

УДК 161.25

DOI: 10.17223/1998863X/50/23

**А.В. Нехаев**

## **ПАРАДОКС ЯБЛО И CIRCULUS VITIOSUS: ЗАЧЕМ ЛГАТЬ О СЕБЕ САМОМ, КОГДА МОЖНО ЛГАТЬ ОБО ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ?<sup>1</sup>**

*Статья является критической репликой на исследование Евгения Борисова, в котором рассматриваются логическая структура и значение бесконечных семантических парадоксов (в частности, парадокса Ябло). Согласно его взглядам, строгая формализация бесконечной последовательности предложений Ябло требует использования содержащих циркулярность дескрипций. Однако наличие таких дескрипций не является надежным свидетельством циркулярности самого этого парадокса. Альтернативой таким скептическим взглядам может стать дилеммический аргумент, согласно которому парадокс Ябло либо содержит в себе *circulus vitiosus*, либо не является примером подлинного семантического парадокса.*

*Ключевые слова: семантический парадокс, парадокс Ябло, парадокс Лжеца, циркулярность, самореференция*

*E pur si rotondo!*

*Галилео Галилей [парафраз]*

### **1. Циркулярность = парадоксальность?**

Семантические парадоксы принято связывать с присутствием *circulus vitiosus* [1. Р. 32; 2. С. 11–12; 3. С. 107–108]. Но в 1993 г. Стивен Ябло предложил новый семантический парадокс [4]:

( $Y_1$ ):  $Y_{n > 1}$  не являются истинными.

( $Y_2$ ):  $Y_{n > 2}$  не являются истинными.

( $Y_3$ ):  $Y_{n > 3}$  не являются истинными.

...

Оригинальная форма парадокса Ябло привлекла к себе внимание и стала эпицентром логико-философских дискуссий. Отдельные линии этих дискуссий (полемика Приста–Ябло–Буэно–Коливана, полемика Соренсена–Билла–Буэно–Коливана, полемика Приста–Кетланда–Кука), суммируемые в трех компактных вопросах-дилеммах:

(i) Существуют ли, помимо универсальных (атрибутивных) дескрипций, какие-либо иные средства фиксации бесконечной последовательности предложений  $Y_\omega$  (по крайней мере для таких конечных существ, как мы)?

(ii) Содержит ли любая такая универсальная (атрибутивная) дескрипция циркулярность?

(iii) Является ли структура, сгенерированная при помощи циркулярных дескрипций, циркулярной?

– сплетаются воедино в одном основном:

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, проект № 18-18-00057.

(iv) Является ли бесконечная последовательность предложений  $Y_\omega$  примером логической структуры, которая содержит в себе циркулярность?

В хитросплетениях этих дискуссий и пытаются разобраться в своем исследовании Евгений Борисов.

## 2. Ябло × (Прист + Борисов) = циркулярность

В 1997 г. Грэхам Прист высказал сомнение в том, что парадокс Ябло не содержит в себе никаких циркулярных структур. Аргумент Приста (П) основан на требовании единообразной репрезентации содержания предложений парадокса Ябло, что можно сделать только при помощи предиката выполнимости в форме  $Y(n, s^*) \rightarrow \forall k > n, \sim T(Y_k)$ , где  $s^*$  является таким предикатом, что ‘ни одно число больше  $x$  не выполняет этот предикат’, или  $s^* = \forall k > n, \sim Y(k, s^*)$  [5. Р. 237–238]. Использование предиката  $s^*$  создает фиксированную точку вида  $Y_n = \ulcorner s^*(n) \urcorner$  для любого числа  $n$ . Проще говоря, функция  $Y(n)$  применительно к любому числу  $n$  позволяет генерировать предложения парадокса Ябло, заявляющие о том, что все предложения, полученные путем применения *самой этой* функции к последующим числам, являются ложными:  $\forall n(Y(n) \leftrightarrow \forall k(k > n \rightarrow \sim s^*(\ulcorner Y(n) \urcorner, k)))$  [5. Р. 240; также см.: 6. Р. 180].

Борисов принимает требования (П) и основывает на нем свой собственный формальный аргумент (Б1), согласно которому вопрос (ii) требует положительного ответа, тем самым *косвенно* признавая, что нам (как конечным существам) на вопрос (i) следовало бы давать отрицательный ответ.

