nu pot fi repudiate sub motivul că ar fi nonsensuri. Am avea de-a face cu nonsensuri, numai dacă grafemul *„Vulcan"* ar fi tratat ca nonsens (ceea ce, în cazul de față, nu este cazul)[57]. În al doilea rînd, expresia „nume vid", identică, de altfel, cu expresia „termen individual lipsit de referință" materializează o sinecdocă generatoare de confuzii. La rigoare, *„Vulcan"* este un „nume factual vid" (potrivit terminologiei autorilor), respectiv un termen individual lipsit de referință reală sau, într-o variantă pozitivă, un termen individual cu referință nonactuală.

Și în redarea punctului de vedere formulat de A. Meinong apare o sinecdocă. Valoarea semantică a expresiei *„Vulcan"* este, în fapt, un obiect factual inexistent, mai precis, un obiect imaginar. Cîtă vreme nu este inconsistent, cu alte cuvinte, atîta timp cît în construirea lui nu intervine o contradicție, *„Vulcan"* există.

Fără a intra, în acest punct al lucrării, în detaliile teoriei elaborate de Bertrand Russell asupra descripțiilor, remarcăm faptul că, în mod judicios, enunțurile (propozițiile, sau judecățile) ale căror subiecte nu au denotat real nu sînt tratate ca nonsensuri. Pe de altă parte, însă, ideea că toate propozițiile reprezentate de astfel de enunțuri ar fi false este cel puțin discutabilă.

Pentru a reda cu parcimonie obiecția la punctul de vedere formulat de Bertrand Russell, vom transpune enunțul *„Vulcan este o planetă"* în limbajul formalizat *L*, punîndu-l în corespondență cu formula „$P^1(a)$".

Dacă nu se ia în considerare supoziția că toți indivizii la care se referă termenii din *L* sînt actuali, varianta de formalizare adoptată este ontologic „neutră".

---

[56] Expresiile „perspectiva propoziției incomplete", „(stare de) credință", „propoziție incompletă" și „nume vid" sînt traduceri ale locuțiunilor *„unfilled proposition view"*, *„belief (state)"*, *„incomplete proposition"*, respectiv *„empty name"*.

[57] Ideea că un grafem asociat cu o mulțime de reguli care îi controlează utilizarea într-un limbaj are sens și, deci, este un semn apare ca neîndoielnică. Cf. și B. A. Brody, *Logic, Theoretical, and Applied*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973, p. 19.

În paradigma propusă de Bertrand Russell, însă, propoziţia P^1 (a) este identică cu propoziţia $(\exists x)((x = a) \wedge P^1(x))$. Or, dacă individul reprezentat de expresia „a" nu este actual existent, atunci nu se identifică cu nici un substituent actual al individului *x*. Prin urmare, propoziţia $(\exists x)((x = a) \wedge P^1(x))$ ar fi falsă.

Punctul vulnerabil al raţionamentului de mai sus pare să îl constituie interpretarea propoziţiei singulare în cheie „categoric - actuală". Aşa cum a observat K. Donnellan, falsitatea unei propoziţii singulare nu este garantată de nonexistenţa reală a subiectului acesteia [58]. Astfel, propoziţia P^1 (a) acceptă şi o interpretare „atributivă": $P^1(a) = (\forall x)((x = a) \rightarrow P^1(x))$, în contextul căreia existenţa actuală a subiectului devine ipotetică. Propoziţia P^1 (a) ar putea fi adevărată, chiar dacă individul desemnat de „a" nu este real.

Punctul de vedere metalogic asupra propoziţiilor existenţiale negative aduce o complicare inutilă, dat fiind că există soluţii convenabile şi în limbajul - obiect, iar în ceea ce priveşte poziţia adoptată de David Braun, nu putem să nu remarcăm anumite accente psihologiste.

Secţiunea minimală pe care am extras-o din paleta vastă şi policromă de rezolvări aduse problemei existenţei ilustrează absenţa unor repere de analiză clare. Dar care ar putea fi aceste repere?

Socotim, în primul rînd, că toate expresiile elementare dintr-un limbaj au, prin definiţie, sens, ceea ce revine la a spune că orice componentă atomară a unui limbaj este asociată cu o regulă de utilizare.

În al doilea rînd, orice combinare de expresii autorizată de regulile de formare ale limbajului respectiv se finalizează într-o expresie. Aşadar, nici la nivelul expresiilor complexe nu putem repera nonsensuri.

Se cuvine menţionată precizarea că, în logica formală, prin „nonsens" se înţelege nonsens sintactic (logic - formal). Evident, aici se poate obiecta că, astfel, sînt considerate normale şi construcţiile intensional - aberante, de felul „*Mătuşa oraşului Iaşi s-a măritat cu Munţii Carpaţi*". Trebuie să admitem, însă, că instrumentarul logic - formal nu poate sluji la identificarea nonsensurilor materiale. Construită în conformitate cu regulile (sintactice) de formare ale limbii române, expresia „*Mătuşa oraşului Iaşi s-a măritat cu Munţii Carpaţi*" este acceptabilă din punct de vedere formal şi are chiar replici în limbajul formalizat *L*, una dintre ele putînd fi dată de formula „$P^2(f^1(b), c)$". În măsura în care este subordonată idealurilor de claritate, consistenţă şi consecvenţă, logica formală lasă în seama altor discipline sancţionarea erorilor de conţinut, fie şi pe acelea din enunţul de mai sus. Reamintim, apoi, teza că şi enunţurile singulare cu subiect contradictoriu se înscriu, din punct de veder formal, într-o deplină normalitate. Ce e drept, propoziţiile denotate sînt trivial - adevărate şi, ca atare, fără efect în planul cunoaşterii.

Mai complicată ar părea, la prima vedere, situaţia enunţurilor care au drept subiect un termen cu referinţă imaginară. Pentru cei care au citit romanul *Bietul Ioanide*, de George Călinescu, individul fictiv Ioanide este determinat cu privire la calităţile de arhitect şi de parlamentar, astfel încît s-ar putea spune că valoarea logică a propoziţiei că *Ioanide este arhitect* este adevărul, iar a propoziţiei că *Ioanide este parlamentar*, falsul. Nu trebuie să uităm, însă, că, în conformitate

---

[58] Cf. Adrian Miroiu, *Introducere în logica filosofică*, I: „Logică şi formalizare", Editura Universităţii Bucureşti, 1994, pp. 178-9.

cu o asumpție larg acceptată, nu prin intermediul instrumentarului logic - formal se stabilește valoarea alethică a unei propoziții (sintetice) independente. În logică, o propoziție nonanalitică este considerată adevărată, *vs.* falsă doar prin ipoteză. Așadar, evaluarea propozițiilor cu privire la Ioanide reclamă un fundament extra-logic.

Într-o postură oarecum diferită s-ar afla enunțul *„Cel care a fost în 1993 regele Franței și-a irosit averea"*. Chiar dacă depășim cadrul formal al logicii, luînd în seamă conținutul informativ, evaluarea alethică a propoziției reprezentate de enunț creează probleme. Astfel, putem afirma că cel care a fost în 1993 regele Franței este un individ imaginar, dar nu sîntem în măsură să stabilim dacă acesta se numără sau nu printre cei care manifestă (în lumea actuală, respectiv într-o lume ficțională) proprietatea de a-și fi irosit averea. În aceste condiții, vom spune, potrivit soluției propuse de E. M. Zemach [59], că cel care a fost în 1993 regele Franței este un obiect „vag", întrucît, în raport cu cel puțin o proprietate (în speță, în raport cu proprietatea de a-și fi irosit averea), este indeterminat. În consecință, din punct de vedere material, propoziția exprimată de enunțul *„Cel care a fost în 1993 regele Franței și-a irosit averea"* nu are o valoare de adevăr cunoscută (ea comportîndu-se ca un denotat de enunț variabil) și, prin aceasta, diferă de afirmațiile care l-au avut ca subiect pe Ioanide.

Semnificativ diferite în planul conținutului, propozițiile cu subiect imaginar invocate mai sus au un comportament similar la nivel formal. Pentru a conchide cu privire la validitatea unei inferențe, nu este necesar să ne raportăm la valorile alethice pe care le au în fapt propozițiile care o alcătuiesc (adevărul, falsul, la limită, o valoare necunoscută).

În sfîrșit, enunțurile singulare ale căror subiecte au cîte un denotat actual sînt unanim acceptate în cadrul de analiză al logicii formale.

Mai liberală decît „jungla meinongiană", perspectiva semantică supusă atenției permite o determinare mai clară a „spațiului de joc" aferent logicii formale, potrivit următoarelor propoziții concluzive: ☞ (1) dacă termenii individuali din *L* denotă indivizi actuali și dacă operatorii „$(\forall x_i)$" și „$(\exists x_i)$" sînt socotiți abrevieri ale sincategoremelor „pentru orice substituent actual al individului x_i, ..." și *„există cel puțin un substituent actual al individului x_i, astfel încît..."*, atunci se confirmă integral toate teoremele și regulile de derivare din logica clasică; ☞ (2) dacă se păstrează semnificațiile „actualiste" ale cuantorilor clasici, o dată cu acceptarea în *L* a termenilor (individuali) cu referință ireală, generalizarea existențială a propozițiilor singulare și toate inferențele care se fundamentează pe aceasta devin nevalide; ☞ (3) dacă existența este asumată într-o variantă „atenuată" – ca și consistență – și dacă atît termenii individuali din *L* cît și aplicațiile desemnate de cuantorii „$(\forall x_i)$" și „$(\exists x_i)$" se corelează cu aceasta, atunci se obține o „dublură" banală a logicii clasice, singura deosebire constînd în aceea că vom avea de-a face cu o existență „în sens larg", iar nu cu existența actuală; în sfîrșit, ☞ (4) dacă se acceptă că denotatele termenilor individuali din *L* sînt fie reale, fie ficționale, fie inexistente, se poate prezerva validitatea constructelor formale din logica de ordinul întîi, în măsura în care se trece la proliferarea cuantorilor potrivit celor trei „paliere" ale universului (lumea reală, lumile ficționale și lumea indivizilor inexistenți).

[59] E. M. Zemach, *Vague Objects*, în: „Noûs", 25, 1991, pp. 323-40.

În aceste condiții, instanțele cuantorilor schematici „$(\forall x_i)$" / *„pentru orice substituent real al individului x_i, ..."* și „$(\exists x_i)$" / *„pentru cel puțin un substituent real al individului x_i, ..."* – care, prin dezambiguizare, vor fi legate indiscutabil de lumea actuală – sînt corelate cu specificările schemelor „$(\wedge x_i)$" / *„pentru orice substituent existent al individului x_i, ..."* și „$(\vee x_i)$" / *„pentru cel puțin un substituent existent al individului x_i, ..."* – care se corelează cu universul mai larg al lumilor existente –, respectiv cu instanțele cuantorilor schematici „$(\Pi\, x_i)$" / *„pentru orice substituent al individului x_i, ..."* și „$(\Sigma\, x_i)$" / *„pentru cel puțin un substituent al individului x_i, ..."*. Alături de aceștia ar putea fi plasați cuantorii care se aplică fie la substituenții imaginari, fie la substituenții inexistenți ai individului x_i. Dat fiind că par a avea o productivitate relativ redusă în planul comunicării, renunțăm să-i exploatăm în cele ce urmează.

Este de la sine înțeles că reamenajarea logicii de ordinul întîi, prin acceptarea unor indivizi de sorturi inedite (printre ei numărîndu-se și indivizii identici cu nimicul) schimbă fundamental raporturile dintre schemele cuantificaționale.

Spre exemplu, dacă x_i are cel puțin o intrare liberă în φ și nici o intrare controlată, atunci propoziția $(\Sigma\, x_i)\ \varphi$ este trivial - adevărată. În mod cert, pentru substituentul $\curlywedge$ al lui x_i, se adeverește φ. Într-o astfel de împrejurare, însă, orice inferare finalizată în concluzia $(\Sigma\, x_i)\ \varphi$ este laxă, adică trivial - validă, întrucît eventualele premise ale concluziei $(\Sigma\, x_i)\ \varphi$ sînt cu totul irelevante. Orice premisă poate fi eliminată sau, și mai drastic, poate fi înlocuită cu negația ei, fără a afecta validitatea [60]. Printre inferențele laxe s-ar număra, de pildă, regula generalizării particularizante [61]: $\varphi\ [\alpha\ /\ x_i] \Rightarrow (\Sigma\, x_i)\ \varphi$. Caracterul limită al nimicului afectează și operațiile „împachetate" în schema $(\Pi\, x_i)$, în măsura în care asumpțiile de mai sus îndreptățesc derivarea propoziției de identitate (D23). Situațiile neobișnuite iscate de prezența cuantificărilor derivate din $(\Pi\, x_i)$ și $(\Sigma\, x_i)$ justifică substituirea lor în definițiile care vor succede acestei prezentări cu operațiile rezumate în schemele $(\wedge\, x_i)$ și $(\vee\, x_i)$.

$$\text{(D23)}\quad (\Pi x_i)\ \varphi = (\wedge x_i)\ \varphi$$

Lăsînd ca sarcină a unei lucrări independente desfășurarea altor reguli din domeniul operațiilor de cuantificare ontologic neutre, vom reține omologarea cuantificărilor de individ clasice care trimit la obiectele din lumea reală ca și cuantificări mărginite, potrivit soluției propuse de către logicienii „meinongieni", îndeosebi de către R. Routley.

$$\text{(D24.1)}\quad (\forall x_i)\ \varphi = (\wedge x_i)\ (E_a\ (x_i) \rightarrow \varphi)$$

$$\text{(D25.1)}\quad (\exists x_i)\ \varphi = (\vee x_i)\ (E_a\ (x_i) \wedge \varphi)$$

Caracterul aparte al indivizilor inconsistenți și, implicit, relațiile insolite statornicite între cuantificările individuale aplicate la lumile existente și cuantificările analoge raportate la întregul univers (inclusiv la lumea indivizilor inexistenți) fac ca redefinirea operațiilor derivate prin exemplificare din schemele $(\forall x_i)$ și $(\exists x_i)$ – (D24.2), respectiv (D25.2) – să fie, în ultimă instanță, superfluă.

[60] Cu privire la distincția: lax (*slack*) - rigid (*rigid*) și la diferențierea tipurilor de irelevanță, se poate consulta: J. P. Cleave, *A Study of Logics*, Clarendon Press, Oxford, 1991, pp. 290-9.

[61] În acest caz, folosirea expresiei „generalizare existențială" este improprie.

(D24.2) $(\forall x_i)\ \varphi = (\Pi\ x_i)\ (E_a\ (x_i) \rightarrow \varphi)$

(D25.2) $(\exists x_i)\ \varphi = (\Sigma\ x_i)\ (E_a\ (x_i) \wedge \varphi)$

Ce ar mai fi de adăugat la capătul acestui periplu în universul atît de greu de controlat al ontologiei?

Mai întîi, trebuie remarcat faptul că validarea regulilor din logica de ordinul întîi reclamă fie formularea în metalimbajul lui *L* (de regulă, în secțiunea naturală a acestuia) a asumpției că toți termenii individuali au referință actuală, fie definirea în *L* a cuantificărilor „actualiste" prin intermediul cuantificărilor „ontologic neutre" și a operației de atribuire a existenței factuale.

O dată conturate căile de promovare a existenței (atît a celei reale, cît și a celei imaginare) la nivel formal, gîlceava privind acceptabilitatea predicatorului „... *există (actual)*" / „... *este actual (existent)*" și relațiile acestuia cu cuantorii de particularitate nu mai are obiect [62]. Dacă se stipulează în metalimbaj caracterul factual al tuturor indivizilor semnificați de termenii limbajului *L*, predicatorul „E_a" este redundant. În schimb, dacă se adoptă cadrul relaxat al logicii libere, prezența predicatorului „E_a" în *L* devine necesară.

O ultimă precizare în contextul acestui paragraf vizează predicatorii utilizați în *L*. Varianta cea mai rigidă a logicii de ordinul întîi, situată în bună tradiție aristotelică, este guvernată de axioma metalogică după care atît predicatele elementare reprezentate în *L* cît și negațiile lor sînt satisfăcute de cel puțin un individ actual. Aceasta revine la a spune că prin intermediul respectivelor predicate se atribuie exclusiv atribute contingente. Este de remarcat că în unele calcule formale moderne această clauză nu mai este reținută, evident, cu prețul invalidării unor reguli de inferență clasice. Acolo unde va fi cazul, vom evidenția comportamentul distinct al unor reguli în funcție de poziția adoptată față de predicatele care intervin în respectivele contexte.

1.1.4. UN SISTEM AL CUANTORILOR DE INDIVID STANDARD. Desluşirea mai multor căi de raportare la indivizi, în funcție de lumile în care aceştia se situează, nu constituie singura împrejurare capabilă să conducă la proliferarea cuantorilor de individ şi, implicit, a operațiilor pe care aceştia le desemnează.

Nota bene. Evoluînd, în continuare, pe coordonatele logicii libere, vom ancora cuantificările de individ clasice în universul lumilor existente, iar nu în lumea reală. Pentru a semnala grafic această precizare de ordin ontologic, vom adopta (ca puncte de plecare în definirea operațiilor de manipulare a cantității) cuantorii schematici „$(\wedge\ x_i)$" şi „$(\vee\ x_i)$", păstrînd operatorii „$(\forall\ x_i)$" şi „$(\exists\ x_i)$" ca expresii ale operațiilor analoage desfăşurate în contextul lumii reale. Legile şi regulile pe care le vom inventaria la nivelul cuantificărilor $(\wedge\ x_i)$ şi $(\vee\ x_i)$ se vor regăsi, *mutatis mutandis*, la nivelul specificărilor derivate din schemele $(\forall\ x_i)$ şi $(\exists\ x_i)$.

Prin corelarea negării şi, apoi, a conjugării şi adjungerii cu instanțele schemelor operaționale $(\wedge\ x_i)$ şi $(\vee\ x_i)$, se poate parveni la un sistem cuantifica-

[62] Din luxurianta literatură consacrată acestei problematici amintim: A. Pap, *A Note on Logic and Existence*, în: „Mind", vol. 56, 1947, pp. 72-6; G. Nakhnikian şi W. C. Salmon, *„Exists" as a Predicate*, în: „The Philosophical Review", vol. 66, 1957, pp. 535-42; K. Lambert, *Notes on „E!"*, în: „Philosophical Studies", vol. 9, nr. 3, 1958, pp. 60-3; F. B. Ebersole, *Whether Existence is a Predicate*, în: „The Journal of Philosophy", vol. 60, nr. 18, 1963, pp. 509-24; J. Hintikka, *Studies in the Logic of Existence and Necessity*, în: „The Monist", vol. 50, nr. 1, 1966, pp. 55-76; St. Read, *'Exists' is a Predicate*, în: „Mind", vol. 89, 1980, pp. 412-7.

ţional extrem de simplu şi ingenios. Conceput de Ludvik Borkowski [63] şi preluat, în spaţiul românesc, de Petru Ioan [64], acest sistem va fi prezentat, în cele ce urmează, în acord cu mijloacele limbajului *L*. Minimele diferenţe notaţionale care vor apărea faţă de varianta originală nu generează, credem noi, nici o distorsiune.

Înainte de toate, îşi vor ocupa locul în sistem specificările cuantificărilor schematice $(\wedge x_i)$ şi $(\vee x_i)$.

Este îndeobşte admis faptul că cea mai banală cale de a obţine contradictoria schemei de propoziţii existenţiale $(\vee x_i)$ φ constă în aplicarea la aceasta a unei conective monadice, anume, negarea (~). Însă, respectiva schemă contradictorie poate fi derivată şi prin aplicarea unei operaţii de ordin superior, care funcţionează aidoma negării, la conectiva $(\vee x_i)$. În conformitate cu principiul parcimoniei, vom admite o primă omonimie în *L*, astfel încît operaţia respectivă va fi recunoscută tot sub semnele „negare" şi „~", cu precizarea că, la nivel formal, ambiguităţile vor fi evitate prin folosirea delimitatorilor (în speţă, prin folosirea parantezelor rotunde).

(D26) $(\sim (\vee x_i))\ \varphi = \sim (\vee x_i)\ \varphi$

Ţinînd seama de corespondenţele care se stabilesc între conectorii „~" şi „$(\vee x_i)$" cu anumite expresii din limba română, schema complexă a cuantificărilor de individ $(\sim (\vee x_i))$ poate fi reprezentată şi de sincategorema naturală „*nu pentru cel puţin un substituent existent al individului* x_i, ..." sau de forma stilizată (dar, pînă la un punct, ambiguă) a acesteia, „*pentru nici un* x_i, ...". Pe de altă parte, regula reciprocă de derivare (R8) autorizează identificarea propoziţiei $\sim (\vee x_i)$ φ cu propoziţia $(\wedge x_i) \sim \varphi$ [65]. Dar noua schemă, $(\wedge x_i) \sim \varphi$, este chiar contraduala propoziţiei $(\wedge x_i)$ φ, potrivit definiţiei (D27), unde „$\mathcal{C}$" este conectorul constant care stă pentru operaţia de contradualizare.

(D27) $\mathcal{C}\ ((\wedge x_i)\ \varphi) = (\wedge x_i) \sim \varphi$

Prin folosirea operatorului propoziţional schematic „δ", contradualizarea se poate defini, în mod general, la nivel molecular, în conformitate cu (D28).

(D28) $\mathcal{C}\ (\delta\ (\varphi_0, \ldots, \varphi_k)) = \delta\ (\sim \varphi_0, \ldots, \sim \varphi_k)$

De regulă, contradualizării i se acordă un statut ambivalent, astfel încît ea poate fi inclusă şi în mulţimea operaţiilor care se aplică la operaţii şi au drept valori, de asemenea, operaţii, în speţă, ea poate fi aplicată schemei de cuantificări universale, $(\wedge x_i)$, potrivit propoziţiei de identitate (D29).

(D29) $\mathcal{C}\ ((\wedge x_i)\ \varphi) = (\mathcal{C}\ (\wedge x_i))\ \varphi$

Din cele afirmate pînă acum rezultă că negaţia schemei cuantificaţionale $(\vee x_i)$, anume: $(\sim (\vee x_i)$, şi contraduala cuantificării $(\wedge x_i)$ – $(\mathcal{C}\ (\wedge x_i))$ – sînt identice, ele putînd fi reprezentate, în ultimă instanţă, în limbajul formalizat *L* de cuantorul universal - negativ, „$(\wedge x_i)^N$".

(D30) $(\sim (\vee x_i)) = \mathcal{C}\ (\wedge x_i)$

---

63 Ludvik Borkowski, *On Proper Quantifiers*, I, în: „Studia Logica", vol. 8, Warszawa, 1958, p. 103.

64 Petru Ioan, *Logică şi metalogică. Incursiuni şi noi contururi*, Editura Junimea, Iaşi, 1983, p. 233.

65 Pentru a evita pedanteria şi prezenţa unor expresii rebarbative, nu explicităm întotdeauna diferenţa dintre schemă şi specificările sale. Din context reiese, însă, cu uşurinţă, dacă avem de-a face cu o propoziţie sau cu o schemă propoziţională, cu o operaţie sau cu o schemă operaţională etc.

Avînd o reprezentare proprie în limba română – *„pentru nici un substituent existent al individului x_i, ...“* –, cuantificarea de individ $(\wedge x_i)^N$ nu ar trebui considerată superfluă, cu atît mai mult cu cît caracterul autonom al acesteia poate fi întărit de două matrice verifuncționale care îi determină (parțial) aria de aplicabilitate.

v_2 (φ)	v_2 ($(\wedge x_i)^N \varphi [x_i / \alpha]$)
1	0
0	?

v_2 ($(\wedge x_i)^N \varphi$	v_2 ($\varphi [x_i / \alpha]$)
1	0
0	?

71° – 72°. Definiții verifuncționale ale cuantificărilor de individ universal - negative, (D31.1), respectiv (D31.2)

Trebuie să reținem faptul că valabilitatea matricelor definiționale (D31.1) și (D31.2) este îngrădită de prescripția conform căreia α, respectiv x_i au cel puțin o intrare (apariție, sau ocurență) în φ, respectiv $(\wedge x_i)^N \varphi$ (cu respectarea celorlalte clauze de ordin substituțional).

Precizînd nota afirmativă a generalizării prin specificările schemei $(\wedge x_i)$, din tabelele definitorii de mai sus, se pot citi două propoziții apodictice: (I) dacă valoarea (alethică) a unei propoziții este egală cu adevărul, atunci valoarea oricărei propoziții ce se obține prin cuantificarea universal - negativă a acesteia se identifică cu falsul; (II) dacă o propoziție obținută printr-o cuantificare universal - negativă este adevărată, atunci orice instanță substitutivă a acesteia are drept valoare alethică falsul.

Corelarea *CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID UNIVERSAL - AFIRMATIVE* – $(\wedge x_0)$, $(\wedge x_1)$, ... – cu operațiile de același ordin *UNIVERSAL - NEGATIVE* – $(\wedge x_0)^N$, $(\wedge x_1)^N$,... – poate fi dublată de asocierea cuantificărilor de individ *PARTICULAR - AFIRMATIVE* – $(\vee x_0)$, $(\vee x_1)$,... – cu cuantificările analoage *PARTICULAR - NEGATIVE*. Noua clasă de conective poate fi determinată în maniera în care am identificat specificările schemei $(\wedge x_i)^N$.

Punctul de plecare al acestui demers este dat de schema universală $(\wedge x_i)\ \varphi$, din care se poate deriva contradictoria respectivei scheme, fie prin negarea ei ca atare, fie prin negarea operației $(\wedge x_i)$.

$$\text{(D32.1)}\ \sim (\wedge x_i)\ \varphi = (\sim (\wedge x_i))\ \varphi$$

În temeiul regulii (R7) și al definiției operației de contradualizare, se poate formula propoziția de identitate (D32.2). Or, schemele cuantificaționale $(\sim (\wedge x_i))$ și $(\mathcal{C}\ (\vee x_i))$ sînt identice, conform cu (D33), ceea ce permite reprezentarea sintetică a acestora în limbajul formalizat *L* prin intermediul semnului comun: „$(\vee x_i)^{N\alpha}$“, care are drept replică în limba română sincategorema *„nu pentru orice substituent existent al individului x_i, ...“*.

$$\text{(D32.2)}\ \sim (\wedge x_i)\ \varphi = (\vee x_i) \sim \varphi = (\mathcal{C}\ (\vee x_i))\ \varphi$$

$$\text{(D33)}\ (\sim (\wedge x_i)) = (\mathcal{C}\ (\vee x_i))$$

Și specializările schemei $(\vee x_i)^N$ tolerează un control verifuncțional parțial. Astfel, dacă x_i are cel puțin o intrare liberă în φ (și nici o intrare legată), atunci pot fi admise matricele definiționale (D34.1 – 2).

v_2 (φ [α / x_i])	v_2 (($\vee x_i)^N$ φ)
1	?
0	1

v_2 (($\vee x_i)^N$ φ)	v_2 (φ [α / x_i])
1	?
0	1

73°- 74°. Definiții verifuncționale ale cuantificărilor de individ particular - negative (D34.1 – 2)

În contrast cu tabelele de adevăr (D31.1) și (D31.2), definițiile de mai sus permit calcularea valorii alethice a unei propoziții numai pe temeiul falsității altor propoziții. Astfel, dacă o propoziție (singulară) este falsă, atunci orice generalizare (individuală) particularizant - negativă a acesteia este adevărată și dacă o propoziție obținută printr-o generalizare particularizant - negativă are drept valoare falsul, orice instanță substitutivă a acesteia are drept valoare adevărul. Nu trebuie să se uite, însă, că generalizările în discuție trebuie să fie relevante.

În ideea unei contextualizări mai „dense" a familiilor de cuantificări analizate, aducem în atenție operația de dualizare – $\mathcal{D}$ –, care poate fi plasată cu egală îndreptățire atît în clasa conectivelor cît și în cea a operațiilor care generează operații din alte operații. La nivel macropropozițional, această operație se definește în propoziția de identitate (D35).

$$(\text{D35})\ \mathcal{D}\ (\delta\ (\varphi_0, \ldots, \varphi_k)) = (\mathcal{D}\,\delta)\ (\varphi_0, \ldots, \varphi_k) = \\ = (\sim\delta)\ (\sim\varphi_0, \ldots, \sim\varphi_k) = \sim\delta\ (\sim\varphi_0, \ldots, \sim\varphi_k)$$

Pe baza acestei identificări pot fi determinate cel puțin două definiții logic - relevante, (D36) și (D37).

$$(\text{D36})\ (\mathcal{D}\ (\wedge x_i)) = (\vee x_i)$$

$$(\text{D37})\ (\mathcal{D}\ (\wedge x_i)^N) = (\vee x_i)^N$$

Conjugînd schemele ($\vee$ x_i) și ($\vee$ $x_i)^N$ se obține un crochiu pentru *CUANTIFICĂRILE DE INDIVID PARTICULARIZANT - ÎNCHISE*, redat în *L* de semnele „(($\vee$ x_i) $\wedge$ ($\vee$ $x_i)^N$)" și „($\vee$ $x_i)^Z$", iar în limba română de sintagma *„numai pentru unii substituenți existenți ai individului x_i, ...".* Este de remarcat aici că și conjugarea se acomodează cu argumente operaționale.

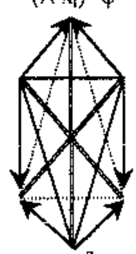
Fără a insista asupra tuturor parametrilor care le configurează spațiul de joc, reținem, totuși, că operațiile care exemplifică schema ($\vee$ $x_i)^Z$ nu sînt definibile verifuncțional, nici măcar parțial. În ce privește această aserțiune, preferăm să oferim în locul unei justificări formale (de altfel, ușor de realizat) o ilustrare în limba română. Astfel, pe temeiul adevărului *versus* falsității propoziției că *Socrate este om*, nu putem decide asupra valorii alethice pe care o dobîndește afirmația că *numai unii indivizi existenți sînt oameni.*

Aici se impune totuși o adăugire. Dacă se acceptă presupoziția că prin intermediul predicatelor simple reprezentate în limba română se atribuie exclusiv proprietăți contingente, atunci valoarea afirmației că *numai unii indivizi existenți sînt oameni* se identifică în mod trivial cu adevărul. Oricum, însă, adevărul acestei propoziții nu este justificat prin valoarea aserțiunii că *Socrate este om*. Invers, cunoscînd doar valoarea afirmației că *numai unii indivizi actuali sînt oameni*, nu putem nici adeveri, nici infirma propoziția: *Socrate este om.*

Prin negarea cuantificării schematice $(\vee x_i)^Z$ sau prin adjungerea schemelor $(\wedge x_i)$ şi $(\wedge x_i)^N$, se poate deriva structura *CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID UNIVERSAL - DESCHISE*, care este reprezentată în *L* de conectorii „$(\sim (\vee x_i)^N)$", „$((\wedge x_i) \vee (\wedge x_i)^N)$" şi „$(\wedge x_i)^Z$", conform cu (D38), iar în limba română de sincategorema *„pentru orice substituent existent al individului x_i sau pentru nici unul. ..."*. Negaţie a schemei $(\vee x_i)^N$, noua structură logică nu tolerează o definire verifuncţională.

$$\text{(D38)} \quad (\sim (\vee x_i)^Z) = ((\wedge x_i) \vee (\wedge x_i)^N) = (\wedge x_i)^Z$$

Schemele cuantificaţionale invocate în acest context – $(\wedge x_i)$, $(\vee x_i)$, $(\wedge x_i)^N$, $(\vee x_i)^N$, $(\vee x_i)^Z$ şi $(\wedge x_i)^N$ –, care „condensează", fiecare în parte, cîte o familie de cuantificări de individ, îşi precizează o dată în plus modul de acţiune prin situarea într-o structură logică hexadică a propoziţiilor (schematice) obţinute cu ajutorul lor. Folosind o sintagmă a logicianului Petru Ioan, vom spune că hexagonul logic care va fi prezentat în cele ce urmează sintetizează „definiţiile contextuale" ale respectivelor cuantificări.



75°. Hexagonul logic al schemelor propoziţionale obţinute prin aplicarea cuantificărilor de individ standard

În această diagramă logică, linia continuă simplă reprezintă relaţia de contrarietate, linia continuă întreruptă, relaţia de subcontrarietate, linia continuă simplu orientată, relaţiile de sub-, respectiv supra - alternare (în funcţie de sensul „citirii"), iar linia dublă, relaţia de contradicţie.

Întrucît am făcut deja cunoştinţă (în paragraful 1.1.2.) cu mecanismele de derivare şi de validare a unor reguli din legile sub-, respectiv supra - alternării, contrarietăţii, subcontrarietăţii şi contradicţiei, nu vom desfăşura de-o manieră exhaustivă regulile care pot fi decriptate din hexagonul logic.

Printr-o exemplificare arbitrară, s-ar putea reda acele reguli valide cuprinse în hexagon care au drept premisă propoziţia $(\forall x_i)^N \varphi$.

$$\text{(R34)} \quad (\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow (\vee x_i)^N \varphi \qquad \text{(R36)} \quad (\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow \sim(\wedge x_i)\ \varphi$$

$$\text{(R35)} \quad (\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow (\wedge x_i)^Z \varphi \qquad \text{(R37)} \quad (\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow \sim(\vee x_i)^Z \varphi$$

$$\text{(R38)} \quad (\wedge x_i)^N \varphi \Leftrightarrow \sim(\vee x_i)\ \varphi$$

Am lăsat la urmă două scheme cuantificaţionale limită, care, de altfel, nu îşi găsesc locul în structura hexadică. Ele se obţin prin adjungerea, respectiv conjugarea cuantificărilor $(\wedge x_i)$ şi $(\vee x_i)^N$.

$$(D39)\ (V\ x_i) = ((\wedge\ x_i) \vee (\vee\ x_i)^N)$$

$$(D40)\ (F\ x_i) = ((\wedge\ x_i) \wedge (\vee\ x_i)^N)$$

Denumite în limba română de expresiile *„pentru fiecare sau nu pentru fiecare substituent existent al individului* x_i, *...“*, respectiv *„pentru fiecare și nu pentru fiecare substituent existent al individului* x_i, *...“*, cuantificările $(V\ x_i)$ și $(F\ x_i)$ slujesc la definirea tautologiei și a contradicției, *id est*, la definirea propoziției logice care este întotdeauna / în orice interpretare sau descriere de stare / în orice caz adevărată, respectiv a propoziției logice care este întotdeauna falsă.

Dacă tautologia și contradicția sînt denumite în *L* de constantele enunțiative „$\top$“, respectiv „$\bot$“, atunci definițiile corespunzătoate revin la schemele de identitate (D41) și (D42).

$$(D41)\ \top = (V\ x_i)\ \varphi \qquad\qquad (D42)\ \bot = (F\ x_i)\ \varphi$$

Cu precizarea că pare puțin probabilă găsirea unor utilizări „naturale“ pentru schemele „$(V\ x_i)$“ și „$(F\ x_i)$“ – dată fiind calitatea lor de cazuri limită –, încheiem prezentarea cuantorilor de individ standard și, implicit, a operațiilor pe care aceștia le denumesc.

1.1.5. CUANTIFICĂRI DE INDIVID NONSTANDARD. Oricît de neplăcut ne-ar veni, trebuie să avertizăm cititorul asupra faptului că inventarul de cuantificări pe care urmează să-l prezentăm suferă de un defect congenital, anume: absența unui criteriu clar, în măsură să justifice calificarea unei cuantificări de individ drept standard, respectiv nonstandard. În ultimă instanță, plasarea unor cuantificări la rubrica „nonstandard“ a avut drept temei gradul relativ scăzut de operaționalizare și accentul pus pe substituenții clasici ai acestora.

O primă familie de cuantificări nonstandard poate fi alcătuită o dată cu analiza mai detaliată a așa - ziselor „formule cuantificaționale cu prefix omogen“.

Avînd în vedere doar aspectul procedural al problemei, ne vom îndrepta atenția doar spre acele formule în care apar fie cuantori universali (afirmativi), fie cuantori existențiali (afirmativi). Formulele care conțin cîte un prefix omogen alcătuit din alte tipuri de cuantori individuali pot fi tratate de-o manieră similară.

Fie „$(\wedge\ x_0) \ldots (\wedge\ x_k)\ \varphi$“ și „$(\vee\ x_0)\ldots(\vee\ x_k)\ \psi$“, două formule ale căror matrice – „φ“, respectiv „ψ“ – conțin un număr nedefinit de elemente din șirul „x_0“, ..., „x_k“. Fiecare din cele două formule reprezintă cîte o propoziție complexă obținută prin aplicarea a $k+1$ cuantificări de individ (universal - afirmative, respectiv existențial - afirmative), mai întîi la φ, respectiv ψ, apoi la rezultatul generalizării propozițiilor φ și ψ prin $(\wedge\ x_k)$, respectiv $(\vee\ x_k)$, ..., $(\wedge\ x_0)$, respectiv $(\vee\ x_0)$.

Însă, aceste propoziții complexe pot fi obținute pe o cale mult mai simplă. Operațiile desemnate de cuantorii care alcătuiesc prefixurile celor două formule pot fi „concentrate“ în cîte o *CUANTIFICARE COMPLEXĂ* în concordanță cu propozițiile de identitate (D43) și (D44).

$$(D43)\ (\wedge\ x_0 \ldots x_k)\ \varphi = (\wedge\ x_0) \ldots (\wedge\ x_k)\ \varphi$$

$$(D44)\ (\vee\ x_0 \ldots x_k)\ \psi = (\vee\ x_0) \ldots (\vee\ x_k)\ \psi$$

Noile operaţii de cuantificare se aplică o singură dată la cîte o singură propoziţie – φ, respectiv ψ –, dar în privinţa substituenţilor existenţi ai tuturor indivizilor componenţi (x_0, ..., x_k). Oricum, ele determină o oarecare economie discursivă, întrucît permit să se evite aplicarea a cîte k + 1 cuantificări la k + 1 propoziţii diferite. Într-o lectură aproximativă, cuantorii de individ „($\wedge$ x_0 ... x_k)" şi „($\vee$ x_0 ... x_k)" revin în limba română la sincaregoremele „*pentru toţi substituenţii existenţi ai indivizilor x_0, ..., x_k, ...*", respectiv „*pentru cel puţin cîte un substituent existent al indivizilor x_0, ..., x_k, ...*".

Următoarea categorie de cuantificări nonstandard pe care o aducem în atenţie cuprinde aplicaţiile pe care le denumesc *CUANTORII DE INDIVID RESTRÎNŞI / SORTAŢI / CU DOMENIU MĂRGINIT* [66].

În mod aparent paradoxal, pot fi amintite aici înseşi operaţiile care exemplifică schemele de cuantificare clasice – ($\forall$ x_i) şi ($\exists$ x_i) –, ce-i drept, numai dacă sînt considerate în contextul logicii libere. Potrivit unei convenţii instituite anterior, propoziţiile ($\forall$ x_i) φ şi ($\exists$ x_i) φ pot fi reformulate sub forma schemelor închise ($\wedge$ x_i) (E_a (x_i) $\rightarrow$ φ), respectiv ($\vee$ x_i) (E_a (x_i) $\wedge$ φ), astfel încît cuantificările aplicate să nu conţină nici un angajament privind existenţa reală. Dar, antecedentul operaţiei de implicare din prima propoziţie şi al operaţiei de conjugare din a doua propoziţie [67] poate fi transferat asupra conectivelor ($\wedge$ x_i) şi ($\vee$ x_i), obţinîndu-se propoziţiile $(\wedge x_i)_{E_a (x_i)}$ φ şi $(\vee x_i)_{E_a (x_i)}$ φ, identice cu primele. Secvenţele „$(\wedge x_i)_{E_a (x_i)}$" şi „$(\vee x_i)_{E_a (x_i)}$" funcţionează ca şi cuantori mărginiţi şi sînt coreferente cu expresiile nesaturate din limba română: „*pentru orice substituent al individului x_i care este actual - existent, ...*", respectiv „*pentru cel puţin un substituent al individului x_i care este actual - existent, ...*". Doar din considerente de ordin stilistic sau estetic, cuantorii sortaţi „$(\wedge x_i)_{E_a (x_i)}$" şi „$(\vee x_i)_{E_a (x_i)}$" sînt înlocuiţi, apoi, cu formele abreviate „($\forall$ x_i)", respectiv „($\exists$ x_i)".

Mecanismul de generare a cuantificărilor sortate este extrem de productiv şi în logica angajată ontologic. Schemele definiţionale (D45) şi (D46) indică faptul că putem construi o clasă infinit numărabilă de cuantificări restrînse. Evident, nu fiecare dintre acestea va fi reprezentată într-o formă abreviată, pentru a nu face practic imposibilă analiza logică. Se ştie doar că supleţea unui formalism este determinată de numărul restrîns al constantelor.

$$\text{(D45)}\quad (\wedge x_i)_{P_j^1 (x_i)}\,\varphi = (\wedge x_i)\ (P_j^1\ (x_i) \rightarrow \varphi)$$

$$\text{(D46)}\quad (\vee x_i)_{P_j^1 (x_i)}\,\varphi = (\vee x_i)\ (P_j^1\ (x_i) \wedge \varphi)$$

Rămîne, astfel, la latitudinea celui care efectuează analiza logică să întrebuinţeze cuantorii mărginiţi, fie în formă analitică, fie în formă sintetică (abreviată). Trebuie să adăugăm aici, însă, menţiunea că, de regulă, în locul complicării operaţiilor de cuantificare se preferă complicarea domeniilor de acţiune aferente acestora. Spre exemplu, dacă se acceptă corespondenţele (F1.1) şi (F1.2),

[66] Cf. [58: 162-8]; W. Hodges, *Elementary Predicate Logic*, in: D. Gabbay şi F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, p. 43; L. Borkowski, *Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik*, Akademie - Verlag, Berlin, 1976, p. 143.

[67] Ne-am îngăduit să lărgim aria de utilizare a expresiei „antecedent". Ea desemnează, astfel, primul argument al unei operaţii binare, oricare ar fi aceasta. Al doilea argument al respectivei operaţii va fi considerat (con-) secvent (sau succedent).

atunci enunțul „*Toți oamenii sînt muritori*" este formalizat mai degrabă în varianta „$(\wedge x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x))$", decît în varianta „$(\wedge x)_{P^1\ (x)}\ R^1\ (x)$". Aceasta înseamnă că, de obicei, enunțul dat este structurat logic în forma „*Pentru orice x, dacă x este om, x este muritor*", iar nu în forma „*Pentru orice x care este om, x este muritor*". Cît privește abrevierea cuantorului sortat de individ „$(\wedge x)_{P^1\ (x)}$", ea pare a fi cu totul nerecomandabilă.

(F1.1) f („... *este un om*") = „P^1"

(F1.2) f („... *este muritor*") = „R^1"

O importanță aparte este acordată în contextul cuantificării nonstandard așa-numiților CUANTORI NUMERICI[68]. Promovarea lor în perimetrul formalismelor este motivată de faptul că folosirea exclusivă a cuantorilor de individ clasici în codificarea logică a multor enunțuri particulare conduce la formule rebarbative.

De exemplu, sub rezerva acceptării ipotezelor (F2.1) și (F2.2), enunțul „*Cel puțin trei politicieni români sînt cinstiți*" este reflectat în limbajul *L* de formula „$(\vee x)\ (\vee y)\ (\vee z)\ (P^1\ (x) \wedge Q^1\ (x) \wedge P^1\ (y) \wedge Q^1\ (y)\ \wedge P^1\ (z)\ \wedge\ Q^1\ (z) \wedge \wedge\ (x \neq y) \wedge\ (x \neq z)\ \wedge\ (y \neq z))$" sau, dacă se ține seama de caracterul poliadic al operației de atribuire a diversității (în mulțimea indivizilor), așa cum transpare din propoziția formală (D47), de formula „$(\vee x)\ (\vee y)\ (\vee z)\ (P^1\ (x) \wedge Q^1\ (x) \wedge P^1\ (y) \wedge \wedge\ Q^1\ (y)\ \wedge\ P^1\ (z)\ \wedge Q^1\ (z)\ \wedge (x \neq y \neq z)))$"

(F2.1) f („... *este un politician român*") = „P^1"

(F2.2) f („... *este cinstit*") = „Q^1"

(D47) $(\alpha_0 \neq \ldots \neq \alpha_n) = (\alpha_0 \neq \alpha_1)\ \wedge\ \ldots\ \wedge (\alpha_0 \neq \alpha_n)\ \wedge$
$\wedge \ldots\ \wedge (\alpha_1 \neq \alpha_2)\ \wedge \ldots\ \wedge (\alpha_1 \neq \alpha_n)\ \wedge \ldots\ \wedge (\alpha_{n-1} \neq \alpha_n)$

Ce ne-am face, însă, dacă am lua în seamă existența a cel puțin douăzeci de politicieni români cinstiți? Codificarea formală standard ar fi, în acest caz, inutilizabilă.

O primă subclasă de cuantificări numerice poate fi originată în schema clasică $(\vee x_i)$. Redenumită sub forma „$(1x_i)$", această structură logică ar deschide șirul numărabil al CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID MINIMIZANTE (altfel spus, cuantificări de minimizare) – $(1x_i)$, $(2x_i)$, $(3x_i)$ etc. –, ce pot fi definite în succesiunea de identificări (D48.1.1) – (D48.n.1):

(D48.1.1) $(1x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ \varphi\ [x_j / x_i]$.

(D48.2.1) $(2x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ (\vee x_k)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \wedge\ (x_j \neq x_k))$,

(D48.3.1) $(3x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ (\vee x_k)\ (\vee x_m)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\ \varphi\ [x_m / x_i] \wedge\ (x_j \neq x_k \neq x_m))$ ș.a.

---

[68] În tratarea acestei problematici am utilizat următoarele surse bibliografice: P. Lorenzen, *Formale Logik*, 2. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin, 1962, pp. 139-40; G. Hasenjaeger, *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der Modernen Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1962, pp. 100 sqq. (sau versiunea engleză a acesteia: *Introduction to the Basic Concepts and Problems of Modern Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1972, pp. 88 sqq.); A. Menne, *Einfürung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München, 1973, pp. 71-2; Virginia Klenk, *Understanding Symbolic Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1983, pp. 363-8; S. Guttenplan, *The Languages of Logic. An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford, 1986, p. 217; M. Balais, *Logica simbolică*, II, Universitatea „Babeș - Bolyai", Cluj Napoca, 1988, p. 21.

Dacă am uza de posibilitatea „concentrării" cuantificărilor existenţial - afirmative, de regula comutativităţii conjuncţiei şi, apoi, de definiţiile care guvernează derivarea cuantificărilor sortate, propoziţiile de mai sus ar putea fi redate într-o variantă uşor simplificată, conform cu (D48.1.2) – (D48.n.2):

(D48.1.2) $(1x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ \varphi\ [x_j / x_i]$,

(D48.2.2) $(2x_i)\ \varphi = (\vee x_j\ x_k)_{x_j \neq x_k}\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i])$,

(D48.3.2) $(3x_i)\ \varphi = (\vee x_j\ x_k\ x_m)_{x_j \neq x_k \neq x_m}\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \wedge \varphi\ [x_m / x_i])$ etc.

Să mai luăm notă de faptul că stabilirea relaţiei de coreferenţă între semnele din limbajul *L*, respectiv din limba română, ale cuantificărilor minimizante nu ridică nici un fel de probleme.

„$(1x_i)$" = *„pentru cel puţin un substituent existent al individului x_i, ..."*,

„$(2x_i)$" = *„pentru cel puţin doi substituenţi existenţi ai individului x_i, ..."*,

„$(3x_i)$" = *„pentru cel puţin trei substituenţi existenţi ai individului x_i, ..."* etc.

Cu un rol operatoriu deloc neglijabil se asociază *CUANTIFICĂRILE DE INDIVID MAXIMIZANTE / DE MAXIMIZARE*, reprezentate în *L* de cuantorii „$(1\ !\ x_i)$", „$(2\ !\ x_i)$", „$(3\ !\ x_i)$", ..., iar în limba română, de sincategoremele *„pentru cel mult un substituent existent al individului x_i, ..."*, *„pentru cel mult doi substituenţi existenţi ai individului x_i, ..."*, *„pentru cel mult trei substituenţi existenţi ai individului x_i, ..."* şi aşa mai departe.

Este foarte important să reţinem constatarea că folosirea termenului „existent (-ţi)" în lectura cuantorilor de maximizare nu semnifică nici un angajament existenţial. Spre exemplu, enunţul *„Cel mult un politician român este corupt"* nu conţine supoziţia că cel puţin un individ din lumile existente ale universului este politician român şi corupt.

În aceste condiţii, definirea cuantificărilor maximizante în supoziţie existenţială, aşa cum propune, de pildă, Gisbert Hasenjaeger prin seria de definiţii (D49.1.1) – (D49.n.1) nu pare a fi corectă.

(D49.1.1) $(1\ !\ x_i)\ \varphi = (\vee\ x_j)\ (\wedge\ x_k)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j))$,

(D49.2.1) $(2\ !\ x_i)\ \varphi = (\vee\ x_j)\ (\vee\ x_k)\ (\wedge x_m)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge$
$\wedge\ \varphi\ [x_k / x_i] \wedge \varphi\ [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k))$,

(D49.3.1) $(3\ !\ x_i)\ \varphi = (\vee\ x_j)\ (\vee\ x_k)\ (\vee x_m)\ (\wedge\ x_n)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\ \varphi\ [x_m / x_i] \wedge \varphi\ [x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m))$ etc.

Mai potrivită ni se pare soluţia care presupune antrenarea în definitori doar a cuantificărilor de individ universal-afirmative, rezolvare prezentată, printre alţii, de Virginia Klenk:

(D49.1.2) $(1\ !\ x_i)\ \varphi = (\wedge\ x_j)\ (\wedge\ x_k)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j))$,

(D49.1.3) $(1\ !\ x_i)\ \varphi = (\wedge\ x_j\ x_k)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j))$,

(D49.2.2) $(2\ !\ x_i)\ \varphi = (\wedge\ x_j)\ (\wedge\ x_k)\ (\wedge\ x_m)\ (\varphi\ [x_j / x_i] \wedge \varphi\ [x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\ \varphi\ [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k))$,

(D49.2.3) $(2\,!\,x_i)\,\varphi = (\wedge\, x_j\, x_k\, x_m)\,(\varphi\,[x_j / x_i] \wedge \varphi\,[x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\, \varphi\,[x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k))$,

(D49.3.2) $(3\,!\,x_i)\,\varphi = (\wedge\, x_j)\,(\wedge\, x_k)\,(\wedge\, x_m)\,(\wedge\, x_n)\,(\varphi\,[x_j / x_i] \wedge \varphi\,[x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\, \varphi\,[x_m / x_i] \wedge \varphi\,[x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m)$ etc.

(D49.3.3) $(3\,!\,x_i)\,\varphi = (\wedge\, x_j\, x_k\, x_m\, x_n)\,(\varphi\,[x_j / x_i] \wedge \varphi\,[x_k / x_i] \wedge$
$\wedge\, \varphi\,[x_m / x_i] \wedge \varphi\,[x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m)$ etc.

Apelînd la un nou exemplu, vom spune că, pe temeiul corespondenţelor traductive (F3.1) – (F3.3) enunţul „*Unii politicieni români au în proprietate cel mult o casă*" poate fi redat în *L* prin mijlocirea formulelor „$(1x)\,(Q^1(x) \wedge (1!\,y)\,(P^1(y) \rightarrow$ $\rightarrow R^2(x, y))$", respectiv „$(\vee\, x)\,(Q^1(x) \wedge (\wedge\, y)\,(\wedge\, z)\,(P^1(y) \wedge P^1(z) \wedge R^2(x, y) \wedge$ $\wedge\, R^2(x, z) \rightarrow (y = z)))$".

(F3.1) *f* („... *este un politician român*") = „Q^1"

(F3.2) *f* („... *este o casă*") = „P^1"

(F3.3) *f* („... *are în proprietate* ...") = „R^2"

Se poate lesne remarca faptul că prima dintre formulele corespunzătoare este construită cu ajutorul unui cuantor nonstandard şi astfel se dovedeşte a fi mult mai elegantă şi mai uşor de mînuit decît formula coreferentă care îi succede. În plus, analiza logică dezvăluie faptul că respectivul enunţul lasă deschisă problema existenţei a cel puţin unei case în proprietatea unor politicieni români.

În categoria „maximatorilor" / cuantorilor de maximizare se înscrie un operator aparte – „$((\aleph_0 - 1)\,!\,x_i)$" –, în expresie naturală, „*pentru un număr finit de substituenţi existenţi ai individului* x_i, ...", cu ajutorul căruia putem reprezenta ideea că, fiind dată o propoziţie φ în structura căreia individul α poate să aibă numai intrări libere, doar un număr finit de substituţii ale acesteia relative la α sînt adevărate: $((\aleph_0 - 1)\,!\,x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$. Notăm că $\aleph_0$ este cel mai mic număr cardinal transfinit şi reprezintă cardinalitatea mulţimii numerelor naturale.

Negaţia propoziţiei $((\aleph_0 - 1)\,!\,x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$ este identică cu generalizarea minimizantă prin $(\aleph_0\, x_i)$ a propoziţiei φ relativ la individul α şi conţine gîndul că substituţiile adevărate ale propoziţiei φ în privinţa lui α sînt în număr infinit.

(D50) $((\aleph_0\, x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha] = \sim((\aleph_0 - 1)\,!\,x_i)\ \varphi\ [x_i / \alpha]$

Antrenarea în formalisme a ultimilor doi cuantori nonstandard creează o perspectivă metalogică inedită, fapt pentru care ei sînt plasaţi într-o extensie cu cuantori generalizaţi a logicii de ordinul întîi sau în aşa-numita „logică de ordinul doi slabă"[69].

Deosebit de relevante se dovedesc operaţiile rezultate din conjugarea cuantificărilor minimizante cu cuantificările maximizante, care indică aceeaşi valoare numerică şi controlează intrările într-o propoziţie ale aceluiaşi individ: $((1\,x_i) \wedge$ $\wedge\ (1\,!\,x_i))$, $((2\,x_i) \wedge (2\,!\,x_i))$, $((3\,x_i) \wedge (3\,!\,x_i))$ ş.a. Din considerente de ordin practic, respectivele operaţii – să le zicem *CUANTIFICĂRI NUMERICE DE PRECIZIE* – vor fi reprezentate de-o manieră sintetică în limbajul formalizat *L* prin intermediul cuantorilor „$(!\,1\,x_i)$", „$(!\,2\,x_i)$", „$(!\,3\,x_i)$" etc. Sincategoremele din limba română

[69] În engleză, „*weak second-order logic*". Cf. J. van Benthem şi K. Doets, *Higher-Order Logic*, în: D. Gabbay şi F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, pp. 278; 291-2.

care reproduc înţelesurile acestor cuantori formalizaţi alcătuiesc, la rîndul lor, şir numărabil: *„pentru exact un substituent existent al individului x_i, ...“*, *„pentru exact doi substituenţi existenţi ai individului x_i, ...“*, *„pentru exact trei substituenţi existenţi ai individului x_i, ...“* ş. a.

Definirea cuantificărilor de precizie prin mijlocirea cuantificărilor clasice – $(\wedge x_i)$ şi $(\vee x_i)$ – se finalizează în seria de identificări (D51.1 – n):

$$(D51.1)\ (!\ 1\, x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ (\varphi\, [x_j / x_i] \wedge (\wedge x_k)\ (\varphi\, [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j)).$$

$$(D51.2)\ (!\ 2\, x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ (\vee x_k)\ (\varphi\, [x_j / x_i] \wedge \varphi\, [x_k / x_i] \wedge (x_j \neq x_k) \wedge \wedge (\wedge x_m)\ (\varphi\, [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k))).$$

$$(D51.3)\ (!\ 3\, x_i)\ \varphi = (\vee x_j)\ (\vee x_k)\ (\vee x_m)\ (\varphi\, [x_j / x_i] \wedge \wedge \varphi\, [x_k / x_i] \wedge \varphi\, [x_m / x_i] \wedge (x_j \neq x_k \neq x_m) \wedge (\wedge x_n)\ (\varphi\, [x_n / x_i] \rightarrow \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m) \text{ etc.}$$

Definitorii extrem de complicaţi ai propoziţiilor de mai sus dovedesc o dată în plus că utilizarea cuantificărilor de precizie antrenează o salutară economie operatorie.

Fie, spre ilustrare, enunţul *„Ion a cumpărat o singură (exact o) maşină sport“*. Dacă se asumă notaţiile (F4.1) – (F4.3), atunci enunţul ales este tradus de-o manieră standard în *L* de formula „$(\vee x)\ (P^1(x) \wedge Q^2\ (a, x) \wedge (\wedge y)\ (P^1\ (x) \wedge \wedge Q^2\ (a, y) \rightarrow (y = x))$“, iar într-o variantă nonstandard, de secvenţa formalizată „$(!1x)\ (P^1\ (x) \wedge Q^2\ (a, x))$“.

(F4.1) *f* („*Ion*“) = „a“

(F4.2) *f* („*... este o maşină sport*“) = „P^1“

(F4.3) *f* („*... a cumpărat ...*“) = „Q^2“

Aplicate curent în situaţiile de comunicare, cuantificările numerice ar trebui să fie subordonate unui sistem riguros de reguli, aidoma exemplarelor derivate din schemele clasice, $(\wedge x_i)$ şi $(\vee x_i)$. Păstrînd această problemă ca temă a unei cercetări independente, ne mărginim la prezentarea regulilor care asociază cuantificările numerice cu negaţia.

$$(R39)\ \sim (kx_i)\ \varphi \Leftrightarrow ((k-1)!x_i)\ \varphi$$

$$(R40)\ \sim (k\ !\ x_i)\ \varphi \Leftrightarrow ((k+1)\ x_i)\ \varphi$$

$$(R41)\ \sim (!\ k\, x_i)\ \varphi \Leftrightarrow ((k-1)\ !\ x_i)\ \varphi \vee ((k+1)\ x_i)\ \varphi$$

Pe baza regulilor şi definiţiilor asumate sau demonstrate, se pot construi derivări întemeietoare pentru toate cele trei inferenţe reciproce. Pentru a nu transforma aceste consideraţii într-un exerciţiu formal arid, vom oferi în locul respectivelor demonstraţii o ilustrare edificatoare în limba română. Astfel, din propoziţia că *trei filosofi au fost monarhi* se obţine, în urma negării, afirmaţia că *nu trei filosofi au fost monarhi* (adică, *cel mult doi filosofi au fost monarhi sau cel puţin patru filosofi au fost monarhi*). Exemplul ales sugerează, în plus, pertinenţa construirii unui operator schematic care să redea cuantificările complexe obţinute prin aplicarea operaţiei de negare la cuantificările de precizie. Prin urmare, dacă am admite identificarea (D52), în care $(\sim (!\ kx_i))$ constituie SCHEMA CUANTIFICĂRILOR NUMERIC - IMPRECISE, posibil de exprimat în limba română de sintagmele „...

pentru exact k substituenţi existenţi ai individului x_i, ..." şi „*pentru cel mult k – 1 sau pentru cel puţin k + 1 substituenţi existenţi ai individului x_i, ...*", atunci negaţia afirmaţiei că *trei filosofi au fost monarhi* revine la propoziţia că *cel mult doi sau cel puţin patru filosofi au fost monarhi* (adică, *există cel mult doi sau cel puţin patru x, astfel încît x a fost filosof şi x a fost monarh*).

$$\text{(D52)} \sim (!\, kx_i)\, \varphi = (\sim (!\, kx_i))\, \varphi$$

Menţionăm ca pe o curiozitate faptul că propoziţia exprimată de enunţul „*Nu doar trei filosofi au fost monarhi*", obţinută în urma aplicării operaţiei exprimate de sincategorema „*nu doar*" la propoziţia dată, constituie contrara, iar nu contradictoria acesteia. Ea conţine ideea că cel puţin patru filosofi au fost monarhi.

Mai greu de recuperat în plan formal se dovedesc a fi aplicaţiile reprezentate în limbajele naturale (în speţă, în limba română) de *CUANTORII NUMERICI FRACŢIONARI* sau *PROCENTUALI* [70], în alcătuirea cărora intră determinanţi cantitativi de felul: „*unul din doi*", „*cel mult 75%*", „*cel puţin o treime*" etc.

Considerăm, înainte de toate, că respectivii determinanţi „naturali" ar trebui reformulaţi potrivit unui singur sistem de proporţii. Spre exemplu, s-a putea conveni că dintre expresiile coreferente „*o treime*", „*unul din trei*" şi „*33, (3) %*", ultima se acomodează cel mai bine unei transpuneri la nivel formal. În acelaşi fel, expresiile „*cel puţin trei pătrimi*" şi „*cel puţin trei din patru*" ar lăsa loc sintagmei „*cel puţin 75 %*" / „*cel puţin 75 de procente*" / „*cel puţin 75 dintr-o sută*".

O dată omogenizaţi, determinanţii ar urma să se asocieze cu cîte un termen individual variabil, astfel încît întregii obţinuţi – cuantorii de individ procentuali – să poată fi concatenaţi cu enunţuri pentru a obţine alte enunţuri (evident, cu respectarea celorlalte reguli de formare).

Cuantorii de individ procentuali se subsumează în limbajul *L* schemelor „$(n\ \%\ x_i)$", „$(n\ !\ \%\ x_i)$" şi „$(!\ n\ \%\ x_i)$", iar în limba română, sincategoremelor „*pentru cel puţin n procente dintre substituenţii existenţi ai individului x_i, ...*", „*pentru cel mult n procente dintre substituenţii existenţi ai individului x_i, ...*" şi „*pentru (exact) n procente dintre dintre substituenţii existenţi ai individului x_i, ...*".

