RECENZJE

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXXIV / 2004, s. 140–144*

Paweł POLAK

SPOJRZENIA W KIERUNKU MATEMATYKI

J. Dadaczyński, *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*, Rozprawy OBI, OBI–Biblos, Kraków — Tarnów 2002, ss. 256.

Najnowsza książka Jerzego Dadaczyńskiego wzbogaca zbiór rozpraw Ośrodka Badań Interdyscyplinarnych o kolejną pozycję poruszającą kwestie przynależące do filozofii matematyki. Na wstępie warto postawić pytanie, dlaczego tematyka ta stanowi ważną część zainteresowań badawczych OBI. Wszak z jednej strony tak wielu matematyków deklaruje otwarcie swą niechęć wobec filozofii, a z drugiej strony wielu filozofów uważa tę dziedzinę badań po prostu za jedną z wielu gałęzi filozofii zajmujących się pewnymi szczegółowymi działami nauki. Uważna lektura pracy J. Dadaczyńskiego pozwala znaleźć wskazówki, umożliwiające własne poszukiwania odpowiedzi na pytanie, dlaczego matematyka jest dyscypliną bardzo interesującą z filozoficznego punktu widzenia. Zanim pozwolę sobie zaprezentować owe argumenty, najpierw skrótowo przedstawię treść omawianej pozycji.

Jak wskazuje podtytuł, książka J. Dadaczyńskiego jest zbiorem jedenastu artykułów z filozofii matematyki, które zostały napisane w latach 19942000. Bliższa lektura wskazuje, że treść większości z nich grupuje się wokół pewnych problemów wywołujących kryzysy w matematyce. Zaprezentowano tu problem nieskończoności, który doprowadził do kryzysu w matematyce antycznej i do przełomu w matematyce XIX wieku. Obok niego badania podstaw matematyki ujawniły niezwykle płodne filozoficznie problemy — antynomie i problem nie-

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

zupełności systemów aksjomatycznych (udowodniony przez Gödla). Wokół nich toczy się w większości refleksja filozoficzna prezentowana w tej pracy. Fakt, że możemy wskazać realne problemy leżące u podstaw dociekań filozoficznych nastraja optymistycznie co do możliwości i potrzeby takich badań. Wszak nie bez racji wskazywał K.R. Popper w *Domysłach i refutacjach*, że u źródeł każdej sensownej filozofii muszą leżeć jakieś problemy powstające poza nią (por. K.R. Popper, *Domysły i refutacje*, PWN, Warszawa 1999, s. 124).

Struktura pracy powoduje, że problematyka nie jest przedstawiana sposób spójny i całościowy. Można porównać ją do oświetlania z różnych stron tego samego ogólnego problemu — każda próba wydobywa coraz to inne aspekty i buduje powoli obraz całości.

Autor rozpoczyna od problematyki nieskończoności. W pierwszym artykule prezentuje on historię koncepcji nieskończoności w matematyce i filozofii antycznej i ukazuje jej rewolucyjny wpływ na ówczesną matematykę. Kolejny artykuł prezentuje następny krok, który został wykonany w problematyce nieskończoności — ukazane zostało na jakiej drodze św. Augustyn, jako pierwszy myśliciel, doszedł do akceptacji istnienia aktualnie nieskończonego zbioru liczb naturalnych. Problemu nieskończoności dotyka również szósty z kolei artykuł pt. *Heurystyka teorii mnogości Georga Cantora*. Ukazując inspirowane filozoficznie założenia heurystyczne i rekonstruując ich wpływ na prace Cantora, J. Dadaczyński przedstawił drogę, która doprowadziła do nowoczesnego rozwiązania problemu nieskończoności na gruncie matematyki.

Kolejne trzy rozdziały przybliżają bardziej i mniej znane prace Bernarda Bolzana (1781–1848). Pierwszy z nich ukazuje poglądy praskiego matematyka na metodę matematyki, które antycypowały wiele ważnych odkryć. Co istotne, prace Bolzana przygotowały grunt pod badania podstaw matematyki, które doprowadziły do rewolucyjnych zmian poglądów na tę dziedzinę. Interesująca jest filozoficzna podbudowa, jaką Bolzano przyjął *explicite* dla swoich badań. Przykład ten pokazuje, że w praktyce nawet prace w nierewolucyjnym okresie rozwoju matematyki nie muszą stronić od kontekstu filozoficznego.

