A Controvérsia em Torno do Estatuto dos Entes Matemáticos

Argumentos em defesa de uma perspetiva platonista

Vasco Moço Mano

04-06-2023

Resumo

Neste breve ensaio, exploramos alguns caminhos de uma controvérsia milenar em torno do estatuto dos entes matemáticos e apresentamos alguns argumentos a favor de uma posição platonista, aproximadamente clássica, sobre o tema. Este trabalho foi realizado no âmbito da disciplina de Filosofia das Ciências II, parte do curso de Filosofia da Faculdade de Letras da Universidade do Porto, Portugal.

Palavras-chave: Controvérsias Científicas; Estatuto dos Entes Matemáticos; Platonismo.

1 Sobre o papel fundamental das controvérsias em filosofia e em ciência

De um modo muito informal, podemos observar a ciência, nos seus mais variados ramos, como uma derivação do pensamento filosófico, organizado, racional, uma derivação que especifica e delimita o seu objeto de estudo e procede através de uma metodologia própria, aferida no interior das fronteiras da sua comunidade, partindo de bases objetivas de inferência e dedução que privilegia, estabelecendo uma conceção positivista do mundo e da natureza. Ao contrário do que eventualmente possa constituir a crença comum, todavia, a presença do subjetivo, do especulativo, no meio científico, longe de ser uma miragem, apresenta-se como uma necessidade permanente, uma constante na elaboração de teorias explicativas da fenomenologia observada. A cada momento da história das ciências, os cientistas viram-se a braços com a procura de explicações que fizessem sentido com os dados disponíveis, sempre escassos e limitados, no contexto do corpo científico próprio da sua ciência, mas também no contexto mais geral das interseções dos *corpora* das demais disciplinas científicas. Como uma tentativa de vislumbre do resultado final da construção de um *puzzle* para o qual se dispõe de um reduzido número de peças, o resultado de tal demanda levou os cientistas à elaboração de variadas teorias explicativas distintas, muitas delas altamente conflituantes, originando controvérsias mais ou menos prolongadas que alimentaram o debate científico e estimularam as investigações futuras e, em última análise, o próprio progresso na ciência. As controvérsias entre o modelo geocêntrico ptolomaico do universo e o modelo heliocêntrico coperniano, entre as mecânicas cartesiana, que privilegiava os choques entre corpos, e a newtoniana, que os via como casos particulares de interações mais gerais, e entre as conceções da luz como onda ou como partícula, constituem-se como alguns dos mais ilustres exemplos nesta matéria.

Na sua análise dos problemas conceptuais em ciência, [8, Cap. 2], Larry Laudan refere a importância da análise da influência que estas controvérsias tiveram na atribuição de valor a certas teorias e na escolha das melhores opções em termos do progresso científico. Já Marcelo Dascal observa as controvérsias, em [2], como um subproduto de uma categoria mais geral à qual chama de «polémicas», a meio caminho entre as discussões e as disputas, entre o racional e o emotivo. Dascal chama a atenção para o «caráter dialógico» da ciência moderna que emerge do intercâmbio direto ou indireto das investigações e teorias, dos debates e de uma circulação cada vez mais global das ideias nas sociedades científicas. As polémicas surgem abundantemente como corolário natural deste quadro, não como exceção, mas como regra essencial para o desenvolvimento e o progresso das ciências contemporâneas, unindo as teorias científicas aos contextos sociais em que estão inseridas e denunciando, através da sua prática, os limites da própria racionalidade.