Fie, spre ilustrare, textul inferenţial „*Doi din trei cetăţeni români au drept de vot; cel puţin 75 de procente dintre cei care locuiesc în România sînt cetăţeni români; prin urmare, dintre cei care locuiesc în România, cel puţin jumătate au drept de vot*".

După ce se omogenizează determinanţii cantitativi, asumînd coreferenţa sincategoremelor „*doi din trei*" şi „*cel puţin jumătate*" cu expresiile „*(exact) 66, (6) de procente*", respectiv „*cel puţin 50 de procente*" şi după ce se traduc în limbajul formalizat *L* „constantele descriptive", potrivit schemelor (F5.1 – 3), fragmentul lingvistic supus atenţiei poate fi reflectat în universul formalismelor prin secvenţa „$(!\ 66,(6)\ \%\ x)\ (P^1(x) \rightarrow Q^1(x));\ (75\ \%\ y)\ (R^1(y) \rightarrow P^1(y)) \Rightarrow (50\%\ z)\ (R^1(z) \rightarrow Q^1(z))$".

(F5.1) *f* („*... este cetăţean român*") = „P^1"

[70] Aceşti cuantori sînt menţionaţi (deşi într-o manieră nesistematică) încă în lucrările lui J. H. Lambert. Cf. R. Blanché, *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin, Paris, 1970, p. 234; P. Ioan, *Perspective logice. Contribuţii la reconstruirea unui profil disciplinar*, Editura Junimea, Iaşi, 1987, p. 26.

(F5.2) f („... *are drept de vot*") = „Q^1"

(F5.3) f („... *locuieşte în România*") = „R^1"

Aşa cum se poate observa, matricele propoziţiilor (formalizate) cuantificate procentual se construiesc cu ajutorul unei conective nesimetrice (implicarea), subînţelegînd că ordinea în care sînt dispuse argumentele acestei operaţii nu este aleatoare. Dacă am fi apelat la operaţia de conjugare – operaţie comutativă – am fi obţinut rezultate inacceptabile, printre acestea numărîndu-se şi identificarea propoziţiilor exprimate de enunţurile „*Doi din trei cetăţeni români au drept de vot*" şi „*Doi din trei indivizi care au drept de vot sînt cetăţeni români*".

S-ar putea construi un algoritm decizional specific inferenţelor alcătuite din propoziţii cuantificate proporţional?

În literatura logică sînt consemnate cel puţin două încercări pe această temă (însă nici una din ele suficient de elaborată), una datorată lui logicianului român Florea Ţuţugan [71] şi cealaltă lui Robert Blanché [70a: 233 sqq.]. Una dintre ideile de bază prezente aici este aceea că din două propoziţii cuantificate fracţionar se poate extrage o concluzie, numai dacă suma determinanţilor cantitativi din structura acestora este supraunitară [72]. Dacă această condiţie este îndeplinită, se poate adăuga că determinantul din concluzie se calculează scăzînd valoarea 1 din suma determinanţilor care apar în premise.

Transferată în sistem procentual, această clauză privind posibilitatea derivării unei concluzii cuantificate fracţionar revine la prescripţia după care suma determinanţilor din premise trebuie să depăşească 100 de procente şi la constatarea că determinantul concluziei se calculează scăzînd din respectiva sumă valoarea 100.

Ar mai fi nevoie, însă, să stabilim tipul cuantificării procentuale din concluzie: de minimizare? de maximizare? de precizie? Acest lucru se poate face, credem noi, după o ierarhizare a cuantificărior proporţionale în raport cu „tăria" lor. Astfel, vom spune că schemele (! n % x_i), (n % x_i) şi (! n % x_i) sînt dispuse în ordinea descrescătoare a tăriei lor şi că în concluzie „se urmează partea cea mai slabă".

Întorcîndu-ne la inferenţa - exemplu de mai sus, se poate constata că premisele nu autorizează deducerea concluziei ((66, (6) + 75) – 100 ≠ 50). O concluzie formală a respectivei inferenţe ar putea fi (41, (6) % z) (R^1 (z) → Q^1 (z)). Adoptînd în locul cuantificării procentuale cuantificarea fracţionară, această concluzie veritabilă este exprimată în limba română de enunţul „*Cel puţin 5 din 12 locuitori ai României au drept de vot*".

Cuantificările procentuale nu sînt scutite de dificultăţi, una dintre ele constituind-o problema negării propoziţiilor construite cu ajutorul lor. Spre exemplu, care ar fi negaţia afirmaţiei că *cel puţin 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetăţeni români* ? Să fie aceasta: *cel mult, dar nu exact 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetăţeni români* ? Această formulare destul de ciudată şi aparent greu de tradus în limbaj formal vrea să atragă atenţia asupra unei limite maxime – 75% –, limită care nu este atinsă. Cîte o situaţie similară apare în cazul negării generalizărilor procentuale maximizante şi de precizie.

---

[71] Florea Ţuţugan, *Silogistica judecăţilor de predicaţie. Contribuţii, adaosuri şi rectificări la silogistica clasică*, Editura Academiei, Bucureşti, 1957, p. 223.

[72] Pentru a nu cădea cu totul în pedantism, am îngăduit în derularea acestui demers o nouă omonimie: expresia „determinant" este utilizată indistinct atît în supoziţie materială cît şi în supoziţie formală.

Astfel, negarea afirmației că *cel mult 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români* conduce la ideea că *cel puțin, sigur mai mult, 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*. De data aceasta sîntem puși în fața unei limite inferioare despre care știm cu certitudine că este depășită. În sfîrșit, prin negarea unei propoziții care a fost generalizată printr-o cuantificare procentuală de precizie se instituie o limită superioară neatinsă și, în același timp, o limită inferioară, care este în mod sigur depășită. O ilustrare a acestei împrejurări este dată de negația propoziției că *(exact) 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*.

Formalizarea enunțurilor care exprimă negarea unor propoziții cuantificate procentual nu constituie o problemă insolubilă. O rezolvare în acest sens este oferită (deși nu explicit) de B. E. Thompson [73]. În mod concret, se propune spre utilizare o variabilă numerică specială – „ι" –, care reprezintă o valoare pozitivă infinitezimală. Altfel spus, ι este un număr mai mare decît 0, dar, în același timp, atît de mic încît pentru orice numere naturale diferite de 0 – m, n și k –, dacă $m > n$, atunci $m > (n + (k \cdot \iota))$. În aceste condiții, indiferent de cîte ori l-am adăuga pe ι lui n, nu se obține o valoare egală cu m.

Dacă revenim la enunțurile naturale folosite în exemplificarea acestei probleme și la corespondențele traductive asociate cu constantele descriptive din componența acestora, putem construi suita de formalizări (F6.1) – (F6.3).

(F6.1) f („*Cel mult, dar nu exact 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetățeni români*") = „$((75 - \iota)\,!\,\%\,x)\ (R^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$"

(F6.2) f („*Cel puțin, sigur mai mult , 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*") = „$((75 + \iota)!\%\,x)\ (R^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$"

(F6.3) f („*Nu (exact) 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*") = = „$((75 - \iota)!\%\,x)\ (R^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x)) \vee ((75 + \iota)!\%\,x)\ (R^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$"

Relativ ingenioasă, soluția avansată mai sus are de înfruntat obiecția privind valoarea variabilei „ι". Faptul că identificarea numărului ι se face în moduri diferite, în funcție de context, împietează asupra testării, sub raportul validității, a inferențelor în care el apare.

La fel de greu de controlat la nivel formal sînt numeroasele și variatele aproximări ale cuantificărilor numerice [74]. Dificultățile sînt legate, în primul rînd, de înțelesul vag al modificatorilor care se atașează semnelor respectivelor cuantificări („*aproape*", „*circa*", „*aproximativ*", „*mult mai mult de*", „*mult mai puțin de*", ...) [75]. Spre exemplu, enunțul „*Trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*" nu conține nici o neclaritate sub aspectul cantității. Evident, nu același lucru se poate afirma în cazul enunțurilor „*Aproape trei pătrimi –*", „*Circa trei pătrimi –*", „*Mult mai mult de trei pătrimi –*", „*Mult mai puțin de trei pătrimi – dintre politicienii români sînt cinstiți*".

---

[73] B. E. Thompson, *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York, 1992, p. 164.

[74] Cîteva referiri lapidare la „cuantorii de aproximație" pot fi întîlnite la Gheorghe Enescu (*Cîteva probleme ale logicii moderne*, în: Gh. Enescu (ed.), *Direcții în logica contemporană*, Editura Științifică, București, 1974, p. 174) și M. Balais [68f: 21]).

[75] Cu privire la cuantificarile numerice (proporționale) și la posibilitățile de reprezentare (în silogistică) a aproximărilor acestora se pot consulta: P. L. Peterson, *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, in: „Journal of Philosophical Logic", 20, 1991, pp. 287-313; [73: 44-71; 162-203].

Expresiile „aproape" și „circa" trimit la o modificare a cuantificării de bază cu o „cîtime" minimă, în sens descendent în primul caz, în ambele sensuri, în cel de-al doilea. Dar care este valoarea acestei cîtimi ?

O soluție convenabilă pare să fie aceea care presupune utilizarea variabilei „ι". Trebuie să aducem, însă, o precizare importantă; dat fiind că sensul expresiilor de genul „aproape" și „circa" fluctuează pe o scală relativ întinsă în funcție de context (spre exemplu, ele nu sînt asumate la fel în domeniul științific și în comunicarea cotidiană), valoarea variabilei „ι" ar fi mai bine să o numim nesemnificativă decît infinitezimală.

În mod analog ar putea fi tratați modificatorii *„mult mai mult de"* și *„mult mai puțin de"*. În acord cu punctul de vedere formulat de B. E. Thompson [73: 163], vom face apel la variabila „σ", pentru a desemna cea mai redusă valoare numerică semnificativă [76]. Este de prisos să amintim că și σ variază în raport de context. În funcție de sensul indicat de modificator – ascendent, respectiv descendent –, valoarea σ se adaugă sau se scade la / din valoarea de bază.

Transpunînd toți determinanții cantitativi în sistem procentual și ținînd, în același timp, seama de corespondențele traductive (F7.1 – 2), putem institui, spre ilustrare, formalizările (F7.3 – 6).

(F7.1) f („*... este politician român*") = „P^1"

(F7.2) f („*... este cinstit*") = „R^1",

(F7.3) f („*Aproape trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*") =
= „$((75 - \iota)\,!\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x))$"

(F7.4) f („*Circa trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*") =
= „$((75 - \iota)\,!\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x)) \vee ((!\,75\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x)) \vee$
$\vee\, ((75 + \iota)\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x))$"

(F7.5) f („*Mult mai mult de trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*") = „$((75 + \sigma)\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x))$"

(F7.6) f („*Mult mai puțin de trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*") = „$((75 - \sigma)\,\%\,x)\ (P^1\ (x) \rightarrow R^1\ (x))$"

Din cele prezentate reiese că ambiguitățile intrinseci ale secvențelor naturale care conțin cuantori de aproximație nu pot fi cu totul eliminate de analiza logică, în ciuda instrumentarului formal laborios pus la lucru. Valoarea unei propoziții cuantificate în mod aproximativ se stabilește, în ultimă instanță, pe considerente pragmatice, o dată cu acordarea unor valori determinate variabilelor „ι" și „σ".

Dintre cuantorii de aproximație, atît de rebeli analizei logice, se detașează prin importanță CUANTORII STOCASTICI [77] și CUANTORII PLURATIVI [78].

Dacă φ este o schemă propozițională în structura căreia φ are cel puțin o intrare liberă (și nici o intrare controlată), atunci generalizarea stocastică

[76] Autorul invocat folosește în acest sens expresia *„the lowest significant value"*.

[77] Grigore Constantin Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Édition de l'Académie, Bucarest, 1972, pp. 643-6; cf. și Ion Didilescu și Petre Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976, pp. 301 sqq.

[78] Nicholas Rescher, *Venn Diagrams for Plurative Syllogisms*, în: N. Rescher, *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - Holland, 1968, pp. 126-33; cf. și [77b: 301 sqq.]. Este de remarcat, că Nicholas Rescher definește predicatori silogistici, iar nu cuantori plurativi. Nimic nu împiedică, însă, corelarea celor două categorii de operatori.

universal - afirmativă a acesteia este reprodusă în limbajul *L* de formula predicațională „$(!\,(100-\iota)\,\%\,x_i)\ \varphi\,[x_i\,/\,\alpha]$“, iar în limba română de enunțul declarativ *„Pentru cei mai mulți / Pentru aproape toți substituenții existenți ai individului x_i*, $\varphi\,[x_i\,/\,\alpha]$“. În vederea unei simplificări notaționale, instituim relația de coreferență între cuantorii (schematici) „$(!(100-\iota)\ \%\,x_i)$“ și „(Px_i)“, astfel încît să fie valabilă propoziția formală de identitate (D53).

$$(D53)\ \ (Px_i)\ \varphi\,[x_i\,/\,\alpha] = (!\,(100-\iota)\,\%\,x_i)\ \varphi\,[x_i\,/\,\alpha]$$

Valoarea cantitativă cvasi - neglijabilă – ι –, care distinge între conectivele $(\wedge\, x_i)$ și $(P\, x_i)$ determină, pînă la urmă, comportamente operaționale semnificativ - distincte. O propoziție de forma $(\wedge\, x_i)\ \varphi$ este adevărată, dacă și numai dacă nici un individ existent nu ia locul lui x_i într-un exemplar arbitrar al schemei φ sub semnul falsității. În schimb, orice specificare a schemei $(Px_i)\ \varphi$ poate fi adeverită, chiar dacă un număr, ce-i drept infim, de substituții ale propozițiilor ce exemplifică φ au drept valoare alethică falsul. Una dintre cele mai importante consecințe ale acestor date este faptul că, în cazul generalizării stocastice universal - afirmative, este invalidată regula instanțierii. Din $(Px_i)\ \varphi$ nu urmează cu necesitate $\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$, întrucît α s-ar putea număra printre acele foarte puține substituții ale lui x_i, astfel încît $\sim\varphi$. Tot sub semnul nevalidității stă regula detașării (adică *modus ponens*) originată într-o implicație cuantificată universal - stocastic. Astfel, premisele $(Px_i)\ (P_j^1\,(x_i) \rightarrow P_k^1\,(x_i))$ și $P_j^1\,[\alpha\,/\,x_i]$ nu autorizează derivarea concluziei $P_k^1\,[\alpha\,/\,x_i]$.

Să mai adăugăm, de o manieră explicită, că falsitatea unei propoziții singulare nu constituie un temei suficient pentru deducerea falsității unei generalizări stocastice universal - afirmative a acesteia. Aceasta revine, în expresie formală, la afirmația că din $\sim\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$ nu decurge cu necesitate $\sim (Ux_i)\ \varphi$. Pentru comparație, se poate reține caracterul valid al regulii (R42).

$$(R42)\ \ \sim\varphi\,[\alpha\,/\,x_i\,] \Rightarrow\ \sim (\wedge x_i\,)\ \varphi$$

1. $\sim\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$	*ipoteză primară*
2. $(\wedge x_i)\ \varphi$	*ipoteză auxiliară*
3. $\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$	2: $(E\,(\wedge x_i))$
4. $\sim\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$	1: (R)
5. $\sim (\wedge x_i)\ \varphi$	2-4: (I~)

76°. O demonstrație în SD a regulii (R42)

Așa cum se constată, sistemul *SD* conține o derivare originată în premisa $\sim\varphi\,[\alpha\,/\,x_i]$ și încheiată cu concluzia $\sim (\wedge x_i)\ \varphi$.

Prin contradualizarea schemei operaționale (Px_i) se obține crochiul cuantificărilor stocastice universal-negative, reprezentat în limbajul formalizat *L* de expresia „(Bx_i)“, iar în limba română de sincategorema *„pentru foarte / pentru prea puțini substituenți existenți ai individului x_i, ...“*.

$$(D54)\ \ (Bx_i)\ \varphi = (Px_i)\ \sim\varphi = (!\,(100-\iota)\,\%\,x_i\,)\ \sim\varphi = (!\,\iota\,\%\,x_i\,)\ \varphi$$

Constituindu-se ca și cuantificări universal - negative atenuate, cuantificările stocastice în atenție nu se armonizează cu toate regulile clasice de derivare. Spre exemplu, dacă validitatea regulilor (R43) și (R44) este în afara oricărei îndoieli, la fel de neîndoielnică este nevaliditatea regulilor analoage construite cu ajutorul conectivei (Bx_i): (R' 43), respectiv (R' 44).

(R43) $(\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow \sim\varphi [\alpha / x_i]$ (R' 43) $(Bx_i)\ \varphi \Rightarrow \sim\varphi [\alpha / x_i]$

(R44) $\varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow \sim(\wedge x_i)^N \varphi$ (R' 44) $\varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow \sim (Bx_i)\ \varphi$

Pentru a compensa întrucîtva împuținarea regulilor de control al generalizărilor stocastice pomenite, să reținem că schemele (reciproc) contraduale $(Px_i)\ \varphi$ și $(Bx_i)\ \varphi$ se supun legii contrarietății, astfel încît sînt universal - valabile regulile de derivare (R45) – (R46).

(R45) $(Px_i)\ \varphi \Rightarrow \sim (Bx_i)\ \varphi$

(R46) $(Bx_i)\ \varphi \Rightarrow \sim (Px_i)\ \varphi$

O a treia structură de generalizări stocastice se poate deriva prin dualizarea cuantificărilor stocastice universal - afirmative, respectiv prin negarea cuantificărilor stocastice universal - negative. Reamintim că operațiile de dualizare și contradualizare se aplică în aceeași măsură operațiilor și propozițiilor. În vederea obținerii unei economii notaționale, optăm pentru corelarea dualizării și contradualizării cu propozițiile, cel puțin în reprezentarea acestor cîteva definiții.

(D55) $(Kx_i)\ \varphi = \sim (Bx_i)\ \varphi = \sim (Px_i) \sim\varphi = (!\sigma\%\, x_i)\ \varphi$

Exprimată în limbajul formalizat *L* de cuantorul „(Kx_i)", iar în limba română de expresia nesaturată *„pentru destul / suficient / semnificativ de mulți substituenți existenți ai individului* x_i, *...*", schema cuantificărilor stocastice particular - afirmative se distinge net de schema standard $(\vee x_i)$. Precum se știe, adeverirea unei singure specificări a schemei $\varphi [\alpha / x_i]$ era suficientă pentru a conchide că propoziția corespunzătoare particular afirmativă (de forma $(\vee x_i)\ \varphi$) este adevărată. În schimb, pentru a spune că o exemplificare a schemei $(K x_i)\ \varphi$ este adevărată, trebuie să fi stabilit în prealabil adevărul unui număr destul de mare de instanțe substitutive ale acesteia. Așadar, nu este vorba aici de o singură instanță, nici de un număr foarte mic / infim de instanțe.

Nu insistăm asupra regulilor de la care se abat cuantificările stocastice existențial - afirmative, pentru că ele se determină prin analogie cu celelalte cazuri. Mai potrivit ni se pare să ne îndreptăm atenția asupra unor reguli aferente general - valabile.

Astfel, se verifică regulile care exprimă legile sub-, respectiv supra - alternării – (R47) și (R48) –, regulile care redau legea necontrazicerii – (R49) și (R50) –, precum și regulile (R51) și (R52), care „dezgheață" o parte a definiției (D55), în sensul că statornicesc dualitatea propozițiilor cuantificate stocastic prin exemple ale cuantificărilor schematice: (Px_i), respectiv (Bx_i).

(R47) $(Px_i)\ \varphi \Rightarrow (Kx_i)\ \varphi$ (R50) $(Kx_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim (Bx_i)\ \varphi$

(R48) $\sim (Kx_i)\ \varphi \Rightarrow \sim (Px_i)\ \varphi$ (R51) $(Px_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim (Kx_i) \sim\varphi$

(R49) $\sim (Kx_i)\ \varphi \Leftrightarrow (Bx_i)\ \varphi$ (R52) $(Kx_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim (Px_i) \sim\varphi$

Îndestulător de relevante și de productive ni se par și cuantificările stocastice particular - negative, derivate prin negarea, dualizarea, respectiv contradualizarea cuantificărilor stocastice universal - afirmative, universal - negative, respectiv existenţial - negative. Convenind să notăm structura acestor operaţii cu ajutorul expresiei „(Gx_i)“ / *„pentru destui substituenţi existenţi ai individului x_i, nu ...“* / *„nu pentru cei mai mulţi substituenţi existenţi ai individului x_i, ...“*, sîntem în măsură să formulăm definiţia (D56).

(D56) $(Gx_i)\ \varphi = \sim(Px_i)\ \varphi = \sim(Bx_i) \sim\varphi = (Kx_i) \sim\varphi$

Însă, această definiţie poate fi prezentată şi în manieră desfăşurată, sub forma regulilor care reproduc legile sub-, respectiv supra - alternării, legea necontrazicerii şi legea subcontrarietăţii.

(R53) $(Bx_i)\ \varphi \Rightarrow (Gx_i)\ \varphi$ (R56) $\sim(Gx_i)\ \varphi \Rightarrow \sim(Bx_i)\ \varphi$

(R54) $\sim(Gx_i)\ \varphi \Leftrightarrow (Px_i)\ \varphi$ (R57) $(Gx_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim(Px_i)\ \varphi$

(R55) $\sim(Gx_i)\ \varphi \Rightarrow (Kx_i)\ \varphi$ (R58) $\sim(Kx_i)\ \varphi \Rightarrow (Gx_i)\ \varphi$

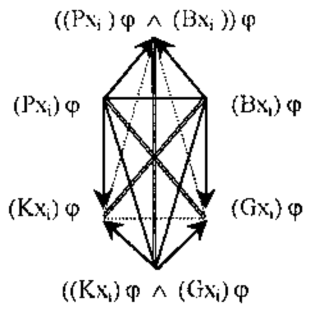
La acestea se mai pot adăuga regulile care confirmă dualitatea cuantificărilor stocastice particular - negative cu corespondentele lor universal - negative.

(R59) $(Gx_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim(Bx_i) \sim\varphi$

(R60) $(Bx_i)\ \varphi \Leftrightarrow \sim(Gx_i) \sim\varphi$

Mai departe, nimic nu ne împiedică să completăm sistemul cuantificărilor stocastice cu specificările schemelor complexe $((Kx_i) \wedge (Gx_i))$ şi $((Px_i) \vee (Bx_i))$, *id est*, cu cuantificările stocastice existenţial - închise, respectiv universal - deschise, redate de-o manieră abstractă în limba română de sincategoremele *„pentru destul de mulţi, dar nu pentru cei mai mulţi substituenţi existenţi ai individului x_i, ...“*, respectiv *„pentru cei mai mulţi sau pentru un număr infim de substituenţi existenţi ai individului x_i, ...“*.

Prin prisma legilor de sub- şi supra - alternare, de necontrazicere, de contrarietate (sau de contradualizare) şi de dualizare, s-ar putea întocmi un tablou cu 22 de reguli de control privind aceste cuantificări stocastice complexe. Nu credem, însă, în oportunitatea reproducerii desfăşurate a respectivelor reguli, deoarece ele pot fi „citite“ cu uşurinţă într-o structură logică ce conţine toate cele 6 tipuri de cuantificări stocastice definite. Acest hexagon al propoziţiilor cuantificate stocastic este, în ultimă instanţă, o replică banală a hexagonului logic al propoziţiilor obţinute prin generalizări standard, liniile care îl alcătuiesc păstrîndu-şi vechile semnificaţii.



77°. Hexagonul logic al schemelor propoziţionale cuantificate stocastic

Ar mai fi de prezentat, în cele ce urmează, cîteva ilustrări ale spațiului de joc conturat de cuantificările stocastice și, eventual, o altă cale de sistematizare a regulilor aferente. Cît privește problema exemplificării, ni se pare potrivit să oferim cîte o ilustrare în limba română, respectiv în *L* a schemelor care apar în polii structurii hexadice de mai sus, lăsînd în seama cititorului identificarea corespondențelor care susțin operațiile de formalizare.

(F8.1) *f* („*Aproape toți sau foarte puțini oameni calculați sînt generoși*") = „$((Px) \vee (Bx)) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (x))$"

(F8.2) *f* („*Cei mai mulți oameni calculați sînt generoși*") = = „$(Px) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (x))$"

(F8.3) *f* („*Foarte puțini oameni calculați sînt generoși*") = = „$(Bx) (P^1 (x) \rightarrow Q^1 (x))$"

(F8.4) *f* („*Destul de mulți oameni calculați sînt generoși*") = = „$(Kx) (P^1 (x) \wedge Q^1 (x))$"

(F8.5) *f* („*Destul de mulți oameni calculați nu sînt generoși*") = = „$(Gx) (P^1 (x) \wedge Q^1 (x))$"

(F8.6) *f* („*Destul de mulți dar nu aproape toți oameni calculați sînt generoși*") = „$((Kx) \wedge (Gx)) (P^1 (x) \wedge Q^1 (x))$"

Nu atît de facil este de găsit o sistematizare care să concureze structura hexadică a propozițiilor cuantificate stocastic. Ambiguitățile intrinseci cuantificărilor stocastice, reliefate, de altfel, o dată cu utilizarea în definiții a varibilelor „ι" și „σ", nu îngăduie asumarea unui fundament construit pe tandemul generalizare - instanțiere. Între propozițiile singulare și generalizările lor stocastice nu se poate stabili (formal) nici o relație logică (în afara cazului limită: interferența) și nici o dependență verifuncțională. S-ar putea adopta, în schimb, un grup minimal de reguli, suficient de puternic pentru a le întemeia pe toate celelalte. Cît privește modalitatea de întemeiere a regulilor derivate, se poate opta între varianta tezială și varianta deducției naturale [79]. Ne îngăduim, totuși, să lăsăm tratarea acestei probleme în sarcina unei lucrări ulterioare.

CUANTORII PLURATIVI – asupra cărora ne vom opri în cele ce urmează – sînt oarecum înrudiți, dar nu și identici cu cuantorii stocastici. Luînd drept punct de plecare în acest demers explicativ sistematizarea propozițiilor plurative în varianta propusă de Nicholas Rescher, vom introduce patru cuantori schematici plurativi – „(Ux_i)", „(Wx_i)", „$(W' x_i)$" și „$(U' x_i)$" –, care se constituie în abrevieri ale sincategoremelor naturale „*pentru majoritatea substituenților existenți ai individului x_i, ...*", „*pentru mai puțin de jumătate dintre substituenții existenți ai individului x_i, ...*", „*pentru cel puțin jumătate dintre substituenții existenți ai individului x_i, ...*", respectiv „*pentru cel mult jumătate dintre substituenții existenți ai individului x_i, ...*" / „*nu pentru majoritatea substituenților existenți ai individului x_i, ...*"). Aplicațiile reunite sub aceste „etichete" grafice permit

[79] Cu alte cuvinte, în justificarea elementelor unei derivări pot fi invocate fie axiome și reguli, fie exclusiv reguli. Pentru o perspectivă completă asupra acestei probleme se poate consulta: Petru Ioan, *Axiomatica. Studiu morfo-logic*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980, (îndeosebi) pp. 47-112.

construirea de propoziţii plurative general - afirmative, general - negative, particular - afirmative, respectiv particular - negative.

Definiţiile celor patru categorii de cuantificări plurative îmbracă aceeaşi formă contextuală – utilizată şi în explicitarea celorlalte operaţii – şi au drept fundament cuantificările procentuale. Este de notat faptul că explicitarea cuantificărilor plurative universale presupune utilizarea variabilei numerice „ι" ca semn al unei valori infinitezimale.

(D57) $(Ux_i)\ \varphi = ((50+\iota)\ \%\ x_i)\ \varphi$ (D59) $(W'x_i)\ \varphi = (50\ \%\ x_i)\ \varphi$

(D58) $(Wx_i)\ \varphi = ((50-\iota)\ !\ \%\ x_i)\ \varphi$ (D60) $(U'x_i)\ \varphi = (50\ !\ \%\ x_i)\ \varphi$

Dacă se asumă, spre exemplificare, corespondenţele traductive (F9.1) şi (F9.2), atunci propoziţiile plurative desemnate de enunţurile naturale *„Majoritatea oamenilor culţi sînt toleranţi"*, *„Mai puţin de jumătate dintre oamenii culţi sînt toleranţi"*, *„Cel puţin jumătate dintre oamenii culţi sînt toleranţi"* şi *„Cel mult jumătate dintre oamenii culţi sînt toleranţi"* se identifică cu propoziţiile formalizate $(Ux)\ (P^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$, $(Wx)\ (P^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$, $(W'x)\ (P^1\ (x) \wedge Q^1\ (x))$, respectiv $(U'x)\ (P^1\ (x) \wedge Q^1\ (x))$.

(F9.1) f („*... este un om cult*") = „P^1"

(F9.2) f („*... este tolerant*") = „Q^1"

Folosind mecanismul logic care ne-a permis proliferarea cuantificărilor standard (precum şi a cuantificărilor stocastice), vom aduce în atenţie clasa cuantificărilor plurative particular - închise – reunite în schema operaţională compusă $((W'\ x_i) \wedge (U'\ x_i))$ / *„pentru exact jumătate dintre substituenţii existenţi ai individului x_i, ..."* – şi clasa cuantificărilor plurative general - deschise, care se regăsesc în crochiul logic $((Ux_i) \vee (Wx_i))$ / *„pentru mai mult de jumătate sau pentru mai puţin de jumătate dintre substituenţii existenţi ai individului x_i, ..."*.

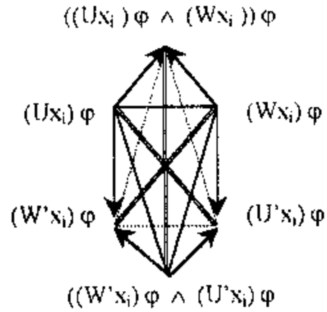
(D61) $((W'x_i) \wedge (U'x_i))\ \varphi\ (= (W'x_i)\ \varphi \wedge (U'x_i)\ \varphi) = (!\ 50\ \%\ x_i)\ \varphi$

(D62) $((Ux_i) \vee (Wx_i))\ \varphi\ (= (Ux_i)\ \varphi \vee (Wx_i)\ \varphi) = (\sim (!\ 50\ \%\ x_i))\ \varphi$

Dintre propoziţiile naturale care se obţin prin aplicarea celor două categorii de cuantificări plurative, ar putea fi invocate acelea care sînt exprimate de enunţurile *„Exact jumătate dintre oamenii culţi sînt toleranţi"*, respectiv *„Mai mult de jumătate sau mai puţin de jumătate dintre oamenii culţi sînt toleranţi"*. În planul limbajului formalizat *L*, propoziţiile pomenite mai sus pot fi reflectate de formulele „$((W'x) \wedge (U'x))\ (P^1\ (x) \wedge Q^1\ (x))$", respectiv „$((Ux) \wedge (Wx))\ (P^1\ (x) \rightarrow Q^1\ (x))$".

Cît priveşte sistematizarea regulilor de derivare aferente celor şase clase de cuantificări plurative, se pot remarca similitudinile cu cuantificările stocastice corespunzătoare, astfel încît se poate contura o structură logică impecabilă – hexagonul logic al propoziţiilor plurative –, care se dovedeşte suficient de „puternică" pentru a rezuma cele mai relevante raporturi dintre elementele componente.

Se pot inventaria, astfel, regulile care exprimă subalternarea propoziţiilor plurative particulare la propoziţiile plurative generale de aceeaşi calitate, contrarietatea dintre propoziţiile plurative generale şi propoziţiile plurative particular - închise, precum şi subcontrarietatea instalată între afirmaţiile plurative particulare, respectiv general - deschise.



78°. Hexagonul logic al schemelor propoziţionale obţinute prin efectuarea cuantificărilor plurative

Să mai adăugăm, în încheierea acestui paragraf, că sistemul cuantorilor nonstandard pe care l-am prezentat poate fi dublat cu un sistem analog din logica tradiţională, în perimetrul căreia operaţiile de cuantificare sînt „ancorate" în lumea reală. Aşa cum se poate constata la o inspecţie retrospectivă chiar sumară, fundamentul tuturor definiţiilor aferente cuantificărilor nonstandard este alcătuit din operaţiile de instituire a identităţii, respectiv a diversităţii şi de cuantificările standard „neutre" – subsumate schemelor $(\wedge x_i)$ şi $(\vee x_i)$ –, care trimit la indivizii (cunoscuţi sau necunoscuţi) ce populează lumile posibile. Dacă în locul acestor operaţii legate de înţelegerea existenţei ca şi consistenţă am folosi specificările schemelor $(\forall x_i)$ şi $(\exists x_i)$, atunci am putea parveni la o familie de cuantificări nonstandard „angajate ontologic", în cazul cărora se face trimitere la domeniul tuturor indivizilor reali. Ne permitem să nu efectuăm o desfăşurare a respectivei problematici, cu atît mai mult cu cît derivarea acestor operaţii de cuantificare este foarte simplă. Cît priveşte exprimarea la nivel formal, se poate conveni asupra utilizării cuantorilor nonstandard „neutri", cu specificarea de-o manieră explicită a cadrului ontologic asumat.

1.1.6. FAMILII DE CUANTORI ÎN LOGICA DE ORDINUL DOI. Un punct de plecare în cercetarea posibilităţilor de cuantificare a propoziţiilor din logica de ordinul doi este constituit de două consideraţii retrospective.

Mai întîi, este de remarcat faptul că secţiunea limbajului L aferentă logicii de ordinul întîi are o expresivitate relativ scăzută. Această cvasi - sărăcie semnificantă este dată, printre altele, de angajarea doar a două sorturi de variabile: termenii individuali variabili şi enunţurile variabile (acestea din urmă, de altfel neutilizate) –, de reprezentarea sintetică a predicatelor şi de ignorarea circumstanţelor discursive (spaţiale, temporale etc.).

În al doilea rînd, se poate reţine că diversitatea cîtimilor manipulate nu este în măsură să ascundă faptul că operaţiile de cuantificare (fie standard, fie nonstandard) din logica clasică (de bază) sînt aplicabile propoziţiilor numai în privinţa indivizilor necunoscuţi care intră în structura lor.

Cu referire la aceste două aspecte semnalate, vom anticipa că asumarea cadrului teoretic al logicii de ordinul doi determină o proliferare a operaţiilor de cuantificare, dar nu atît prin multiplicarea determinanţilor cantitativi, cît prin diversificarea tipurilor de obiecte la care aceştia se aplică. Să mai adăugăm că discriminarea mai nuanţată a obiectelor logice va fi susţinută de rafinarea limbajului formalizat L.

O primă extensie a logicii de ordinul întîi poate fi asociată cu recuperarea circumstanţelor enunţării. Astfel, s-ar contura o „logică topologică", adică o logică a poziţiilor generice [70b: 253], în perimetrul căreia valorile alethice ale propoziţiilor depind de „ocaziile" în care sînt asertate [80].

Pentru a realiza o oarecare economie discursivă, ne vom raporta doar la una dintre instanţele topo - logicii – logica temporală – şi, în consecinţă, vom valorifica o singură specificare a binomului „spaţiu - timp", circumstanţa temporală.

Interesaţi de fundamentarea ştiinţei demonstrative, „părinţii greci" ai logicii tradiţionale (în mod special, Platon şi Aristotel) au impus o direcţie de analiză rigidă, înlăuntrul căreia parametrul temporal – prin referinţa sa la schimbare şi mişcare – nu-şi mai găseşte locul. Însă, această „excomunicare" a timpului nu a fost operantă, dat fiind că de-a lungul istoriei logicii s-au consemnat destule referiri la incidenţa sa în planul gîndirii. Dintre problemele rezolvate (fie şi implicit) în cheie temporală, s-ar putea aminti: formularea principiilor logice (în mod special, a principiului necontrazicerii şi a principiului excluderii terţului) [81], analiza afirmaţiilor cu privire la „viitorii contingenţi" / faptele contingente din viitor [82], definirea modalităţilor alethice şi a implicaţiei diodoriene [83], formularea „argumentului dominator" [84] etc. De altfel, deloc surprinzător, cercetările moderne de logică temporală încep cu recodificarea formală a problemelor mai sus menţionate.

În acest sens, se poate conveni că elementele şirurilor („$\boldsymbol{t}_i$")$_{i \in \mathbf{N}}$ şi („t_i")$_{i \in \mathbf{N}}$ sînt date parametrice, respectiv date variabile. Cu alte cuvinte, componentele primului şir denotă momente (considerate) cunoscute într-un context determinat, iar componentele celui de-al doilea şir, momente absolut necunoscute.

Observaţie. Uneori, în locul expresiilor „$\boldsymbol{t}_0$" şi „$\boldsymbol{t}_1$", respectiv „t_0" şi „t_1" vom folosi expresiile coreferente cu acestea: „$\boldsymbol{t}$" şi „$\boldsymbol{t}'$", respectiv „t" şi „t'".

Vom lua, apoi, în considerare o dată specială – parametrul „$\boldsymbol{a}$" – pentru a ne referi la circumstanţa temporală prezentă. Este de reţinut, că „timpul prezent privilegiat" se determină, la urma urmelor, în funcţie de situaţia de comunicare luată în considerare. La expresiile formalizate introduse se poate adăuga predicatorul diadic „$\mathcal{P}$", care denumeşte o operaţie definită pe mulţimea perechilor (ordonate) alcătuite din cîte două momente. Înţelesul noii constante primitive se dezvăluie prin asocierea ei cu sincategorema naturală coreferentă „... precedă ...".

În sfîrşit, propunem spre utilizare cuantorul temporal schematic „(Qt_i)" – „*pentru Q substituenţi existenţi ai momentului t_i, ...*" –, astfel încît specificările sale să formeze o mulţime echinumerică cu mulţimea cuantorilor de individ. În alţi termeni, *CUANTORII TEMPORALI* conţin aceiaşi determinanţi cantitativi ca şi cuantorii de individ, deosebirea constînd exclusiv în variabilele ale căror intrări le controlează.

---

[80] O definire clară a conceptului de ocazie poate fi găsită în: Georg Henrik Von Wright, *Normă şi acţiune* (studiu logic), Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1982, p. 42.

[81] A se vedea, de pildă, varianta aristotelică a principiului necontrazicerii: „*[...] nu e cu putinţă ca acelaşi lucru să fie şi să nu fie într-unul şi acelaşi timp*". (Aristotel, *Metafizica*, Editura Academiei, Bucureşti, 1965, p. 344.).

[82] Cf. Anton Dumitriu, *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, Bucureşti, 1971, pp. 202-7.

[83] Cf. Nicholas Rescher, *Essays in Philosophical Analysis*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1969, p. 288-9; N. Rescher şi A. Urquhart, *Temporal Logic*, Springer - Verlag, Wien, New York, 1971, p. 125; J. L. Gardies, *La logique du temps*, Presses Universitaires de France, Paris, 1975, pp. 9-30.

[84] Cf. P. Ohrstrom şi P. F. V. Hasle, *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995, pp. 15-6; [2: 21].

Modalitatea cea mai simplă de explicitare a condiţiei temporale sub care apar propoziţiile reclamă o situare în contextul evaluării, *id est* la nivelul metalimbajului (într-o logică de ordinul doi).

În noul cadrul explicativ, vom acorda constantei „v_2" statutul de operator binar, în conformitate cu o nouă relaţie traductiv - formală: „v_2" = „*valoarea alethică (bivalentă) a (propoziţiei) ... în (momentul) ...*". Aşadar, operaţia v_2 nu se mai aplică acum la cîte o propoziţie, ci la cîte o pereche (ordonată) alcătuită dintr-o propoziţie şi o circumstanţă temporală [85].

De o amenajare inedită beneficiază şi relaţiile de desemnare corespunzătoare enunţurilor. Astfel, dacă în paradigma standard, enunţurile exprimă propoziţii, în lumina noii perspective, ele exprimă judecăţi, adică rezultate ale unor evaluări de propoziţii pe anumite coordonate temporale.

Avantajele oferite de acest spaţiu de joc sînt însemnate.

Fie, spre ilustrare, enunţurile ☞ (1) „*George Bush este preşedintele SUA*" şi ☞ (2) „*George Bush a fost preşedintele SUA*". Dacă se adoptă instrumentarul logicii clasice, respectivele enunţuri – foarte apropiate din punct de vedere intensional – sînt reflectate la nivel formal de formule complet disparate, precum „P^1 (a)", respectiv „R^1 (a)" (în orizont atomar), „A", respectiv „B" (în orizont molecular). Motivaţia acestei discrepanţe rezidă în neputinţa de a stabili vreo corelaţie între predicatorii „... *este preşedintele SUA*" şi „... *a fost preşedintele SUA*". Se prea poate, însă, ca aceste pierderi de conţinut să vicieze rezultatul analizei logice.

Mai nimerită pare să fie efectuarea unei formalizări capabile să surprindă exact aspectul de ordin temporal ce diferenţiază judecăţile exprimate de enunţurile (1) şi (2). În acest sens, vom considera că verbul copulativ „este" din primul enunţ manifestă, pe lîngă efectuarea operaţiei de atribuire, momentul adeveririi rezultatului ei, anume, prezentul. Păstrînd parametrul enunţiativ „A" ca semn formalizat al propoziţiei încă neasertate cum că *George Bush este preşedintele SUA*, îi vom asocia enunţului (1) expresia formală „v_2 (A, ✍) = 1". Reamintim că semnificaţia parametrului temporal „✍" se precizează în funcţie de contextul ales.

Pe de altă parte, se poate observa că judecata reprezentată de enunţul (2) coincide în conţinut cu judecata exprimată de enunţul (1), dar nu şi în ce priveşte momentul (-ele) adeveririi. Mai exact, în enunţul (2), momentul (-ele) adeveririi afirmaţiei că *George Bush este preşedintele SUA* este (sînt) stabilit (-e) în trecut. Pe baza acestor consideraţii, enunţul (2) poate fi formalizat în varianta „(∨t) (Ꝑ (t, ✍) ∧ (v_2 (A, t) = 1))".

Exploatînd analogia cuantorilor temporali cu cuantorii de individ, am putea consemna corespondentele formulei la care se reduce enunţul (2) în contextul logicii clasice (care ancorează operaţiile de cuantificare în lumea reală) sau în teoria cuantificărilor nonstandard.

Astfel, asumînd cadrul ontologic asigurat de lumea reală, enunţul (2) poate fi tradus prin formula „(∃t) (Ꝑ (t, ✍) ∧ (v_2 (A, t) = 1))" – „*pentru cel puţin un substituent real al momentului t, t precedă momentul prezent / t este un moment din trecut şi valoarea alethică a propoziţiei A în t este adevărul*" –, care, mai apoi, poate fi rescrisă în cadrul logicii libere (de angajament ontologic)

---

[85] În locul redefinirii subnectorului „v_2", s-ar putea adopta, în consens cu majoritatea cercetătorilor în logica temporală, un predicator diadic constant coreferent cu sincategoremele naturale „...*este adevărat (-ă) în (momentul)...*" şi „...*este realizat (-ă) în (momentul)...*".

sub forma „$(\vee t)\ (E_a\ (t)\ \wedge \text{Þ}\ (t, \mathcal{A})\ \wedge (v_2\ (A,\ t)\ =\ 1))$“ / *„pentru cel puțin un substituent existent al momentului t, t aparține lumii reale și precedă momentul prezent, iar valoarea propoziției A în t este adevărul“.*

Aceeași formulă de bază poate fi pusă, apoi, în relație de coreferență cu expresia care reflectă rezultatul unei cuantificări sortate, de maniera „$(\vee t)_{\text{Þ}(t,\, \mathcal{A})}\ v_2\ (A,\ t) = 1$“ (*„pentru cel puțin un substituent existent al momentului t care precedă momentul prezent, valoarea propoziției A în t este adevărul“*). Raportîndu-ne la aceeași ontologie „tare“, care este asigurată de lumea reală, ar fi de luat în considerare rezultatele cuantificărilor temporale sortate $(\exists t)_{\text{Þ}(t,\, \mathcal{A})}$ și $(\vee t)_{E_a(t)\, \wedge\, \text{Þ}(t,\, \mathcal{A})}$: $(\exists t)_{\text{Þ}(t,\, \mathcal{A})}\ (v_2\ (A,\ t) = 1)$, respectiv $(\vee t)_{E_a(t)\, \wedge\, \text{Þ}(t,\, \mathcal{A})}\ (v_2\ (A,\ t) = 1)$.

Nu vom insista asupra diversificării cuantificărilor temporale în funcție de determinanții cantitativi puși în joc. Așa cum s-a mai spus, ea poate fi desfășurată într-o strictă corespondență cu proliferarea cuantificărilor de individ. Ni se pare potrivit, în schimb, să deslușim corelațiile cuantificărilor temporale cu diferitele sorturi de momente. Considerată în sens larg, expresia „moment“ denotă o unitate temporală oarecare: o secundă, un minut, o oră, un secol etc. Or, uneori se impune precizarea „întinderii“ momentelor invocate, iar calea cea mai simplă de realizare a acestui obiectiv constă în folosirea unor abrevieri ale predicatorilor naturali: *„... este o secundă“*, *„... este un minut“* etc.

Spre exemplu, dacă adoptăm corespondențele de formalizare (F10.1) și (F10.2), putem transforma enunțul *„Emil a fost spitalizat 7 zile“* în formula „$(!\ 7\ t)\ (Z\ (t) \wedge \text{Þ}\ (t,\ \mathcal{A})\ \wedge (v_2\ (B,\ t)\ =\ 1))$“. De remarcat, că, în această formulă, „Z“ funcționează ca predicator constant, iar „$\mathcal{A}$“ abreviază termenul circumstanțial *„astăzi“*. Mai apoi, ținînd cont de relațiile care subzistă între unitățile de măsură a timpului, se poate accepta identitatea propozițiilor $(!\ 7\ t)\ (Z\ (t) \wedge \text{Þ}\ (t,\ \mathcal{A})\ \wedge\ (v_2\ (B,\ t)\ = = 1))$ și $(!\ 168\ t)\ (O\ (t) \wedge \text{Þ}\ (t, \mathcal{A}) \wedge (v_2\ (B, t) = 1))$, cu precizarea că „O“ prescurtează sincategorema *„... este o oră“*, iar „$\mathcal{A}$“ denotă ora prezentă (și nu ziua de astăzi).

(F10.1) f (*„Andrei este spitalizat“*) = „B“

(F10.2) f (*„... este o zi“*) = „Z“

Firește, această rafinare a instrumentarului formal poate genera o „inflamare“ pernicioasă în planul expresiei și, astfel, poate obstacula analiza logică. De aceea, avînd necontenit în vedere obiectivele esențiale, dar limitate ale demersului logic (exactitatea, coerența și consecvența), vom folosi „briciul occamian“ ori de cîte ori apar în limbaj entități superflue.

O problemă destul de interesantă privește formalizarea enunțurilor care exprimă situarea unui fapt în trecut, respectiv în viitor, cu indicarea precisă a intervalurilor care le separă de momentul prezent.

Fie, de pildă, enunțul *„Andrei și-a înaintat demisia acum trei zile“*. La o primă analiză se poate stabili cu ușurință că secvența dată exprimă adeverirea propoziției că *Andrei își înaintează demisia*, într-o unitate de timp din trecut aflată la un interval de trei zile față de ziua prezentă. Din păcate, determinarea cantitativă a intervalului de timp nu poate fi redată prin intermediul vreunui cuantor. Singura soluție pare să fie redefinirea predicatorului „Þ“, astfel încît acesta să indice pe lîngă relația de precedență numărul unităților de timp care alcătuiesc intervalul de la momentul prezent pînă la momentul de referință. În acest sens, asumînd formalizările (F11.1) – (F11.2), enunțul de mai sus poate fi adus la formula „$(!\ 1\ t)\ (Z\ (t)\ \wedge \text{Þ}_3\ (t,\ \mathcal{A})\ \wedge\ (v_2\ (C,\ t)\ = 1))$“.

(F11.1) f („*Andrei își înaintează demisia*") = „C"

(F11.2) f („... *precedă cu trei unități temporale (zile)* ...") = „$\mathcal{P}_3$"

O temă oarecum înrudită cu cea prezentată adineaori se referă la enunțurile în care adeverirea propozițiilor nu este fixată într-un moment, ci într-un interval de momente. Rezolvarea ei se aseamănă cu soluția dată problemei precedente, numai că de data aceasta vom apela la un predicator triadic „$\mathcal{S}$" – „... *este situat între ... și ...*" –, cu adăugirea că ultimele două argumente ale operației desemnate formează un interval închis. Aceasta înseamnă că primul argument al operației $\mathcal{S}$ poate să coincidă cu unul dintre „capetele" intervalului.

Astfel, preluînd opțiunile „traductive" de la ultimul exemplu, putem pune în corespondență enunțul „*Pînă poimîine. Andrei își înaintează demisia*" cu formula „$(\wedge t)\ (\wedge t')\ (Z(t) \wedge Z(t') \wedge \mathcal{P}_2(\mathcal{A}, t') \wedge \mathcal{S}(t, \mathcal{A}, t') \rightarrow (v_2\ (C, t) = 1))$".

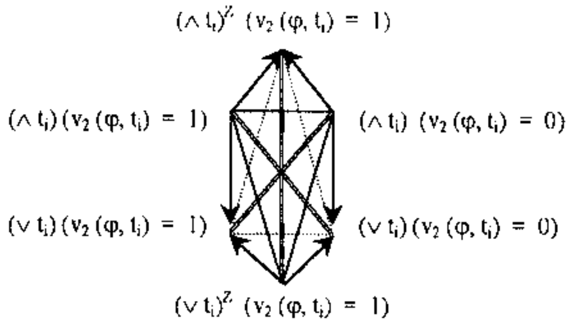
Printre altele, „citirea" formulei scoate în arată că valoarea alethică a propoziției cum că *Andrei își înaintează demisia* este egală cu adevărul într-un moment oarecare aflat între ziua de astăzi (inclusiv) și ziua de poimîine (inclusiv).

Dintre aplicațiile cuantificărilor temporale ce pot fi adunate sub eticheta acestui paragraf, este demnă de reținut definiția implicării „diodoriene" / „formale", *id est* a operației de afirmare a relației de consecuție logică ($\Rightarrow$).

(D63.1) $(\varphi \Rightarrow \psi) = (\wedge t_i)\ ((v_2\ (\varphi, t_i) = 1) \rightarrow (v_2\ (\psi, t_i) = 1))$

(D63.2) $(\varphi \Rightarrow \psi) = \sim(\vee t_i)\ ((v_2\ (\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2\ (\psi, t_i) = 0))$

La aceasta se poate adăuga o sistematizare a cuantificărilor temporale standard, sub forma unui hexagon de propoziții cuantificate în privința momentelor oarecare ce apar în structura lor.



79. Hexagonul logic al schemelor judicative ce se obțin prin aplicarea unor cuantificări temporale standard

De regulă, se apreciază că diagrama de mai sus reunește și interconectează toate tipurile de propoziții declarative / apofantice. Apelînd, apoi, la o decriptare „desfășurată", respectivele conexiuni se distribuie în șase echivalențe: ☞ (1) o propoziție este tautologică / totdeauna realizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia este identică întotdeauna (în orice moment) cu adevărul; ☞ (2) o propoziție este inconsistentă / irealizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia nu este niciodată (în nici un moment) egală cu adevărul; ☞ (3) o propoziție este (nehotărît -) realizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia este uneori (cel puțin într-un moment) identică cu adevărul; ☞ (4) o propoziţie este (nehotărît -) falsifiabilă, dacă şi numai dacă valoarea alethică a acesteia nu este egală întotdeauna cu adevărul: ☞ (5) o propoziţie este amfoteră / simplu - realizabilă, dacă şi numai dacă este uneori, dar nu întotdeauna adevărată; ☞ (6) o propoziţie este analitic - indecisă, dacă şi numai dacă este întotdeauna sau nu este niciodată adevărată –, care pot fi transpuse în schemele referenţiale (R61) – (R66).

(R61) $(\varphi = \top) \Leftrightarrow (\wedge t_i)\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

(R62) $(\varphi = \bot) \Leftrightarrow (\wedge t_i)^N\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

(R63) $(\varphi \neq \bot) \Leftrightarrow (\vee t_i)\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

(R64) $(\varphi \neq \top) \Leftrightarrow (\vee t_i)^N\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

R65) $(\varphi \neq \bot \neq \top) \Leftrightarrow (\vee t_i)^Z\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

(R66) $((\varphi = \top) \vee (\varphi = \bot)) \Leftrightarrow (\wedge t_i)^Z\ (v_2\ (\varphi,\ t_i) = 1)$

Asumarea cadrului „metalogic" sau evaluativ nu constituie singura cale de a recupera dimensiunea temporală. Există variante la fel de simple şi elegante de a integra în formalisme factorul temporal, fără a depăşi, însă, cadrul logicii de ordinul întîi.

Potrivit uneia dintre aceste alternative, timpul este considerat drept un element consitutiv al subiectului, iar nu un moment al adeveririi propoziţiei respective.

Fie, într-o reluare ce aduce un spor de determinare, enunţul „*George Bush a fost în 1991 preşedintele SUA*". Dacă ne situăm în cadrul evaluativ de analiză logică şi dacă ţinem seama de transcrierile formale ale constantelor nonlogice din alcătuirea respectivului enunţ, potrivit schemelor (F12.1 – 3), se poate deriva formula „$v_2\ (P^1\ (a),\ t) = 1$".

(F12.1) f („*George Bush*") = „a"

(F12.2) f („... *este preşedintele SUA*") = „P^1"

(F12.3) f („*1991*") = „t"

Dar circumstanţa temporală exprimată de data „1991" poate fi deplasată de pe afirmaţia că *George Bush este preşedintele SUA* pe subiectul acestei propoziţii, *George Bush*. În urma efectuării operaţiei rezultă un individ oarecum diferit de George Bush, anume, *George Bush din anul 1991*. Or, acestui individ concretizat temporal i se atribuie proprietatea de a fi preşedinte al SUA.

Sîntem de acord că multiplicarea indivizilor prin aplicarea operaţiilor de „concretizare temporală" are implicaţii ontologice contestabile. Într-adevăr, e greu de acceptat că un individ, ca George Bush, trebuie să lase loc în plan ontologic unui număr practic infinit de indivizi. Mai apoi, nu e greu de sesizat că, într-o atare situaţie, cunoaşterea ar fi imposibilă.

Se cuvine, aşadar, să aducem unele precizări. Mai întîi, în conformitate cu principiul parcimoniei, nu vom efectua alte concretizări temporale de indivizi în afara celor strict necesare. De exemplu, ar fi absurd să ne referim la 3.600 de concretizări ale unui individ pe parcursul unei ore. În al doilea rînd, nu trebuie să uităm că subiectele afirmaţiilor noastre nu sînt indivizi „ontici", ci „semnificaţii extensionale". Astfel, indivizii *George Bush din anul 1991* şi *George Bush din anul 1997* pot fi socotiţi identici în context ontologic, dar diferiţi în context discursiv. Spre exemplu, proprietatea de a fi președinte al SUA se atribuie primului individ sub semnul adevărului, iar celui de-al doilea, sub semnul falsității.

Este de remarcat că în actele de comunicare apar frecvent afirmații referitoare la indivizi „mărginiți"[86], și nu avem în vedere aici doar rezultatele concretizărilor temporale. Astfel, un individ, să zicem *Oscar*, care este (prin ipoteză) un scriitor strălucit, dar și un afacerist veros nu poate primi decît în mod ambiguu proprietatea de a fi demn de întreaga noastră considerație. La rigoare, sîntem îndreptățiți să afirmăm că doar *scriitorul Oscar* este demn de întreaga noastră considerație.

Revenind asupra enunțului declarativ *„George Bush a fost în 1991 președintele SUA"*, putem conveni că acesta exprimă aceeași propoziție ca și enunțul *„George Bush – la – momentul 1991 este președintele SUA"*. Mai departe, vom nota cu „temp" funcția de concretizare temporală, astfel încît termenul individual complex *„George Bush – la – momentul 1991"* să poată fi redat la nivel formal de parametrul „temp (a, ŧ)". După cum se poate constata, funcția: temp este definită pe mulțimea perechilor ordonate alcătuite din cîte un individ și cîte un moment și ia valori în mulțimea indivizilor concretizați temporal. În consecință, una dintre replicile formalizate ale enunțului *„George Bush a fost în 1991 președintele SUA"* poate fi: „P^1 (temp (a, ŧ))".

Plasarea dimensiunii temporale a propozițiilor la nivelul subiectului logic nu stînjenește în nici un fel efectuarea operațiilor de cuantificare (oricare ar fi tipul acestora). Spre exemplu, expresia *„De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte"* – forma stilizată a enunțului *„Pentru cel puțin cinci (substituenți existenți ai momentului) t, t precedă momentul prezent și Miron – la – (momentul) t se află în pericol de moarte"*, poate fi asociată cu matricea de formalizare (80°).

f („Miron")	„b"
f („... se află în pericol de moarte")	„P^1"
f („De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte")	„(5t) (Ᵽ (t, ŧ) ∧ P^1 (temp (b, t)))"

80°. O matrice de formalizare aferentă enunțului „De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte"

Nimic nu ne împiedică, apoi, să rescriem formula obținută în contextul cuantificării nonstandard, în varianta „$(5t)_{Ᵽ\,(t,\,ŧ)}$ P^1 (temp (b, t))", ce reflectă enunțul natural *„Pentru cel puțin cinci substituenți existenți ai momentului din trecut t, Miron – la – t se află în pericol de moarte"*.

Ar rămîne, totuși, de adăugat o precizare cu privire la relațiile dintre indivizi și concretizările lor temporale. În acest sens, vom asuma ideea că o proprietate manifestată sub semnul adevărului de un individ este manifestată în același fel de toate concretizările temporale ale acestuia (trecute, prezente sau viitoare). Reciproca, însă, nu este valabilă.

A treia cale de reflectare a incidenței factorului timp în plan discursiv presupune deplasarea accentului logic la nivelul predicatului. Așadar, nu propoziția în

[86] Cu privire la această problemă recomandăm și: P. Stekeler - Weithofer, *Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft*, Walter de Gruyter, Berlin, 1986, p. 116.

ansamblul ei şi nici subiectul acesteia, ci operaţia prin care respectivului subiect i se atribuie o proprietate constituie obiectul temporalizării.

Fie, din nou, enunţul „*George Bush a fost în 1991 preşedintele SUA*". Dacă se acceptă reformularea coreferentă „*George Bush este – la – momentul 1991 preşedintele SUA*" şi se reiau vechile formalizări ale „constantelor descriptive", enunţului în atenţie i se poate pune în corespondenţă formula „temp $(P^1, \mathscr{t})(a)$".

În ciuda omonimiei (de altfel, benigne) instalate, se poate remarca faptul că semnul „temp" permite obţinerea unor operatori din alţi operatori; aşadar el nu funcţionează acum ca operator *stricto sensu*. Astfel, aplicaţia pe care acesta o desemnează este definită pe mulţimea perechilor formate din cîte un predicat şi cîte o circumstanţă temporală şi ia valori pe mulţimea concretizărilor temporale de predicate. Şi din acest cadru explicativ lipsesc opreliştile specifice în ce priveşte aplicarea cuantificărilor temporale. Reluînd, din comoditate, enunţul „*De cel puţin cinci ori. Miron s-a aflat în pericol de moarte*" şi expresiile formalizate aferente, putem institui propoziţiile de identitate (I) şi (II).

$$\text{(I)}\ (5t)\ (\wp\ (t, \mathscr{t}) \wedge \text{temp}\ (P^1, t)\ (b)) = (5t)\ (\wp\ (t, \mathscr{t}) \wedge P^1\ (\text{temp}\ (b, t)))$$

$$\text{(II)}\ (5t)_{\wp (t, \mathscr{t})}\ \text{temp}\ (P^1, t)\ (b) = (5t)_{\wp (t, \mathscr{t})}\ P^1\ \text{temp}\ (b, t)))$$

Problema temporalizării ne oferă prilejul unei analize mai detaliate a predicatelor. Aşa cum am menţionat deja, nu toţi logicienii acordă importanţă distincţiei dintre predicate şi predicatori, *id est* dintre operaţiile de afirmare a atributelor şi semnele respectivelor operaţii. Din păcate, această ignorare a supoziţiei sub care apar predicatorii este dublată, de regulă, de eliminarea graniţelor care separă termenii atributivi de predicatori, respectiv atributele de operaţiile de afirmare a acestora. Or, aceste neglijenţe terminologice şi notaţionale sînt generatoare de confuzii grave. Spre exemplu, expresiile „*om*" şi „*... este om*" nu pot primi decît în mod ilicit acelaşi statut logico-semantic. Prima expresie este saturată şi denotă un atribut monovalent, în timp ce a doua expresie este nesaturată şi desemnează operaţia de afirmare a atributului denotat de expresia dintîi.

Distincţia *atribut – operaţie de atribuire / afirmare* ne permite să purcedem la o prezentare analitică a predicatelor. Componenta esenţială a rezolvării acestei probleme este observaţia că în structura oricărui predicator (variabil, constant sau parametric) intervine acelaşi predicator constant, semnul operaţiei de atribuire. Fie „atr", reprezentarea operaţiei de atribuire în *L*. Să acceptăm, în continuare, prin convenţie, că şirurile numărabile („$\mathscr{A}_i$")$_{i \in \mathbf{N}}$, („$\mathscr{A}_i^2$")$_{i \in \mathbf{N}}$, („$\mathscr{A}_i^3$")$_{i \in \mathbf{N}}$ etc. conţin termeni atributivi parametrici, iar şirurile (de asemenea, numărabile) („$\mathscr{X}_i^1$")$_{i \in \mathbf{N}}$, („$\mathscr{X}_i^2$")$_{i \in \mathbf{N}}$, („$\mathscr{X}_i^3$")$_{i \in \mathbf{N}}$ ş.a. termeni atributivi variabili.

