

Une analyse dichotomique du paradoxe de l'examen-surprise

avril 2005

[Paul Franceschi](#)
Université de Corse

p.franceschi@univ-corse.fr

This paper proposes a new framework to solve the surprise examination paradox. I survey preliminary the main contributions to the literature related to the paradox. I introduce then a distinction between a monist and a dichotomic analysis of the paradox. With the help of a matrix notation, I also present a dichotomy that leads to distinguish two basically and structurally different notions of surprise, which are respectively based on a conjoint and a disjoint structure. I describe then how Quine's solution applies to the version of the paradox corresponding to the conjoint structure. Lastly, I expose a solution to the paradox based on the disjoint structure.

Je présenterai dans ce qui suit un cadre conceptuel nouveau, pour résoudre le *paradoxe de l'examen-surprise* (*surprise examination paradox*, soit SEP), en ce sens qu'il réorganise en les adaptant plusieurs éléments de solution décrits dans la littérature. La solution proposée ici repose sur les éléments essentiels suivants : (a) une distinction entre analyse moniste et dichotomique du paradoxe ; (b) l'introduction d'une définition matricielle, qui sert de support à différentes variations du paradoxe ; (c) la distinction entre une définition conjointe et disjointe des cas de surprise et de non-surprise, conduisant à deux notions structurellement distinctes de surprise.

Dans la section 1, je m'attache à décrire le paradoxe et les principales solutions rencontrées dans la littérature. Je décris ensuite de manière simplifiée, dans la section 2, la solution au paradoxe qui résulte de la présente approche. J'introduis ensuite dans la section 2, la distinction entre analyse moniste et dichotomique du paradoxe. J'y présente également une dichotomie qui permet de distinguer deux versions fondamentalement et structurellement différentes du paradoxe : d'une part une version basée sur une structure conjointe des cas de non-surprise et de surprise ; et d'autre part, une version fondée sur une structure disjointe. Dans la section 4, je décris comment la solution de Quine s'applique à la version de SEP correspondant à la structure conjointe des cas de non-surprise et de surprise. Dans la section 4, j'expose la solution pour SEP correspondant à la structure disjointe. Enfin, dans la section 5, je décris, dans le cadre de la présente solution, ce qu'aurait dû être le raisonnement de l'étudiant.

1. Le paradoxe

Le paradoxe de l'examen-surprise trouve son origine dans ce qui constitue un fait réel. En 1943-1944, les autorités suédoises envisagèrent de réaliser un exercice de défense civile. Elles diffusèrent alors par la radio une annonce selon laquelle un exercice de défense civile devait se dérouler la semaine suivante. Cependant, afin que celui-ci se déroule dans des conditions optimales, l'annonce précisa également que personne ne pourrait connaître à l'avance la date de l'exercice. Le mathématicien Lennart Ekbom comprit le subtil problème posé par cette annonce d'un exercice de défense civile et l'exposa à ses étudiants. Le paradoxe connut ensuite une large diffusion à travers le monde.

SEP est tout d'abord apparu dans la littérature avec un article de D. O' Connor (1948). O' Connor présente le paradoxe sous la forme de l'annonce d'un exercice d'entraînement militaire. Ultérieurement, SEP apparaîtra dans la littérature sous d'autres formes, telles que l'annonce de l'apparition d'un as dans un jeu de cartes (Scriven 1951) ou encore d'une pendaison (Quine 1953). Cependant, la version du paradoxe liée à l'annonce par un professeur d'un examen-surprise est demeurée la forme la plus courante. La version classique du paradoxe est ainsi la suivante : un professeur annonce à ses étudiants qu'un examen aura lieu la semaine prochaine, mais qu'ils ne pourront pas connaître à l'avance le jour précis où l'examen se déroulera. L'examen aura donc lieu par surprise. Les étudiants raisonnent ainsi. L'examen ne peut avoir lieu le samedi, pensent-ils, car sinon ils sauraient à l'avance que l'examen aurait lieu le samedi et donc il ne pourrait survenir par surprise. Aussi le samedi se trouve-t-il éliminé. De plus, l'examen ne peut avoir lieu le vendredi, car

sinon les étudiants sauraient à l'avance que l'examen aurait lieu le vendredi et donc il ne pourrait survenir par surprise. Aussi le vendredi se trouve-t-il également éliminé. Par un raisonnement analogue, les étudiants éliminent successivement le jeudi, le mercredi, le mardi et le lundi. Finalement, ce sont tous les jours de la semaine qui sont ainsi éliminés. Toutefois, cela n'empêche pas l'examen de survenir finalement par surprise, le mercredi. Ainsi, le raisonnement des étudiants s'est avéré fallacieux. Pourtant, un tel raisonnement paraît intuitivement valide. Le paradoxe réside ici dans le fait que le raisonnement des étudiants est semble-t-il valide, alors qu'il se révèle finalement en contradiction avec les faits, à savoir que l'examen peut véritablement survenir par surprise, conformément à l'annonce faite par le professeur.

Dans la littérature, plusieurs solutions pour résoudre SEP ont été proposées. Il n'existe toutefois pas, à l'heure actuelle, de solution consensuelle. Je citerai brièvement les principales solutions qui ont été proposées, ainsi que les objections fondamentales qu'elles ont soulevées.

Une première tentative de solution est apparue avec O' Connor (1948). Cet auteur fit observer que le paradoxe était dû au caractère contradictoire qui résultait de l'annonce du professeur et de la mise en œuvre de cette dernière. Selon O' Connor, l'annonce du professeur selon laquelle l'examen devait survenir par surprise se trouvait en contradiction avec le fait que les détails de la mise en œuvre de l'examen étaient connus. Ainsi, l'énoncé de SEP se révélait-il, selon O' Connor, auto-réfutant. Cependant, il s'est avéré qu'une telle analyse était inadéquate, car il est finalement apparu que l'examen pouvait véritablement être mis en œuvre dans des conditions où il survenait par surprise, par exemple le mercredi. Ainsi, l'examen pouvait finalement survenir par surprise, confirmant ainsi mais non réfutant, l'annonce du professeur. Cette dernière constatation avait pour effet de faire resurgir le paradoxe.

Quine (1953) proposa également une solution pour SEP. Quine considère ainsi la conclusion finale de l'étudiant selon laquelle l'examen ne peut avoir lieu par surprise aucun jour de la semaine. Selon Quine, l'erreur de l'étudiant réside dans le fait de n'avoir pas envisagé dès le début l'hypothèse selon laquelle l'examen pourrait ne pas avoir lieu le dernier jour. Car le fait de considérer précisément que l'examen n'aura pas lieu le dernier jour permet finalement à l'examen de survenir par surprise, le dernier jour. Si l'étudiant avait également pris en compte cette possibilité dès le début, il ne serait pas parvenu à la conclusion fallacieuse que l'examen ne peut pas survenir par surprise. Cependant, la solution de Quine fit l'objet de critiques, émanant de commentateurs (Ayer 1973, Janaway 1989 et également Hall 1999) qui mirent l'accent sur le fait que celle-ci ne permettait pas de rendre compte de plusieurs variations du paradoxe. Ainsi, Ayer imagine une version de SEP où une personne est informée que les cartes d'un jeu vont être retournées une à une, mais qu'elle ne saura pas à l'avance lorsque l'as de Pique sortira. Néanmoins, la personne est autorisée à vérifier la présence de l'as de Pique avant que le jeu de cartes ne soit mélangé. L'objection à la solution de Quine basée sur une telle variation a pour but de mettre en évidence une situation où le paradoxe est bien présent mais où la solution de Quine ne trouve plus à s'appliquer, parce que l'étudiant sait de manière indubitable, compte tenu des données initiales du problème, que l'examen aura bien lieu.

Selon une autre approche, défendue notamment par R. Shaw (1958), la structure du paradoxe se révèle être auto-référentielle. Selon Shaw, le fait que l'examen doive survenir par surprise s'assimile au fait que la date de l'examen ne pourra pas être déduite à l'avance. Mais le fait que les étudiants ne puissent pas connaître à l'avance, par déduction, la date de l'examen constitue précisément une des prémisses. Le paradoxe trouve donc son origine, selon Shaw, dans le fait que la structure de l'annonce du professeur est auto-référentielle. Selon l'auteur, l'autoréférence qui en résulte constitue ainsi la cause du paradoxe. Cependant, une telle analyse devait se révéler peu convaincante, car elle ne permettait pas de rendre compte du fait que malgré sa structure auto-référentielle, l'annonce du professeur se trouvait finalement confirmée par le fait que l'examen pouvait finalement survenir par surprise, par exemple le mercredi.

