

2. The Tripropositional Bivalent Level ($_3L_2$) and its Relationship with the Aristotelic Syllogistic*

Tripropositional numerical interpretation of bivalent logic syllogisms¹

Figure	Syllogism	(1st Premise	\wedge	2nd Premise)	\rightarrow	Consequent
First	BARBARA	$Q \rightarrow R$ 243		$P \rightarrow Q$ 221	(T) 255	$P \rightarrow R$ 245
	CELARENT	$Q \rightarrow \neg R$ 63		$P \rightarrow Q$ 221	(T) 255	$P \rightarrow \neg R$ 95
	DARII	$Q \rightarrow R$ 243	$P \wedge Q \wedge R$ 128	$\neg(P \rightarrow \neg Q)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	FERIO	$Q \rightarrow \neg R$ 63	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$ 8	$\neg(P \rightarrow \neg Q)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
Second	CESARE	$R \rightarrow \neg Q$ 63		$P \rightarrow Q$ 221	(T) 255	$P \rightarrow \neg R$ 95
	CAMESTRES	$R \rightarrow Q$ 207		$P \rightarrow \neg Q$ 119	(T) 255	$P \rightarrow \neg R$ 95
	FESTINO	$R \rightarrow \neg Q$ 63	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$ 8	$\neg(P \rightarrow \neg Q)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
	BAROCO	$R \rightarrow Q$ 207	$\neg((P \rightarrow Q) \vee R)$ 2	$\neg(P \rightarrow Q)$ 34	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
Third	DARAPTI	$Q \rightarrow R$ 243	$Q \rightarrow (P \wedge R)$ 179	$Q \rightarrow P$ 187	$(P \wedge R) \vee Q$ 236	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	DISAMIS	$\neg(Q \rightarrow \neg R)$ 192	$P \wedge Q \wedge R$ 128	$Q \rightarrow P$ 187	(T) 255	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	DATISI	$Q \rightarrow R$ 243	$P \wedge Q \wedge R$ 128	$\neg(Q \rightarrow \neg P)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	FELAPTON	$Q \rightarrow \neg R$ 63	$\neg((P \rightarrow R) \wedge Q)$ 59	$Q \rightarrow P$ 187	$(P \rightarrow R) \rightarrow Q$ 206	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
	BOCARDO	$\neg(Q \rightarrow R)$ 12	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$ 8	$Q \rightarrow P$ 187	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
	FERISON	$Q \rightarrow \neg R$ 63	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$ 8	$\neg(Q \rightarrow \neg P)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
Fourth	BRAMANTIP	$R \rightarrow Q$ 207		$Q \rightarrow P$ 187	$(Q \rightarrow P) \rightarrow R$ 244	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	CAMENES	$R \rightarrow Q$ 207		$Q \rightarrow \neg P$ 119	(T) 255	$P \rightarrow \neg R$ 95
	DIMARIS	$\neg(R \rightarrow \neg Q)$ 192	$P \wedge Q \wedge R$ 128	$Q \rightarrow P$ 187	(T) 255	$\neg(P \rightarrow \neg R)$ 160
	FESAPO	$R \rightarrow \neg Q$ 63	$\neg((P \rightarrow R) \wedge Q)$ 59	$Q \rightarrow P$ 187	$(P \rightarrow R) \rightarrow Q$ 206	$\neg(P \rightarrow R)$ 10
	FRESISON	$R \rightarrow \neg Q$ 63	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$ 8	$\neg(Q \rightarrow \neg P)$ 136	(T) 255	$\neg(P \rightarrow R)$ 10

¹ Under the previous proposals of C. Ladd Franklin and J. Piaget (numbers represent the binary code in decimal base).

Existential premise necessary addition to imperfect known syllogisms

Figure	Syllogism	Premises					→	Consequent
		Traditional premises			Added existential premise			
		[(1st	∧	2nd)	∧	3rd]		
Third	<i>DARAPTI</i>	$Q \rightarrow R$		$Q \rightarrow P$	$P \wedge Q \wedge R$	Q	(T)	$\neg(P \rightarrow \neg R)$
		243	179	187	128	204	255	160
	<i>FELAPTON</i>	$Q \rightarrow \neg R$		$Q \rightarrow P$	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$	Q	(T)	$\neg(P \rightarrow R)$
		63	59	187	8	204	255	10
Fourth	<i>BRAMANTIP</i>	$R \rightarrow Q$		$Q \rightarrow P$	$P \wedge Q \wedge R$	R	(T)	$\neg(P \rightarrow \neg R)$
		207	139	187	128	240	255	160
	<i>FESAPO</i>	$R \rightarrow \neg Q$		$Q \rightarrow P$	$\neg(P \rightarrow R) \wedge Q$	Q	(T)	$\neg(P \rightarrow R)$
		63	59	187	8	204	255	10

Syllogisms projection

Fig.-Syllogism (premises union)	All natural deduction valid consequents	Set cardinality
II-BAROCO (2)	2, 3, 6, 7, 10 , 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 39, 42, 43, 46, 47, 50, 51, 54, 55, 58, 59, 62, 63, 66, 67, 70, 71, 74, 75, 78, 79, 82, 83, 86, 87, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 102, 103, 106, 107, 110, 111, 114, 115, 118, 119, 122, 123, 126, 127, 130, 131, 134, 135, 138, 139, 142, 143, 146, 147, 150, 151, 154, 155, 158, 159, 162, 163, 166, 167, 170, 171, 174, 175, 178, 179, 182, 183, 186, 187, 190, 191, 194, 195, 198, 199, 202, 203, 206, 207, 210, 211, 214, 215, 218, 219, 222, 223, 226, 227, 230, 231, 234, 235, 238, 239, 242, 243, 246, 247, 250, 251, 254, 255.	128
I-FERIO II-FESTINO III-BOCARDO III-FERISON IV-FRESISON (8)	8, 9, 10 , 11, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255.	128

Syllogisms projection (cont.)