Observaţie. În loc de „$\mathscr{A}_0^i$", „$\mathscr{A}_1^i$" şi „$\mathscr{A}_2^i$", respectiv „$\mathscr{X}_0^i$", „$\mathscr{X}_1^i$" şi „$\mathscr{X}_2^i$" vom scrie uneori „$\mathscr{A}^i$", „$\mathscr{B}^i$" şi „$\mathscr{C}^i$", respectiv „$\mathscr{X}^i$", „$\mathscr{Y}^i$" şi „$\mathscr{Z}^i$".

Supunem, apoi, atenţiei regula „gramaticală" după care concatenarea predicatorului „atr" cu un atribut *n* - valent şi *n* indivizi generează întotdeauna / în orice caz o formulă. Replica semantică a respectivei reguli revine la constatarea că aplicaţia desemnată de operatorul „atr" are ca domeniu de definiţie mulţimea mulţimilor ordonate alcătuite din cîte un atribut *n* - valent şi *n* indivizi, iar drept domeniu de valori, mulţimea propoziţiilor. În conformitate cu aceste reguli, expresiile de felul „atr $(\mathscr{A}^1$, a)", „atr $(\mathscr{B}^2$, x, b)" sau „atr $(\mathscr{Y}^1$, f^1 (c))" trebuie considerate formule. După cum se observă, printre exemplele oferite, am înscris și o formulă a cărei singură componentă variabilă este un termen atributiv (monovalent). Am dorit, astfel, să atragem atenția asupra posibilității de a cuantifica propozițiile și în privința eventualelor atribute necunoscute din componența lor.

Pentru a completa inventarul posibilităților de recuperare în plan formal a dimensiunii temporale, propunem o ultimă revenire la enunțurile „*George Bush a fost în 1991 președintele SUA*“ și „*De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte*“. Să valorificăm deocamdată posibilitatea redării analitice a predicatorilor (respectiv a predicatelor) în formalizarea primului enunț. Dacă se traduce prin „a“ termenul individual „*George Bush*“ și prin „$\mathcal{A}^1$“ termenul atributiv „*președinte al SUA*“ și dacă se asociază circumstanța „*1991*“ (în expresie formală, „$\mathscr{t}$“) cu operația de atribuire, respectivul enunț poate fi adus la formula „temp (atr , $\mathscr{t}$) ($\mathcal{A}^1$, a)“.

Ultima variantă de deplasare a factorului temporal în cazul acestui enunț reclamă reconsiderarea operatorului „temp“. De data aceasta, el va redobîndi statutul de operator *stricto sensu*, dar prin asociere cu termenul atributiv „$\mathcal{A}^1$“ și cu termenul circumstanțial „$\mathscr{t}$“. În această împrejurare, enunțul „*George Bush a fost în 1991 președintele SUA*“ se poate rescrie sub forma „*George Bush este președintele SUA – la – (momentul) 1999*“ și este reflectat în plan logic de formula „atr (temp ($\mathcal{A}^1$, $\mathscr{t}$), a)“. În mod analog, enunțul „*De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte*“ poate fi tradus în $\mathcal{L}$ de formulele coreferente „(5t) ($\mathcal{P}$ (t, κ) $\wedge$ temp (atr, t) ($\mathcal{B}^1$, b))“ și „(5t) ($\mathcal{P}$ (t, κ) $\wedge$ $\wedge$ atr (temp ($\mathcal{B}^1$, t), b)))“. (Ne permitem să lăsăm în seama cititorului identificarea formalizărilor prealabile asumate).

La capătul acestui periplu prin domeniul cuantificărilor temporale pot fi menționate cîteva considerații concluzive: ☞ (1) orice propoziție stă sub incidența factorului timp; ☞ (2) dimensiunea temporală a propozițiilor poate fi recuperată atît la nivelul logicii de ordinul doi, *id est* în contextul metalimbajului (și al evaluării), cît și la nivel propozițional (în contextul limbajului - obiect); ☞ (3) plasat în „interiorul“ unei propoziții, timpul poate afecta fie subiectul, fie predicatul sau, dacă predicatul este reprodus analitic, fie operația de atribuire, fie atributul; ☞ (4) orice variantă de „localizare“ a timpului am alege, cuantificările temporale (aflate în corespondență biunivocă cu cuantificările de individ) au un cîmp de acțiune neîngrădit; ☞ (5) cuantorii temporali nu sînt singurii operatori capabili să reflecte demersuri cantitative cu privire la timp (această afirmație va fi justificată într-un alt paragraf); ☞ (6) nu întotdeauna este oportună explicitarea supozițiilor temporale.

O dată cu prezentarea analitică a predicatelor, s-a creat posibilitatea de a introduce în formalisme noi grupe de cuantori.

S-a făcut, anterior, mențiunea că felul oricărui predicator este hotărît de tipul termenului atributiv alcătuitor. Altfel spus, calificativele „variabil“, „constant“ ori „parametric“ se transmit direct de la termenul atributiv la predicatorul pe care îl constituie.

Înainte de a discuta problema cuantificării în noul context, este potrivit să se discrimineze în $\mathcal{L}$ o familie de șiruri numărabile – („X_i^{1}“)$_{i \in N}$, („X_i^{2}“)$_{i \in N}$, („X_i^{3}“)$_{i \in N}$, ... –, ale căror elemente slujesc la redarea sintetică a predicatelor ce conțin cîte un atribut cu totul indeterminat.

Observaţie. Pentru a simplifica notaţia, propunem valorificarea coreferenţei semnelor „X_0^i", „X_1^i" şi „X_2^i" cu expresiile „X^i", „Y^i" şi „Z^i".

Fie enunţul „*Paul are toate calităţile unui om de stat*". Dacă se adoptă modalitatea analitică de reprezentare a predicatelor şi dacă se instituie traducerile formale (F13.1) – (F13.2), exemplul supus atenţiei revine la formula predicaţională „$(\wedge \mathcal{X}^1)\ ((\wedge x)\ (\mathrm{atr}\ (\mathcal{B}^1, x) \to \mathrm{atr}\ (\mathcal{X}^1, x)) \to \mathrm{atr}\ (\mathcal{X}^1, c))$".

(F13.1) f („*Paul*") = „c"

(F13.2) f („*om de stat*") = „$\mathcal{B}^1$"

Dacă, dimpotrivă, se preferă redarea sintetică a predicatelor, în corelaţie cu formalizările (F14.1) şi (F14.2), acelaşi enunţ poate fi asociat cu formula „$(\wedge X^1)\ ((\wedge x)\ (P^1 (x) \to X^1 (x)) \to X^1 (c))$".

(F14.1) f („*Paul*") = „c"

(F14.2) f („*... este un om de stat*") = „P^1"

Am invocat aceste două variante de formalizare pentru a ilustra posibilitatea de a distinge clar între *CUANTIFICĂRILE ATRIBUTIVE* şi *CUANTIFICĂRILE PREDICAŢIONALE*. Astfel, grafemul „$(\wedge \mathcal{X}^1)$" / „*pentru orice substituent existent al proprietăţii* $\mathcal{X}^1$, ..." este semnul unei cuantificări atributive, în timp ce „$(\wedge X^1)$" – „*pentru orice substituent existent al predicatului* X^1, ..." – reprezintă o operaţie de cuantificare predicaţională. Are, însă, vreo relevanţă această distincţie? – Uneori, da. Există anumite împrejurări (una dintre ele fiind legată de recuperarea factorului timp prin concretizarea temporală a atributelor) care ne pun în faţa necesităţii de a reda predicatele de-o manieră analitică. În aceste condiţii, enunţurile variabile de forma „X_i^{n+1} $(\alpha_0, \ldots, \alpha_n)$" se cer reformulate potrivit schemei predicaţionale „$\mathrm{atr}\ (\mathcal{X}_i^{n+1}, \alpha_0, \ldots \alpha_n)$". Or, specificările acestei din urmă scheme se asociază mai curînd cu cuantorii atributivi decît cu cuantorii predicaţionali.

Este drept că alteori descompunerea predicatorilor şi utilizarea cuantorilor atributivi complică inutil analiza logică. Astfel, în formalizarea enunţului „*Radu nu mai are relaţii cu Mircea*", avem toate motivele să preferăm angajarea formulei (I), în locul formulei (II).

(I) „$(\vee t)\ (\vee X^2)\ (\mathcal{P}(t, \kappa) \wedge (v_2\ (X^2\ (a, b), t) = 1) \wedge (v_2\ (X^2\ (a, b), \kappa) = 0))$"

(II) „$(\vee t)\ (\vee \mathcal{X}^2)\ (\mathcal{P}(t, \kappa) \wedge (v_2\ (\mathrm{atr}\ (\mathcal{X}^2, a, b), t) = 1) \wedge$
$\wedge (v_2\ (\mathrm{atr}\ (\mathcal{X}^2, a, b), \kappa) = 0))$"

Pendularea între cuantificările atributive şi cuantificările predicaţionale permite o redare mai nuanţată a propoziţiilor cuantificate. Spre exemplu, identitatea schemelor atr $(\mathcal{X}^1, \alpha)$ şi X^1 (α) atrage după sine identitatea generalizărilor existenţiale $(\vee \mathcal{X}^1)$ atr $(\mathcal{X}^1, \alpha)$ şi $(\vee X^1)\ X^1\ (\alpha)$, dar nu anulează o diferenţă (minimă) de accent. Astfel, formulele „$(\vee \mathcal{X}^1)$ atr $(\mathcal{X}^1, \alpha)$" şi „$(\vee X^1)\ X^1\ (\alpha)$" sînt reproduse de sintagmele sensibil distincte „*Există cel puţin o proprietate pe care o manifestă* α" / „*Există cel puţin o proprietate care se afirmă despre* α *sub semnul adevărului*" şi „*Există cel puţin un predicat pe care îl satisface* α" / „*Există cel puţin un predicat pe care* α *îl complineşte sub semnul adevărului*".

În ceea ce priveşte clasificarea cuantorilor atributivi şi a celor predicaționali, se poate urmări pas cu pas modalitatea de proliferare a cuantorilor de individ. Cuantorilor „tradiționali" din şirurile numărabile („$(\wedge \mathcal{X}_i^{\,n})$")$_{i,\, n \in N;\, n \neq 0}$ şi („$(\vee \mathcal{X}_i^{\,n}$")$_{i,\, n \in N;\, n \neq 0}$, respectiv („$(\wedge X_i^{n})$")$_{i,\, n \in N;\, n \neq 0}$ şi („$(\vee X_i^{n}$")$_{i,\, n \in N;\, n \neq 0}$, li s-ar adăuga ceilalți cuantori „standard" şi, în sfîrşit, cuantorii „nonstandard". Astfel, se asistă la o înmulțire semnificativă a cuantorilor din logica de ordinul doi, fără a fi luați în considerare determinanți cantitativi diferiți de aceia care populează logica clasică. Perspectiva s-ar putea întregi, apoi, cu definiții, reguli şi diagrame logice calchiate pe modelul constituenților analogi din aceeaşi logică de bază.

Ajunşi la acest punct, trebuie să abordăm, fie şi tangențial, chestiunea „universaliilor". Jocul sintactic care ne-a permis să construim propoziții cuantificate în privința unor atribute oarecare din componența lor se cere circumscris unei carcase semantice, cu alte cuvinte el trebuie acomodat la diverse domenii de interpretare (lumea reală, universul lucrurilor existente sau „universul existenței plus nimicul"). Deşi ne-am raportat constant la cuantificările neutre (specifice logicii libere), nu putem face abstracție de posibilitatea dublării acestor operații cu cuantificările similare ancorate în lumea reală. Însă, această corelare a cuantificărilor de ordinul doi care nu se referă la indivizi nu este lipsită de obstacole. Spre exemplu, „lectura" formulei „$(\vee \mathcal{X}_i^{n+1})$ atr $(\mathcal{X}_i^{n+1}, \alpha_0, \ldots, \alpha_n)$" – „*există cel puțin un atribut real pe care îl manifestă indivizii $\alpha_0, \ldots, \alpha_n$*" – ridică problema existenței factuale a atributelor.

Soluția filosofică cea mai convenabilă la această temă este datorată lui Aristotel. În lumina acestei perspective, universaliile (sau atributele): ☞ (1) revin lucrurilor individuale; ☞ (2) subzistă în intelect *sub specie universalitatis et aeterni* ; ☞ (3) se spun / enunță despre lucrurile individuale; ☞ (4) nu sînt lucruri individuale; ☞ (5) au un caracter necesar; ☞ (6) sînt anterioare din punct de vedere logic față de indivizi [87].

Aşadar, în măsura în care se situează în planul gîndirii, atributele sînt entități abstracte, şi atîta timp cît, distribuindu-se, conferă inteligibilitate indivizilor despre care admitem că aparțin lumii reale, atributele sînt entități reale.

Rămîne, evident, insatisfacția pricinuită de relativismul pragmatic indus, întrucît, pînă la urmă, domeniul realului este constituit prin convențiile adoptate de membrii comunităților lingvistice. Oricît ar părea de trivial, un atribut este real, dacă şi numai dacă este manifestat de indivizi aparținînd lumii reale; în continuare, se poate spune că o lume este reală, dacă şi numai dacă participanții la actul de comunicare consimt că aşa stau lucrurile.

Aceste considerații oarecum banale pot dobîndi replici în contextul logicii formale. Dacă se admite că elementele şirurilor numărabile: („Λ_i^{1}")$_{i \in N}$, („Λ_i^{2}")$_{i \in N}$, („Λ_i^{3}")$_{i \in N}$ etc. sînt termeni atributivi schematici, ce pot fi specificați în limbajul formalizat *L* sau în limba română prin termeni atributivi variabili, constanți ori parametrici, atunci existența factuală a atributelor este definibilă prin regula reciprocă validă (R67).

$$\text{(R67)}\ \ E_a\ (\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\exists\, x_0) \ldots (\exists\, x_n)\ \text{atr}\ (\Lambda_i^{n+1},\ x_0,\ \ldots,\ x_n)$$

[87] Cf. Athanase Joja, *Studii de logică*, IV, Editura Academiei, Bucureşti, 1976, pp. 31-3; A. Surdu, *Problema universalului la Aristotel din perspectiva lucrării „Categoriae"*, în: „Probleme de logică", V, Editura Academiei, Bucureşti, 1973, p. 293.

Pe temeiul definirii existenţei factuale a atributelor prin intermediul existenţei factuale a indivizilor care le manifestă, putem explicita şi cuantificarea existenţială atributivă, prin regula de derivare validă (R68).

$$\text{(R68)}\ (\exists \mathcal{X}_i^{n+1})\ \text{atr}\ (\mathcal{X}_i^{n+1}, \alpha_0, \ldots, \alpha_n) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\exists x_0) \ldots (\exists x_n)\ ((x_0 = \alpha_0) \wedge \ldots \wedge (x_n = \alpha_n) \wedge \text{atr}\ (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \ldots, x_n))$$

Extinzînd analiza la domeniul logicii libere, se pot defini cu uşurinţă existenţa (simplă: fie actuală , fie ficţională) şi inexistenţa atributelor, conform cu schemele inferenţiale (R69) - (R70).

$$\text{(R69)}\ E\,(\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \ldots (\Sigma x_n)\ ((x_0 \neq \curlywedge) \wedge$$
$$\wedge \ldots \wedge (x_n \neq \curlywedge) \wedge \text{atr}\ (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \ldots, x_n)$$

$$\text{(R70)}\ I\,(\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Pi x_0) \ldots (\Pi x_n)\ (\text{atr}\ (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \ldots, x_n) \rightarrow$$
$$\rightarrow (x_0 = \ldots = x_n = \curlywedge))$$

În mod analog ar putea fi tratată problema existenţei predicatelor. Astfel, un predicat este inexistent / inconsistent, dacă şi numai dacă singurul obiect care îl satisface este nimicul. Dimpotrivă, sînt existente / consistente toate predicatele ce sînt satisfăcute de obiecte existente. În sfîrşit, predicatele satisfăcute de obiecte actuale vor fi considerate, la rîndul lor, actuale. Utilizînd predicatorii schematici din şirurile: $(„\varphi_i^{1}“)_{i \in N}$, $(„\varphi_i^{2}“)_{i \in N}$, $(„\varphi_i^{3}“)_{i \in N}$ etc., afirmaţiile de mai sus revin la schemele inferenţiale (R71) - (R75).

$$\text{(R71)}\ I\,(\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Pi x_0) \ldots (\Pi x_n)\ (\varphi_i^{n+1}\ (x_0, \ldots, x_n) \rightarrow (x_0 = \ldots = x_n = \curlywedge))$$

$$\text{(R72)}\ E\ (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \ldots (\Sigma x_n)\ ((x_0 \neq \curlywedge) \wedge$$
$$\wedge \ldots \wedge (x_n \neq \curlywedge) \wedge \varphi_i^{n+1}\ (x_0, \ldots, x_n))$$

$$\text{(R73)}\ E\ (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\vee x_0) \ldots (\vee x_n)\ \varphi_i^{n+1}\ (x_0, \ldots, x_n))$$

$$\text{(R74)}\ E_a\ (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \ldots (\Sigma x_n)\ (E_a\ (x_0) \wedge$$
$$\wedge \ldots \wedge E_a\ (x_n) \wedge \varphi_i^{n+1}\ (x_0, \ldots, x_n))$$

$$\text{(R75)}\ E_a\ (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\vee x_0) \ldots (\vee x_n)\ \varphi_i^{n+1}\ (x_0, \ldots, x_n)$$

Să adăugăm în încheierea acestor consideraţii că circularitatea instalată la nivelul definiţiilor existenţei (respectiv ale inexistenţei) nu este vicioasă cîtă vreme conceptele care intervin sînt corelative. Spre exemplu, aşa cum s-a putut remarca, existenţa actuală a indivizilor presupune existenţa actuală a atributelor sau a predicatelor şi reciproc. Dintre aplicaţiile noilor cuantificări, ne mulţumim să supunem atenţiei doar definiţia contextuală a operaţiei de identificare a indivizilor, sub forma regulilor (R76) - (R77).

$$\text{(R76)}\ (\alpha_0 = \ldots = \alpha_n) \Leftrightarrow (\wedge X_i^1)\ (X_i^1\ (\alpha_0) \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow X_i^1\ (\alpha_n))$$

$$\text{(R77)}\ (\alpha_0 = \ldots = \varphi_n) \Leftrightarrow (\wedge \mathcal{X}_i^1)\ (\text{atr}\ (\mathcal{X}_i^1, \alpha_0) \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \text{atr}\ (\mathcal{X}_i^1, \alpha_n)$$

Alături de cuantorii temporali, atributivi sau predicaţionali, îşi găsesc locul în logica de ordinul doi şi *CUANTORII PROPOZIŢIONALI*[88]. Prin efectuarea operaţii-

[88] O cercetare aplicată a cuantorilor propoziţionali (*propositional quantifiers*) este de găsit la: Doroty L. Grover, *Propositional Quantifiers*, în: „Journal of Philosophical Logic", 1, 1972, pp. 111-36.

lor desemnate de aceşti operatori, se obțin generalizări de propoziții cu privire la propozițiile simple necunoscute care intră în alcătuirea lor.

Deşi au o incidență ridicată în practica discursivă, cuantificările propoziționale au fost utilizate cu multă rezervă în construirea formalismelor. La originea acestei reticențe se prea poate să stea felul în care sînt considerate îndeobşte enunțurile variabile (în formularea standard: variabilele propoziționale). Astfel, logicienii aparținînd tradiției fregeene utilizează aceste expresii ca nume echivoce ale valorilor de adevăr, în ultimă instanță, ca „variabile de valori de adevăr". Or, în atare situație, cuantificările propoziționale sînt greu aplicabile.

Cel mai favorabil cadru de aplicare a cuantificărilor în atenție poate fi asigurat prin interpretarea enunțurilor (declarative) drept semne ale unor idei (sau obiecte noetice) care tolerează o evaluare alethică. Mai apoi, aceste idei pot fi considerate complet determinate, cunoscute într-un context dat ori complet necunoscute, în funcție de expresiile chemate să le materializeze (constante, parametri, respectiv variabile).

Urmînd maniera de prezentare a celorlalte cuantificări din logica de ordinul doi, nu vom reproduce exhaustiv specificările cuantificării propoziționale schematice (Qp_i). Este suficient să amintim aici că ele conțin toți determinanții cantitativi din logica de bază (ortodoxă sau neortodoxă). Însă, ne vom strădui să evidențiem cele mai oportune prilejuri de aplicare ale acestora.

În paragraful consacrat regulilor de control al cuantificărilor de individ clasice am folosit constanta „$\Rightarrow$" pentru a desemna operația de stabilire a relației de consecuție logică. Cu acel prilej, am insistat asupra precizării că această relație este plasată în orizont sintactic (în speță, în sistemul deducției naturale ***SD***).

În acord cu majoritatea logicienilor, vom face apel şi la replica „semantică" a respectivei operații, căreia îi vom aloca în L conectorul „$\therefore$". Vom considera, apoi, că formula „$\varphi_0, \ldots, \varphi_i \therefore \varphi_j$" reprezintă rezultatul instituirii relației de consecuție semantică între propozițiile $\varphi_0, \ldots, \varphi_i$ şi φ_j. Lecturile aferente acestei formule ar fi următoarele: ☞ (1) *„dacă propozițiile $\varphi_0, \ldots, \varphi_i$ sînt adevărate, atunci, în mod necesar, valoarea logică a propoziției φ_j se identifică cu adevărul"*; ☞ (2) *„este imposibil ca propozițiile $\varphi_0, \ldots, \varphi_i$ să fie adevărate, iar φ_j, falsă"*; ☞ (3) *„generalizarea universală (mai exact: universal - afirmativă) a propoziției ($\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) \rightarrow \varphi_j$, cu privire la toate propozițiile simple din componența ei este adevărată"*.

Dacă φ_j decurge semantic dintr-o mulțime de ipoteze vidă, *id est*, dacă φ_j este o consecință semantică a tautologiei – $\therefore \varphi_j$, respectiv $\top \therefore \varphi_j$ –, atunci se poate spune că: ☞ (1) φ_j este o propoziție tautologică; ☞ (2) φ_j este adevărată pentru orice valoare a propozițiilor simple din alcătuirea ei; ☞ (3) generalizarea universală a propoziției φ_j cu privire la propozițiile simple alcătuitoare este adevărată [89].

Din cele afirmate se desprinde ideea că operația de derivare a unei consecințe semantice dintr-o mulțime de premise nevidă, respectiv din propoziția $\top$ se lasă definită în termenii unor cuantificări universale propoziționale.

Să presupunem că propozițiile care specifică premisele şi concluzia schemei $\varphi_0, \ldots, \varphi_i \therefore \varphi_j$ sînt construite prin aplicarea unora dintre conectivele $\sim$, $\rightarrow$, $\wedge$,

---

[89] D. M. Gabbay, C. J. Hogger şi Julia A. Robinson (eds.), *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, I: „Logical Foundations" (co - ordinator: J. Siekmann), Clarendon Press, Oxford, 1993, pp. 6 sqq. Ne-am permis să adaptăm ideile autorilor la sistemul terminologic şi notațional al prezentei lucrări.

$\vee$ și $\leftrightarrow$ la cîteva elemente ale șirului $A_k, \ldots, A_n$. Potrivit acestor date, modul de aplicare al operației de stabilire a relației de consecuție semantică se determină în propoziția de identitate (D64).

$$(D64)\ (\varphi_0, \ldots, \varphi_i \therefore \varphi_j) = $$
$$= (\wedge p_k) \ldots (\wedge p_n)\ (\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i \rightarrow \varphi_j)\ [p_k / A_k, \ldots, p_n / A_n]$$

În același fel, dacă în φ_j intervin doar denotatele unora dintre parametrii enunțiativi „A_k", ..., „A_n" și cîteva dintre conectivele verifuncționale menționate mai sus, inferența medadică: $\therefore \varphi_j$ este intersubstituibilă *salva - validitate* cu propoziția universală $(\wedge p_k) \ldots (\wedge p_n)\ \varphi_j\ [p_k / A_k, \ldots, p_n / A_n]$.

Fie, de pildă, textul inferențial *„Acum este ziuă. Deci, dacă acum plouă, acum este ziuă"*. Supusă operației de formalizare în contextul unei analize sintetice moleculare, această secvență lingvistică naturală poate fi transpusă în limbajul formalizat *L* sub forma „$A \Rightarrow B \rightarrow A$" / „$A \therefore B \rightarrow A$". (Corespondențele care motivează derivarea respectivei formule sînt evidente.) Validitatea regulii de transformare $A \Rightarrow B \rightarrow A$ este neîndoielnică, fapt ce poate fi demonstrat și în sistemul deducției naturale *SD*.

1. A		*ipoteză primară*
	2. B	*ipoteză auxiliară*
	3. A	1: (R)
4. B → A		2-3: (I →)

81°. O demonstrație în SD a inferenței $A \Rightarrow B \rightarrow A$

Întrucît sistemul formal *SD* este consistent, putem afirma, mai departe, că propoziția $B \rightarrow A$ este o consecință semantică a premisei A, adică, $A \therefore B \rightarrow A$. De altfel, corectitudinea formală a inferenței $A \therefore B \rightarrow A$ poate fi dovedită o dată cu dezvăluirea caracterului tautologic al condiționalului $A \rightarrow (B \rightarrow A)$.

v_2 (A)	v_2 (B)	v_2 (B → A)	v_2 (A → (B → A))
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

82°. Matricea de adevăr aferentă propoziției formale $A \therefore B \rightarrow A$

În sfîrșit, pe temeiul constatării că propoziția $B \rightarrow A$ este o consecință logică (în același timp, sintactică și semantică) a propoziției A, se poate aserta cu îndreptățire generalizarea universală a implicației $A \rightarrow (B \rightarrow A)$, adică, a propoziției $(\wedge p)(\wedge q)(p \rightarrow (q \rightarrow p))$, aceeași cu $(\wedge p\, q)(p \rightarrow (q \rightarrow p))$.

Prin urmare, conținuturile sau valorile alethice ale propozițiilor simple ce intră în alcătuirea unei inferențe valide nu prezintă din punctul de vedere al logicii formale nici un interes [90]. Oricare ar fi substituțiile operate asupra lor, validitatea

[90] Recomandăm cu privire la această problemă: P. Hoyningen - Huene, *Formale Logik. Eine philosophische Einführung*, Reclam, Stuttgart, 1998, pp. 19 sqq.

inferenţei pe care o compun se păstrează. Aceasta înseamnă că, la limită, propoziţiile simple alcătuitoare pot fi înlocuite cu negaţiile lor. Spre exemplu, este cît se poate de corectă formal derivarea afirmaţiei condiţionale că *acum nu este ziuă, dacă (acum) nu plouă* din propoziţia că *acum nu este ziuă*.

O ilustrare similară este lesne de găsit şi în cazul inferenţelor medadice. De exemplu, corectitudinea logică a inferenţei $\therefore$ A $\vee$ ~ A / $\Rightarrow$ A $\vee$ ~ A – ce reproduce la nivel formal semnificaţia enunţului natural „*Indiscutabil / În mod necesar / Aşadar, 2 este un număr par sau 2 nu este un număr par*" – poate fi dovedită atît în context sintactic cît şi în context semantic. Derivarea (83°) din *SD* şi matricea verifuncţională (84°) întemeiază pe deplin aserţiunea că propoziţia A $\vee$ ~ A este concomitent o teoremă din *SD*, respectiv o propoziţie tautologică.

În aceste condiţii este justificată şi afirmarea generalizării universale a propoziţiei A $\vee$ ~ A, *id est* a propoziţiei ($\wedge$ p) (p $\vee$ ~ p). Aceasta revine la a spune că toate substituţiile propoziţiei A $\vee$ ~ A (fie formalizate, fie naturale) sînt adevărate.

Dacă ar îndeplini doar rolul de a defini operaţia de consecuţie logică, cuantificările propoziţionale ar putea lăsa impresia unor constructe artificioase, iscate din jocul gratuit al logicienilor formalişti. Însă, contrar aparenţelor, cuantificările propoziţionale intervin cel mai frecvent în situaţiile cotidiene de comunicare.

1. ~ (A $\vee$ ~ A)	*ipoteză primară*
2. A	*ipoteză auxiliară*
3. A $\vee$ ~ A	2: (I $\vee$)
4. ~ (A $\vee$ ~ A)	1: (R)
5. ~ A	2-4: (I ~)
6. ~ A	*ipoteză auxiliară*
7. ~ A $\vee$ A	6: (I $\vee$)
8. A $\vee$ ~ A	7: (C $\vee$)
9. ~ (A $\vee$ ~ A)	1: (R)
10. A	6-9: (E ~)
11. A $\vee$ ~ A	1-10: (E ~)

v_2 (A)	v_2 (~ A)	v_2 (A $\vee$ ~ A)
1	0	1
0	1	1

83° – 84°. O demonstraţie în SD a propoziţiei formale A $\vee$ ~ A, respectiv tabelul de adevăr aferent acesteia

Spre exemplu, să presupunem că, într-o conversaţie banală, Aurel spune despre Lucian că este credul. Gîndul pe care Aurel l-a afirmat implicit şi pe care părtaşii la „nevinovata" bîrfă l-au înţeles explicit este acela că Lucian crede toate propoziţiile formulate de orice individ. După cum se vede, propoziţia rostită de Aurel conţine (e drept, mascat) o cuantificare de individ şi o cuantificare propoziţională. Ne putem imagina, apoi, că Aurel este contrazis. Marian susţine că, dimpotrivă, Lucian este un sceptic. Cu alte cuvinte, Marian spune că Lucian se îndoieşte de toate afirmaţiile, oricare ar fi autorii lor. Aşadar, şi aici avem de-a face cu o cuantificare propoziţională.

Sincategoremele - cheie utilizate mai sus – „... *afirmă că ...*", „... *crede că ...*" şi „... *se îndoieşte că ...*" – desemnează trei operaţii binare (ultimele două aflate în relaţie de contradicţie), care se definesc pe produsul cartezian al mulţimii locutorilor cu mulţimea propoziţiilor şi iau valori în mulţimea propoziţiilor.

Notă. Potrivit unei terminologii devenite clasice, locutorii sînt persoane care participă la o situaţie de comunicare.

Elemente constitutive ale (sub -) limbajului specific logicii opiniilor, respectivele expresii îşi dezvăluie statutul aparte de operatori cu argumente eterogene, care prin concatenarea cu cîte un termen (individual), mai exact, cu cîte un termen capabil să stea pentru un locutor şi cu cîte un enunţ au drept rezultate enunţuri.

Fie „af", „cr" şi „îd", operatorii constanţi din *L*, care abreviază sincategoremele naturale „... *afirmă că ...*", „... *crede că ...*" şi „... *se îndoieşte că ...*" şi „L", un predicator monadic constant ce desemnează operaţia de atribuire a calităţii de locutor. Această adăugire minimă de simboluri la vocabularul limbajului *L* permite travestirea formală a tuturor enunţurilor de opinie care conţin expresiile asertării, credinţei, respectiv îndoielii şi contribuie la reliefarea eventualelor determinări cantitative conţinute.

Spre exemplu, dacă promovăm desemnările (F15.1) – (F15.2), atunci enunţul „*Lucian crede (orbeşte) spusele şefului său de partid*" este explicitat în *L* de formula „$(\wedge\, p)\,(L\,(b)\ \wedge L\,(f^1\ (b))\ \wedge af\ (f^1\,(b),\ p)\ \rightarrow cr\,(b,\ p))$".

(F15.1) *f* („*Lucian*") = „b"

(F15.2) *f* („*şeful de partid al lui ...*") = „f^1"

Să mai consemnăm faptul că logica opiniilor oferă un cadru propice pentru aplicarea celor mai diverse cuantificări. Astfel, enunţul „*Cele mai multe afirmaţii ale lui Viorel sînt neîndoielnice*" conţine o cuantificare stocastică propoziţională şi (de-o manieră implicită) o cuantificare universală de individ. Sub rezerva acceptării corespondenţei (F16), enunţul respectiv poate fi adus la formula „$(Up)\,(L\,(c)\ \wedge af\ (c,\ p)\ \rightarrow\ (\wedge\, x)\,(L\,(x)\ \rightarrow\ cr\ (x, p))$".

(F16) *f* („*Viorel*") = „c"

Apelînd, apoi, la un alt exemplu, putem observa că enunţul „*Orice bărbat pune la îndoială de multe ori toate spusele soţiei sale*" reprezintă rezultatul efectuării a trei generalizări eterogene: o cuantificare de individ universal - afirmativă, o cuantificare temporală stocastică particular - afirmativă şi o cuantificare propoziţională universal - afirmativă. Astfel, dacă se adoptă formalizările (F17.1 – 2), atunci traducerea formală a respectivului enunţ natural este asigurată de formula „$(\wedge\, x)\,(\wedge\, p)\,(Q^1(x) \wedge L(x) \wedge L(g^1\ (x)) \wedge af\,(g^1\ (x),\, p) \rightarrow (W'\,t)\,(v_2\ (îd\,(x,\, p),\, t) = 1))$"

(F17.1) *f* („... *este bărbat*") = „Q^1"

(F17.2) *f* („*soţia lui ...*") = „g^1"

Evident, şirul enunţurilor-prototip pentru expresiile de generalizări multiple (unele dintre ele, propoziţionale) din domeniul opinabilului poate continua cu exemple şi mai complexe, ilustrîndu-se o dată în plus propensiunea locutorilor înspre comunicarea nuanţată.

Întorcîndu-ne în orizontul rarefiat al formalismelor, putem poposi la o nouă grupă de cuantificări, anume: CUANTIFICĂRILE DE CONECTIVĂ. Circumscrise încercărilor de întemeiere a sistemelor formale pe un corpus de primitive cît mai redus, noile operaţii presupun îmbogăţirea limbajelor formalizate cu subclasa conectorilor variabili. În acest sens, vom considera că şirul („d_i")$_{i \in N}$ din *L* reuneşte chiar expresiile de acest tip.

Cele mai cunoscute demersuri formale în care apar împreunate cuantificările de conectivă şi cuantificările propoziţionale sînt legate de şcoala de logică poloneză. Datorată lui Stanislaw Leśniewski, prima încercare de acest fel – prototetica – avea menirea de a constitui împreună cu alte două sisteme axiomatice – ontologia şi mereologia – *„o teorie generală a obiectelor, susceptibilă să fundamenteze matematicile mai satisfăcător decît o făcuse logistica"* [64: 22]. Pe de altă parte, Alfred Tarski a trecut la folosirea combinată a cuantificărilor propoziţionale şi a cuantificărilor de conectivă o dată cu construirea unui sistem logistic fundat pe numai două constante primitive: semnul echivalării şi determinantul cuantificărilor universale. Spre exemplificare, redăm mai jos, cu mijloacele limbajului *L*, definiţiile tarskiene ale conjugării şi ale negării [16: 22].

$$\text{(D65)}\ (\wedge p_i)(\wedge p_j)((p_i \wedge p_j) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow (\wedge d_n)(p_i \leftrightarrow ((\wedge p_k)(p_i \leftrightarrow d_n(p_k)) \leftrightarrow (\wedge p_p)(p_p \leftrightarrow d_n(p_p)))))$$

$$\text{(D66)}\ (\wedge p_i)(\sim p_i \leftrightarrow (p_i \leftrightarrow (\wedge p_j)\, p_j)$$

În sfîrşit, ar mai fi de amintit aici modificările aduse de Church şi Sobocinski unora din tezele calculelor propuse de Leśniewski şi Tarski. Fără a intra în perimetrul acestor analize, se poate reţine la încheierea acestei sumare prezentări posibilitatea de a diversifica respectivele operaţii de cuantificare potrivit schemei de proliferare a cuantificărilor de individ.

În capitolul consacrat preliminariilor terminologice, am stăruit asupra precizării că faptele (sau stările de lucruri) sînt desemnate de elementele unei clase aparte de termeni, iar nu de enunţuri. Reamintim că pe tot parcursul acestei prezentări, enunţurile (declarative) sînt tratate ca nume ale unor afirmaţii, *i. e.* ale unor idei evaluabile sub raportul valorii de adevăr. Am convenit, apoi, ca aceşti termeni să fie numiţi, prin analogie cu expresiile similare, termeni faptici. Cum se construiesc, însă, termenii faptici şi, implicit, denotatele lor, stările de lucruri?

Calea cea mai simplă presupune adoptarea unui subnector monadic *„faptul că ..."*, în calitate de semn al unei operaţii care se defineşte pe mulţimea propoziţiilor şi care ia valori în mulţimea stărilor de lucruri. Dacă acceptăm, prin convenţie, că subnectorul constant „sl" redă în *L* semnificaţia sincategoremei naturale *„faptul că ..."*, putem spune că „sl (φ)" este o schemă de termeni faptici. Printre specificările acestei structuri logice se numără, de exemplu, termenii formalizaţi „sl (A)" şi „sl (P^1 (f^1 (a)) ↔ B)", precum şi termenii naturali *„faptul că Socrate este filosof"*, *„faptul că fiul lui Vasile este supărat, dacă şi numai dacă a fost concediat"* etc.

A doua variantă de formare a termenilor faptici reclamă folosirea unei constante pentru a desemna operaţia care, aplicată la un atribut, generează o funcţie. Dacă „g" este semnul respectivei operaţii în *L*, atunci expresiile „g (A^1)", „g (B^2)", „g (temp (A^1, t))" ş.a. dobîndesc în *L* statutul de operator *stricto sensu*, iar

„g (A^1) (x)", „g (B^2) (x, b)", „g (temp (A^1, t)) (a)" etc., statutul de termen faptic. Într-o exemplificare naturală, din termenii atributivi *„asasin"* și *„a iubi"* se pot obține operatorii *stricto sensu „asasinarea lui ..."* și *„iubirea dintre ... și ..."*, iar apoi, termenii faptici *„asasinarea lui Cezar"* și *„iubirea dintre Tristan și Isolda"*.

În paranteză fie spus, se constată cu ușurință analogia acestor operatori cu specificările operatorului *stricto sensu* individual „f_i^k" (i și k $\in$ N; k $\neq$ 0). La rigoare, sîntem în măsură să susținem că „simbolurile funcționale" clasice constituie variantele sintetice ale concatenărilor unei constante logice, să zicem: „f", cu cîte un atribut. Cu alte cuvinte, am avea de-a face aici cu valorificarea propoziției schematice de identitate „f (A_i^k)" = „f_i^k". Făcînd apel la un exemplu natural, vom observa că din termenul atributiv *„asasin"* se poate obține operatorul *stricto sensu* individual *„asasinul lui ..."* și, în continuare, prin concatenarea lui cu termenul *„J. F. Kennedy"*, termenul individual *„asasinul lui J. F. Kennedy"*.

Dincolo de aceste „jocuri de limbaj", rămîne de reținut instrumentarul formal capabil să redea *CUANTIFICĂRILE FAPTICE INDIRECTE*. Spunem cuantificări indirecte, deoarece generalizarea propozițiilor cu privire la faptele care apar în structura lor nu se realizează cu ajutorul unor „cuantori faptici", ci prin intermediul cuantorilor propoziționali, respectiv al cuantorilor atributivi și al cuantorilor de individ.

Fie, de pildă, enunțul *„Ziariștii relatează majoritatea faptelor în mod tendențios"*. În ipoteza că adoptăm desemnările (F18.1 – 2), respectivul enunț natural poate fi tradus în *L* de maniera „($\wedge$ x) (L (x) $\wedge$ P^1 (x) $\rightarrow$ (Up) R^2 (x, sl (p)))".

(F18.1) *f* (*„... este ziarist"*) = „P^1"

(F18.2) *f* (*„... relatează în mod tendențios ..."*) = „R^2"

Dacă se consideră oportună o formalizare analitică, atunci, același enunț revine la formulele „($\wedge$ x) (L (x) $\wedge$ P^1 (x) $\rightarrow$ (Ux_0 ... x_k) R^2 (x, g_j^{k+1} (x_0, ... x_k)))" sau „($\wedge$ x) (L (x) $\wedge$ P^1 (x_i) $\rightarrow$ (Ux_0 ... x_k) R^2 (x, (g (A_j^{k+1})) (x_0, ... x_k)))". Nu este greu de remarcat că aceste din urmă variante formalizate ilustrează complicarea instrumentarului formal direct proporțional cu rafinarea analizei logice.

Ultima chestiune pe care dorim s-o prezentăm sub semnul cuantificării de ordin superior are drept pretext încercarea lui B. F. Chellas de a codifica în plan formal mărcile cantitative specifice termenilor de masă (*mass terms*) [91]. În acord cu o distincție propusă de R. E. Grandy [92], respectivii termeni se referă la materiile (-ialele) din care se constituie indivizii și se coreleaza cu termenii sortați (*sortal terms*), *id est*, cu termenii care se referă la indivizi. Printre termenii de masă se numără, de exemplu, expresiile *„aur"*, *„apă"*, *„pămînt"*, *„stofă"* etc. iar printre termenii sortați, expresiile *„inel"*, *„pahar"*, *„lopată"*, *„stofă"* ș.a..

Problema ridicată de cei doi autori nu a primit rezolvări întrutotul satisfăcătoare. Astfel, luînd în considerare enunțul-prototip *„Pe masă se află un inel (de aur)"*, R. E. Grandy găsește de cuviință să apeleze la cadrul de formalizare oferit de logica de ordinul doi. Mai exact, autorul apreciază că termenii de masă intră în alcătuirea predicatorilor de ordinul întîi, iar termenii sortați, în alcătuirea predicatorilor de ordinul doi [93]. Rămîne, totuși, nelămurit temeiul capabil să justi-

---

[91] B. F. Chellas, *Quantity and Quantification*, în: „Synthese", 31, 1975, pp. 487-91.

[92] Sursa acestor considerații este [91].

[93] Trebuie să mărturisim că ne-am îngăduit să transpunem (ne place să credem, fără vicii de conținut) ideea lui Grandy în cadrul terminologic fixat la începutul acestei lucrări.

fice dispunerea unor expresii de felul „... *este un inel*" sau „... *este o statuie*" printre predicatorii de ordin superior.

Sesizînd această slăbiciune, B. F. Chelas preferă să plaseze predicatorii compuşi din termeni de masă, respectiv din termeni sortaţi la acelaşi nivel. Dacă facem abstracţie de dimensiunea temporală (pe care Chellas o recuperează în expresie formală !), putem rescrie formula asociată enunţului „*Pe masă se află un inel*" în varianta „$(\vee r) (R (r) \wedge (\vee x) ((x \in r) \wedge O (x)))$", unde „R" şi „O" corespund predicatorilor (de ordinul întîi) „... *este un inel*", respectiv „... *se află pe masă*", iar „r" şi „x" sînt variabile de sorturi diferite din logica de ordinul întîi. Valorile semantice ale variabilei „r" sînt indivizi (lucruri), iar ale variabilei „x", materii (materiale). Destul de interesantă, această soluţie prezintă, totuşi, inconvenientul că oferă un statut ambiguu operaţiei de afirmare a relaţiei de apartenenţă. Alături de apartenenţa unui individ la o clasă, ar urma să acceptăm apartenenţa unei materii la un lucru.

În ceea ce ne priveşte, socotim că problema supusă atenţiei admite o soluţionare mult mai simplă. Din cele prezentate pînă acum se poate constata că dificultatea majoră este legată de operaţionalizarea în regimuri diferite a termenilor sortaţi, respectiv a termenilor de masă. În lipsa altor precizări, această încercare de a transfera diferenţa de natură dintre termeni la nivelul predicatorilor în care se transformă este perfect justificată. Or, se pare că termenii de masă nu sînt atributivi (sau predicabili), *i. e.*, nu au virtuţi operaţionale. Prin urmare, grafemele de felul „*este aur*", „*este apă*" etc. nu pot fi tratate drept predicatori. Această observaţie, credem noi, schimbă fundamental datele problemei.

Potrivit noii situaţii, vom lua în considerare o clasă de operatori *stricto sensu* monadici, unii parametrici – reuniţi în *L* ca specificări ale schemei „s_i" –, alţii constanţi (pentru care se vor introduce în *L* simboluri speciale), astfel încît din concatenarea lor cu termenii de masă (parametrici) – reprezentaţi în *L* ca elemente ale şirului („S_i")$_{i \in N}$ – să rezulte termeni sortaţi (sau atributivi) monovalenţi.

Observaţie. Simbolurile „s_0" şi „S_0" vor fi substituite uneori cu expresiile „s" şi „S".

Prelucrarea constituenţilor obţinuţi în direcţia derivării predicatorilor şi, mai apoi, a enunţurilor se supune, în chip firesc, regulilor de formare deja introduse.

Să ne oprim, pentru început, la unul dintre exemplele folosite de autorii mai sus pomeniţi, „*Pe masă se află aur*". Dacă acceptăm că respectiva expresie este forma eliptică a enunţului „*Pe masă se află cel puţin un obiect din aur*" şi dacă ne însuşim corespondenţele traductive (F19.1 – 3), atunci se poate deriva în plan formal secvenţa „$(\vee x) (\mathrm{atr} (s (S), x) \wedge P^1 (x))$".

(F19.1) f („... *se află pe masă*") = „P^1"

(F19.2) f („*aur*") = „S"

(F19.3) f („*obiect din ...*") = „s

Aşa cum se poate constata, varianta de formalizare propusă nu incumbă folosirea unor predicatori de niveluri diferite şi nici nu reclamă diferenţierea termenilor individuali variabili.

Relativ la enunţul „*Pe masă se află (cel puţin) un inel*" se poate adopta o soluţie şi mai simplă. Astfel, dacă se formalizează sintetic predicatorii „... *se* *află pe masă*" şi „*... este un inel*", sub formele „P^1", respectiv „Q^1", obţinem, în mod banal formula „$(\vee x)\ (P^1\ (x)\ \wedge\ Q^1\ (x))$". Este de remarcat că ,în acest caz, este superfluă orice referire la termenii de masă, implicit, la materialul din care este confecţionat inelul de pe masă.

În spaţiul de joc astfel amenajat, pot fi recuperate cele mai insolite combinaţii de cuantificări. Fie, de pildă, enunţul „*Marius a băut ieri trei sticle cu bere*". Notînd cu „b", „R^2" şi „s (S)" replicile formalizate ale parametrilor naturali „*Marius*", „*... bea ...*", respectiv „*sticlă cu bere*", enunţul considerat poate fi adus la forma „$(\vee t)\ (Z\ (t) \wedge Þ_1\ (t, \curlywedge) \wedge (v_2\ ((!\ 3\ x)\ (atr\ (s\ (S), x) \wedge R^2\ (b, x)),\ t) = 1))$".

Este de prisos să adăugăm că, în conformitate cu principiul parcimoniei, variantele analitice de formalizare vor fi utilizate numai atuci cînd corectitudinea analizei logice depinde hotărîtor de acest lucru. O astfel de situaţie apare atunci cînd se impune reprezentarea în plan formal a raporturilor dintre unităţile de măsură ale denotatelor termenilor de masă, în felul în care s-au valorificat şi relaţiile instituite între fracţiunile temporale. Spre exemplu, pentru a dovedi la nivel formal că propoziţiile exprimate de enunţurile (I) „*Marius a vîndut alaltăieri (exact) 5 hectolitri de lapte*" şi (II) „*Marius a vîndut alaltăieri (exact) 600 de litri de lapte*" stau într-un raport de identitate, trebuie să ţinem cont de identificarea: 1 hectolitru (hl) = 100 de litri (l). În acest sens, operatorii *stricto sensu* „*hectolitru de ...*" şi „*litru de ...*" vor fi formalizaţi prin constantele „hl", respectiv „l", iar nu prin parametrii arbitrari corespunzători derivaţi din schema „s_i". Coroborate cu corespondenţele traductive (F20.1) – (F20.3), aceste precizări permit transformarea enunţurilor naturale (I) şi (II) în formulele (I.1) „$(\vee t)\ (Z\ (t)\ \wedge\ Þ_2\ (t, \curlywedge)\ \wedge\ (v_2\ ((!\ 5\ x)\ (atr\ (hl\ (S), x) \wedge P^2\ (b, x))), t) = 1))$", respectiv (II.1) „$(\vee t)\ (Z\ (t)\ \wedge\ Þ_2\ (t, \curlywedge)\ \wedge\ (v_2\ ((!\ 600\ x)\ (atr\ (l\ (S), x)\ \wedge\ P^2\ (b,\ x)),\ t) = 1))$".

(F20.1) f („*Marius*") = „b"

(F20.2) f („*... vinde ...*") = „P^2"

(F20.3) f („*lapte*") = „S"

Mai apoi, în temeiul propoziţiei de identitate: 100 l = 1 hl, ultima formulă admite o rescriere în limbajul *L*, potrivit variantei (II.2) „$(\vee t)\ (Z\ (t)\ \wedge\ Þ_2\ (t, \curlywedge)\ \wedge\ (v_2\ ((!\ 5\ x)\ (atr\ (hl\ (S),\ x)\ \wedge\ P^2\ (b,\ x))),\ t) = 1))$". Comparînd formulele (I.1) şi (II.2), se poate constata că noua codificare formală slujeşte pe deplin scopului pentru care a fost propusă, *id est*, face să transpară în plan formal identitatea propoziţiilor considerate.

Evident, şirul exemplificărilor şi aplicaţiilor poate continua, luînd în considerare alte materii şi alte scale de măsurare a acestora.

1.1.7. O SCURTĂ RETROSPECTIVĂ. La capătul acestui periplu prin „jungla" operaţiilor de cuantificare simţim nevoia să formulăm cîteva concluzii provizorii: ☞ (1) dintre toţi operatorii logici, cuantorii asigură cea mai fidelă reflectare a cantităţii la nivel formal; ☞ (2) de obicei, cuantorii sînt consideraţi conectori. De altfel, ei au fost trataţi pînă acum tocmai în această calitate. Să reţinem, deocamdată ca anticipaţie, observaţia că respectivilor operatori li se poate acorda şi un alt statut logico - semantic; ☞ (3) în acord cu distincţia *supoziţie formală* – *supoziţie materială*, se cuvine instituită o graniţă clară între clasa cuantificărilor şi clasa cuantorilor, *id est* între clasa unor aplicaţii (operaţii) specifice şi clasa semnelor alocate acestor aplicații; ☞ (4) orice cuantor este un semn complex obținut prin concatenarea unui determinant cantitativ cu o variabilă; ☞ (5) proliferarea cuantorilor și, implicit, a operațiilor de cuantificare se realizează prin diversificarea încrucișată a determinanților cantitativi, respectiv a variabilelor cu care se asociază; ☞ (6) numărul și felul cuantorilor acceptați în rîndul operatorilor determină caracteristicile subsistemelor logice. Așa cum s-a văzut, o dată cu adoptarea unor grupe de cuantori s-au schimbat și cadrele analizei logice. În mod treptat, s-a trecut de la logica de bază (ortodoxă), la logica liberă de angajament ontologic și, în sfîrșit, la logica de ordinul doi; ☞ (7) diversificarea cuantorilor în raport cu felul variabilelor conținute este facultativă. La limită, ne putem mulțumi cu o singură specie de variabile – „variabilele de obiect" / „termenii obiectuali variabili" –, diferențierile necesare urmînd a fi asigurate prin multiplicarea predicatorilor constanți. În acest sens, putem conveni că șirul $(„o_i")_{i \in N}$ reunește toate variabilele de obiect din L și că expresiile „In", „Ct", „Pr^n", „At^n",„Pp" și „Co^n" abreviază în L predicatorii naturali „*... este un individ*", „*... este o circumstanță temporală*", „*... este un predicat n - adic*", „*... este un atribut n - valent*", „*... este o propoziție*", respectiv „*... este o conectivă n - adică*". Spre exemplu, enunțul „*Orice individ are o proprietate*" poate fi adus în urma formalizării standard la formula „$(\wedge\ x)\ (\vee\ X^1)$ atr (X^1, x)". Însă, dacă formalizarea se efectuează potrivit noilor convenții notaționale, același enunț revine la expresia din L „$(\wedge\ o_1)\ (\mathrm{In}\ (o_1) \rightarrow$ $\rightarrow (\vee\ o_2)\ (\mathrm{At}^1\ (o_2) \wedge \mathrm{atr}\ (o_2, o_1)))$". Firește, analiza poate fi rafinată pe măsură ce se iau în considerare și alte tipuri de obiecte. În consecință, cuantorii de individ, cuantorii temporali etc. sînt, în lumina acestei perspective, cuantori sortați, adică instanțieri ale cuantorilor obiectuali; ☞ (8) cuantorii constituie un fundament suficient pentru definirea tuturor celorlalți operatori care manipulează cantitatea, fapt ce va fi dovedit, credem noi, în următoarele secțiuni ale prezentei lucrării

1.2. UN ADAOS PRIVIND EXPRIMAREA CANTITĂȚII ÎN LOGICA TEMPORALĂ

Printre conectorii care manifestă, cel puțin implicit, aspecte de ordin cantitativ se numără și operatorii chemați să susțină așa-numita „logică a timpului gramatical" (*tense logic*): „P" („*cel puțin odată a fost adevărat că / (-ă) propoziția ...*"), „H" („*pînă acum, a fost întotdeauna adevărat că / (-ă) propoziția ...*"), „F" („*cel puțin odată va fi adevărat că / (-ă) propoziția ...*") și „G" („*de acum înainte, va fi întotdeauna adevărat că / (-ă) propoziția ...*"). Acești patru operatori de bază, numiți (oarecum impropriu) „trecut slab", „trecut tare" / „trecut perpetuu", „viitor slab" , respectiv „viitor tare" / „viitor perpetuu"[94], îndeplinesc pe secvențe discursive limitate rolurile cuantorilor temporali în acord cu definițiile (D67) – (D70).

$$(\mathrm{D67})\quad \mathrm{P}\,(\varphi) = (\vee\, t_i)\,(\not{P}\,(t_i, \varkappa) \wedge (v_2\,(\varphi, t_i) = 1))$$

[94] J. P. Burgess, *Basic Tense Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, II: „Extensions of Classical Logic", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984, p. 92; Petru Ioan, *Recuperarea timpului și devenirii în logica formală*, în: „Analele Științifice ale Universității «Al. I. Cuza» din Iași", III b, tomul XXII, 1976, p. 40. Expresiile „*trecut slab*", „*trecut tare*", „*viitor slab*" și „*viitor tare*" sînt traduceri ale locuțiunilor „*weak past*", „*strong past*", „*weak future*", respectiv „*strong future*".

$$(\text{A7.b})\ P(\varphi) \wedge PH(\sim\varphi) \rightarrow P(GP(\varphi) \wedge H(\sim\varphi)$$

$$(\text{A8})\ H(H(\varphi) \rightarrow \varphi) \rightarrow H(\varphi)$$

$$(\text{A9.a})\ FG(\varphi) \rightarrow GF(\varphi)$$

$$(\text{A9.b})\ PH(\varphi) \rightarrow HP(\varphi)$$

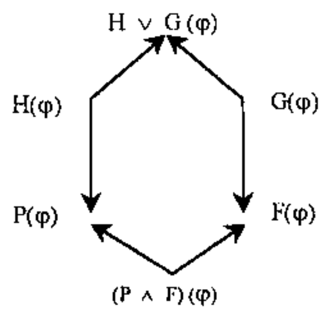
Interpretarea acestor asumpții și derivarea consecințelor care decurg din ele ar putea forma un capitol substanțial de logică temporală, capitol care iese, însă, din cadrele prezentei abordări.

Pe de altă parte, ni se pare oportun să menționăm o contribuție relevantă a logicianului Petru Ioan în direcția sistematizării respectivilor conectori temporali. Valorificînd euristic o structură formală impecabilă – hexada logică –, autorul în atenție ne sugerează să mai adăugăm doi conectori temporali compuși: concomitența – „(P $\wedge$ F)" – („*cel puțin odată în trecut și cel puțin odată în viitor se adeverește că / propoziția ...*") și alternanța – „(H $\vee$ G)" – („*întotdeauna în trecut sau mereu în viitor se adeverește că / propoziția ...*") [94b:40].

Noii operatori își dezvăluie valențele cuantificaționale în conformitate cu propozițiile de identitate (D71) – (D72) și se corelează cu ceilalți patru conectori temporali, anterior menționați, într-un hexagon logic al propozițiilor cuantificate temporal de-o manieră implicită.

$$(\text{D71})\ (P \wedge F)(\varphi) = (\vee t_j)(\wp(t_j, \kappa) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 1)) \wedge \\ \wedge (\vee t_i)(\wp(\kappa, t_i) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(\text{D72})\ (H \vee G)(\varphi) = (\wedge t_i)(\wp(t_i, \kappa) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1)) \vee \\ \vee (\wedge t_i)(\wp(\kappa, t_i) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$



85°. Un hexagon logic al schemelor propoziționale ce se obțin prin aplicarea conectivelor din logica timpurilor gramaticale

După cum se poate constata, singurele raporturi recuperate în diagrama de mai jos sînt cele de condiționare suficient - necesară. Astfel, relațiile subsumate legilor contrarietății, subcontrarietății și necontrazicerii nu-și mai găsesc aici locul.

La finele tratării acestei chestiuni ne permitem să avansăm propunerea de a lua în seamă și operatorul „N" – „*acum [*now*] este adevărat că / (-ă) propoziția ...*" – pentru a ne referi la timpul prezent. Deși s-ar părea că propozițiile ce nu joacă rolul de argument al unui conector temporal sînt asociate în mod tacit cu instanța actuală, credem că nu este de prisos explicitarea acestei supoziții. Să mai

(D68) $H(\varphi) = (\wedge t_j)(\mathcal{P}(t_j, \varkappa) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$

(D69) $F(\varphi) = (\vee t_i)(\mathcal{P}(\varkappa, t_i) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$

(D70) $G(\varphi) = (\wedge t_i)(\mathcal{P}(\varkappa, t_i) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$

Productivitatea operatorilor în atenție este cu totul remarcabilă. Într-un răstimp relativ scurt, logicieni de forță, precum A. N. Prior, N. Rescher, N. B. Cochiarella și mulți alții au construit cu ingeniozitate o sumedenie de calcule temporale: sistemul minimal – K_t, sistemul timpului cauzal relativist, sistemul logicii timpului ramificat, sistemul logicii timpului linear, sistemele logicii timpului linear fără sfîrșit, ale timpului linear fără început, ale timpului linear fără început și fără sfîrșit, ale logicii timpului rațional, ale logicii timpului integral etc. etc. [70b: 255-6]. Toate aceste sisteme sînt articulate prin prisma metaproprietăților necesare oricărui sistem ipotetico-deductiv (independență a axiomelor, consistență, completitudine și decidabilitate) și au de înfruntat aceleași dificultăți de ordin filosofic (privind: identitatea în schimbare, continuitatea, mișcarea și dezvoltarea, referirea la ceea ce a existat real dar nu mai există și altele). Cît privește alegerea tezelor și regulilor menite să constituie fundamentele (axiomatice) ale respectivelor calcule, se poate lesne constata că funcționează principiul toleranței. Fiecare autor a luat în seamă pentru rezolvarea acestei probleme doar considerente de ordin pragmatic. De pildă, J. P. Burgess a apelat la un fundament relativ complex, alcătuit din postulatele formulate mai jos [94 a: 93][95].

(A0.a) $G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (G(\varphi) \rightarrow G(\psi))$

(A0.b) $H(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((H(\varphi) \rightarrow H(\psi))$

(A0.c) $\varphi \rightarrow GP(\varphi)$

(A0.d) $\varphi \rightarrow HF(\varphi)$

(A1.a) $G(\varphi) \rightarrow GG(\varphi)$

(A1.b) $H(\varphi) \rightarrow HH(\varphi)$

(A2.a) $F(\varphi) \wedge F(\psi) \rightarrow F(\varphi \wedge F(\psi)) \vee F(\varphi \wedge \psi) \vee F(F(\varphi) \wedge \psi)$

(A2.b) $P(\varphi) \wedge P(\psi) \rightarrow P(\varphi \wedge P(\psi)) \vee P(\varphi \wedge \psi) \vee P(P(\varphi) \wedge \psi)$

(A3.a) $G(\bot) \vee FG(\bot)$

(A3.b) $H(\bot) \vee PH(\bot)$

(A4.a) $G(\varphi) \rightarrow F(\varphi)$

(A4.b) $F(\varphi) \rightarrow FF(\varphi)$

(A5.b) $P(\varphi) \rightarrow PP(\varphi)$

(A6.a) $\varphi \wedge H(\varphi) \rightarrow FH(\varphi)$

(A6.b) $\varphi \wedge G(\varphi) \rightarrow PG(\varphi)$

(A7.a) $F(\varphi) \wedge FG(\sim \varphi) \rightarrow F(HF(\varphi) \wedge G(\sim \varphi)$

---

[95] Ne-am permis să adaptăm formulările originare ale autorului la sistemul notațional al acestei lucrări.

adăugăm că operatorul „N“ este singurul conector temporal din sistemul astfel închegat, care nu are un *definiens* cuantificațional.

(D73) $N(\varphi) = (v_2(\varphi, \text{⋏}) = 1)$

Reductibili în ultimă instanță la o subclasă restrînsă de operatori din logica datării, conectorii temporali definiți mai sus ne vor îngădui să exprimăm mai elegant anumite aspecte cantitative din cuprinsul formalismelor.

1.3. CUANTIFICARE ȘI MODALIZARE

Continuînd inventarierea operațiilor de cuantificare „mascată“ a propozițiilor, vom intra (cu precauție) în domeniul complex al logicii modale. Scopul acestei întreprinderi îl constituie demonstrarea tezei că, în ultimă instanță, modalitățile sînt ipostaze ale cuantificărilor explicite. Cîtă vreme ne vom referi la modalități ca la niște operații propoziționale (conective), se va subînțelege că propozițiile rezultate în urma aplicării lor trebuie considerate *in sensu composito* sau *de dicto* [96]. Cealaltă ipostază a modalităților – *de re* – va fi luată în considerare într-un paragraf ulterior.