Une autre approche, développée par Richard Montague et David Kaplan (1960) est basée sur l'analyse de la structure de SEP qui s'avère, selon ces auteurs, être celle du paradoxe du Connaisseur (*paradox of the Knower*). Ce dernier paradoxe constitue lui-même une variation du paradoxe du menteur (*Liar paradox*). Ce que proposent donc en définitive Montague et Kaplan, c'est une réduction de SEP au paradoxe du menteur. Mais cette dernière approche ne s'est toutefois pas avérée convaincante. En effet, elle a été critiquée car elle ne rend pas compte, d'une part, du fait que l'annonce du professeur peut être finalement confirmée et d'autre part, du fait que l'on peut formuler le paradoxe de manière non auto-référentielle.

Il convient également de mentionner l'analyse développée par Robert Binkley (1968). Dans son article, Binkley expose une réduction de SEP au paradoxe de Moore. L'auteur fait valoir que le dernier jour, SEP se réduit à une variation de la proposition 'P et je ne sais pas que P' qui constitue le paradoxe de Moore. Binkley étend ensuite son analyse concernant le dernier jour aux autres jours de la semaine. Cependant, cette approche a fait l'objet de solides objections, résultant notamment de l'analyse de Wright et Sudbury (1977).

Une autre approche mérite également d'être mentionnée. Il s'agit de celle développée par Paul Dietl (1973) et Joseph Smith (1984). Selon les auteurs, la structure de SEP est celle du paradoxe sorite (*sorites paradox*). Ce que proposent donc Dietl et Smith, c'est une réduction de SEP au paradoxe sorite. Toutefois, une telle analyse a rencontré de sérieuses objections, développées notamment par Roy Sorensen (1988).

Il convient en outre de mentionner l'approche présentée par Crispin Wright et Aidan Sudbury (1977). L'analyse développée par ces auteurs¹ conduit à distinguer deux cas : d'une part, le dernier jour, l'étudiant se trouve dans une situation qui est celle qui résulte du paradoxe de Moore ; d'autre part, le premier jour, l'étudiant se trouve dans une situation fondamentalement différente où il peut valablement croire dans l'annonce faite par le professeur. Ainsi, la mise en évidence de ces deux types de situations conduit au rejet du *principe de rétention temporelle*. Selon ce dernier principe, ce qui est su à une position temporelle T_0 est également su à une position temporelle ultérieure T_1 (avec $T_0 < T_1$). Toutefois, l'analyse de Wright et Sudbury s'est révélée vulnérable à un argument développé par Sorensen (1982). Celui-ci en effet mit en évidence une version de SEP (*Designated Student Paradox*) qui ne faisait pas appel au principe de rétention temporelle, sur lequel reposait l'approche de Wright et Sudbury. Selon cette version, le paradoxe était bien présent, mais sans que les conditions de son exposé ne nécessitent de faire appel au principe de rétention temporelle. Sorensen décrit ainsi la variation suivante du paradoxe. Cinq étudiants, A, B, C, D et E se trouvent placés, dans cet ordre, l'un derrière l'autre. Le professeur montre alors aux étudiants quatre étoiles en argent et une étoile en or. Puis il place une étoile dans le dos de chacun des étudiants. Enfin, il leur annonce que celui d'entre eux qui a une étoile en or dans le dos a été désigné pour passer un examen. Mais, ajoute le professeur, cet examen constituera une surprise, car les étudiants ne connaîtront celui qui a été désigné que lorsqu'ils rompront leur alignement. Dans ces conditions, il apparaît que les étudiants peuvent mettre en œuvre un raisonnement analogue à celui qui prévaut dans la version originale de SEP. Mais cette dernière version est diachronique, alors que la variation décrite par Sorensen se révèle en revanche synchronique. Et en tant que telle, elle n'est donc pas basée sur un quelconque principe de rétention temporelle.

Compte tenu de ces éléments, il apparaît que l'enjeu et les implications philosophiques de SEP sont d'importance. Ils se situent à plusieurs niveaux et concernent² ainsi la théorie de la connaissance, la déduction, la justification, les paradoxes sémantiques, l'autoréférence, la logique modale, les notions vagues.

2. Analyse moniste ou dichotomique du paradoxe

La plupart des analyses classiquement proposées pour résoudre SEP sont basées sur une solution générale qui s'applique, de manière globale, à la situation qui est celle de SEP. Dans ce type d'analyse, une solution unique est présentée, qui est censée s'appliquer à toutes les variations de SEP. Un tel type de solution présente une nature unitaire et se révèle basé sur ce qu'on peut appeler une théorie *moniste* de SEP. La plupart des solutions pour SEP proposées dans la littérature constituent des analyses monistes. Des exemples caractéristiques de ce type d'analyse de SEP sont les solutions proposées par Quine (1953) ou Binkley (1968). De manière analogue, la solution envisagée par Dietl (1973) qui est basée sur une réduction de SEP au paradoxe sorite constitue également une solution moniste pour SEP.

A l'inverse, une analyse dichotomique de SEP est basée sur une distinction entre deux scénarios différents de SEP et sur la formulation d'une solution *indépendante* pour chacun des deux scénarios. Dans la littérature, la seule analyse qui présente une nature dichotomique, à ma connaissance, est celle de Wright et Sudbury mentionnée plus haut. Dans ce qui suit, je présenterai une solution dichotomique pour SEP. Cette solution est basée sur la distinction de deux variations de SEP, associées à des notions de surprise correspondant à des structures différentes des cas de non-surprise et de surprise.

A ce stade, il s'avère utile d'introduire la notation matricielle. Avec l'aide de celle-ci, les différents cas de non-surprise et de surprise peuvent être modélisés à l'aide du tableau $S[k, s]$ suivant, où k dénote le jour où l'examen a lieu et $S[k, s]$ dénote si le cas correspondant de non-surprise ($s = 0$) ou de surprise ($s = 1$) est rendu possible ($S[k, s] = 1$) ou non ($S[k, s] = 0$) par les conditions de l'énoncé (pour $1 \leq k \leq n$)³. Si l'on considère par exemple 7-SEP⁴, $S[7, 1] = 0$ dénote par exemple le fait que la surprise n'est pas possible le 7ème jour, et inversement, $S[7, 1] = 1$ dénote le fait que la surprise est possible le 7ème jour ; de même, $S[1, 0] = 0$ dénote le fait que la non-surprise n'est pas possible le 1er jour par les conditions de l'énoncé, et inversement, $S[1, 0] = 1$ dénote le fait que la non-surprise est possible le 1er jour.

¹ Je simplifie ici considérablement.

² Sans prétendre à l'exhaustivité.

³ Dans ce qui suit, n désigne le dernier jour de la période correspondant à l'annonce du professeur.

⁴ Soit 1-SEP, 2-SEP, ..., n -SEP le problème pour respectivement 1 jour, 2 jours, ..., n jours.

La dichotomie sur laquelle est basée la présente solution résulte directement de l'analyse de la structure qui permet de décrire la notion de surprise correspondant à l'énoncé de SEP. Considérons tout d'abord la matrice suivante, qui correspond à une définition *maximale*, où tous les cas de non-surprise et de surprise sont rendus possibles par l'annonce du professeur :

$$(D1) \quad \begin{array}{l} S[7,s] \\ S[6,s] \\ S[5,s] \\ S[4,s] \\ S[3,s] \\ S[2,s] \\ S[1,s] \end{array} \left| \begin{array}{cc} S[k, 0] & S[k, 1] \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right.$$

Au niveau de (D1), on le voit, toutes les valeurs de la matrice $S[k, s]$ sont égales à 1, ce qui correspond au fait que tous les cas de non-surprise et de surprise sont rendus possibles par la version de SEP correspondante. La matrice associée peut être définie ainsi comme une matrice *rectangulaire*.