Paralelamente a Dascal, Fernando Gil sublinha, em [5, pág. 9], «o estatuto muito particular das controvérsias» que se constitui como «ponto de observação privilegiado dos caminhos de pensamento científico». Gil refere-se ao facto das controvérsias obrigarem a um exercício entre a «contingência» dos dados empíricos e a «racionalidade, historicidade e necessidade interna do pensamento», evidenciando o «problema da plausibilidade comparativa das hipóteses», originando «modelos de argumentação científica em articulação com estilos de pensamento e ideologias». Para este pensador as controvérsias emergem, assim, como episódios naturais da natureza intimamente aporética do pensamento humano e socorre-se das «aporias fundacionais» que o matemático francês René Thom utilizara para explicar o surgimento de diversas ciências: a física como resultado da dicotomia matéria/energia, a matemática como resultado do debate discreto/contínuo, ou a biologia como resultado da dialética forma/função. Estes exemplos levam Gil a considerar a análise das controvérsias como um caminho iluminado em termos epistemológicos, uma vez que, por um lado, contêm um ímpeto clarificador, que advém do conflito entre partes que desnuda as fragilidades mútuas e promove reforços e correções benéficas para ambas, e, por outro lado, porque contêm um esforço de unidade de todo um edifício científico, englobando hipóteses, princípios explicativos, operacionalização e crítica, entre outros. Nas palavras de Gil, «[a]s controvérsias projetam a uma luz forte as estratégias argumentativas, a repartição do ónus da prova, as escolhas metodológicas, o lugar atribuído à analogia. Elas destacam também o peso respetivo da demonstração e da conjetura, a importância comparativa da consistência interna de uma teoria e a sua concordância com os fatos, ou ainda os procedimentos de validação aceites e descartados», [5, pág. 11]. As controvérsias constituem-se, por conseguinte, como parte integrante do pensamento científico, mas também, em termos mais gerais, do pensamento filosófico. A diferença, na perspetiva de Fernando Gil, é que o primeiro se dedica à «verdade», «à explicação dos arranjos internos dos objetos», enquanto que para o segundo ficou reservada, com o passar do tempo, a questão do «sentido», «a busca de um fundamento» que se constitua como «contrapartida da relação incerta da filosofia com a experiência».

Com respeito às controvérsias na ciência, que constituem propriamente o âmbito do presente texto, Gil propõe o seu «quadrado das controvérsias» com o qual se dispõe descrever o estatuto epistémico das controvérsias científicas. Trata-se de um quadrado cujos cantos seriam formados por fatores puros de controvérsia, a saber, a dupla determinação do conceito, a indeterminação da imaginação, a sobredeterminação permanente das teorias e uma sobredeterminação insuperável do que é dado. Da interação destes quatro polos resultaria a geração e a multiplicação das controvérsias científicas. Por outras palavras, as controvérsias podem ser vistas como reflexo da impossibilidade de uma «visão unificada da experiência», empreendimento permanentemente derrubado por uma aliança natural entre as «oposições categoriais», endémicas ao mundo da vida, e a «estrutura plural da imaginação», cuja inerente subdeterminação choca violentamente com a sobredeterminação dos dados empíricos e das teorias engendradas para explicar o movimento fenoménico, apenas superada pela sua trágica incapacidade em fazê-lo.

Tenhamos sempre presente, pois, a natureza aporética das controvérsias, os "caminhos sem caminho" que se constituem, mas que, todavia, nos têm conduzido a sucessivas moradas de evolução no pensamento e de progresso na ciência. Nas palavras de Fernando Gil, «[a] imaginação continua a correr solta», não obstante as tentativas contínuas que a razão tem em domá-la, e é importante que assim seja, atrevemo-nos a sugerir: ao invés de procurar suprimir as dicotomias e as oposições binárias naturais, a análise do papel decisivo das controvérsias em ciência sugere que devemos fazer precisamente o contrário, considerando-as na sua espontaneidade, abraçando-as e tendo a sensibilidade para recolher do seu ventre clarões momentâneos sobre as trevas do conhecimento, fruto dos conflitos que estão na sua origem.

2 O estatuto dos entes matemáticos: alguns caminhos possíveis de entendimento

Nesta secção e no remanescente deste trabalho, o nosso foco voltar-se-á para uma controvérsia particular, concretamente para aquela que diz respeito ao estatuto dos entes matemáticos. Por ente matemático entende-se normalmente todo o constituinte elementar do edifício matemático, como números, conjuntos, pontos, segmentos, retas, etc., mas também elementos complexos, relações, propriedades ou proposições verdadeiras. Como se verá na última secção deste trabalho, este segundo tipo de entes parece-nos mais apropriado para a definição de ente matemático.