На первый взгляд кажется, что нам нечего противопоставить аргументам (П) и (Б1). Однако в 2006 г. Рой Кук выдвинул возражение [7. Р. 133–139; 8. Р. 771–772], которое показывает, как можно избавиться от *любых* циркулярных структур, генерируя отдельные предложения парадокса Ябло путем замены квантифицированной дескрипции бесконечной конъюнкцией. Аргумент (К1) основан на последовательности предложений  $S = \{Y_1, Y_2, Y_3, \dots\}$ , в которой для предложений формы  $Y_n \in S$  задана функция денотации  $\delta(Y_n) = \wedge_{k>n}(\sim Y_k)$ . Предложение  $Y_n$  этой последовательности  $S$  можно выразить с помощью бесконечной конъюнкции  $\delta(Y_n) = (\sim Y_{n+1}) \wedge (\sim Y_{n+2}) \wedge (\sim Y_{n+3}) \wedge \dots \wedge (\sim Y_{n+m}) \wedge \dots$ <sup>1</sup>. Оно являлось бы фиксированной точкой относительно  $\langle \{Y_n\}_{n \in \omega}, \delta \rangle$ , если можно было бы показать, что такое предложение эквивалентно некоторому другому предложению  $Y_k$ , включающему в себя термин  $\ulcorner Y_n \urcorner$ . Однако для функции  $\delta(Y_n) = \wedge \{(\sim Y_m) : m \in \omega, m > n\}$ , не существует никакого  $k \in \omega$ , которое превращало бы  $\delta(Y_k)$  в фиксированную точку для  $\langle \{Y_n\}_{n \in \omega}, \delta \rangle$  [7. Р. 139–142; 9. Р. 123–127]. Существование фиксированных точек в действительности есть только *testimonium paupertatis* выразительных средств нашего языка, – признание, что циркулярные структуры являются самым простым и доступным способом репрезентации парадокса Ябло в формальном языке (например, стандартном языке арифметики с предикатом истины), который функционально оказывается слишком слаб, чтобы поддерживать бесконечные логические конструкции.

<sup>1</sup> Используемый Куком для генерирования предложений парадокса Ябло язык *SLIT* не содержит свободных переменных или кванторов [7. Р. 133–135, 140; 9. Р. 123], что блокирует действие формальных аргументов (П) и (Б1).

### 3. (Соренсен–Билл) × Борисов ≠ циркулярность

Слабость существующих формальных языков и бедность предлагаемых ими выразительных средств стала поводом для появления различных металингвистических аргументов, которые способны поддерживать наши базовые логические интуиции в исследованиях парадокса Ябло.

В 1998 г. Рой Соренсен заметил, что аргумент (П) основан на неформальной интуиции: всякое конечное существо не может иметь никаких иных средств для репрезентации парадокса Ябло, кроме универсальных (атрибутивных) дескрипций [10. Р. 144–149]. Она косвенно подталкивает к положительному ответу на вопросы (iii) и (iv). Однако такие ответы были бы ошибочными. И основная проблема здесь даже не в том, что *все* предложения парадокса Ябло нельзя *записать*, а можно только их *описать*, но в том, что мы можем *знать* о существовании такого парадокса, не прибегая к помощи дескрипций [Ibid. Р. 146]. Специфические свойства используемых нами формальных (технических) описаний не наследуются самими объектами таких описаний<sup>1</sup> (ср. с этим: [7. Р. 125]). Поэтому ответы на вопросы (iii) и (iv) должны быть отрицательными. Аргумент Соренсена тем самым основан на иной интуиции: (С) бесконечные последовательности предложений наподобие парадокса Ябло *могут быть даны демонстративно* [10. Р. 145].

В 2001 г. Джейси Билл выступает с критикой аргумента (С) и предлагает новые резоны в пользу интуиции, поддерживающей основания аргумента (П). Он согласен, что есть только два способа фиксировать отношения референции между термином и его денотатом – демонстрация и (атрибутивная) дескрипция [6. Р. 179]. Поскольку конечным существам актуальная бесконечность *не может быть дана демонстративно*<sup>2</sup> [Ibid. Р. 180], (Бл1) мы не можем знать, как именно без помощи дескрипций парадокс Ябло мог бы быть представлен в стандартном языке арифметики. Аргумент (П) показывает, что любая такая дескрипция содержит циркулярные структуры, а значит – (Бл2) всякая сущность, генерируемая при помощи подобных конструкций, сама является циркулярной. Поэтому положительного ответа на вопрос (iii) вполне достаточно, чтобы дать такой же ответ и на вопрос (iv) [Ibid. Р. 186].