Prin ponderea pe care o dețin în clasa operațiilor logice, modalitățile alethice se dovedesc de departe ca cele mai importante aplicații modale.

Dacă „ps“ este modalizatorul alethic care abreviază sincategorema naturală *„este posibil ca ...“*, atunci „ps (φ)“ este schema reprezentărilor formalizate ale propozițiilor de posibilitate. Dacă se aplică, spre exemplu, operația desemnată de conectorul „ps“ la propoziția asertorică / nemodalizată $(\vee x)(P^1(x) \wedge R^1(x))$, se obține propoziția de posibilitate $ps((\vee x)(P^1(x) \wedge R^1(x)))$. În planul limbii române, din enunțul asertoric *„Unii negustori sînt cinstiți“* se poate deriva enunțul modal *„Este posibil ca unii negustori să fie cinstiți“*. Așa cum se poate lesne constata, sub incidența *modus* - ului *„este posibil ca ...“*, verbul *„a fi“* din *dictum* - ul *„Unii negustori sînt cinstiți“* trece de la forma de indicativ la forma de conjunctiv. Această modificare de expresie din limba română este neglijabilă sub raportul corectitudinii logice și, de aceea, nu va fi recuperată în plan formal; cîte o situație similară apare și în cazul celorlalte enunțuri modale.

În ciuda aparenței de simplitate pe care o îmbracă și a gradului înalt în care este operaționalizată, modalitatea alethică *posibil* lasă loc unor definiri multiple și chiar discordante.

Potrivit concepției stoico-diodoriene, o propoziție este posibilă, dacă și numai dacă se adeverește în prezent sau în cel puțin unul dintre momentele viitoare.

(D74.1) $ps(\varphi) = N(\varphi) \vee F(\varphi)$

(D74.2) $ps(\varphi) = (\vee t_i)(((t_i = \text{⋏}) \vee P(\text{⋏}, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$

După Aristotel – dacă ar fi să îi urmăm pe lectorii cu autoritate ai capodoperelor acestuia –, o propoziție primește proprietatea de a fi posibilă sub semnul corectitudinii, dacă și numai dacă a fost adevărată cel puțin odată în trecut, este adevărată în prezent sau va fi adevărată cel puțin odată în viitor.

---

[96] Cu privire la distincția *de dicto – de re*, se pot consulta: [77b: 147 sqq.]; G. E. Hughes și M. J. Creswell, *An Introduction to Modal Logic*, Methuen and Co Ltd. London, 1972, p. 183; A. N. Prior, *Formal Logic*, 2[nd] ed., Clarendon Press, Oxford, 1962, p. 209.

$$(\text{D74.3})\ \ \mathrm{ps}(\varphi) = \mathrm{P}(\varphi) \vee \mathrm{N}(\varphi) \vee \mathrm{F}(\varphi)$$

$$(\text{D74.4})\ \ \mathrm{ps}(\varphi) = (\vee t_i)((\mathcal{P}(t_i, \curlywedge) \vee (t_i = \curlywedge) \vee \mathcal{P}(\curlywedge, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

În sfîrşit, pentru reprezentanţii şcolii megarice, propoziţiile posibile se identifică cu afirmaţiile care se adeveresc în cel puţin o instanţă temporală, indiferent de locul pe care această circumstanţă îl ocupă pe scala timpului.

$$(\text{D74.5})\ \ \mathrm{ps}(\varphi) = (\vee t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1)$$

Dincolo de anumite nuanţe în exprimare, definiţia aristotelică şi definiţia megarică asupra modalităţii *posibil* coincid, astfel încît se pote vorbi, în acest sens, de o definiţie aristotelico - megarică. Această explicitare ne conduce, în continuare, la asimilarea propoziţiilor posibile cu propoziţiile consistente, *id est* cu propoziţiile nehotărît - realizabile.

$$(\text{D74.6})\ \ \mathrm{ps}(\varphi) = (\varphi \neq \perp)$$

Pînă acum (exceptînd minimele diferenţe terminologice şi notaţionale), am urmărit cu fidelitate interpretarea temporală curentă a propoziţiilor de posibilitate [97]. Sîntem datori, însă, cu introducerea unei precizări.

În literatura logică, *definiens* - urile propoziţiilor de identitate care explicitează modalizarea alethică de posibilitate (şi nu numai) sînt construite cu ajutorul cuantificărilor universal - afirmative, respectiv particular - afirmative, fără a se preciza întotdeauna regimul ontologic asumat. Or, dacă în locul schemei cuantificaţionale „neutre": „$(\vee t_i)$" se utilizează schema „actualistă" – „$(\exists t_i)$" – se restrînge accepţia termenului „posibil (-ă)" la domeniul lumii reale. În această situaţie, însă, contradicţia – $\perp$ – nu se identifică, aşa cum ar fi normal, cu propoziţia falsă în toate „interpretările" / „lumile" posibile, ci cu propoziţia irealizabilă în lumea reală, ceea ce, evident, nu este cazul. Aşadar, exprimarea cu mai multă acurateţe a propoziţiilor de posibilitate prin intermediul instrumentarului formal al calculelor temporale presupune asumarea (de-o manieră explicită a) cadrului de angajare ontologică specific logicii libere. Aceeaşi determinare sub raport ontologic trebuie asociată şi cu conectivele temporale P, N şi F. Astfel, se înţelege de la sine faptul că domeniul de aplicabilitate al respectivelor operaţii nu poate fi constituit în exclusivitate de lumea reală, ci de universul tuturor lumilor existente. Printre aceste lumi se numără, bineînţeles, sistemul obiectelor reale, dar şi toate „alternativele" fictive ale acestuia.

După cum ne amintim, în logica liberă avem de-a face cu un individ special – $\curlywedge$ –, care satisface toate predicatele, conform cu (T2.1), şi manifestă toate proprietăţile, conform cu (T2.2).

$$(\text{T2.1}) \Rightarrow (\wedge X_i^1)\ X_i^1\ (\curlywedge)\ /\ \Rightarrow \varphi_i^1\ (\curlywedge)$$

$$(\text{T2.2}) \Rightarrow (\wedge \mathcal{X}_i^1)\ \mathrm{atr}\ (\mathcal{X}_i^1, \curlywedge)\ /\ \Rightarrow \mathrm{atr}\ (\Lambda_i^1, \curlywedge)$$

S-a mai spus, în prelungirea acestor două teze, că toate afirmaţiile cu privire la individul $\curlywedge$ sînt în mod trivial adevărate.

[97] Aplicarea instrumentarului formal specific logicii temporale la definiţia stoico - diodoriană respectiv la definiţia aristotelico - megarică privitoare la modalitea *posibil (ă)* este de găsit, de exemplu, în: [83b: 125] şi A. N. Prior, *Time and Modality*, Clarendon Press, Oxford, 1957, pp. 13-9.

Printr-o analogie banală, putem defini o circumstanţă temporală limită, κ, în care orice propoziţie devine adevărată.

$$(\mathrm{T3}) \Rightarrow v_2\ (\varphi, \kappa) = 1$$

În consecinţă, propoziţia $\perp$, falsă în toate lumile posibile, este adevărată, totuşi, în momentul logic κ.

$$(\mathrm{T4}) \Rightarrow v_2\ (\perp, \kappa) = 1$$

De altfel, κ este singura circumstanţă în care se adevereşte $\perp$.

$$(\mathrm{T5}) \Rightarrow (\wedge\, t_i)\,((v_2\,(\perp, \kappa) = 1) \rightarrow (t_i = \kappa))$$

Pe temeiul afirmaţiilor de mai sus, se poate susţine că o propoziţie este posibilă, dacă şi numai dacă este adeverită în cel puţin una dintre circumstanţele temporale „existente" (adică, diferite de κ).

$$(\mathrm{D74.7})\ \mathrm{ps}\,(\varphi) = (\Sigma\, t_i)\,((t_i \neq \kappa) \wedge (v_2\ (\varphi, t_i) = 1))$$

$$(\mathrm{D74.8})\ \mathrm{ps}\,(\varphi) = (\vee\, t_i)\,(v_2\,(\varphi, t_i) = 1)$$

Prin urmare, o propoziţie poate fi caracterizată drept posibilă şi dacă circumstanţa (-ele) în care se adevereşte (-esc) aparţine (-) unei (-or) lumi ficţionale.

Evoluînd pe aceleaşi coordonate ale logicii temporale, vom încerca să definim, în continuare, modalizatorul alethic „nc". Prescurtare a sintagmei *„este necesar ca ..."*, noua constantă permite formularea în *L* a propoziţiilor de necesitate. Astfel, în urma efectuării *modalizării de necesitate*, din propoziţia (asertorică) cum că *nici un celibatar nu este căsătorit*, respectiv din A se obţin propoziţiile apodictice exprimate de enunţurile *„Este necesar ca nici un celibatar să nu fie căsătorit"*, respectiv „nc (A)".

Dacă Diodoros Chronos şi reprezentanţii şcolii stoice au definit *necesarul* drept ceea ce este adevărat în prezent şi va fi întotdeauna adevărat în viitor, conform cu (D75.1 – 2), Aristotel şi exponenţii concepţiei megarice au asociat propoziţiile necesare cu clauza de adeverire în orice circumstanţă temporală (trecută, prezentă sau viitoare), potrivit schemelor de identitate (D75.3 – 4) [cf. 83b: 125].

$$(\mathrm{D75.1})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = \mathrm{N}\,(\varphi) \vee \mathrm{G}\,(\varphi)$$

$$(\mathrm{D75.2})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = (\wedge\, t_i)\,(((t_i = \kappa) \vee P\ (\kappa, t_i)) \rightarrow (v_2\,(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(\mathrm{D75.3})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = \mathrm{H}\,(\varphi) \wedge \mathrm{N}\,(\varphi) \wedge \mathrm{G}\,(\varphi)$$

$$(\mathrm{D75.4})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = (\wedge\, t_i)\,((P\,(t_i, \kappa) \vee (t_i = \kappa) \vee P\,(\kappa, t_i)) \rightarrow (v_2\,(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(\mathrm{D75.5})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = (\wedge\, t_i)\,(v_2\,(\varphi, t_i) = 1))$$

Privilegiind interpretarea aristotelico - megarică, parvenim, în cele din urmă, la identificarea propoziţiilor necesare cu propoziţiile tautologice.

$$(\mathrm{D75.6})\ \mathrm{nc}\,(\varphi) = (\varphi = \top)$$

Or, propoziţia $\top$ – tautologia – este adevărată în toate interpretările, deci, şi în toate momentele (reale, fictive, sau inexistente). Prin urmare, sîntem îndreptăţiţi să atribuim aceeaşi proprietate alethică tuturor propoziţiilor tautologice (sau necesare).

$$(\mathrm{D75.7})\ (\varphi = \top) = (\wedge\, t_i)\,(v_2\ (\varphi, t_i) = 1))$$

Ca și în cazul explicitării conectivei modale de posibilitate, trebuie reținută precizarea că operațiile de cuantificare și conectivele temporale care intervin în definirea modalizării de necesitate se corelează cu universul lumilor existente, iar nu cu lumea reală.

Cadrul explicativ al logicii temporale ne permite să deslușim și aria de utilizare corectă a modalizatorului alethic „im", în expresie naturală: *„este imposibil ca ..."*. Apelînd la o prealabilă definiție prin exemplificare, se poate spune că aplicarea *modalizării de imposibilitate* la afirmația naturală cum că *toți celibatarii sînt căsătoriți*, respectiv la propoziția formalizată $(\wedge x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ are drept rezultate afirmațiile de imposibilitate că *este imposibil ca toți celibatarii să fie căsătoriți*, respectiv $\mathrm{im}((\wedge x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x)))$.

Dat fiind că orice aserțiune care specifică schema $\mathrm{im}(\varphi)$ revine la afirmația că *dictum* - ul acesteia este intersubstituibil *salva veritate* cu contradicția, conform schemei (D76.1), se poate susține, în continuare, că propozițiile imposibile se identifică cu propozițiile care se adeveresc exclusiv în momentul limită κ, potrivit schemelor (D76.2 – 3).

(D76.1) $\mathrm{im}(\varphi) = (\varphi = \perp)$

(D76.2) $\mathrm{im}(\varphi) = (\Pi\, t_i)((v_2(\varphi, t_i) = 1) \rightarrow (t_i = \kappa))$

(D76.3) $\mathrm{im}(\varphi) = (\wedge\, t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0)$

Cu alte cuvinte, propozițiile imposibile nu se adeveresc deloc în lumea reală, dar nici în lumile alternative.

(D76.4) $\mathrm{im}(\varphi) = \sim P(\varphi) \wedge \sim N(\varphi) \wedge \sim F(\varphi)$

(D76.5) $\mathrm{im}(\varphi) = (\wedge\, t_i)((\mathcal{P}(t_i, \kappa) \vee (t_i = \kappa) \vee \mathcal{P}(\kappa, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 0))$

Și aici este de remarcat asocierea cuantificărilor temporale, respectiv a conectivelor P, N și F cu ansamblul lumilor existente.

Al patrulea modalizator alethic – „nnc" (*„nu este necesar ca ..."*) – desemnează conectiva care fixează caracterul *nenecesar* (netautologic) al unor propoziții. Concatenînd, spre ilustrare, acest operator constant din *L*, respectiv sincategorema coreferentă din limba română cu enunțurile asertorice „B", respectiv *„Cei mai mulți politicieni sînt bărbați"*, se pot deriva enunțurile modale „nnc (B)", respectiv *„Nu este necesar ca cei mai mulți politicieni să fie bărbați"*.

Pentru a contura jocul operatoriu al constantei „nnc", se poate afirma cu îndreptățire că enunțul *„Nu este necesar ca φ"* înseamnă că *„φ nu se identifică cu tautologia"* – cum rezultă din (D77.1) – sau, același lucru, că propoziția φ este infirmată în cel puțin una dintre circumstanțele temporale luate în considerare, conform cu (D77.2).

(D77.1) $\mathrm{nnc}(\varphi) = (\varphi \neq \top)$

(D77.2) $\mathrm{nnc}(\varphi) = (\Sigma\, t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0)$

În măsura în care orice propoziție este adevărată în κ, (D77.2) revine, în ultimă instanță, la (D77.3).

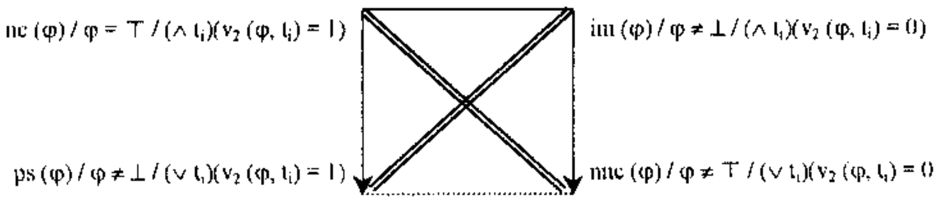
(D77.3) $\mathrm{nnc}(\varphi) = (\vee\, t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0)$

Într-o altă formulare, orice specificare arbitrară a schemei φ este *nenecesară*, dacă și numai dacă este infirmată măcar o dată în lumea reală sau cel puțin într-una din lumile alternative (în trecut, în prezent sau în viitor).

$$\text{(D77.4)}\quad nnc(\varphi) = \sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)$$

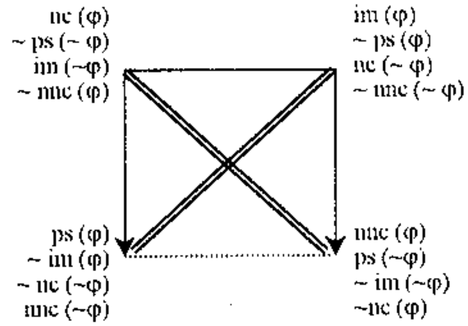
$$\text{(D77.5)}\quad nnc(\varphi) = (\vee\, t_i)((\mathrm{P}(t_i, \blacktriangle) \vee (t_i = \blacktriangle) \vee \mathrm{P}(\blacktriangle, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 0))$$

Considerațiile avansate pînă acum în ideea explicitării modalităților alethice: *posibil (-ă)*, *necesar (-ă)*, *imposibil (-ă)* și *nenecesar (-ă)* [98] prin intermediul cuantificărilor temporale pot fi rezumate în pătratul logic (86°), ce păstrează semnificațiile liniilor alcătuitoare.



86°. Un pătrat logic al propozițiilor modalizate alethic

Dacă se ține seama de posibilitățile de combinare dintre operația de negare – ~ –, *modi* – ps, nc, im și nnc –, respectiv *dictum* – φ –, figura logică (86°) poate fi dublată printr-un pătrat al pătratelor de propoziții modale (celebra „punte a măgarilor" / *pons asinorum*).



87°. Un pătrat al pătratelor de propoziții modalizate alethic

Respectiva diagramă complexă – impecabilă prin virtuțile ei rezumative – poate fi desfășurată într-o succesiune de scheme inferențiale, ce se subsumează legilor sub- și supra - alternării, conform cu (R78) – (R81), legii contrarietății și legii subcontrarietății, conform cu (R82) – (R83), respectiv (R84) – (R86), legii necontrazicerii, conform cu (R86) – (R89), precum și legii dualității, con-

[98] O tratare filosofică a relației dintre aceste patru modalități este de găsit în: Athanase Joja, *Studii de logică*, III, Editura Academiei, București, 1971, (îndeosebi) pp. 9-42.

form cu (R90) și (R93), celelalte echivalențe formale putînd fi derivate din regulile care deja au fost introduse.

(R78) $nc(\varphi) \Rightarrow ps(\varphi)$

(R79) $im(\varphi) \Rightarrow nnc(\varphi)$

(R80) $\sim ps(\varphi) \Rightarrow \sim nc(\varphi)$

(R81) $\sim nnc(\varphi) \Rightarrow \sim im(\varphi)$

(R82) $nc(\varphi) \Rightarrow \sim im(\varphi)$

(R83) $im(\varphi) \Rightarrow \sim nc(\varphi)$

(R84) $\sim ps(\varphi) \Rightarrow nnc(\varphi)$

(R85) $\sim nnc(\varphi) \Rightarrow ps(\varphi)$

(R86) $nc(\varphi) \Leftrightarrow \sim nnc(\varphi)$

(R87) $nnc(\varphi) \Leftrightarrow \sim nc(\varphi)$

(R88) $im(\varphi) \Leftrightarrow \sim ps(\varphi)$

(R89) $ps(\varphi) \Leftrightarrow \sim im(\varphi)$

(R90) $nc(\varphi) \Leftrightarrow \sim ps(\sim \varphi)$

(R91) $ps(\varphi) \Leftrightarrow \sim nc(\sim \varphi)$

(R92) $im(\varphi) \Leftrightarrow \sim nnc(\sim \varphi)$

(R93) $nnc(\varphi) \Leftrightarrow \sim im(\sim \varphi)$

Sistemul celor patru modalități *logice* explicitate pînă acum – în expresie formală: „ps", „nc", „im" și „nnc" – poate fi dublat cu sistemul modalităților *reale* analoage. Astfel, dacă se asumă cadrul ontologic asigurat de lumea reală, dacă se face apel la cuantificările temporale de universalitate și de existență aferente acestei lumi – cuantificări ce se constituie în exemplare ale schemelor $(\forall t_i)$ și $(\exists t_i)$ – și dacă se introduc în logica timpului gramatical conectorii „P_r", „H_r", „F_r", „G_r" și „N_r" pentru a construi „trecutul slab actual", „trecutul tare actual", „viitorul slab actual", „viitor tare actual" și „prezentul actual", aceste patru modalități reale – reflectate de conectorii formali „ps_r", „nc_r", „im_r" și „nnc_r" – se definesc în conformitate cu schemele (D78) – (D81).

(D78) $ps_r(\varphi) = (\exists t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) = P_r(\varphi) \vee N_r(\varphi) \vee F_r(\varphi)$

(D79) $nc_r(\varphi) = (\forall t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) = H_r(\varphi) \wedge N_r(\varphi) \wedge G_r(\varphi)$

(D80) $im_r(\varphi) = (\forall t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0) = \sim P_r(\varphi) \wedge \sim N_r(\varphi) \wedge \sim F_r(\varphi)$

(D81) $nnc_r(\varphi) = (\exists t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0) = \sim H_r(\varphi) \vee \sim N_r(\varphi) \vee \sim G_r(\varphi)$

Pe temeiul definițiilor de mai sus se poate conchide că necesitatea reală și imposibilitatea reală sînt forme „atenuate" ale necesității, repectiv ale imposibilității logice, în timp ce posibilul real și nenecesarul real sînt variante „tari" ale posibilului *vs.* ale nenecesarului logic. Această concluzie poate fi desfășurată, apoi, cu ușurință în cîteva reguli de derivare valide.

(R94) $nc(\varphi) \Rightarrow nc_r(\varphi)$

(R95) $\sim nc_r(\varphi) \Rightarrow \sim nc(\varphi)$

(R96) $im(\varphi) \Rightarrow im_r(\varphi)$

(R97) $\sim im_r(\varphi) \Rightarrow \sim im(\varphi)$

(R98) $ps_r(\varphi) \Rightarrow ps(\varphi)$

(R99) $\sim ps(\varphi) \Rightarrow \sim ps_r(\varphi)$

(R100) $nnc_r(\varphi) \Rightarrow nnc(\varphi)$

(R101) $\sim nnc(\varphi) \Rightarrow \sim nnc_r(\varphi)$

Dat fiind că se determină într-o strictă analogie cu modalităţile logice şi au un impact operaţional mai curînd la nivel epistemologic decît în plan logic - formal, modalităţile reale nu ocupă un loc marcant în cadrul cercetărilor de logică modală. În aceste condiţii, ne vom raporta în cele ce urmează doar la componentele formale din sistemul modalităţilor alethice.

Moştenite (în forma dată) de la scolastica creştină, cele patru modalităţi alethice – *posibil*, *necesar*, *imposibil* şi *nenecesar* – pot fi completate cu aplicaţiile desemnate de conectorii complecşi „($ps \wedge nnc$)" / *„este posibil, dar nu este necesar ca ..."* şi „($nc \vee im$)" / *„este necesar sau este imposibil ca ..."*.

Astfel, aplicate la afirmaţia naturală cum că *omul este singura fiinţă raţională din Univers*, respectiv la propoziţia formalizată C, modalităţile de mai sus iau drept valori propoziţiile exprimate de enunţurile *„Este posibil, dar nu este necesar ca omul să fie singura fiinţă raţională din Univers"* şi *„Este necesar sau este imposibil ca omul să fie singura fiinţă raţională din Univers"*, respectiv „($ps \wedge nnc$) (C)" şi „($nc \vee im$) (C)".

Pentru a obţine o oarecare economie notaţională, putem conveni ca modalizatorii alethici „($ps \wedge nnc$)" şi „($nc \vee im$)" – care exprimă *contingentul* [99] şi *analiticul* – să fie redate sintetic (în formă abreviată) prin intermediul conectorilor „ct", respectiv „an".

Fundamentate în calculele temporale cuantificate de propoziţiile definiţionale (D82.1) – (D82.4), respectiv (D83.1) – (D83.4), conectivele modale reprezentate de „ct" şi „an" se regăsesc într-o structură hexagonală, care generalizează pătratele logice adineaori prezentate. Ne permitem să lăsăm în seama cititorului decriptarea regulilor din diagramă care au rămas neexplicitate.

(D82.1) $ct(\varphi) = (\varphi \neq \bot \neq \top)$

(D82.2) $ct(\varphi) = (\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1)$

(D82.3) $ct(\varphi) = (P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)) \wedge (\sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi))$

(D82.4) $ct(\varphi) = (\vee t_i)(\text{Ꝑ}(t_i, \varkappa) \vee (t_i = \varkappa) \vee \text{Ꝑ}(\varkappa, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge$
$\wedge (\vee t_j)(\text{Ꝑ}(t_j, \varkappa) \vee (t_j = \varkappa) \vee \text{Ꝑ}(\varkappa, t_j)) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 0)$

[99] Uneori termenul „contingent" este folosit pentru a desemna nenecesarul.

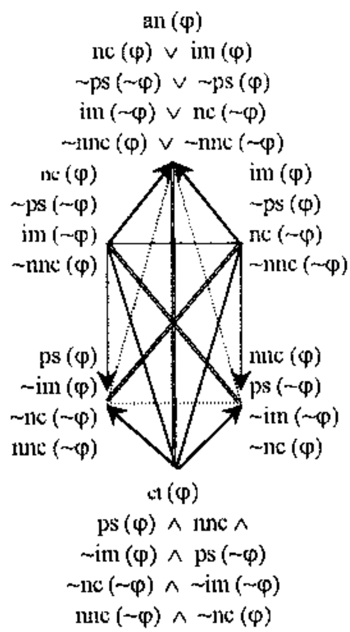
(D83.1) $an(\varphi) = (\varphi = \top) \vee (\varphi = \bot)$

(D83.2) $an(\varphi) = ((\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) \vee (\wedge t_j)(v_2(\varphi, t_j) = 0))$

(D83.3) $an(\varphi) = ((H(\varphi) \wedge N(\varphi) \wedge G(\varphi)) \vee (\sim P(\varphi) \wedge \sim N(\varphi) \wedge \sim F(\varphi)))$

(D83.4) $an(\varphi) = ((\wedge t_i)(\mathcal{P}(t_i, \curlywedge) \vee (t_i = \curlywedge) \vee \mathcal{P}(\curlywedge, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1) \vee$
$\vee (\wedge t_j)(\mathcal{P}(t_j, \curlywedge) \vee (t_j = \curlywedge) \vee \mathcal{P}(\curlywedge, t_j)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_j) = 0)))$

Reamintim că operatorul „($\vee t_i$)“ este abrevierea cuantorului natural schematic „numai pentru unii substituenți existenți – din lumea reală sau din una din lumile alternative ale acesteia – ai momentului t_i ...“.



88°. Un hexagon logic al schemelor propoziționale modalizate alethic

Urmînd o idee mai veche, datorată lui Petrus Hispanus, am putea înscrie în rîndul modalităților alethice chiar adevărul și falsul[100]. Într-o asemenea perspectivă, expresiile „*este adevărat că ...*“ și „*este fals că ...*“ – rezumate în *L* de conectorii „1“ și „0“ (omonimia creată nu ridică dificultăți) – ne permit, în ultimă instanță, să redăm două noi moduri în care poate fi dată o propoziție.

Aceste modalități se definesc în limitele logicii clasice și ale logicii temporale prin propozițiile de identitate (D84.1) și (D85.1), respectiv (D84.2) și (D85.2).

(D84.1) $1(\varphi) = (v_2(\varphi) = 1)$ (D85.1) $0(\varphi) = (v_2(\varphi) = 0)$

(D84.2) $1(\varphi) = (v_2(\varphi, \curlywedge) = 1) = N(\varphi)$ (D85.2) $0(\varphi) = (v_2(\varphi, \curlywedge) = 0) = \sim N(\varphi)$

[100] Petrus Hispanus, *Summulae Logicales*, quas e codice manu scripto Reg. Lat. 1205 edidit I. M. Bochenski O. P., Domus Editorialis Marietti, Friburgi, 1947, p. 11.

Spre exemplu, dacă ne situăm, din parcimonie, la nivelul molecular de analiză, putem formaliza enunţul *„Este adevărat că unii ziarişti sînt oneşti"* în variantele identice (din punct de vedere valoric): „1 (A)", „v_2 (A, $\blacktriangle$) = 1" şi „N (A)", respectiv „1 (A)" şi „v_2 (A) = 1", după cum se ţine sau nu seama de dimensiunea temporală. Se subînţelege că enunţului natural *„Unii ziarişti sînt oneşti"* îi corespunde formula „A".

În pofida evidenţei redundanţe antrenate, noile modalităţi îşi merită locul în cadrul formalismelor, fie şi pentru că asigură o omogenizare a exprimării. Astfel, scrutînd definiţiile (D84.2) şi (D85.2), se poate remarca faptul că argumentele operaţiei de identificare se situează, în ambele cazuri, în trei orizonturi diferite: al modalizării, al evaluării, respectiv al dispunerii explicite pe axa temporală.

În plus, conectorii „1" şi „0" ne îngăduie să definim alte două modalităţi alethice – *contingentul pozitiv* : „ct^+" / *„se întîmplă (acum) în mod contingent că ..."* şi *contingentul negativ*: „ct^-" / *„se întîmplă (acum) în mod contingent că nu ..."*[101] –, instituind identităţile (D86.1 – 4), respectiv (D87.1 – 4).

$$(D86.1)\ ct^+(\varphi) = (ct(\varphi) \wedge 1(\varphi))$$

$$(D86.2)\ ct^+(\varphi) = ((\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, \blacktriangle) = 1))$$

$$(D86.3)\ ct^+(\varphi) = ((P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)) \wedge \wedge(\sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)) \wedge N(\varphi)))$$

$$(D86.4)\ ct^+(\varphi) = (((\vee t_i)((\not{P}(t_i, \blacktriangle) \vee (t_i = \blacktriangle) \vee \not{P}(\blacktriangle, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1)) \wedge \wedge ((\vee t_j)((\not{P}(t_j, \blacktriangle) \vee (t_j = \blacktriangle) \vee \not{P}(\blacktriangle, t_j)) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 0)) \wedge (v_2(\varphi, \blacktriangle = 1))))$$

$$(D87.1)\ ct^-(\varphi) = (ct(\varphi) \wedge 0(\varphi))$$

$$(D87.2)\ ct^-(\varphi) = ((\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, \blacktriangle) = 0))$$

$$(D87.3)\ ct^-(\varphi) = ((P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)) \wedge \wedge(\sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)) \wedge N(\sim\varphi)))$$

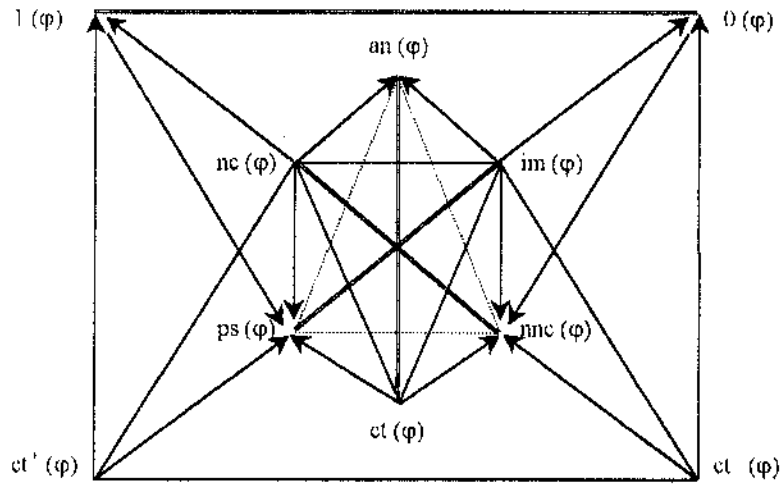
$$(D87.4)\ ct^-(\varphi) = (((\vee t_i)((\not{P}(t_i, \blacktriangle) \vee (t_i = \blacktriangle) \vee \not{P}(\blacktriangle, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1)) \wedge \wedge ((\vee t_j)((\not{P}(t_j, \blacktriangle) \vee (t_j = \blacktriangle) \vee \not{P}(\blacktriangle, t_j)) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 0)) \wedge (v_2(\varphi, \blacktriangle) = 0))))$$

În ideea ilustrării naturale a modalităţilor ct^+ şi ct^-, vom observa că din propoziţia asertorică: *Bill Clinton este preşedintele SUA* se pot deriva propoziţiile modale cum că *se întîmplă (acum) în mod contingent că Bill Clinton este preşedintele SUA*, respectiv *se întîmplă (acum) în mod contingent că nu Bill Clinton este preşedintele SUA*. Pe un temei, totuşi extra - logic, putem declara că prima dintre propoziţiile modale rezultate este adevărată în momentul redactării acestor pagini.

Cît priveşte relaţiile de derivare care corelează aplicaţiile desemnate de modalizatorii „1", „0", „ct^+" şi „ct^-" cu cele exprimate de modalizatorii alethici anterior definiţi („ps", „nc", „im", „nnc", „ct" şi „an"), ne mărginim la construirea unei diagrame, în măsură să asigure o minimă conectare.

---

[101] Dincolo de terminologia şi notaţia oarecum diferite, această idee este preluată din: K. Jacobi, *Möglichkeit*, in: H. Krings, H. M. Baumgartner şi Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, IV: *Mensch - Relation*, Kösel Verlag, München, 1973, pp. 931 sqq; R. Carnap, *Grundlagen der Logik und Mathematik*, 2. Aufl., Nymphenburger Verlagshandlung, München, 1973, pp. 22-5.



89°. O structură logică în care se regăsesc schemele propoziționale obținute prin aplicarea a 10 modalități alethice

Dintre inferențele reprezentate geometric în figura (89°), le menționăm, la întîmplare, doar pe acelea care alcătuiesc suita (R102) – (R109).

(R102) $nc\ (\varphi) \Rightarrow 1\ (\varphi)$	(R106) $im\ (\varphi) \Rightarrow 0\ (\varphi)$
(R103) $\sim 1\ (\varphi) \Rightarrow \sim nc\ (\varphi)$	(R107) $\sim 0\ (\varphi) \Rightarrow \sim im\ (\varphi))$
(R104) $ct^{+}\ (\varphi) \Rightarrow \sim ct^{-}\ (\varphi)$	(R108) $ct^{+}\ (\varphi) \Rightarrow 1\ (\varphi)$
(R105) $ct^{-}\ (\varphi) \Rightarrow \sim ct^{+}\ (\varphi)$	(R109) $ct^{-}\ (\varphi) \Rightarrow 0\ (\varphi)$

Dacă „citirea" celorlalte inferențe este o simplă formalitate, găsirea unui sistem axiomatic consistent, complet și decidabil în care să se regăsească toate aceste reguli este o problemă redutabilă. Ne permitem să lăsăm în seama unei alte analize atacarea acestei teme, cu atît mai mult cu cît în literatura logică sînt consemnate destule astfel de sisteme. În compensație, supunem atenției matricele verifuncționale care determină parțial (!) comportamentele conectivelor modale în contextul clasicei evaluări alethice bivalente.

$v_2\ (\varphi)$	$v_2\ (ps\ (\varphi))$	$v_2\ (nc\ (\varphi))$	$v_2\ (im\ (\varphi))$	$v_2\ (nnc\ (\varphi))$	$v_2\ (ct\ (\varphi))$	$v_2\ (an\ (\varphi))$
1	1	?	0	?	?	?
0	?	0	?	1	?	?

$v_2\ (\varphi)$	$v_2\ (1\ (\varphi))$	$v_2\ (0\ (\varphi))$	$v_2\ (ct^{+}\ (\varphi))$	$v_2\ (ct^{-}\ (\varphi))$
1	1	0	?	?
0	0	1	?	?

90° - 99°. Definiri verifuncționale ale modalităților: posibil (D74.9), necesar (D75.8), imposibil (D76.6), nenecesar (D77.6), contingent (D82.5), analitic (D83.5), adevărat (D84.3), fals (D85.3), contingent pozitiv (D86.5) și contingent negativ (D87.5)

v_2 (ps(φ))	v_2 (φ)
1	?
0	0

v_2 (nc(φ))	v_2 (φ)
1	1
0	?

v_2 (im(φ))	v_2 (φ)
1	0
0	?

v_2 (nnc(φ))	v_2 (φ)
1	?
0	1

v_2 (ct (φ))	v_2 (φ)
1	?
0	0

v_2 (an(φ))	v_2 (φ)
1	1
0	?

v_2 (1 (φ))	v_2 (φ)
1	0
0	?

v_2 (0 (φ))	v_2 (φ)
1	?
0	1

v_2 (ct^+ (φ))	v_2 (φ)
1	1
0	?

v_2 (ct^- (φ))	v_2 (φ)
1	0
0	?

100"–109". Alte definiri verifuncționale ale modalităților: posibil (D74.10), necesar (D75.9), imposibil (D76.7), nenecesar (D77.7), contingent (D82.6), analitic (D83.6), adevărat (D84.4), fals (D85.4), contingent pozitiv (D86.6) și contingent negativ (D87.6)

După cum se poate observa, conectivele modale *1* și *0* sînt complet determinate (și nu e de mirare, dat fiind statutul lor de modalități limită), în timp ce *contingentul* și negația lui – *analiticul* – ating pragul maxim de indeterminare.

La încheierea acestui demers de fundamentare a modalităților alethice se cuvine adăugată mențiunea că, în *definiens* - urile propozițiilor de identitate corespunzătoare, cuantificările temporale pot fi substituite (în anumite condiții) cu alte sorturi de cuantificări. Astfel, dacă elementele șirurilor („ω_i")$_{i \in \mathbf{N}}$ și („o_i")$_{i \in \mathbf{N}}$ sînt termeni obiectuali parametrici, respectiv termeni obiectuali variabili și dacă în „φ" apar, alături de operatorii (logici) constanți, doar parametrii „ω_i", ..., „ω_j" și variabilele „o_k", ..., „o_n", atunci conectivele modale în atenție se definesc de-o manieră generală prin schemele propoziționale de mai jos.

(D74.11) $ps\ (\varphi) = (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D75.10) $nc\ (\varphi) = (\wedge o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D76.8) $im\ (\varphi) = (\wedge o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D77.8) $nnc\ (\varphi) = (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D82.7) $ct\ (\varphi) = (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \wedge$
$\wedge (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D83.7) $an\ (\varphi) = (\wedge o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \vee$
$\vee (\wedge o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D86.7) $ct^+\ (\varphi) = (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \wedge$
$\wedge (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \wedge \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

(D87.7) $ct^-\ (\varphi) = (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \wedge$
$\wedge (\vee o_i...o_j\ o_k...o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j] \wedge \sim \varphi\ [o_i / \omega_i,...,o_j / \omega_j]$

Este de la sine înțeles că modalitățile *I* și *0* nu se definesc cuantificațional.

Spre exemplu, caracterul necesar al propoziției formalizate $A \wedge P^2$ (a, x) $\rightarrow$ $\rightarrow$ A poate fi dezvăluit printr-o generalizare universală „exhaustivă" (în privința tuturor obiectelor „nonlogice") ale acesteia: nc $(A \wedge P^2 (a, x) \rightarrow A)$ = = $(\wedge p) (\wedge X^2) (\wedge y) (\wedge z) (p \wedge X^2 (y, z) \rightarrow p)$.

În mod similar, enunțurile *„Este imposibil ca Hagi Tudose să fie avar și (Hagi Tudose) să nu fie avar"* și *„Pentru nici un substituent existent al individului y și pentru nici o substituție consistentă a proprietății X^1, y are proprietatea X^1 și (y) nu are proprietatea X^1"* se dovedesc a fi identice din punct de vedere extensional.

Dintre multiplele aplicații ale conexării operațiilor de cuantificare și de modalizare alethică, vom reține în economia acestui subcapitol doar cîteva.

O dată cu construirea sistemelor modale s-a pus în discuție, de-o manieră aplicată, problema modalităților iterate. Cu această ocazie s-au analizat rezultatele aplicării operațiilor de modalizare la propoziții deja modalizate. Fără a intra în detaliile respectivelor încercări (unele dintre ele avînd, de altfel, un aspect ușor frivol), vom remarca faptul că „opacitatea" de ordin intuitiv a enunțurilor care exprimă o modalizare multiplă poate fi redusă prin substituirea unor modalități cu operațiile de cuantificare corespunzătoare. În acest fel, am putea evidenția, de pildă, caracterul eronat al schemei de reducere „ps (φ) = nc (ps (φ))" – în notația originară: „$\Diamond p = \Box \Diamond p$" –, pe care Gheorghe Enescu a pus-o în seama lui Parry [cf. 2: 243]. În măsura în care definiția (D75.10) autorizează identificarea (D75.11), iar regula instanțierii propozițiilor universale permite derivarea lui (R110), urmează să acceptăm și deducția (R111).

(D76.10) nc (ps (φ)) = (∧p) ps (p)

(R110) (∧p) ps (p) ⇒ ps (ψ ∧ ~ ψ)

(R111) ps (φ) ⇒ ps (ψ ∧ ~ ψ)

Or, de la posibilitatea unei propoziții (oarecare) nu nu se poate trece la posibilitatea unei propoziții inconsistente. *Ergo*, schema de reducere: ps (φ) = = nc (ps (φ)) este incorectă.

O problemă deloc neglijabilă privește alcătuirea sistemelor modale cuantificate, în speță, corelarea modalităților *posibil* și *necesar* cu operațiile care specifică schemele $(\wedge x_i)$ și $(\vee x_i)$. Printre tezele de prim rang ce populează aceste sisteme se numără și schemele propoziționale care se subordonează unei reguli a permutării [cf. 2: 343].

(T6) ⇒ ps $((\vee x_i)$ φ) → $(\vee x_i)$ ps (φ) (T8) ⇒ ps $((\wedge x_i)$ φ) → $(\wedge x_i)$ ps (φ)

(T7) ⇒ ps $((\vee x_i)$ φ) ↔ $(\vee x_i)$ ps (φ) (T9) ⇒ nc $((\wedge x_i)$ φ) → $(\wedge x_i)$ nc (φ)

(T10) ⇒ $(\vee x_i)$ nc (φ) → ps $((\vee x_i)$ φ)

Corectitudinea formulării respectivelor condiționări în *L* (de regulă, în loc de „ps" se scrie „◊", în loc de „nc", „□", în loc de „x_i", „x" și în loc de „φ", „Fx") este condiționată de clauza conform căreia x_i are în φ cel puțin o intrare liberă și nici o intrare controlată.

Or, cu privire la valabilitatea regulilor de derivare medadice (sau a tezelor) (T6) – (T10) nu există un acord unanim. Unii logicieni se mulțumesc să atragă atenția asupra caracterului contraintuitiv al schemelor menționate, alții pun sub semnul întrebării chiar statutul lor de reguli valide. [cf. 2: 243]. În ce ne privește, subscriem la prima întîmpinare (astfel, analizînd sumar (T7) – „axioma lui Barcan" – în contextul interpretării cuantorilor de individ clasici, am subliniat aspectul discutabil al trecerii de la existența posibilă din antecedent la existența reală din succedent), dar nu o împărtășim pe cea de-a doua. Dacă în (T6) – (T10) avem de-a face cu modalități logice, iar nu reale, nu putem contesta corectitudinea logică (formală) a acestora. Evident, rămîne de stabilit relevanța unor astfel de scheme, *id est* impactul lor în planul cunoașterii. De exemplu, se poate constata, cu o oarecare insatisfacție că în (T7) putem înlocui – peste tot, respectiv în parte – operația ($\vee x_i$) cu aplicația ($\exists x_i$). Aceasta înseamnă că nu are importanță cadrul ontologic asumat: lumea reală ? lumea existentă ?

Ultima chestiune pe care o supunem atenției în acest context este consacrată „implicației stricte". Precum se știe, intrigat de așa - numitele „paradoxe ale implicației materiale" – *ex falso sequitur quodlibet*, respectiv *verum sequitur ad quodlibet* –, C. I. Lewis a propus spre asumare o operație de implicare specială – $\prec$ –, definibilă în registrul modalităților alethice [102].

$$\text{(D88)}\ (\varphi \prec \psi) = \sim \text{ps}\ (\varphi \wedge \sim \psi) = \text{im}\ (\varphi \wedge \sim \psi) = \text{nc}\ (\varphi \rightarrow \psi)$$

Or, modalizarea de necesitate este reductibilă la o cuantificare universală, fie ca și temporală, conform cu (D89), iar cuantificarea universală a unei implicații sugerează prezența unei operații de inferare deductivă.

$$\text{(D89)}\ \text{nc}\ (\varphi \rightarrow \psi) = (\wedge t_i)\ (v_2\ ((\varphi \rightarrow \psi), t_i) = 1)$$

$$\text{(D90)}\ (\wedge t_i)\ (v_2\ ((\varphi \rightarrow \psi), t_i) = 1) = (\varphi \Rightarrow \psi)$$

Așadar, în ultimă instanță, implicarea strictă se identifică cu derivarea logică.

$$\text{(D91)}\ (\varphi \prec \psi) = (\varphi \Rightarrow \psi)$$

Astfel, C. I. Lewis nu a făcut decît să redenumească o operație logică fundamentală (deducerea), ale cărei origini nu trebuie căutate în epoca modernă, ci în antichitatea greacă. Cum operația de inferare deductivă este, totuși, de ordin extensional, nu ne mai miră faptul că „paradoxele implicației materiale" în loc să dispară, se convertesc în „paradoxe ale implicației stricte". De altfel, orice efort de a controla cu mijloace extensionale transpunerea în plan formal a conținuturilor de gîndire (altfel spus, a intensiunilor) este sortit eșecului.

Cu aceste cîteva ilustrări ale dimesiunii cantitative pe care o posedă modalitățile alethice ne încheiem periplul în perimetrul mirific al conectorilor. Așa cum se va vedea, acești operatori nu dețin „monopolul" în ce privește manipularea cantității logice, chiar dacă, trebuie să recunoaștem, își aduc aportul cel mai substanțial la manifestarea acesteia.

[102] C. I. Lewis și C. H. Langford, *Symbolic Logic*, 2nd ed., Dover Publications Inc., London, 1959.

2. INFLEXIUNI CANTITATIVE ÎN REGISTRUL SUBNECTORILOR

În cuprinsul acestui capitol vom căuta să scoatem în evidență aspectele cantitative prezente la nivelul operatorilor care, prin concatenarea cu un număr nedefinit de enunțuri, se transformă în termeni.

2.1. REFLECTAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL EVALUĂRILOR ALETHICE POLIVALENTE

Preferăm să începem identificarea „amprentelor" cantității prin analiza operațiilor de evaluare alethică, datorită conexiunilor imediate ce se pot stabili cu problematica tratată la sfîrșitul capitolului precedent.

2.1.1. POT FI TRANSFORMATE MODALITĂȚILE ALETHICE ÎN VALORI LOGICE?

Cel puțin două sînt împrejurările care susțin un răspuns pozitiv la această întrebare: (I) disponibilitatea adevărului și falsului de a se întruchipa în conective modale (în acest sens, enunțurile asertorice „*Valoarea logică a propoziției φ este adevărul*" și „*Valoarea logică a propoziției φ este falsul*" pot fi identificate cu enunțurile modalizate „*Este adevărat că φ*", respectiv „*Este fals că φ*") și (II) rezonanța modală a denumirii pe care o poartă cea de-a treia valoare alethică – „posibilul" / „îndoielnicul" [1] –, pe care promotorii unor calcule trivalente (îndeosebi, Jan Łukasiewicz) au adăugat-o adevărului și falsului.

După cum este îndeobște admis, logica tradițională (chrysippiană) este fundamentată pe *principiul bivalenței*. Conform acestui principiu, există un criteriu care permite asocierea oricărei propoziții (apofantice) fie cu adevărul, fie cu falsul. (În mod obișnuit, se face apel la un criteriu de ordin semantic, și anume criteriul corespondenței, recurgîndu-se la confruntarea dintre propoziții și stările de lucruri pe care le acestea descriu. Este de la sine înțeles că această punere în corespondență nu este o sarcină a logicii formale). Altfel spus, se poate determina în logica tradițională operația de evaluare v_2 – *valoarea (alethică) bivalentă a (propoziției) ...* –, care își „recrutează" argumentele din mulțimea tuturor propozițiilor și care ia valori în mulțimea $\{0, 1\}$. Dacă „Ad" reprezintă clasa propozițiilor adevărate, „Fl", clasa propozițiilor false, iar „Pr", clasa tuturor propozițiilor, atunci se poate afirma că mulțimea Pr se identifică cu reuniunea disjunctă a mulțimilor Ad și Fl.

Supoziția că orice propoziție poate fi înscrisă numai într-una din subclasele domeniului Pr – fie subclasa Ad, fie subclasa Fl – creează, însă, dificultăți în ceea ce privește evaluarea propozițiilor care descriu stări de lucruri contingente din viitor. Deși se acceptă faptul că logicienii acordă valori de adevăr propozițiilor (sintetice) doar de-o manieră ipotetică, se subînțelege, într-o oarecare măsură, că respectivele propoziții sînt principial decise sub acest raport. Or, s-ar părea că propozițiile de felul celei exprimate de enunțul „*Andrei se însoară mîine*" nu pot

[1] Expresia folosită de Jan Łukasiewicz pentru a reda îndoielnicul este „*Mögliche*".

primi în „momentul vorbirii" o valoare anume din domeniul {0, 1}, datorită faptului că, în cazuri precum cel aflat în discuție, doar o ființă omniscientă poate urmări clauza semantică a corespondenței.

Cea mai drastică rezolvare a problemei anunțate constă în ignorarea coordonatelor spațio-temporale și, implicit, în abandonarea dimensiunii „metafizice". La urma urmelor, analiza logică se efectuează în conformitate cu standardele de exactitate, consistență și consecvență (formală), adică, în acord cu niște calități care nu sînt influențate de valorile de adevăr pe care le dețin în fapt propozițiile. O a doua soluție a problemei, mult mai riguroasă, presupune recuperarea la nivel formal a circumstanțelor de adeverire, păstrîndu-se registrul valoric {0, 1}. Astfel, enunțurile care conțin o supoziție temporală (chiar și acelea care trimit la momente viitoare) sînt tratate ca semne ale unor judecăți, *id est* ca expresii ale unor propoziții de evaluare (de ordinul doi).

Cele două soluții avansate pînă acum au o alternativă mult mai atrăgătoare sub aspect filosofic, și anume, proliferarea valorilor de adevăr. În ideea unei evaluări mai nuanțate a propozițiilor, inclusiv a celor care descriu viitori contingenți, unul dintre „părinții" logicii (-ilor) polivalente – Jan Łukasiewicz – a propus ca, alături de adevăr și fals, să se ia în considerare și valoarea: *posibil*. Principial deosebit de valoroasă, această propunere prezintă inconvenientul că una și aceeași propoziție poate fi dispusă (e drept, sub raporturi diferite) atît în clasa afirmațiilor posibile (problematice) cît și în clasa afirmațiilor adevărate. Or, în această situație, ar trebui să construim un mecanism de control al respectivei „metamorfoze" (în același cîmp valoric), ceea ce conduce la o pernicioasă complicare operațională.

Această problemă poate primi, însă, o rezolvare mult mai simplă în sensul precizărilor formulate de Grigore C. Moisil. Mai întîi, vom observa că termenul „posibil" are la Jan Łukasiewicz înțelesul de posibilitate bilaterală și, astfel, poate fi considerat drept o expresie a contingentului („ct"). Este de reținut, că, în contextul evaluării, simbolul „ct" nu va fi considerat conector modal, ci termen individual constant; mai exact, el este termenul (din *ML*) care desemnează valoarea alethică (trivalentă): *contingentul*. Mai apoi, vom reconstrui registrul valoric trivalent cu corespondentele individuale ale aplicațiilor desemnate de conectorii „nc" și „im" – *necesarul* și *imposibilul* –, iar nu cu adevărul și falsul. În acest fel, evaluarea trivalentă a propozițiilor ar fi asigurată acum de operația de evaluare v_3 – *valoarea (alethică) trivalentă a (propoziției)* ... –, care este definită pe mulțimea Pr și ia valori în domeniul {nc, ct, im}.

Avantajul major al acestei reconsiderări este dat de împrejurarea că fiecare propoziție poate fi evaluată în orice moment prin aplicarea operației v_3, cu precizarea (foarte importantă) că nici o propoziție nu poate primi mai mult de o valoare din mulțimea {nc, ct, im}, indiferent de circumstanțele sau raporturile sub care este analizată. În alți termeni, dacă „Nc" stă pentru clasa propozițiilor necesare, „Im", pentru clasa propozițiilor imposibile și „Ct", pentru clasa propozițiilor contingente, atunci reuniunea disjunctă a claselor Nc, Im și Ct este identică cu Pr. Spre exemplu, pentru a nu fi acuzat de determinism sau fatalism, logicianul poate suspenda evaluarea bivalentă a afirmației că *Andrei se însoară mîine*, pînă la consumarea circumstanței cu pricina, folosind provizoriu registrul valoric trivalent {nc, ct, im}. În speță, dat fiind că nu poate fi pusă în corespondență cu o propoziție analitică din *L*, propoziția dată va fi socotită contingentă. Insistăm asupra faptului că valoarea acestei propoziţii nu se schimbă în cadrul evaluativ adoptat, altfel spus, nu poate deveni nici necesară, nici imposibilă. Fireşte, după ce trece ziua de mîine, se poate efectua şi o evaluare bivalentă, spunînd, *e. g.*, că propoziţia dată este falsă. Chiar şi în aceste condiţii, din punctul de vedere al valorizării ternare, propoziţia rămîne contingentă.

O dată isprăvite aceste consideraţii lămuritoare putem să consacrăm prin definiţii şi exemple posibilităţile de a exprima necesitatea, contingenţa şi imposibilitatea în planul unei evaluări ternare. Astfel, dacă în „φ" intervin, pe lîngă eventualele constante operaţionale, termenii obiectuali schematici „ω_i",..., „ω_j" şi termenii obiectuali variabili „o_k",..., „o_n" (aceştia avînd exclusiv intrări libere), atunci putem formula schemele de identitate (D92) – (D94).

$$(D92)\ (v_3(\varphi) = nc) = nc(\varphi)\ (= (\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = (\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]$$

$$(D93)\ (v_3(\varphi) = ct) = ct(\varphi)\ (= (\vee t_i)^{Z}\ (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = ((\vee o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j] \wedge \\ \wedge (\vee o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n) \sim\varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]))$$

$$(D94)\ (v_3(\varphi) = im) = im(\varphi)\ (= (\wedge t_i)\ (v_2(\varphi, t_i) = 0) = \\ = (\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n) \sim\varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j])$$

Omonimia instalată în definiţiile de mai sus nu pare să creeze echivocuri. Este cît se poate de clar că semnele „nc", „ct" şi „im" funcţionează în *definiendum*-uri ca termeni (de ordinul doi), iar în *definiens*-uri, ca şi conectori modali. Complementele definiţionale plasate între parantezele rotunde dezvăluie faptul că şi în ipostaza de valori alethice necesitatea, contingenţa şi imposibilitatea se reduc la cîteva operaţii de cuantificare.

Să mai consemnăm că respectiva „travestire" a modalităţilor nu este un joc formal gratuit, chiar dacă acesta poate fi practicat cu mai mult folos la nivelul limbajelor formalizate. De pildă, enunţul natural „*Este posibil, dar nu este necesar ca Andrei să se însoare mîine*" tolerează foarte bine reformularea „*Valoarea trivalentă a afirmaţiei că Andrei se însoară mîine este contingentul*". Alegerea variantei optime de exprimare a propoziţiilor modalizate *vs.* de evaluare depinde în ultimă instanţă de un criteriu pragmatic. Situaţiile concrete de comunicare sînt cele care recomandă o opţiune sau alta.

Uneori pare nimerit să se condenseze într-o singură apreciere evaluarea bivalentă şi evaluarea trivalentă. Să presupunem, de pildă, că afirmaţia cum că *Andrei se însoară mîine*, a cărei valoare în momentul vorbirii este contingentul (conform evaluării trivalente), devine falsă o dată cu trecerea zilei de poimîine (potrivit evaluării trivalente). Or, tot într-un moment ulterior zilei de mîine se poate spune, într-o formulare mai nuanţată, că respectiva propoziţie este negativ - contingentă (adică sintetic-falsă). Ne-am situa, astfel, în contextul unei evaluări tetravalente, care se realizează prin efectuarea operaţiei exprimate de subnectorul „v_4" – „*valoarea (alethică) tetravalentă a (propoziţiei)* ..." –, operaţie care se defineşte pe mulţimea tuturor propoziţiilor (Pr) şi ia valori în clasa alcătuită din indivizii abstracţi: *necesarul*, *contingentul pozitiv*, *contingentul negativ* şi *imposibilul* ({nc, ct^{+},

ct^-, im}). Notînd cu „Ct^+" şi „Ct^-" clasa propoziţiilor pozitiv - contingente, respectiv clasa propoziţiilor negativ - contingente, se poate susţine că mulţimile Nc, Ct^+, Cn^- şi Im sînt disjuncte şi partiţionează clasa Pr. Altfel spus, evaluarea tetravalentă anunţată mai sus se supune legilor necontrazicerii şi exhaustivităţii.

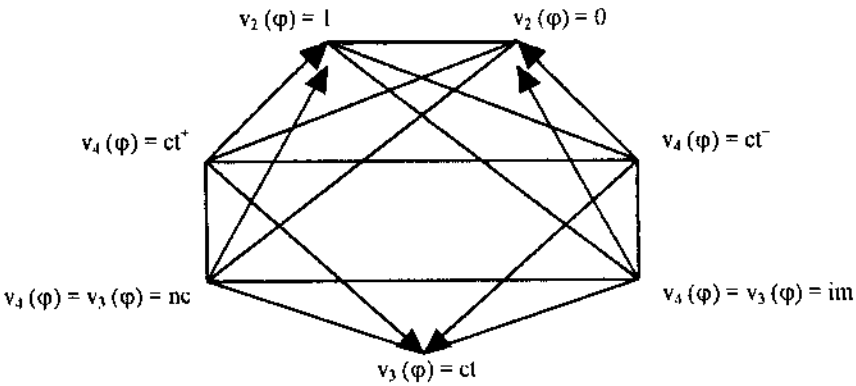
În completarea definiţiilor cuantificaţionale corespunzătoare valorilor *necesar*, *contingent* şi *imposibil*, vom adăuga două propoziţii de identitate în care se regăsesc aspecte cantitative reflectate de contingentul pozitiv şi de contingentul negativ.

$$\text{(D95)}\ (v_4(\varphi) = ct^+) = ct^+(\varphi)\ (= ((\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 1)) = ((\vee o_i \dots o_j\, o_k \dots o_n)\, \varphi[o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j] \wedge (\wedge o_i \dots o_j\, o_k \dots o_n) \sim\varphi\, [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j])) \wedge \varphi$$

$$\text{(D96)}\ (v_4(\varphi) = ct^-) = ct^-(\varphi)\ (= ((\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 0)) = ((\vee o_i \dots o_j\, o_k \dots o_n)\, \varphi[o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j] \wedge (\vee o_i \dots o_j\, o_k \dots o_n) \sim\varphi\, [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j])) \wedge \sim\varphi$$

Consideraţiile de pînă acum au avut menirea de a ilustra rolul pe care îl joacă supraoperaţia de cuantificare în conexarea unor evaluări alethice multiple. Am făcut cunoştinţă, în acest fel, cu evaluările bivalentă, trivalentă şi tetravalentă în orizontul unei (- or) logici ce se situează în afara timpului, respectiv cu o evaluare bivalentă în planul unei logici de ordin superior, care oferă mijloace de recuperare a circumstanţelor aferente situaţiilor de comunicare.

Cele mai importante relaţii dintre propoziţiile de evaluare specifice fiecărui domeniu de valori luat în considerare, respectiv dintre subclasele în care se disjunge clasa tuturor propoziţiilor pot fi rezumate în două diagrame - tip.



<table>
<tr><td colspan="3">Nc</td><td colspan="3">Ct⁺</td><td colspan="3">Ct⁻</td><td colspan="3">Im</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nc</td><td colspan="4">Ct</td><td colspan="4">Im</td></tr>
<tr><td colspan="6">Ad</td><td colspan="6">Fl</td></tr>
<tr><td colspan="12">Pr</td></tr>
</table>

110° - 111°. Două diagrame logice în care sînt corelate propoziţii de evaluare din registre valorice polivalente, respectiv subclasele corespunzătoare acestora

La încheierea acestei sumare analize a posibilităţii de a trata modalităţile alethice ca valori ale propoziţiilor, ne îngăduim să semnalăm o problemă destul de curioasă. A devenit demult un loc comun spusa că logica bivalentă este logica ce operează cu două valori alethice, şi anume, cu *adevărul* şi *falsul*. Dincolo de discuţiile privind efectele pe care le antrenează prezenţa *vs.* absenţa factorului temporal, nu s-au consemnat încercări semnificative de acomodare a (supra) logicii bivalente cu alte registre valorice. Clauzele relative la necontrazicere şi exhaustivitate par să constrîngă logica bivalentă la o evaluare în domeniul $\{0, 1\}$. Însă, dacă se acceptă transformarea modalităţilor alethice în valori logice, aşa cum s-a procedat în acest paragraf, se pot adăuga logicii bivalente clasice alte cinci calcule bivalente. Domeniile valorice aferente acestor calcule ar fi: {im, ps}, {ct, an}, {nc, nnc}, $\{ct^+, (\sim ct^+)\}$ şi $\{ct^-, (\sim ct^-)\}$.

Notă. Expresiile „$(\sim ct^+)$" şi „$(\sim ct^-)$" desemnează „noncontingentul pozitiv", respectiv „noncontingentul negativ".

Deşi se respectă condiţiile de necontrazicere şi de exhaustivitate, rămîne, totuşi, de rezolvat în aceste cazuri o problemă redutabilă, anume, interpretarea conectorilor. La o simplă inspectare a respectivelor perechi de valori alethice, se poate constata că unele conective nu îşi precizează în întregime parcursul în vreo schemă matriceală corespunzătoare. Spre exemplu, adoptînd registrul valoric {im, ps} şi distribuind lui φ şi lui ψ aceeaşi valoare – *posibilul* –, nu putem determina necondiţionat valoarea enunţului $\varphi \wedge \psi$. Ce e drept, se poate spune într-o atare situaţie că valoarea propoziţiei $\varphi \wedge \psi$ este *imposibilul*, dacă şi numai dacă φ este negaţia lui ψ sau viceversa. În celelalte interpretări, valoarea propoziţiei $\varphi \wedge \psi$ este cu certitudine *imposibilul*.