As questões que abordamos aqui são: *Qual é o estatuto de tais entidades? Que tipo de existência têm? Qual a sua origem?* A discussão em torno destas questões e de outras afins tem alimentado controvérsias por mais de dois mil anos, desde, pelo menos, o tempo dos pitagóricos na Grécia Antiga que viam nos números e nas suas relações o divino e as harmonias com que se edificara o universo. Sobre o assunto em questão as posições são diversas e multiplicaram-se ao longo dos tempos: temos os defensores da não existência dos entes matemáticos; da sua existência separada do mundo das coisas; ou, pelo contrário, integrada no mundo das coisas; como construção humana; ou não humana, isto é, independente do humano. Num artigo de 1990, [6], Donald Gillies discorre sobre os números, discute brevemente a questão da sua existência e, aceitando-a como premissa, prossegue numa reflexão em torno do estatuto de tais entidades abstratas, uma reflexão que colocará em debate posições platonistas e intuicionistas.

A natureza dos números, como a de qualquer outro ente matemático, é abstrata: estes não partilham da concretude dos objetos do mundo físico e possuem mais afinidades com outras entidades impalpáveis que nos são familiares como pensamentos ou sonhos, cujos limites continuamente nos escapam sob brumas de ilusão. Nas palavras de Gillies, «[o]s números são entidades curiosas e sombrias, em nada parecidas com objetos familiares como mesas e cadeiras, flores, gatos e cães, outras pessoas, etc.», [6, pág. 299]. A primeira questão que se coloca, então é, *que tipo de existência será essa?*

Gillies reune no que chama de *reducionismo* todas as abordagens que, em certo sentido, reduzem a existência dos entes matemáticos a entidades concretas no mundo físico, como aqueles que defendem que os números, por exemplo, se referem sempre, ainda que indiretamente, a algum processo de contagem de objetos do mundo real. Dito de outro modo, proposições envolvendo entes matemáticos poderiam ser traduzidas diretamente em frases, por ventura mais complexas, referindo-se apenas a entidades concretas e, deste modo, os entes matemáticos, enquanto entidades puramente abstratas, seriam dispensáveis e obteríamos uma matemática esvaziada de entidades abstratas. Este tipo de abordagem é muitas vezes chamada de *reconstrução nominalista* da matemática e uma das principais contribuições neste sentido foi feita por Hartry Field em [3]. No prefácio à sua obra, Field refere: «A parte mais difícil para mostrar que a aplicação da matemática não requer que a matemática que é aplicada seja verdadeira é mostrar que os entes matemáticos são teoricamente dispensáveis de um modo que entes teoréticos na ciência não o são: isto é, que podemos sempre reaxiomatizar as teorias científicas de modo a que não exista uma referência a, ou uma quantificação sobre, entes matemáticos na reaxiomatização», [3, pág. viii].

A abordagem nominalista de Field parece erguer barreiras artificiais sobre a matemática e o seu desenvolvimento histórico: ao defender implicitamente uma identificação dos entes matemáticos com os objetos do mundo físico, parece conduzir-nos à conclusão de uma necessária limitação do número dos entes matemáticos e, por conseguinte, a um inevitável revisionismo dos fundamentos do edifício matemático.

Adotando uma atitude filosófica contrária ao reducionismo, ou seja, aceitando a existência dos entes matemáticos, uma existência não meramente redundante, por ser decorrente ou referida a outros objetos com existência física, mas uma existência também ela real e independente, a questão que se coloca em seguida é sobre, justamente, a natureza dessa existência. A este respeito, Gillies destaca dois grandes sistemas de entendimento: o platonismo e o intuicionismo.

