

Jan Pocij

Filozof

ROZWIĄZANIE PARADOKSU IMPLIKACJI MATERIALNEJ

STRESZCZENIE: Paradoks implikacji materialnej pozostawał nierozwiązany od starożytności, ponieważ uważano, że naturą implikacji jest wynikanie. Artykuł ukazuje, że tą naturą jest *przeciwstawność*. Zostaje podane rozwiązanie paradoksu wraz z odpowiednimi zmianami nazewnictwa, dodaniem konektywów i postulatem przejścia roli dotychczasowej implikacji przez równoważność. Ponadto zaproponowane zostają zmiany nazewnictwa bramek logicznych, odwzorowujących kompetycję w elektronice.

SŁOWA KLUCZOWE: logika, filozofia, implikacja materialna, kompetycja, konkurencja, memrystor, przeciwstawność, rachunek zdań, teoria mnogości

1. Wstęp

Spośród wszystkich funkcji logicznych najwięcej kontrowersji budzi od czasów starożytnych implikacja. Jest ona idealizacją występującego w języku potocznym trybu warunkowego. Szczególne właściwości tego trybu dostrzegli jako pierwsi członkowie Szkoły Megarejskiej (V w. p. Chr.). Filon z Megary (IV w. p. Chr.) stwierdził, że tryb warunkowy jest prawdziwy z wyjątkiem przypadku, gdy poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy. Jego zdanie przejęli stoicy. Diodor z Kronos (III w. p. Chr.) dodał, że występowanie prawdziwego poprzednika z fałszywym następnikiem jest niemożliwe, zarówno w czasie teraźniejszym, jak i przeszłym. Stanowisko Diodora zyskało wspólnie miano implikacji ścisłej, a stanowisko Filona – implikacji materialnej. Termin „implikacja materialna” wprowadził B. Russell (1872-1970). System implikacji materialnej został wprowadzony w logice przez Ch. Peirce’a, G. Fregego, B. Russella i A. N. Whiteheada (Borkowski 1977, 72). Możliwość wynikania prawdziwego wniosku z fałszywych przesłanek oraz – w pewnych przypadkach – prawdziwego wniosku z przeciwstawnych przesłanek zauważył również Arystoteles (*Analityki pierwsze*, II, 2, 15). Logika wieków średnich, mimo oporu części scholarów¹, ujęła te spostrzeżenia w twierdzeniu Pseudo-Szkota: „Z koniunkcji

¹ Na przykład, Piotr Abelard (1079-1142) odrzucał możliwość wynikania czegokolwiek z fałszu (Loffredo D’Ottaviano 2008).

dwóch zdań sprzecznych wynika logicznie dowolne zdanie”². Zostało ono zawarte w popularnej formule *ex falso quodlibet*, zwanej również „zasadą eksplozji”, która przetrwała dziewiętnastowieczną reformę logiki i jest używana do dzisiaj.

Teoria funkcji logicznej trybu warunkowego stała się integralną częścią nowej logiki Fregego. Obecnie można ją znaleźć w każdym podręczniku logiki. Literatura specjalistyczna dotycząca wzajemnych relacji między trybem warunkowym a implikacją materialną, formalną i ścisłą obejmuje już setki pozycji i nieustannie rośnie, jednak paradoks implikacji pozostaje nierozwiązany³ (Wojciechowski 2011, 61; Kiczuk 2006, 71-72). Logicy z jednej strony uznają za zdania w sensie logicznym tylko takie, którym można nadać ocenę prawdy lub fałszu, a z drugiej powiadają, że z punktu widzenia logiki nie jest istotne, o czym te zdania mówią. Można by się w tym miejscu oburzać na to dziwne *dictum*, które pozwala uczonym przechodzić do porządku nad oczywistymi sprzecznościami, do jakich prowadzi, na przykład, implikacja z fałszywym poprzednikiem. Takie oburzenie byłoby jednak równie jałowe, jak oburzanie się na Arystotelesa, że nie zbudował nowoczesnej fizyki. Wypada raczej powtórzyć słowa *Modlitwy o mądrość*: „Mozolnie odkrywamy rzeczy tej ziemi, z trudem znajdujemy, co mamy pod ręką” (Mdr 9,16, 765). Logika wycieńczona idealizmem, z której pozostał analityczny szkielecik w lichej szacie nominalistycznej, nie ma możliwości rozwiązania paradoksu implikacji. Problem wynikania fałszywego wniosku z prawdziwych przesłanek jest obecnie redukowany do stwierdzenia braku odnośnej interpretacji. Polski logik Marcin Tkaczyk stawia retoryczne pytanie, czy taka redukcja jest uprawniona, i podnosi tę kwestię jako „najważniejszy filozoficzny problem logiki” (Tkaczyk 2010, 53).

2. Stan istniejący

Proponowane rozwiązanie problemu implikacji materialnej opiera się na zasadzie izomorfizmu rzeczywistości, myśli i języka, związanej z filozofią realistyczną. Według tej zasady zachodzi odwzorowanie między rzeczami a pojęciami i wyrazami oraz między

² Z początkiem XX w. przypisano to sformułowanie Dunsowi Szkotowi (1266-1308), ponieważ znaleziono je w dwóch z jego komentarzy, jednak badania dowiodły (1936), że autorem obu tych ksiąg jest nieznan autor, którego określono mianem Pseudo-Szkota. Uporczywe utrzymywanie się tendencji do przypisywania zasady *ex falso* Doktorowi Subtelnemu wiąże niektórzy z wpływem autorytetu Jana Łukasiewicza (1878-1956), który podał jej sformalizowaną wersję i nazwał ją *Prawem Dunsza Szkota* (Loffredo D'Ottaviano 2008).