A ce stade, il s'avère que l'on peut concevoir des variations de SEP associées à des structures matricielles plus restrictives, où certains cas de non-surprise et de surprise ne sont pas autorisés par l'énoncé. Dans de tels cas, certaines valeurs de la matrice sont égales à 0. Il convient maintenant de s'intéresser à la structure de ces définitions plus restrictives. Ces dernières sont telles qu'il existe au moins un cas de non-surprise ou de surprise qui est rendu impossible par l'énoncé, et où la valeur correspondante de la matrice $S[k, s]$ est donc égale à 0. Une telle condition laisse place à un certain nombre de variations, dont il convient maintenant d'étudier les caractéristiques.

De manière préliminaire, on peut remarquer que certains types de structures peuvent être d'emblée écartés. Il apparaît en effet que toute définition associée à une restriction de (D1) ne convient pas. Ainsi, il existe des conditions minimales pour l'émergence de SEP. En ce sens, une première condition est que l'*étape de base* soit présente. Cette étape de base est telle que la non-surprise doit pouvoir survenir le dernier jour, soit $S[n, 0] = 1$. Avec la notation précédemment définie, elle présente la forme générale $n*n^*$ et correspond à $7*7^*$ pour 7-SEP. En l'absence de cette étape de base, on n'a pas l'effet paradoxal de SEP. En conséquence, une structure de matrice telle que $S[n, 0] = 0$ peut être d'emblée éliminée.

Une seconde condition pour que l'énoncé conduise à une version authentique de SEP est que l'examen puisse finalement survenir par surprise. Ceci permet en effet à l'annonce du professeur d'être finalement vérifiée (*vindication step*). Une telle condition - appelons-la l'*étape de validation* - est classiquement mentionnée comme une condition pour l'émergence du paradoxe. Ainsi, une définition qui serait telle que tous les cas de surprise sont rendus impossibles par l'énoncé correspondant ne conviendrait également pas. Ainsi, la structure correspondant à la matrice suivante ne correspondrait pas non plus à un énoncé de SEP :

$$(D2) \quad \begin{array}{l} S[7,s] \\ S[6,s] \\ S[5,s] \\ S[4,s] \\ S[3,s] \\ S[2,s] \\ S[1,s] \end{array} \left| \begin{array}{cc} S[k, 0] & S[k, 1] \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{array} \right.$$

car la surprise n'y est possible aucun jour de la semaine ($S[k, 1] = 0$) et l'étape de validation fait donc défaut à l'énoncé correspondant.

Compte tenu de ce qui vient d'être exposé, on peut maintenant décrire de manière précise les conditions minimales qui sont celles de SEP :

$$(C3) \quad S[n, 0] = 1 \text{ (étape de base)}$$

$$(C4) \quad \exists k (1 \leq k \leq n) \text{ tel que } S[k, 1] = 1 \text{ (étape de validation)}$$

A ce stade, on peut s'intéresser à la structure des versions de SEP basées sur les définitions qui satisfont les conditions minimales pour l'émergence du paradoxe qui viennent d'être détaillées, c'est-à-dire qui

contiennent à la fois l'étape de base et l'étape de validation. Il apparaît ici que la structure associée aux cas de non-surprise et de surprise correspondant à une variation de SEP peut présenter deux formes d'une nature fondamentalement différente. Une première forme de SEP est associée à une structure où les cas possibles de non-surprise et de surprise sont tels qu'il existe durant la n -période au moins un jour où la non-surprise et la surprise sont possibles simultanément. Une telle définition peut être appelée *conjointe*. La matrice suivante constitue un exemple de ce type de structure :

| | | | |
|------|----------|-----------|-----------|
| (D5) | | $S[k, 0]$ | $S[k, 1]$ |
| | $S[7,s]$ | 1 | 1 |
| | $S[6,s]$ | 1 | 1 |
| | $S[5,s]$ | 1 | 1 |
| | $S[4,s]$ | 1 | 1 |
| | $S[3,s]$ | 0 | 1 |
| | $S[2,s]$ | 0 | 1 |
| | $S[1,s]$ | 0 | 1 |

car la non-surprise et la surprise y sont possibles simultanément le 7ème, 6ème, 5ème et 4ème jours. Cependant, il s'avère que l'on peut rencontrer également une seconde forme de SEP dont la structure est fondamentalement différente, en ce sens que pour chaque jour de la n -période, il est impossible d'avoir simultanément la surprise et la non-surprise.⁵ Une définition de cette nature peut être appelée *disjointe*. La matrice suivante constitue ainsi un exemple de ce type de structure :

| | | | |
|------|----------|-----------|-----------|
| (D6) | | $S[k, 0]$ | $S[k, 1]$ |
| | $S[7,s]$ | 1 | 0 |
| | $S[6,s]$ | 1 | 0 |
| | $S[5,s]$ | 1 | 0 |
| | $S[4,s]$ | 0 | 1 |
| | $S[3,s]$ | 0 | 1 |
| | $S[2,s]$ | 0 | 1 |
| | $S[1,s]$ | 0 | 1 |

En conséquence, on sera amené dans ce qui suit à distinguer deux versions structurellement distinctes de SEP : (a) une version basée sur une structure *conjointe* des cas de non-surprise et de surprise rendus possibles par l'énoncé ; (b) une version fondée sur une structure *disjointe* de ces mêmes cas. La nécessité d'opérer une telle dichotomie trouve sa légitimité dans le fait que dans la version originale de SEP, le professeur ne précise pas si l'on doit prendre en compte une notion de surprise correspondant à une structure *disjointe* ou *conjointe* des cas de non-surprise et de surprise. Eu égard à ce point particulier, l'annonce du professeur de SEP se révèle ambiguë. Par conséquent, il est nécessaire de considérer successivement deux notions différentes de surprise, respectivement basées sur une structure disjointe ou conjointe des cas de non-surprise et de surprise, ainsi que le raisonnement qui doit leur être associé.

3. La notion de surprise correspondant à une structure conjointe

Considérons tout d'abord le cas où SEP est basé sur une notion de surprise correspondant à une structure conjointe des cas de non-surprise et de surprise. Soit SEP(I) la version associée à une telle notion de surprise. Intuitivement, cette version correspond à une situation où il existe dans la n -période au moins un jour où la non-surprise et la surprise peuvent à la fois survenir. Plusieurs types de définitions sont susceptibles de répondre à ce critère. Il convient de les examiner tour à tour.

4.1 La définition associée à la matrice rectangulaire et la solution de Quine

En premier lieu, on peut s'intéresser aux structures qui sont telles que tous les cas de non-surprise et de surprise sont rendus possibles par l'énoncé. La matrice correspondante est une matrice *rectangulaire*. Soit donc SEP(I□) une telle version. La définition associée à une telle structure est maximale car tous les cas de non-surprise et de surprise y sont autorisés. La matrice suivante correspond ainsi à une telle structure générale :

⁵ Les cas où ni la non-surprise ni la surprise ne sont possibles un même jour (c'est-à-dire tels que $S[k, 0] + S[k, 1] = 0$) peuvent être purement et simplement ignorés.

| | | | |
|------|--------|---------|---------|
| (D7) | | S[k, 0] | S[k, 1] |
| | S[7,s] | 1 | 1 |
| | S[6,s] | 1 | 1 |
| | S[5,s] | 1 | 1 |
| | S[4,s] | 1 | 1 |
| | S[3,s] | 1 | 1 |
| | S[2,s] | 1 | 1 |
| | S[1,s] | 1 | 1 |

et l'annonce du professeur qui lui est associée est la suivante :

(S7) Un examen se déroulera la semaine prochaine mais la date de l'examen constituera une surprise.

A ce stade, il apparaît que l'on a également une version de SEP pour $n = 1$ qui satisfait cette définition. La structure associée à 1-SEP(I□) est la suivante :

| | | | |
|------|--------|---------|---------|
| (D8) | | S[1, 0] | S[1, 1] |
| | S[1,s] | 1 | 1 |

qui correspond à l'annonce suivante du professeur :

(S8) Un examen se déroulera demain mais la date de l'examen constituera une surprise.