Entende-se por *platonista*, no que concerne à natureza dos entes matemáticos, todo aquele que os considera como possuindo uma existência objetiva e independente do mundo físico e do humano. No fundo, com as suas diferenças, os platonistas abraçam o dualismo platónico, isto é, a distinção entre o mundo ilusório dos objetos físicos e o mundo elevado e verdadeiro das ideias ou formas, entre as quais se contavam os entes matemáticos, os números, as formas geométricas, as leis imutáveis, entes perfeitos e eternos, integralmente separados do mundo físico, não obstante o fenómeno de participação dos objetos nas ideias, através do qual os primeiros adquiririam a sua componente formal, tal como referido por Platão no *Timeu*: «convenhamos que há uma primeira espécie que é imutável, não está sujeita ao devir nem à destruição, que não recebe em si nada vindo de parte alguma nem entra em nada, seja o que for; não é visível nem de outro modo sensível, e cabe ao pensamento examiná-la. Há uma segunda, que tem um nome igual àquela, que é sensível, é deveniente, está sempre em movimento, é gerada num determinado local, para, de seguida, se dissolver de novo, além de que é apreendida pela opinião e pelos sentidos», [10, 52A].

No sentido que se explicitou, há um nome essencial do séc. XX que importa destacar no contexto da posição platonista: Gottlob Frege. Em [4], Frege apresenta uma elaboração sobre o dualismo platónico propondo um modelo de três reinos ou mundos: um reino dos objetos materiais do mundo externo; um reino das ideias que existem em consciências individuais; e um terceiro reino dedicado às entidades abstratas objetivas às quais Frege chama de *pensamentos*. A distinção que importa ter em conta é entre *ideia*, algo subjetivo e individual, e *pensamento*, algo objetivo, que pode ser expresso por uma frase, transmitido e compreendido por outrem. Para Frege, a distinção é clara: «... cada ideia tem apenas um possuidor; não existem dois homens com a mesma ideia» e ao interrogar-se «será que um pensamento é uma ideia?», reflete que «[s]e o pensamento expresso pelo teorema de Pitágoras pode ser reconhecido por outros tanto quanto que por mim, então não pode pertencer ao conteúdo da minha consciência, não sou o seu possuidor; todavia, posso reconhecê-lo como verdadeiro», para, então, concluir que «o resultado parece ser: os pensamentos não são nem coisas do mundo externo, nem ideias», pelo que «[a existência de] um terceiro reino deve ser reconhecida» [4, pág. 300-302]. O que pertence a este terceiro reino, diz Frege, partilha com as ideias a propriedade de que «não pode ser percebido pelos sentidos», e com as coisas o facto de que não necessita de uma consciência possuidora para poder existir: «Logo, o pensamento, por exemplo, que expressamos pelo teorema de Pitágoras é intemporalmente verdadeiro, verdadeiro independentemente de alguém o considerar verdadeiro. Não necessita de um possuidor. Não é verdadeiro a partir da primeira vez que foi descoberto, mas é como um planeta o qual, mesmo antes de alguém o ver, já estava em interação com outros planetas», [4, pág. 302].

Em [7], Kurt Gödel reforça a posição de Frege, apelando ao que chama de *intuição matemática*: «... os objetos da teoria de conjuntos (...) claramente não pertencem ao mundo físico, e mesmo a sua ligação indireta à experiência física é muito ténue (...). Mas, apesar do seu distanciamento da experiência sensorial, a verdade é que também temos uma espécie de perceção dos objetos da teoria de conjuntos, como pode ser visto do facto de que os axiomas se forçam a nós próprios como sendo verdadeiros. Não vejo nenhuma razão porque devemos ter menos confiança neste tipo de perceção, isto é, na intuição matemática, do que na perceção sensorial, a qual induz-nos a construir teorias físicas e a esperar que perceções sensoriais futuras estejam de acordo com elas... Os paradoxos da teoria de conjuntos dificilmente se constituirão como mais problemáticos para a matemática do que os enganos dos sentidos são para a física», [7, pág. 267-268].

Numa abordagem essencialmente oposta ao platonismo, que ficou conhecida como *intuicionista*, L. E. J. Brouwer defende que os entes matemáticos são construções mentais, subjetivas e individuais dos matemáticos, construções sem linguagem, produto da alma e consciência humanas, resultado da ação intelectiva e solitária de um sujeito criativo governado por algo a que chama de *intuição primordial*. Walter van Stigt, especialista em Brouwer refere, citando o próprio Brouwer: «O mundo da matemática pura de Brouwer é a mente individual agindo sobre a Intuição Primordial, auto-contida e em total isolamento do mundo físico, 'o mundo-pensamento da solidão' (...), 'um assunto exclusivo da consciência individual do Sujeito'», [12, pág. 160].