Борисов разделяет требования (Бл1), однако, не готов принять (Бл2). На таком решении он основывает собственный *скептический* аргумент (Б2), согласно которому вопрос (iii) не имеет для нас (как конечных существ) какого-либо разумного однозначного решения (т.е. никто не может знать достоверно о том, должна ли структура, конструируемая при помощи циркулярных дескрипций, обязательно быть циркулярной).

Несмотря на различия, аргументы (Бл1) и (Б2) сталкиваются с одними и теми же критическими возражениями. В 2003 г. их высказали Отавио Буэно и Марк Коливан. Они немного модифицируют вопрос (i), предлагая подумать: достаточно ли нам одних лишь универсальных (атрибутивных) дескрипций, чтобы сконструировать ‘парадокс Ябло’? Ответ на него должен быть отрицательным [11. Р. 406–407]. Чтобы в этом убедиться, следует повнимательнее

<sup>1</sup> «Архитектура дескрипции не формирует структуру того, что она описывает...», – так Соренсен лаконично (и не без иронии) суммирует свой собственный аргумент [10. Р. 148].

<sup>2</sup> Билл недвусмысленно заявляет об этом: «...мы не представляем ‘парадокс Ябло’ посредством демонстрации» [6. Р. 179].

присмотреться к тому, как генерируется множество натуральных чисел  $N$ . Поскольку *все* натуральные числа ни одно конечное существо не способно записать, кажется, что сослаться на их множество следует только с помощью дескрипции. Минимальная форма такой дескрипции может быть представлена двумя выражениями: (1)  $0 \in N$  и (2)  $x \in N \rightarrow Sx \in N$ . Выражение (2) действительно служит примером универсальной (атрибутивной) дескрипции. Однако выражение (1) таковым не является, – оно всегда задается нами *демонстративно*: мы просто выбираем нулевой объект для ряда натуральных чисел и говорим, что *это* и есть натуральное число. Метод генерации ряда натуральных чисел обязательно включает в себя демонстрации. Токены предложений парадокса Ябло  $\{Y_n\}$ ,  $\{Y_{n+1}\}$ ,  $\{Y_{n+3}\}$  имеют важное сходство с натуральными числами: демонстрация начального токена  $\{Y_0\}$  бесконечной последовательности  $Y_\omega$  показывает, что генерирование каждого нового токена –  $\{Y_1\}$ ,  $\{Y_2\}$ ,  $\{Y_3\}$ , ... – есть лишь аналог метода генерации следующего натурального числа [11. Р. 405]. Аргумент Буэно и Коливана показывает, что (БК1) существуют нециркулярные структуры (наподобие множества  $N$ ), которые генерируются с помощью циркулярных дескрипций, и что (БК2) парадокс Ябло служит примером таких структур<sup>1</sup>. Поэтому ответы на вопросы (iii) и (iv) следует давать отрицательные [11. Р. 408] (ср. с этим также: [7. Р. 131]).

#### **4. Борисов × (Кук + Кетланд) = = [циркулярность ∨ ~парадоксальность]!**

Существование бесконечных последовательностей предложений, наподобие парадокса Ябло, по мнению Борисова, ведет нас прямоком в очевидный скептический тупик. Однако я уверен, что здесь есть место и для позитивных аналитических стратегий.