Într-un mod similar, am putea identifica trei alternative la calculul logic trivalent instituit pe domeniul de valori {nc, ct, im}. Operaţiile de evaluare corespunzătoare ar lua în acest sens valori în mulţimile $\{1, ct^-, im\}$, $\{nc, ct^+, 0\}$, respectiv $\{an, ct^+, ct^-\}$. Şi aici trebuie cercetat felul în care conectivele îşi dezvăluie modul de operare. Se prea poate ca în unele cazuri să avem de-a face cu indeterminări valorice.

Este de remarcat că neputinţa de a defini în matrice complete toate conectivele nu constituie un temei suficient pentru a exclude domeniile de valori corespunzătoare din contextul evaluării. După cum prea bine s-a putut constata, chiar în registrul clasic $\{0, 1\}$ unele conective (*e. g.*, operaţiile de cuantificare sau modalizările alethice) se definesc verifuncţional incomplet. Evident, prezenţa acestor zone de indeterminare trebuie compensată prin utilizarea altor mecanisme definiţionale, astfel încît, în cele din urmă, spaţiul de joc al conectivelor să fie bine precizat [2].

2.1.2. CUANTIFICARE ŞI PROGNOZARE. Printre variantele de construire a logicii (-ilor) polivalente se numără şi aceea care presupune luarea în considerare a dimensiunii aleatorii.

Pînă acum am urmărit două situaţii limită în care indivizii se pot corela cu proprietăţile. Pe de o parte, am avut de-a face cu indivizi complet determinaţi în raport cu proprietăţile care li se atribuie, astfel încît propoziţiile rezultate s-au dovedit fie adevărate, fie false (după cum indivizii manifestă sau nu, în fapt, respectivele proprietăţi. Pe de altă parte am ţinut seama şi de existenţa indivizilor vagi, *id*

---

[2] În redactarea acestui paragraf am utilizat în chip deosebit una dintre lucrările lui Grigore C. Moisil, şi anume, *Încercări vechi şi noi de logică neclasică* (Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1965).

est a indivizilor (total) indeterminaţi cu privire la o proprietate sau alta sau indeterminaţi relativ la orice proprietate (exceptînd, fireşte, proprietăţile auto - contradictorii, respectiv proprietăţile totale). Propoziţiilor în care aceşti indivizi apar în postura de subiect logic le-am refuzat cu titlu provizoriu alocarea vreunei valori de adevăr. Or, cunoaşterea umană nu se desfăşoară decît în mică măsură pe aceste coordonate extreme. De regulă, în actele de comunicare proprietăţile se atribuie unor indivizi parţial determinaţi, fapt ce permite o evaluare alethică imediată, marcată, totuşi, de o oarecare nesiguranţă.

În acest cadru policrom pare cu totul nimerit să evaluăm numeric posibilitatea confirmării sau adeveririi propoziţiilor analizate cu mijloacele unui calcul al probabilităţilor [3]. Conştienţi fiind de absurditatea încercării de a prezenta în toate articulaţiile un calcul logico - matematic deosebit de complex pe întinderea unui paragraf al acestei lucrări, ne vom limita la redarea acelor elemente care divulgă o legătură explicită cu operaţiile de cuantificare.

Fie „P“, un subnector constant din *L* ce se constituie ca abreviere a sincategoremei naturale *„probabilitatea confirmării afirmaţiei (că) ...“*. Operaţia desemnată este definită pe mulţimea tuturor propoziţiilor şi ia valori în intervalul închis de numere reale [0, 1]. Este foarte important de reţinut faptul că, în noul context, „0“ şi „1“ nu desemnează falsul şi adevărul, ci grade extreme de probabilitate ale unor propoziţii.

Aici se cuvine adăugată o precizare. Probabilitatea confirmării unei propoziţii independente poate fi privită ca valoare a raportului dintre numărul substituţiilor adevărate şi numărul total al substituţiilor într-un domeniu dinainte ales. Spre exemplu, luînd drept domeniu mulţimea marilor poeţi romîni, ne putem întreba cu privire la probabilitatea adeveririi afirmaţiei că *Tudor Arghezi este boem*. (Alegerea „individului logic“ şi a proprietăţii aferente este absolut arbitrară.) În acest sens, se construieşte şirul tuturor substituţiilor propoziţiei date, de maniera: *Nichita Stănescu este boem*, *Vasile Alecsandri este boem*, *Lucian Blaga este boem*, *George Bacovia este boem* etc. şi se împarte numărul propoziţiilor adevărate din şir la numărul tuturor propoziţiilor care îl alcătuiesc. Rezultatul acestui raport este un număr real din intervalul [0, 1], care se identifică cu gradul de confirmare al propoziţiei că *Tudor Arghezi este boem*.

Această interpretare întîmpină cel puţin două dificultăţi; una este legată de relativitatea alegerii domeniului (la limită, în exemplul de mai sus, putem opera substituţiile în mulţimea tuturor indivizilor, cu preţul unei modificări radicale a probabilităţii), iar cealaltă de supoziţia că toate substituţiile au aceeaşi şansă de adeverire [4] (or, chiar exemplul în atenţie pare să contrazică această supoziţie). În economia acestei încercări, asumarea respectivelor limite nu creează probleme insurmontabile.

O primă fructificare a operaţiei de probabilizare (prognozare) este dată de reformularea constituenţilor care alcătuiesc hexagonul clasic al propoziţiilor modalizate alethic. Dacă în „φ“ intervin, alături de operatorii (logici) constanţi, termenii obiectuali schematici „ω_i“, ..., „ω_j“ şi termenii obiectuali variabili „o_k“, ..., „o_n“, atunci parvenim la schemele de identitate (D97) - (D102).

---

[3] Printre cei care au definit probabilitatea ca posibilitate numric cuantificată se numără şi Robert Blanché (în: *Raison et discours. Défense à la logique réflexive*, Libraire Philosophique J. Vrin, Paris, 1967, p. 144).

[4] Este vorba aici despre aşa-numitul „principiu al indiferenţei“ (*principle of indifference*). Cf. P. J. Hurley, *A Concise Introduction to Logic*, 3rd ed., Wadsworth Publishing Company, Belmont, 1988, p. 439.

(D97) $(P(\varphi) = 1) = nc(\varphi) = (\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) =$
$= (\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]$

(D98) $(P(\varphi) = 0) = im(\varphi) = (\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0) =$
$= (\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]$

(D99) $(P(\varphi) > 0) = ps(\varphi) = (\vee t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1) =$
$= (\vee o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]$

(D100) $(P(\varphi) < 1) = nnc(\varphi) = (\vee t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 0) =$
$= (\vee o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]$

(D101) $(0 \neq P(\varphi) \neq 1) = ct(\varphi) = (\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) =$
$= ((\vee o_i \ldots o_j o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]) \wedge$
$\wedge (\vee o_i \ldots o_j o_k \ldots o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j])$

(D102) $((P(\varphi) = 0) \vee (P(\varphi) = 1)) = an(\varphi) =$
$= ((\wedge t_i)\ (v_2\ (\varphi, t_i) = 1) \vee (\wedge t_i)\ (v_2\ (\varphi, t_i) = 0)) =$
$= ((\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n)\ \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j]) \vee$
$\vee\ (\wedge o_i \ldots o_j\ o_k \ldots o_n) \sim \varphi\ [o_i / \omega_i, \ldots, o_j / \omega_j])$

Definiţiile de mai sus pot fi coroborate cu o explicitare matriceală în care se regăsesc aşa-numitele „modalităţi epistemice".

Probabilitatea confirmării lui φ este :	*φ este o propoziţie:*
maximă (identică cu 1)	*certă*
minimă (identică cu 0)	*neverosimilă*
diferită de 0	*verosimilă*
diferită de 1	*incertă*
diferită atît de 0 cît şi de 1	*sintetic-decisă*
egală cu 0 sau egală cu 1	*analitic-indecisă*

112ᵈ. O confirmare matriceală a probabilităţii cu modalităţile epistemice

Astfel, propoziţiile modalizate „epistemic" se distribuie pe o scală relativ frustă a gradelor de probabilitate, între valoarea minimă, 0 şi valoarea maximă, 1.

Dintre propoziţiile certe (cu o probabilitate maximă / cu cel mai înalt grad de confirmare) se impun atenţiei în chip deosebit implicaţiile şi echivalenţele. În acest sens, vom spune că implicaţiile (propoziţiile implicative / propoziţiile care se prezintă ca valori ale operaţiei de implicare) certe sînt, pînă la urmă, deducţii / inferenţe deductive / reguli de derivare nesimetrice [5].

(D103) $(P(\varphi \to \psi) = 1) = (\varphi \Rightarrow \psi)$

În mod analog, se poate stabili relaţia de identitate între echivalenţele certe şi deducţiile reciproce.

(D104) $(P(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1) = (\varphi \Leftrightarrow \psi)$

[5] H. Breny, *À propos du terme „probabilité"*, in: „Logique et analyse", 26ᵉ année, 1983, pp. 144-5.

Cele două definiții de mai sus – de altfel, intuitiv - acceptabile – pot fi justificate prin întrebuințarea unui numitor comun: cuantificarea universală (fie temporală, fie, în general, obiectuală).

Virtuțile registrului teoretic probabilist se dezvăluie și prin putința de a prelua jocul operatoriu al cuantificărilor stocastice [6].

Fie „$(Ux_i)(\varphi \rightarrow \psi)$", o schemă de enunțuri universale stocastice – în care „x_i" are cel puțin o intrare liberă și nici o intrare legată în „φ", respectiv „ψ" – și „*Cei mai mulți oameni sînt avizi de scandal*", un exemplar natural al acestei scheme. Pe baza unei simple intuiții, se poate admite că în enunțul natural dat se afirmă cvasi - certitudinea următoarei implicații: *dacă x este om, atunci x este avid de scandal*, unde x este un individ arbitrar selectat. În locul expresiei „x" se poate folosi unul dintre indicatorii „*ace (a) sta*", „*el / ea*", „*cutare*", ... Mai apoi, se poate exprima această „cvasi - certitudine", acordînd valoarea 1 limitei raportului variabil dintre probabilitatea afirmației că *x este om și x este avid de scandal* și probabilitatea de confirmare a propoziției că *x este om*. La nivel general, sîntem în măsură să formulăm definiția (D105).

$$\text{(D105)}\quad (Ux_i)(\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) \,/\, P(\varphi) = 1)$$

De-o manieră similară, pot fi cercetate și celelalte cinci tipuri de cuantificări stocastice, astfel încît, în final, se obțin schemele de identitate (D106) – (D110).

$$\text{(D106)}\quad (W\,x_i)(\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) \,/\, P(\varphi) = 0)$$

$$\text{(D107)}\quad (W'\,x_i)(\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) \,/\, P(\varphi) \neq 0)$$

$$\text{(D108)}\quad (U'\,x_i)(\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) \,/\, P(\varphi) \neq 1)$$

$$\text{(D109)}\quad ((W'\,x_i) \wedge (U'\,x_i))(\varphi \rightarrow \psi) = (0 \neq \lim P(\varphi \wedge \psi) \,/\, P(\varphi) \neq 1)$$

$$\text{(D110)}\quad ((U\,x_i) \vee (W\,x_i))(\varphi \rightarrow \psi) = ((\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 1) \vee \\ \vee (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 0))$$

În același calcul probabilist se pot recupera cuantificările procentuale (de minimizare, de maximizare și de precizie), potrivit definițiilor (D111) – (D113), cu precizarea că valoarea fracției $k / 100$ se înscrie în intervalul închis $[0, 1]$.

$$\text{(D111)}\quad (k\,\%\,x_i)\,\varphi = (P(\varphi) \geq k / 100)$$

$$\text{(D112)}\quad (k\,!\,\%\,x_i)\,\varphi = (P(\varphi) \leq k / 100)$$

$$\text{(D113)}\quad (\,!\,k\,\%\,x_i)\,\varphi = (P(\varphi) = k / 100)$$

Spre exemplu, în enunțurile „*Cel puțin jumătate –*", „*Cel mult jumătate –*" și „*Exact jumătate – dintre orășenii români sînt proprietari ai unui teren arabil*" se afirmă că probabilitatea confirmării afirmației că x este proprietar al unui teren arabil, dacă x este un orășean român este mai mare sau egală –, mai mică sau egală –, respectiv egală în raport cu valoarea 0, 5.

[6] Grigore C. Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Edition de l'Académie, Bucarest, 1972, pp. 643-6. Cf. și Ion Didilescu și Petre Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976, pp. 302 sqq.

Cît priveşte comportamentul conectivelor verifuncţionale $\sim$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$ şi $\leftrightarrow$ în orizont probabilist, am putea asuma, cu minime abateri de expresie, cadrul explicativ specific propus de Nicholas Rescher [7].

(D114) $P(\sim\varphi) = 1 - P(\varphi)$

Dacă propoziţiile $\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_i$ sînt mutual exclusive, *id est*, dacă $\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_i$ nu pot avea aceeaşi valoare de adevăr, atunci:

(D115.1) $P(\varphi_0 \vee \ldots \vee \varphi_i) = (P(\varphi_0) + \ldots + P(\varphi_i))$,

(D116.1) $P(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) = (P(\varphi_0) + \ldots + P(\varphi_i) - P(\varphi_0 \vee \ldots \vee \varphi_i)) =$
$= (P(\varphi_0) + \ldots + P(\varphi_i) - P(\varphi_0) - \ldots - P(\varphi_i)) = 0$,

(D117.1) $P(\varphi \rightarrow \psi) = P(\sim\varphi \vee \psi) = (1 - P(\varphi) + P(\psi))$ şi

(D118.1) $P(\varphi_0 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \varphi_i) = P((\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) \vee (\sim\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim\varphi_i)) =$
$= (P(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) + P(\sim\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim\varphi_i)) = 0$.

Dacă propoziţiile $\varphi_0, \varphi_1, \ldots$ şi φ_i sînt compatibile, atunci putem introduce definiţiile (D115.2) – (D118.2):

(D115.2) $P(\varphi_0 \vee \ldots \vee \varphi_i) = p$, cu precizarea că
$p \leq P(\varphi_0) + \ldots + P(\varphi_i)$, dar $p \geq P(\varphi_0)$, ... şi $p \geq P(\varphi_i)$

(D116.2) $P(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) = q$, cu precizarea că $q \leq P(\varphi_0)$, ... şi $q \leq P(\varphi_i)$.

(D117.2) $P(\varphi \rightarrow \psi) = r$, cu precizarea că
$r \leq 1 - P(\varphi) + P(\psi)$, dar $r \geq 1 - P(\varphi)$ şi $r \geq P(\psi)$ şi

(D118.2) $P(\varphi_0 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow \varphi_i) = s$, cu precizarea că $s \leq P(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i) +$
$+ P(\sim\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim\varphi_i)$, dar $s \geq P(\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \varphi_i)$ şi $s \geq P(\sim\varphi_0 \wedge \ldots \wedge \sim\varphi_i)$

O altă variantă de calculare a probabilităţilor de confirmare aferente propoziţiilor compuse cu ajutorul celor cinci conective verifuncţionale în atenţie reclamă asimilarea distincţiei *probabilitate relativă* (sau condiţionată) – *probabilitate absolută* [8]. Astfel, specificările schemei „P (φ, ψ)" – „*probabilitatea de la φ la ψ*" (adică „*probabilitatea lui φ în cazul că ψ*") – desemnează probabilităţi relative, *id est* grade de cuplare ale exemplarelor corespunzătoare derivate din φ şi ψ. Probabilităţile absolute pe care le-am luat în considerare pînă acum pot fi considerate probabilităţi relative limită, în sensul că „P (φ)" este pînă la urmă o abreviere a schemei „P (⊤, φ)". Aceasta înseamnă că probabilitatea absolută a unei propoziţii este identică cu gradul de cuplare a ei cu tautologia. În temeiul acestor precizări, dacă se restrînge la doi adicitatea conectivelor poliadice, se parvine la definiţiile (D115.3) – (D118.3):

(D115.3) $P(\varphi \vee \psi) = P(\varphi) + P(\psi) - P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi)$,

(D116.3) $P(\varphi \wedge \psi) = P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi)$,

(D117.3) $P(\varphi \rightarrow \psi) = 1 - P(\varphi) + P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi)$ şi

(D118.3) $P(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1 - P(\varphi) - P(\varphi, \psi) + 2 \cdot P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi)$.

---

[7] Cf. Petru Ioan, *Logică şi metalogică. Incursiuni şi noi contururi*, Editura Junimea, Iaşi, 1983, pp. 40-2.

[8] O tratare aplicată a acestor probleme este de găsit în: Anton Dumitriu, *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, Bucureşti, 1971, pp. 285-91.

Este de adăugat aici observația că probabilitatea unei negații arbitrare se calculează exact în maniera propusă de Nicholas Rescher: $P(\sim\varphi) = 1 - P(\varphi)$.

Ținînd cont de interdefinirile deja instituite, putem conchide în finalul acestei scurte incursiuni pe „tărîmul" mirific al probabilităților [9] că, pe anumite „tronsoane" ale logicii, probabilizarea nu este altceva decît o alternativă a (supra-) operației de cuantificare.

2.1.3. ASPECTE CANTITATIVE ÎN LOGICA IMPRECIZIEI. O a treia variantă de promovare a polivalenței – subsumată logicii impreciziei – ne îngăduie să modelăm cantitativ ... inexactitatea cunoașterii umane [10].

Oricît de greu ne-ar veni, trebuie să recunoaștem că realitatea se reflectă în planul gîndirii doar parțial și mai mult sau mai puțin imprecis. Una dintre cauzele acestei debilități a cugetării rezidă în incapacitatea omului de a construi limbaje impecabile sub raportul exactității. În aceste condiții, pare întru totul acceptabilă ideea de a îmbogăți limbajele formalizate, în speță, *L*, cu elemente capabile să reflecte la nivel formal cele mai relevante aspecte vagi din comunicarea „naturală".

Să pornim în tratarea acestei chestiuni de la exemplul constituit de enunțul „*Marin este înalt*". (Admitem, prin convenție, că Marin este un individ cunoscut, *id est* complet determinat.) La o analiză chiar superficială, se constată cu ușurință că evaluarea propoziției exprimate nu pare să se acomodeze cu registrul valoric bivalent $\{0, 1\}$. Cauza acestui fapt rezidă în imprecizia proprietății de a fi înalt și, implicit, în imprecizia operației de atribuire (sau de afirmare) a acestei proprietăți. Mai exact, domeniul de valori al atribuirii proprietății de a fi înalt se constituie din propoziții (complet) adevărate, din propoziții (complet) false și din propoziții parțial adevărate / parțial false. În aceste condiții, afirmația că *Marin este înalt* va fi pusă în corespondență cu un element din intervalul închis de numere reale $[0, 1]$. Acest număr constituie gradul în care Marin manifestă proprietatea de a fi înalt, gradul în care el satisface predicatul reprezentat de sintagma „... *este înalt*", respectiv gradul de adeverire al afirmației că *Marin este înalt*.

La nivel general, dacă „$v_f(\varphi) = n$" exprimă schema judecăților prin care se evaluează propozițiile apofantice în registrul logicii impreciziei (*fuzzy logic*), *n* fiind un element oarecare din intervalul închis de numere reale $[0, 1]$, atunci putem stabili următoarele corelații: ☞ (1) φ este o propoziție (complet) falsă, dacă și numai dacă $n = 0$; ☞ (2) φ este o propoziție (complet) adevărată, dacă și numai dacă $n = 1$; ☞ (3) φ este o propoziție parțial adevărată și, în același timp, parțial falsă, dacă și numai dacă $0 < n < 1$.

Dintre aspectele formalismelor din logica impreciziei, le reținem pentru ilustrarea inflexiunilor cantitativiste (la acest nivel) doar pe acelea legate de validarea legilor și regulilor logice. După cum se știe, o propoziție are statutul de lege logică (adică, este tautologică), dacă și numai dacă este adevărată, oricare ar fi valorile propozițiilor simple care intră în alcătuirea ei. În mod analog, o regulă es-

---

[9] Considerații mai ample cu privire la tema probabilităților sînt de găsit și in: Th. Hailperin, *Probability Logic in the Twentieth Century*, din: *History and Philosophy of Logic*. 12, Taylor & Francis, London, New York, Philadelphia, 1991; M. Spies, *Unsicheres Wissen. Wahrscheinlichkeit, Fuzzy - Logik, neuronale Netze und menschliches Denken*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1993; Merrilee H. Salmon, *Introduction to Logic and Critical Thinking*, 2nd ed., Harcourt Brace College Publishers, Orlando, Florida, 1989.

[10] Cf. L. A. Zadeh, *Fuzzy Logic and Approximate Reasoning* (in memory of Grigore Moisil), in: „Synthese", 30, 1975, p. 426.

te validă, dacă şi numai dacă adevărul tuturor premiselor antrenează adevărul concluziei, pentru orice valoare a propoziţiilor simple componente. Dacă valorile alethice care pot fi alocate propoziţiilor simple formează o mulţime finită sau chiar o mulţime infinit-numărabilă, nu apare nici un impediment legat de parcurgerea tuturor interpretărilor în care poate fi evaluată o propoziţie sau o regulă. Dacă, dimpotrivă, respectivele valori alethice formează un şir nenumărabil, atunci validarea legilor şi a regulilor logice prin parcurgerea tuturor interpretărilor posibile este, principial, irealizabilă. O astfel de situaţie apare în logica *fuzzy*, în măsura în care valorile din intervalul [0, 1] nu pot fi numărate (aşa cum nu pot fi numărate nici punctele care alcătuiesc o dreaptă).

Una dintre rezolvările acestei probleme presupune redefinirea conectivelor verifuncţionale astfel încît să fie asigurată acomodarea lor cu registrele valorice nonbivalente. Definiţiile ce vor fi prezentate mai jos redau cele mai des folosite interpretări ale operaţiilor de negare, de implicare, de conjugare, de adjungere şi de echivalare în contextul calculelor logice polivalente [11].

(D119) $v_f(\sim\varphi) = 1 - v_f(\varphi)$

(D120.1.1) $v_f\ (\varphi \rightarrow \psi) = \min(1, 1 - v_f(\varphi) + v_f(\psi)) = 1$, dacă $v_f(\varphi) \leq v_f\ (\psi)$

(D120.1.2) $v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1 - v_f(\varphi) + v_f(\psi)$, dacă $v_f\ (\varphi) > v_f(\psi)$

(D120.2.1) $v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1$, dacă $v_f(\varphi) \leq v_f(\psi)$

(D120.2.2) $v_f(\varphi \rightarrow \psi) = v_f(\psi)$, dacă $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$

(D120.3.1) $v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1$, dacă $v_f(\varphi) \leq v_f(\psi)$

(D120.3.2) $v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 0$, dacă $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$

(D121.2) $v_f(\varphi \wedge \psi) = \max\ (0, v_f(\varphi) + v_f(\psi) - 1)$

(D121.3) $v_f(\varphi \wedge \psi) = v_f(\varphi) \cdot v_f(\psi)$

(D122.1) $v_f(\varphi \vee \psi) = \max(v_f(\varphi), v_f(\psi))$

(D122.2) $v_f(\varphi \vee \psi) = \min(1, v_f(\varphi) + v_f(\psi))$

(D122.3) $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi) + v_f(\psi) - v_f(\varphi) \cdot v_f(\psi)$

(D123.1.1) $v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1$, dacă $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$

(D123.1.2) $v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 0$, dacă $v_f(\varphi) \neq v_f(\psi)$

(D123.2) $v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1 - [v_f(\varphi) - v_f(\psi)]^2$

Dintre definiţiile alternative, (D120.2), (D121.1), (D122.1) şi (D123.1) par să întrunească cele mai favorabile condiţii de operaţionalizare. De altfel, (D121.1), (D122.1) şi (D123.1) suportă cel mai bine cîte o reformulare în acord cu interpretarea generalizată (ca operaţii poliadice) a conjugării, adjungerii şi echivalării.

(D121.4) $v_f(\varphi_0 \wedge ... \wedge \varphi_i) = \min(v_f(\varphi_0), ..., v_f(\varphi_i))$

(D122.4) $v_f(\varphi_0 \vee ... \vee \varphi_i) = \max(v_f(\varphi_0), ..., v_f(\varphi_i))$

---

[11] Respectivele definiţii au fost preluate, *mutatis mutandis*, din: Nicholas Rescher, *Many - Valued Logic*, Gregg Revivals, Suffolk, 1993, p. 36; S. Gottwald şi P. Strehle, *Mehrwertige Logik*, în: L. Kreiser, S. Gottwald şi W. Stelzner (eds.), *Nichtklassische Logik. Eine Einführung*, Akademie Verlag, Berlin, 1988, pp. 27-30.

(D123.3.1) $v_f(\varphi_0 \leftrightarrow ... \leftrightarrow \varphi_i) = 1$, dacă $v_f(\varphi_0) = ... = v_f(\varphi_i)$.

(D123.3.2) $v_f(\varphi_0 \leftrightarrow ... \leftrightarrow \varphi_i) = 0$, dacă $\sim(v_f(\varphi_0) = ... = v_f(\varphi_i))$

Remarcăm că validarea legilor şi regulilor din fragmentul molecular al logicii *fuzzy* nu creează probleme, chiar dacă interpretările posibile ale acestor constructe formale alcătuiesc o mulţime nenumărabilă. Explicaţia acestui fapt rezidă în posibilitatea de a concentra respectivele interpretări într-un număr finit de clase.

Pentru a dovedi, de pildă, că schema propoziţională $\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi$ este o lege logică, este suficient să arătăm că valoarea ei este adevărul, oricare ar fi relaţia de ordine dintre valoarea lui φ şi valoarea lui ψ: ☞ (1) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$; ☞ (2) $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$; ☞ (3) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$. Astfel, dacă $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, atunci $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi)$, conform definiţiei (D122.4) şi $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$, în acord cu (D120.2). Ţinînd cont de aceleaşi definiţii verifuncţionale ale conectivelor $\vee$ şi $\rightarrow$, putem afirma cu aceeaşi îndreptăţire următoarele: dacă $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$, atunci $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi)$, iar $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$; dacă $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, atunci $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\psi)$ şi $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$. Prin urmare, putem conchide că propoziţia $\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi$ este tautologică şi în contextul logicii impreciziei, chiar dacă nu am parcurs fiecare interpretare posibilă a acesteia.

Situaţia nu se schimbă semnificativ dacă avem de-a face cu legi sau reguli alcătuite din trei sau mai multe propoziţii simple. Spre exemplu, verificarea propoziţiei $\varphi \vee (\psi \wedge \phi) \rightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$, e drept: mai laborioasă decît în cazul precedent, ne cere să luăm în considerare 13 „scheme" de interpretări posibile.

☞ (1) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (2) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, $v_f(\psi) = v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (3) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, $v_f(\psi) < v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (4) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (5) $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (6) $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (7) $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$, $v_f(\psi) = v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (8) $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$, $v_f(\psi) < v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (9) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (10) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (11) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, $v_f(\psi) > v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (12) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, $v_f(\psi) = v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (13) $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$, $v_f(\psi) < v_f(\phi)$, $v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

În toate cele 13 situaţii, propoziţia se dovedeşte (complet) adevărată. De pildă, în interpretarea (11), $v_f(\psi \vee \phi) = v_f(\phi)$, $v_f(\varphi \vee (\psi \wedge \phi)) = v_f(\phi)$, $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\psi)$, $v_f(\varphi \vee \phi) = v_f(\phi)$, $v_f((\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)) = v_f(\phi)$ şi, în sfîrşit, $v_f(\varphi \vee (\psi \wedge \phi) \rightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)) = 1$.

Cu aceste cîteva ilustrări ale incidenţei categoriei cantităţii în contextul validării la nivel molecular a legilor şi regulilor din logica impreciziunii, ne încheiem periplul prin domeniul evaluării. Asupra aspectelor cantitative ale fenomenului *fuzzy* vom reveni într-un paragraf din capitolul consacrat operatorilor *stricto sensu*.

2.2. REVERBERAŢII ALE CANTITĂŢII LA NIVELUL DESCRIPŢIILOR

O problemă mult discutată în cadrul logicii moderne priveşte statutul aşa - numitelor *descripţii* [12], de felul: *„cel care l-a asasinat pe Henric al IV-lea (regele Franţei)"*, *„soţia lui Immanuel Kant"*, *„un oarecare om"*, *„cei care sînt virtuoşi"* etc. Ceea ce se admite îndeobşte este faptul că respectivele expresii sînt termeni complecşi [13]: individuali, respectiv clasiali, *id est* reprezentări lingvistice ale unor indivizi, respectiv ale unor clase de indivizi.

Fie, în reluare, descripţia *„soţia lui Immanuel Kant"*. Ţinînd seama de instrumentarul formal introdus pînă acum, putem socoti că denotatul respectivei expresii – numit, prin convenţie, „descript" (*descriptum*) [14] – este identic cu rezultatul aplicării funcţiei reprezentate de sincategorema *„soţia lui ..."* la individul reprezentat de numele propriu *„Immanuel Kant"*. Dacă expresiile naturale *soţia lui ...*" şi *„Immanuel Kant"* sînt traduse prin expresiile formale „f^1", respectiv „b", atunci descripţia dată revine în plan formal la „f^1 (b)".

Însă, analiza logică a descripţiei poate avea şi o altă desfăşurare. Punctul de plecare al noului demers constă în reformularea expresiei date de maniera: *„soţia lui Immanuel Kant"* = *„aceea care este soţia lui Immanuel Kant"* = *„acel substituent existent al individului x, astfel încît x este soţia lui Immanuel Kant"*. În acest fel, descriptul expresiei considerate se prezintă ca rezultat al aplicării operaţiei exprimate de sincategorema *„acel substituent existent al individului x, astfel încît ..."* la afirmaţia deschisă cum că *x este soţia lui Immanuel Kant*. Dat fiind că operaţia pe care o denumeşte se aplică la o propoziţie şi are drept rezultat un individ, operatorul „acel (substituent existent al individului) x, astfel încît ..." are statutul de *SUBNECTOR*. Pentru a traduce în plan formal toate substituţiile operatorului *„acel (substituent existent al individului) x, astfel încît ..."*, vom identifica în vocabularul limbajului *L* un şir infinit numărabil de *DESCRIPTORI INDIVIDUALI HOTĂRÎŢI*, anume: $(„(\iota x_i)")_{i \in N}$ [15]. Elementele acestui şir sînt operatori monadici guvernaţi de următoarea regulă de formare: *dacă „ φ" este o formulă deschisă în „x", atunci „(ιx) φ" este un termen individual închis* [16], *mai precis, o descripţie individuală hotărîtă*. Este de remarcat faptul că prin concatenarea operatorului „(ιx)" cu o formulă închisă sau cu o formulă în care „x" nu are nici o intrare liberă nu se pot obţine descripţii.

---

[12] Cf., înainte de toate, Bertrand Russell, *Über das Kennzeichnen*, (tr. germ. a lucrării: *On Denoting*), în: Reiner Wiehl (ed.), *Geschichte der Philosophie in Text und Darstellung*, B. 8: „20. Jahrhundert", Reclam, Stuttgart, 1987. Expresia „descripţie" este o traducere a locuţiunilor *„denoting phrase"*, respectiv *„Kennzeichnung"*.

[13] W. v. O. Quine, *Mathematical Logic*, revised edition, Harvard University Press, 1981, p. 146.

[14] Cf. de exemplu, Hans Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York, 1947, pp. 258 - 60.

[15] De regulă, în locul simbolului „ι" se foloseşte litera grecească „ι". Ne-am permis această abatere de la uzanţe pentru a evita o nedorită omonimie. Expresia „ι" a fost utilizată, deja, în contextul cuantificării procentuale şi al celei stocastice.

[16] Caracterul închis al expresiilor obţinute prin concatenarea corectă a descriptorilor cu cîte o formulă deschisă este subliniat, printre alţii, de către Rudolf Carnap (în: *Einführung in die symbolische Logik*, 2. Aufl., Springer - Verlag, Wien, 1960, pp. 131-2).

Revenind asupra exemplului în atenţie, dacă expresiile „... *este soţia lui* ...“ şi „*Immanuel Kant*“ se traduc în *L* prin „P^2“, respectiv „b“, atunci rezultatul formalizării descripţiei coincide cu „(ιx) P^2 (x, b)“.

Ar fi de notat, în continuare, că prin aplicarea operaţiilor denumite de instanţele schemei „*acel substituent existent al individului* x_i, *astfel încît* ...“ – „(ιx_i)“ – se pot face referiri „comprehensive“ la anumiţi indivizi din universul de discurs. Uneori este mai potrivit să invocăm un individ prin indicarea unuia dintre atributele sale proprii, decît prin utilizarea numelui propriu aferent. Mai mult, în cazul anumitor indivizi nici nu dispunem de „designatori rigizi“, adică de nume proprii, aşa că singura modalitate de a fi invocaţi constă în utilizarea unor descriptori corespunzători. Pentru a ne referi, de pildă, la un anumit fruct care este aşezat pe o masă, vom efectua desigur o caracterizare proprie sau „hotărîtă“ a acestuia, caracterizare din care nu vor lipsi, probabil, coordonatele spaţio - temporale. Ar fi cu totul deplasat să-i acordăm respectivului obiect un nume propriu.

Pînă la un punct, semnificarea indivizilor prin intermediul unor caracterizări proprii se constituie într-o generalizare a procedeului de a prezenta numerele ca „rădăcini“ ale unor ecuaţii [17]. Astfel, ne putem referi la numărul doi, folosind fie unul din numele lui proprii – *e. g.*: cifra arabă „2“ –, fie una din descripţiile hotărîte corespunzătoare, ca, de pildă, „*rădăcina ecuaţiei:* $x + 1 = 3$“ / „*acel substituent existent al individului x, astfel încît* $x + 1 = 3$“/ „(ιx) ($x + 1 = 3$)“.

Una dintre controversele privitoare la descripţiile individuale hotărîte este dată de evaluarea, sub raportul veracităţii, a propoziţiilor singulare care au drept subiect cîte un descript nonactual. Astfel, propoziţia exprimată de enunţul „*Soţia lui Immanuel Kant este frumoasă*“ ar conţine (potrivit punctului de vedere russellian) supoziţia că există în lumea actuală exact un individ (cel puţin un individ şi cel mult un individ) care are proprietatea de a fi soţie a lui Immanuel Kant. Dacă această supoziţie nu se susţine, *id est*, dacă nu există nici un individ real sau dacă există cel puţin doi indivizi reali care să manifeste respectiva proprietate, atunci propoziţia considerată trebuie socotită falsă, fără a se mai pune problema satisfacerii operaţiei desemnate de predicatorul „... *este frumoasă*“. Justificarea logică a acestei poziţii presupune o formalizare corespunzătoare a enunţului luat ca exemplu, ca în diagrama (113°) şi reformularea propoziţiei exprimate în cheie de „existenţă reală şi unicitate“, prin identificarea propoziţiei Q^1 ((ιx) P^1 (x)) cu propoziţia $(\exists x) (P^1 (x) \wedge (\forall y) (P^1 (y) \rightarrow (x = y)) \wedge Q^1 (x))$ [18].

f („... *este soţie a lui Immanuel Kant*“)	„P^1“
f („... *este frumoasă*“)	„Q^1“
f („*acel x, astfel încît x este soţia lui Immanuel Kant are proprietatea de a fi frumo (a) s (ă)*“)	„Q^1 ((ιx) P^1 (x))“

113°. O matrice de formalizare aferentă enunţului „Soţia lui Immanuel Kant este frumoasă“

17 Ideea că semnificarea unui individ prin construirea unei caracterizări proprii constă, în ultimă instanţă, în prezentarea acestuia ca „rădăcină“ / soluţie (*Lösung*) a unei propoziţii deschise (*id est* a unei ecuaţii) este de găsit, ce e drept: de-o manieră implicită, în: Erich Boddenberg, *Logik*, I, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main, 1975, p. 17.

18 Cu privire la această problemă, confer şi: Petru Ioan, *Analiza logică a limbajului*, Universitatea „Al. I. Cuza“ din Iaşi, 1973, pp. 13 sqq.; Teodor Dima, *Criteriologia adevărului*, în Petre Botezatu (ed.), *Adevăruri despre adevăr*, Editura Junimea, Iaşi, 1981, pp. 142-3.

Dacă supoziția de unicitate este indiscutabilă, se poate manifesta o anumită rezervă cu privire la caracterul necesar al condiției de existență reală. Altfel spus, nu credem că se impune prezervarea a ceea ce Bertrand Russell a numit „simțul realității" (*feeling of reality*) [19]. Spre exemplu, ar fi nepotrivit să susținem că propoziția desemnată de enunțul „*Soția arhitectului Ioanide este frumoasă*" este falsă pe considerentul că subiectul acesteia nu este un individ din lumea reală. După cum se știe, aici avem de-a face cu un individ ficțional, mai precis, cu un personaj din romanul lui George Călinescu, *Bietul Ioanide*. Dimpotrivă, în contextul unei „lumi posibile" determinate, respectiva propoziție este adevărată. (Evident, valorizarea propoziției s-a făcut pe baza unui criteriu extra - logic.)

Situația nu se schimbă în mod fundamental, nici dacă descriptele ficționale care apar ca subiecte logice ale unor propoziții singulare sînt indeterminate. Afirmația că *soția lui Immanuel Kant este frumoasă* poate fi considerată indecisă sub raportul valorii de adevăr, atîta timp cît *soția lui Immanuel Kant* este un individ vag, altfel spus, un individ indeterminat în raport cu proprietatea de a fi frumo (a) s (ă). Această suspendare a bivalenței (de reținut: sub raport epistemologic !) nu creează dificultăți insurmontabile. Cîtă vreme în cadrul analizei logice nu se stabilesc, ci se alocă sau distribuie valorile alethice ale propozițiilor, nu este necesar să cunoaștem, în principiu, valoarea de adevăr pe care o are de fapt o propoziție sau alta. Prin ipoteză, afirmația că *soția lui Immanuel Kant este frumoasă* poate fi declarată fie adevărată, fie falsă.

Pentru a reda schematic, în plan formal, această posibilă corecție definițională, vom lua în considerare predicatele contingente φ^1 și ψ^1 (subînțelegînd, astfel, că φ^1 și ψ^1 nu sînt satisfăcute doar de obiectul logic: nimicul, dar nici de orice individ din univers) și, în plus, vom folosi în locul „cuantificărilor actualiste" operațiile analoage din logica liberă. Pe temeiul acestor precizări, afirmația că $\psi^1\ ((\iota x_i)\ \varphi^1)$ revine, în ultimă instanță, la schema cuantificată existențial: $(\vee x_i)\ (\varphi^1\ (x_i)\ \wedge\ (\wedge x_j)\ (\varphi^1\ (x_j)\ \rightarrow\ (x_i = x_j))\ \wedge\ \psi^1\ (x_i))$.

În sfîrșit, dacă se adoptă cel mai larg univers de interpretare, în perimetrul căruia nimicul se constituie ca subiect al propozițiilor trivial - adevărate, atunci aceeași schemă $\psi^1\ ((\iota x_i)\ \varphi^1)$ poate fi asimilată cu schema universală $(\wedge x_i)\ (\varphi^1\ (x_i)\ \wedge (\wedge x_j)\ (\varphi^1\ (x_j)\ \rightarrow\ (x_i = x_j))\ \rightarrow \psi^1\ (x_i))$. Astfel, de la existența în sens strict (adică, reală) se poate trece la existența în sens larg (ca specie a consistenței), iar de aici, la punerea respectivei existențe „slabe" sub semnul ipoteticului.

Printre cele mai importante descripte individuale se numără și acelea care se identifică cu nimicul.

$$(\text{D}124)\ \ \lambda\ =\ (\iota x_i)\ (\Pi\ X_j^{\ 1})\ X_j^{\ 1}\ (x_i)\ =\ (\iota x_i)\ (\Pi\ X_j^{\ 1})\ \text{atr}\ (X_j^{\ 1},\ x_i)$$

DESCRIPȚIILE GENERALE HOTĂRÎTE din limbajele naturale – de felul: „*asasinii lui Cezar*", „*cei care au murit în răstimpul celui de-al doilea război mondial*", „*toți cei care l-au votat pe Socrate*", „*mulțimea celor care se consideră filosofi*" etc. – pot fi traduse în *L* cu ajutorul subnectorilor (mai precis, cu ajutorul „descriptorilor generali hotărîți") care alcătuiesc șirul infinit numărabil $(„(\lambda\ x_i)")_{i\ \in\ N}$. Spre exemplu, termenul general „*asasinii lui Cezar*" admite reformulările „*cei care sînt asasinii lui Cezar*" și „*clasa acelor substituenți*

[19] Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwin Ltd., London, 1930, p. 170.

existenți ai individului x, astfel încît x este un asasin al lui Cezar". Mai apoi, dacă se asumă corespondența traductivă: *f* („... *este un asasin al lui Cezar*") = = „P^1", termenul respectiv poate fi adus la forma „$(\lambda x)\ P^1\ (x)$". Este important de reținut faptul că denotatele descripțiilor generale hotărîte nu sînt indivizi (așa cum se întîmplă în cazul descripțiilor individuale hotărîte), ci clase (sau mulțimi) de indivizi. Elementele (sau membrii) respectivelor clase pot fi tratate (-ți) ca „rădăcini" ale unor propoziții deschise, în măsura în care aceste propoziții nu admit în principiu doar cel mult o „soluție" (diferită de nimic). Astfel, prezența articolului hotărît în alcătuirea enunțului „*x este fiul lui George Coșbuc*" ne împiedică să acordăm statutul de descripție grafemului „*clasa acelor substituenți existenți ai individului x, astfel încît x este fiul lui George Coșbuc*". Apelînd la o modificare aparent minoră – renunțarea la articolul hotărît –, se poate construi descripția generală hotărîtă „*clasa acelor substituenți existenți ai individului x, astfel încît x este un fiu al lui George Coșbuc*", chiar dacă denotatul acesteia este o mulțime care conține de fapt un singur individ, diferit de nimic, ultima adăugire avînd un temei factual.

Așadar, corectitudinea operațiilor care conduc la obținerea unor descripte (individuale, respectiv generale) depinde de un criteriu pur sintactic. Corespondența constructelor de genul descriptelor cu anumite elemente din planul realității nu are nici o relevanță. Dacă propozițiile deschise ce se constituie în argumente ale operațiilor de descripție generală hotărîtă sînt afirmații ale unor relații despre doi sau mai mulți indivizi (necunoscuți), atunci mulțimile rezultate nu conțin indivizi (izolați), ci *n* - tupli ($n \geq 2$) – adică perechi, tripleți, cvadrupli, cvintupli, ... – ordonați de indivizi. Spre exemplu, dacă relația de iubire este considerată poliadică (nu strict diadică), atunci termenul „*cei care se iubesc*" poate fi considerat o descripție generală hotărîtă al cărei denotat este o mulțime de *n* - tupli ordonați: „*cei care se iubesc*" = „*mulțimea tuturor substituenților existenți ai n - tuplului ordonat* $\langle x_0, \ldots, x_{n-1}\rangle$, *astfel încît* $x_0, \ldots, x_{n-1}$ *se iubesc*". Asumînd, mai departe, identitatea sincategoremelor „..., ... și ... *se iubesc*" și „R^n", se poate aduce descripția în atenție la expresia „$(\lambda x_0, \ldots, x_{n-1})\ R^n\ (x_0, \ldots, x_{n-1})$".

Dintre mulțimile care pot fi desemnate cu ajutorul descripțiilor generale hotărîte sînt de amintit în primul rînd *clasa vidă* – $\varnothing$ – și *clasa universală* (sau *universul de discurs*) – U. Clasa vidă poate fi definită drept clasa care conține doar indivizii inexistenți sau clasa indivizilor identici cu nimicul (respectiv, clasa individului (-izilor) care încalcă principiul necontrazicerii) [20].

(D125.1) $\varnothing = (\lambda x_i)\ (x_i = \curlywedge)$

(D125.2) $\varnothing = (\lambda x_i)\ (x_i \neq x_i)$ [21]

---

[20] „Pendularea" aparent paradoxală între forma de singular – „individul care satisface orice predicat" – și forma de plural – „indivizii care satisfac orice predicat" – este justificată de caracterul aparte al relației de identitate. Toate obiectele („semnificațiile extensionale" ale unor termeni individuali) care sînt identice pot fi considerate un singur obiect.

[21] Această din urmă variantă definițională (asociată cu numele lui Bertrand Russell) – clasa vidă (*Nullmenge / leere Menge / Null - Klasse / empty set*) este clasa indivizilor inconsistenți – este de departe cea mai des uzitată. Cf. de exemplu, H. Deller, *Boolesche Algebra*, Diesterweg - Salle, Frankfurt am Main, 1976, pp. 29-31; W. Marciszewski, *Abstraction Operator*, in: W. Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga, 1981, p. 2; J. N. Martin, *Elements of Formal Semantics. An Introduction to Logic for Students of Language*, Academic Press, New York, 1987, pp. 58-63; G. Mattiessen, *Logik für Software - Ingenieure*, Walter de Gruyter, Berlin, 1991, p. 10; Albert Menne, *Existenz in der Logik*, in: P. Weingartner (ed.), *Description, Analyzität und Existenz*, Verlag Anton Pustet, Salzburg, 1966, pp. 58-9.

Prin urmare, clasele care nu au drept elemente indivizi actuali (adică indivizi din lumea actuală) nu pot fi considerate în mod automat identice cu clasa vidă. Clasa oamenilor înaripați, de pildă, nu este vidă, atîta timp cît desemnăm cu ajutorul termenului „om" proprietatea de a fi animal (terestru) rațional. Calitatea de om înaripat nu este autocontradictorie, așa că ea poate fi atribuită atît nimicului, cît și unor indivizi consistenți care populează lumile posibile ale universului (de discurs).

Complementara clasei vide – universul de discurs – se definește banal, odată cu aplicarea operației de negare în definitorii propozițiilor (D125.1) - (D125.2).

(D126.1) $U = (\lambda x_i)(x_i \neq \curlywedge)$

(D126.2) $U = (\lambda x_i)(x_i = x_i)$

Așadar, universul de discurs coincide cu clasa indivizilor ce nu se identifică cu nimicul, respectiv cu clasa indivizilor care respectă „principiul identității" [22].

Statutul aparte al nimicului – faptul că el manifestă toate proprietățile, *id est* și o proprietate autocontradictorie – generează un aspect oarecum paradoxal. Pe de o parte, clasa vidă și universul de discurs sînt mulțimi complementare (prin compararea definițiilor aferente, se observă că fiecare dintre ele se obține prin negarea celeilalte), iar pe de altă parte, în măsura în care este o submulțime a oricărei mulțimi [23], clasa vidă este, în același timp, o submulțime a universului de discurs. Pentru a compensa întrucîtva această cvasi - anomalie formală, se poate reține și definiția „intuitivă" după care universul de discurs este clasa care conține toți indivizii despre care se poate spune ceva în cel puțin una dintre situațiile de comunicare, fără a se comite vreo contrazicere [24].

Cu aceste cîteva precizări, se poate trece la decelarea aspectelor cantitative în contextele altor clase de operatori.

[22] Această definiție a clasei universale este asociată, de regulă cu definiția dată anterior pentru clasa vidă. Ea este de găsit în fiecare lucrare citată la nota precedentă.

[23] H. B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York, 1972, p. 5.

[24] Spre exemplu, J. Allwood, L. G. Andersson și Ö. Dahl (în: *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen, 1973, p. 4) „instanțiază" această definiție identificînd universul (de discurs) cu clasa tuturor obiectelor despre care se vorbește într-un anumit text („*alles, über das man in einem bestimmtem Text spricht*").

3. MANIPULAREA CANTITĂȚII PRIN INTERMEDIUL PREDICATORILOR

Reamintind faptul că pentru demersul de inventariere a regimurilor cantității în logica formală am ales drept ghid tabloul sinoptic al principalelor categorii de operatori logici (a se revedea cea de-a treia secțiune a introducerii), vom cerceta acum cîteva mărci cantitative care corespund predicatorilor. Aceste sincategoreme n - are (sau n - adice) își justifică statutul în măsura în care rezultatele concatenării lor cu n termeni sînt enunțuri. Aplicațiile desemnate cu ajutorul predicatorilor vor fi numite, potrivit unei convenții terminologice asumate anterior: „predicate".

3.1. MANIFESTĂRI ALE CANTITĂȚII LA NIVELUL PREDICATORILOR CLASIALI

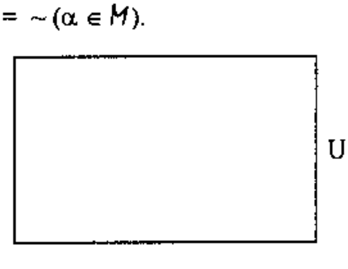
Asocierea nemijlocită a cantității cu o subclasă de conective, cuantificările, este un *locus classicus* al logicii formale. Cu toate acestea, se poate dovedi faptul că sistemul predicatelor care susține teoria mulțimilor constituie o alternativă simplă (și, în același timp, rafinată) la sistemul operațiilor de cuantificare.

Fie („M_i")$_{i \in N}$ și („m_i")$_{i \in N}$, două șiruri infinit numărabile, alcătuite din termeni clasiali parametrici, respectiv din termeni clasiali variabili. Elementele primului șir denotă mulțimi cunoscute într-un context dat, în timp ce componentele celui de-al doilea șir desemnează mulțimi cu totul necunoscute. Pentru a simplifica derularea exercițiului formal, vom utiliza, uneori, termenii clasiali schematici din șirul („$\mathcal{M}_i$")$_{i \in N}$, față de care termenii clasiali parametrici și termenii clasiali variabili sînt simple instanțe (sau exemplare).

Observație. În unele situații, simbolurile „M_0", „M_1" și „M_2", „m_0", „m_1" și „m_2", respectiv „$\mathcal{M}_0$", „$\mathcal{M}_1$", „$\mathcal{M}_2$" și „$\mathcal{M}_3$" pot fi înlocuite (prin convenție) cu expresiile „M", „P" și „S", „m", „p" și „s", respectiv „$\mathcal{M}$", „$\mathcal{P}$", „$\mathcal{S}$" și „$\mathcal{T}$". Deși cîteva dintre noile simboluri au fost utilizate anterior cu alte semnificații, nu credem că există riscul unor confuzii. Contextele în care ele apar rezolvă pe deplin fenomenul de omonimie.

Dacă operația de afirmare a relației de *apartenență* – $\in$ – este un predicat clasial primitiv, atunci negația ei – operația de afirmare a relației de *nonapartenență* ($\notin$) – se definește conform cu (D127):

(D127) $(\alpha \notin \mathcal{M}) = \sim(\alpha \in \mathcal{M})$.

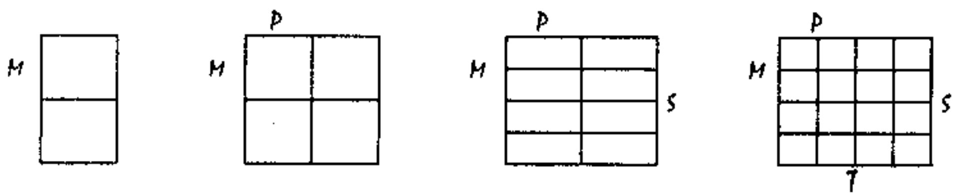


114°. O reprezentare rectangulară a universului de discurs

Apelînd şi la un sistem de diagrame rectangulare [1], putem defini de-o manieră intuitivă toate funcţiile monadice, respectiv diadice capabile să genereze mulţimi compuse. Pentru început, se poate conveni asupra reprezentării universului de discurs printr-un dreptunghi.

Vom admite, apoi, că eventualele linii sau coloane obţinute prin secţionarea respectivului dreptunghi reprezintă mulţimi, *id est* denotate ale unor termeni clasiali. Respectiva secţionare în linii sau coloane trebuie astfel făcută încît diagrama rezultată să conţină 2^n zone distincte, fiecare zonă în parte reprezentînd (în principiu) cîte o mulţime aparte. Se subînţelege că litera „n" stă pentru numărul claselor luate în considerare.

Dacă ne raportăm, spre exemplu, la una, două, trei, respectiv patru mulţimi, putem construi „diagramele - prototip" (115°) – (118°).



115° – 118°. Diagramele - prototip care reflectă luarea în considerare a două, trei, respectiv patru clase

În sfîrşit, se poate conveni asupra faptului că reprezentarea claselor care rezultă în urma aplicării funcţiilor este asigurată prin haşurarea zonelor corespunzătoare din diagramele prototip.

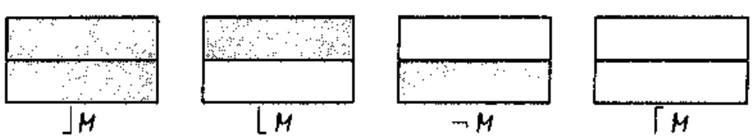
Printr-un joc combinatoric „pur", ar fi de explicitat în definiţii şi diagrame 4 funcţii monadice şi 16 funcţii diadice. Dintre funcţiile monadice – exprimate de operatorii *stricto sensu* „⌋", „⌊", „¬" şi „⌈", definite în propoziţiile de identitate (D128) – (D131) şi explicitate, mai apoi, în diagramele rectangulare din secvenţa (119°) –, doar operaţia ¬ – *complementarierea* – are o arie de aplicabilitate semnificativă. Prezentarea celorlalte trei operaţii a avut drept singură motivaţie satisfacerea cerinţei exhaustivităţii.

(D128) $\rfloor M = (\lambda x_i)(x_i \neq \curlywedge) = (\lambda x_i)(x_i \in U)$

(D129) $\lfloor M = (\lambda x_i)(x_i \in M)$

(D130) $\neg M = (\lambda x_i)(x_i \notin M)$

(D131) $\lceil M = (\lambda x_i)(x_i = \curlywedge) = (\lambda x_i)(x_i \in \varnothing)$



119°. O secvenţă de diagrame în care sînt explicitate geometric funcţiile clasiale monadice

[1] Am adaptat în acest sens un sistem propus de Patrick K. Bastable în lucrarea: *Logic: Depth Grammar of Rationality*, Gill and Macmillan, Dublin, 1975, pp. 136-43.

Aceeaşi clauză a completitudinii ne determină să oferim definiţii şi reprezentări geometrice pentru toate cele 16 funcţii diadice care pot fi concepute pe baza jocului de combinaţii posibile [2].

(D132) $M \circ P = (\lambda x_i)(x_i \in U)$

(D133) $M \cup P = (\lambda x_i)((x_i \in M) \vee (x_i \in P))$

(D134.1) $M \underline{\cup} P = (\lambda x_i)((x_i \notin M) \vee (x_i \notin P))$

(D135.1) $M \,\text{ˎ}\, P = (\lambda x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$

(D136.1) $M \,\text{ˏ}\, P = (\lambda x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$

(D137.1) $[M]\ P = (\lambda x_i)(x_i \in M)$

(D138.1) $M\ [P] = (\lambda x_i)(x_i \in P)$

(D139.1) $M + P = (\lambda x_i) \sim ((x_i \in P) \leftrightarrow (x_i \in M))$

(D140.1) $M \pm P = (\lambda x_i)((x_i \in P) \leftrightarrow (x_i \in M))$

(D141.1) $M\ \text{-}[P] = (\lambda x_i)(x_i \notin P)$

(D142.1) $\text{-}[M]\ P = (\lambda x_i)(x_i \notin M)$

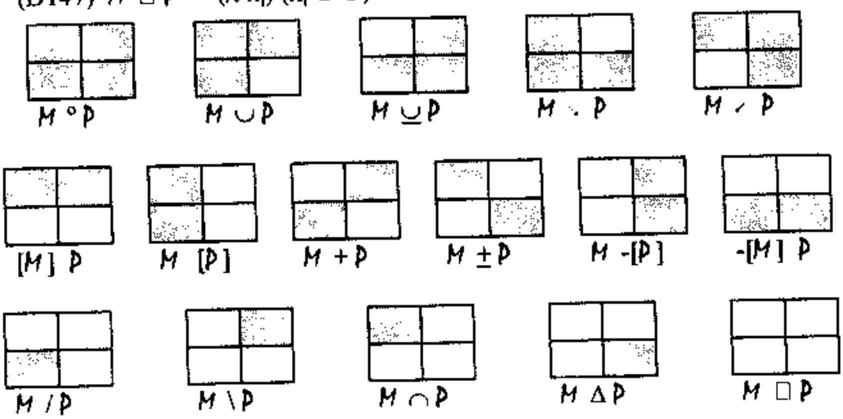
(D143.1) $M / P = (\lambda x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$

(D144.1) $M \backslash P = (\lambda x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

(D145) $M \cap P = (\lambda x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$

(D146.1) $M \Delta P = (\lambda x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \notin P))$

(D147) $M \square P = (\lambda x_i)(x_i \in \varnothing)$



120°. O secvenţă de diagrame în care sînt explicitate geometric funcţiile clasiale diadice

Este de remarcat, dintru început, caracterul limită al funcţiilor „∘" şi „□", dat fiind că prin aplicarea lor la oricare două clase obţinem universul de dis-

[2] Două lucrări au fost folosite cu precădere în definirea de-o manieră exhaustivă a funcţiilor clasiale diadice: Grigore C. Moisil, *Elemente de logică matematică şi de teoria mulţimilor*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1968 (îndeosebi pp. 9-36); Petru Ioan, *Paradigma gramaticalităţii categoriale şi programul logicii integrale*, în: P. Ioan (ed.), *Cunoaştere, eficienţă, acţiune*, Editura Politică, Bucureşti, 1988, pp. 137-43.

curs, respectiv clasa vidă. ($M \circ P$ = U; $M \square P = \varnothing$) Cît priveşte, apoi, funcţiile care se regăsesc în definiţiile contextuale (D133 – 146.1) – şi anume: *reuniunea*, *reuniunea contraduală*, *reziduaţia*, *reziduaţia conversă*, *prependenţa*, *postpendenţa*, *suma*, *suma contraduală*, *postnonpendenţa*, *prenonpendenţa*, *diferenţa conversă*, *diferenţa*, *intersecţia* şi *rejecţia* –, se poate trece la reconsiderarea lor în „baza booleană" $\{\neg, \cup, \cap\}$.

(D134.2) $M \underline{\cup} P = \neg M \cup \neg P$ (D141.2) M -$[P] = \neg M$
(D135.2) $M \searrow P = \neg M \cup P$ (D142.2) -$[M]\ P = \neg M$
(D136.2) $M \swarrow P = M \cup \neg P$ (D143.2) $M / P = \neg M \cap P$
(D137.2) $[M]\ P = M$ (D144.2) $M \setminus P = M \cap \neg P$
(D138.2) $M\ [P] = P$ (D146.2) $M \Delta P = \neg M \cap \neg P$
(D139.2) $M + P = (M \cap \neg P) \cup (\neg M \cap P)$
(D140.2) $M \pm P = (M \cap P) \cup (\neg M \cap \neg P)$

O dată construit sistemul funcţiilor clasiale monadice, respectiv diadice, sîntem în măsură să definim în „ecuaţii" şi diagrame (rectangulare) toate predicatele prin care se instituie cîte o relaţie „bine determinată" între două mulţimi oarecare [3].

Înainte de a derula inventarul acestor operaţii se cuvin adăugate unele precizări privind componenta diagramatică a definiţiilor. Astfel, revenind la diagrama-prototip (116''), vom remarca faptul că fiecare dintre zonele (I) – (IV) reprezintă o subclasă aparte a universului de discurs. Mai precis, zona (I) reflectă geometric mulţimea $M \cap P$, zona (II), mulţimea $M \setminus P$ ($= M \cap \neg P$), zona (III), mulţimea M / P ($= \neg M \cap P$), iar zona (IV), mulţimea $M \Delta P$ ($= \neg M \cap \neg P$).