Następny artykuł ukazuje stosunek Bolzana do filozofii matematyki I. Kanta zawarty w pracy praskiego matematyka z 1810 roku. Przedstawione zostały oryginalne rozwiązania i przyczyny, dla których Bolzano zmienił później swe poglądy na status wiedzy matematycznej, uznając zdania matematyczne za analityczne. Dadaczyński sugeruje, że zbieżność poglądów Bolzana i Fregego nie jest przypadkowa, ponieważ to właśnie praski matematyk prowadził jako pierwszy badania, które podjęte następnie niezależnie przez Fregego doprowadziły do sformułowania i realizacji programu logicyzmu.

Kolejny rozdział zatytułowany *Czy Gottlob Frege pierwszy zdefiniował liczby naturalne?* stanowi pogłębione studium tego zagadnienia. W świetle odnalezionych dokumentów okazuje się bowiem, że Bolzano jako pierwszy podał definicję liczb naturalnych, która była koniecznym krokiem w XIX–wiecznym programie unifikacji matematyki. Jednakże pytanie, czy Bolzano antycypował idee logicyzmu pozostało otwarte.

Zbliżoną tematykę podejmuje również ósmy z prezentowanych w tym zbiorze artykułów. Ukazuje on związki pomiędzy pracami innego wielkiego matematyka — G. Cantora a ideą logicyzmu. Tym razem Dadaczyński formułuje konkretne wnioski: „twórca teorii mnogości nie tylko prezentował przekonanie o możliwości systematyzacji matematyki znanej w dziewiętnastym wieku, ale również w istotny sposób przyczynił się do rzeczywistego przeprowadzenia tej idei w praktyce badawczej" (s. 197).

Koncepcję natury matematyki prezentuje natomiast siódmy artykuł zawarty w tej pracy. Analizy ukazują, iż Cantor ostatecznie uważał, że „*czysta matematyka* jest niczym innym jak *czystą teorią mnogości*" (s. 145). Interesująca jest również stworzona przez niego koncepcja, że teoria mnogości jest *ontologią formalną*.

Ostatnie trzy rozdziały dotyczą klasycznych kierunków badań podstaw matematyki, które kształtowały się pod koniec XIX i na początku XX wieku. Dadaczyński rekonstruuje logiczny ciąg badań, które doprowadziły do powstania kryzysu w badaniach podstaw matematyki spowodowanego odkryciem antynomii teoriomnogościowych. Autor twierdzi, że właśnie ta sytuacja problemowa i próby jej rozwiązania doprowadziły do wyłonienia się trzech zasadniczych kierunków badań podstaw matematyki. J. Dadaczyński wskazuje również rolę, jaką odegrała w tym procesie koncepcja matematyki Kanta. Przeprowadzona analiza ukazuje, że była ona punktem odniesienia dla twórców logicyzmu, intuicjonizmu i formalizmu.

Ostatni z artykułów porusza niezwykle interesujący problem, czy można w sposób pozytywny uzasadnić stanowisko z zakresu ontologii matematyki poprzez odwołanie się do wyników nauk empirycznych. Dadaczyński porusza ten problem na przykładzie koncepcji H. Meschkowskiego, który próbował uzasadniać skrajny realizm (platonizm) przy pomocy psychologii analitycznej C.G. Junga. Meschkowski dokonał utożsamienia obiektów matematycznych z archetypami istniejącymi w zbiorowej nieświadomości. Analiza Dadaczyńskiego odsłania wątpliwe elementy takiego podejścia i wskazuje, że próba ta nie rozwiązuje problemu, lecz „Ťprzesuwať tylko tę problematykę do zakresu ontologii **hipotezy** archetypów i nieświadomości kolektywnej" (s. 256).