³ „Próby usunięcia paradoksów implikacji materialnej zaowocowały znalezieniem innych typów implikacji, jak np.: implikacji ścisłej: określonej na gruncie logiki modalnej (systemy Lewisa) lub przez przyjęcie bardziej rygorystycznej charakterystyki tego funktora (niż czyniły to aksjomaty i reguły klasycznej logiki zdań w odniesieniu do implikacji materialnej) – system Ackermanna czy systemy logiki *entailment*” (Wojciechowski 2011).

stanami rzeczy a sądami i zdaniem. Zgodnie z tym kryterium, funkcje logiczne są myślowymi odwzorowaniami realnie istniejących relacji między bytami. W języku są one wyrażane przez zdania złożone współrzędnie lub podrzędnie. Zdania złożone współrzędnie są łączone przez spójniki parataktyczne, które według Słownika Języka Polskiego dzielą się na:

- 1) łączne, np. *i, oraz, tudzież, i zarazem,*
- 2) rozłączne, np. *lub, albo, bądź, czy,*
- 4) wyłączające, np. *ani, ni,*
- 5) przeciwstawne, np. *a, ale, aliści, inaczej, jednak, jednakże, jedynie, lecz, natomiast, przecież, raczej, tylko, tylko że, tymczasem, wszakże, zaś, za to,*
- 6) wynikowe, np. *więc, dlatego, toteż, to, zatem, stąd, wobec tego, skutkiem tego, wskutek tego, i (= więc, toteż), przeto, tedy,*
- 7) wyjaśniające (synonimiczne), np. *czyli, to jest, to znaczy, innymi słowy* (SJP 2021).

Spśród wymienionych sześciu typów, spójniki wyjaśniające służą wprowadzaniu równoważnych opisów tego samego bytu, a nie opisowi relacji. W związku z tym, w oparciu o kryterium językoznawcze można wyróżnić pięć typów relacji: łączność, rozłączność, wyłączanie, przeciwstawność i wynikanie. Znajdują one odwzorowanie w funkcjach logicznych: łączność – w koniunkcji, rozłączność – w alternatywie, wyłączanie – w binegacji, przeciwstawianie – w inhibicji, a wynikanie – w implikacji i ekwiwalencji. Wymienione funkcje używają spójników wziętych z języka potocznego i, mimo pewnej idealizacji, zachowują ich podstawowe znaczenia.

Spójniki łączności i rozłączności mogą zarówno tworzyć zdania złożone współrzędnie, jak i łączyć argumenty nazwowe w zdaniach pojedynczych, natomiast spójniki przeciwstawne i wynikowe są zazwyczaj używane tylko do łączenia zdań. Wykazują w tym podobieństwo do spójników hipotaktycznych, wśród których znajdują się spójniki tworzące zdania złożone podrzędnie okolicznikowe w trybie warunkowym, odwiecznie wiązonym z implikacją materialną. Jak zauważa polski logik Stanisław Kiczuk:

„Wielu innych autorów dociekało związku zachodzącego między znakiem implikacji materialnej a spójnikiem języka potocznego „jeżeli..., to...”. (...) Ajdukiewicz napisał, że mowa potoczna nie posiada żadnego terminu, który zgadzałby się co do swego znaczenia ze znakiem implikacji materialnej. Niekiedy mówi się, że znak implikacji materialnej reprezentuje tylko prawdziwościowy komponent w znaczeniu spójnika „jeżeli..., to...”. Zauważa się też, że okres

warunkowy języka potocznego „jeżeli p , to q ” ma kilka różnych znaczeń”⁴
(Kiczuk 2006).

Te kilka różnych znaczeń wydaje się wynikać z faktu, że sześć kategorii zdań złożonych podrzędnie okolicznikowych – miejsca, czasu, przyczyny, celu, warunku, przyzwolenia – odwzorowuje w sposób analogiczny różnego rodzaju ruch między bytami, a siódma kategoria – sposób zachodzenia tego ruchu.

Tabela 1

Zdania złożone podrzędnie okolicznikowe	inicjacja	realizacja	konsekwencja
miejsca	punkt wyjścia=> początek=>	droga	punkt dojścia koniec
czasu	chwila początkowa=> chwila pierwsza=>	przebieg	chwila końcowa chwila ostatnia
przyczyny i celu	przyczyna=>	metoda działania (sprawianego, powodowanego, umożliwianego)	cel
przyzwolenia	powód<=		skutek
warunku	warunek=>		wynik
sposobu		sposób	

Można więc stwierdzić, że wynikanie ma w sferze myśli charakter pojęcia analogicznego, które odwzorowuje zależności związane z tym, co tradycja metafizyczna nazywa zmianą. W klasycznym ujęciu, każda rzeczywista zmiana zachodzi między dwoma terminami – początkowym i końcowym. Inicjacja odwzorowuje stan rzeczy zapoczątkowujący ruch, konsekwencja – stan kończący, a realizacja – stan ruchu między terminami. W sferze myśli zmianą jest przejście umysłu do nowego stanu poznawczego. Rolę inicjacji w rozumowaniu odgrywają przesłanki, rolę realizacji – metoda rozumowania, a rolę konsekwencji – wniosek. W sferze języka inicjacja ma postać zdania odgrywającego rolę poprzednika implikacji, oznaczanego tradycyjnie literą p , a konsekwencja – postać zdania odgrywającego rolę następnika, oznaczanego literą q . W zależności od kierunku ujmowania zmiany (od przyczyny do skutku lub odwrotnie, od przeszłości do przyszłości lub odwrotnie), to, co