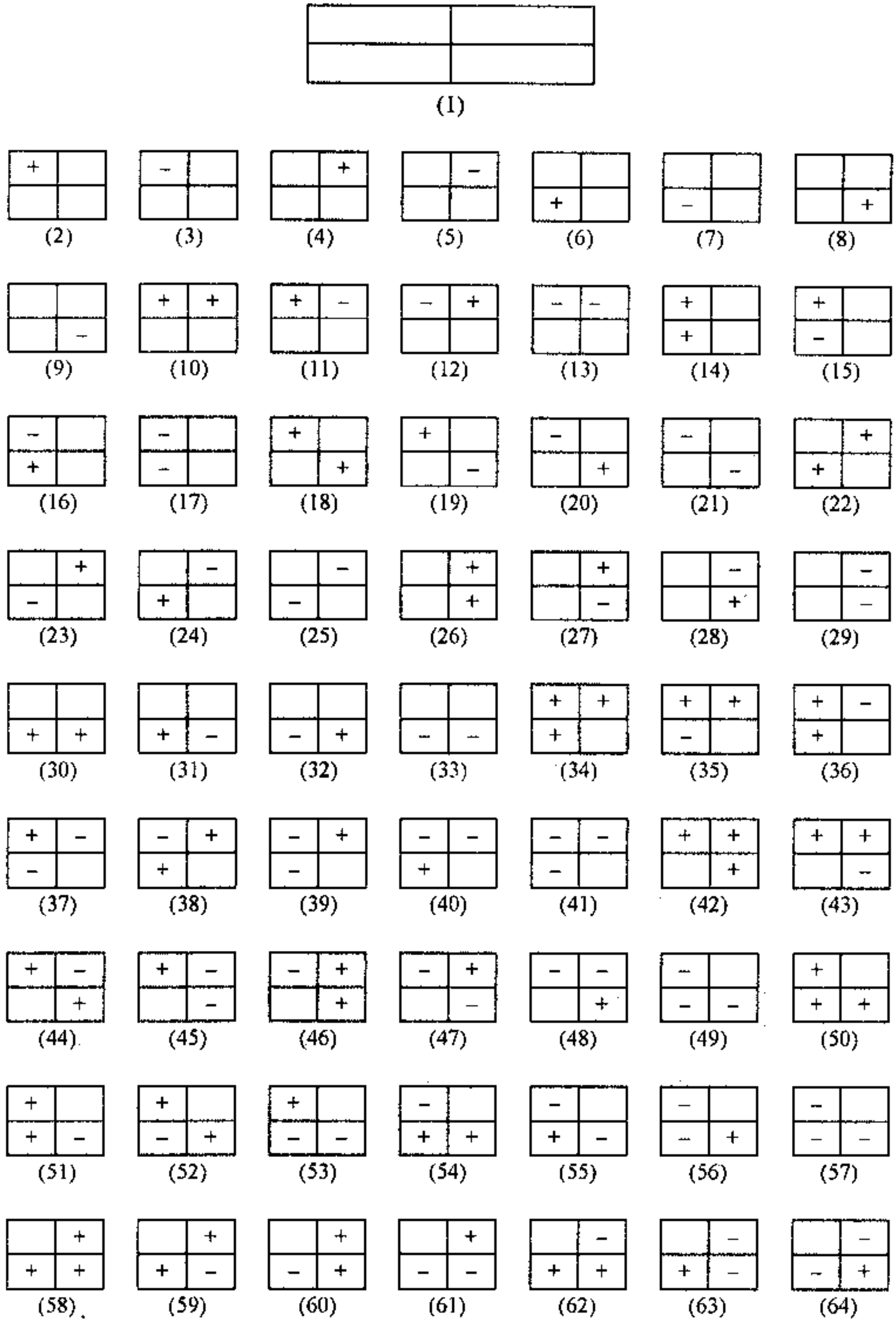
	P	
M	I	II
	III	IV

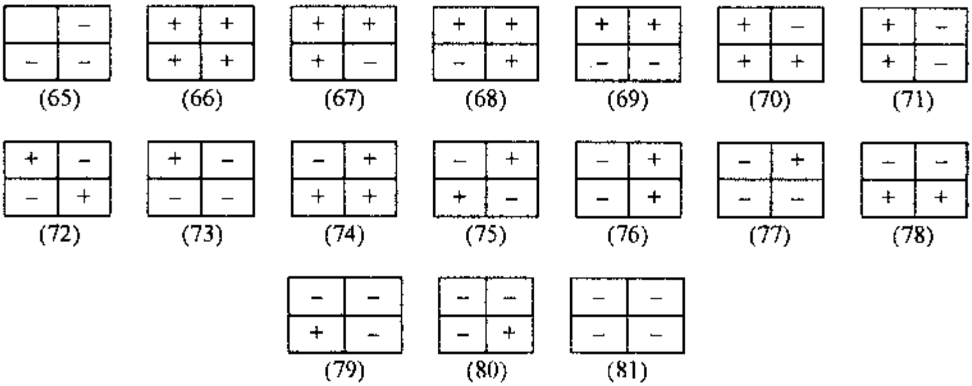
116''. Diagrama - prototip în raport cu care vor fi explicitate geometric funcţiile clasiale diadice

Algoritmul de introducere a predicatelor clasiale diadice are o vădită dimensiune combinatorică, întrucît urmează să se ţină seama de toate variantele în care subclasele din U se identifică sau nu cu clasa vidă. Pentru a reprezenta geometric afirmaţia că o clasă este vidă se va înscrie semnul „+" în zona corespunzătoare din diagramă; în mod analog, afirmaţia că o clasă este vidă va fi reflectată prin înscrierea semnului „–" în porţiunea de diagramă aferentă.

Dacă ne raportăm, pentru început, la componenta geometrică a definiţiilor anunţate, avem de trecut în revistă 81 (1 + 8 + 24 + 32 + 16) de diagrame, care reprezintă tot atîtea scheme propoziţionale obţinute prin instituirea cîte unei relaţii bine determinate între două clase oarecare. Astfel, vom reprezenta succesiv afirmaţiile că zero, una, două, trei, respectiv patru subclase din universul de discurs sînt fie vide, fie nevide.

[3] Folosim expresia „relaţie bine determinată" pentru a desemna relaţiile care reflectă o informaţie certă (sau „nedisjunctivă") cu privire la caracterul vid, respectiv nevid al uneia sau al mai multor subclase determinate combinatoric din universul de discurs, iar nu pentru a denota relaţii dintre clase nevide şi netotale (potrivit sensului avansat de Florea Ţuţugan).


(1)
(2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)
(9) (10) (11) (12) (13) (14) (15)
(16) (17) (18) (19) (20) (21) (22)
(23) (24) (25) (26) (27) (28) (29)
(30) (31) (32) (33) (34) (35) (36)
(37) (38) (39) (40) (41) (42) (43)
(44) (45) (46) (47) (48) (49) (50)
(51) (52) (53) (54) (55) (56) (57)
(58) (59) (60) (61) (62) (63) (64)



121°. Secvența diagramelor rectangulare care definesc geometric predicatele clasiale diadice

Algoritmul combinatoric utilizat permite o grupare sistemică exhaustivă a relațiilor clasiale diadice, dar, în același timp, generează și constructe logice care par foarte puțin relevante la nivel pragmatic. De aceea, atenția acordată diagramelor (1) – (81) va fi direct proporțională cu impactul pe care predicatele clasiale astfel definite îl au în situațiile „naturale" de comunicare [4].

Diagrama (1) reprezintă propoziția care se obține prin stabilirea *NONRELAȚIONALITĂȚII* între două clase oarecare. Denumirea oarecum stranie a respectivei relații – de altfel, se poate desluși aici o nuanță autocontradictorie – ne avertizează că avem de-a face cu un caz-limită. Stabilind raportul de nonrelaționalitate între două clase oarecare – M și P –, practic nu spunem nimic despre eventualele legături dintre ele.

Diagrama (2) ilustrează rezultatul instituirii relației de *ÎNCRUCIȘARE* între două mulțimi. Desemnat în limba română de sincategorema *„unii ... sînt ..."* / *„dintre ...., unii sînt ..."* [5], iar în L, de simbolul „×", predicatul clasial în atenție are o dimensiune pragmatică semnificativă, astfel încît se justifică pe deplin explicitarea lui într-o primă ecuație definițională.

$$\text{(D148.1)} \ (M \times P) = (M \cap P \neq \varnothing)$$

În ideea unei ilustrări naturale se poate aminti aici valoarea instituirii relației de încrucișare între clasa celor care sînt filosofi și clasa celor care sînt palavragii, *id est* propoziția neexclusivă particular-afirmativă desemnată de enunțul *„Unii filosofi sînt palavragii"*.

O dată ce se stabilește negația încrucișării – relația de *CONTRARIETATE* – între două clase oarecare, se parvine la o propoziție reductibilă la diagrama (3). Dacă se convine asupra recunoașterii ei sub expresiile *„nici un ... nu este ..."* / *„dintre ..., nici unul nu este ..."*, respectiv „$\uparrow$", atunci operația de stabilire a relației de contrarietate este de găsit în definiția contextuală:

$$\text{(D149.1)} \ (M \uparrow P) = \sim(M \times P) = (M \cap P = \varnothing).$$

[4] În continuare, vom lăsa în seama cititorului formalizarea enunțurilor-exemplu din limbajele naturale. Ea se efectuează banal, o dată cu utilizarea termenilor clasiali parametrici din L.

[5] Pentru simplificare, nu vom reține decît „expresiile naturale tip" ale predicatelor clasiale. Morfemele specifice genului feminin pot fi adăugate tacit.

În planul limbajelor naturale este întru totul acceptabilă aserțiunea că instituirea relației de contrarietate se materializează în propoziții neexclusive universal negative; *e. g.*, în afirmația că *nici un animal nu are nevoie de instrucție*.

Diagramele (5) și (7) reprezintă rezultatele aplicării relației de *SUBORDONARE*, respectiv a relației de *SUPRAORDONARE* la două exemplare derivate din schemele M și P. Asociate cu sincategorememele „*toți ... sînt ...*" și „$\subseteq$", respectiv „*numai ... sînt ...*" și „$\supseteq$", aceste predicate clasiale se definesc în ecuațiile (D150.1) – (D151.1), și au drept valori „naturale" propoziții universal - afirmative, neexclusive în primul caz, exclusive în cel de-al doilea (*exempli causa*: *cei ce îndrăgesc pacea sînt demni de laudă*, respectiv *numai cei care își achită notele de plată au nevoie de bani*).

(D150.1) $(M \subseteq P) = (M \cap \neg P = \varnothing)$

(D151.1) $(M \supseteq P) = (\neg M \cap P = \varnothing)$

Prin negarea operațiilor de instituire a relației de subordonare, respectiv a relației de supraordonare, se obțin două noi predicate clasiale – *NONSUBORDONAREA* vs. *NONSUPRAORDONAREA* –, ce se exprimă prin intermediul sincategorememelor „*unii ... nu sînt ...*" și „$\not\subseteq$", respectiv „*nu numai ... sînt ...*" și „$\not\supseteq$" și se definesc prin intermediul propozițiilor de identitate (D152.1) – (D153.1).

(D152.1) $(M \not\subseteq P) = \sim(M \subseteq P) = (M \cap \neg P \neq \varnothing)$

(D153.1) $(M \not\supseteq P) = \sim(M \supseteq P) = (\neg M \cap P \neq \varnothing)$

Rezultatele aplicării lor la cîte două mulțimi arbitrare se concretizează în propoziții neexclusive particular negative *vs.* în negații de propoziții exclusive universal - afirmative și se regăsesc reprezentate în diagramele (4), respectiv (6), putînd fi exemplificate de afirmația că *unele persoane nu pot minți*, respectiv de afirmația că *nu numai oamenii mediocri pot dori să moară de bătrînețe*.

Prezentarea predicatelor clasiale prin care se determină caracterul vid *vs.* nevid al uneia dintre cele patru subclase ale universului de discurs se încheie cu afirmarea relației de *SUBCONTRARIETATE* (sau de *contrarietate contraduală*), respectiv cu afirmarea relației de *ÎNCRUCIȘARE CONTRADUALĂ*. Avînd expresii proprii atît în limbajul formalizat *L* – „$\underline{\uparrow}$" *vs.* „$\underline{\times}$" – cît și în limba română – „*numai ... nu sînt ...*" *vs.* „*nu numai ... nu sînt ...*" –, aceste predicate se definesc geometric în diagramele (9) și (8), iar algebric, în ecuațiile (D154.1) – (D155.1):

(D154.1) $(M \underline{\uparrow} P) = (\neg M \cap \neg P = \varnothing)$, respectiv

(D155.1) $(M \underline{\times} P) = \sim(M \underline{\uparrow} P) = (\neg M \cap \neg P \neq \varnothing)$.

Dintre valorile operațiilor de instituire a subcontrarietății, respectiv a încrucișării contraduale – propozițiile exclusive universal - negative *vs.* negațiile acestora – pot fi amintite afirmațiile desemnate de enunțurile naturale „*Numai oamenii mărginiți nu judecă după aparențe*" și „*Nu numai oamenii mărginiți nu judecă după aparențe*".

Cu diagrama (10) – expresia schematică a rezultatelor instituirii relației de *ÎNCRUCIȘARE - NONSUBORDONARE* – deschidem seria celor 24 de definiții care privesc stabilirea unor relații „bine determinate" compuse între două mulțimi oarecare. Toate aceste relații complexe se obțin prin conjugarea a cîte două relații definite în diagramele (2) – (9). Desemnată în limbajul *L* de sincategorema „$(\times \wedge \not\subseteq)$" şi de varianta abreviată a acesteia „$\oplus$", iar în limba română de operatorul *„numai unii ... (nu) sînt ..."*, definită algebric de ecuaţia (D156.1), operaţia de instituire a relaţiei de încrucişare - nonsubordonare se finalizează în propoziţii particulare închise (în alţi termeni, propoziţii exclusive particular - afirmative ori, în egală măsură, particular - negative), cum ar fi, de pildă, propoziţia naturală cum că *numai unii filosofi (nu) sînt palavragii*.

(D156.1) $(M \oplus P) = (M \cap P \neq \varnothing) \wedge (M \cap \neg P \neq \varnothing)$

Printr-o derivare intuitivă imediată, se poate spune că diagrama (14) este o definiţie geometrică a predicatului clasial $(\times \wedge \not\supseteq)$ şi, implicit, a relaţiei de *ÎNCRUCIŞARE - NONSUPRAORDONARE*. Dimensiunea pragmatică redusă a noii operaţii face inutilă, credem noi, căutarea unor definiţii care să întregească haloul explicativ.

Operaţiile de stabilire a relaţiei de *ÎNCRUCIŞARE - SUBORDONARE* şi a relaţiei de *ÎNCRUCIŞARE - SUPRAORDONARE* – definibile în diagramele (11), respectiv (15) şi în ecuaţiile (D157.1) – (D158.1), revin în ultimă instanţă la afirmarea concomitentă a subordonării, respectiv a supraordonării unei clase nevide la o altă clasă de asemenea nevidă, potrivit schemelor (D157.2) şi (D158.2).

(D157.1) $(M\ (\times \wedge \subseteq)\ P) = (M \cap P \neq \varnothing) \wedge (M \cap \neg P = \varnothing)$

(D158.1) $(M\ (\times \wedge \supseteq)\ P) = (M \cap P \neq \varnothing) \wedge (\neg M \cap P = \varnothing)$

(D157.2) $(M\ (\times \wedge \subseteq)\ P) = (M \subseteq P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

(D158.2) $(M\ (\times \wedge \supseteq)\ P) = (M \supseteq P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

Trecînd peste diagramele (12) şi (16), care ilustrează valorile unor predicate clasiale irelevante sub raportul eficacităţii comunicaţionale – $(\uparrow \wedge \not\subseteq)$ şi $(\uparrow \wedge \not\supseteq)$ –, se poate zăbovi cu o oarecare îndreptăţire la reprezentările (13) şi (17), *id est*, asupra definiţiilor geometrice ale operaţiilor de instituire a relaţiilor de *CONTRARIETATE - SUBORDONARE*, respectiv de *CONTRARIETATE - SUPRAORDONARE*: $(\uparrow \wedge \subseteq)$ şi $(\uparrow \wedge \supseteq)$. Ar fi de remarcat, la acest punct, faptul că afirmarea concomitentă a contrarietăţii şi a subordonării cu privire la două clase oarecare revine la afirmarea caracterului vid al celei dintîi dintre respectivele clase. În mod analog, dacă între două mulţimi subzistă concomitent relaţia de contrarietate şi relaţia de supraordonare, se poate conchide că cea de-a doua noţiune este vidă.

Definit în diagrama (18), predicatul clasial $(\times \wedge \underline{\times})$ se caracterizează prin aceea că dintr-o propoziţie rezultată prin aplicarea lui la două clase oarecare se poate deriva concluzia că fiecare dintre respectivele clase este în acelaşi timp nevidă şi netotală.

Următoarele două diagrame – (19) şi (20) – ilustrează valorile operaţiilor de stabilire a relaţiilor de *ÎNCRUCIŞARE - SUBCONTRARIETATE*, respectiv de *ÎNCRUCIŞARE CONTRADUALĂ - CONTRARIETATE* şi dezvăluie faptul că aplicarea acestor predicate la cîte două clase oarecare revine la instituirea subcontrarietăţii între două clase nevide *vs.* a contrarietăţii între două clase netotale, conform cu (D159.1)–(D160.1).

(D159.1) $(M\ (\times \wedge \underline{\uparrow})\ P) = (M\ \underline{\uparrow}\ P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

(D160.1) $(M\ (\underline{\times} \wedge \uparrow)\ P) = (M \uparrow P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

Definită geometric de reprezentarea (21), operaţia de stabilire a relaţiei de *CONTRADICŢIE* – $(\uparrow \wedge \underline{\uparrow})$ –, *id est* a relaţiei obţinute prin conjugarea contrarietății cu subcontrarietatea, admite o individualizare prin expresii proprii atît în limba română cît și în *L* – „*... și numai ... nu sînt ...*“, respectiv „‡“ –, o explicitare algebrică, prin (D161.1) și exemplificări naturale, de genul aceleia desemnate de enunțul „*Lucrurile clare și numai lucrurile clare nu sînt obscure*“.

$$\text{(D161.1)}\ (M \ddagger P) = (M \uparrow P) \wedge (M \underline{\uparrow} P) = \\ = (M \cap P = \varnothing) \wedge (\neg M \cap \neg P = \varnothing)$$

Dacă diagrama (22) poate fi ignorată fără probleme, nu același lucru se întîmplă în cazul celor două figuri care îi succed, dat fiind că acestea definesc geometric operațiile de instituire a două relații clasiale exemplare – *SUPRAORDONAREA STRICTĂ vs. SUBORDONAREA STRICTĂ*. Convenind asupra redării lor în *L* cu ajutorul predicatorilor „⊃“, respectiv „⊂“, putem contrui mai departe următoarele două ecuații definiționale:

$$\text{(D162.1)}\ (M \supset P) = (M \supseteq P) \wedge (P \not\supseteq M) \text{ și}$$

$$\text{(D163.1)}\ (M \subset P) = (M \subseteq P) \wedge (P \not\subseteq M).$$

Deși au o relevanță deosebită la nivel formal, predicatele clasiale definite mai sus nu intervin ca atare în situațiile „concrete“ de comunicare. De altminteri, se pare că ele nu și-au găsit în limba română sincategoremele corespunzătoare.

Cu diagrama (25) se poate trece la definirea unui alt predicat clasial remarcabil – operația de instituire a relației de *IDENTITATE / ECHIORDONARE* –, care se dovedește a fi pînă la urmă o instanță a supraoperației de identificare. O dată ce se admite reprezentarea acestuia cu ajutorul operatorilor „= “ și „*toți ... și numai ... sînt ...*“, se poate trece la construirea definiției algebrice (D164.1) și a propoziției - exemplu: *toți oamenii și numai oamenii sînt mamifere raționale*.

$$\text{(D164.1)}\ (M = P) = (M \subseteq P) \wedge (M \supseteq P) = \\ = (M \cap \neg P = \varnothing) \wedge (\neg M \cap P = \varnothing)$$

Lăsînd la o parte figurile (26) și (27), ajungem la diagrama (28), care definește în plan geometric predicatul $(\subseteq \wedge \underline{x})$, adică operația de stabilire a relației de *SUBORDONARE - ÎNCRUCIȘARE CONTRADUALĂ*. Cu alte cuvinte, am avea de-a face aici cu instituirea relației de subordonare între două mulțimi netotale.

$$\text{(D165.1)}\ (M\ (\subseteq \wedge \underline{x})\ P) = (M \subseteq P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Următoarea diagramă – (29) – ne dezvăluie faptul că stabilirea relației de *SUBORDONARE - SUBCONTRARIETATE* între două clase oarecare, M și P, conduce la afirmația că al doilea argument al respectivului predicat, anume: P, este o clasă totală. Prin analogie, putem spune că instituirea relației de *SUPRAORDONARE - SUBCONTRARIETATE* – operație definită în diagrama (33) – revine la afirmarea caracterului total al primului argument, *id est* al clasei M.

Ignorînd din considerente pragmatice diagramele (30) și (31), ajungem, în sfîrșit, la figura (32), ce se constituie în definiție geometrică a predicatului clasial $(\supseteq \wedge \underline{x})$. Se poate constata cu ușurință că aplicarea acestui predicat la două mulțimi oarecare, are semnificația instituirii relației de supraordonare între două mulțimi netotale.

$$\text{(D166.1)}\ (M\ (\supseteq \wedge \underline{x})\ P) = (M \supseteq P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Subgrupa de diagrame (33) – (65) ilustrează valorile operațiilor care se obțin prin conjugarea a cîte trei predicate clasiale „simplu - determinate“, definite în figurile (2) – (9). Evident, nu vom parcurge întreaga serie a respectivelor aplicații: de altfel, cele mai multe dintre ele sînt irelevante atît în raport cu situațiile concrete de comunicare, cît și în contextul formalismelor. În aceste condiții, ne vom opri asupra predicatelor definite geometric în reprezentările (35) – (38), (41), (44), (52), (60), (62) și (64).

La o simplă inspectare a diagramelor (35) și (36), ce se constituie în definiții ale predicatelor $(\times \wedge \supset)$, respectiv $(\times \wedge \subset)$ se poate constata că avem de-a face cu reprezentări schematice ale rezultatelor aplicării relațiilor de supraordonare strictă *vs.* de subordonare strictă la cîte două clase nevide.

(D167.1) $(M\ (\times \wedge \supset)\ P) = (M \supset P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

(D168.1) $(M\ (\times \wedge \subset)\ P) = (M \subset P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

De-o manieră analoagă se poate conchide că figura (37) – definiția geometrică a operației de instituire a relației de *ÎNCRUCIȘARE - IDENTITATE* / $(\times \wedge =)$ – reflectă rezultatele aplicării operației de identificare la cîte două clase nevide.

(D169.1) $(M\ (\times \wedge =)\ P) = (M = P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing)$

Demnă de o atenție specială este și diagrama (38) – reprezentarea definițională a predicatului $(\uparrow \wedge \not\subseteq \wedge \not\supseteq)$ –, în măsura în care ea reflectă implicit valorile instituirii relației de contrarietate între două clase în același timp nevide și netotale.

(D170.1) $(M\ (\uparrow \wedge \not\subseteq \wedge \not\supseteq)\ P) =$
$= (M \uparrow P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

Prin intermediul diagramei (41) se explicitează un predicat aparte – operația de stabilire a relației de *REJECTARE* (∇) –, care se obține prin conjugarea operațiilor de instituire a contrarietății, respectiv a identității.

(D171.1) $(M \nabla P) = (M \uparrow P) \wedge (M = P)$

După cum se poate ușor remarca, din ipoteza că două clase stau într-o relație de rejectare se poate deriva concluzia că ambele clase sînt vide.

Predicatele $(\times \wedge \subseteq \wedge \underline{\times})$ și $(\times \wedge \supseteq \wedge \underline{\times})$, explicitate de diagramele (44) și (52), se dovedesc a fi suficient de relevante la nivel formal, dat fiind faptul că propozițiile obținute prin aplicarea lor pot fi considerate și valori ale instituirii subordonării *vs.* supraordonării între cîte două mulțimi în același timp nevide și netotale.

(D172.1) $(M\ (\times \wedge \subseteq \wedge \underline{\times})\ P) =$
$= (M \subseteq P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

(D173.1) $(M\ (\times \wedge \supseteq \wedge \underline{\times})\ P) =$
$= (M \supseteq P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

Tot împreună merită a fi prezentate predicatele clasiale care se regăsesc în definițiile diagramatice (60) și (62) – $(\supset \wedge \underline{\times})$, respectiv $(\subset \wedge \underline{\times})$ –, *id est*, operațiile prin care se instituie supraordonarea strictă *vs.* subordonarea strictă între două clase netotale.

(D174.1) $(M\ (\supset \wedge \underline{\times})\ P) = (M \supset P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

(D175.1) $(M\ (\subset \wedge \underline{\times})\ P) = (M \subset P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$

Ultima componentă din subgrupa de diagrame supusă atenției – (64) – reflectă schematic propozițiile obținute prin stabilirea relației de *IDENTITATE – ÎN-*

CRUCIȘARE CONTRADUALĂ / $(= \wedge \underline{x})$ și dezvăluie faptul că respectivul predicat clasial revine la instituirea identității între două mulțimi netotale.

$$\text{(D176.1)}\quad (M\ (= \wedge \underline{x})\ P) = (M = P) \wedge (M \neq \mathrm{U}) \wedge (P \neq \mathrm{U})$$

În sfîrșit, dintre cele 16 diagrame care definesc conjuncții de cîte patru predicate clasiale simple, am selectat potrivit criteriului relevanței pragmatice doar patru: (68), (70), (72) și (75). Aceste figuri logice permit derivarea concluziei că predicatele $(\times \wedge \supset \wedge \underline{x})$, $(\times \wedge \subset \wedge \underline{x})$, $(\times \wedge = \wedge \underline{x})$, respectiv $(\times \wedge \ddagger \wedge \underline{x})$ revin la instituirea supraordonării stricte, a subordonării stricte, a identității, respectiv a contradicției între cîte două mulțimi în același timp nevide și netotale.

$$\text{(D177.1)}\quad (M\ (\times \wedge \supset \wedge \underline{x})\ P) =$$
$$= (M \supset P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq \mathrm{U}) \wedge (P \neq \mathrm{U})$$

$$\text{(D178.1)}\quad (M\ (\times \wedge \subset \wedge \underline{x})\ P) =$$
$$= (M \subset P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq \mathrm{U}) \wedge (P \neq \mathrm{U})$$

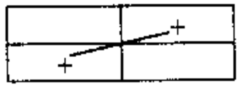
$$\text{(D179.1)}\quad (M\ (\times \wedge = \wedge \underline{x})\ P) =$$
$$= (M = P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq \mathrm{U}) \wedge (P \neq \mathrm{U})$$

$$\text{(D180.1)}\quad (M\ (\times \wedge \ddagger \wedge \underline{x})\ P) =$$
$$= (M \ddagger P) \wedge (M \neq \varnothing) \wedge (P \neq \varnothing) \wedge (M \neq \mathrm{U}) \wedge (P \neq \mathrm{U})$$

Ar mai fi de adăugat că diagrama (81) definește un predicat clasial limită, astfel încît toate propozițiile rezultate prin aplicarea lui revin la afirmația că universul de discurs este vid.

La cele 81 de predicate clasiale diadice, prin care se instituie relații bine determinate, pot fi adăugate încă 72 – negațiile operațiilor definite în diagramele (10) – (81), cu precizarea (foarte importantă) că relațiile stabilite sînt marcate de indeterminare. Spre exemplu, prin negarea identificării, se obține operația de instituire a relației de *DIVERSITATE* / *NONIDENTITATE*, care se definește geometric în diagrama (122°), iar algebric, în ecuația (D181.1).

$$\text{(D181.1)}\quad (M \neq P) = \sim(M = P) = (M \cap \neg P \neq \varnothing) \vee (\neg M \cap P \neq \varnothing)$$



122°. Diagrama rectangulară care explicitează operația de instituire a relației de nonidentitate

Linia continuă care unește zonele afectate de grafemul „+" din diagrama de mai sus semnalează o indeterminare; se subînțelege, astfel, că cel puțin una dintre cele două subclase reprezentate este nevidă.

De-o manieră similară am putea defini predicate clasiale triadice, predicate clasiale tetradice etc., operații care nu au, totuși, vreo relevanță pragmatică. Excepție fac generalizările poliadice ale predicatelor diadice simetrice.

Dimensiunea cantitativă a predicatelor clasiale se vădește, o dată în plus, prin redefinirea lor în sistemul operațiilor de cuantificare. Ne vom opri, în cele ce urmează, numai la predicatele clasiale diadice cărora li s-au alocat cîte o definiție algebrică. Toate celelalte predicate clasiale pot primi cîte o explicitare cuantificațională similară.

(D148.2) $(M \times P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$

(D149.2) $(M \uparrow P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$

(D150.2) $(M \subseteq P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$

(D151.2) $(M \supseteq P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$

(D152.2) $(M \not\subset P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

(D153.2) $(M \not\supset P) = (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$

(D154.2) $(M \underline{\uparrow} P) = (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P))$

(D155.2) $(M \underline{\times} P) = (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \notin P))$

(D156.2) $(M \oplus P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

(D157.3) $(M (\times \wedge \subseteq) P) =$
$= (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$

(D158.3) $(M (\times \wedge \supseteq) P) =$
$= (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$

(D159.2) $(M (\times \wedge \underline{\uparrow}) P) =$
$= (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P)$

(D160.2) $(M (\underline{\times} \wedge \uparrow) P) =$
$= (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg P)$

(D161.2) $(M \ddagger P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$
$\wedge (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P))$

(D162.2) $(M \supset P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

(D163.2) $(M \subset P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$

(D164.2) $(M = P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$

(D165.2) $(M (\subseteq \wedge \underline{\times}) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg P)$

(D166.2) $(M (\supseteq \wedge \underline{\times}) P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg P)$

(D167.2) $(M (\times \wedge \supset) P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P)$

(D168.2) $(M (\times \wedge \subset) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P)$

(D169.2) $(M (\times \wedge =) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$
$\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P)$

(D170.2) $(M (\uparrow \wedge \not\subset \wedge \not\supset) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$
$\wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \neg P)$

(D171.2) $(M \nabla P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$
$\wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \leftrightarrow (x_i \in P))$

$$(D172.2)\ (M\ (\times \wedge \subsetneq \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D173.2)\ (M\ (\times \wedge \supseteq \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D174.2)\ (M\ (\supset \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D175.2)\ (M\ (\subset \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D176.2)\ (M\ (= \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$$
$$\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D177.2)\ (M\ (\times \wedge \supset \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D178.2)\ (M\ (\times \wedge \subset \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D179.2)\ (M\ (\times \wedge = \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$$
$$\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D180.2)\ (M\ (\times \wedge \neq \wedge \underline{x})\, P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$$
$$\wedge (\wedge x_i)((x_i \notin P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i)(x_i \in M) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)(x_i \in P) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot M) \wedge (\vee x_i)(x_i \in \lnot P)$$

$$(D181.2)\ (M \neq P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge$$
$$\wedge (\vee x_i)((x_i \in P) \wedge (x_i \notin M))$$

Din cele afirmate pînă acum rezultă faptul că predicatele clasiale au și rolul de a exprima aspecte cantitative la nivelul teoriei mulțimilor. Opțiunea pentru o anume categorie de operații în măsură să manipuleze categoria cantității își găsește justificarea exclusiv în contextul în care se desfășoară analiza logică.

Addendum. Ar mai fi de adăugat, în acest context, cîteva considerații privind virtuțile pragmatice ale aplicațiilor desemnate de cuantorii clasiali universali (mai exact: universal - afirmativi) – „$(\wedge m_0)$" / *„pentru orice substituție existentă a clasei m_0, ...",* „$(\wedge m_1)$" / *„pentru orice substituție existentă a clasei m_1, ..."* etc. –, de cuantorii clasiali particulari (mai precis: particular - afirmativi) – „$(\vee m_0)$" / *„pentru cel puțin o substituție existentă a clasei m_0, ...",* „$(\vee m_1)$" / *„pentru cel puțin o substituție existentă a clasei m_1, ..."* etc. – și de descriptorii clasiali hotărîți – „(ιm_0)" / *„acea substituție existentă a clasei m_0, ...",* „(ιm_1)" / *„acea substituție existentă a clasei m_1, ..."* etc. [6]. Spre exemplificare, supunem atenției cîte două variante de definire a clasei vide, respectiv a clasei universale [7].

---

6 Fără îndoială că se pot lua în considerare și alte clase de cuantificări sau de descripții clasiale. Astfel, cuantificările clasiale pot fi proliferate prin aplicarea tuturor determinanților cantitativi antrenați anterior în construirea cuantificărilor individuale.

7 Cu privire la noile definiții ale clase vide se poate consulta: M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, p. 15.

(D125.3) $\varnothing = (\iota m_i)(\wedge x_j)(x_j \notin m_i)$ (D126.3) $U = (\iota m_i)(\wedge x_j)(x_j \in m_i)$

(D125.4) $\varnothing = (\iota m_i)(\wedge m_j)(m_i \subseteq m_j)$ (D126.4) $U = (\iota m_i)(\wedge x_j)(x_j \in m_i)$

Din ecuațiile de mai sus, reiese că mulțimea vidă nu conține nici un individ existent și se subordonează oricărei mulțimi, iar mulțimea universală conține toți indivizii existenți și se supraordonează oricărei mulțimi.

3.2. RECUPERAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL SILOGISTICII

Sistemul predicatelor silogistice a fost articulat în antichitatea greacă (prin scrierile lui Aristotel) și a fost rafinat, cu precădere în Evul de mijloc. Pînă în epoca modernă, acest construct formal a deținut o poziție privilegiată, astfel încît logica se confunda cu ceea ce astăzi se numește „silogistica tradițională". În contextul matematizării logicii, sistemul predicatelor silogistice pierde teren în favoarea unor instrumente de analiză mai riguroase: ne referim aici la „logica predicatelor (de ordinul întîi)" și la teoria mulțimilor. La ora actuală interesul pentru componenta silogistică a logicii este destul de limitat: în cele mai multe manuale și tratate de logică ea este cu totul omisă.

Deși are un statut relativ precar, silogistica se impune ca obiect de analiză în cuprinsul acestei încercări, în măsura în care sistemul operațiilor aferente relevă o evidentă dimensiune cuantificațională.

Potrivit paradigmei silogistice, orice propoziție simplă se obține prin aplicarea unei operații specifice la două noțiuni. Noțiunea despre care se afirmă ceva este numită „subiect logic", iar noțiunea care se afirmă / enunță despre ceva se numește „predicat logic". Într-o variantă strict extensională – singura pe care o luăm deocamdată în seamă –, considerația de mai sus revine la constatarea că propozițiile silogistice se obțin prin stabilirea unui grad de includere, respectiv de excludere între două clase, anume: între sfera subiectului logic și sfera predicatului logic.

De regulă, se disting trei ramuri ale silogisticii: *silogistica aristotelică*, *silogistica tradițională* și *silogistica modernă*.

Silogistica aristotelică oferă cel mai frust instrumentar logic corespunzător nivelului atomar, dat fiind că în perimetrul acesteia pot fi codificate formal doar propozițiile neexclusive universale, respectiv particulare. În plus, sînt trecute cu vederea propozițiile în care intervin clase vide sau clase totale. Această ultimă restricție are drept formulare „naturală" afirmația cum că subiectul logic și predicatul logic dintr-o propoziție silogistică (I) au măcar un concept „veritabil" (propriu) subordonat, (II) au măcar un concept veritabil supraordonat și (III) au măcar un concept contrar [8]. În expresie formală, asumarea cadrului aristotelic de analiză logică presupune adoptarea de-o manieră explicită a supoziției de „existență și netotalitate", conform cu (EnT), precum și a supoziției de generalitate, potrivit schemei (G).

(EnT) $(\wedge m_i)(\vee x_j)(\vee x_k)((x_j \in m_i) \wedge (x_k \in \neg m_i))$

(G) $(\wedge m_i) \sim (!\, 1x_j)(x_j \in m_i)$

---

[8] D. Stoianovici, *Termenii singulari în logică: o analiză a unor puncte de vedere și divergențe din logica tradițională și din cea modernă*, teză de doctorat, Iași, 1973, p. 180.

Astfel, analizarea cu mijloacele silogisticii aristotelice a propozițiilor neexclusive universal - afirmative, universal - negative, particular - afirmative și particular - negative se efectuează în conformitate cu următoarele patru scheme:

Toți M *sînt* P = M a P, *Unii* M *sînt* P = M i P *și*

Nici un M *nu este* P = M e P, *Unii* M *nu sînt* P = M o P.

Predicatorii silogisticii „a", „e", „i" și „o" își precizează aria de aplicabilitate o dată cu definirea lor în teoria mulțimilor, potrivit schemelor (D182.1 – 185.1), respectiv în logica cuantificațională, conform cu (D182.2 – 185.2).

(D182.1) $(M \text{ a } P) = (M \subseteq P)$ (D184.1) $(M \text{ i } P) = (M \times P)$

(D183.1) $(M \text{ e } P) = (M \uparrow P)$ (D185.1) $(M \text{ o } P) = (M \not\subseteq P)$

(D182.2) $(M \text{ a } P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$

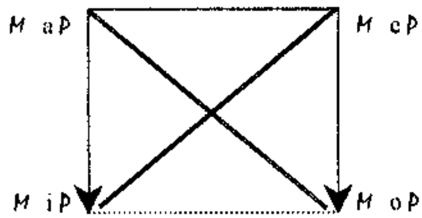
(D183.2) $(M \text{ e } P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$

(D184.2) $(M \text{ i } P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$

(D185.2) $(M \text{ o } P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

La o simplă inspectare a definițiilor prezentate anterior se poate observa cu ușurință că predicatele de tip aristotelic sînt, în ultimă instanță, operații complexe de cuantificare.

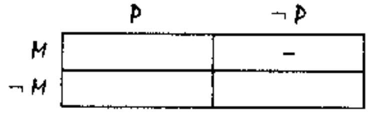
Una dintre cele mai discutate probleme cu privire la silogistica aristotelică o constituie confirmarea raporturilor stabilite în cadrul „pătratului lui Boëthius", relațiile corespunzătoare păstrîndu-și vechile reprezentări.



123°. Pătratul logic al schemelor propoziționale din silogistica aristotelică

„Piatra de poticnire" în ce privește această problemă constă în validarea legii sub- *vs.* supra - alternării, mai precis, în validarea deducerii unei propoziții particulare din propoziția universală de aceeași calitate (sau a deducerii negației unei propoziții universale din negația propoziției particulare de aceeași calitate). Astfel, dacă se asumă corectitudinea formală a inferențelor $M \text{ a } P \Rightarrow M \text{ i } P$ și $M \text{ e } P \Rightarrow M \text{ o } P$ și valabilitatea definițiilor (D182.1– 185.1), ar trebui să se accepte fără rezerve și validitatea deducțiilor: $M \subseteq P \Rightarrow M \times P$ și $M \uparrow P \Rightarrow M \not\subseteq P$, respectiv $(\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \Rightarrow (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$ și $(\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \Rightarrow (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$.

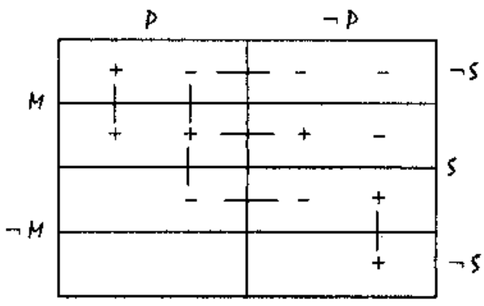
Or, s-ar părea că premisele acestor inferențe nu constituie un temei suficient pentru derivarea concluziilor corespunzătoare. Spre exemplu, apelînd la metoda diagramelor rectangulare, se poate arăta că $M \times P$ nu decurge exclusiv din $M \subseteq P$.



124°. O diagramă rectangulară ce confirmă nevaliditatea deducerii unei propoziţii particulare din propoziţia universală de aceeaşi calitate, în contextul logicii moderne

Fără a intra în detaliile acestei probleme – care iese parţial din cadrul acestei cercetări –, ar fi de notat că efortul de *„a capta sintactic exigenţele semantice preconizate de Aristotel"* şi, implicit, de a conserva toate relaţiile stabilite în pătratul lui Boëthius prin amendarea ecuaţiilor (D182.1 – 185.1) nu duce la împlinirea idealului aristotelic de limbaj referenţial pentru schemele demonstrative silogistice [9].

Astfel, dacă se asociază (potrivit soluţiei Strawson - Smirnov) definienzii M a P şi M e P cu definitorii „tari": $M\ (\times \wedge \subseteq \wedge \underline{\times})\ P$, respectiv $M\ (\not\subseteq \wedge \uparrow \wedge \not\supseteq)\ P$, iar nu cu definitorii „standard" – $M \subseteq P$ *vs.* $M \uparrow P$ –, în condiţiile în care sînt menţinute raporturile din pătratul logic, ar trebui să fie „atenuaţi" definitorii propoziţiilor M o P şi M i P în varianta $M\ (\uparrow \vee \not\subseteq \vee \underline{\uparrow})\ P$, respectiv în varianta $M\ (\subseteq \vee \times \vee \supseteq)\ P$. Însă, această reamenajare a cadrului definiţional [10] anulează dimensiunea „referenţială" a propoziţiilor particulare şi sacrifică (în consecinţă) sectorul „absolut" din silogistica formală standard. *Exempli causa*: se poate dovedi cu uşurinţă, prin metoda diagramelor rectangulare, suspendarea validităţii în cazul modului silogistic *Darii*. Diagrama (125°), care reprezintă informaţia premiselor M a P şi S i M, nu conţine implicit şi informaţia concluziei S i P.



125°. O diagramă rectangulară ce atestă nevaliditatea silogismului Darii *în contextul definiţiilor Strawson - Smirnov*

Ni se pare important de notat faptul că asumarea cadrului ontologic aristotelic nu reclamă „adaptarea" definiţiilor (D182.1) – (D185.1); dimpotrivă, ea se realizează simplu şi integral, corelînd aceste definiţii cu axioma (EnT). Spre exemplu, inferenţa imediată M a $P \Rightarrow M$ i P se dovedeşte a fi validă, cîtă vreme se ţine cont în derivarea concluziei de o instanţă a schemei axiomatice (EnT), anume, de afirmaţia $M \neq \varnothing$ (adică M i M). Este de remarcat, apoi, că validarea

[9] O tratare impecabilă a temei în atenţie este de găsit în: Petru Ioan, *Logică şi filosofie. Restanţe, radiografii, retrospective*, cap. 3: „Adevărul logic şi supoziţia de existenţă". Institutul European, Iaşi, 1996, pp. 44-78.

[10] O prezentare sistematică a variantelor de recuperare a silogisticii asertorice cu mijloacele logicii moderne a predicatelor este de găsit în: Sorin Vieru, *Axiomatizări şi modele ale sistemelor silogistice*, (îndeosebi) cap. II: „Silogistica aristotelică şi logica predicatelor", Editura Academiei, Bucureşti, 1975, pp. 49-84.

respectivei inferențe nu presupune „întărirea“ premisei sau „adăugarea“ unei premise existențiale, în măsura în care axiomele și postulatele dintr-un sistem formal – în speță, axiomele din silogistica aristotelică – funcționează implicit și ca premise pentru toate inferențele construite în perimetrul acestuia.

Logicienii medievali au lărgit cadrele teoretice fixate de Aristotel, prin renunțarea la supoziția de generalitate, (G), *id est* prin recuperarea în formalisme a propozițiilor singulare. Astfel, s-a constituit ceea ce astăzi se numește „silogistica tradițională“. Într-o primă variantă, analiza logică a propozițiilor singulare nu a fost legată de proliferarea predicatelor silogistice, aceste propoziții fiind asimilate cu propozițiile universale de aceeași calitate. Singurele rezerve menționate în acest context sînt legate doar de posibilitatea ca o noțiune individuală să joace rolul de predicat logic, în special: de posibilitatea convertirii propozițiilor singulare.

Definirea conceptului de clasă individuală / singulară [11] ne prilejuiește efectuarea unui scurt excurs lămuritor. În literatura logică s-a încetățenit, oarecum, părerea că o clasă este *singulară*, dacă și numai dacă are un singur element [12]. Prin contrast, clasele *generale* s-ar caracteriza prin aceea că au cel puțin două elemente [13]. Dacă se convine asupra notării operațiilor de atribuire a singularității, respectiv a generalității cu ajutorul predicatorilor (de ordinul doi) „Sing“ *vs.* „Gen“, considerațiile de mai sus pot fi exprimate formal prin intermediul definițiilor (D186.1 – 187.1).

$$\text{(D186.1)}\ \ \mathrm{Sing}\ (M) = (!\ 1x_i)(x_i \in M)$$

$$\text{(D187.1)}\ \ \mathrm{Gen}\ (M) = (2\,x_i)(x_i \in M)$$

Însă, calificare unei mulțimi ca singulară sau generală trebuie efectuată pe baza unui criteriu sintactic, iar nu semantic. Cu alte cuvinte, nu criteriul corespondenței – „confruntarea“ cu universul lucrurilor existente –, ci studiul morfologic al termenilor ne îngăduie să stabilim singularitatea sau generalitatea claselor desemnate. Spre exemplu, termenul *„fiu al lui George Coșbuc“* denotă o clasă generală, chiar dacă, în fapt, această clasă are un singur element (real).

În concluzie, pare mai potrivit să afirmăm că mulțimile individuale au, în mod necesar, cel mult un element (diferit de nimic) și că mulțimile generale pot conține două sau mai multe elemente care să nu se identifice cu nimicul, conform cu definițiile (D186.2) – (D187.2).

$$\text{(D186.2)}\ \ \mathrm{Sing}\ (M) = \mathrm{nc}\ ((1\ !\ x_i)\ (x_i \in M))$$

$$\text{(D187.2)}\ \ \mathrm{Gen}\ (M) = \mathrm{ps}\ ((2\ x_i)\ (x_i \in M))$$

Această reconstruire a „cîmpului definițional“ ne va permite să antrenăm în formalisme, fără a comite o *contradictio in adjecto*, atît clase singulare, cît și clase generale vide.

O dată isprăvit acest excurs, rămîne de adăugat că recuperarea la nivel formal a propozițiilor singulare se poate face și prin prezervarea caracterului lor aparte (distinct de cel al propozițiilor universale). Potrivit acestei variante, ar urma să fie in-

---

[11] Termenii „clasă individuală“ și „clasă singulară“ sînt coreferenți cu expresiile *„unit set“*, *„singleton“* și *„Einermenge“*.

[12] Cf., de exemplu, R. Wall, *Einführung in die Logik und Mathematik für Linguisten*, I: „Logik und Mengenlehre“, Scriptor Verlag, Kronberg Ts., 1973, p. 12; A. Grzegorczyk, *An Outline of Mathematical Logic*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1974, p. 3; [2a: 19].

[13] Grigore C. Moisil consideră că aici am avea de-a face cu *„mulțimile astfel numite în limba naturală“* [2 a: 19].

troduşi doi noi predicatori silogistici – „ε" şi „ε'" –, care se constituie în abrevieri ale sincategoremelor naturale „... *este (un)* ...", respectiv „... *nu este (un)* ..." [14] şi care îşi precizează „aria de aplicabilitate" în definiţiie (D188 – 189).

$$\text{(D188)}\quad (M\ \varepsilon\ P) = (M \in P)$$

$$\text{(D189)}\quad (M\ \varepsilon'\ P) = (M \notin P)$$

În sfîrşit, constituirea silogisticii moderne este legată, pe de o parte, de proliferarea fără precedent a predicatelor silogistice, iar, pe de altă parte, de „relaxarea" regimului ontologic, *id est* de eliminarea supoziţiei de existenţă şi netotalitate.

Prima încercare modernă de a reforma silogistica tradiţională se regăseşte în contribuţiile lui W. Hamilton şi ale lui A. de Morgan şi aduce cu sine o cuantificare *sui generis* atît a subiectului logic cît şi a predicatului logic. Intenţia autorilor pomeniţi a fost aceea de a contura corect „relaţiile unice şi determinate" de apartenenţă sau de „prezenţă - absenţă" între noţiunile ce se constituie ca subiect logic, respectiv ca predicat logic în propoziţiile atributive. În ideea realizării acestui obiectiv – de a exprima explicit ceea ce este gîndit implicit [15] – s-a propus o reformulare insolită a sincategoremelor silogistice clasice, astfel încît, în final, rezultă patru feluri de propoziţii afirmative – toto - parţiale, toto - totale, parti - parţiale şi parti - totale – şi patru feluri de propoziţii negative – de asemenea, toto - parţiale, toto - totale, parti - parţiale şi parti - totale –, posibil de regăsit în opt scheme de identitate [16].

Toţi M *sînt unii* P = M a.h. P	*Toţi* M *sînt toţi* P = M u.h. P
Unii M *sînt unii* P = M i.h. P	*Unii* M *sînt toţi* P M y.h. P
Nici un M *nu este vreun* P = M η.h. P	*Nici un* M *nu este nici un* P = M e.h. P
Unii M *nu sînt unii* P = M ω.h. P	*Unii* M *nu sînt toţi* P M o.h. P

Caracterul întrucîtva rebarbativ al respectivilor predicatori silogistici creează dificultăţi în identificarea relaţiilor ce se stabilesc între clasele luate în considerare. Totuşi, dincolo de ambiguitatea care marchează (în special) propoziţiile negative, predicatele silogistice hamiltoniene pot fi explicitate în definiţiile (D190 – 196).

$$\text{(D190)}\quad (M\ \text{a.h.}\ P) = (M \subset P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$$

$$\text{(D191)}\quad (M\ \text{u.h.}\ P) = (M = P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \leftrightarrow (x_i \in P))$$

$$\text{(D192)}\quad (M\ \text{i.h.}\ P) = (M (\times \wedge \not\supset) P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$$

$$\text{(D193)}\quad (M\ \text{y.h.}\ P) = (M (\times \wedge \supseteq) P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge \wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$$

$$\text{(D194)}\quad (M\ \eta\text{.h.}\ P) = (M\ \text{e.h.}\ P) = (M \uparrow P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

$$\text{(D195)}\quad (M\ \omega\text{.h.}\ P) = (M \oplus P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge \wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$$

[14] Cf. O. Bird, *Sylogistic and Its Extensions*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, p. 91; P. F. Strawson, *Introduction to Logical Theory*, Methuen & Co Ltd., London, 1964, p. 104; I. Didilescu şi P. Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică şi interpretările moderne*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976, p. 353.

[15] Cf. Tadeusz Kotarbinski, *Leçons sur l'histoire de la logique*, PWN Editions Scientifiques de Pologne, Warszawa, 1965, p. 145.

[16] Pentru a elimina eventualele confuzii, am adăugat la forma originară a celor opt predicatori silogistici litera „h". Subînţelegem, astfel, că avem de-a face cu predicatori silogistici „hamiltonieni".

$$(D196)\ (M\ \text{o.h.}\ P) = (M\ (\not\subset \wedge \uparrow)\ P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

La aceste ecuaţii se pot adăuga eventual şi diagramele rectangulare corespunzătoare, care se regăsesc, de altfel, în seria de figuri logice (1) – (81) din subcapitolul precedent.

„Forma artificială şi confuză" sub care apar predicatele hamiltoniene îndreptăţesc acordarea unor interpretări multiple. În contrast parţial cu definiţiile anunţate mai sus se plasează, de pildă, interpretarea dată de Florea Ţuţugan, după care propoziţiile afirmative parti - totale se obţin prin instituirea relaţiei de supraordonare strictă şi, în afara propoziţiilor toto - totale, toate propoziţiile negative exprimă aceleaşi raporturi ca propoziţiile corespunzătoare de calitate opusă. Cu privire la propoziţiile negative toto - totale se concede că ele rezultă din stabilirea relaţiei de contrarietate [17].

Deşi are meritul de a se înscrie pe linia eforturilor de a depăşi închistarea logicii clasice – stadiul precar în care se situa atunci disciplina este zugrăvit pe deplin de sentinţa kantiană: *„nu mai există nici un logician renumit, şi nici n-avem nevoie de noi descoperiri în logică"* [18] –, cuantificarea hamiltoniană se dovedeşte a fi pînă la urmă un „mijloc cu totul imperfect" de a exprima cantitatea logică a judecăţilor [19]. Astfel, pe de o parte, cuantificarea hamiltoniană nu permite exprimarea a cel puţin două raporturi clasiale remarcabile – subcontrarietatea şi contradicţia –, iar, pe de altă parte, ea oferă expresii multiple (şi confuze) pentru unul şi acelaşi predicat.

În rîndul încercărilor de a reforma silogistica tradiţională prin dezvoltarea componentei operatorii, poate fi înscrisă şi tentativa lui Robert Blanché de a construi un sistem ternar în care să fie conservată bivalenţa *adevăr – fals* [20]. Ar fi de remarcat aici utilizarea a doi predicatori silogistici remarcabili – „y" / *„numai unii ... [nu] sînt ..."* şi „u.b." / *„toţi ... sînt... sau nici un ... nu este ..."* [21] –, ale căror desemnate se definesc în propoziţiile de identitate:

$$(D197.1)\ (M\ \text{y}\ P) = (M \oplus P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge \wedge (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))\ \text{şi}$$

$$(D198.1)\ (M\ \text{u.b.}\ P) = (M \subseteq P) \vee (M \uparrow P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow \rightarrow (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

De regulă, aplicaţiile exprimate de predicatorii silogistici „y" şi „u.b." sînt asociate cu acelea care sînt reprezentate de predicatorii clasici „a", „e", „i" şi „o" în două structuri logice impecabile, (126°) – (127°), structuri ce se determină prin asumarea *vs.* refutarea supoziţiei (EnT). (Întrucît anterior au fost analizate şi alte instanţe ale hexadei logice, lăsăm în seama cititorului „decriptarea" inferenţelor valide care sînt astfel rezumate.)

Una dintre cele mai importante dezvoltări contemporane ale silogisticii s-a conturat o dată cu constituirea modelării „stocastice" şi a modelării „plurative" [22], *id*

---

[17] Florea Ţuţugan, *Cercetări asupra relaţiilor unice şi determinate şi critica teoriei cantificării predicatului a lui W. Hamilton*, în: „Revista de Filosofie", nr. 1-2, vol. XXVIII, 1943, pp. 72-80.

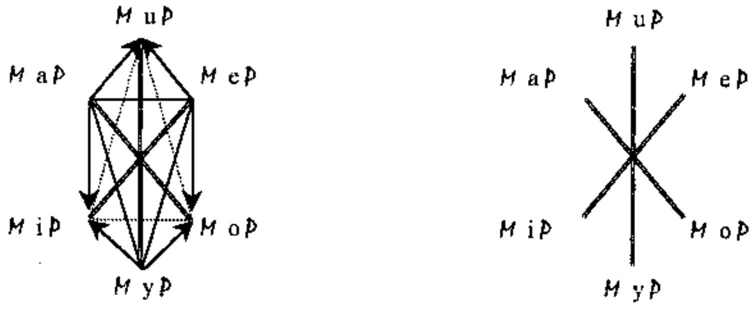
[18] Immanuel Kant, *Logica generală*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985, p. 154.

[19] Al. Posescu, *Teoria logică a judecăţii*, Cugetarea – Georgescu Delafras S.A., Bucureşti, 1947, p. 43.

[20] Robert Blanché, *Sur la trivalence*, în: „Logique et analyse", 59-60, 1972, pp. 569-81.

[21] Am utilizat expresia „u.b." în loc de „u" pentru a elimina eventualele confuzii legate de omonimie. Predicatorul „u" este folosit de-o manieră distinctă atît de Robert Blanché şi William Hamilton cît şi (aşa cum se va constata mai tîrziu) de Nicholas Rescher.

[22] Am preferat să conservăm şi în etichetele acestor două demersuri teoretice diferenţele pe care le comportă. Astfel,



126° – 127°. Două diagrame logice în care se explicitează predicatele silogistice „standard"

est o dată cu antrenarea în formalisme a predicatelor desemnate de sincategoremele naturale *„cei mai mulţi ... sînt ..."* / *„aproape toţi ... sînt ..."*, *„cei mai mulţi ... nu sînt ..."* / *„foarte puţini ... sînt ..."*, *„există destui ... care sînt ..."* şi *„există destui ... care nu sînt ..."*, respectiv *„majoritatea ... sînt ..."*, *„majoritatea ... nu sînt ..."*, *„cel puţin jumătate dintre ... sînt ..."* şi *„cel puţin jumătate dintre ... nu sînt ..."* [23]. Ţinînd cont şi de notaţiile corespunzătoare propuse de B. Thompson [24] şi P. L. Peterson [25], vom asocia cei opt predicatori silogistici naturali (în ordine) cu predicatorii formali stocastici „p", „b", „k" şi „g", respectiv cu predicatorii formali plurativi „u", „w", „w'" şi „u'".

Dimensiunea cantitativă a predicatelor silogistice stocastice poate fi conturată atît în sistemul cuantificărilor nonstandard (aşa cum se poate observa şi în § 1.1.5. !) cît şi în teoria probabilităţii.

În primul caz, predicatele etichetate cu simbolurile „p", „b", „k" şi „g" îşi precizează aria de aplicabilitate în ecuaţiile definiţionale (D199.1) – (D202.1).

$$\text{(D199.1)}\quad (\mathcal{M}\ \ p\,\mathcal{P}) = (P\ x_i)((x_i \in \mathcal{M}) \rightarrow (x_i \in \mathcal{P}))$$

$$\text{(D200.1)}\quad (\mathcal{M}\ \ b\,\mathcal{P}) = (B\,x_i)((x_i \in \mathcal{M}) \rightarrow (x_i \in \mathcal{P}))$$

$$\text{(D201.1)}\quad (\mathcal{M}\ \ k\,\mathcal{P}) = (K\,x_i)((x_i \in \mathcal{M}) \wedge (x_i \in \mathcal{P}))$$

$$\text{(D202.1)}\quad (\mathcal{M}\ \ g\,\mathcal{P}) = (G\ x_i)((x_i \in \mathcal{M}) \wedge (x_i \in \mathcal{P}))$$

Într-o a doua variantă, predicatele în discuţie pot fi situate în modelul stocastic II, elaborat de Gr. C. Moisil [26]. Fie şirul de indivizi $(x_i)_{i \in N}$ şi două scheme clasiale, $\mathcal{M}$ şi $\mathcal{P}$. Dacă „n" denotă numărul propoziţiilor care compun şirul $(x_i \in \mathcal{M})_{i \in N}$ şi „N ($\in \mathcal{M}$, n)", numărul propoziţiilor adevărate din acest şir, atunci probabilita-

se evită formulările oarecum greoaie: „modelarea plurativă de tip Moisil", respectiv „modelarea plurativă de tip Rescher". O paralelă interesantă a celor două ramuri nonstandard ale silogisticii apare în: [14c: pp. 302 sqq.].

[23] Minimele diferenţe în raport cu formele originare ale respectivilor predicatori naturali au menirea de a aduce un plus de claritate. Ele ne vor ajuta să evidenţiem o diferenţă semnificativă între predicatele silogistice stocastice şi predicatele silogistice plurative.

[24] B. Thompson, *Syllogisms Using „Few", „Many" and „Most"*, in: „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 23, nr. 1, 1982, pp. 75-84; Idem, *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York, 1992, (îndeosebi) pp. 44-71; 161-2.

[25] P. L. Peterson, *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, in: „Journal of Philosophical Logic", 20, 1991, pp. 287-313.

[26] Grigore C. Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucarest, 1972, pp. 643-6. Cf. şi [14c: 302 sqq.].

tea ca indivizii x_0, x_1, ... să aparțină lui M poate fi exprimată sub forma limitei $w(\in M)$, pentru $w(\in M) = \lim N(\in M,\ n)\ /\ n$, unde $0 \leq w\ (\in M) \leq 1$.

Dacă se verifică schema $w\ (\in M) = 1$, se poate spune că aproape orice individ aparține mulțimii M. Egalitatea dintre $w\ (\in M)$ și zero trimite la faptul că indivizii ce alcătuiesc mulțimea M sînt într-un număr infim, astfel încît ei pot fi considerați neglijabili. Prin opoziție, formulele „$w\ (\in M) \neq 0$" și „$w\ (\in M) \neq 1$" exprimă afirmațiile că membrii clasei M sînt prea numeroși pentru a rămîne neglijabili, respectiv că există destui indivizi din universul de discurs care nu aparțin lui M. Cu ajutorul acestor ingrediente, predicatele silogistice plurative pot fi redefinite în ecuațiile (D199.2.1) – (D202.2.2), ce se constituie într-un temei suficient pentru ordonarea propozițiilor stocastice pe structura pătratului logic (a se vedea diagrama 128°).

(D199.2.1) $(M\ \ p\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \notin P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) = 0)$

(D199.2.2) $(M\ \ p\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \in P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) = 1)$

(D200.2.1) $(M\ \ b\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \in P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) = 0)$

(D200.2.2) $(M\ \ b\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \notin P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) = 1)$

(D201.2.1) $(M\ \ k\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \in P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) \neq 0)$

(D201.2.2) $(M\ \ k\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \notin P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) \neq 1)$

(D202.2.1) $(M\ \ g\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \notin P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) \neq 0)$

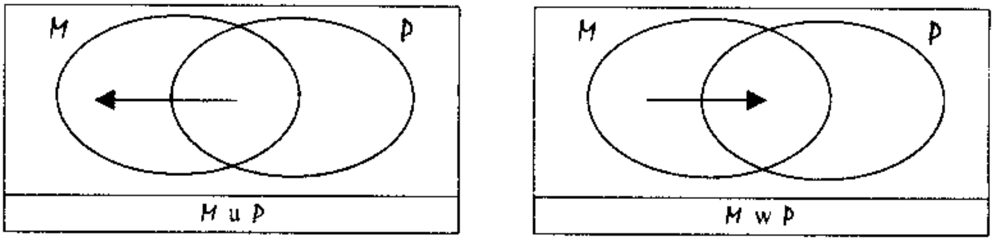
(D202.2.2) $(M\ \ g\,P) = (\lim N(\in M\ \wedge \in P,\ n)\ /\ N(\in M,\ n) \neq 1)$

Evident, nimic nu ne-ar împiedica să transformăm pătratul logic într-un hexagon logic, o dată cu utilizarea predicatorilor stocastici compuși „$(p \vee b)$" / „*cei mai mulți ... sînt ... sau cei mai mulți ... nu sînt ...*", respectiv „$(k \wedge g)$" / „*destul de mulți, dar nu cei mai mulți ... sînt ...*". Construirea noii figuri logice este cu totul banală și, de aceea nu stăruim asupra ei.

Cît privește explicitarea predicatelor plurative, supunem atenției modelarea geometrică propusă de Nicholas Rescher [27]. Potrivit acestei interpretări, fiecare propoziție plurativă derivată din schemele M u P, M w P, M w' P și M u' P conține o corelare numerică între două instanțe ale subclaselor $M \cap P$ și $M \cap \neg P$. Astfel, formulele „M u P" și „M w P" „informează" că subclasa $M \cap P$ este mai numeroasă decît subclasa $M \cap \neg P$, respectiv că subclasa $M \cap \neg P$ are mai mulți membri decît $M \cap P$. Prin opoziție, M w' P și M u' P „relatează" că $M \cap P$ are tot atîția membri sau mai mulți față de $M \cap \neg P$, respectiv că subclasa $M \cap \neg P$ este la fel de numeroasă sau mai numeroasă în raport cu subclasa $M \cap P$.