Po prezentacji treści omawianej pracy nadszedł moment, w którym należy powrócić do postawionego na początku problemu: *dlaczego matematyka inspiruje filozofów?* Uważam, że lektura książki Dadaczyńskiego skłania ku odpowiedzi, że są to: *problemy* i *metoda*. Sztandarowym przykładem problemu inspirującego zarówno badania matematyczne, jak i filozoficzne jest wspominana kwestia nieskończoności. Uważam, że problem ten przekracza ramy pojedynczej dyscypliny — wymusza on w pewien sposób konieczność sięgania do różnych, niekiedy bardzo odległych dziedzin poznania. Artykuł o heurystyce teorii mnogości ukazuje piękny przykład wykorzystania przez Cantora przesłanek filozoficznych i teologicznych w matematycznej próbie rozwiązania zagadnień związanych z nieskończonością. Dodajmy — próbie, która okazała się niezwykle owocna dla dalszego rozwoju matematyki i myślenia o nieskończoności.

Drugim źródłem inspiracji filozoficznych jest sama metoda matematyki. Poprzez swoją wyjątkowość pośród wszystkich wysiłków poznawczych człowieka, matematyka od najdawniejszych czasów budziła wielki szacunek i podziw kolejnych pokoleń badaczy, prowadząc ich niekiedy nawet ku religijnej czci, jak to było w przypadku szkoły pitagorejskiej. W omawianym zbiorze znajdziemy np. filozoficzne rozważania B. Bolzana, inspirowane właśnie tą specyficzną metodą. Możliwość przeżycia intelektualnej przygody przy poszukiwaniu kolejnych przykładów *loci philosophi* w matematyce pozostawiam Czytelnikowi.

Warto zapytać jeszcze, jak Dadaczyński rozumie miejsce filozofii w stosunku do matematyki. Na samym początku *Wstępu* zaznacza on, że „matematykę uprawia się jako dyscyplinę autonomiczną, niezależną od jakiejkolwiek filozofii" (s. 9). Miejsce filozofii rezerwuje zaś dla debat toczących się wokół matematyki w momentach kryzysowych (por. s. 9). Trzeba przyznać, że dobór materiału przyjęty w omawianym opracowaniu zdaje się potwierdzać tę tezę, jednakże dokładniejsza lektura pokazuje, że filozofia matematyki tworzona jest nie tylko w okresach debat wokół sytuacji kryzysowych. Prezentowana postać B. Bolzano, czy wielokrotnie wspominany I. Kant, tworzyli swoje koncepcje w momentach, które powszechnie nie są wiązane z kryzysami w matematyce. W świetle tego uważam, że teza Dadaczyńskiego jest tylko pewnym użytecznym przybliżeniem.

Trzeba przyznać, że książka J. Dadaczyńskiego jest bardzo wartościowa i wypełnia istotną lukę w dziedzinie opracowań z filozofii matematyki, niestety nie jest ona pozbawiona wad. Po pierwsze układ książki, będącej zbiorem różnych artykułów, powoduje w naturalny sposób jej „fragmentaryzację". Po drugie książka obfituje w interesujące (i nierzadko inspirujące do własnych rozważań filozoficznych) przypisy, które niestety często są tak długie, że wprowadzają wiele pobocznych wątków, w których stosunkowo łatwo można się pogubić. Rekordowy przypis na stronach 156–159 (skądinąd jeden z najbardziej interesujących z punktu widzenia filozofa przyrody) jest trzykrotnie dłuższy od podrozdziału w którym występuje. Jako wadę tej publikacji poczytuję również brak tłumaczeń cytowanych w przypisach tekstów. Czytelnik zmuszony jest do operowania trzema językami: niemieckim, angielskim i łacińskim.

Na koniec trzeba dodać, że nie jest to praca łatwa, gdyż wymaga od Czytelnika szerokiej wiedzy z filozofii matematyki i z samej matematyki. Bogaty zasób wiedzy z tych dziedzin jest warunkiem koniecznym, aby móc swobodnie poruszać się wśród różnorodnych zagadnień zaprezentowanych w omawianej książce.

Paweł Polak