⁴ Ajdukiewicz zaproponował rozwiązania oparte na wyróżnieniu dwóch funkcji semantycznych zdań – funkcji stwierdzania i wyrażania (Ajdukiewicz 1956). Zostało ono zakwestionowane przez Z. Czerwińskiego (Czerwiński 1958). Wyczerpujące omówienie tej dyskusji i całej problematyki podaje J. J. Jadacki (Jadacki 1986; Jadacki 1996).

oznaczało warunek (jeżeli p , to q), może oznaczać przyczynę (p , więc q) lub powód (q , ponieważ p).

Wynikania te są w opisywane w Klasycznym Rachunku Zdań, obejmującym szesnaście funkcji logicznych, zwanych również Boolowskimi⁵, ponieważ odkrył je angielski matematyk i filozof Jerzy Boole. Część z tych funkcji ma charakter operatorów dwuargumentowych, część – jednoargumentowych, a część – charakter stałych. Tablica zbiorcza tych funkcji przedstawia się następująco:

Tabela 2

1	2	3	4	5	6
Lp	pq	11	10	01	00
1	antylogia	0	0	0	0
2	koniunkcja ($p \wedge q$)	1	0	0	0
3	inhibicja odwrotna ($p \nrightarrow q$)	0	1	0	0
4	zmienna p	1	1	0	0
5	inhibicja ($p \nrightarrow q$)	0	0	1	0
6	zmienna q	1	0	1	0
7	kontrawalencja (nierównoważność) ($p \nleftrightarrow q$)	0	1	1	0
8	alternatywa ($p \vee q$)	1	1	1	0
9	binegacja ($p \downarrow q$)	0	0	0	1
10	ekwiwalencja (równoważność) ($p \leftrightarrow q$)	1	0	0	1
11	negacja q ($\neg q$)	0	1	0	1
12	implikacja odwrotna ($p \Leftarrow q$)	1	1	0	1
13	negacja p ($\neg p$)	0	0	1	1
14	implikacja $p \Rightarrow q$	1	0	1	1
15	dysjunkcja ($p \uparrow q$)	0	1	1	1
16	tautologia	1	1	1	1

Wynikanie jest opisywane przy pomocy implikacji i równoważności, przy czym konektyw *jeżeli, to* bywa używany zarówno do wyrażenia implikacji, jak i równoważności, mimo że istnieje tendencja do wyrażania równoważności wyłącznie przy pomocy konektywu *wtedy i tylko wtedy*. Jednak matematyczna precyzja funkcji logicznych nie wystarcza do rozwiązania tytułowego paradoksu. Logicy nieodmiennie stwierdzają, że „funktor implikacji nie odpowiada pojęciu wynikania jednego zdania z drugiego” (Mostowski 1948, 15), a

⁵ Dwuargumentowa algebra Jerzego Boole’a (1815-1864), operująca w układzie dwójkowym jedynką jako odpowiednikiem prawdy i zerem jako odpowiednikiem fałszu, połączyła matematykę z logicznym rachunkiem zdań (Boole 1854). Logika i matematyka została połączona z informatyką dzięki odkryciom Klaudiusza Elwooda Shannona (1916-2001) (Shannon 1948).

informatycy nie potrafią odpowiedzieć na pytanie, dlaczego „W odróżnieniu od rachunku zdań, implikacja w teorii układów logicznych nie odgrywa większej roli. To samo dotyczy operacji zakazu...” (Leszczyński 1990, 37). W efekcie do niedawna elektroniky konstruowali wyłącznie bramki logiczne odpowiadające koniunkcji – I (AND), alternatywie – LUB (OR), ekwiwalencji (równoważności) – ALBO-NIE (XNOR), binegacji – NIE-LUB (NOR), dysjunkcji – NIE-I (NAND) i kontrawalencji (alternatywy rozłącznej) – ALBO (XOR). W związku z odkryciem memrystora, o którym będzie mowa dalej, rozpoczęto produkcję bramek IMPLY i INHIB, które realizują funkcje implikacji i inhibicji, ale nawet ten fakt nie przyczynił się do rozwiązania paradoksu implikacji materialnej.

Tak wygląda w ogólnym zarysie istniejący stan dociekań naukowych odnośnie do izomorfizmu myśli i języka w zakresie zdań okolicznikowych, spójników i funkcji logicznych. Teraz należy zbadać, jak mają się wyabstrahowane przez logików funkcje do realnie istniejących bytów.