Ainsi, 1-SEP(I□) est la version minimale de SEP qui satisfait non seulement la condition ci-dessus, mais également l'étape de base (C3) selon laquelle la non-surprise doit pouvoir survenir le dernier jour, ainsi que l'étape de validation (C4) en vertu de laquelle l'examen peut finalement survenir par surprise. De plus, il s'agit là d'une variation qui exclut, par sa structure même, l'émergence de la version de SEP basée sur une notion de surprise correspondant à une structure disjointe. Pour cette raison, (D8) peut être considérée comme la forme canonique de SEP(I□). Ainsi, il s'agit là du véritable noyau de SEP(I□) et dans ce qui suit, on s'attachera donc à raisonner sur 1-SEP(I□).

A ce stade, il convient de s'attacher à donner une solution à SEP(I□). Pour cela, rappelons tout d'abord la solution de Quine. La solution pour SEP proposée par Quine (1953) est bien connue. Quine met en évidence le fait que l'étudiant élimine successivement les jours $n, n-1, \dots, 1$, par un raisonnement basé sur une induction-arrière (*backward induction argument*) et conclut ensuite que l'examen n'aura pas lieu dans la semaine. L'étudiant raisonne ainsi. Le jour n , je prédirai que l'examen aura lieu le jour n , et par conséquent l'examen ne peut avoir lieu le jour n ; le jour $n-1$, je prédirai que l'examen aura lieu le jour $n-1$, et par conséquent l'examen ne peut avoir lieu le jour $n-1$; ... ; le jour 1, je prédirai que l'examen aura lieu le jour 1, et par conséquent l'examen ne peut avoir lieu le jour 1. Finalement, l'étudiant conclut que l'examen n'aura lieu aucun jour de la semaine. Mais cette dernière conclusion permet finalement à l'examen de survenir par surprise, y compris le jour n . Selon Quine, l'erreur dans le raisonnement de l'étudiant réside précisément dans le fait de n'avoir pas pris en compte cette possibilité depuis le début, ce qui aurait alors empêché le raisonnement fallacieux⁶.

Quine d'autre part applique directement son analyse à la forme canonique 1-SEP(I□), où l'énoncé correspondant est celui de (S8). Dans ce cas, l'erreur de l'étudiant réside, selon Quine, dans le fait de n'avoir considéré que la seule hypothèse suivante: (a) "l'examen aura lieu demain et je prévoirai qu'il aura lieu". En fait, l'étudiant aurait dû considérer également trois autres cas: (b) "l'examen n'aura pas lieu demain et je prévoirai qu'il aura lieu" ; (c) "l'examen n'aura pas lieu demain et je ne prévoirai pas qu'il aura lieu" ; (d) "l'examen aura lieu demain et je ne prévoirai pas qu'il aura lieu". Et le fait de considérer l'hypothèse (a) mais également l'hypothèse (d) qui est compatible avec l'annonce du professeur aurait empêché l'étudiant de conclure que l'examen n'aurait finalement pas lieu⁷. Par conséquent, c'est le fait de n'avoir pris en

⁶ Cf. (1953, 65) : 'It is notable that K acquiesces in the conclusion (wrong, according to the fable of the Thursday hanging) that the decree will not be fulfilled. If this is a conclusion which he is prepared to accept (though wrongly) in the end as a certainty, it is an alternative which he should have been prepared to take into consideration from the beginning as a possibility.'

⁷ Cf. (1953, 66) : 'If K had reasoned correctly, Sunday afternoon, he would have reasoned as follows : "We must distinguish four cases : first, that I shall be hanged tomorrow noon and I know it now (but I do not) ; second, that I shall

considération que l'hypothèse (a) qui peut être identifié comme la cause du raisonnement fallacieux. Ainsi, l'étudiant n'a pris que partiellement en compte l'ensemble des hypothèses résultant de l'annonce du professeur. S'il avait appréhendé la totalité des hypothèses pertinentes compatibles avec l'annonce du professeur, il n'aurait pas conclu de manière fallacieuse que l'examen n'aurait pas lieu dans la semaine.

A ce stade, il s'avère utile de décrire le raisonnement de l'étudiant en termes de reconstitution de matrice. Car on peut considérer que le raisonnement de l'étudiant classiquement basé sur une induction-arrière le conduit à reconstituer la matrice correspondant à la notion de surprise de la manière suivante :

$$(D9) \quad \begin{array}{c|cc} & S[1, 0] & S[1, 1] \\ S[1,s] & 1 & 0 \end{array}$$

En réalité, il aurait dû considérer que la façon correcte de reconstituer cette dernière est la suivante :

$$(D8) \quad \begin{array}{c|cc} & S[1, 0] & S[1, 1] \\ S[1,s] & 1 & 1 \end{array}$$

4.2 La définition associée à la matrice triangulaire et la réduction de Hall

On l'a vu, la solution de Quine s'applique directement à SEP(I□), c'est-à-dire à une version de SEP basée sur une définition conjointe de la surprise et une matrice rectangulaire. Il convient maintenant de s'intéresser à des variations de SEP basées sur une définition conjointe où la structure de la matrice correspondante n'est pas rectangulaire, mais qui satisfont toutefois les conditions pour l'émergence du paradoxe mentionnées plus haut, à savoir la présence de l'étape de base (C3) et de l'étape de validation (C4). De telles matrices présentent une structure que l'on peut qualifier de *triangulaire*. Soit donc SEP(IΔ) la version correspondante.

On peut considérer tout d'abord 7-SEP(IΔ), où la structure des cas possibles de non-surprise et de surprise correspond à la matrice ci-dessous :

$$(D10) \quad \begin{array}{c|cc} & S[k, 0] & S[k, 1] \\ S[7,s] & 1 & 0 \\ S[6,s] & 1 & 1 \\ S[5,s] & 1 & 1 \\ S[4,s] & 1 & 1 \\ S[3,s] & 1 & 1 \\ S[2,s] & 1 & 1 \\ S[1,s] & 1 & 1 \end{array}$$

et à l'annonce du professeur suivante :

(S10) Un examen se déroulera la semaine prochaine mais la date de l'examen constituera une surprise. De plus, le fait que l'examen aura lieu constitue une certitude absolue.

Une telle annonce se révèle identique à l'énoncé précédent auquel s'applique la solution de Quine, avec cependant une différence importante: l'étudiant possède désormais la certitude que l'examen doit survenir. Et ceci a pour effet de l'empêcher de mettre en doute le fait que l'examen puisse avoir lieu, et de rendre ainsi impossible que la surprise survienne le dernier jour. Pour cette raison, on note $S[7, 1] = 0$ dans la matrice correspondante. La structure générale correspondant à ce type de définition est :

$$(D11) \quad \begin{array}{c|cc} & S[k, 0] & S[k, 1] \\ S[n,s] & 1 & 0 \\ S[n-1,s] & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{array}$$

be unchanged tomorrow noon and do not know it now (but I do not) ; third, that I shall be unchanged tomorrow noon and know it now ; and fourth, that I shall be hanged tomorrow noon and do not know it now. The latter two alternatives are the open possibilities, and the last of all would fulfill the decree. Rather than charging the judge with self-contradiction, let me suspend judgment and hope for the best."

Et de même, on peut considérer la structure canonique (d'où la dénomination de structure *triangulaire* trouve sa justification) suivante, qui est celle de SEP(Δ) et qui correspond donc à 2-SEP(Δ) :

$$(D12) \quad \begin{array}{c|cc} & S[k, 0] & S[k, 1] \\ S[2,s] & 1 & 0 \\ S[1,s] & 1 & 1 \end{array}$$

Une telle structure correspond à l'annonce du professeur suivante :

(S12) Un examen se déroulera dans les deux prochains jours, mais la date de l'examen constituera une surprise. De plus, le fait que l'examen aura lieu constitue une certitude absolue.

On le voit, la clause supplémentaire de l'énoncé selon laquelle il est absolument certain que l'examen se déroulera interdit ici à la surprise de se manifester le dernier jour. Une telle version correspond notamment à la variation de SEP décrite par A. J. Ayer. La version correspondante met en scène un joueur, qui est autorisé à vérifier, avant que le paquet de cartes mélangé, qu'il contient bien l'as, le 2, le 3, ..., le 7 de Pique. Et il est annoncé que le joueur ne pourra pas prévoir à l'avance et de manière justifiée, quand l'as de Pique sera découvert. Enfin les cartes, initialement cachées, sous découvertes une par une. Une telle version a pour but de rendre impossible, avant que la 7ème carte ne soit découverte, la croyance selon laquelle l'as de pique ne sera pas découvert. Et ceci a pour effet d'interdire à la solution de Quine de s'appliquer le dernier jour.