Fig.-Syllogism (premises union)	All natural deduction valid consequents	Set cardinality
I-DARII III-DISAMIS III-DATISI IV-DIMARIS (128)	128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160 , 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255.	128
I-BARBARA (209)	209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 241, 243, 245 , 247, 249, 251, 253, 255.	16
I-CELARENT II-CESARE (29)	29, 31, 61, 63, 93, 95 , 125, 127, 157, 159, 189, 191, 221, 223, 253, 255.	16
II-CAMESTRES IV-CAMENES (71)	71, 79, 87, 95 , 103, 111, 119, 127, 199, 207, 215, 223, 231, 239, 247, 255.	16
IV-BRAMANTIP (139)	139, 143, 155, 159, 171, 175, 187, 191, 203, 207, 219, 223, 235, 239, 251, 255. Imperfect: 160 .	16
III-FELAPTON IV-FESAPO (59)	59, 63, 123, 127, 187, 191, 251, 255. Imperfect: 10 .	8
III-DARAPTI (179)	179, 183, 187, 191, 243, 247, 251, 255. Imperfect: 160 .	8

Syllogisms retrojection

Fig.-Syllogism	Actual premises union	All possible valid premises union or antecedents set (α)	\rightarrow	Natural deduction consequent	α set cardinality
I- Ferio I- Festino II- Baroco III- <i>Felapton</i> III- Bocardo III- Ferison IV- <i>Fesapo</i> IV- Fresison	(8) (8) (2) (59) (8) (8) (59) (8)	0, 2 , 8 , 10 (59 is not a valid natural deduction antecedent for <i>Felapton</i> and <i>Fesapo</i> are imperfect syllogisms).	(T)	10 $\neg (P \rightarrow R)$	4
I- Darii III- <i>Darapti</i> III- Disamis III- Datisi IV- <i>Bramantip</i> IV- Dimaris	(128) (179) (128) (128) (139) (128)	0, 32, 128 , 160 (139 and 179 are not valid natural deduction antecedents for <i>Bramantip</i> and <i>Darapti</i> are imperfect syllogisms).	(T)	160 $\neg (P \rightarrow \neg R)$	4
I- Celarent II- Cesare II- Camestres IV- Camenes	(29) (29) (71) (71)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 , 30, 31, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71 , 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95.	(T)	95 $P \rightarrow \neg R$	64
I- Barbara	(209)	0, 1, 4, 5, 16, 17, 20, 21, 32, 33, 36, 37, 48, 49, 52, 53, 64, 65, 68, 69, 80, 81, 84, 85, 96, 97, 100, 101, 112, 113, 116, 117, 128, 129, 132, 133, 144, 145, 148, 149, 160, 161, 164, 165, 176, 177, 180, 181, 192, 193, 196, 197, 208, 209 , 212, 213, 224, 225, 228, 229, 240, 241, 244, 245.	(T)	245 $P \rightarrow R$	64

Projection

Baroco

2. $((R \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q))$
3. $\neg(Q \vee R)$
6. $\neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
7. $\neg((P \wedge Q) \vee R)$
10. $(P \wedge \neg R)$
11. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
14. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$
15. $\neg R$
18. $\neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
19. $\neg(\neg(P \wedge R) \rightarrow Q)$
22. $((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q)$
23. $((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(Q \vee R) \wedge P)$
26. $((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
27. $((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R)$
30. $((P \vee Q) \otimes R)$
31. $\neg((P \vee Q) \wedge R)$
34. $\neg(P \rightarrow Q)$
35. $\neg((R \rightarrow P) \rightarrow Q)$
38. $((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$
39. $((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R)$
42. $\neg(P \rightarrow (Q \wedge R))$
43. $((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
46. $\neg(\neg(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
47. $(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
50. $\neg((P \vee R) \rightarrow Q)$
51. $\neg Q$
54. $((P \vee R) \otimes Q)$
55. $(Q \rightarrow \neg(P \vee R))$
58. $\neg(((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
59. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
62. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
63. $\neg(Q \wedge R)$
66. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$
67. $((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$