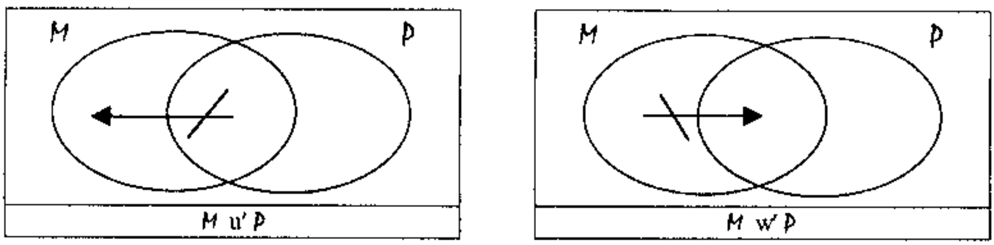
Pentru a reprezenta geometric propozițiile plurative astfel determinate, Nicholas Rescher aduce o dezvoltare a sistemului de diagrame circulare Venn. Elementul de noutate propus este constituit de următoarea convenție: unind cu o săgeată două zone dintr-o diagramă, se desemnează afirmația că subclasa reprezentată de zona în care se află „aripa" săgeții este mai numeroasă decît subclasa reprezentată de zona în care se află „capul" săgeții. În aceste condiții, propozițiile plurative universale se regăsesc în secvența diagramatică (129°).

[27] Nicholas Rescher, *Venn Diagrams for Plurative Syllogisms*, în: N. Rescher, *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - Holland, 1968, pp. 126-33.



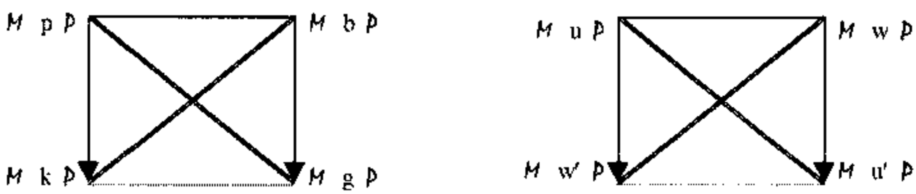
129°. Diagramele Venn aferente propozițiilor plurative universale, în concepția lui Nicholas Rescher

Deși propozițiile de particularitate nu au un impact semnificativ în cadrul silogisticii plurative, se poate trece la reprezentarea lor prin intermediul diagramelor circulare, aplicînd o „tăietură" săgeții care stă pentru raportul numeric conținut în propoziția opusă.



130°. Diagrame Venn ce reprezintă propoziții plurative particulare

Printr-o analogie banală, propozițiile plurative pot fi ordonate, la rîndul lor, într-un pătrat logic (131°) capabil să prezinte de-o manieră rezumativă cele mai relevante raporturi dintre ele. Trecerea la structura hexagonală specifică presupune adoptarea predicatorilor plurativi complecși „(u ∨ w)" / *„majoritatea ... sînt ... sau majoritatea ... nu sînt ..."* și „(w' ∧ u')" / *„cel puțin jumătate dintre ... sînt și cel puțin jumătate dintre ... nu sînt ..."*.



128°, 131°. Două pătrate logice în care se regăsesc propozițiile silogistice stocastice și propozițiile silogistice plurative

Utilizarea definițiilor diagramatice ale predicatelor *u*, *w*, *w'* și *u'* în verificarea silogismelor (și, în general, a raționamentelor) plurative constituie o problemă care s-a bucurat deja de tratări mai mult sau mai puțin aplicate [28].

Cît privește clasa predicatelor silogistice fracționale sau procentuale (analizate mai mult sau mai puțin amănunțit de J. H. Lambert, B. Thompson sau P. L.

---

[28] Recomandăm în mod deosebit: Constantin Sălăvăstru, *Antinomiile receptivității*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1997, pp. 227-64.

Peterson trebuie să remarcăm faptul că ele apar exclusiv în formulări naturale. Atîta vreme cît aceste operații admit o reflectare formală elegantă în sistemul cuantificărilor nonstandard (§ 1.1.5.), „îmbogățirea" limbajului L cu predicatorii silogistici corespunzători este cel puțin superfluă.

În finalul acestui subcapitol ar putea fi adăugată o precizare conceptuală, credem noi, fertilă. După cum s-a menționat deja, încercările de silogistică modernă vizează, pe de o parte, rafinarea aparatului operațional, iar, pe de altă parte, suspendarea supoziției de existență și netotalitate. Această ultimă abordare teoretică este legată de constituirea silogisticii libere (de angajament ontologic). Or, s-a constatat că anumite inferențe din silogistica tradițională nu mai sînt valide în noul context. Pentru a marca diferența dintre aceste inferențe, care sînt determinate sub raportul validității de poziția luată față de supoziția (EnT) și inferențele „cu totul" nevalide, se poate apela la conceptul de raționament „penevalid" („pseudovalid")[28]. Așadar, vor fi considerate penevalide toate raționamentele care sînt nevalide în silogistica liberă, dar care se dovedesc valide în silogistica tradițională. Spre exemplu, raționamentul: $M \text{a} P \ \therefore \ M \text{i} P$ este nevalid în silogistica liberă, însă, devine valid, dacă se asumă o instanță a supoziției (EnT), anume: $M \neq \varnothing$ (respectiv $M \text{ i } M$). În aceste condiții, respectivul argument poate fi considerat penevalid.

Această afirmație poate fi dovedită cu ușurință în sistemul diagramelor rectangulare. Astfel, raționamentul $M \text{ a } P \ \therefore \ M \text{ i } P$ poate fi judecat sub raportul validității în funcție de suspendarea, respectiv acceptarea supoziției de existență și netotalitate (în speță, a condiției: $M \neq \varnothing$), potrivit diagramelor (132°) și (133°).

	P	$\neg P$
M		$-$
$\neg M$		

	P	$\neg P$
M	$+$	$-$
$\neg M$		

132° - 133°. Diagrame de verificare a raționamentului $M \text{ a } P \ \therefore \ M \text{ i } P$

3.3. MODALITĂȚILE DINAMICE, CA FORME SPECIFICE DE EXPRIMARE A SUPRAOPERAȚIEI DE CUANTIFICARE

Cercetînd, în subcapitolul 1.3., maniera în care conectivele modale pot fi reduse la operațiile de cuantificare „propriu - zise", am făcut precizarea că modalizările (alethice) se aplică, de regulă, în varianta *de dicto*. În cele ce urmează, vom încerca să dovedim că operațiile de modalizare își vădesc valențele cantitative la fel de bine și în varianta *de re*. Mai exact, vom căuta definiții convenabile în contextul logicii de tip cuantificațional pentru așa - zisele „modalități dinamice"[29], *id est* pentru operațiile de afirmare a proprietăților dispoziționale, respectiv a proprietăților propensive cu privire la un individ sau altul.

Promovat de Rudolf Carnap sub auspiciile Cercului de la Viena, conceptul de proprietate dispozițională[30] s-a impus decisiv atenției cercetătorilor din do-

[28] H. Pospesel, *Introduction to Logic. Predicate Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, p. 91. Autorul utilizează în acest sens expresia „*penevalid*".

[29] G. H. von Wright, *An Essay in Modal Logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1951, p. 28. (Relevanța logică a predicatelor modale este urmărită și în: A. Sinowjew și H. Wessel, *Logische Sprachregeln*, Verlag Wilhelm Fink, München - Salzburg, 1975, pp. 443-4.)

[30] Explicitarea conceptului de proprietate dispozițională (ca și a celui de proprietate propensivă) are drept sursă: T. Dima, *Aspecte ale dialecticii posibilului relevate prin interpretarea probabilității cu ajutorul tendin-*

meniile epistemologiei și logicii . Se admite, în acest sens, că proprietățile de felul celor desemnate de termenii „solubil", „comestibil", „transparent", „fragil" etc. au un caracter „ascuns", ele fiind, însă, „etalate" întotdeauna de obiectele care le posedă, dacă sînt întrunite circumstanțele adecvate pentru manifestarea lor.

Evident, nu multiplele semnificații epistemologice și, în general, filosofice ale acestei probleme interesează în contextul acestei analize, ci posibilitatea recuperării „jocului" pe care îl creează, cu ajutorul instrumentarului logic - formal.

Fie „c^m", un termen circumstanțial variabil, iar „Λ^d" și „Λ^m", doi termeni atributivi schematici (avînd valența unu). Termenul „c^m" desemnează o circumstanță (sau un „mediu") oarecare în care se poate manifesta o proprietate dispozițională, în timp ce termenii atributivi stau pentru o schemă de proprietăți „ascunse", respectiv pentru schema proprietăților „manifeste" care le corespund.

În temeiul acestor considerații și convenții notaționale, modalitățile dinamice pot fi asimilate potrivit definiției (D203):

$$\text{(D203) atr } (\Lambda^d, \alpha) = (\wedge c^m) \text{ atr } (\Lambda^m, \alpha, c^m).$$

Așadar, individul α are (sau se bucură de) proprietatea dispozițională Λ^d, dacă și numai dacă, pentru fiecare substituție existentă a circumstanței de manifestare c^m, α are în c^m proprietatea manifestă (corespunzătoare) Λ^m.

Exempli gratia: unei oglinzi i se poate atribui proprietatea dispozițională de a fi fragilă, în măsura în care, fiind întrunită oricare dintre „condițiile adecvate de solicitări exterioare", acea oglindă are proprietatea manifestă de a se sparge ușor.

Spre deosebire de proprietățile dispoziționale, proprietățile propensive / stocastice) – analizate, printre alții, de Karl Popper și Mario Bunge – nu se „realizează" univoc (dată fiind o circumstanță de manifestare), ci pe un interval de valori. Această stare de lucruri face ca măsurarea tendinței de actualizare a respectivelor proprietăți să se poată efectua în contextul logicii probabiliste sau în cel al cuantificărilor stocastice. În primul caz, atribuirea unei proprietăți propensive la un individ este corelată cu un grad de probabilitate al afirmației că acel individ etalează proprietatea manifestă corespunzătoare. Potrivit celei de-a doua variante – singura la care ne oprim în cuprinsul acestei încercări –, atribuirea unei proprietăți propensive la un individ este justificată, dacă și numai dacă, în aproape toate circumstanțele de manifestare, individul prezintă forma „actualizată" a respectivei proprietăți propensive. De pildă, un individ poate fi socotit inteligent, dacă și numai dacă, în cele mai multe circumstanțe, manifestă ipostaza corespunzătoare a inteligenței.

Dacă se concede că expresia „Λ^p" denotă o schemă de proprietăți propensive, atunci modalitățile dinamice constituite prin atribuirea proprietăților propensive se explicitează în propoziția de identitate (D204).

$$\text{(D204) atr } (\Lambda^p, \alpha) = (P c^m) \text{ atr } (\Lambda^p, \alpha, c^m)$$

Reținem, prin urmare, că proprietățile propensive se etalează în circumstanțele de manifestare specifice de-o manieră statistică, ele putînd rămîne ascunse într-un număr – e drept, foarte mic – de cazuri.

În concluzie, se poate afirma că subclasa modalităților dinamice reușește să suplinească pe anumite tronsoane ale analizei logice două categorii de cuantificări propriu - zise.

țelor, în: P. Dumitrescu (ed.), *Coordonate ale gîndirii filosofice și social - politice românești contemporane*, Editura Junimea, Iași, 1989, pp. 138-73.

4. MĂRCI ALE CANTITĂŢII ÎN CONTEXTUL OPERATORILOR STRICTO SENSU

În desluşirea însemnelor cantitative prezente la nivelul operatorilor logici nu putem face abstracţie de clasa operatorilor *stricto sensu*, adică de clasa acelor operatori care permit derivarea unor termeni (compuşi) din alţi termeni.

4.1. CANTITATE ŞI CARDINALITATE

Una dintre cele mai interesante probleme din teoria mulţimilor priveşte compararea claselor sub aspectul mărimii, adică sub raportul cantităţii de elemente conţinute. Conceptul „cheie" utilizat în acest context – cardinalitatea / puterea [1] unei mulţimi – se explică intuitiv în următoarea propoziţie condiţională: dacă „$\mathcal{M}$" stă pentru o clasă oarecare, atunci *„cardinalitatea clasei* $\mathcal{M}$ " – în expresie formalizată, „card ($\mathcal{M}$)" – desemnează numărul elementelor din clasa $\mathcal{M}$[2]. Cu alte cuvinte, funcţia de cardinalitate se defineşte pe clasa tuturor claselor şi ia valori în mulţimea numerelor naturale.

Alături de această explicaţie intuitivă, logicienii de inspiraţie matematică aduc în atenţie şi o definiţie riguroasă, care se înscrie pe făgaşul teoretic marcat de Gottlob Frege şi Bertrand Russell. Mai întîi, ar fi de definit operaţia de instituire a relaţiei de „echivalenţă" (sau echipotenţă, echipolenţă, biunivocitate) dintre două mulţimi [3]. Astfel, se poate spune că două mulţimi – $\mathcal{M}$ şi $\mathcal{P}$ – sînt echivalente (mai exact: echinumerice), dacă şi numai dacă fiecărui element din $\mathcal{M}$ îi corespunde exact un element din $\mathcal{P}$ şi reciproc: fiecărui element din $\mathcal{P}$ îi corespunde exact un element din $\mathcal{M}$. Notînd cu „$\cong$" operaţia de stabilire a relaţiei de echipolenţă, definiţia de mai sus revine la schema formală (D205):

$$\begin{aligned}(\text{D205})\ (\mathcal{M} \cong \mathcal{P}) = (\vee X_i^2)\ ((\wedge x_j)\ ((x_j \in \mathcal{M}) \rightarrow (\vee x_k)\ ((x_k \in \mathcal{P}) \wedge \\ \wedge X_i^2\ (x_j,\ x_k))) \wedge (\wedge x_k)\ ((x_k \in \mathcal{P}) \rightarrow (\vee x_j)\ ((x_j \in \mathcal{M}) \wedge X_i^2\ (x_j,\ x_k))) \wedge \\ \wedge\ (\wedge x_j)\ (\wedge x_k)\ (\wedge x_n)\ (((X_i^2\ (x_j,\ x_n) \wedge X_i^2\ (x_k,\ x_n) \rightarrow (x_j = x_k)) \wedge \\ \wedge (X_i^2\ (x_j,\ x_k) \wedge X_i^2\ (x_j,\ x_n) \rightarrow (x_k = x_n)))).\end{aligned}$$

O dată explicitată operaţia de stabilire a relaţiei de biunivocitate, se poate redefini riguros funcţia de cardinalitate după cum urmează: cardinalitatea unei clase $\mathcal{M}$ este clasa tuturor claselor echivalente cu ea: în expresie formală, ceea ce se exprimă prin propoziţia formală (D206).

$$(\text{D206})\ \text{card}\ (\mathcal{M}) = (\lambda m_i)\ (m_i \cong \mathcal{M})$$

---

1 Sinonimia expresiilor „cardinalitate" şi „putere" este asumată, spre exemplu, in: J. Slupecki şi L. Borkowski, *Elements of Mathematical Logic and Set Theory*, PWN - Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1967, pp. 202-4; M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, p. 99.

2 Cf. H. Engesser (ed.), *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim, 1993, p. 400; F. M. McNeil şi Ellen Thro, *Fuzzy Logic. A Practical Approach*, A P Professional, Boston, San Diego, New York, 1994, p. 42; G. Seymour, *The Mathematical Theory of Context Free Languages*, McGraw - Hill Book Company, New York, 1966, p. 2; [1a: 202-4].

3 Consideraţiile care urmează au fost preluate cu unele mici diferenţe terminologice şi notaţionale din: Gh. Enescu, *Dicţionar de logică*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985, pp. 100-1, 261.

În cele ce urmează, nu vom intra în meandrele teoriei matematice a numerelor cardinale, ci vom încerca să relevăm virtuţile operatorii ale funcţiei de cardinalitate, în speţă: capacitatea de a reda cu eleganţă şi acurateţe aspectele cantitative prezente la diferite paliere ale logicii. Am putea spune, împreună cu M. D. Potter, că este mai puţin important să ştim ce sînt cardinalii decît ceea ce ei fac [1b: 89].

Ar fi de notat, pentru început, posibilitatea de a redefini clasa vidă şi clasa universală, altfel spus, clasa care nu are nici un element în afara nimicului şi clasa tuturor indivizilor existenţi, prin schemele (D125.5) şi (D126.5).

(D125.5) $\varnothing = (\imath m_i)$ (card $(m_i) = 0$)

(D126.5) $U = (\imath m_i)$ (card $(m_i) = \aleph_0$)

În al doilea rînd, funcţia de cardinalitate poate sluji la transpunerea în plan formal a definiţiilor privitoare la unele caracteristici remarcabile ale claselor. Astfel, atribuirea caracterului singular *vs.* general la o clasă oarecare depinde de numărul elementelor pe care respectiva clasă le poate conţine, aşa cum rezultă din (D186.3) şi (D187.3).

(D186.3) Sing (M) = nc ((card $(M) \leq 1$))

(D187.3) Gen (M) = ps ((card $(M) \geq 0$))

Tot la acest punct, ar putea fi redate formal definiţiile altor două proprietăţi ale mulţimilor: proprietatea de a fi finită (Fin), respectiv negaţia ei – proprietatea de a fi infinită (Infin), conform cu (D207) şi (D208).

(D207) Fin (M) = (card $(M) < \aleph_0$)

(D208) Infin (M) = (card $(M) \geq \aleph_0$)

Ar urma, acum, să fie observat felul în care funcţia de cardinalitate suplineşte pe anumite aliniamente categoria predicatelor. Dat fiind, însă, faptul că parcurgerea exhaustivă a redefinirilor corespunzătoare predicatelor ar fi fastidioasă, ne socotim îndreptăţiţi să circumscriem acest demers la categoria predicatelor silogistice. În acest cadru se pot defini succesiv (fără nici un fel de dificultate) predicatele silogistice standard, prin (D182.3 – 185.3), predicatele silogistice stocastice, prin (D199.3.1 – 2) – (D202.3.1 – 2), precum şi predicatele silogistice plurative, conform cu (D209) – (D212).

(D182.3) $(M \text{ a } P)$ = (card $(M \cap \neg P) = 0$) = (card $(M \cap P)$ = card (M))

(D183.3) $(M \text{ e } P)$ = (card $(M \cap P) = 0$) = (card $(M \cap \neg P)$ = card (M))

(D184.3) $(M \text{ i } P)$ = (card $(M \cap P) > 0$) = (card $(M \cap \neg P)$ < card (M))

(D185.3) $(M \text{ o } P)$ = (card $(M \cap \neg P) > 0$) = (card $(M \cap P)$ < card (M))

(D186.3) $(M \text{ y } P)$ = (card $(M \cap P) > 0$) $\wedge$ (card $(M \cap \neg P) > 0$)

(D187.3) $(M \text{ y } P)$ = (card $(M \cap \neg P)$ < card (M)) $\wedge$
$\wedge$ (card $(M \cap P)$ < card (M))

(D188.3) $(M \text{ u } P)$ = (card $(M \cap \neg P) = 0$) $\vee$ (card $(M \cap P) = 0$)

(D189.3) $(M \text{ u } P)$ = (card $(M \cap P)$ = card (M)) $\vee$
$\vee$ (card $(M \cap \neg P)$ = card (M))

(D199.3.1) $(M \text{ p } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M)) = 1$

(D199.3.2) $(M \text{ p } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M)) = 0$

(D200.3.1) $(M \text{ b } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M)) = 1$

(D200.3.2) $(M \text{ b } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M)) = 0$

(D201.3.1) $(M \text{ k } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M)) \neq 1$

(D201.3.2) $(M \text{ k } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M)) \neq 0$

(D202.3.1) $(M \text{ g } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M)) \neq 1$

(D202.3.2) $(M \text{ g } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M)) \neq 0$

(D209) $(M \text{ u } P) = (\text{card } (M \cap P) > \text{card } (M \cap \neg P))$

(D210) $(M \text{ w } P) = (\text{card } (M \cap P) < \text{card } (M \cap \neg P))$

(D211) $(M \text{ w}' P) = (\text{card } (M \cap P) \geq \text{card } (M \cap \neg P))$

(D212) $(M \text{ u}' P) = (\text{card } (M \cap P) \leq \text{card } (M \cap \neg P))$

Dacă am corobora definițiile de mai sus cu regulile de derivare $(R \cup 1 - 4)$ și $(R \cap 1)$, precum și cu asumpțiile $(A1 - 3)$, am fi în măsură să construim un analogon al sistemului LOC, datorat lui Petre Botezatu [4].

$(R\cup 1)$ $\text{card } (M) = 0;\ \text{card } (P) = 0 \Rightarrow \text{card } (M \cup P) = 0$

(dacă două clase sînt de cardinalitate zero, atunci, în mod necesar, și reuniunea lor este de cardinalitate zero)

$(R\cup 2)$ $\text{card } (M \cup P) = 0 \Rightarrow \text{card } (M) = 0$

(dacă reuniunea a două clase are zero elemente (diferite de nimic), atunci, în mod necesar, fiecare dintre cele două clase are zero elemente)

$(R\cup 3)$ $\text{card } (M \cup P) > 0;\ \text{card } (M) = 0 \Rightarrow \text{card } (P) > 0$

(dacă reuniunea a două clase are numărul cardinal mai mare decît zero, iar una dintre respectivele clase are numărul cardinal zero, atunci, în mod necesar, cealaltă clasă are numărul cardinal mai mare decît zero)

$(R\cup 4)$ $\text{card } (M) > 0 \Rightarrow \text{card } (M \cup P) > 0$

(dacă o clasă are cel puțin un element, atunci, în mod necesar, și reuniunea ei cu o altă clasă – oricare ar fi ea – are cel puțin un element)

$(R\cap 1)$ $\text{card } (M \cap P) > 0 \Rightarrow \text{card } (M) > 0$

(dacă intersecția a două clase are cel puțin un element, atunci, în mod necesar, fiecare dintre aceste clase are cel puțin un element)

(A1) $\text{card } (M \cap P) = \text{card } (P \cap M)$

(cardinalul reuniunii a două clase este egal cu cardinalul reuniunii acelorași clase aflate în ordine inversă)

(A2) $\text{card } (M \cup P) = \text{card } (P \cup M)$

[4] Petre Botezatu, *Schiță a unei logici naturale. Logică operatorie*, cap. 6: „Sistemul LOC", Editura Științifică, București, 1969, pp. 162-9.

(ordinea în care sînt dispuse argumentele operaţiei de intersectare nu determină (în nici un fel) cardinalitatea clasei rezultate)

$$(A3)\ \text{card}\ (M) = \text{card}\ ((M \cap P) \cup (M \cap \neg P))$$

(cardinalul oricărei clase este identic cu cardinalul expandării acelei clase)

Fie, spre exemplificare, raţionamentul reprezentat în următorul text: *„Cei care sînt iubitori ai păcii sînt demni de laudă. Unii politicieni sînt iubitori ai păcii. Deci, unii politicieni sînt demni de laudă“*. Dacă termenii clasiali naturali *„cei care sînt iubitori ai păcii“*, *„cei care sînt demni de laudă“* şi *„cei care sînt politicieni“* sînt puşi în corespondenţă cu termenii clasiali formali „M“, „S“, respectiv „S“, atunci raţionamentul dat poate fi identificat cu două inferenţe formale, una din sistemul predicatelor silogistice şi cealaltă din sistemul predicatelor clasiale: ☞ (1) M a P ; S i M $\Rightarrow$ S i P ; ☞ (2) $M \subseteq P$; $S \times M \Rightarrow S \times P$.

Or, pentru a dovedi că raţionamentul în atenţie este valid, este suficient să demonstrăm prin „metoda supoziţiilor“, *id est* cu ajutorul definiţiilor şi regulilor prezentate mai sus, că „S i P“ decurge din „M a P“ şi „S i M“. În acest sens, ar fi de parcurs derivarea (134°).

1. M a P	*ipoteză*
2. S i M	*ipoteză*
3. card $(M \cap \neg P) = 0$	1: (D182.3)
4. card $(S \cap M) > 0$	2: (D184.3)
5. card $((M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap \neg S)) = 0$	3: (A3)
6. card $((M \cap P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S)) > 0$	4: (A1), (A3)
7. card $(M \cap \neg P \cap S) = 0$	5: ($R\cup 2$)
8. card $(M \cap P \cap S) > 0$	6+7: (A2), ($R\cup 3$)
9. card $(S \cap P) > 0$	8: (A1), ($R\cap 1$)
10. S i M	9: (D184.3)

134°. Demonstrarea unui silogism Darii, *prin „metoda supoziţiilor“*

Dacă la definiţiile, regulile şi axiomele prezentate mai sus – *id est* la constructele formale care permit demonstrarea într-un calcul al deducţiei naturale a tuturor inferenţelor valide din silogistica tradiţională – adăugăm regulile ($R \cup 5$), ($R \cup 6$), ($R \cup 7$) şi (($R \cap 2.1$), sîntem în măsură să demonstrăm în sistemul rezultat toate silogismele plurative valide care conţin, pe lîngă propoziţiile clasice, doar propoziţii universale plurative (fie afirmative, fie negative). Am avea, astfel, de-a face cu o alternativă elegantă şi, în plus, mult mai intuitivă la metoda diagramatică propusă de Nicholas Rescher.

$$(R \cup 5)\ \text{card}\ (M \cup P) > \text{card}\ (S);\ \text{card}\ (M) = 0 \Rightarrow \text{card}\ (P) > \text{card}\ (S)$$

(dacă reuniunea a două clase are numărul cardinal mai mare decît cel al unei a treia clase şi dacă una dintre clasele care intră în alcătuirea reuniunii este de cardinalitate zero, atunci, în mod necesar, cardinalitatea celeilalte clase din componenţa reuniunii este mai mare decît cardinalitatea celei de-a treia clase)

$$(R \cup 6)\ \text{card}\ (M) > \text{card}\ (P \cup S) \Rightarrow \text{card}\ (M) > \text{card}\ (P)$$

(dacă o clasă este de cardinalitate mai mare decît reuniunea a altor două clase, atunci, în mod necesar, cardinalitatea acesteia este mai mare decît cardinalitatea fiecărei clase din alcătuirea reuniunii)

$$(R \cup 7)\ \ \text{card}(\mathcal{M}) > \text{card}(\mathcal{P});\ \text{card}(\mathcal{S}) = 0 \Rightarrow \text{card}(\mathcal{M}) > \text{card}(\mathcal{P} \cup \mathcal{S})$$

(dacă o clasă are numărul cardinal mai mare decît cel al unei alte clase, atunci, în mod necesar, relaţia de inegalitate se păstrează după reunirea celei de-a doua clase cu o mulţime de cardinalitate zero)

$$(R \cap 2.1)\ \ \text{card}(\mathcal{M} \cap \mathcal{P}) > \text{card}(\mathcal{S}) \Rightarrow \text{card}(\mathcal{M}) > \text{card}(\mathcal{S})$$

(dacă intersecţia a două clase are mai multe elemente decît o altă clasă, atunci, în mod necesar, fiecare dintre cele două clase din alcătuirea intersecţiei are mai multe elemente decît respectiva clasă)

Să testăm în cele ce urmează eficacitatea bazei axiomatice propuse luînd drept exemplu raţionamentul pe care îl exprimă următorul text: *„Românii sînt europeni. Mai puţin de jumătate dintre musulmani sînt europeni. Aşadar, mai puţin de jumătate dintre musulmani sînt români"*. Dacă termenii naturali *„cei care sînt români"*, *„cei care sînt europeni"* şi *„cei care sînt musulmani"* sînt traduşi în *L* prin expresiile „P", „M", respectiv „S", atunci raţionamentul dat poate fi redus la inferenţa formală: „P a M"; „S w M" ⇒ „S w P".

Mai departe, valabilitatea (universală) a deducţiei date este confirmată de faptul că putem construi în sistemul deducţiei naturale o derivare – (135°) – care purcede din premisele raţionamentului şi care se încheie cu concluzia acestuia.

1.	P a M	*ipoteză*
2.	S w M	*ipoteză*
3.	$\text{card}(P \cap \neg M) = 0$	1: (182.3)
4.	$\text{card}(S \cap \neg M) > \text{card}(S \cap M)$	2: (D210)
5.	$\text{card}((P \cap \neg M \cap S) \cup (P \cap \neg M \cap \neg S)) = 0$	3: (A3)
6.	$\text{card}((P \cap \neg M \cap S) \cup (\neg P \cap \neg M \cap S)) >$ $> \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (\neg P \cap M \cap S))$	4: (A3), (A1)
7.	$\text{card}(P \cap \neg M \cap S) = 0$	5: (R∪2)
8.	$\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (\neg P \cap M \cap S))$	6 + 7: (R∪3)
9.	$\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}(P \cap M \cap S)$	8: (R∪6)
10.	$\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (P \cap \neg M \cap S))$	9: (R∪7)
11.	$\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}(P \cap S)$	10: (A3), (A1)
12.	$\text{card}(\neg P \cap S) > \text{card}(P \cap S)$	11: (R∩1), (A1)
13.	$\text{card}(S \cap \neg P) > \text{card}(S \cap P)$	12: (A1)
14.	S w P	13: (D210)

135°. O demonstraţie a inferenţei
P a M; S w M ⇒ S w P, *prin „metoda supoziţiilor"*

Este de remarcat că recuperarea întregii silogistici plurative (inclusiv a inferenţelor valide cu propoziţii de particularitate plurative) necesită doar o banală dublare a regulilor (R ∪ 5) – (R ∩ 2), prin înlocuirea predicatorului „>" cu varianta „atenuată" a acestuia „≥", respectiv prin asumarea regulilor (R' ∪ 5 – 7) şi (R' ∩ 2).

$$(R'\cup 5)\ \ \text{card}(\mathcal{M} \cup \mathcal{P}) \geq \text{card}(\mathcal{S});\ \text{card}(\mathcal{M}) = 0 \Rightarrow \text{card}(\mathcal{P}) \geq \text{card}(\mathcal{S})$$

$$(R'\cup 6)\ \ \text{card}(\mathcal{M}) \geq \text{card}(\mathcal{P} \cup \mathcal{S}) \Rightarrow \text{card}(\mathcal{M}) \geq \text{card}(\mathcal{P})$$

$$(R'\cup 7)\ \ \text{card}(\mathcal{M}) \geq \text{card}(\mathcal{P});\ \text{card}(\mathcal{S}) = 0 \Rightarrow \text{card}(\mathcal{M}) \geq \text{card}(\mathcal{P} \cup \mathcal{S})$$

$$(R'\cap 2) \quad \text{card } (M \cap P) \geq \text{card } (S) \Rightarrow \text{card } (M) \geq \text{card } (S)$$

Fie, spre ilustrare, inferenţa formală: M a P; S w' $M \Rightarrow S$ w' P. Inabordabilă cu ajutorul metodei diagramatice propuse de Nicholas Rescher, respectiva deducţie se demonstrează cu uşurinţă, construind o derivare simplă şi elegantă în stilul deducţiei naturale.

1. M a P	*ipoteză*
2. S w' M	*ipoteză*
3. card $(M \cap \neg P) = 0$	1: (D182.3)
4. card $(S \cap M) \geq$ card $(S \cap \neg M)$	2: (D211)
5. card $((M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap \neg S)) = 0$	3: (A3)
6. card $((M \cap P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S)) \geq$ $\geq$ card $((\neg M \cap P \cap S) \cup (\neg M \cap \neg P \cap S))$	4: (A3), (A1)
7. card $(M \cap \neg P \cap S) = 0$	5: $(R \cup 2)$
8. card $(M \cap P \cap S) \geq$ card $((\neg M \cap P \cap S) \cup (\neg M \cap \neg P \cap S))$	6 + 7: $(R' \cup 5)$, (A2)
9. card $(M \cap P \cap S) \geq$ card $(\neg M \cap \neg P \cap S)$	8: $(R' \cup 6)$, (A2)
10. card $(M \cap P \cap S) \geq$ card $((\neg M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S))$	7 + 9: $(R' \cup 7)$
11. card $(M \cap P \cap S) \geq$ card $(S \cap \neg P)$	10: (A3), (A1)
12. card $(S \cap P) \geq$ card $(S \cap \neg P)$	11: $(R' \cap 2)$, (A1)
13. S w' P	12: (D211)

136". O demonstraţie a inferenţei M a P; S w' $M \Rightarrow S$ w' P, prin „metoda supoziţiilor"

Ultima împrejurare pe care o supunem atenţiei pentru a dovedi impactul major al funcţiei de cardinalitate la nivelul formalismelor logice este legată de analiza propoziţiilor cuantificate numeric. Astfel, afirmaţiile obţinute prin efectuarea unor cuantificări minimizante, maximizante şi de precizie – atît în valori absolute cît şi în valori procentuale (valorile fracţionale pot fi reduse cu uşurinţă la acestea) – admit o reconstrucţie facilă prin jocul cardinalităţii, potrivit schemelor definiţionale (D213) – (D218).

(D213) *Cel puţin n dintre M sînt P* $= (\text{n}x_i)\ ((x_i \in M) \wedge \wedge\ (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) \geq$ n

(D214) *Cel mult n dintre M sînt P* $= (\text{n}!x_i)\ ((x_i \in M) \wedge \wedge\ (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) \leq$ n

(D215) *Exact n dintre M sînt P* $= (!\text{n}x_i)\ ((x_i \in M) \wedge \wedge\ (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) =$ n

(D216) *Cel puţin n % dintre M sînt P* $= (!100\,x_i)\ ((x_i \in M) \rightarrow \rightarrow (\text{n}x_i)\ ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) \geq$ n / 100

(D217) *Cel mult n % dintre M sînt P* $= (!100\,x_i)\ ((x_i \in M) \rightarrow \rightarrow (\text{n}!x_i)\ ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) \geq$ n / 100

(D218) *Exact n % dintre M sînt P* $= (!100\,x_i)\ ((x_i \in M) \rightarrow \rightarrow (!\text{n}x_i)\ ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) =$ card $(M \cap P) =$ n / 100

Urmărind aspectele explicit cantitative ale funcţiei de cardinalitate, am lăsat de-o parte corespondenţele acesteia cu alte clase de operaţii logice. De altfel, ele pot fi lesne identificate, parcurgînd lista tuturor definiţiilor statornicite de-a lungul lucrării.

4.2. REFLEXE ALE „CUANTIFICĂRII GENERALIZATE" ÎN CATEGORIA OPERATORILOR STRICTO SENSU [5]

Se admite, îndeobște, că cercetarea „cuantorilor generalizați" a început în anii '50, atunci cînd logicianul polonez A. Mostowski a atras atenția asupra unor cuantori matematici nedefinibili prin intermediul cuantorilor clasici de universalitate, respectiv de particularitate [6]. De atunci, lista lucrărilor axate pe această categorie de cuantori s-a îmbogățit necontenit, autorii acestor studii urmînd, de regulă, două direcții: ☞ (1) identificarea unor noi cuantori generalizați; ☞ (2) reconstruirea sintaxei logice în acord cu sintaxa limbajelor naturale. Aspectul insolit al problemei nu rezidă atît în proliferarea cuantorilor generalizați (de altfel, cei mai mulți dintre aceștia se regăsesc în categoria cuantorilor non-standard), cît în interpretările care le sînt asociate.

Punctul de plecare în construirea noii paradigme constă în tratarea oricărui enunț ca rezultat al concatenării unei expresii nominale cu o expresie verbală – prin intermediul copulei – și, mai apoi, ca semn al propoziției obținute prin instituirea relației de apartenență între clasa de indivizi reprezentată de expresia verbală și clasa claselor de indivizi desemnată de expresia nominală [7]. Șocantă la prima vedere, această perspectivă nu creează nici un fel de dificultăți semantice.

Asumînd convenția după care punerea unei expresii între paranteze drepte trimite la valoarea semantică pe care respectiva expresie o are în teoria cuantificării generalizate, sîntem în măsură să definim pentru început aplicațiile denumite de operatorii *stricto sensu* – în terminologia originară, determinanții (*determiners*) – naturali: „***toți***", „***nici un***", „***unii***" și „***nu toți***".

(D219) |„***toți*** M "| = $(\lambda m_i)\ (m_i \supseteq M)$

(D220) |„***nici un*** M "| = $(\lambda m_i)\ (m_i \uparrow M)$

(D221) |„***unii*** M "| = $(\lambda m_i)\ (m_i \times M)$

(D222) |„***nu toți*** M "| = $(\lambda m_i)\ (m_i \not\supseteq M)$

În continuare, structura logică a propozițiilor clasice de universalitate și de particularitate poate fi modificată, după cum se poate urmări în (D223 – 226).

(D223) ***Toți*** M *sînt* P = M a P = $(P \in (\lambda m_i)\ (m_i \supseteq M))$

(D224) ***Nici un*** M *(nu)*[8] *este* P = M c P = $(P \in (\lambda m_i)\ (m_i \uparrow M))$

(D225) ***Unii*** M *sînt* P = M i P = $(P \in (\lambda m_i)\ (m_i \times M))$

(D226) ***Nu toți*** M *sînt* P = M o P = $(P \in (\lambda m_i)\ (m_i \not\supseteq M))$

Posibilitatea oglindirii complete a silogisticii tradiționale în teoria cuantificării generalizate este asigurată de interpretarea expresiilor nominale din enunțurile

---

[5] În redactarea acestui subcapitol am folosit drept sursă principală: J. Barwise și R. Cooper, *Generalized Quantifiers and Natural Language*, in: „Linguistics and Philosophy", vol. 4, 1981, pp. 152-219.

[6] Cei mai mulți logicieni fac referire în acest sens la articolul lui A. Mostowski: *On a Generalization of Quantifiers and Natural Language*, din „Fund. Math.", vol. 44, pp. 12-36.

[7] Triada *enunț – expresie nominală – expresie verbală* preia înțelesurile locuțiunilor „*sentence*", „*noun - phrase*", respectiv „*verb - phrase*".

[8] Particula „nu" are în acest context doar o valoare emfatică. Din punct de vedere logic, ea este superfluă.

singulare tot ca reprezentări lingvistice ale unor clase de clase de indivizi, conform cu (D227) şi, în acest fel, propoziţiile singulare pot fi calchiate pe o nouă structură sintactică, în acord cu definiţiile (D228 – 229).

(D227) [„α"] = $(\lambda m_i)\ (\alpha \in m_i)$

(D228) α *este* M = $\alpha\ \varepsilon\ M = (M \in (\lambda m_i)\ (\alpha \in m_i))$

(D229) α *nu este* M / α *este non* M = $\alpha\ \varepsilon'\ M = (\neg M \in (\lambda m_i)\ (\alpha \in m_i))$

Virtuţile modelării logice în atenţie se evidenţiază o dată în plus prin antrenarca operatorilor *stricto sensu* / determinanţilor ***„mai mult de jumătate (dintre)"***, ***„mai puţin de jumătate (dintre)"***, ***„cel puţin jumătate (dintre)"*** şi ***„nu mai mult de jumătate (dintre)"***, care se definesc în (D230 – 233) şi care permit recuperarea pe noi coordonate a propoziţiilor plurative, în acord cu (D234 – 237).

(D230) [***„mai mult de jumătate (dintre)*** M"] = $= (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap m_i) > \mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i))$

(D231) [***„mai puţin de jumătate (dintre)*** M"] = $= (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i) > \mathrm{card}\ (M \cap m_i))$

(D232) [***„cel puţin jumătate (dintre)*** M"] = $= (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap m_i) \geq \mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i))$

(D233) [***„nu mai mult de jumătate (dintre)*** M"] = $= (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i) \geq \mathrm{card}\ (M \cap m_i))$

(D234) ***Mai mult de jumătate (dintre)*** M *sînt* P = $M\ u\ P$ = $= (P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap m_i) > \mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i)))$

(D235) ***Mai puţin de jumătate (dintre)*** M *sînt* P = $M\ w\ P$ = $= (P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i) > \mathrm{card}\ (M \cap m_i)))$

(D236) ***Cel puţin jumătate (dintre)*** M *sînt* P = $M\ w'\ P$ = $= (P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap m_i) \geq \mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i)))$

(D237) ***Nu mai mult de jumătate (dintre)*** M *sînt* P = $M\ u'\ P$ = $= (P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (M \cap \neg m_i) \geq \mathrm{card}\ (M \cap m_i)))$

La încheierea acestei scurte „călătorii" în domeniul cuantificării generalizate, ne propunem să poposim în domeniul propoziţiilor cuantificate numeric. Din considerente practice, vom lua în considerare doar determinanţii cantitativi „absoluţi"; valorile procentuale sau cele fracţionale pot fi însuşite de-o manieră similară.

În acest context, dacă asimilăm functorii ***„cel puţin n (dintre)"***, ***„cel mult n (dintre)"*** şi ***„exact n (dintre)"***, potrivit definiţiilor (D238 – 240), atunci propoziţiile cuantificate numeric corespunzătoare pot fi reconstruite după cum se degajă din schemele (D241 – 243).

(D238) [***„cel puţin n (dintre)*** M"] = $(\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (m_i \cap M) \geq n))$

(D239) [***„cel mult n (dintre)*** M"] = $(\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (m_i \cap M) \leq n))$

(D240) [***„exact n (dintre)*** M"] = $(\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (m_i \cap M) = n))$

(D241) ***Cel puţin n (dintre)*** M *sînt* P = $(P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (m_i \cap M) \geq n)))$

(D242) ***Cel mult n (dintre)*** M *sînt* P = $(P \in (\lambda m_i)\ (\mathrm{card}\ (m_i \cap M) \leq n)))$

(D243) ***Exact n (dintre)*** M *sînt* P = ($P \in (\lambda m_i)$ (card $(m_i \cap M) = n$)))

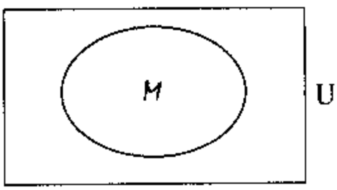
Dincolo de ambiguităţile terminologice create – de pildă, expresia „cuantificator" (*quantifier*) nu desemnează o operaţie (cum se întîmplă în logica predicatelor de ordinul întîi), ci o clasă (de clase de indivizi) – şi de gradul redus de operaţionalizare al principalelor concepte şi formule (astfel, nu s-a pus la punct, din cîte ştim noi, o procedură de decizie care să utilizeze noul instrumentar formal), rămîne de remarcat, totuşi, efortul de a stabili noi puncte de convergenţă între sintaxa limbilor naturale şi sintaxa limbajelor formalizate. Acoperirea „faliei" care s-a creat de-a lungul timpului între gramatică şi logică va constitui şi pe mai departe o problemă de prim ordin.

4.3. MODELAREA CANTITATIVĂ A IMPRECIZIEI LA NIVELUL OPERATORILOR STRICTO SENSU

În cadrul acestui demers – de inventariere a mărcilor cantităţii cu ajutorul operatorilor care permit derivarea unor termeni din alţi termeni – se creează o împrejurare potrivită pentru a reveni cu cîteva consideraţii mai detaliate referitoare la calculele *fuzzy*. Dacă în subcapitolul 2.2 am vizat recuperarea cantitativistă a impreciziei în orizont molecular, mai exact: în contextul evaluării propoziţiilor, în cele ce urmează vom trece în revistă cîteva manifestări cantitative ale impreciziei în orizont atomar.

Înainte de toate, se cuvine marcată diferenţa dintre mulţimile precise („clasice") şi mulţimile imprecise [9].

Astfel, o mulţime poate fi socotită precisă, în măsura în care, pentru orice individ din universul de discurs, se poate decide că aparţine *vs.* că nu aparţine acesteia. Luînd în considerare o submulţime clasică – M – din universul de dis-



137°. O reflectare geometrică a unei scheme de mulţimi precise

curs împreună cu complementara ei – $\neg M$ –, submulţimi reprezentate în diagrama (137°), se poate afirma fără ezitare că M şi $\neg M$ sînt disjuncte şi (împreună) partiţionează universul de discurs ($M + \neg M = U$)

Nota caracteristică prin care se diferenţiază mulţimile imprecise este dată de acceptarea unor grade intermediare de apartenenţă, ce se situează în intervalul închis de numere reale [0, 1], *id est* între apartenenţa „zero" / nulă şi apartenenţa completă. Dacă „$\mu_P (x_i)$" exprimă gradul de apartenenţă a individului x_i la mulţimea imprecisă P, atunci „$(\lambda (x_i, \mu_P (x_i)) (\mu_P (x_i) > 0)$" se constituie într-o reprezentare analitică a mulţimii P. Aşadar, mulţimile vagi sînt colecţii de pe-

[9] Sintagma „mulţime imprecisă" este o traducere a expresiilor „*fuzzy set*", „*crisp set*" ori „*unscharfe Menge*".

rechi ordonate alcătuite din cîte un individ și cîte un grad de apartenență, cu precizarea că acesta din urmă este strict mai mare decît zero.

Cercetătorii fenomenului *fuzzy* atrag atenția asupra unei precizări foarte importante ce privește posibilele confuzii între conceptele de mulțime imprecisă, respectiv de mulțime aleatoare. Astfel, în timp ce fenomenul aleator rezultă din nesiguranța / incertitudinea relativă la apartenența sau nonapartenența unui individ la o clasă, fenomenul *fuzzy* este legat, așa cum s-a menționat deja, de existența unor grade intermediare de apartenență ce se situează între valoarea minimă – zero – și valoarea maximă, unu [10].

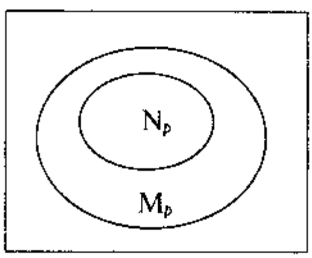
De regulă, mulțimile imprecise sînt analizate, apoi, ca reuniuni disjuncte a cîte două submulțimi: „nucleul" și „marginea" [11]. Astfel, nucleul mulțimii imprecise $\mathcal{P}$ – $N_{\mathcal{P}}$ – reunește perechile ordonate în alcătuirea cărora intră indivizii din U care aparțin complet lui $\mathcal{P}$, iar în marginea aceleiași mulțimi – $M_{\mathcal{P}}$ – se regăsesc (ca elemente ale unor perechi ordonate) acei indivizi din U care aparțin mulțimii $\mathcal{P}$ într-un grad mai mare decît zero, dar mai mic decît unu, adică se impune acceptarea definițiilor (D244 – 246).

(D244) $N_{\mathcal{P}} = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i)))\ (\mu_{\mathcal{P}}\ (x_i) = 1)$

(D245) $M_{\mathcal{P}} = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i) < 1)$

(D246) $\mathcal{P} = N_{\mathcal{P}} + M_{\mathcal{P}}$

Făcînd din nou apel la sistemul diagramelor Venn, se poate construi o reprezentare geometrică explicativă în care se regăsește mulțimea imprecisă $\mathcal{P}$.



138°. O reflectare geometrică a unei scheme de mulțimi imprecise

Este de remarcat faptul că și complementarele mulțimilor vagi sînt alcătuite din cîte un nucleu și o margine. Dacă se acceptă propoziția de identitate (D247), ca definiție contextuală a funcției de complementariere în logica *fuzzy*, se poate afirma cu îndreptățire că indivizii care aparțin în gradul zero lui $\mathcal{P}$ formează chiar nucleul clasei $\neg\mathcal{P}$, în timp ce indivizii din marginea lui $\mathcal{P}$ intră și în alcătuirea marginii lui $\neg\mathcal{P}$, cu precizarea că în acest din urmă caz trebuie respectat algoritmul de determinare a gradelor de apartenență la clasele complementare.

(D247) $\neg\mathcal{P} = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\neg\mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\neg\mathcal{P}}\ (x_i) = 1 - \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i))$

[10] Cf. C. V. Negoiță și D. A. Ralescu, *Mulțimi vagi și aplicațiile lor*, Editura Tehnică, București, 1974, p. 9; Gr. C. Moisil, *Lecții despre logica raționamentului nuanțat*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1975, pp. 23 sqq.

[11] Gh. Enescu, *Fundamentele logice ale gîndirii*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980, p. 104.

Spre exemplu, dacă se definește pe U mulțimea de bază M, M = {a, b, c}, iar în M se distinge mulțimea imprecisă P, P = {(a; 0,7), c}, atunci complementara mulțimii imprecise P, adică $\neg$P, se identifică cu colecția {(a; 0,3), b}. Într-o formă explicită, dar în același timp redundantă, mulțimile P și $\neg$P pot fi redate de termenii clasiali „{(a; 0,7), (b; 0), (c; 1)}" și „{(a; 0,3), (b; 1), (c; 0)}".

Ar mai fi de notat, la acest punct, faptul că asocierea unor indivizi la o mulțime imprecisă și concomitent la complementara acesteia nu se constituie într-o încălcare a principiului necontrazicerii, cîtă vreme ei formează perechi ordonate cu grade de apartenență opuse.

Alături de funcția de complementariere, pot fi definite în contextul logicii *fuzzy* și celelalte operații clasiale [12], în primul rînd: intersectarea și reunirea. Astfel, dacă $\mathcal{M}$ și $\mathcal{P}$ sînt două submulțimi imprecise ale universului de discurs, atunci intersecția, respectiv reuniunea lor se determină potrivit propozițiilor de identitate (D248 – 249).

$$\text{(D248)}\ (\mathcal{M} \cap \mathcal{P}) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{M} \cap \mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathcal{M} \cap \mathcal{P}}\ (x_i) = \min\ (\mu_{\mathcal{M}}\ (x_i)\ ;\ \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i)))$$

$$\text{(D249)}\ (\mathcal{M} \cup \mathcal{P}) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{M} \cap \mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathcal{M} \cap \mathcal{P}}\ (x_i) = \max\ (\mu_{\mathcal{M}}\ (x_i)\ ;\ \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i)))$$

Spre exemplu, dacă ne raportăm la mulțimea de bază M, M = {a, b, c}, și la două submulțimi imprecise ale acesteia, P și S, P = {(a; 0,4), c}, S = = {(a; 0,7), b}, atunci P $\cap$ S și P $\cup$ S revin la colecțiile vagi {(a; 0,4)}, respectiv {(a; 0,7), b, c}.

Oarecum „la concurență" cu intersecția și reuniunea, *id est* ca semnificații alternative ale operatorilor *stricto sensu* naturali „și", respectiv „sau" se definesc „produsul" *vs.* „suma" a două mulțimi *fuzzy* [13].

$$\text{(D250)}\ (\mathcal{M}\ \textit{și}\ \mathcal{P}) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{M}\ \textit{și}\ \mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathcal{M}\ \textit{și}\ \mathcal{P}}\ (x_i) = \mu_{\mathcal{M}}\ (x_i) \cdot \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i))$$

$$\text{(D251)}\ (\mathcal{M}\ \textbf{\textit{sau}}\ \mathcal{P}) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathcal{M}\ \textbf{\textit{sau}}\ \mathcal{P}}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathcal{M}\ \textbf{\textit{sau}}\ \mathcal{P}}\ (x_i) = \mu_{\mathcal{M}}\ (x_i) + \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i)) - \mu_{\mathcal{M}}\ (x_i) \cdot \mu_{\mathcal{P}}\ (x_i))$$

Reținînd exemplul precedent, prin care au fost ilustrate operațiile de intersecție și de reuniune, se poate constata că mulțimile desemnate de termenii formali „P ***și*** S", respectiv „P ***sau*** S" se identifică cu colecțiile imprecise {(a; 0,28)}, respectiv {(a; 0,82), b, c}.

Pe temeiul adecvării „bazei booleene" {$\neg$, $\cap$, $\cup$} [14] pot fi definite toate celelalte funcții clasiale diadice, lăsînd de-o parte, firește, operațiile limită „°" și „□" (prin care se obțin clasa universală, respectiv clasa vidă).

---

[12] Din bogata literatură consacrată definirii funcțiilor clasiale în contextul logicii impreciziunii amintim doar cîteva: H.-H. Bothe, *Fuzzy Logik. Einführung in Theorie und Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 1993, pp. 36-53; U. Schulte, *Einführung in Fuzzy-Logik. Fortschritt durch Unschärfe*, Franzis Verlag, München, 1993, pp. 25-8; A. Grauel, *Fuzzy-Logik. Einführung in die Grundlagen mit Anwendungen*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1995, pp. 25-35.

[13] Cf. D. H. Traeger, *Einführung in die Fuzzy-Logik*, 2. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart, 1994, pp. 22-3.

[14] Generalizînd o definiție propusă de G. Hunter, se poate spune că o clasă de operații este adecvată, dacă și numai dacă este capabilă să suplinească toate celelalte operații de același tip. Spre exemplu, mulțimile {$\neg$, $\rightarrow$}, {$\neg$, $\wedge$}, {$\neg$, $\vee$}, {$\neg$, $\wedge$, $\vee$} și (binențeles) {$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$} sînt adecvate, dat fiind că pe oricare dintre ele pot fi definite toate celelalte conective veri - funcționale. Mulțimile {$\neg$, $\cap$}, {$\neg$, $\cup$} și {$\neg$, $\cap$, $\cup$} permit, la rîndul lor, definirea tuturor funcțiilor clasiale diadice. Cf. G. Hunter, *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1973, pp. 63-4.

Una dintre problemele specifice calculelor *fuzzy* este legată de asocierea mulţimilor imprecise cu funcţiile reprezentate de aşa-numiţii „modificatori lingvistici", de felul: *„foarte"*, *„destul de"*, *„mai mult sau mai puţin"*, *„nu foarte"*, ... [15]. În acest sens, pare oportun să introducem în limbajul formalizat *L* operatorii *stricto sensu* monadici „Con" şi „Dil", ca semne ale unor operaţii clasiale ce se definesc în propoziţiile de identitate (D252 – 253).

$$\text{(D252)}\ \mathrm{Con}\ (M) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathrm{Con}\,(M)}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathrm{Con}\ (M)}\ (x_i) = \mu_M\ (x_i)^2)$$

$$\text{(D253)}\ \mathrm{Dil}\ (M) = (\lambda\ (x_i,\ \mu_{\mathrm{Dil}\,(M)}\ (x_i)))\ (0 < \mu_{\mathrm{Dil}\ (M)}\ (x_i) = \mu_M\ (x_i)^{1/2})$$

Operatorului de concentrare „Con" şi operatorului de extindere sau amplificare „Dil" le corespund în limba română sincategoremele *„foarte"*, respectiv *„destul de"* (cu sinonimele corespunzătoare).

Dacă se identifică, spre ilustrare, în mulţimea de bază M, M = {a, b, c}, submulţimea imprecisă P, P = {(a; 0,5), (b; 0,2), c}, atunci Con (P) şi Dil (P) se regăsesc sub forma colecţiilor vagi {(a; 0,25), (b; 0,04), c}, respectiv {(a; 0,7), (b; 0,44), c}. Mai apoi, se pot identifica cu uşurinţă complementarele claselor Con (P) şi Dil (P), calculînd gradul de apartenenţă aferent funcţiei de complementariere, astfel încît, în cele din urmă, ¬Con (P) şi ¬Dil (P) revin la colecţiile {(a; 0,75), (b; 0,96)}, respectiv {(a; 0,3), (b; 0,56)}.

Acest din urmă exemplu ne prilejuieşte avansarea unei precizări importante cu privire la natura valorilor logice din calculele *fuzzy*. După cum se poate constata, caracterul discret al gradelor de apartenenţă manipulate a fost asigurat în unele cazuri doar prin „idealizare" sau, mai bine zis, prin aproximare. La o analiză mai riguroasă, cele mai multe grade de apartenenţă cu care se asociază indivizii din alcătuirea mulţimilor imprecise se dovedesc a fi de natură continuă, *id est*, ele se constituie în intervale deschise de numere reale. Astfel, în situaţia în care clasa P se constituie sub forma colecţiei {(a; 0,5), (b; 0,2), c}, Con (P) revine la {(a; (0,70, ..., 0,71)), (b; (0,44, ..., 0,45)), c}. De altfel, şi caracterul discret al gradelor de apartenenţă din alcătuirea mulţimilor „sursă" este asigurat doar printr-o aproximare asumată ca atare în vederea simplificării jocului operaţional.

De o aplicabilitate remarcabilă se bucură şi operatorii *fuzzy* de compensare, cu ajutorul cărora se modelează cantitativ problema alegerii în cazul mulţimilor imprecise [13: 35-42].

Fie, ca punct de plecare în prezentarea acestei chestiuni, o stare de lucruri banală. Într-o parcare se află trei maşini: *a*, *b* şi *c*. Maşina *a* este violetă şi are o viteză maximă de 170 km / h, maşina *b* este roşie şi are viteza maximă de 230 km / h, iar maşina *c* este albă şi are viteza maximă de 130 km / h.

Fie acum M şi P, două clase imprecise în care se regăsesc maşinile închise la culoare, respectiv maşinile rapide. Printr-o convenţie mai mult sau mai puţin arbitrară, se stabilesc următoarele grade de apartenenţă ale obiectelor *a*, *b* şi *c* la mulţimile M şi P: ☞ μ_M (*a*) = 0,6; μ_P (*a*) = 0,5; ☞ μ_M (b) = 0,3; μ_P (b) = = 0,9; ☞ μ_M (c) = 0; μ_P (c) = 0,2.

---

[15] C. Sălăvăstru, *Antinomiile receptivităţii*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1997, pp. 215-22; R. Aliev, K. W. Bonfig şi F. Aliew, *Messen, Steuern und Regeln mit Fuzzy Logik. Grundlagen und Methoden zum Aufbau von Fuzzy - Anwendungssystemen*, Franzis Verlag, München, 1994, pp. 16 sqq; Th. Tili, *Fuzzy -Logik. Grundlagen, Anwendungen, Hard - und Software*, 3. Aufl., Franzis Verlag, München, 1993, pp. 71 sqq; [13: 42-6].

În condițiile date, se pune problema alegerii acelei mașini care să fie cît mai închisă la culoare, dar, în același timp, cît mai rapidă. Or, nici unul dintre obiectele *a*, *b* sau *c* nu întrunește în cel mai înalt grad atît proprietatea de a fi închis la culoare cît și proprietatea de a fi rapid. Așadar, potrivit instrumentarului specific logicii clasice, alegerea trebuie să fie suspendată.

Soluția problemei este de găsit doar în contextul logicii *fuzzy*, mai precis ea este legată de acordarea unor valori din intervalul închis [0, 1] funcției desemnate de operatorul de compensare variabil „λ“, funcție ce se definește conform cu schema formală (D254).

$$\text{(D254)}\ \mu_{M\lambda P}(x_i) = \lambda \cdot (\mu_M(x_i) \cdot \mu_P(x_i)) + (1-\lambda) \cdot [\mu_M(x_i) + \mu_P(x_i) - \mu_M(x_i) \cdot \mu_P(x_i))]$$

Dacă se acordă funcției λ valoarea zero, *id est*, dacă se asumă gradul de compensare nul, atunci $M \ \lambda \ P$ apare în ipostaza produsului dintre mulțimile M și P. În această situație, mulțimea mașinilor închise la culoare și rapide din exemplul de mai sus se constituie în colecția {(*a*; 0,3), (b; 0,27)}. Prin urmare, mașina *a* pare să întrunească cel mai bine condițiile de a fi închisă la culoare și rapidă.

Dacă, dimpotrivă, funcția λ ia valoarea maximă (unu), atunci $M \ \lambda \ P$ se prezintă ca sumă a mulțimilor M și P. Revenind la același exemplu, se constată o schimbare semnificativă cu privire la componența clasei care reunește mașinile închise la culoare și rapide, {(*a*; 0,8), (b; 0,93), (c; 0,2)}. Cea mai potrivită mașină sub raportul culorii și vitezei este de data aceasta *b*.

Evident, se pot construi și alte situații de alegere în funcție de gradele de compensare asumate, singura condiție de îndeplinit fiind aceea ca ele să se situeze în intervalul închis de numere reale [0, 1].

Nu este greu de realizat faptul că aceste calcule de logică *fuzzy* au o incidență manifestă chiar în viața economico - socială, de-ar fi să amintim aici doar modelările de marketing ce se realizează prin prisma binomului „calitate - preț“.

Ajunși la finalul acestui subcapitol, ni se pare oportun să atragem atenția asupra unei corelații ce se poate stabili între aspectele cantitative ale impreciziei prezente la nivel atomar și cele ce se situează la nivel molecular.

Fie, de pildă, afirmația că *Socrate este înțelept*. Dacă se convine că individul *Socrate* și *mulțimea înțelepților* sînt redate la nivel formal de termenii „b“, respectiv „M“, atunci afirmația ca atare poate fi reprezentată în contextul logicii clasice de formula elementară „b ∈ M“. Dacă, mai apoi, dorim să recuperăm în plan formal precizarea că *Socrate aparține într-un grad diferit de cel maxim la clasa înțelepților* (să zicem: 0,8), avem la dispoziție două variante: ☞ (1) cuantificarea impreciziei se realizează la nivelul limbajului obiect și, astfel, afirmația revine la schema „(b; 0,8) ∈ M“; ☞ (2) măsurarea impreciziei se efectuează la nivelul meta - limbajului, *id est* în contextul evaluării, afirmația dată transformîndu-se în judecata formală „v_f (b ∈ M) = 0,8“. Așadar, se poate stabili o biunivocitate între formulele *fuzzy* de ordinul întîi și expresiile anumitor judecăți formale ce se construiesc cu ajutorul operației de evaluare v_f. Opțiunea pentru o cale sau alta își găsește justificarea exclusiv pe considerente de ordin pragmatic.