3. Analiza stanów rzeczy

Szczególnie wdzięcznym obiektem badań naukowych jest dla logika byt zwany totalizatorem sportowym, przyjmujący zakłady o wynik meczu piłki nożnej między drużynami A i B. Podczas takiego meczu każda z drużyn zdobywa bramkę lub nie zdobywa. Niech w rachunku zdań jedynek oznacza zdobytą bramkę, a zero – brak zdobytej bramki. Dla uproszczenia można przyjąć, że każda z drużyn zdobywa po jednej bramce. Niech zmienna „p” znaczy „A zdobywa bramkę”, a zmienna „q” niech znaczy „B zdobywa bramkę”. Są możliwe cztery kombinacje: (1) kombinacja pierwsza – obie drużyny zdobywają bramki, (2) kombinacja druga – drużyna A zdobywa bramkę, drużyna B nie zdobywa bramki, (3) kombinacja trzecia – drużyna A nie zdobywa bramki, drużyna B zdobywa bramkę, i (4) kombinacja czwarta – żadna z drużyn nie zdobywa bramki. Zależnie od tego, które z kombinacji weźmie się pod uwagę, można postawić zakłady na dziesięć różnych wyników meczu.

Jeżeli obie drużyny zdobędą bramki, to będzie remis bramkowy. W logice odpowiada mu koniunkcja, operująca spójnikiem „i”. Ponieważ ten spójnik łączy dwa stany, w których zachodzi zdobycie bramki, należy go nazwać spójnikiem łącznym inkluzywnym.

Tabela 3

p		q		wynik	$p \wedge q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	remis bramkowy	1
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bramkowy	0
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis bramkowy	0
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bramkowy	0

Jeżeli zdarzy się, że jedna drużyna wygra, a druga przegra, lub będzie remis bezbramkowy, to wszystkie te wyniki będzie można określić mianem „nie remis bramkowy”. Takiemu wynikowi odpowiada dysjunkcja, operująca spójnikiem „bądź nie..., bądź nie”. Ponieważ rozłącza on dwa stany, z których przynajmniej w jednym nie dochodzi do zdobycia bramki, należy go nazwać spójnikiem rozłącznym ekskluzywnym.

Tabela 4

p		q		wynik	$p \uparrow q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	remis bramkowy	0
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bramkowy	1
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis bramkowy	1
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bramkowy	1

Remisowi bezbramkowemu odpowiada funkcja zwana binegacją, operująca spójnikiem „ani, ani”. Spójnik ten łączy dwa stany, w których nie zachodzi zdobycie bramki, więc jest spójnikiem łącznym ekskluzywnym.

Tabela 5

p		q		wynik	$p \downarrow q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	nie remis bezbramkowy	0
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bezbramkowy	0
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis bezbramkowy	0
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	remis bezbramkowy	1

Natomiast gdy jedna drużyna wygra, a druga przegra, lub będzie remis bramkowy, to w totalizatorze pojawi się wynik „nie remis bezbramkowy”. W logice odpowiada mu alternatywa, operująca spójnikiem „lub”. Ponieważ rozłącza on dwa stany, z których przynajmniej w jednym zachodzi zdobycie bramki, zasługuje na miano spójnika rozłącznego inkluzywnego.

Tabela 6

p		q		wynik	$p \vee q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	nie remis bezbramkowy	1
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis bezbramkowy	1
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis bezbramkowy	1
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	remis bezbramkowy	0

„Remis bramkowy” i „remis bezbramkowy” ujęte łącznie oznaczają „remis”. W logice odpowiada mu równoważność, zwana również pochodzącym z łaciny terminem *ekwiwalencja*. Operuje ona spójnikiem „jeżeli, to”. Współczesna logika usiłuje zastąpić ten spójnik frazą „wtedy i tylko wtedy, gdy”, jednak nie wydaje się potrzebne. Spójnik „jeżeli, to” należy uznać za wynikowy inkluzywny, ponieważ stan opisywany zdaniem w następniku jest włączany w takie samo zachodzenie, jakie dotyczy stanu opisywanego zdaniem w poprzedniku.

Tabela 7

p		q		wynik	$p \Leftrightarrow q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	remis	1
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis	0
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis	0
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	remis	1

Wynikowi „nie remis” odpowiada w logice nierównoważność, zwana również pochodzącym z łaciny terminem *kontrawalencja*. Współcześnie logicy przypisują do tej funkcji spójnik „albo”, ponieważ można przedstawić ją również w postaci alternatywy wykluczającej. Jednak bez obawy popełnienia błędu można pozostać przy spójniku wynikowym ekskluzywnym „jeżeli, to nie”. Należy go określić mianem spójnika wynikowego ekskluzywnego, ponieważ stan opisywany zdaniem w następniku jest wykluczany z takiego zachodzenia, jakie dotyczy stanu opisywanego zdaniem w poprzedniku.

Tabela 8

p		q		wynik	$p \nrightarrow q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę	1	remis	0

A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki	0	nie remis	1
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę	1	nie remis	1
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki	0	remis	0

Stan rzeczy, w którym zachodzi wygrana jednej z drużyn i przegrana drugiej opisuje w logice inhibicja, operująca spójnikiem przeciwstawnym ekskluzywnym „lecz nie”. Wygrana drużyny A i związana z tym przegrana drużyny B może zdarzyć się tylko w jednym przypadku – gdy drużyna A zdobędzie bramkę, lecz drużyna B nie zdobędzie.

Tabela 9

p		q		wynik	$p \neq q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę,...	1	niewygrana A nieprzegrana B	0
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki,...	0	wygrana A przegrana B	1
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę,...	1	niewygrana A nieprzegrana B	0
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki,...	0	niewygrana A nieprzegrana B	0

Dopełnieniem inhibicji jest implikacja, której odpowiada wynik „niewygrana A, nieprzegrana B”. Stan rzeczy opisywany takim wynikiem obejmuje remis lub wygraną drużyny B.