Tanto as conceções platonistas como as intuicionistas apresentam argumentos a seu favor: as primeiras conseguem fornecer uma explicação sedutora para o funcionamento e a estrutura da matemática, embora de caris marcadamente metafísico; as segundas fornecem um procedimento realista para explicar a construção dos entes matemáticos a partir do humano e não do metafísico. Todavia, para Gillies, «elas não são globalmente aceitáveis», [6, pág. 305]. Gillies introduz, então, uma abordagem, devida a Popper, a qual, segundo ele, opera uma espécie de síntese entre as duas teorias anteriores.

Para Popper as entidades matemáticas são objetivas, tal como no platonismo, mas também são construções humanas que existem no tempo, como no intuicionismo, mas, ao contrário de Brouwer, considera que são construções sociais e não individuais, que criam os seus próprios problemas autónomos, isto é, que, apesar de terem origem no humano, geram autonomamente o seu próprio mundo. A este respeito, Popper refere: «Todo o trabalho em ciência é direcionado para o crescimento do conhecimento objetivo. Somos trabalhadores (...) como pedreiros que trabalham numa catedral», [11, pág. 121]; «A série dos números naturais que construímos cria os números primos — os quais descobrimos — e estes, por sua vez, criam problemas com os quais nunca havíamos sonhado. É assim que a descoberta matemática se torna possível», [11, pág. 138]. Sobre a distinção entre a sua proposta e a do platonismo, Popper é claro: «O terceiro mundo de Platão era divino; era imutável e, claro, verdadeiro. Logo, existe uma grande distância entre o seu e o meu terceiro mundo: o meu terceiro mundo é obra do homem e é mutável. Contém não apenas teorias verdadeiras, mas também falsas e, especialmente, problemas em aberto, conjeturas e refutações», [11, pág. 122].

Gillies designa a abordagem conciliadora popperiana de *platonismo constru-*

tivo e, apesar de a defender durante uma parte substancial do seu artigo, ensaia, já no final do mesmo, um melhoramento ao qual chama de *aristotelismo construtivo*. Para Gillies, os entes matemáticos — Gillies refere-se particularmente aos números — «apesar de existirem enquanto entidades abstratas, existem apenas de um modo corpóreo», [6, pág. 313], ou seja, o filósofo adota a posição aristotélica de base de que as formas não existem separadamente dos corpos que animam. Na próxima secção, discutiremos criticamente estas várias abordagens.

3 Por que o platonismo "clássico" faz mais sentido e a crítica às demais alternativas

Donald Gillies apresenta, em [6], dois exemplos essenciais para defender o platonismo construtivo e a sua variante aristotélica. Trata-se de duas analogias diferentes com os números, uma com o dinheiro e outra com os significados das palavras.

No primeiro caso, Gillies observa que, tal como os números, o dinheiro é uma entidade abstrata, não física, criada pela atividade social (económica) humana como uma espécie de equivalente universal a ser usado nas trocas comerciais e que pode assumir diversas formas físicas como moedas, notas ou linhas de um extrato bancário. É evidente, portanto, tal como Gillies sublinha, que nem a abordagem platonista, nem a intuicionista funcionam perfeitamente no caso do dinheiro: não é razoável postular a existência de um terceiro mundo onde o dinheiro exista, perfeito, imutável e eterno, mas também resulta igualmente claro que o dinheiro não é uma construção mental subjetiva de um indivíduo.

No segundo caso, Gillies socorre-se do conceito de *jogo de linguagem* de Wittgenstein para estabelecer os significados das palavras como entidades abstratas, entendimentos ou interpretações que o jogo social que estabelecemos confere a determinados signos ou símbolos. Esses significados seriam, portanto, produto das atividades sociais humanas e seriam capazes de gerar uma multiplicidade de outros problemas. Tal como os significados, a criação dos números também resultaria de uma atribuição social de significado a determinados símbolos, os numerais que os representam.