Il convient maintenant de présenter une solution pour les versions de SEP associées à des structures correspondant à (D11). Une telle solution est basée sur une réduction récemment exposée par Ned Hall, dont il convient préalablement de rappeler le contexte. Dans la version de SEP considérée par Quine (1953), il apparaît clairement que le fait que l'étudiant doute que l'examen aura bien lieu dans la semaine, à une certaine étape du raisonnement, est autorisé. Quine ainsi se place délibérément dans une situation où l'étudiant dispose de la faculté de douter que l'examen aura véritablement lieu dans la semaine. Les versions décrites par Ayer (1973), Janaway (1989) mais aussi Scriven (1951) traduisent l'intention d'empêcher cette étape particulière dans le raisonnement de l'étudiant. De tels scénarios correspondent, dans l'esprit, à SEP(Δ). On peut également y rattacher la variation du *Designated Student Paradox* décrite par Sorensen (1982, 357)⁸, où cinq étoiles - une étoile d'or et quatre étoiles d'argent - sont attribuées à cinq étudiants, sachant qu'il est indubitable que l'étoile d'or est placée au dos de l'étudiant qui a été désigné.

Cependant, Ned Hall (1999, 659-660) a récemment exposé une réduction, qui tend à réfuter les objections classiquement opposées à la solution de Quine. L'argumentation développée par Hall est la suivante :

We should pause, briefly, to dispense with a bad - though oft-cited - reason for rejecting Quine's diagnosis. (See for example Ayer 1973 and Janaway 1989). Begin with the perfectly sound observation that the story can be told in such a way that the student *is* justified in believing that, come Friday, he will justifiably believe that an exam is scheduled for the week. Just add a second *Iron Law of the School* : that there must be at least one exam each week. (...) Then the first step of the student's argument goes through just fine. So Quine's diagnosis is, evidently, inapplicable.

Perhaps - but in letter only, not in spirit. With the second Iron Law in place, the last disjunct of the professor's announcement - that $E_5 \ \& \ \neg J(E_5)$ - is, from the student's perspective, a *contradiction*. So, from his perspective, the *content* of her announcement is given not by SE_5 but by SE_4 : $(E_1 \ \& \ \neg J_1(E_1)) \ \vee \ \dots \ \vee \ (E_4 \ \& \ \neg J_4(E_4))$. And now Quine's diagnosis applies straightforwardly : he should simply insist that the student is not justified in believing the announcement and so, come Thursday morning, not justified in believing that crucial part of it which asserts that if the exam is on Friday then it will come as a surprise - which, from the student's perspective, is tantamount to asserting that the exam is scheduled for one of Monday through Thursday. That is, Quine should insist that the crucial premise that $J_4(E_1 \ \vee \ E_2 \ \vee \ E_3 \ \vee \ E_4)$ is *false* - which is exactly the diagnosis he gives to an ordinary 4-day surprise exam scenario. Oddly, it seems to have gone entirely unnoticed by those who press this variant of the story against Quine that its only real effect is to convert an n -day scenario into an $n-1$ day scenario.

Hall met ainsi en parallèle deux types de situations. La première correspond à la situation dans laquelle l'analyse de Quine trouve classiquement sa place. La seconde correspond au type de situation envisagé par les opposants à la solution de Quine et en particulier Ayer (1973) et Janaway (1989). Dans cette dernière hypothèse, une version plus forte de SEP est prise en compte, où l'on considère une seconde Règle d'Or de l'Ecole (*Iron Law of the School*), où il est admis que l'examen aura nécessairement lieu pendant la semaine. L'argumentation développée par Hall conduit à la *réduction* d'une version de n -SEP du second type à une

⁸ 'The students are then shown four silver stars and one gold star. One star is put on the back of each student.'

version de $(n-1)$ -SEP de type quinéen. Cette équivalence a pour effet d'annihiler les objections des opposants à la solution de Quine⁹. Car l'effet de cette réduction est de rendre finalement possible l'application de la solution de Quine dans les situations décrites par Ayer et Janaway. Dans l'esprit, le scénario envisagé par Ayer et Janaway correspond ainsi à une situation où la surprise n'est pas possible le jour n (c'est-à-dire $S[n, 1] = 0$). Ceci a effectivement pour effet de neutraliser la solution de Quine basée sur n -SEP(I□). Mais la réduction de Hall permet alors à la solution de Quine de s'appliquer à $(n-1)$ -SEP(I□). L'effet de la réduction de Hall est donc de réduire un scénario correspondant à (D11) à une situation basée sur (D8). En conséquence, la réduction de Hall permet de réduire n -SEP(IΔ) à $(n-1)$ -SEP(I□). Il en résulte que toute version de SEP(IΔ) pour une n -période se réduit à une version de SEP(I□) pour une $(n-1)$ période (formellement n -SEP(IΔ) \equiv $(n-1)$ -SEP(I□) pour $n > 1$). Ainsi, la réduction de Hall permet d'appliquer finalement la solution de Quine à SEP(IΔ)¹⁰.

4. La notion de surprise correspondant à une structure disjointe

Il convient de s'intéresser, en second lieu, au cas où la notion de surprise est basée sur une structure *disjointe* des cas possibles de non-surprise et de surprise. Soit SEP(II) la version correspondante. Intuitivement, une telle variation correspond à une situation où pour un jour donné de la n -période, il n'est pas possible d'avoir à la fois la non-surprise et la surprise. La structure de la matrice associée est telle que l'on a chaque jour, de manière exclusive, soit la non-surprise, soit la surprise.

A ce stade, il apparaît qu'une question préliminaire peut être posée : la solution de Quine ne peut-elle pas s'appliquer à SEP(II)? L'analyse précédente de SEP(I) montre toutefois qu'une condition nécessaire pour que la solution de Quine trouve à s'appliquer est qu'il existe durant la n -période au moins un jour où la non-surprise et la surprise sont à la fois possibles. Or une telle propriété est celle d'une structure *conjointe* et correspond à la situation qui est celle de SEP(I). Mais dans le présent contexte qui est celui d'une structure *disjointe*, la matrice associée vérifie à l'inverse $\forall k S[k, 0] + S[k, 1] = 1$. Par conséquent, ceci interdit à la solution de Quine de s'appliquer à SEP(II).

De même, on pourrait se poser la question de savoir si la réduction de Hall ne peut pas non plus s'appliquer à SEP(II). Ainsi, n'a-t-on donc pas une réduction de SEP(II) pour une n -période à SEP(I) pour une $(n-1)$ -période? Il apparaît également que non. En effet, comme on vient de le voir, la solution de Quine ne peut pas s'appliquer à SEP(II). Or l'effet de la réduction de Hall est de réduire un scénario donné à une situation où la solution de Quine trouve finalement à s'appliquer. Mais, étant donné que la solution de Quine ne peut s'appliquer dans le contexte de SEP(II), la réduction de Hall se trouve également dans l'impossibilité de produire son effet.

Étant donné que la solution de Quine ne s'applique pas à SEP(II), il convient maintenant de s'attacher à fournir une solution adéquate pour la version de SEP correspondant à notion de surprise associée à une structure disjointe des cas de non-surprise et de surprise. Pour ce faire, il s'avère nécessaire de décrire une version de SEP correspondant à une structure disjointe, ainsi que la structure correspondant à la version canonique de SEP(II).

De manière préliminaire, on peut observer que la version minimale correspondant à une version disjointe de SEP est celle qui est associée à la structure suivante, soit 2-SEP(II) :

$$(D13) \quad \begin{array}{l} S[1, 0] \quad S[1, 1] \\ S[2, s] \quad \left| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right. \\ S[1, s] \end{array}$$

Cependant, pour des raisons qui deviendront claires un peu plus loin, la version correspondante de SEP(II) ne possède pas un degré de réalisme et de plausibilité suffisant pour constituer une authentique version de SEP, c'est-à-dire telle qu'elle soit susceptible d'induire en erreur notre raisonnement.