Tabela 10

p		q		wynik	$p \Rightarrow q$
A zdobywa bramkę	1	B zdobywa bramkę,...	1	niewygrana A nieprzegrana B	1
A zdobywa bramkę	1	B nie zdobywa bramki,...	0	wygrana A przegrana B	0
A nie zdobywa bramki	0	B zdobywa bramkę,...	1	niewygrana A nieprzegrana B	1
A nie zdobywa bramki	0	B nie zdobywa bramki,...	0	niewygrana A nieprzegrana B	1

Wyniki „wygrana B, przegrana A” i „niewygrana B, nieprzegrana A” mają jako swoje odpowiedniki w logice inhibicję odwrotną i implikację odwrotną. Implikacja używa spójnika wynikowego inkluzywnego „jeżeli, to”.

Otrzymane wyniki meczu, funkcje logiczne i rodzaje spójników do nich przypisane ujawniają interesującą regularność wzajemnych relacji. Dla lepszego zobrazowania tematu warto dodać do nich działania i stosunki arytmetyczne – tak, jak je pojmował wspomniany Jerzy Boole: iloczyn jako odpowiednik koniunkcji, suma jako odpowiednik alternatywy, równość jako odpowiednik równoważności i nierówność jako odpowiednik tak zwanej przez niego *subsumpcji*. Do tego należy dodać dopełnienia wymienionych elementów. Powstaje następujące zestawienie:

Tabela 11

koniunkcja remis bramkowy	x	spójniki łączone inkluzywne	spójniki rozłączne ekskluzywne	/	dysjunkcja nie remis bramkowy
binegacja remis bezbramkowy	–	spójniki łączone ekskluzywne	spójniki rozłączne inkluzywne	+	alternatywa nie remis bezbramkowy
ekwiwalencja remis	=	spójniki wynikowe inkluzywne	spójniki wynikowe ekskluzywne	≠	kontrawalencja nie remis
inhibicja wygrana A przegrana B	>	spójniki przeciwstawne ekskluzywne	spójniki wynikowe inkluzywne	≤	implikacja niewygrana A nieprzegrana B
inhibicja odwrotna wygrana B przegrana A	<			≥	implikacja odwrotna niewygrana B nieprzegrana A

Jak widać, w środkowych kolumnach tabeli widnieją po trzy rodzaje spójników. W kolumnie po lewej stronie widnieją spójniki łączne, wynikowe i przeciwstawne, natomiast w kolumnie po prawej – spójniki rozłączne, wynikowe i – o dziwo! – po raz drugi spójniki wynikowe. Występuje więc jakaś dziwna nieregularność. Oto w pierwszym wierszu spójniki rozłączne ekskluzywne biorą udział w operacjach będących negacjami operacji z udziałem spójników łącznych inkluzywnych. W drugim wierszu spójniki rozłączne inkluzywne biorą udział w operacjach będących negacjami operacji z udziałem spójników łącznych ekskluzywnych. W wierszu trzecim spójniki wynikowe ekskluzywne biorą udział w

operacjach będących negacjami operacji z udziałem spójników wynikowych inkluzywnych. W wierszu czwartym powinny więc po prawej stronie pojawić się spójniki przeciwstawne inkluzywne, będące negacjami spójników przeciwstawnych ekskluzywnych inhibicji. Jednak zamiast nich pojawiają się spójniki wynikowe. Dzieje się tak, mimo że zarówno odpowiadająca im matematyczna nierówność słaba, jak wyniki totalizatora są – podobnie jak w wierszach od pierwszego do trzeciego – negacjami swoich odpowiedników po lewej stronie tabeli. Jest to nieregularność niewytłumaczalna. Gdy doda się do tego wspomniany zarzut Mostowskiego, że funktor implikacji nie odpowiada pojęciu wynikania jednego zdania z drugiego, to nasuwa się oczywisty wniosek, że implikacja nie jest tym, za co była uznawana przez dwa i pół tysiąca lat. Innymi słowy – implikacja nie jest wynikaniem.

Czym w takim razie jest? Jaka jest, mówiąc językiem filozofii realistycznej, jej prawdziwa natura?

4. Prawdziwa natura implikacji

Z omówionych wyników totalizatora widać, że wartości logiczne prawdy i fałszu w tablicach prawdy implikacji i inhibicji nie *wynikają* jedna z drugiej, lecz *konkurują* ze sobą względnie *przeciwstawiają się* sobie. Prowadzi to do wniosku, że układ wartości logicznych przypisywany dotychczas implikacji, jest w rzeczywistości układem *konkurencji*, i że funkcja ta odwzorowuje niedostrzeżoną dotychczas przez rachunek zdań relację przeciwstawności, podobnie jak koniunkcja odwzorowuje relację łączności, alternatywa – relację rozłączności i ekwiwalencja – relację obustronnego wynikania (równoważności). Nazwę *implikacja* można by w związku z tym zmienić na nazwę *konkurencja*, co zaproponowałem parę lat temu w pierwszej wersji tego artykułu. Ostatnio natrafiłem jednak w sieci na bliskoznaczny termin *kompetycja* (od łacińskiego *competitio* – współzawodnictwo), który ma tę zaletę, że nie jest tak wieloznaczny, jak termin *konkurencja*. W związku z tym proponuję zastąpić termin *implikacja* terminem *kompetycja*.