70. $((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
71. $((R \rightarrow Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$
74. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$
75. $((Q \rightarrow P) \otimes R)$
78. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
79. $\neg((Q \rightarrow P) \wedge R)$
82. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
83. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q)$
86. $((Q \vee R) \otimes P)$
87. $(P \rightarrow \neg(Q \vee R))$
90. $(P \otimes R)$
91. $(P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
94. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R)$
95. $\neg(P \wedge R)$
98. $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R)$
99. $((R \rightarrow P) \otimes Q)$
102. $(P \otimes Q)$
103. $(P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
106. $((Q \wedge R) \otimes P)$
107. $(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
110. $((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
111. $(R \rightarrow (P \otimes Q))$
114. $(\neg(R \rightarrow (P \wedge Q)) \vee \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
115. $(Q \rightarrow \neg(R \rightarrow P))$
118. $((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$
119. $\neg(P \wedge Q)$
122. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R)$
123. $(Q \rightarrow (P \otimes R))$
126. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
127. $\neg((Q \wedge R) \wedge P)$
130. $((Q \leftrightarrow R) \wedge P)$
131. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \otimes R))$
134. $\neg(\neg((Q \otimes R) \wedge P) \rightarrow \neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$
135. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$
138. $((R \rightarrow Q) \wedge P)$
139. $((R \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$
142. $\neg((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$

143. $(R \rightarrow (P \wedge Q))$
146. $\neg(((Q \otimes R) \otimes P) \rightarrow ((P \wedge R) \otimes Q))$
147. $((P \wedge R) \leftrightarrow Q)$
150. $((Q \leftrightarrow R) \leftrightarrow P)$
151. $((P \otimes Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
154. $((R \rightarrow Q) \leftrightarrow P)$
155. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$
158. $\neg(((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
159. $(R \rightarrow (P \leftrightarrow Q))$
162. $((Q \rightarrow R) \wedge P)$
163. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
166. $((Q \rightarrow R) \leftrightarrow P)$
167. $((R \rightarrow P) \wedge (P \rightarrow (Q \rightarrow R)))$
170. P
171. $((Q \vee R) \rightarrow P)$
174. $((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
175. $(R \rightarrow P)$
178. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
179. $((Q \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow P))$
182. $\neg((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
183. $(Q \rightarrow (P \leftrightarrow R))$
186. $((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
187. $(Q \rightarrow P)$
190. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
191. $((Q \wedge R) \rightarrow P)$
194. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
195. $(Q \leftrightarrow R)$
198. $((P \rightarrow R) \leftrightarrow Q)$
199. $((\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
202. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
203. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q))$
206. $((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$
207. $(R \rightarrow Q)$
210. $((P \rightarrow Q) \leftrightarrow R)$
211. $((\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
214. $\neg(\neg(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
215. $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$
218. $\neg((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
219. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q))$

222. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow Q)$
 223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
 226. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
 227. $\neg(((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 230. $\neg((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 231. $\neg((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 234. $((Q \wedge R) \vee P)$
 235. $((Q \leftrightarrow R) \vee P)$
 238. $(P \vee Q)$
 239. $(R \rightarrow (P \vee Q))$
 242. $((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
 243. $(Q \rightarrow R)$
 246. $((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$
 247. $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
 250. $(P \vee R)$
 251. $(Q \rightarrow (P \vee R))$
 254. $((P \vee Q) \vee R)$
 255. (T)

Ferio, Festino, Bocardo, Ferison, Fresison

8. $((Q \wedge \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
 9. $\neg((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$
 10. $(P \wedge \neg R)$
 11. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
 12. $\neg(Q \rightarrow R)$
 13. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
 14. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$
 15. $\neg R$
 24. $((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 25. $((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 26. $((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
 27. $((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R)$
 28. $((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
 29. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (P \rightarrow Q))$
 30. $((P \vee Q) \otimes R)$
 31. $\neg((P \vee Q) \wedge R)$
 40. $((Q \otimes R) \wedge P)$
 41. $(\neg(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 42. $\neg(P \rightarrow (Q \wedge R))$

43. $((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
44. $\neg((\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
45. $((P \rightarrow Q) \otimes R)$
46. $\neg(\neg(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
47. $(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
56. $\neg((\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
57. $((P \rightarrow R) \otimes Q)$
58. $\neg(((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
59. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
60. $(Q \otimes R)$
61. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
62. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
63. $\neg(Q \wedge R)$
72. $((P \otimes R) \wedge Q)$
73. $((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
74. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$
75. $((Q \rightarrow P) \otimes R)$
76. $\neg(Q \rightarrow (P \wedge R))$
77. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
78. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
79. $\neg((Q \rightarrow P) \wedge R)$
88. $(\neg R \leftrightarrow ((Q \vee R) \wedge P))$
89. $((Q \rightarrow R) \otimes P)$
90. $(P \otimes R)$
91. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
92. $((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
93. $(P \rightarrow \neg(Q \rightarrow R))$
94. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R)$
95. $\neg(P \wedge R)$
104. $\neg(((P \otimes Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
105. $((P \otimes Q) \leftrightarrow R)$
106. $((Q \wedge R) \otimes P)$
107. $(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
108. $((P \wedge R) \otimes Q)$
109. $((Q \otimes R) \otimes P) \rightarrow ((P \wedge R) \otimes Q)$
110. $((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
111. $(R \rightarrow (P \otimes Q))$
120. $((P \wedge Q) \otimes R)$