Во-первых, присутствие *circulus vitiosus* в парадоксе Ябло можно показать и иным образом – без применения содержащих в себе циркулярность дескрипций. Для этого можно воспользоваться предложенным Куком принципом ‘раскручивания’ [unwinding] конечной циркулярной последовательности в бесконечное (маскирующее циркулярность) множество [8. Р. 770–771]. Аргумент Кука (К3) показывает, что всякий конечный парадокс, включающий в себя циркулярные структуры, имеет бесконечного ‘двойника’ [Ibid. Р. 771–772] (также см.: [12. Р. 735–736; 13. Р. 829]). Такой аргумент позволяет показать, что конечный ‘кортеж’ предложений парадокса Ябло  $\{Y_{n+1}, Y_{n+2}, Y_{n+3}\}$ , скрывающий в себе рекурсивные определения [14. С. 60–62], можно ‘раскрутить’ в маскирующую циркулярность  $\omega$ -последовательность (рис. 1) (ср. с этим: [12. Р. 744–745]). И если это так, мы имеем веские причины полагать, что парадокс Ябло всего лишь оригинальный пример *circulus vitiosus*.

Во-вторых, бесконечная последовательность предложений  $Y_\omega$  может быть строго формализована и без использования предиката истины (или вы-

<sup>1</sup> Аргумент (БК2) может быть также подкреплен формальным аргументом Кука (К2), согласно которому, *любой* произвольный предикат  $\Phi(x)$  (и по аналогии – *любое* предложение) является слабой фиксированной точкой относительно некоторого двухместного предиката  $\Psi(x, y)$  [7. Р. 128; 9. Р. 87–89]. Как саркастично замечает сам Кук, «это – просто математический факт» [7. Р. 128], – и с нашей стороны было бы абсурдно придавать ему такое *особое* металингвистическое значение.

полнимо́сти). Для этого достаточно пропозициональной логики и счетного множества имен таких предложений –  $y_1, y_2, \dots$ , для которого принимается аксиома  $A_n =_{\text{def}} y_n \leftrightarrow \wedge \{ \sim y_k : k > n \}$ . Подобный аргумент (Кт) предлагается Джеффри Кетландом [15. Р. 301–302] (также см.: [16]) и показывает, что  $Y_\omega$  является не подлинным семантическим парадоксом, а, скорее, –  $\omega$ -парадоксом [15. Р. 296–297; 17. Р. 165, 170] (также см.: [7. Р. 145; 9. Р. 129; 14. С. 64]).

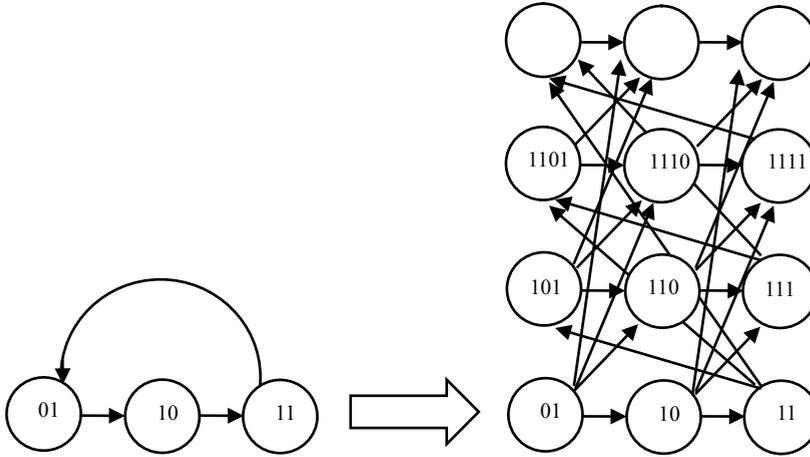


Рис. 1. ‘Раскручивание’ конечной циркулярной последовательности в  $\omega$ -последовательность

Слабость аргументов Борисова – формального (Б1) и скептического (Б2), таким образом, состоит в косвенном отказе от поисков ответа на вопрос (iv). Поэтому нам, скорее, следует принять дилеммический аргумент (Н): бесконечная последовательность предложений  $Y_\omega$  либо содержит в себе *circulus vitiosus*, либо не является примером подлинного семантического парадокса<sup>1</sup>. А значит, ответ на вопрос (iv) нами может быть найден.