Identyfikacja implikacji jako przeciwstawności została również ostatnio dokonana przez prowadzącego badania nad kwadratem logicznym francusko-włoskiego logika Alessio Morettiego. W monumentalnej pracy doktorskiej zatytułowanej *The Geometry of Logical Opposition* stwierdza on, że „subalternację» (czyli implikację logiczną) można (i należy) postrzegać jako rodzaj przeciwstawności” (Moretti 2009, 413). Moretti opracował teorię n-

przeciwstawności (*n-opposition theory* – N.O.T.), którą uważa za „pewnego rodzaju (być może bezkrwawą) rewolucję w logice” (Moretti 2009, 414). Według niego, struktury przestrzenne opisujące wszelkie możliwe przeciwstawności (*βn-structures*) „mają fundamentalne znaczenie dla logiki” i są „zupełną nowością” (Moretti 2009, 414). Jego stanowisko podziela kilku innych logików (np. Luis Estrada-González, José David García-Cruz, Fabien Schang), twierdzących że subalternacja w kwadracie logicznym jest przeciwstawnością. Jest więc tylko kwestią czasu powszechne uznanie faktu, że prawdziwą naturą tego, co nazywano przez wieki implikacją, jest kompetycja.

Przeistoczenie implikacji w kompetycję pozwala skorygować Tabelę 11 poprzez zastąpienie błędnego wpisu „spójniki **wynikowe** inkluzywne” poprawnym wpisem „spójniki **przeciwstawne** inkluzywne”. Jednak spójników przeciwstawnych inkluzywnych jest wiele. Powstaje więc pytanie, czy wszystkie one mogą pełnić rolę konektywu kompetycji, czy tylko jeden, a jeżeli tak, to który.

Funkcja dopełniająca kompetycję – inhibicja – ma już ustalony konektyw „lecz nie”. W związku z tym konektywem kompetycji powinna być negacja konektywu inhibicji, czyli spójnik „lecz”. I rzeczywiście, zwykła kompetycja, w której zdania opisują równorzędne stany rzeczy – czyli taka, jak „Na śniadanie piję kawę, *ale* na kolację piję herbatę” – funkcjonuje poprawnie ze spójnikami przeciwstawnymi *lecz*, *ale*, *niemniej*, *jednak*, *natomiast*, *aczkolwiek* czy *zaś*. Jeżeli jednak w zdaniach zaznacza się różnica preferencji opisywanych stanów rzeczy, kompetycja wymaga zastosowania spójników *ewentualnie* lub *w ostateczności*⁶ – na przykład w wypowiedzi „Nie pij kawy; *ewentualnie*, pij kawę, *ale* dolewaj mleka”. Jak zauważa Elżbieta Magner z Uniwersytetu Wrocławskiego, „wyraz *ewentualnie* wskazuje, że możliwość, o której mowa w zdaniu przed nim, jest bardziej realna, bardziej prawdopodobna, czy też bardziej pożądana, niż ta w zdaniu drugim. Możliwość, o której mowa w zdaniu drugim, jest brana pod uwagę dopiero wówczas, gdy pierwsza nie dojdzie do skutku, albo gdy zostanie ona uznana za nierealną” (Magner 2016, 65). Podobną rolę pełni spójnik złożony *raczej... niż*, którego użył kiedyś mój Ojciec, wyrażając swój stosunek do partii komunistycznej w zdaniu „Raczej pójdę wagony przepychać, niż się do partii zapiszę”.

W konsekwencji należy stwierdzić, że kompetycja wymaga używania więcej niż jednego konektywu. Zastosowanie poszczególnych spójników przeciwstawnych w roli konektywu zależy od typu opisywanej przeciwstawności i od rodzaju relacji między zdaniami

⁶ Co ciekawe, w języku angielskim *w ostateczności* znaczy *eventually* – przypis JP.

atomowymi. Wyczerpująca analiza tych kwestii przekracza ramy tego artykułu i wymaga osobnego opracowania z udziałem językoznawców. Tu pozostaje stwierdzić, że liczba i dobór konektywów kompetycji pozostają – mimo dokonania wstępnych ustaleń – kwestiami otwartymi.

Oprócz wprowadzenia nowych konektywów, zastąpienie implikacji kompetycją wymaga pewnych zmian w nazewnictwie. Zamiast mówić „z p wynika q” należy odtąd mówić „p konkuruje z q” względnie „p kompetyzuje z q”. Ponieważ kompetycja i inhibicja mają po dwie odmiany – prostą ($p \neq q, p \Rightarrow q$) i odwrotną ($p \neq q, p \Leftarrow q$), należy nazywać:

- 1) kompetycję prostą $p \Rightarrow q$ – „kompetycją ze wskazaniem na q”,
- 2) kompetycję odwrotną $p \Leftarrow q$ – „kompetycją ze wskazaniem na p”,
- 3) inhibicję prostą – „inhibicją z przeciwwskazaniem q”,
- 4) inhibicję odwrotną – „inhibicją z przeciwwskazaniem p”.

Jednocześnie należy uznać, że wynikanie jest opisywane wyłącznie przez ekwiwalencję i kontrawalencję. Ujmują one przemiennie ruch między inicjacją a konsekwencją i wynikanie zawsze zachodzi w nich w obie strony. Mówiąc „Jeżeli będzie ładna pogoda, to pójdę na spacer” można równie dobrze powiedzieć „Pójdę na spacer, o ile będzie ładna pogoda”, itp. W związku z tym należy zmodyfikować formuły niektórych praw logiki i dokonać zmian w ich nazwach, zastępując termin „implikacja” terminami „kompetycja” lub „ekwiwalencja” jak w tabeli poniżej.