5. ADĂUGIRI PRIVIND ÎNSEMNELE CANTITĂȚII LA NIVEL METALOGIC

5.1. DETERMINĂRI CANTITATIVE ALE STRUCTURILOR LOGICE

După ce am trecut în revistă „punțile de comunicare" asigurate de categoria cantității între operatorii care generează categoreme din alte categoreme (adică între conectori, subnectori, predicatori și operatori *stricto sensu*), ni se pare potrivit să aducem în atenție cîteva considerații privind aspectele cantitative prezente în orizontul structurilor logice.

Punctul de plecare în acest demers îl constituie definirea unor proprietăți remarcabile care slujesc la caracterizarea relațiilor ce se instituie pe anumite mulțimi.

Fie R, o relație arbitrară, M, o mulțime de obiecte (aceste obiecte putînd fi, în egală măsură, indivizi, clase, numere, propoziții etc.) pe care se definește R și x, y, z, w – patru obiecte oarecare din M. În ideea unei simplificări notaționale vom folosi același simbol „R" pentru a desemna operația de instituire a relației R.

Propozițiile de identitate (D255.1) – (D257), în care operatorii „Refl", „Irefl" și „Nerefl" sînt utilizați ca abrevieri ale sincategoremelor naturale „... *este reflexivă*", „... *este ireflexivă*", respectiv „... *este nereflexivă*", informează asupra faptului că relația R este: ☞ (1) reflexivă, dacă și numai dacă se stabilește sub semnul adevărului între oricare două obiecte identice din M; ☞ (2) ireflexivă, dacă și numai dacă se instituie sub semnul falsității între două obiecte identice din M – oricare ar fi acestea ; ☞ (3) nereflexivă, dacă și numai dacă nu este nici reflexivă nici ireflexivă.

$$\text{(D255.1)}\ \ \mathrm{Refl}\ (R) = (\wedge x)\ R\ (x, x)$$

$$\text{(D256)}\ \ \mathrm{Irefl}\ (R) = (\wedge x) \sim R\ (x, x)$$

$$\text{(D257)}\ \ \mathrm{Nerefl}\ (R) = (\vee x)\ R\ (x, x) \wedge (\vee x) \sim R\ (x, x)$$

Notă. În literatura logică este consemnată și o definiție aparte (diferită de cea curentă) a operației de atribuire a reflexivității.

$$\text{(D255.2)}\ \ \mathrm{Refl}\ (R) = (\wedge x)\ ((\vee y)\ (R\ (x, y) \vee R\ (y, x) \rightarrow R\ (x, x)))$$ [1]

Folosind constantele „Sim", „Asim" și „Nesim", coreferente cu sincategoremele naturale „... *este simetrică*", „... *este asimetrică*" , respectiv „... *este nesimetrică*", avem posibilitatea de a exprima formal condițiile în care sîntem îndreptățiți să atribuim relației R proprietatea simetriei, proprietatea asimetriei, respectiv proprietatea nesimetriei, prin (D258 – 260).

$$\text{(D258)}\ \ \mathrm{Sim}\ (R) = (\wedge x)\ (\wedge y)\ (R\ (x, y) \leftrightarrow R\ (y, x))$$

$$\text{(D259)}\ \ \mathrm{Asim}\ (R) = (\wedge x)\ (\wedge y)\ (R\ (x, y) \leftrightarrow \sim R\ (y, x))$$

$$\text{(D260)}\ \ \mathrm{Nesim}\ (R) = (\vee x)\ (\vee y)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, x)) \wedge \wedge\ (\vee x)\ (\vee y)\ (R\ (x, y) \wedge \sim R\ (y, x))$$

---

[1] Cf., de exemplu, J.-B. Grize, *Logique moderne*, fasc. I, Gauthier-Villars, Mouton, 1969, p. 79.

Analiza ecuațiilor de mai sus dezvăluie faptul că simetria se asociază cu o „ordine" alcatoare a obiectelor la care se aplică R, iar asimetria cu o ordine strictă a acelorași obiecte. În ce privește nesimetria, se constată că poziția obiectelor în raport cu R contează numai în unele cazuri.

Notă. Trecînd în revistă cele mai cunoscute variante notaționale în care se exprimă definiția operației de atribuire a simetriei, Petru Ioan constată cu acuitate o stranie inadecvare: de regulă, logicienii introduc în *definiens* - ul care explicitează această operație o conectivă nesimetrică, implicarea , lăsîndu-se astfel deschisă problema „parcurgerii" relației în sens invers. Pe de altă parte, înlocuirea operației de implicare cu identificarea – așa cum se propune, potrivit soluției date de Gh. Enescu – este o variantă „prea tare". S-ar părea că cea mai potrivită operație prin care se definește simetria este echivalarea [2].

Ar mai fi de adăugat aici faptul că propoziția de identitate (D261), în care „Antisim" = „... *este antisimetrică*", fixează cadrul definițional pentru operația de atribuire a antisimetriei.

(D261) Antisim (R) = $(\wedge x)\ (\wedge y)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, x) \rightarrow (x = y))$

Operațiile desemnate de sincategoremele „Tranz" / „... *este tranzitivă*", „Intranz" / „... *este intranzitivă*" și „ Netranz" / „... *este netranzitivă*", *id est*, operațiile prin care se afirmă proprietățile din triada *tranzitivitate – intranzitivitate – netranzitivitate*, se explicitează formal în definițiile (D262 – 264). Aceste scheme formale precizează condițiile în care relația R este creditară.

(D262) Tranz (R) = $(\wedge x)\ (\wedge y)\ (\wedge z)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, z) \rightarrow (R\ (x, z))$

(D263) Intranz (R) = $(\wedge x)\ (\wedge y)\ (\wedge z)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, z) \rightarrow \sim (R\ (x, z))$

(D264) Netranz (R) = $(\vee x)\ (\vee y)\ (\vee z)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, z) \wedge (R\ (x, z)) \wedge$
$\wedge\ (\vee x)\ (\vee y)\ (\vee z)\ (R\ (x, y) \wedge R\ (y, z) \wedge \sim (R\ (x, z))$.

Triadele *reflexivitate – ireflexivitate – nereflexivitate, simetrie – asimetrie – nesimetrie* și *tranzitivitate – intranzitivitate – netranzitivitate* se subordonează legii contrarietății, în speță „principiului trilemei stricte sau tari" [2b: 34-9], astfel încît se poate asuma valabilitatea universală a inferențelor deductive (R112) – (R117).

(R112) Refl (R) $\Rightarrow \sim$ Irefl (R)	(R115) Refl (R) $\Rightarrow \sim$ Nerefl (R)
(R113) Sim (R) $\Rightarrow \sim$ Asim (R)	(R116) Sim (R) $\Rightarrow \sim$ Nesim (R)
(R114) Tranz (R) $\Rightarrow \sim$ Intranz (R)	(R117) Tranz (R) $\Rightarrow \sim$ Netranz (R)

Vom dovedi, spre exemplificare, în cele ce urmează, cu ajutorul metodei rezoluției validitatea regulii (R113): Sim (R) $\Rightarrow \sim$ Asim (R). Astfel, dacă se ține cont de identitatea schemelor $\varphi \leftrightarrow \psi$ și $(\sim \varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \sim \psi)$ – identitate confirmată de caracterul tautologic al schemei echivalențiale $(\varphi \leftrightarrow \psi) \leftrightarrow (\sim \varphi \vee \psi) \wedge$ $\wedge (\varphi \vee \sim \psi)$ [3] –, urmează să se demonstreze, în ultimă instanță, că din clauzele $\{\{\sim R\ (x, y) \vee R\ (y, x)\}, \{\sim R\ (y, x) \vee R\ (x, y)\}\}$ și $\{\{R\ (x, y) \vee R\ (y, x)\},$ $\{\sim R\ (x, y) \vee \sim R\ (y, x)\}\}$ se poate deriva clauza nulă.

---

[2] Cf. Gh. Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 335; P. Ioan, *Logică și filosofie. Restanțe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iași, 1996, pp. 34-9.

[3] Se poate utiliza în acest sens metoda matriceală.

Or, din $\{\sim R(x, y) \vee R(y, x)\}$ și $\{R(x, y) \vee R(y, x)\}$ se poate deriva $\{R(y, x)\}$, iar din $\{\sim R(y, x) \vee R(x, y)\}$ și $\{\sim R(x, y) \vee \sim R(y, x)\}$, $\{\sim R(y, x)\}$. În sfîrșit, din $\{R(y, x)\}$ și $\{\sim R(y, x)\}$ se deduce clauza nulă.

Ar mai fi de notat în acest context definițiile cuantificaționale ale operațiilor de atribuire a proprietăților de conexitate – Conn [4] – și de linearitate – Linn [5] –, prin schemele formale (D265 – 266).

$$\text{(D265) Conn }(R) = (\wedge x)\ (\wedge y)\ ((x \neq y) \rightarrow R(x, y) \vee R(y, x))$$

$$\text{(D266) Linn }(R) = (\wedge x)\ (\wedge y)\ ((x = y) \vee R(x, y) \vee R(y, x))$$

Dată fiind identitatea schemelor $\varphi \rightarrow \psi$ și $\sim \varphi \vee \psi$ (identitate ce poate fi demonstrată în ***SD*** sau verificată prin metoda matriceală, se constată cu ușurință că linearitatea și conexitatea constituie, de fapt, una și aceeași proprietate.

Pe temeiul definițiilor deja construite, se pot contura aspectele de ordine care privesc relația R și mulțimea M.

R este o relație de preordine și structura <M, R> este „preordonată", dacă și numai dacă relația R este tranzitivă și reflexivă. R este o relație de ordine parțială și structura logică <M, R> este parțial ordonată, dacă și numai dacă relația R este tranzitivă, antisimetrică și reflexivă. R este o relație de ordine totală și structura logică <M, R> este total ordonată, dacă și numai dacă relația R este tranzitivă, antisimetrică, reflexivă și conexă. R este o relație de ordine strictă parțială și structura logică <M, R> este parțial strict ordonată, dacă și numai dacă relația R este tranzitivă și ireflexivă sau, același lucru, tranzitivă și asimetrică. R este o relație de ordine strictă și structura logică <M, R> este strict ordonată, dacă și numai dacă relația R este tranzitivă, ireflexivă și lineară [6].

În concluzie, conturarea unor structuri logice ordonate presupune caracterizarea relațiilor ordonatoare prin prisma unor proprietăți care se definesc, în ultimă instanță, cu ajutorul operațiilor de cuantificare.

5.2. ALTE MĂRCI ALE CANTITĂȚII CE CARACTERIZEAZĂ RELAȚIILE

Faptul că inflexiunile cantității pot fi urmărite și la nivel metalogic este întărit de posibilitatea efectuării unor „categorisiri" nuanțate a relațiilor pe baza unor criterii explicit cuantificaționale. În acest sens, supunem atenției, spre ilustrare, cîteva elemente ale unei clasificări remarcabile a relațiilor (diadice) pe care a realizat-o Charles Sanders Peirce, folosind jocul pur combinatoric al cuantificărilor de universalitate și de particularitate [7].

Înainte de toate este de reținut faptul că Ch. S. Peirce disociază negația „relațională" de negația „propozițională" și plasează operațiile de cuantificare într-un

---

[4] W. Gellert, H. Küstner, M. Hellwich și H. Kästner (eds.), *Mică enciclopedie matematică*, Editura Tehnică, București, 1980, p. 400.

[5] J. van Benthem, *Questions about Quantifiers*, în: „The Journal of Symbolic Logic", vol. 49, nr. 2, 1984, p. 447.

[6] Caracterizările de mai sus au fost preluate din: M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, pp. 46-47; Gr. C. Moisil, *Elemente de logică matematică și de teoria mulțimilor*, Editura Științifică, București, 1968, pp. 44-46, 49-50.

[7] Ch. Hartshorne și P. Weiss (eds.), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III: „Exact Logic" și IV: „The Simplest Mathematics", Harvard University Press, Cambridge, Massachusets, 1933, pp. 369 sqq.

context „angajat sub raport ontologic". Din aceste motive, recuperarea demersului peircean în sistemul de semne al acestei abordări presupune notarea celor două tipuri de negație logică cu „$\neg$", respectiv „$\sim$", precum și utilizarea cuantorilor „de actualitate": „$(\forall x)$", „$(\forall y)$" și „$(\forall z)$", respectiv „$(\exists x)$", „$(\exists y)$" și „$(\exists z)$".

Păstrînd terminologia originară, ar fi de notat că relația R este: ☞ (1) lație; ☞ (2) contralație; ☞ (3) extralație; ☞ (4) juxtalație; ☞ (5) perlație; ☞ (6) contraperlație; ☞ (7) extraperlație; ☞ (8) juxtaperlație; ☞ (9) reperlație; ☞ (10) contrareperlație; ☞ (11) extrareperlație; ☞ (12) juxtareperlație; ☞ (13) conlație; ☞ (14) ultralație; (15) translație; ☞ (16) superlație, dacă și numai dacă propozițiile (1) – (12) sînt legi logice.

(1) $(\exists x)\ (\exists y)\ R\ (x, y)$	(9) $(\exists y)\ (\forall x)\ R\ (x, y)$
(2) $(\exists x)\ (\exists y)\ \neg R\ (x, y)$	(10) $(\exists y)\ (\forall x)\ \neg R\ (x, y)$
(3) $(\forall x)\ (\forall y)\ \neg R\ (x, y)$	(11) $(\forall y)\ (\exists x)\ \neg R\ (x, y)$
(4) $(\forall x)\ (\forall y)\ R\ (x, y)$	(12) $(\forall y)\ (\forall x)\ R\ (x, y)$
(5) $(\exists x)\ (\forall y)\ R\ (x, y)$	(13) $(\exists x)\ (\forall y)\ (\exists z)\ (R\ (x, z) \wedge R\ (y, z))$
(6) $(\exists x)\ (\forall y)\ \neg R\ (x, y)$	(14) $(\exists x)\ (\forall y)\ (\exists z)\ (R\ (x, z) \wedge \neg R\ (y, z))$
(7) $(\forall x)\ (\exists y)\ \neg R\ (x, y)$	(15) $(\forall x)(\exists y)(\forall z) \sim (\neg R\ (x, z) \wedge R\ (y, z))$
(8) $(\forall x)\ (\exists y)\ R\ (x, y)$	(16) $(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ (\exists w) \sim ((\neg R\ (x, z) \wedge$ $\wedge R\ (y, z)) \wedge (R\ (x, w) \wedge \neg R\ (y, w)))$

Într-o a doua suită de componente relaționale se regăsesc instanțele lui R, calificate ca: ☞ (1) suilație; ☞ (2) contrasuilație; ☞ (3) extrasuilație; ☞ (4) juxtasuilație; ☞ (5) ambilație; ☞ (6) contrambilație; ☞ (7) extrambilație; ☞ (8) juxtambilație; ☞ (9) peneperlație; ☞ (10) penereperlație; ☞ (11) penecontraperlație; ☞ (12) penecontrareperlație în măsura în care se dovedesc totdeauna adevărate propozițiile corespunzătoare de mai jos.

(1) $(\forall x)\ R\ (x, x)$	(2) $(\forall x)(\forall y)(\neg R(x, x) \wedge \neg R(y, y) \wedge R(x, y))$
(4) $(\exists x)\ R\ (x, x)$	(3) $(\exists x)(\exists y)(\neg R(x, x) \wedge \neg R(y, y) \wedge R(x, y))$
(5) $(\forall x)\ (\forall y)\ (R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$	(6) $(\forall x)(\forall y)(R(x, x) \wedge R(y, y) \wedge \neg R(x, y))$
(7) $(\exists x)\ (\exists y)\ (\neg R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$	(8) $(\exists x)\ (\exists y)\ (R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$
(9) $(\exists x)\ (\forall y)\ (R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$	(10) $(\exists y)\ (\forall x)\ (R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$
(11) $(\exists x)\ (\forall y)\ (\neg R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$	(12) $(\exists y)\ (\forall x)\ (\neg R\ (x, y) \wedge (x \neq y))$

Mărginindu-ne la redarea acestui fragment din luxurianta clasificare peirceană a relațiilor, vom observa că „deducerea metafizică" a tipurilor de raporturi diadice este susținută pe deplin de operațiile de cuantificare. Cît privește relevanța componentelor identificate, se poate concede că nu fiecare dintre ele are un statut logic demn de luat în seamă. În același timp, însă, trebuie să se remarce faptul că teoria relațiilor propusă de Peirce se poate constitui într-un punct de plecare pentru o clasificare exhaustivă a relațiilor, depășindu-se, astfel, maniera rapsodică de promovare a distincțiilor aferente.

CONCLUZII

Considerațiile chemate să formeze finalul unei cercetări stau sub semnul redundanței. Conștienți fiind de acest risc, vom căuta să ne supunem principiului parcimoniei, prezentînd în cele ce urmează o recapitulare schematică a ideilor care susțin lucrarea și cîteva deschideri spre încercări adiacente viitoare.

Teza pe care am căutat s-o întemeiem pe parcursul acestei abordări revine la constatarea că întreaga cunoaștere, cu precădere, cunoașterea „pozitivă" (adică, acea lucrare a intelectului ce se supune lui λόγος ἀποφαντικός) este susținută de categoria cantității. Deoarece logica, în speță: logica formală, îndeplinește rolul de instrument (ὄργανον) al cunoașterii pozitive, ni s-a părut suficient să demonstrăm ideea că însemnele cantității pot fi decelate pe fiecare palier al logicii formale.

Încercînd să supunem acest demers demonstrativ standardelor de exactitate și de completitudine, am asumat o categorisire convenabilă a expresiilor ce compun un limbaj formalizat – *L* – și metalimbajul corespunzător – *ML* – și am fixat drept „schemă de înaintare discursivă" o clasificare exemplară a operatorilor care generează categoreme. O dată cu parcurgerea respectivei clasificări s-a evidențiat faptul că cele mai multe aplicații care se finalizează în categorii fundamentale manifestă explicit ori implicit determinări cantitative.

Din prima categorie de operatori pe care am luat-o în considerare, conectorii, am selectat, pentru început, subclasa cuantorilor. După ce a fost asumat un set de primitive ale logicii de ordinul întîi și după ce au fost asigurate prin definiții, precizări terminologice și convenții notaționale toate celelalte ingrediente cu rol explicativ, s-a trecut la definirea „contextuală" a cuantificărilor de individ clasice. Pentru fiecare dintre cele două categorii de cuantificări s-au oferit definiții verifuncționale (parțiale), asocieri cu conjunții, respectiv adjuncții infinit numărabile și utilizări ale binomului *generalizare - instanțiere*. Analiza cuantificărilor de individ clasice – de departe, cea mai extinsă – a fost apoi rafinată prin dispunerea lor explicită în context sintactic, respectiv în context semantic. Adoptarea perspectivei sintactice ne-a prilejuit enumerarea principalelor reguli de control relative la operațiile clasice de cuantificare și demonstrarea celor mai multe dintre ele într-un calcul al deducției naturale. Interpretarea acelorași operații a fost centrată pe două puncte de vedere corelate: unul „referențial", iar celălalt „substituțional". Ambele puncte de vedere reliefează faptul că cele mai redutabile probleme care apar în acest context sînt legate de ambiguitățile semantice ale unor expresii, precum aceea de „existență" și de neexplicitarea unor supoziții care stau la baza logicii de ordinul întîi. Distingînd mai întîi între existență și inexistență, iar mai apoi, între existența reală și existența ficțională (ca specii distincte ale consistenței), am corelat cuantificările de individ clasice „angajate sub raport ontologic" cu operațiile analoage din logica liberă. Evident, nu am putut trece peste implicațiile asumării unor supoziții de existență cu privire la termenii individuali. O dată clarificate aceste distincții, ne-am permis să fixăm ca repere ale demersului explicativ coordonatele logicii libere, lăsînd în seama cititorului transpunerea definițiilor și regulilor avansate în logica angajată sub raport ontologic. Pe baza unor lucrări datorate logicienilor Ludvik Borkowski și Petru Ioan, am avansat în continuare un sistem de cuantificări individuale standard, operații obținute prin asocierea cuantificărilor clasice (neutre) cu negarea, adjungerea sau conjugarea. Cadrul definițional aferent acestor aplicații a fost întregit cu matrice verifuncționale (incomplete). Prin proliferarea determinanților cantitativi care intră în alcătuirea operațiilor de cuantificare, au fost construite mai multe familii de cuantificări nonstandard: cuantificările mărginite, cuantificările minimizante, cuantificările maximizante, cuantificările de precizie și cuantificările de aproximație. Din această ultimă subclasă de operații au fost analizate cu precădere cuantificările stocastice și cuantificările plurative. O dată cu instalarea la nivelul logicii de ordinul doi, s-a putut trece la proliferarea operațiilor de cuantificare în funcție de tipul obiectelor asupra cărora se acționează. În consecință, cuantificărilor de individ le-au fost alăturate cuantificări temporale, cuantificări atributive, cuantificări predicaționale, cuantificări „faptice", cuantificări propoziționale și cuantificări de conectivă. La finalul subcapitolului pe care l-am consacrat operațiilor ce exprimă în manieră explicită determinări cantitative, am trecut în revistă și cîteva considerații referitoare la impactul cuantificării în registrul obiectelor desemnate de termenii de masă.

Următorul subcapitol – 1.2. – întregește sub semnul cantității dimensiunea temporală (și, în general, circumstanțială) a logicii, asigurînd o inserție convenabilă în logica timpurilor gramaticale. Operatorilor care susțin calculele subsumate acestei logici temporale li se confirmă statutul de conectori și li se dezvăluie (prin definiții și reguli de derivare) aspectele cantitative pe care le comportă.

O scurtă incursiune în domeniul logicii modale (a se vedea subcapitolul 1.3.) s-a dovedit suficientă pentru a lămuri că modalitățile (în varianta *de dicto* asumată: conectivele modale) sînt de fapt cuantificări „mascate" / implicite.

Cercetînd inflexiunile cantității în contextele subnectorilor, predicatorilor și operatorilor *stricto sensu*, am căutat să ancorăm prin corespondențe noile categorii de operatori în domeniul vast și explicit măsurabil (sub raport cantitativ) al cuantorilor.

Aspectele cantitative din registrul subnectorilor au fost corelate cu fenomenul polivalenței (fenomen reflectat convingător în calculele modale, probabiliste ori *fuzzy*) și cu rezultatele desemnării obiectelor prin intermediul descriptorilor.

La nivelul predicatorilor ne-am propus să parcurgem în primul rînd secvențele care poartă o evidentă tentă cantitativistă din teoria mulțimilor și din silogistică. Prima secțiune a respectivului capitol – 3 – ne-a prilejuit, printre altele, o expunere sistematică (și, oarecum fastidioasă) a predicatelor clasiale (diadice), ce se înscriu pe linia articulării unui sistem operațional rafinat pentru calculele cu mulțimi. Cu privire la impactul cantității în silogistică, s-a urmat un aliniament de ordin istoric. După ce s-au fixat coordonatele silogisticii aristotelice, au fost aduse în atenție adăugirile logicienilor din Evul de mijloc, cuantificările inedite ale propozițiilor silogistice propuse de A. de Morgan și de W. Hamilton, precum și cele mai relevante segmente ale silogisticii moderne. Capitolul se încheie cu relevarea aspectelor cantitative pe care le comportă așa - numitele „modalități dinamice".

Secțiunea din lucrare care se referă la aspectele cantitative din orizontul operatorilor *stricto sensu* conține o secvență a logicii de ordinul doi dedicată jocului formal al funcției de cardinalitate, un fragment din teoria „cuantificării generalizate" și o reluare la nivel atomar a unor considerații privind logica impreciziunii. În acest context, am propus un sistem „neutru" al silogisticii (asertorice) în care se regăsesc silogismele „tari" din silogistica tradițională și silogismele plurative, am supus atenției o modalitate remarcabilă de formalizare a enunțurilor din limbajele naturale și am urmărit reconsiderarea funcțiilor clasiale în contextul calculelor *fuzzy*.

La finalul acestei încercări ni s-a părut potrivit să întocmim și un scurt capitol (cu rol de *addenda*) în care se regăsesc unele însemne ale cantității prezente la nivel metalogic, însemne care s-ar fi lăsat mai greu subsumate cadrului de referință fixat în partea introductivă. Ajunși în acest punct, am subliniat felul în care determinarea structurilor de ordine și unele caracterizări ale relațiilor (în speță, cîteva caracterizări propuse de logicianul Charles Sanders Peirce) manifestă (în mod explicit ori implicit) categoria cantității.

Nu arareori se spune că cele mai izbutite lucrări de sinteză se realizează în „amurgul" activității de cercetare și nu la începuturile ei sau că cele mai multe sinteze sînt vaste sume de date despre nimic. Ne place să credem, însă, că prin lucrarea ce se încheie cu aceste rînduri am evitat cele mai periculoase capcane ale încercărilor de sinteză. Circumscrierea precisă a domeniului de cercetare (modalitățile de recuperare a cantității la nivel formal), asumarea unui cadru *a priori* de investigare a respectivului domeniu – clasificarea tetradică a operatorilor generatori de categorii fundamentale – și articularea unui limbaj formal (ca și a metalimbajului corespunzător) în acord cu stadardul de exactitate se constituie, credem noi, în premise convenabile pentru realizarea unei secțiuni interesante a logicii formale.

Încercînd să rezistăm tentației de a căuta rezolvări exhaustive pentru problemele aduse în atenție, am lăsat loc pentru cîteva întregiri ale eventualilor cititori și ne-am creat puncte de plecare pentru cercetări ulterioare. Astfel, s-ar putea aprofunda analiza unor aspecte ale problemelor deja anunțate (ne gîndim aici la multiplicarea operațiilor de cuantificare, la construirea unui sistem formal capabil să ofere reguli de derivare pentru propozițiile cuantificate numeric, la rafinarea modelării cantitative a impreciziei, ...) sau ar putea fi luată în considerare posibilitatea investigării sistematice (sub raportul cantității) a operatorilor care generează alți operatori.

Toate aceste deschideri dovedesc o dată în plus că logica formală este departe de a fi un capitol încheiat al cunoașterii. Cîtă vreme se constituie ca instrument de configurare și de explicitare a cunoștințelor, logica nu poate fi „deconectată" de la sursele de dezvoltare care revoluționează științele contemporane.

QUANTITÄTSREGIMES IN DER FORMALEN LOGIK

(Zusammenfassung)

Im Rahmen dieser Arbeit haben wir versucht, darauf hinzuweisen, dass man die Kennzeichen der Quantität in allen Abteilungen der formalen Logik ausfinden kann. Um dieses demonstrative Vorgehen dem Genauigkeits- und dem Vollständigkeitsstandard anzupassen, haben wir die Hauptbedeutungen des Terminus „Quantität" Revue passiert (mit der Bemerkung, dass die meisten unter ihnen von der Ambiguität gekennzeichnet sind), die Merkzeichen der formalen Logik festgesetzt, eine passende Kategorisierung der Ausdrücke übernommen, die eine Objektsprache -- L -- und die zugehörige Metasprache – ML -- aufbauen und als „Schema des diskursiven Vorwärtsgehens" eine geläufige Klassifikation jener Operatoren gewählt, die vollständige Ausdrücke erzeugen. Auf diese Weise wurden die formalen Kennzeichen der Quantität der Reihe nach identifiziert und begrifflich festgelegt in den Kontexten der Junktoren, der „Subnektoren", der Prädikatoren und der Funktoren, id est *in den Kontexten der Operatoren, die Sätze aus Sätzen, Terme aus Sätzen, Sätze aus Termen, bzw. Terme aus Termen hervorbringen.*

Selbstverständlich haben wir vor allem die unbestreitbaren „Träger" der Quantität – die Quantoren – analysiert. Nachdem wir einen favorablen Gesichtspunkt hinsichtlich des logisch-semantischen Status dieser Operatoren übernommen hatten - jeder Quantor ist ein monadischer Junktor, der aus einem (quantitativen) „Determiner" und einer Variable besteht -, bezogen wir uns allmählich auf die klassischen Quantifikationen, auf die Standard-, bzw. Nichtstandardquantifikationen und auf die Quantifikationen 2. Stufe.

Die Analyse der klassischen All- und Existenzquantoren ist sowohl auf der syntaktischen als auch der semantischen Ebene ausgeführt worden. Genauer sind die Bildungs- und die bedeutende Ableitungsregeln, die Definitionen mittels der Wahrheitstabellen (auf das Geleise der Generalisierung, bzw. Instanzierung) und die Hauptinterpretationsvarianten betreffs der Quantifikationsschemata vorgebracht worden. Mit Bezug auf dieses letzte Problem haben wir die Behauptung argumentiert, dass die „referentiale" Interpretation (die auf den Schlüssewörtern „Bereich", „semantischer Wert" und „Erfüllung" zentriert ist) und die „substitutionale" Interpretation (die auf die Zahl der wahren Substitutionen der quantifizierten Aussagen hinweist) nicht gegensätzlich, sondern komplementär sind. In großen Zügen wird der angenommene Standpunkt folgenderweise präzisiert: (a) nicht alle Objekte haben einen Namen, genauso wie nicht alle Namen haben eine existente Denotation; (b) jedes Objekt kann als nicht-existenten Gegenstand betrachtet werden, nur wenn es wenigstens eine kontradiktorische Eigenschaft besitzt; gegenteils soll es als existenten Gegenstand qualifiziert werden; (c) jedes existierende Objekt ist entweder real oder fiktiv; (d) die zur klassischen Logik gehörende Quantifikationen sind mit ihren Analoga aus der freien Logik zu korrelieren. Mit Hilfe der schon fundamentierten Quantoren haben wir ein System von Standardquantifikationen umrissen, indem wir die „klassich - neutralen" Quantifikationen mit der Negation, der Adjunktion oder Konjunktion assoziert haben. In diesem Sinne wurde ein entsprechender Definitionsrahmen gebaut, der aus Exemplifikationen, Gleichungen und Wahrheitstabellen zusammengesetzt ist. Außerdem wurden die relevantesten Ableitungsregeln in ein logisches Hexagon kurz zusammengefasst. Vermittels der Proliferation der Determiners haben wir danach mehrere Familien von Nichtstandardquantoren gebaut: die Quantoren mit beschränktem Bereich, die Minimatoren, die Maximatoren, die Numeratoren und die Approximationsquantoren. Aus dieser letzten Teilklasse von Operatoren haben wir in erster Linie die stochastischen und die plurativen Quantoren analysiert. Genauso wie im Fall der Standardquantifikationen haben wir an kontextuelle Definitionen, an „natürliche" Exemplifikationen und an die Ordnungen der wichtigsten dazugehörigen Schlussfolgerungen in logischen Diagrammen appeliert. Indem wir die eingeführten Determiner mit mehreren Sorten von Variablen verbunden haben, konnten wir mit der Identifizierung und Bestimmung einiger Teilmengen von Quantifikationen im Horizont der Logik 2. Stufe weitergehen. Dementsprechend hat man den Individuenquantifikationen die Quantifikationen beigefügt, die sich auf die Daten, Attribute, Prädikate, Sachverhalte, Pro-

positionen und Junktoren beziehen. Die Verwertung der temporalen Dimension der Aussagen, die Korrelation zwischen den abstrakten Entitäten und der Existenz, sowie die quantitative Bestimmung der von den mass terms *bezeichneten Objekte sind nur einige Probleme, die hierbei gelöst werden sollten.*

In der Folge der Betrachtungen über die temporalen Quantifikationen haben wir im Zeichen von der Quantität die Junktoren behandelt, die die Temporalogik unterstützen: „die schwache Vergangenheit", „die starke Vergangenheit", „die schwache Zukunft", „die starke Zukunft" und die Gegenwart. Eine kurze „Reise" im Bereich der Modallogik hat sich als genügend gezeigt, um die Ansicht begründen zu können, dass die de dicto *Modalitäten eigentlich implizite Quantifikationen sind. In diesem Sinne haben wir den traditionellen alethischen Modalitäten – dem Möglichen, dem Notwendigen, dem Unmöglichen und dem Unnötigen - die Kontingenz, das Analytische , das Wahre, das Falsche, die positive Kontingenz und die negative Kontingenz hinzugefügt. Zwecks der Erläuterung dieser Modalitäten wurden die Wahrheitstabellen vorgeschlagen und die relevantesten Ableitungsregeln in logischen Diagrammen zusammengefasst.*

Indem wir in den Bereich der Subnektoren eingetreten sind, haben wir die Kategorie der Quantität zum Phänomen der Polyvalenz, das überzeugend in den modalen, probabilistischen oder fuzzy *Formalismen widergespiegelt wird und mit den Ergebnissen der Objektbestimmungen mittels der Deskriptoren in Verbindung gebracht. Der erste Teil der besprochenen Reihenfolge bildet sich aus der Rechtfertigung einer positiven Antwort auf die Frage, ob die alethischen Modalitäten in logischen Werten und, eingeschlossen, die Modallogik in einer mehrwertigen Logik transformiert werden können, aus einigen Varianten von nummerischen Schätzung der Bestätigungsmöglichkeit der Aussagen, sowie aus der Interpretationen der Junktoren, der alethischen Modalitäten, der stochastischen und der prozentualen Quantifikationen im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie. Unter derselben Etikette der Polyvalenz haben wir auf dem molekularen Niveau der Ungenauigkeit der Erkenntnis in die Diskussion gebracht. In Bezug aufs Thema „Kennzeichnungen" wurden die abgesonderten Aussagen untersucht, die als Subjekt je ein unwirkliches oder ein nicht-existentes* descriptum *haben und einige Definitionen betreffend eines aparten Individuums – das Nichts –, der Null- und der Allmenge eingeführt, indem man auf diese Weise einen passenden Übergang zum nächsten Kapitel leistet, das der Manipulierung der Quantität mit Hilfe von den Prädikatoren gewidmet ist.*

Um die Möglichkeiten der Quantitätswiedergewinung in der Klassenlogik vorzustellen, haben wir das vollständige Inventar der monadischen und der diadischen „klassialen" Funktionen gemacht und das System der 81 „rechtdeterminierten" Relationen artikuliert, die zwei beliebige Klassen verbinden können. Im Einklang mit der Fundamentierungsforderung haben wir die betreffenden klassialen Prädikate durch der Diagrammen, der Exemplifikationen und der quantorenlogischen Gleichungen erläutert.

Hinsichtlich des Impaktes der Quantität in der Syllogistik wurde die Aneignung der Historischen Perspektive als die beste betrachtet. Nachdem wir die Koordinaten der aristotelischen Syllogistik festgestellt hatten - durch die Bestimmung der syllogistischen Prädikatoren „a", „e", „i" und „o" in der Quantorenlogik und durchs Vorbringen der Existenz-, der Unganzheits-, bzw. der Pluralitätsvoraussetzung, haben wir uns auf die Hinzufügungen der mittelalterlichen Logiker betreffs der singulären Aussagen, auf die Quantifikationen der syllogistischen Aussagen, die Augustus de Morgan und William Hamilton vorgeschlagen haben, auf die stochastischen und auf die plurativen Syllogistik bezogen.

Im Zeichen der Quantität sind wir dann zu den alethischen Modalitäten zurückgekommen, die wir diesmal in ihrer de re *Variante betrachtet haben. Genauer gesagt haben wir die quantitativen Aspekte der so genannten „dynamischen Modalitäten" gemustert.*

*Die vierte hauptsächliche Schnitt dieser Arbeit ist ein Fragment der Logik 2. Stufe, das einige Betrachtungen betreffs der Kardinalitätsfunktion, der verallgemeinerten Quantoren (*generalized quantifiers*) und der unschärfen Mengen enthält.*

Letzlich haben wir einen kurzen Kapitel konstruiert, in dem sich mehrere Kennzeichen der Quantität im Horizont der Ordnungsstrukturen und einige von Charles Sanders Peirce vorgeschlagenen Charakteristika der diadischen Relationen befinden.

BIBLIOGRAFIE

ALIEV, R.; BONFIG, K.W.; ALIEW, F.
1994: *Messen, Steuern und Regeln mit Fuzzy Logik. Grundlagen und Methoden zum Aufbau von Fuzzy - Anwendungssystemen*, Franzis Verlag, München

ALLWOOD, JENS; ANDERSON, LARS - GUNNAR; DAHL, ÖSTEN
1973: *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen

ARISTOTEL
1994: *Categorii*, Editura Humanitas, Bucureşti
1965: *Metafizica*, Editura IRI, Bucureşti

BALAIŞ, MIRCEA
1988: *Logica simbolică*, II, Universitatea „Babeş - Bolyai", Cluj Napoca

BALDWIN, THOMAS
1979: *Interpretations of Quantifiers*, în: „Mind", 88

BARWISE, JON; COOPER, ROBIN
1981: *Generalized Quantifiers and Natural Language*, în: „Linguistic and Philosophy", 4

BARWISE, JON; ETCHEMENDY, JOHN
1991: *The Language of First-Order Logic*, 2nd ed., CSLI, Lelend Stanford Junior University

BASTABLE, PATRICK K.
1975: *Logic: Depth Grammar of Rationality*, Gill and MacMillan, Dublin

BAUM, ROBERT; WIECK, DAVID
1981: *Logic*, 2nd ed., Holt, Rinehart and Winston, New York, Chicago, Dallas

BECKER, OSKAR
1985: *Măreţia şi limitele gîndirii matematice*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti

BENTHEM, JOHANN VAN; DOETS, KEES
1983: *Higher - Order Logic*, în: D. Gabbay şi F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel P. C., Dordrecht
1984: *Questions about Quantifiers*, în: „The Journal of Symbolic Logic", vol. 49, nr. 2

BERGMANN, EBERHARD; NOLL, HELGA
1977: *Mathematische Logik mit Informatik - Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin

BERGMANN, MERRIE; MOOR, JAMES; NELSON, JACK
1980: *The Logic Book*, Random House, New York

BETH, E. W.
1956: *L'existence en mathématique*, Gauthier - Villars, Paris

BIBEL, W.
1992: *Deduktion. Automatisierung der Logik*, R. Oldenburg Verlag, München

BIELTZ, PETRE
1974: *Principiul dualităţii în logica formală*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti

BIRD, O.
1964: *Sylogistic and Its Extensions*, Prentice - Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey

BLANCHÉ, ROBERT
1967: *Raison et discours. Défense à la logique réflexive*, J. Vrinn, Paris
1968: *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris
1970: *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin, Paris
1972: *Sur la trivalence*, în: „Logique et analyse", 59 - 60

BLUMBERG, A. E.

1976: *Logic. A First Course*, Alfred A. Knopf, New York

BOCHENSKI, J. M.

1978: *Formale Logik*, 4. Aufl., Verlag Karl Alber, Freiburg, München

BODDENBERG, ERICH

1975: *Logik*, I. Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main

BOHNERT, H. G.

1975: *Logic: Its Use and Basis*. University Press of America, Washington D.C.

BONEVAC, DANIEL

1985: *Quantity and Quantification*, în: „Noûs", vol. 19, nr. 2

BORKOWSKI, LUDVIK

1958: *On Proper Quantifiers*, I, în: „Studia Logica", vol. 8, Warszawa

1976: *Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik*, Akademie - Verlag, Berlin

BOTEZATU, PETRE

1969: *Schiță a unei logici naturale. Logică operatorie*, Editura Științifică, București

1971: *Valoarea deducției*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

BOTHE, HANS - HEINRICH

1993: *Fuzzy Logik. Einführung in Theorie und Anwen - dungen*. Springer Verlag, Berlin

BOUQUIN, D.

1996: *Les catégories syntaxico - sémantique: petite histoire d'un grand problème*, în: D. Miéville (ed.), *Analyse categorielle et logique*, Université de Neuchâtel

BRAUN, DAVID

1993: *Empty Names*, în: „Noûs", 27: 4

BRENY, H.

1983: *A propos du terme „probabilité"*, în: „Logique et analyse", 26^{e} année

BRODY, BARUCH

1973: *Logic, Theoretical, and Applied*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

BURGESS, JOHN P.

1984: *Basic Tense Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: *Extensions of Classical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht

CANDIESCU, CĂLIN

1981: *O sistematizare informală în calculul cu predicate de ordinul I*, în: *Probleme de logică*, VIII, Editura Academiei, București

CARNAP, RUDOLF

1960: *Einführung in die symbolische Logik*, 2. Aufl., Springer - Verlag, Wien

1972: *Semnificație și necesitate. Un studiu de semantică și logică modală*, Ed. Dacia, Cluj

1973: *Grundlagen der Logik und Mathematik*, 2. Aufl., Nymphenburger Verlagshandlung, München

CHELLAS, BRIAN F.

1975: *Quantity and Quantification*, în: „Synthese", 31

CHIOREANU, AURORA; MÂCIU, M.; NICOLESCU, N. C.; RĂDULESCU, GH.; ȘUTEU, V. (eds.)

1978: *Mic dicționar enciclopedic*, ed. a II - a, Editura Șt. și Enciclopedică, București

CLEAVE, JOHN P.

1991: *A Study of Logics*, Clarendon Press, Oxford

CRESSWELL, M. J.

1990: *Entities and Indices*, Kluwer Academic Publishers, Dordrechet

CURRY, HASKELL B.
1963: *Foundations of Mathematical Logic*, McGraw - Hill Book C., New York

CZECH, ALBERT
1977: *Grundkurs der Logik*, 2. Aufl., Bouvier Verlag

DELLER, H.
1976: *Boolesche Algebra*, Diesterweg - Salle, Frankfurt am Main

DIDILESCU, ION; BOTEZATU, PETRE
1976: *Silogistica. Teoria clasică şi interpretările moderne*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti

DIMA, TEODOR
1981: *Criteriologia adevărului*, în: Botezatu, Petre (ed.), *Adevăruri despre adevăr*, Editura Junimea, Iaşi
1989: *Aspecte ale dialecticii posibilului relevate prin interpretarea probabilităţii cu ajutorul tendinţelor*, în: P. Dumitrescu (ed.), *Coordonate ale gîndirii filosofice şi social - politice româneşti*, Editura Junimea, Iaşi

DOWTY, DAVID; WALL, ROBERT; PETERS, STANLEY
1981: *Introduction to Montague Semantics*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht

DUMITRIU, ANTON
1971: *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, Bucureşti
1975: *Istoria logicii*, ed. a II - a, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti

DUNN, J. MICHAEL; BELNAP, NUEL D., JR.
1968: *The Substitution Interpretation of the Quantifiers*, în: „Noûs", II

EBBINGHAUS, HEINZ - DIETER; FLUM, JÄRG; THOMAS, WOLFGANG
1992: *Einführung in die mathematische Logik*, Wissenschaftsverlag, Mannheim

EBERSOLE, FRANCK B.
1963: *Whether Existence is a Predicate*, în: „The Journal of Philosophy", vol. 60, nr. 18

EDWARDS, P. (ed.)
1967: *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 5, The Macmillan Company & The Free Press, New York, Collier - Macmillan Ltd., London

ENDERTON, HERBERT B.
1972: *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York

ENESCU, GHEORGHE
1974: *Cîteva probleme ale logicii moderne*, în: Enescu, Gh. (ed.), *Direcţii în logica contemporană*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti
1980: *Fundamentele logice ale gîndirii*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti
1985: *Dicţionar de logică*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti

ENGEL, PASCAL
1989: *La norme du vrai. Philosophie de la logique*, Galimard, Paris

ENGESSER, H. (ed.)
1993: *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim

EPSTEIN, RICHARD L.
1994: *The Semantic Foundations of Logic. Predicate Logic*, Oxford U. P., New York

FREGE, GOTTLOB
1879: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Verlag von Louis Nebert, Halle
1973: *Schriften zur Logik*, aus dem Nachlass, mit einer Einl. von L. Kreiser, Akademie Verlag, Berlin

1977: *Ce este o funcţie ?*, în: G. Frege, *Scieri logico - filosofice*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti

GABBAY, DOV M.; HOGGER, C. J.; ROBINSON, JULIA A. (eds.)
1993: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, I: „Logical Foundations", Clarendon Press, Oxford

GABRIEL, G.
1975: *Fiktion und Wahrheit. Eine semantische Theorie der Literatur*, Frommann Verlag, Stuttgart - Bad Cannstatt

GARDIES, JEAN - LOUIS
1975: *La logique du temps*, Presses Universitaires de France, Paris

GELLERT, WALTER; KÄSTNER, HERBERT; NEUBER, SIEGFRID (eds.)
1978: *Fachlexikon ABC Mathematik*, Verlag Harry Deutsch, Thun, Frankfurt am Main

GELLERT, WALTER; KÜSTNER, H.; HELLWICH, M.; KÄSTNER, H. (eds.)
1980: *Mică enciclopedie matematică*, Editura Tehnică, Bucureşti

GOTTLIEB, DALE; MCCARTHY, TIMOTHY
1979: *Substitutional Quantification and Set Theory*, „Journal of Philosophical Logic", 8

GOTTWALD, S.; STREHLE, P.
1988: *Mehrwertige Logik*, în: L. Kreiser, S. Gottwald şi W. Stelzner (eds.), *Nichtklassische Logik. Eine Einführung*, Akademie Verlag, Berlin

GRAUEL, ADOLF
1995: *Fuzzy - Logik. Einführung in die Grundlagen mit Anwendungen*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim.

GRIZE, JEAN - BLAISE
1969: *Logique moderne*, fasc. I, Gauthier - Villars, Mouton

GROVER, DOROTY L.
1972: *Propositional Quantifiers*, în: „Journal of Philosophical Logic", 1

GRZEGORCZYK, ANDRZEJ
1966: *Schiţă istorică*, în: *Logică şi filozofie. Orientări în logica modernă şi fundamentele matematicii*, Editura Politică, Bucureşti
1974: *An Outline of Mathematical Logic*, Polish Scientific Publishers, Warszawa

GUTTENPLAN, SAMUEL
1986: *The Languages of Logic. An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford

HAILPERIN, THEODORE
1991: *Probability Logic in the Twentieth Century*, în: *History and Philosophy of Logic*, 12, Taylor & Francis, London, New York, Philadelphia

HARRISON, FRANCK R.
1969: *Deductive Logic and Desciptive Language*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs

HARTSHORNE, CH.; WEISS, P. (eds.)
1933: *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III („Exact Logic") şi IV („The Simplest Mathematics"), The Belknap Press of Harvard U. P., Cambridge, Mass.

HASENJAEGER, GISBERT
1962: *Introduction to the Basic Concepts and Problems of Modern Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
1972: *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der Modernen Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg, München

HEGEL, G. W. FR.
1966: *Ştiinţa logicii*, Editura Academiei, Bucureşti

HINST, PETER

1974: *Logische Propädeutik. Eine Einführung in die deduktive Methode und logische Sprachenanalyse*, Wilhelm Fink Verlag, München

HINTIKKA, JAAKKO

1966: *Studies in the Logic of Existence and Necessity*, în: „The Monist", vol. 50, nr. 1

HISPANUS, PETRUS

1947: *Summulae Logicales*, quas e codice manu scripto Reg. Lat. 1205 editit I. M. Bochenski O. P., Domus Editorialis Marietti, Friburgi

HODGES, WILFRID

1983: *Elementary Predicate Logic*, în: D. Gabbay şi F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: *Elements of Classical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht

HOTTOIS, GILBERT

1989: *Penser la logique. Une introduction technique, théorique et philosophique à la logique formelle*, De Boeck Université - Editions Universitaires, Bruxelles

HOYNINGEN - HUENE, PAUL

1998: *Formale Logik. Eine philosophische Einführung*, Reclam, Stuttgart

HUGHES, G. E.; CRESWELL, MAX

1972: *An Introduction to Modal Logic*, Methuen and Co. Ltd, London

HUNTER, GEOFFREY

1973: *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles

HURLEY, PATRICK J.

1988: *A Concise Introduction to Logic*, 3nd ed., Wadsworth P. C., Belmont

INGWAGEN, PETER VAN.

1981: *Why I Don't Understand Substitutional Quantification*, „Philosophical Studies", 39

IOAN, PETRU

1973: *Analiza logică a limbajului*, Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi

1976: *Recuperarea timpului şi devenirii în logica formală*, în: „Analele Ştiinţifice ale Universităţii «Al. I. Cuza» din Iaşi", III b, tomul XXII

1980: *Axiomatica. Studiu morfo - logic*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti

1983: *Logică şi metalogică. Incursiuni şi noi contururi*, Editura Junimea, Iaşi

1987: *Perspective logice. Contribuţii la reconstruirea unui profil disciplinar*, Editura Junimea, Iaşi

1988: *Logică şi limbaj: comunicaţii logico - lingvistice pe făgaşul teoriei categoriilor*, în: Petru Ioan (ed.), *Logică, adevăr formal şi relevanţă interpretativă*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti

1988: *Paradigma gramaticalităţii categoriale şi programul logicii integrale*, în: Petru Ioan (ed.), *Cunoaştere, eficienţă, acţiune*, Editura Politică, Bucureşti

1995: *Educaţie şi creaţie în perspectiva unei logici „situaţionale"*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti

1996: *Logică şi filosofie. Restanţe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iaşi

JACOB, A. (ed.)

1990: *Encyclopédie Philosophique Universelle*, II: „Les notions philosophique. Dictionnaire" (volume dirigé par S. Auroux), tome 1, P. U. F., Paris

JACOBI, K.

1973: *Möglichkeit*, în: H. Krings, H. M. Baumgartner şi Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, IV: „Mensch – Relation", Käsel Verlag, München

JEFFREY, RICHARD C.
1967: *Formal Logic: Its Scope and Limits*, McGraw - Hill, New York

JOJA, ATHANASE
1971: *Studii de logică*, III, Editura Academiei, Bucureşti
1976: *Studii de logică*, IV, Editura Academiei, Bucureşti

KANT, IMMANUEL
1985: *Logica generală*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti
1994: *Critica raţiunii pure*, Editura IRI, Bucureşti

KLENK, VIRGINIA
1983: *Understanding Symbolic Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

KNECHT, HERBERT H.
1981: *La logique chez Leibniz. Essai sur le rationalisme baroque*, L'Age d'Homme, Lausanne

KOTARBINSKI, TADEUSZ
1965: *Léçons sur l'histoire de la logique*, Editions Scientifiques de Pologne, Warszawa

KÜNG, G.
1977: *The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Lesniewski*, în: „Studia Logica", vol. 36, nr. 1 - 2

KUTSCHERA, FRANZ VON; BREITKOPF, ALFRED
1971: *Einführung in die moderne Logik*, Verlag Karl Alber, München

LAMBERT, KAREL
1958: *Notes on „E!"*, în: „Philosophical Studies", vol. 9, nr. 3
1965: *On Logic and Existence*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 6, nr. 2

LEBLANC, H.
1955: *An Introduction to Deductive Logic*, John Wiley & Sons Inc., New York

LEMMON, E. J.
1965: *Beginning Logic*, Van Nostrand Reinhold (UK) Co. Ltd, Molly Millars Lane, Wokingham, Berkshire

LEWIS, C. I.; LANGFORD, C. H.
1959: *Symbolic Logic*, 2nd ed., Dover Publications Inc., London

LINSKY, LEONARD
1971: *Reference, Essentialism and Modality*, în: Leonard Linsky (ed.), *Reference and Modality*, Oxford University Press, London

LORENZEN, PAUL
1962: *Formale Logik*, 2. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin

ŁUKASIEWICZ, JAN
1982: *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, în: A. Menne şi N. Éffenberger (eds.), *Über den Folgerungsbegriff in der aristotelischen Logik*, Georg Olms Verlag, Hildesheim

MARCISZEWSKI, WITOLD
1981: *Abstraction Operator*, în: Witold Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga
1981: *Semantics, Logical*, în: Witold Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*. Martinus Nijhoff Publishers, Haga

MARCUS, RUTH BARCAN
1962: *Interpreting Quantification*, în: „Inquiry", 5

MARTIN, J. N.
1987: *Elements of Formal Semantics. An Introduction to Logic for Students of Language*, Academic Press, New York

MARTIN, R. M.
1958: *Truth & Denotation. A Study in Semantical Theory*, Routledge & Kegan Paul, London

MATTIESSEN, GÜNTER
1991: *Logik für Software - Ingenieure*, Walter de Gruyter, Berlin

MCNEIL, MARTIN; THRO, ELLEN
1994: *Fuzzy Logic. A Practical Approach*, AP Profesional. Boston, New York

MENDELSON, ELLIOT
1964: *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Company, New York

MENNE, ALBERT
1959: *Zur logischen Analyse der Existenz*, în: Albert Menne (ed.), *Logisch - Philosophische Studien*, Verlag Karl Alber, Freiburg, München
1966: *Existenz in der Logik*, în: P. Weingartner (ed.), *Description, Analyzität und Existenz*, Verlag Anton Pustet, Salzburg
1973: *Einführung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München

MEYER, ROBERT K.; LAMBERT, KAREL
1968: *Universally Free Logic and Standard Quantification Theory*, în: „The Journal of Symbolic Logic", vol. 33, nr. 1

MICHALOS, ALEX C.
1969: *Principles of Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

MIROIU, ADRIAN
1994: *Introducere în logica filosofică*, I: „Logică şi formalizare", Ed. Universităţii Bucureşti

MOISIL, GRIGORE C.
1965: *Încercări vechi şi noi de logică neclasică*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti
1968: *Elemente de logică matematică şi de teoria mulţimilor*, Ed. Ştiinţifică, Bucureşti
1972: *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Edition de l'Académie, Bucarest
1975: *Lecţii despre logica raţionamentului nuanţat*, Ed. Şt. şi Encicl., Bucureşti

MYCIELSKI, JAN
1992: *Quantifier - Free Versions of First Order Logic and their Psychological Significance*, în: „Journal of Philosophical Logic", 21

NAKHNIKIAN, GEORGE; SALMON, WESLEY C.
1957: *„Exists" as a Predicate*, în: „The Philosophical Review", vol. 66

NARIŢA, I.
1997: *Analiza logică: Frege şi Wittgenstein*, Editura Delabistra, Caransebeş

NEGOIŢĂ, C. V.; RALESCU, D. A.
1974: *Mulţimi vagi şi aplicaţiile lor*, Editura Tehnică, Bucureşti

NOVIKOV, P. S.
1966: *Elemente de logică matematică*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti

ØHRSTRØM, PETER; HASLE, PER F. V.
1995: *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

ORENSTEIN, ALEX
1984: *Referential and Nonreferential Substitutional Quantifiers*, în: „Synthese", 60

PAP, ARTHUR
1947: *A Note on Logic and Existence*, în: „Mind". vol. 56
PETERSON, PHILIP L.
1991: *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, „Journal of Philosophical Logic", 20
POPA, CORNEL
1992: *Logica predicatelor*, Editura Hyperion XXI, București
POSESCU, AL.
1947: *Teoria logică a judecății*, Cugetarea – Georgescu Delafras S. A., București
POSPESEL, HOWARD
1976: *Introduction to Logic. Predicate Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs
POTTER, MICHAEL D.
1990: *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford
PRIOR, ARTHUR N.
1957: *Time and Modality*, Clarendon Press, Oxford
1962: *Formal Logic*, 2nd ed., Clarendon Press, Oxford
PURTIL, RICHARD L.
1979: *Logic. Argument, Refutation, and Proof*, Harper & Row, Publishers, New York
QUINE, WILLARD VAN ORMAN
1939: *Designation and Existence*, în: „The Journal of Philosophy", Vol. 36, nr. 26
1945: *On the Logic of Quantification*, în: „Journal of Symbolic Logic", 10
1954: *Quantification and the Empty Domain*, „The Journal of Symbolic Logic", vol. 19, nr. 3
1975: *Ontologische Relativität und andere Schriften*, Reclam, Stuttgart
1981: *Mathematical Logic*, revised edition, Harvard University Press
1992: *Quiddités. Dictionnaire philosophique par intermittence*, Editions du Seuil, Paris
READ, STEPHEN
1980: *'Exists' is a Predicate*, în: „Mind", vol. 89
REICHENBACH, HANS
1947: *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York
RESCHER, NICHOLAS; URQUHART, ALASDAIR
1971: *Temporal Logic*, Springer - Verlag, Wien, New York
RESCHER, NICHOLAS
1957: *Definitions of „Existence"*, în: „Philosophical Studies", vol. 8, nr. 5
1968: *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht - Holland
1968: *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
1969: *Essay in Philosophical Analysis*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh
1993: *Many - Valued Logic*, Gregg Revivals, Suffolk
ROBINSON, JULIA A.
1979: *Logic: Form and Function. The Mechanization of Deductive Reasoning*, Edinburgh University Press, Edinburgh
ROUTLEY, R.
1966: *Some Things Do Not Exist*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 7, nr. 3
RUSSELL, BERTRAND
1930: *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwinn Ltd., London
1987: *Über das Kennzeichnen*, în: R. Wiehl (ed.), *Geschichte der Philosophie in Text und Darstellung*, B. 8: *20 Jahrhundert*, Reclam, Stuttgart
SĂLĂVĂSTRU, CONSTANTIN
1997: *Antinomiile receptivității*, Editura Didactică și Pedagogică, București

SALMON, MERRILEE H.

1989: *Introduction to Logic and Critical Thinking*, 2nd ed., Harcourt Brace College Publishers, Orlando, Florida

SANDKÜHLER, H. J. (ed.)

1990: *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*. III. Felix Meiner Verlag

SAVIGNY, EIKE VON

1970: *Grundkurs im Wissenschaftlichen Definieren*, Deutscher Taschenbuch Verlag, München

SCHÄFER, L.

1973: *Quantität*, în: H. M. Baumgartner şi Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, B. 4: *Mensch - Relation*, Kösel Verlag, München

SCHOCK, ROLF

1968: *Logic without Existence Assumptions*, Almqvist & Wiksell, Stockholm

SCHÖNING, UWE

1987: *Logik für Informatiker*, Wissenschaftsverlag, Mannheim

SCHULTE, U.

1993: *Einführung in Fuzzy - Logik. Fortschritt durch Unschärfe*, Franzis V., München

SEIFERT, HELMUT

1991: *Einführung in die Wissenschaftstheorie*, I. Verlag C. H. Beck, München

SEYMOUR, G.

1966: *The Mathematical Theory of Context Free Languages*, McGraw - Hill Book Company, New York

SHERWOOD, WILLIAM OF

1995: *Introductiones in logicam / Einführung in die Logik*, Felix Meiner Verlag, Hamburg

SINOWJEW, A.; WESSEL, H.

1975: *Logische Sprachregeln*, Verlag Wilhelm Fink, München - Salzburg

SLUPECKI, J. ŞI BORKOWSKI, L.

1967: *Elements of Mathematical Logic and Set Theory*, Polish Scientific Publ., Warszawa

SPIES, MARCUS

1993: *Unsicheres Wissen. Wahrscheinlichkeit, Fuzzy - Logik, neuronale Netze und menschliches Denken*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford

STEKELER - WEITHOFER, PETER

1986: *Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft*, Walter de Gruyter, Berlin

STOIANOVICI, DRAGAN

1973: *Termenii singulari în logică: o analiză a unor puncte de vedere şi divergenţe din logica tradiţională şi din cea modernă*, teză de doctorat, Iaşi

STRAWSON, PETER F.

1964: *Introduction to Logical Theory*, Methuen & Co Ltd., London

SUNDHOLM, GÖRAN

1983: *Systems of Deduction*, în: D. Gabbay şi F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic", D. Reidel P. C., Dordrecht

SURDU, ALEXANDRU

1973: *Problema universalului la Aristotel din perspectiva lucrării „Categoriae"*, în: *Probleme de logică*, V, Editura Academiei, Bucureşti

TAPSCOTT, BANGS L.
1976: *Elementary Applied Symbolic Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

TARSKI, ALFRED
1956: *Logic, Semantics, Methamathematics*, Clarendon Press, Oxford

THOMPSON, BRUCE E.
1982: *Syllogisms Using „Few", „Many" and „Most"*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic", vol. 23, nr. 1
1992: *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York

TILI, THOMAS T.
1993: *Fuzzy - Logik. Grundlagen, Anwendungen, Hard - und Soft - ware*, 3. Aufl., Franzis Verlag, München

TRAEGER, DIRK H.
1994: *Einführung in die Fuzzy - Logik*, 2. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart

ȚUȚUGAN, FLOREA
1943: *Cercetări asupra relațiilor unice și determinate și critica teoriei cuantificării predicatului a lui W. Hamilton*, în: „Revista de Filosofie", nr. 1 - 2, vol. XXVIII
1957: *Silgistica judecăților de predicație. Contribuții, adaosuri și rectificări la silogistica clasică*, Editura Academiei, București

VASILIU, EMANUEL
1984: *Sens, adevăr analitic, cunoaștere*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

VIERU, SORIN
1975: *Axiomatizări și modele ale sistemelor silogistice*, Editura Academiei, București

WALL, ROBERT
1973: *Einführung in die Logik und Mathematik für Linguisten*, I: *Logik und Mengenlehre*, Scriptor Verlag, Kronberg Ts.

WHITEHEAD, A. N.; RUSSELL, BERTRAND
1925: *Principia Mathematica*, I, 2nd ed., Cambridge at the University Press

WILLIAMSON, COLWYN
1968: *Propositions and Abstract Propositions*, în: N. Rescher (ed.), *Studies in Logical Theory*, Oxford, Blackwell

WITTGENSTEIN, LUDWIG
1991: *Tractatus logico - philosophicus*, Humanitas, București

WOODS, JOHN
1974: *The Logic of Fiction*, Mouton, The Hague

WRIGHT, GEORG H. VON
1951: *An Essay in Modal Logic*, North - Holland Publishing Company, Amsterdam
1982: *Normă și acțiune* (studiu logic), Editura Științifică și Enciclopedică, București

ZADEH, L. A.
1975: *Fuzzy Logic and Approximate Reasoning* (in memory of Gr. Moisil), „Synthese", 30

ZEMACH, E. M.
1991: *Vague Objects*, în: „Noûs", 25

CUPRINS

Tipar executat de
S.C. DOSOFTEI S.A. Iași
Str. Sf. Lazăr nr. 49
Telefon: 032/137060