Para Gillies, as duas analogias apresentadas, dinheiro-números e significados-números, são suficientemente adequadas para poder concluir que a natureza dos números e, analogamente, a dos entes matemáticos, ajusta-se à perspetiva popperiana: entidades abstratas — proposições verdadeiras, falsas, conjeturas e problemas em aberto —, habitando um terceiro mundo distinto dos mundos físico e mental, mas uma construção social humana com ímpeto de desenvolvimento autónomo e independente. Para além disso, Gillies adiciona a prerrogativa aristotétlica de que a existência desses entes, no final das contas, não é realmente separável dos objetos concretos que lhes dão corpo. Este passo final não deixa de ter muito de discutível, sobretudo face aos pressupostos iniciais colocados pelo autor como base para a discussão em torno da natureza dos números. Comecemos, todavia, não pelo fim, mas pelo princípio e no princípio aquilo que se exige é uma grande clareza nas definições e na delimitação do nosso objeto de reflexão.

A que nos referimos exatamente quando falamos em *ente matemático*? O primeiro problema da abordagem popperiana parece ser esse mesmo: misturar proposições verdadeiras com proposições falsas, conjeturas e problemas em aberto. Ao fazê-lo, o filósofo subtrai ao conceito de ente matemático aquela propriedade *divina*, genuinamente diferenciadora face aos outros dois reinos, a propriedade da verdade, por oposição à relatividade endémica dos objetos e dos pensamentos. Neste ponto, tomamos emprestadas as palavras do matemático António Machiavelo que, em conferência, referiu, a propósito de uma propriedade matemática: «... isto que está aqui é uma espécie de lei profunda da natureza, que vai mais fundo que as leis da física, porque eu consigo imaginar um universo onde as leis da física sejam diferentes, onde a lei da gravidade em vez de ser inversamente proporcional ao quadrado da distância (...) é inversamente proporcional ao cubo (...), mas eu não consigo imaginar um universo onde isto [a propriedade matemática] seja falso... Alguém disse que na física estudamos as leis do nosso universo, na matemática estudamos as leis de todos os universos possíveis e imaginários», [9].

Neste sentido, parece-nos ser mais apropriada a definição de ente matemático como proposição verdadeira e, ao mesmo tempo, vincar a distinção com a simbologia utilizada na comunicação de tais proposições, uma vez que, no discurso de Gillies a respeito dos números, não parece ser clara, muitas vezes, a diferença entre o número enquanto ente abstrato e enquanto símbolo utilizado no cálculo. Os habitantes do terceiro mundo são forçosamente entes como os referidos por Machiavelo, entes eternos, verdadeiros em qualquer universo, independentemente de os considerarmos verdadeiros ou, até, de os conhecermos. São entes divinos, neste sentido, por serem eternos e imutáveis. Não são meras conjeturas, problemas ou pensamentos, o que não quer dizer que estes últimos não se poderão vir a revelar, efetivamente, como entes matemáticos.

A segunda questão importante surge exatamente neste ponto: será o edifício matemático uma *construção* brouweriana ou uma *descoberta* platónica? A segunda opção parece-nos evidente: tendo racionalmente aferido sobre a imutabilidade e eternidade destes entes, a ideia da sua putativa construção resulta absurda e o que está em causa é apenas a sua descoberta. Trata-se de uma descoberta laboriosa a qual, sim, envolve grandes esforços coletivos, um grande empreendimento social da razão e imaginação humanas, sem dúvida, mas que se assemelha mais às descobertas marítimas portuguesas do séc. XV do que à invenção do dinheiro ou de significados para palavras, coisas que não existiriam sem a nossa ação. O Brasil, por exemplo, ainda existiria, mesmo que Pedro Álvares Cabral não o tivesse "achado" a 22 de abril do ano 1500, assim como o Teorema de Pitágoras continuaria a ser válido, ainda que o homem não tivesse descoberto essa relação entre os lados de um triângulo retângulo. Tanto num caso como noutro, foi necessário, ao homem, construir outras coisas para alcançar essas descobertas: no caso das descobertas marítimas, barcas, caravelas, naus, instrumentos de navegação; no caso das descobertas matemáticas, simbologia e nomenclatura variada. São construções arbitrárias, que poderiam ser outras, outros veículos, outros símbolos, outros significados, mas com um objetivo mais profundo e não arbitrário: a descoberta de entes que já existiam independentemente das nossas demandas sociais e coletivas.