121. $\neg((Q \otimes R) \wedge P) \rightarrow \neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
122. $((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R))$
123. $(Q \rightarrow (P \otimes R))$
124. $((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \otimes R))$
125. $(P \rightarrow (Q \otimes R))$
126. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
127. $\neg((Q \wedge R) \wedge P)$
136. $(P \wedge Q)$
137. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
138. $((R \rightarrow Q) \wedge P)$
139. $((R \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$
140. $((R \rightarrow P) \wedge Q)$
141. $(\neg((Q \wedge R) \wedge P) \rightarrow \neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R))$
142. $\neg((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
143. $(R \rightarrow (P \wedge Q))$
152. $\neg((P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
153. $(P \leftrightarrow Q)$
154. $((R \rightarrow Q) \leftrightarrow P)$
155. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$
156. $((R \rightarrow P) \leftrightarrow Q)$
157. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
158. $\neg(((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
159. $(R \rightarrow (P \leftrightarrow Q))$
168. $((Q \vee R) \wedge P)$
169. $((Q \vee R) \leftrightarrow P)$
170. P
171. $((Q \vee R) \rightarrow P)$
172. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q))$
173. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q))$
174. $((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
175. $(R \rightarrow P)$
184. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \vee R))$
185. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
186. $((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
187. $(Q \rightarrow P)$
188. $\neg(((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
189. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
190. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$

191. $((Q \wedge R) \rightarrow P)$
 200. $((P \vee R) \wedge Q)$
 201. $(\neg(P \vee R) \otimes Q)$
 202. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
 203. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q))$
 204. Q
 205. $((P \vee R) \rightarrow Q)$
 206. $((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$
 207. $(R \rightarrow Q)$
 216. $\neg(((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
 217. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
 218. $\neg((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
 219. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q))$
 220. $((R \rightarrow P) \rightarrow Q)$
 221. $(P \rightarrow Q)$
 222. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow Q)$
 223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
 232. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(Q \vee R) \wedge P))$
 233. $\neg(((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q))$
 234. $((Q \wedge R) \vee P)$
 235. $((Q \leftrightarrow R) \vee P)$
 236. $((P \wedge R) \vee Q)$
 237. $((P \otimes R) \rightarrow Q)$
 238. $(P \vee Q)$
 239. $(R \rightarrow (P \vee Q))$
 248. $((P \wedge Q) \vee R)$
 249. $((P \otimes Q) \rightarrow R)$
 250. $(P \vee R)$
 251. $(Q \rightarrow (P \vee R))$
 252. $(Q \vee R)$
 253. $(P \rightarrow (Q \vee R))$
 254. $((P \vee Q) \vee R)$
 255. (T)

Darii, Disamis, Datisi, Dimaris

128. $((P \wedge Q) \wedge R)$
 129. $\neg(((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R))$
 130. $((Q \leftrightarrow R) \wedge P)$

131. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \otimes R))$
132. $\neg(Q \rightarrow (P \otimes R))$
133. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R))$
134. $\neg(\neg((Q \otimes R) \wedge P) \rightarrow \neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$
135. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$
136. $(P \wedge Q)$
137. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
138. $((R \rightarrow Q) \wedge P)$
139. $((R \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$
140. $((R \rightarrow P) \wedge Q)$
141. $(\neg((Q \wedge R) \wedge P) \rightarrow \neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R))$
142. $\neg((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
143. $(R \rightarrow (P \wedge Q))$
144. $\neg(R \rightarrow (P \otimes Q))$
145. $\neg((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
146. $\neg(((Q \otimes R) \otimes P) \rightarrow ((P \wedge R) \otimes Q))$
147. $((P \wedge R) \leftrightarrow Q)$
148. $\neg(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
149. $((Q \wedge R) \leftrightarrow P)$
150. $((Q \leftrightarrow R) \leftrightarrow P)$
151. $((P \otimes Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
152. $\neg((P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
153. $(P \leftrightarrow Q)$
154. $((R \rightarrow Q) \leftrightarrow P)$
155. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$
156. $((R \rightarrow P) \leftrightarrow Q)$
157. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
158. $\neg(((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
159. $(R \rightarrow (P \leftrightarrow Q))$
160. $(P \wedge R)$
161. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R))$
162. $((Q \rightarrow R) \wedge P)$
163. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
164. $\neg((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
165. $(P \leftrightarrow R)$
166. $((Q \rightarrow R) \leftrightarrow P)$
167. $((R \rightarrow P) \wedge (P \rightarrow (Q \rightarrow R)))$
168. $((Q \vee R) \wedge P)$

169. $((Q \vee R) \leftrightarrow P)$
170. P
171. $((Q \vee R) \rightarrow P)$
172. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q))$
173. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q))$
174. $((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
175. $(R \rightarrow P)$
176. $((Q \rightarrow P) \wedge R)$
177. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
178. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
179. $((Q \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow P))$
180. $((Q \rightarrow P) \leftrightarrow R)$
181. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R))$
182. $\neg((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
183. $(Q \rightarrow (P \leftrightarrow R))$
184. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \vee R))$
185. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
186. $((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
187. $(Q \rightarrow P)$
188. $\neg(((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
189. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
190. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
191. $((Q \wedge R) \rightarrow P)$
192. $(Q \wedge R)$
193. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
194. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
195. $(Q \leftrightarrow R)$
196. $((P \rightarrow R) \wedge Q)$
197. $((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
198. $((P \rightarrow R) \leftrightarrow Q)$
199. $((\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
200. $((P \vee R) \wedge Q)$
201. $(\neg(P \vee R) \otimes Q)$
202. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
203. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q))$
204. Q
205. $((P \vee R) \rightarrow Q)$
206. $((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$