Afin de mettre en évidence la version canonique de SEP(II) et l'énoncé correspondant, il convient tout d'abord de mentionner la remarque, effectuée par plusieurs auteurs¹¹, selon laquelle le paradoxe émerge

⁹ Hall réfute par ailleurs, mais sur un fondement différent, la solution proposée par Quine.

¹⁰ La réduction de Hall peut aisément être généralisée. Elle est alors associée à une version de n -SEP(IΔ) telle que la surprise ne pourra survenir les m derniers jours de la semaine. Une telle version est associée à une matrice telle que (a) $\exists m (1 \leq m < n)$ tel que $S[n-m, 0] = S[n-m, 1] = 1$; (b) $\forall p > n-m S[p, 0] = 1$ et $S[p, 1] = 0$; (c) $\forall q < n-m S[q, 0] = S[q, 1] = 1$. Dans cette nouvelle situation, une *réduction de Hall généralisée* s'applique à la version de SEP correspondante. Dans ce cas, la réduction de Hall étendue conduit à : n -SEP(IΔ) \equiv $(n-m)$ -SEP(I□).

¹¹ Cf. notamment Hall (1999, 661), Williamson (2000).

nettement, dans le cas de SEP(II), lorsque n est grand. Une caractéristique intéressante de SEP(II) est en effet que le paradoxe émerge intuitivement de manière plus nette lorsque de grandes valeurs de n sont prises en compte. Une illustration frappante de ce phénomène nous est ainsi fournie par la variation du paradoxe qui correspond à la situation suivante, décrite par Timothy Williamson (2000, 139) :

Advance knowledge that there will be a test, fire drill, or the like of which one will not know the time in advance is an everyday fact of social life, but one denied by a surprising proportion of early work on the Surprise Examination. Who has not waited for the telephone to ring, knowing that it will do so within a week and that one will not know a second before it rings that it will ring a second later?

La variation suggérée par Williamson correspond à l'annonce faite à quelqu'un qu'il recevra un coup de téléphone dans la semaine, sans pouvoir toutefois déterminer à l'avance à quelle seconde précise ce dernier surviendra. Cette variation souligne comment la surprise peut se manifester, de manière tout à fait plausible, lorsque la valeur de n est élevée. L'unité de temps considérée par Williamson est ici la seconde, rapportée à une période qui correspond à une semaine. La valeur correspondante de n est ici très élevée et égale à 604800 ($60 \times 60 \times 24 \times 7$) secondes. Ceci illustre comment une grande valeur de n permet à la variation correspondante de SEP(II) de prendre place d'une façon à la fois plausible et réaliste. Cependant, il n'est pas indispensable de prendre en compte une valeur aussi grande de n . En effet, une valeur de n par exemple égale à 365 convient également très bien. Dans ce contexte, l'annonce du professeur qui correspond à une structure disjointe est alors la suivante :

(S14) Un examen aura lieu dans l'année à venir mais la date de l'examen constituera une surprise.

La définition correspondante présente alors la structure ci-dessous :

$$(D14) \quad \begin{array}{c|cc} & S[1, 0] & S[1, 1] \\ S[365, s] & 1 & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ S[1, s] & 0 & 1 \end{array}$$

qui constitue une instance de la forme générale suivante :

$$(D15) \quad \begin{array}{c|cc} & S[1, 0] & S[1, 1] \\ S[n, s] & 1 & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ S[1, s] & 0 & 1 \end{array}$$

Cette dernière structure peut être considérée comme correspondant à la version *canonique* de SEP(II), pour n grand. Dans la situation particulière associée à cette version de SEP, l'étudiant prédit chaque jour - de manière fautive mais justifiée par un raisonnement basé sur l'induction-arrière - que l'examen n'aura lieu aucun jour de la semaine. Mais il apparaît qu'au moins un cas de surprise (par exemple si l'examen survient le premier jour) permet de valider, de manière tout à fait réaliste, l'annonce du professeur.

La forme de SEP(II) qui s'applique à la version standard de SEP est 7-SEP(II), qui correspond à l'énoncé classique:

(S7) Un examen se déroulera la semaine prochaine mais la date de l'examen constituera une surprise.

mais avec cette différence avec la version standard que le contexte est exclusivement ici celui d'une notion de surprise associée à une structure disjointe.

A ce stade, on est désormais à même de déterminer l'étape fallacieuse dans le raisonnement de l'étudiant. Pour cela, il est utile de décrire le raisonnement de l'étudiant en termes de reconstitution de matrice. Le raisonnement de l'étudiant le conduit en effet à attribuer une valeur pour $S[k, 0]$ et $S[k, 1]$. Et lorsqu'il a connaissance de l'annonce du professeur, le raisonnement de l'étudiant le conduit en effet à reconstruire la matrice correspondante telle que tous les $S[k, 0] = 1$ et tous les $S[k, 1] = 0$, de la façon suivante (pour $n = 7$) :

$$(D16) \quad \begin{array}{l} S[7,s] \\ S[6,s] \\ S[5,s] \\ S[4,s] \\ S[3,s] \\ S[2,s] \\ S[1,s] \end{array} \left| \begin{array}{cc} S[k, 0] & S[k, 1] \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{array} \right.$$

On peut noter ici que l'ordre de reconstitution se révèle indifférent. A ce stade, on est en mesure d'identifier l'erreur de raisonnement qui est à l'origine de la conclusion erronée de l'étudiant. Il apparaît en effet que l'étudiant n'a pas tenu compte du fait que la surprise correspond ici à une structure disjointe. En effet, il aurait dû considérer ici que le dernier jour correspond à une instance propre de non-surprise et donc que $S[n, 0] = 1$. De même, il aurait dû considérer que le 1er jour¹² correspond à une instance propre de surprise et poser ainsi $S[1, 1] = 1$. Le contexte étant celui d'une structure disjointe, il aurait pu légitimement ajouter, dans une seconde étape, que $S[n, 1] = 0$ et $S[1, 0] = 0$. A ce stade, la matrice partiellement reconstituée aurait alors été la suivante :

$$(D17) \quad \begin{array}{l} S[7,s] \\ S[6,s] \\ S[5,s] \\ S[4,s] \\ S[3,s] \\ S[2,s] \\ S[1,s] \end{array} \left| \begin{array}{cc} S[k, 0] & S[k, 1] \\ 1 & 0 \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ 0 & 1 \end{array} \right.$$

L'étudiant aurait alors dû poursuivre son raisonnement de la manière suivante. Les instances propres de non-surprise et de surprise qui sont ici disjointes ne capturent pas en totalité la notion de surprise. Dans un tel contexte, la notion de surprise n'est pas capturée de manière exhaustive par l'extension et l'anti-extension de la surprise. Or une telle définition est conforme à la définition d'un prédicat vague, qui se caractérise par une extension et une anti-extension mutuellement exclusives et non-exhaustives¹³. Ainsi, la conception de la surprise associée une structure disjointe est celle d'une notion *vague*.

Ce qui précède permet maintenant d'identifier avec précision ce qui pêche dans le raisonnement de l'étudiant, lorsque la notion de surprise est une notion vague associée à une structure disjointe. Car l'erreur à l'origine du raisonnement fallacieux de l'étudiant réside dans l'absence de prise en compte du fait que la surprise correspond dans le cas d'une structure disjointe, à une notion vague, et comporte donc la présence d'une zone de pénombre correspondant à des cas-limites (*borderline*) entre la non-surprise et la surprise. Point n'est besoin toutefois de disposer ici d'une solution pour le paradoxe sorite. En effet, que ces cas-limites résultent d'une succession de degrés intermédiaires, d'une coupure précise entre la non-surprise et la surprise dont l'emplacement exact nous est impossible à connaître, etc. importe peu ici. Car dans tous les cas, la seule prise en compte du fait que la notion de surprise est ici une notion vague interdit de conclure que $S[k, 1] = 0$, pour toutes les valeurs de k .

Plusieurs façons existent ainsi de reconstituer la matrice en accord avec ce qui précède. En fait, il existe autant de manières de reconstituer cette dernière qu'il existe de conceptions du vague. L'une de ces façons (basée sur conception du vague fondée sur la logique floue) consiste à considérer qu'il existe une succession continue et graduelle de la non-surprise à la surprise. L'algorithme correspondant pour reconstituer la matrice est alors celui où le *pas* est donné par la formule $1/(n-p)$ où p correspond à une instance propre de surprise. Pour $p = 3$, on a ici $1/(7-3) = 0,25$, avec $S[3, 1] = 1$. Et la matrice correspondante est ainsi la suivante :

¹² Il s'agit là d'un exemple. De manière alternative, on aurait pu choisir ici le 2ème ou le 3ème jour.