### Литература

1. Priest G. The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // *Mind*. 1994. Vol. 103, № 409. P. 25–34.
2. Ладов В.А. Критический анализ иерархического подхода Рассела–Тарского к решению проблемы парадоксов // *Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология*. 2018. № 44. С. 10–24. DOI: 10.17223/1998863X/44/2
3. Ладов В.А. Б. Рассел и Ф. Рамсей о проблеме парадоксов // *Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология*. 2018. № 43. С. 101–110. DOI: 10.17223/1998863X/43/9
4. Yablo S. Paradox without Self-Reference // *Analysis*. 1993. Vol. 53, № 4. P. 251–252.
5. Priest G. Yablo’s Paradox // *Analysis*. 1997. Vol. 57, № 4. P. 236–242.
6. Beall Jc. Is Yablo’s paradox non-circular? // *Analysis*. 2001. Vol. 61, № 3. P. 176–187.
7. Cook R.T. There Are Non-Circular Paradoxes (But Yablo’s Isn’t One of Them!) // *The Monist*. 2006. Vol. 89, № 1. P. 118–149.
8. Cook R.T. Patterns of Paradox // *Journal of Symbolic Logic*. 2004. Vol. 69, № 3. P. 767–774.
9. Cook R.T. *The Yablo Paradox. An Essay on Circularity*. Oxford : Oxford University Press, 2014.

<sup>1</sup> Различие наших взглядов на парадокс Ябло можно выразить и более наглядным образом, если рассматривать их как своеобразные уравнения отдельных аргументов. Позиция Борисова следующая: (Б1) + (Б2) = (П) + (Бл1). Моя же позиция иная: (Н) = (К1) + (БК1) + (К2) + (Кт).

10. Rabern L., Rabern B., Macauley M. Dangerous Reference Graphs and Semantic Paradoxes // *Journal of Philosophical Logic*. 2012. Vol. 42, № 5. P. 727–765.
11. Sorensen R.A. Yablo's Paradox and Kindred Infinite Liars // *Mind*. 1998. Vol. 107, № 425. P. 137–155.
12. Bueno O., Colyvan M. Yablo's Paradox and Referring to Infinite Objects // *Australasian Journal of Philosophy*. 2003. Vol. 81, № 3. P. 402–412.
13. Leach-Krouse G. Yablifying the Rosser Sentence // *Journal of Philosophical Logic*. 2013. Vol. 43, № 5. P. 827–834.
14. Hexaev A. B. Машина Поста, самореференция и парадоксы // *Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология*. 2018. № 46. С. 58–66. DOI: 10.17223/1998863X/46/7
15. Ketland J. Yablo's Paradox and  $\omega$ -Inconsistency // *Synthese*. 2005. Vol. 145, № 3. P. 295–302.
16. Forster T. The Significance of Yablo's Paradox without Self-Reference. URL: <http://www.dpmms.cam.ac.uk/~tf/yablo.ps> (accessed: 18.04.2019).
17. Ketland J. Bueno and Colyvan on Yablo's Paradox // *Analysis*. 2004. Vol. 64, № 2. P. 165–172.

**Andrei V. Nekhaev**, Tomsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Tomsk, Russian Federation); Tyumen State University (Tyumen, Russian Federation); Omsk State Technical University (Omsk, Russian Federation).

E-mail: A\_V\_Nehaev@rambler.ru

*Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 2019. 50. pp. 255–261.