207. $(R \rightarrow Q)$
208. $((P \rightarrow Q) \wedge R)$
209. $((Q \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q))$
210. $((P \rightarrow Q) \leftrightarrow R)$
211. $((\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
212. $\neg((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
213. $(P \rightarrow (Q \wedge R))$
214. $\neg(\neg(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
215. $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$
216. $\neg(((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
217. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
218. $\neg((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
219. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q))$
220. $((R \rightarrow P) \rightarrow Q)$
221. $(P \rightarrow Q)$
222. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow Q)$
223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
224. $((P \vee Q) \wedge R)$
225. $((P \vee Q) \leftrightarrow R)$
226. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
227. $\neg(((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
228. $\neg(((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
229. $\neg(((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
230. $\neg((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
231. $\neg((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
232. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(Q \vee R) \wedge P))$
233. $\neg(((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q))$
234. $((Q \wedge R) \vee P)$
235. $((Q \leftrightarrow R) \vee P)$
236. $((P \wedge R) \vee Q)$
237. $((P \otimes R) \rightarrow Q)$
238. $(P \vee Q)$
239. $(R \rightarrow (P \vee Q))$
240. R
241. $((P \vee Q) \rightarrow R)$
242. $((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
243. $(Q \rightarrow R)$
244. $((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$

- 245. $(P \rightarrow R)$
- 246. $((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$
- 247. $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
- 248. $((P \wedge Q) \vee R)$
- 249. $((P \otimes Q) \rightarrow R)$
- 250. $(P \vee R)$
- 251. $(Q \rightarrow (P \vee R))$
- 252. $(Q \vee R)$
- 253. $(P \rightarrow (Q \vee R))$
- 254. $((P \vee Q) \vee R)$
- 255. (T)

Barbara

- 209. $((Q \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q))$
- 211. $((\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
- 213. $(P \rightarrow (Q \wedge R))$
- 215. $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$
- 217. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
- 219. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q))$
- 221. $(P \rightarrow Q)$
- 223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
- 241. $((P \vee Q) \rightarrow R)$
- 243. $(Q \rightarrow R)$
- 245. $(P \rightarrow R)$
- 247. $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
- 249. $((P \otimes Q) \rightarrow R)$
- 251. $(Q \rightarrow (P \vee R))$
- 253. $(P \rightarrow (Q \vee R))$
- 255. (T)

Celarent, Cesare

- 29. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (P \rightarrow Q))$
- 31. $\neg((P \vee Q) \wedge R)$
- 61. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
- 63. $\neg(Q \wedge R)$
- 93. $(P \rightarrow \neg(Q \rightarrow R))$
- 95. $\neg(P \wedge R)$
- 125. $(P \rightarrow (Q \otimes R))$
- 127. $\neg((Q \wedge R) \wedge P)$

157. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
 159. $(R \rightarrow (P \leftrightarrow Q))$
 189. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 191. $((Q \wedge R) \rightarrow P)$
 221. $(P \rightarrow Q)$
 223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
 253. $(P \rightarrow (Q \vee R))$
 255. (T)

Camestres, Camenes

71. $((R \rightarrow Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$
 79. $\neg((Q \rightarrow P) \wedge R)$
 87. $(P \rightarrow \neg(Q \vee R))$
 95. $\neg(P \wedge R)$
 103. $((P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 111. $(R \rightarrow (P \otimes Q))$
 119. $\neg(P \wedge Q)$
 127. $\neg((Q \wedge R) \wedge P)$
 199. $((\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 207. $(R \rightarrow Q)$
 215. $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$
 223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
 231. $\neg((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 239. $(R \rightarrow (P \vee Q))$
 247. $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
 255. (T)

Retrojection

Ferio, Festino, Baroco, Felapton, Bocardo, Ferison, Fesapo, Fresison

0. (\perp)
 2. $((R \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q))$
 8. $((Q \wedge \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
 10. $(P \wedge \neg R)$

Darii, Darapti, Disamis, Datisi, Bramantip, Dimaris

0. (\perp)
 32. $(\neg(R \rightarrow Q) \wedge P)$
 128. $((P \wedge Q) \wedge R)$
 160. $(P \wedge R)$

Celarent, Cesare, Camestres, Camenes

0. (\perp)
1. $\neg((P \vee Q) \vee R)$
2. $((R \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q))$
3. $\neg(Q \vee R)$
4. $(\neg(P \vee R) \wedge Q)$
5. $\neg(P \vee R)$
6. $\neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
7. $\neg((P \wedge Q) \vee R)$
8. $((Q \wedge \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
9. $\neg((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$
10. $(P \wedge \neg R)$
11. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
12. $\neg(Q \rightarrow R)$
13. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
14. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$
15. $\neg R$
16. $\neg(R \rightarrow (P \vee Q))$
17. $\neg(P \vee Q)$
18. $\neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
19. $\neg(\neg(P \wedge R) \rightarrow Q)$
20. $\neg((Q \otimes R) \rightarrow P)$
21. $\neg((Q \wedge R) \vee P)$
22. $((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q)$
23. $((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(Q \vee R) \wedge P)$
24. $((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
25. $((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
26. $((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
27. $((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R)$
28. $((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
29. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (P \rightarrow Q))$
30. $((P \vee Q) \otimes R)$
31. $\neg((P \vee Q) \wedge R)$
64. $(\neg(Q \rightarrow P) \wedge R)$
65. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
66. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$
67. $((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$