¹³ Cette définition d'un prédicat vague est empruntée à Soames. Considérant l'extension et l'anti-extension d'un prédicat vague, Soames (1999, 210) précise ainsi : "These two classes are mutually exclusive, though not jointly exhaustive".

| | | | |
|-------|--------|---------|---------|
| (D18) | | S[k, 0] | S[k, 1] |
| | S[7,s] | 1 | 0 |
| | S[6,s] | 0,75 | 0,25 |
| | S[5,s] | 0,5 | 0,5 |
| | S[4,s] | 0,25 | 0,75 |
| | S[3,s] | 0 | 1 |
| | S[2,s] | 0 | 1 |
| | S[1,s] | 0 | 1 |

où la somme des valeurs de la matrice associées à un jour donné est égale à 1. L'intuition qui préside à SEP(II) est ici que la non-surprise est totale le jour n , mais qu'il existe des degrés intermédiaires de surprise s_i ($0 < s_i < 1$), tels que plus on s'approche du dernier jour, plus l'effet de non-surprise est élevé. A l'inverse, l'effet de surprise est total dans les premiers jours, par exemple les jours 1, 2 et 3.

On peut remarquer ici que les définitions correspondant à SEP(II) qui viennent d'être décrites, sont telles qu'elles présentent une propriété de *linéarité* (formellement, $\forall k$ (pour $1 < k \leq n$), $S[k, 0] \geq S[k-1, 0]$). Il apparaît en effet qu'une structure correspondant aux cas possibles de non-surprise et de surprise qui ne présenterait pas une telle propriété de linéarité, ne capturerait pas l'intuition correspondant à la notion de surprise. Pour cette raison, il paraît suffisant de limiter la présente étude aux structures de définitions satisfaisant cette propriété de linéarité.

Une façon alternative de reconstituer la matrice correspondante, fondée sur la conception épistémologique du vague, aurait pu également être utilisée. Il s'agit du cas où la nature vague de la surprise est déterminée par l'existence d'une coupure précise entre les cas de non-surprise et de surprise, dont il ne nous est cependant pas possible de connaître l'emplacement exact. Dans ce cas, la matrice aurait pu être reconstituée par exemple de la manière suivante :

| | | | |
|-------|--------|---------|---------|
| (D19) | | S[k, 0] | S[k, 1] |
| | S[7,s] | 1 | 0 |
| | S[6,s] | 1 | 0 |
| | S[5,s] | 1 | 0 |
| | S[4,s] | 0 | 1 |
| | S[3,s] | 0 | 1 |
| | S[2,s] | 0 | 1 |
| | S[1,s] | 0 | 1 |

A ce stade, on peut se demander si la version du paradoxe associée à SEP(II) ne peut pas être assimilée au *paradoxe sorite*. La réduction de SEP au paradoxe sorite est en effet la solution qui a été proposée par certains auteurs, notamment Dietl (1973) et Smith (1984). Ces dernières solutions, basées sur l'assimilation de SEP au paradoxe sorite, constituent des analyses monistes, qui ne conduisent pas, à la différence de la présente solution, à deux solutions indépendantes basées sur deux versions structurellement différentes de SEP. En ce qui concerne par ailleurs les analyses proposées par Dietl et Smith, il n'apparaît pas clairement si chaque étape de SEP est pleinement assimilée à l'étape correspondante du paradoxe sorite, ainsi que l'a souligné Sorensen¹⁴. Mais dans le contexte d'une conception de la surprise correspondant à une structure disjointe, le fait que le dernier jour correspond à une instance propre de non-surprise peut être ici assimilé à l'étape de base du paradoxe sorite.

Cependant, il apparaît qu'une telle réduction de SEP au paradoxe sorite, limitée à la notion de surprise correspondant à une structure disjointe, ne prévaut pas ici. En premier lieu, il n'apparaît pas clairement si l'énoncé de SEP peut être traduit en une variation du paradoxe sorite, en particulier pour ce qui concerne 7-SEP(II). Car la variation correspondante du paradoxe sorite serait trop rapide, ainsi que cela a été noté par

¹⁴ Cf. Sorensen (1988, 292-293) : 'Indeed, no one has simply asserted that the following is just another instance of the sorites.

- i. Base step : The audience can know that the exercise will not occur on the last day.
- ii. Induction step : If the audience can know that the exercise will not occur on day n , then they can also know that the exercise will not occur on day $n - 1$
- iii. The audience can know that there is no day on which the exercise will occur.

Why not blame the whole puzzle on the vagueness of 'can know'? (...) Despite its attractiveness, I have not found any clear examples of this strategy.'

Sorensen (1988)¹⁵. Et on peut penser en outre, ainsi que l'a fait remarquer Scott Soames (1999), que certains prédicats vagues ne sont pas susceptibles de donner lieu à une version correspondante du paradoxe sorite. Tel apparaît bien être le cas pour la notion de surprise associée à 7-SEP(II). Car comme le fait remarquer Soames¹⁶, le continuum qui est sémantiquement associé aux prédicats donnant lieu au paradoxe sorite, peut être fragmenté en unités si petites que si l'une de ces unités est intuitivement F, alors l'unité suivante est également F. Or tel n'est pas le cas pour la variation constituée par 7-SEP(II), où les unités correspondantes (1 jour) ne sont pas assez fines par rapport à la période considérée (7 jours).

Enfin et surtout, comme on l'a vu plus haut, la solution précédente pour SEP(II) s'applique, *quelle que soit la nature de la solution qui sera adoptée pour le paradoxe sorite*. Car c'est la méconnaissance de la structure sémantique de la notion vague de surprise qui se trouve à l'origine du raisonnement fallacieux de l'étudiant dans le cas de SEP(II). Et ce fait est indépendant de la solution qui devrait être apportée, dans le futur, au paradoxe sorite - que cette approche soit d'inspiration épistémologique, supervaluationniste, basée sur la logique floue, ..., ou d'une toute autre nature.

5. La solution du paradoxe

Les développements qui précèdent permettent maintenant de formuler une solution précise pour le paradoxe de l'examen-surprise. Celle-ci peut être énoncée en considérant ce qu'aurait dû être le raisonnement de l'étudiant. Voici en effet, en vertu de la présente analyse, comment l'étudiant aurait dû raisonner, après avoir entendu l'annonce du professeur:

- L'étudiant : Professeur, je pense que deux conceptions sémantiquement distinctes de la surprise, susceptibles d'influer sur le raisonnement à tenir, peuvent être prises en considération. J'observe également que vous n'avez pas précisé, lors de votre annonce, à laquelle de ces deux conceptions vous vous référiez. N'est-ce pas ?

- Le professeur : Oui, c'est exact. Continuez.

- L'étudiant : Puisque vous vous référez indifféremment à l'une ou l'autre de ces conceptions de la surprise, il est nécessaire d'envisager successivement chacune d'elles, ainsi que le raisonnement à tenir dans chaque cas.

- Le professeur : Voyons donc cela.

- L'étudiant : Considérons, en premier lieu, le cas où la surprise correspond à une définition *conjointe* des cas de non-surprise et de surprise. Une telle définition est telle que la non-surprise et la surprise sont à la fois possibles, par exemple le dernier jour. Une telle situation est susceptible de se présenter le dernier jour, notamment lorsqu'un étudiant conclut que l'examen ne peut avoir lieu ce même dernier jour, puisque cela contredirait l'annonce faite par le professeur. Pourtant, ceci a précisément pour effet de permettre à la surprise de se produire, car ce même étudiant s'attend alors à ce que l'examen n'ait pas lieu. Et de manière tout à fait plausible, comme l'a fait valoir Quine, une telle situation correspond alors à un cas de surprise. Dans ce cas, la prise en compte de la possibilité que l'examen survienne par surprise le dernier jour, interdit d'éliminer successivement les jours $n, n-1, n-2, \dots, 2$, puis 1. J'ajoute enfin que la notion de surprise associée à une structure conjointe est une notion de surprise totale. Car on se trouve en présence le dernier jour de non-surprise ou de surprise totale, sans qu'il existe dans ce cas de situations intermédiaires.