DOI: 10.17223/1998863X/50/23

#### **YABLO'S PARADOX AND CIRCULUS VITIOSUS: WHY LIE ABOUT YOURSELF WHEN YOU CAN LIE ABOUT EVERYONE ELSE?**

**Keywords:** semantic paradox; Yablo's paradox; liar paradox; circularity; self-reference.

The article is a critical essay of Evgeny Borisov's research, which examines the logical structure and meaning of infinite semantic paradoxes (in particular, Yablo's paradox). According to his view, the strict formalization of the infinite sequence of sentences in Yablo's paradox requires self-referential circularity descriptions. This view is based on Priest's argument that a uniform representation of the content for Yablo's paradoxical sentences can only be given by means of the two-place predicate of satisfaction. But it guarantees the existence of a fixed point for each sentence of Yablo's paradox. Thus, we need to agree that Yablo's paradox does involve circularity of a self-referential kind. However, Borisov believes that Priest's argument is not sufficient for such a conclusion. His disagreement with Priest's conclusion is based on the consideration of Sorensen's and Beall's meta-language arguments. According to Sorensen, the specific properties of our formal (technical) descriptions are not inherited by the objects of such descriptions. On the contrary, Beall states that finite beings such as ourselves can know nothing about the actual infinity by demonstration. We cannot know how Yablo's paradox could be represented in an arithmetic language without the help of descriptions. Priest's argument shows that any such description is circular. It means that any entity generated by self-referential circularity description is itself circular. Comparing Sorensen's and Beall's arguments, Borisov states his own skeptical argument. He claims that the need to use circular descriptions is not a reliable evidence of the circularity of Yablo's paradox. An alternative to Borisov's skeptical views is the dilemmic argument that Yablo's paradox either does involve circularity of a self-referential kind or is not an example of a genuine semantic paradox. This view is based on the arguments of Cook and Ketland. According to Cook, we can unwind any finite semantic paradox to an infinite structure. Unwinding is a paradoxicality-preserving operation for replacing a sentence which says of itself with an infinite sequence of sentences which say of their successors. It shows that Yablo's paradox is just an original example of *circulus vitiosus*. Ketland claims that Yablo's paradox can be strictly formalized as an infinite conjunction of sentence tokens without using the predicate of truth (or satisfaction). It allows showing that Yablo's infinite sequence is not a genuine semantic paradox, but rather a  $\omega$ -paradox.

#### **References**

1. Priest, G. (1994) The Structure of the Paradoxes of Self-Reference. *Mind*. 103(409). pp. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25

2. Ladov, V.A. (2018) Critical analysis of the hierarchical approach to the solution of the paradox problem]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sociologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 44. pp. 10–24. (In Russian). DOI: 10.17223/1998863X/44/2
3. Ladov, V.A. (2018) Russell and Ramsey on the problem of paradoxes. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sociologia. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 43. pp. 101–110. (In Russian). DOI: 10.17223/1998863X/43/9
4. Yablo, S. (1993) Paradox without Self-Reference. *Analysis*. 53(4). pp. 251–252. DOI: 10.2307/3328245
5. Priest, G. (1997) Yablo's paradox. *Analysis*. 57(4). pp. 236–242. DOI: 10.1111/1467-8284.00081
6. Beall, J.C. (2001) Is Yablo's Paradox Non-Circular? *Analysis*. 61(3). pp. 176–187. DOI: 10.1111/1467-8284.00292
7. Cook, R.T. (2006) There Are Non-circular Paradoxes (But Yablo's Isn't One of Them!). *The Monist*. 89(1). pp. 118–149. DOI: 10.5840/monist200689137
8. Cook, R.T. (2004) Patterns of Paradox. *Journal of Symbolic Logic*. 69(3). pp. 767–774. DOI: 10.2178/jsl/1096901765
9. Cook, R.T. (2014) *The Yablo Paradox. An Essay on Circularity*. Oxford: Oxford University Press.
10. Rabern, L., Rabern, B. & Macauley, M. (2012) Dangerous Reference Graphs and Semantic Paradoxes. *Journal of Philosophical Logic*. 42(5). pp. 727–765. DOI: 10.1007/s10992-012-9246-2
11. Sorensen, R.A. (1998) Yablo's Paradox and Kindred Infinite Liars. *Mind*. 107(425). pp. 137–155.
12. Bueno, O. & Colyvan, M. (2003) Yablo's Paradox and Referring to Infinite Objects. *Australasian Journal of Philosophy*. 81(3). pp. 402–412. DOI: 10.1080/713659707
13. Leach-Krouse, G. (2013) Yablifying the Rosser Sentence. *Journal of Philosophical Logic*. 43(5). pp. 827–834. DOI: 10.1007/s 10992-013-9291-5
14. Nekhaev, A.V. (2018) Post machine, self-reference and paradoxes]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sociologia. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 46. pp. 58–66. (In Russian). DOI: 10.17223/1998863X/46/7
15. Ketland, J. (2005) Yablo's Paradox and  $\omega$ -Inconsistency. *Synthese*. 145(3). pp. 295–302. DOI: 10.1007/s11229-005-6201-6
16. Forster, T. (1996) *The Significance of Yablo's Paradox without Self-Reference*. [Online] Available from: <http://www.dpmms.cam.ac.uk/~tf/yablo.ps> (Accessed: 18th April 2019)
17. Ketland, J. (2004) Bueno and Colyvan on Yablo's Paradox. *Analysis*. 64(2). pp. 165–172. DOI: 10.1111/j.1467-8284.2004.00479.x