68. $\neg(Q \rightarrow P)$
69. $\neg((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
70. $((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
71. $((R \rightarrow Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$
72. $((P \otimes R) \wedge Q)$
73. $((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
74. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$
75. $((Q \rightarrow P) \otimes R)$
76. $\neg(Q \rightarrow (P \wedge R))$
77. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
78. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
79. $\neg((Q \rightarrow P) \wedge R)$
80. $\neg(R \rightarrow P)$
81. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
82. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
83. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q)$
84. $\neg((Q \vee R) \rightarrow P)$
85. $\neg P$
86. $((Q \vee R) \otimes P)$
87. $(P \rightarrow \neg(Q \vee R))$
88. $(\neg R \leftrightarrow ((Q \vee R) \wedge P))$
89. $((Q \rightarrow R) \otimes P)$
90. $(P \otimes R)$
91. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
92. $((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
93. $(P \rightarrow \neg(Q \rightarrow R))$
94. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R)$
95. $\neg(P \wedge R)$

Barbara

0. (\perp)
1. $\neg((P \vee Q) \vee R)$
4. $(\neg(P \vee R) \wedge Q)$
5. $\neg(P \vee R)$
16. $\neg(R \rightarrow (P \vee Q))$
17. $\neg(P \vee Q)$
20. $\neg((Q \otimes R) \rightarrow P)$
21. $\neg((Q \wedge R) \vee P)$

32. $(\neg(R \rightarrow Q) \wedge P)$
33. $\neg((P \otimes R) \vee Q)$
36. $((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q)$
37. $((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
48. $\neg(R \rightarrow Q)$
49. $\neg((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$
52. $((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q)$
53. $((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R)$
64. $(\neg(Q \rightarrow P) \wedge R)$
65. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
68. $\neg(Q \rightarrow P)$
69. $\neg((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
80. $\neg(R \rightarrow P)$
81. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
84. $\neg((Q \vee R) \rightarrow P)$
85. $\neg P$
96. $((P \otimes Q) \wedge R)$
97. $((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R)$
100. $((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$
101. $((R \rightarrow Q) \otimes P)$
112. $(\neg(P \wedge Q) \wedge R)$
113. $((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
116. $((R \rightarrow P) \vee Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$
117. $\neg((R \rightarrow Q) \wedge P)$
128. $((P \wedge Q) \wedge R)$
129. $\neg(((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R))$
132. $\neg(Q \rightarrow (P \otimes R))$
133. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R))$
144. $\neg(R \rightarrow (P \otimes Q))$
145. $\neg((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
148. $\neg(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
149. $((Q \wedge R) \leftrightarrow P)$
160. $(P \wedge R)$
161. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R))$
164. $\neg((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
165. $(P \leftrightarrow R)$
176. $((Q \rightarrow P) \wedge R)$
177. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$

180. $((Q \rightarrow P) \leftrightarrow R)$
 181. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R))$
 192. $(Q \wedge R)$
 193. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 196. $((P \rightarrow R) \wedge Q)$
 197. $((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
 208. $((P \rightarrow Q) \wedge R)$
 209. $((Q \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q))$
 212. $\neg((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 213. $(P \rightarrow (Q \wedge R))$
 224. $((P \vee Q) \wedge R)$
 225. $((P \vee Q) \leftrightarrow R)$
 228. $\neg(((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
 229. $\neg(((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 240. R
 241. $((P \vee Q) \rightarrow R)$
 244. $((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
 245. $(P \rightarrow R)$

Appendix 4. Propositional interpretation of decimal $f(x)$ values within ${}_3L_2$

In this appendix is presented a propositional logical expression for any corresponding decimal $f(x)$ value. The range included is semantically complete for bivalent logic within three variables case. The $f(x)$ left subindex denotes the arity of the logical expression. Traditional syllogistical union of premises in bold characters, underlined if belonging to imperfect syllogisms (*Darapti*: 179, *Felapton*: 59, *Bramantip*: 139 and *Fesapo*: 59), whereas in bold italics when the expression is a classical syllogistical consequent.

- 0⁰. (\perp)
 3¹. $\neg((P \vee Q) \vee R)$
 3². $((R \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q))$
 2³. $\neg(Q \vee R)$
 3⁴. $(\neg(P \vee R) \wedge Q)$
 2⁵. $\neg(P \vee R)$
 3⁶. $\neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
 3⁷. $\neg((P \wedge Q) \vee R)$
 3⁸. $((Q \wedge \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
 3⁹. $\neg((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$

210. $(P \wedge \neg R)$
311. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
212. $\neg(Q \rightarrow R)$
313. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
314. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$
115. $\neg R$
316. $\neg(R \rightarrow (P \vee Q))$
217. $\neg(P \vee Q)$
318. $\neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
319. $\neg(\neg(P \wedge R) \rightarrow Q)$
320. $\neg((Q \otimes R) \rightarrow P)$
321. $\neg((Q \wedge R) \vee P)$
322. $((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q)$
323. $((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(Q \vee R) \wedge P)$
324. $((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
325. $((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
326. $((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
327. $((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R)$
328. $((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
329. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (P \rightarrow Q))$
330. $((P \vee Q) \otimes R)$
331. $\neg((P \vee Q) \wedge R)$
332. $(\neg(R \rightarrow Q) \wedge P)$
333. $\neg((P \otimes R) \vee Q)$
234. $\neg(P \rightarrow Q)$
335. $\neg((R \rightarrow P) \rightarrow Q)$
336. $((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q)$
337. $((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
338. $((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$
339. $((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R)$
340. $((Q \otimes R) \wedge P)$
341. $(\neg(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
342. $\neg(P \rightarrow (Q \wedge R))$
343. $((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
344. $\neg(\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
345. $((P \rightarrow Q) \otimes R)$