- Le professeur : Je vois cela. Vous aviez parlé d'un second cas de surprise...

- L'étudiant : Effectivement. Il est également nécessaire de considérer le cas où la surprise correspond à une définition *disjointe* des cas de non-surprise et de surprise. Une telle définition correspond au cas où la non-surprise et la surprise ne sont pas possibles le même jour. L'intuition sur laquelle repose une telle conception de la surprise correspond à l'annonce faite à des étudiants qu'ils subiront un examen dans l'année, tout en ignorant par ailleurs le jour précis où il se déroulera. Dans un tel cas, il résulte bien de notre expérience que l'examen peut véritablement se produire par surprise, de nombreux jours de l'année, par exemple un jour quelconque des trois premiers mois. Il s'agit là d'une situation concrète qui correspond à l'expérience individuelle de tout étudiant. Bien sûr, dans l'annonce que vous venez de nous faire, la période n'est pas aussi longue qu'une année, mais correspond à une semaine. Cependant, votre annonce laisse également la place à une telle conception de la surprise associée à une structure disjointe des cas de non-surprise et de surprise. En

¹⁵ Cf. (1988, 324): 'One immediate qualm about assimilating the prediction paradox to the sorites is that the prediction paradox would be a very 'fast' sorites. (...) Yet standard sorites arguments involve a great many borderline cases.'

¹⁶ Cf. Soames (1999, 218): 'A further fact about Sorites predicates is that the continuum semantically associated with such a predicate can be broken down into units fine enough so that once one has characterized one item as F (or not F), it is virtually irresistible to characterize the same item in the same way'.

effet, l'examen peut effectivement survenir par surprise, par exemple le 1er jour de la semaine. Ainsi, le 1er jour constitue une instance propre de surprise. Parallèlement, le dernier jour constitue une instance propre de non-surprise, puisqu'il résulte de l'énoncé que l'examen ne peut avoir lieu ce jour-là par surprise. A ce stade, il apparaît également que le statut des autres jours de la période correspondante n'est pas déterminé. Ainsi, une telle structure disjointe des cas de non-surprise et de surprise est à la fois disjointe et non-exhaustive. Par conséquent, la notion de surprise correspondante présente ici les critères d'une notion *vague*. Et ceci met en lumière le fait que la notion de surprise associée à une structure conjointe est une notion vague, et qu'il existe donc une zone de pénombre entre les instances propres de non-surprise et de surprise, qui correspond à l'existence de cas limites. Et la seule existence de ces cas limites interdit d'éliminer successivement, par un raisonnement basé sur une induction-arrière, les jours $n, n-1, n-2, \dots, 2$, puis 1. Et je remarque enfin, à la différence de la notion de surprise précédente, que la notion de surprise associée à une structure conjointe conduit à l'existence de cas intermédiaires entre la non-surprise et la surprise.

- Le professeur : Je vois. Concluez maintenant.

- L'étudiant : Finalement, le fait d'envisager successivement les deux notions différentes de surprise pouvant correspondre à l'annonce que vous venez de faire, conduit dans les deux cas à rejeter le raisonnement classique qui conduit à éliminer successivement tous les jours de la semaine. Ici, la motivation pour rejeter le raisonnement classique se révèle différente pour chacune des deux notions de surprise. Mais dans les deux cas, il s'ensuit une conclusion convergente qui conduit au rejet du raisonnement classique basé sur une induction-arrière.

6. Conclusion

Je mentionnerai finalement que la solution qui vient d'être proposée s'applique également aux variations de SEP mentionnées par Sorensen (1982). En effet, la structure des formes canoniques de SEP($I\Box$), SEP($I\Delta$) ou SEP(II) indique que quelle que soit la version prise en compte, la solution qui s'applique ne nécessite pas de faire appel à un quelconque principe de rétention temporelle. Elle est également indépendante de l'ordre d'élimination et peut enfin s'appliquer lorsque la durée de la n -période n'est pas connue lors de l'annonce faite par le professeur.

Enfin, on peut mentionner que la stratégie développée dans la présente étude se révèle structurellement analogue à celle mise en œuvre dans mon analyse du *paradoxe de Hempel* (1999) : en premier lieu, établir une dichotomie qui permet de diviser le problème concerné en deux classes distinctes ; en second lieu, montrer que chacune des versions qui en résultent admet une résolution spécifique¹⁷. De manière similaire, dans la présente analyse de SEP, une dichotomie est effectuée et les deux catégories de problèmes qui en résultent donnent ensuite lieu à une solution indépendante. Ceci suggère que le fait que deux versions structurellement indépendantes se trouvent inextricablement mêlées dans les paradoxes philosophiques pourrait être une caractéristique plus répandue qu'on pourrait le penser de prime abord et pourrait également expliquer en partie la difficulté qui leur est propre¹⁸.

REFERENCES

- AYER, A. J. 1973, "On a Supposed Antinomy", *Mind* 82, pp. 125-126.
 BINKLEY, R. 1968, "The Surprise Examination in Modal Logic", *Journal of Philosophy* 65, pp. 127-136.
 CHALMERS, D. 2002, "The St. Petersburg two-envelope paradox", *Analysis* 62, pp. 155-157.
 CHOW, T. Y. 1998, "The Surprise Examination or Unexpected Hanging Paradox", *The American Mathematical Monthly* 105, pp. 41-51.
 DIETL, P. 1973, "The Surprise Examination", *Educational Theory* 23, pp. 153-158.
 FRANCESCHI, P. 1999, "Comment l'urne de Carter et Leslie se déverse dans celle de Hempel", *Canadian Journal of Philosophy* 29, pp. 139-156.
 HALL, N. 1999, "How to Set a Surprise Exam", *Mind* 108, pp. 647-703.
 HYDE, D. 2002 "Sorites Paradox", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2002 Edition)*, E. N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/fall2002/entries/sorites-paradox>.
 JANAWAY, C. 1989, "Knowing About Surprises : A Supposed Antinomy Revisited", *Mind* 98, pp. 391-410.
 MONTAGUE, R. & KAPLAN, D. 1960, "A Paradox Regained", *Notre Dame Journal of Formal Logic* 3, pp. 79-90.

¹⁷ Un exemple caractéristique de ce type d'analyse est également fourni par la solution pour le paradoxe des deux enveloppes (*two-envelope paradox*) décrite par David Chalmers (2002, 157) : 'The upshot is a disjunctive diagnosis of the two-envelope paradox. The expected value of the amount in the envelopes is either finite or infinite. If it is finite, then (1) and (2) are false (...). If it is infinite, then the step from (2) to (3) is invalid (...)'.

¹⁸ Je suis reconnaissant envers Je suis reconnaissant envers Timothy Chow, Ned Hall, Claude Panaccio, ainsi que les experts anonymes pour des commentaires très utiles concernant des versions précédentes de cet article.

- O' CONNOR, D. 1948, "Pragmatic paradoxes", *Mind* 57, pp. 358-359.
- QUINE, W. 1953, "On a So-called Paradox", *Mind* 62, pp. 65-66.
- SAINSBURY, R. M. 1995, *Paradoxes*, 2ème édition, Cambridge : Cambridge University Press.
- SCRIVEN, M. 1951, "Paradoxical announcements", *Mind* 60, pp. 403-407.
- SHAW, R. 1958, "The Paradox of the Unexpected Examination", *Mind* 67, pp. 382-384.
- SMITH, J. W. 1984, "The surprise examination on the paradox of the heap", *Philosophical Papers* 13, pp. 43-56.
- SOAMES, S. 1999, *Understanding Truth*, New York, Oxford : Oxford University Press.
- SORENSEN, R. A. 1982, "Recalcitrant versions of the prediction paradox", *Australasian Journal of Philosophy* 69, pp. 355-362.
- SORENSEN, R. A. 1988, *Blindspots*, Oxford : Clarendon Press.
- WILLIAMSON, T. 2000, *Knowledge and its Limits*, London & New York : Routledge.
- WRIGHT, C. & SUDBURY, A. 1977, "The Paradox of the Unexpected Examination", *Australasian Journal of Philosophy* 55, pp. 41-58.