É precisamente aqui que as analogias de Gillies se revelam inadequadas para caracterizar os entes matemáticos e é também aqui que percebemos como a abordagem platónica "clássica", não obstante a sua relevante roupagem metafísica e obscura, é ainda a mais adequada para caracterizar os entes matemáticos. Num artigo de 2013, [1], Gilbert Côté reflete sobre a questão do infinito, um exemplo distinto de ente matemático puramente abstrato, «um conceito abstrato não concretizado na matéria física, mas que efetivamente existe», [1, pág. 374], e os diferentes modos como o conceito é entendido pela matemática, física clássica e física quântica. Essa reflexão fornece, na ótica de Côté, um forte suporte ao platonismo matemático: «a pura existência do infinito abstrato implica uma auto-referência sem fim (...), a produção de partículas quânticas virtuais e as suas combinações conhecidas, a consequente formação do espaço-tempo. Por outras palavras, a existência do infinito abstrato é a razão básica porque, no universo concreto, existe alguma coisa em vez de nada», [1, pág. 375].

A versão aristotélica, de Gillies, para além de paradoxal, no sentido em que joga com uma separabilidade simultaneamente inscrita nos objetos físicos, não parece ir de encontro à natureza dos entes matemáticos: nenhum ente matemático pode ser encontrado diretamente na natureza, esta apenas os sugere e apenas sob a estrita observação de uma razão cultivada e cuidadosa. Mesmo aqui, a noção platónica de participação dos objetos nas formas parece traduzir muito mais fielmente a realidade de uma natureza que participa de leis matemáticas que verdadeiramente a superam e transcendem, replicando-as sempre de um modo aproximado e, tragicamente, imperfeito.

Nota final: todas as citações em português de referências bibliográficas escritas noutra língua são da responsabilidade do autor deste trabalho.

Referências

[1] Côté, G., "Mathematical Platonism and the Nature of Infinity", *Open Journal of Philosophy*, Vol. 3, No. 3, pp. 372-375, 2013.

[2] Dascal, M., "A polémica na ciência", in *A Ciência Tal Qual Se Faz*, coord. F. Gil, pp. 65-77, Edições João Sá da Costa, Lisboa, 1999.

[3] Field, H., *Science Without Numbers: A Defense of Nominalism*, Princeton University Press, 1980.

[4] Frege, G., "The Thought: A Logical Inquiry", *Mind*, New Series, Vol. 65, No. 259, pp. 289-311, Oxford University Press, 1956.

[5] Gil, F., "La controverse dans les sciences et la philosophie", in *Controvérsias Científicas e Filosóficas*, Ed. F. Gil, Editorial Fragmentos, pp. 9-20, 1990.

[6] Gillies, D., "Intuicionism versus Platonism: a 20th century controversy concerning the nature of numbers", in *Controvérsias Científicas e Filosóficas*, Ed. F. Gil, Editorial Fragmentos, pp. 299-314, 1990.

[7] Gödel, K., "What is Cantor's Continuum Problem", *Kurt Gödel Collected Works*, Vol. II, Ed. S. Feferman et al., Oxford University Press, pp. 254-270, 1995.

[8] Laudan, L., *Progress and Its Problems: Towards a Theory of Scientific Growth*, University of California Press, 1978.

[9] Machiavelo, A., A Matemática no coração das sociedades atuais, TEDx Viana do Castelo (comunicação oral em conferência) https://www.youtube.com/watch?v=9yTDHiCJFcY (min. 14:44).

[10] Platão, *Timeu-Crítias*, Trad. R. Lopes, Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos, 1ª Ed., 2011.

[11] Popper, K., *Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*, Revised Edition, Clarendon Press, Oxford, 1979.

[12] van Stigt, W., *Brouwer's Intuicionism*, Elsevier Science Publishers B. V., 1990.