346. $\neg(\neg(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 347. $(R \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
 248. $\neg(R \rightarrow Q)$
 349. $\neg((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$
 350. $\neg((P \vee R) \rightarrow Q)$
 151. $\neg Q$
 352. $((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q)$
 353. $((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R)$
 354. $((P \vee R) \otimes Q)$
 355. $(Q \rightarrow \neg(P \vee R))$
 356. $\neg(\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
 357. $((P \rightarrow R) \otimes Q)$
 358. $\neg(((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 359. $((\neg Q \vee \neg R) \wedge (Q \rightarrow P))$
 260. $(Q \otimes R)$
 361. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 362. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 263. $\neg(Q \wedge R)$
 364. $(\neg(Q \rightarrow P) \wedge R)$
 365. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
 366. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$
 367. $((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R))$
 268. $\neg(Q \rightarrow P)$
 369. $\neg((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
 370. $((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 371. $((R \rightarrow Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$
 372. $((P \otimes R) \wedge Q)$
 373. $((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 374. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$
 375. $((Q \rightarrow P) \otimes R)$
 376. $\neg(Q \rightarrow (P \wedge R))$
 377. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 378. $((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 379. $\neg((Q \rightarrow P) \wedge R)$
 280. $\neg(R \rightarrow P)$
 381. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$

382. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q)$
383. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q)$
384. $\neg((Q \vee R) \rightarrow P)$
185. $\neg P$
386. $((Q \vee R) \otimes P)$
387. $(P \rightarrow \neg(Q \vee R))$
388. $(\neg R \leftrightarrow ((Q \vee R) \wedge P))$
389. $((Q \rightarrow R) \otimes P)$
290. $(P \otimes R)$
391. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
392. $((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
393. $(P \rightarrow \neg(Q \rightarrow R))$
394. $((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \leftrightarrow R)$
295. $\neg(P \wedge R)$
396. $((P \otimes Q) \wedge R)$
397. $((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R)$
398. $((P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
399. $((R \rightarrow P) \otimes Q)$
3100. $((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$
3101. $((R \rightarrow Q) \otimes P)$
2102. $(P \otimes Q)$
3103. $((P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3104. $\neg(((P \otimes Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3105. $((P \otimes Q) \leftrightarrow R)$
3106. $((Q \wedge R) \otimes P)$
3107. $(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
3108. $((P \wedge R) \otimes Q)$
3109. $((Q \otimes R) \otimes P) \rightarrow ((P \wedge R) \otimes Q)$
3110. $((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
3111. $(R \rightarrow (P \otimes Q))$
3112. $(\neg(P \wedge Q) \wedge R)$
3113. $((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
3114. $(\neg(R \rightarrow (P \wedge Q)) \vee \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
3115. $(Q \rightarrow \neg(R \rightarrow P))$
3116. $((R \rightarrow P) \vee Q) \rightarrow (((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$
3117. $\neg((R \rightarrow Q) \wedge P)$

3118. $((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$
2119. $\neg(P \wedge Q)$
3120. $((P \wedge Q) \otimes R)$
3121. $(\neg((Q \otimes R) \wedge P) \rightarrow \neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$
3122. $((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R))$
3123. $(Q \rightarrow (P \otimes R))$
3124. $((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \otimes R))$
3125. $(P \rightarrow (Q \otimes R))$
3126. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R)$
3127. $\neg((Q \wedge R) \wedge P)$
3128. $((P \wedge Q) \wedge R)$
3129. $\neg(((P \wedge Q) \leftrightarrow R) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \rightarrow R))$
3130. $((Q \leftrightarrow R) \wedge P)$
3131. $\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \otimes R))$
3132. $\neg(Q \rightarrow (P \otimes R))$
3133. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \otimes R))$
3134. $\neg(\neg((Q \otimes R) \wedge P) \rightarrow \neg((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$
3135. $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$
2136. $(P \wedge Q)$
3137. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
3138. $((R \rightarrow Q) \wedge P)$
3139. $((R \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$
3140. $((R \rightarrow P) \wedge Q)$
3141. $(\neg((Q \wedge R) \wedge P) \rightarrow \neg((P \rightarrow Q) \rightarrow R))$
3142. $\neg((P \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
3143. $(R \rightarrow (P \wedge Q))$
3144. $\neg(R \rightarrow (P \otimes Q))$
3145. $\neg((R \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \rightarrow R))$
3146. $\neg(((Q \otimes R) \otimes P) \rightarrow ((P \wedge R) \otimes Q))$
3147. $((P \wedge R) \leftrightarrow Q)$
3148. $\neg(\neg((P \otimes Q) \wedge R) \rightarrow \neg((Q \rightarrow P) \rightarrow R))$
3149. $((Q \wedge R) \leftrightarrow P)$
3150. $((Q \leftrightarrow R) \leftrightarrow P)$
3151. $((P \otimes Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
3152. $\neg((P \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
2153. $(P \leftrightarrow Q)$