Tabela 12

Prawo	Forma z kompetycją	Forma z równoważnością
Prawo tożsamości	$p \Rightarrow p; p \equiv p$	$p \Leftrightarrow p; p \equiv p$
Pierwsze prawo Claviusa	$(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	$(\neg p \Rightarrow p) \Leftrightarrow p$
Drugie prawo Claviusa	$(p \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg p$	$(p \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow \neg p$
Prawo przechodności kompetycji i ekwiwalencji	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	$[(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow r)$
Sylogizm konstrukcyjny (<i>modus ponendo ponens</i>)	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$	$[(p \Leftrightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
Sylogizm destrukcyjny (<i>modus tollendo tollens</i>)	$[(p \Rightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$	$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$

Ponadto warto zauważyć, że przedstawione ujęcie obu odmian kompetycji w pełni harmonizuje z Boole’owskim ujęciem analogii między funkcjami logicznymi a działaniami i stosunkami arytmetycznymi. Dzięki temu można stwierdzić, że podjęte przed wiekiem poszukiwania fundamentu matematyki w logice zostają – mimo zniechęcenia wielu myślicieli – uwieńczone powodzeniem⁷. Co więcej, wydaje się, że można mówić o ukazaniu się wspólnego rdzenia rzeczy, myśli, języka, logiki, matematyki i informatyki, a w związku z doniesieniami o odkryciach odpowiedników bramek logicznych w organizmach żywych – również biologii oraz, prawdopodobnie, także innych nauk. Niejako „przy okazji”, znikają raz na zawsze odwieczne problemy wynikania fałszu z prawdziwych przesłanek oraz wynikania czegokolwiek z fałszu.

5. Kompetycja logiczna a informatyka i elektronika

Funkcja kompetycji jest odwzorowywana w układach elektronicznych przez bramkę logiczną zwaną dotychczas bramką implikacji i oznaczaną symbolem IMPLY. Szacunek dla logiki nakazuje nazwać ją bramką kompetycji i zmienić symbol IMPLY na COMP (łac. *competitor* – konkurent). Do czasu oficjalnego wprowadzenia tej zmiany nazwy powinny być używane wspólnie w formie COMP(IMPLY). Bramka inhibicji jest w literaturze oznaczana symbolem INHIB, który należy zachować, lub NIMPLY, z którego należy zrezygnować.

Zainteresowanie bramkami logicznymi kompetycji i inhibicji gwałtownie wzrosło w ostatnich kilkunastu latach w związku z wynalezieniem memrystora⁸. Okazało się, że bramki kompetycji i inhibicji dają się skonstruować przy użyciu mniejszej liczby memrystorów niż najbardziej dotychczas wszechstronne bramki NAND. Pozwala to przypuszczać, że układy zbudowane w oparciu o bramki COMP(IMPLY) i INHIB okażą się wydajniejsze od stosowanych dotychczas (Lavanya, Gopal 2015). Z drugiej strony specjaliści są zdania, że zwykle zastępowanie bramek NAND i AND/OR bramkami COMP(IMPLY) nie przyniesie

⁷ Wydaje się, że problem implikacji materialnej skutecznie zniechęcił matematyków i logików do poszukiwania logicznych podstaw matematyki. W rezultacie „cała tematyka zeszła już na margines badań matematycznych, nikt się już nią specjalnie nie interesuje, poza grupką badaczy tak zwanych nieklasycznych teorii mnogości, i ... logika matematyczna utraciła już status dziedziny głównego nurtu. (...) żadne ... naturalne podstawy matematyki w sensie aksjomatyzacji po prostu nie istnieją; ... ścigaliśmy chimere” (Kisielewicz 2018, 44).

⁸ Memrystor jest czwartym elementarnym układem elektronicznym – obok rezystora, kondensatora i cewki indukcyjnej. Jego istnienie przewidział w roku 1971 amerykański inżynier Leon Chua (1936-). (Strukov DB, Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. 2008, Williams 2010).

optymalnego rezultatu (Bürger 2012). Na ostateczny wynik pojawienia się memrystorów w świecie układów cyfrowych trzeba w związku z tym jeszcze poczekać, ale uczeni nie mają wątpliwości, że właśnie zaczyna się nowa epoka w elektronice (Cyganik 2016). Odkrycie memrystora wywołało również całą serię odkryć w obszarze nauki obejmującym biologię molekularną i szerokie spektrum powiązanych z nią dyscyplin. W pismach naukowych mnożą się doniesienia o istnieniu lub wytworzeniu bramek logicznych, w tym zwłaszcza bramek kompetycji i inhibicji, w organizmach żywych.