3154. $((R \rightarrow Q) \leftrightarrow P)$
 3155. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$
 3156. $((R \rightarrow P) \leftrightarrow Q)$
 3157. $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
 3158. $\neg(((P \otimes R) \vee Q) \rightarrow ((P \otimes Q) \wedge R))$
 3159. $(R \rightarrow (P \leftrightarrow Q))$
2160. $(P \wedge R)$
 3161. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \vee Q) \leftrightarrow R))$
 3162. $((Q \rightarrow R) \wedge P)$
 3163. $\neg(((Q \vee R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 3164. $\neg((P \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 2165. $(P \leftrightarrow R)$
 3166. $((Q \rightarrow R) \leftrightarrow P)$
 3167. $((R \rightarrow P) \wedge (P \rightarrow (Q \rightarrow R)))$
 3168. $((Q \vee R) \wedge P)$
 3169. $((Q \vee R) \leftrightarrow P)$
 1170. P
 3171. $((Q \vee R) \rightarrow P)$
 3172. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \wedge R) \vee Q))$
 3173. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg((P \otimes R) \rightarrow Q))$
 3174. $((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$
 2175. $(R \rightarrow P)$
 3176. $((Q \rightarrow P) \wedge R)$
 3177. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 3178. $\neg((Q \rightarrow (P \wedge R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3179. $((Q \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow P))$
 3180. $((Q \rightarrow P) \leftrightarrow R)$
 3181. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R))$
 3182. $\neg((Q \rightarrow (P \leftrightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
 3183. $(Q \rightarrow (P \leftrightarrow R))$
 3184. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \vee R))$
 3185. $\neg((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 3186. $((R \rightarrow Q) \rightarrow P)$
 2187. $(Q \rightarrow P)$
 3188. $\neg(((Q \otimes R) \vee P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
 3189. $\neg(((Q \wedge R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$

3190. $((Q \leftrightarrow R) \rightarrow P)$
3191. $((Q \wedge R) \rightarrow P)$
2192. $(Q \wedge R)$
3193. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow (Q \vee R)))$
3194. $\neg((Q \leftrightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
2195. $(Q \leftrightarrow R)$
3196. $((P \rightarrow R) \wedge Q)$
3197. $((P \rightarrow R) \wedge Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R)$
3198. $((P \rightarrow R) \leftrightarrow Q)$
3199. $((\neg(P \rightarrow R) \otimes Q) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3200. $((P \vee R) \wedge Q)$
3201. $(\neg(P \vee R) \otimes Q)$
3202. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
3203. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(R \rightarrow Q))$
1204. Q
3205. $((P \vee R) \rightarrow Q)$
3206. $((P \rightarrow R) \rightarrow Q)$
2207. $(R \rightarrow Q)$
3208. $((P \rightarrow Q) \wedge R)$
3209. $((Q \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q))$
3210. $((P \rightarrow Q) \leftrightarrow R)$
3211. $((\neg(P \rightarrow Q) \otimes R) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3212. $\neg((\neg(Q \wedge R) \wedge P) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3213. $(P \rightarrow (Q \wedge R))$
3214. $\neg(\neg(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \vee ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg R))$
3215. $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$
3216. $\neg(((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
3217. $\neg(((Q \rightarrow P) \vee R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$
3218. $\neg((P \vee R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \wedge R))$
3219. $\neg(((P \wedge R) \rightarrow Q) \rightarrow (\neg(P \vee R) \wedge Q))$
3220. $((R \rightarrow P) \rightarrow Q)$
2221. $(P \rightarrow Q)$
3222. $((P \leftrightarrow R) \rightarrow Q)$
3223. $((P \wedge R) \rightarrow Q)$
3224. $((P \vee Q) \wedge R)$
3225. $((P \vee Q) \leftrightarrow R)$

3226. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
 3227. $\neg(((Q \otimes R) \rightarrow P) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 3228. $\neg(((P \wedge R) \vee Q) \rightarrow \neg((P \otimes Q) \vee R))$
 3229. $\neg(((P \leftrightarrow R) \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 3230. $\neg((P \vee Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 3231. $\neg((R \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow \neg(Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 3232. $\neg(((Q \wedge R) \vee P) \rightarrow \neg(Q \vee R) \wedge P)$
 3233. $\neg(((P \otimes Q) \otimes R) \wedge \neg(P \wedge Q))$
 3234. $((Q \wedge R) \vee P)$
 3235. $((Q \leftrightarrow R) \vee P)$
 3236. $((P \wedge R) \vee Q)$
 3237. $((P \otimes R) \rightarrow Q)$
 2238. $(P \vee Q)$
 3239. $(R \rightarrow (P \vee Q))$
 1240. R
 3241. $((P \vee Q) \rightarrow R)$
 3242. $((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
 2243. $(Q \rightarrow R)$
 3244. $((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$
 2245. $(P \rightarrow R)$
 3246. $((P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$
 3247. $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
 3248. $((P \wedge Q) \vee R)$
 3249. $((P \otimes Q) \rightarrow R)$
 2250. $(P \vee R)$
 3251. $(Q \rightarrow (P \vee R))$
 2252. $(Q \vee R)$
 3253. $(P \rightarrow (Q \vee R))$
 3254. $((P \vee Q) \vee R)$
 0255. (\top)