BIBLIOGRAFIA

1. Ajdukiewicz K. (1956). *Okres warunkowy a implikacja materialna*, w: *Studia Logica* 4/1956, 117-153.
2. Boole G. (1854). *An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities*,
(<https://archive.org/details/investigationofl00boolrich/page/n15/mode/2up>),
[dostęp: 2021.20.01].
3. Borkowski L. (1970). *Logika formalna*. Warszawa: PWN.
4. Bürger J. (2012). *Disclosing the secrets of memristors and implication logic*,
(http://web.cecs.pdx.edu/~mperkows/CLASS_574/MEMRISTOR2012/Memristor_IMPLY%20=%20Jens.pdf), [dostęp: 2021. 03.03].
5. Cyganik P. (2016). *Bliżej Nauki: Od memrystora do psa Pawłowa*, wykład,
(<https://www.youtube.com/watch?v=SXqGerojnrQ>), [dostęp: 2021.03.09].
6. Czerwiński Z. (1958). *O paradoksie implikacji*, w: *Studia Logica*, 7/1958, 265-271.
7. Jadacki J.J. (1986). *O zdaniach warunkowych*, w: *Studia Semiotyczne*, 14–15/1986, 225–247.
8. Jadacki J.J. (1996). *Metafizyka i semiotyka. Studia prototeoretyczne*. Warszawa: WFiS UW.
9. Kiczuk S. (2006). *Uwagi o implikacji materialnej*, w: *Roczniki filozoficzne* 54(1), 69-80.
10. Kisielewicz A. (2018). *Wprowadzenie do dyskusji*, w: *Studia Philosophica Wratislaviensia*, XIII, 3, 43-48.
11. Kisielewicz A. (brak daty publikacji). *Klasyczny rachunek zdań*,
(http://www.math.uni.wroc.pl/~kisiel/siil_part.pdf), [dostęp: 2021.03.05].
12. Lavanya A., Gopal B.G. (2015). *Imply Logic Implementation of Carry Save Adder Using Memristors*,

- (http://www.ijera.com/papers/Vol15_issue5/Part%20-%205/T50505105109.pdf), [dostęp: 2021.03.09].
13. Leszczyński Z. (1990). *Teoria układów logicznych*. Łódź: Wyd. Politechniki Łódzkiej.
 14. Loffredo D'Ottaviano I.M. (2008). *Contradiction, Consistency and Paraconsistent Perspective in the Western Thought – from Heraclitus of Ephesus to Newton da Costa*. Prezentacja.

(https://www.hse.ru/data/2020/02/06/1574351052/Itala%20D%20E2%80%99Ottaviano_Contradiction,%20consist..s%20of%20Ephesus%20to%20Newton%20da%20Costa.pdf), [dostęp: 2021.07.03].
 15. Magner E. (2016), *Spójnik ewentualnie*, w: Edukacja filozoficzna, vol. 62, 2016, s. 65.
 16. Mdr 9, 16 (1991). *Biblia Tysiąclecia*. Poznań: Pallottinum.
 17. Moretti A. (2009), *The Geometry of Logical Opposition*. PhD Thesis in Logic, University of Neuchâtel, Switzerland, s. 413-414.
 18. Mostowski A. (1948). *Logika matematyczna*. Warszawa-Wrocław.
 19. Pubmed, oficjalna strona Narodowego Centrum Informacji Biotechnologicznej USA, (https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/?linkname=pubmed_pubmed&from_uid=32797657), [dostęp: 2021.21.02].
 20. Shannon CE. (1948). *A Mathematical Theory of Communication*,

(<http://people.math.harvard.edu/~ctm/home/text/others/shannon/entropy/entropy.pdf>), [dostęp: 2021.20.01].
 21. Słownik Języka Polskiego. Wersja internetowa na podstawie: Bralczyk J. (red.) (2005) *Sto tysięcy potrzebnych słów*. Warszawa: PWN.

(<https://sjp.pwn.pl/zasady/371-90-D-2-Zdania-wspolrzedne-polaczone-spojnikami-lacznymi-rozlacznymi-wylaczajacymi;629785.html>); (<https://sjp.pwn.pl/zasady/370-90-D-1-Zdania-wspolrzedne-polaczone-spojnikami-przeciwstawnymi-wynikowymi-synonimicznymi;629784.html>), [dostęp: 2021.21.01].
 22. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. (2008). *The missing memristor found*. (<https://www.nature.com/articles/nature06932>), dostęp: [2021.03.09].
 23. Tkaczyk M. (brak daty wydania). *Logika. Wykład kursoryczny*, (<https://www.kul.pl/files/233/wyklady/wyklad.pdf>), [dostęp: 2021 02.03].
 24. Urzyczyn P. (2001-2006). *Wstęp do teorii mnogości*,

(<https://www.mimuw.edu.pl/~urzy/Wtm/wtm.pdf>), [dostęp: 2021.03.09].
 25. Williams S. (2010). *Finding the missing memristor*. Wideowykład.

<https://www.memristor.org/emerging/387/hp-stanley-williams-who-discovery-of-memristor-video-lecture-invented>, [dostęp: 2021.03.03].

26. Wojciechowski E. (2011). *Teoria zdań warunkowych inspirowana pewnymi ideami Romana Ingardena*, w: Kwartalnik Filozoficzny 39 (4), 61-72.

SOLVING THE PROBLEM OF MATERIAL IMPLICATION

ABSTRACT: The paradox of material implication has remained unresolved since antiquity because it was believed that the nature of implication was entailment. The article shows that this nature is *opposition*. A solution to the paradox is provided along with appropriate changes in nomenclature, the addition of connectives and the postulate that the biconditional will take over the role of the previous implication. In addition, changes to the nomenclature of logic gates reflecting competition in electronics are proposed.

KEYWORDS: logic, philosophy, material implication, competition, opposition, propositional calculus, set theory, memristor