

# Fonder la mathématisation de la nature : abduction ou analyse transcendantale ?

*Julien Tricard*

## LE *FACTUM* DE LA MATHÉMATISATION

Depuis la révolution du XVII<sup>e</sup> siècle, les scientifiques appliquent les mathématiques aux phénomènes naturels et, comme Galilée, supposent que l'« immense livre » de la nature « est écrit en langage mathématique, et [que] ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques<sup>1</sup> ». Mais la mathématisation de la nature n'est pas qu'un fait historique. Cette étude part du présupposé qu'elle est aussi un fait *problématique*, dont l'effectivité n'est pas contestable, mais dont la possibilité ne va pas de soi et qui appelle quelque chose comme une explication<sup>2</sup>. Pour limiter le périmètre de notre étude, nous ne traiterons que de la mathématisation à son niveau minimal et fondamental, à savoir la quantification des phénomènes naturels par la mesure. La physique commence en général par la construction de grandeurs, c'est-à-dire de concepts empiriques et quantitatifs, comme la durée, la distance spatiale, la masse, etc. Ces grandeurs correspondent à des opérations de mesure, par lesquelles des nombres, associés à des unités dans des échelles, sont appliqués aux objets de l'expérience. On suppose que ces objets, comme les corps matériels, possèdent des propriétés mesurables, comme leurs masses, qu'il est possible de mesurer, c'est-à-dire de traduire en nombres. Supposons donc que la quantification est un *factum* historique et problématique qui demande qu'on l'explique, ou que l'on fonde sa possibilité.

À partir de ce *factum*, notre objectif est d'interroger le type d'analyse et de raisonnement qu'il est légitime, en philosophie, de lui appliquer pour comprendre ou expliquer la mesurabilité des objets, et le genre de conclusion que l'on peut en tirer. Nous considérerons plus précisément l'alternative suivante : ou bien il s'agit de proposer une explication *physique* de la mesurabilité des objets, qui rapporte l'application des concepts quantitatifs à celle de concepts physiques non quantitatifs, ou bien il s'agit de proposer une analyse non empirique, mais *transcendantale* de la mesurabilité.

---

<sup>1</sup> Galileo Galilei, *Il Saggiatore* (1623), trad. fr. Christiane Chauvirey, *L'Essayeur*, Paris, Les Belles Lettres, 1980, p. 141.

<sup>2</sup> On pourrait ici nous opposer que l'« efficacité » (*effectiveness*) des mathématiques en sciences, et surtout en physique, n'a pas ce caractère « insensé » (*unreasonable*) que lui prêtait le physicien Eugene Wigner, dans « The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences », *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, n° 1, 1960, p. 1-14. Il nous faudrait, en réponse, montrer que rien ne destine les phénomènes à se laisser traduire en figures et en nombres aussi bien qu'ils le font et, plus généralement, que la possibilité d'appliquer à la nature des concepts formels et abstraits produits par l'esprit humain n'a rien d'évident. Toutefois, supposons ici que l'application des mathématiques à la nature est un *factum* problématique, et qu'il est légitime d'interroger ce qui l'explique ou fonde sa possibilité.

Dans le premier cas, on confiera à une théorie physique le soin de nous expliquer pourquoi les objets sont mesurables, et l'explication ne sort pas du périmètre des sciences empiriques. On avancera, par exemple, que la masse des corps peut être mesurée *parce que* les corps, en tant que massifs, possèdent les caractéristiques physiques adéquates – qu'ils peuvent, nous le verrons, être ordonnés et structurés par des opérations spécifiques, de telle façon que leurs masses peuvent être représentées par des échelles de nombres. Il reviendra alors à une hypothèse de nature physique d'expliquer leur mesurabilité. Cette hypothèse se présentera comme une explication du succès effectif de la mesure, et pourra donc être inférée selon un raisonnement de type *abductif*. L'hypothèse sera tenue pour vraie en tant qu'elle apporte une bonne explication du fait incontestable de la quantification des phénomènes. Nous parlerons alors d'une solution « physico-abductive » au problème de la quantification.

Dans le second cas, on considèrera que la mesurabilité des objets empiriques appelle une analyse qui, partant de ce fait, remonte aux principes non empiriques mais *a priori* qui le rendent possible. Cette solution sera dite « transcendantale », selon la signification kantienne du terme, parce qu'elle suivra une méthode d'analyse régressive, qui partira d'un fait donné pour remonter au principe qui le conditionne *a priori*, et empruntera un chemin de preuve par lequel ce principe *a priori* sera inféré comme la condition nécessaire de possibilité de ce qui est donné<sup>3</sup>.

Dans ce qui suit, nous défendrons la thèse selon laquelle le problème de la quantification de la nature appelle une solution de type transcendantal. Nous ne formulerons pas pleinement cette solution, mais nous montrerons que, pour rendre compte de la quantification des phénomènes, il est légitime et nécessaire de formuler des propositions *a priori* qui énoncent les conditions de possibilité de l'applicabilité des objets mathématiques – ici, des structures numériques – à la nature.

Pour y parvenir, nous emprunterons librement à Kant deux outils d'analyse précieux. Le premier est un critère de légitimation de la recherche transcendantale, en fonction duquel elle peut être préférée à une explication de type physique. Le second est un motif philosophique assez local, mais néanmoins récurrent dans son œuvre. Il s'agit de l'argument des objets symétriques « non congruents ». L'application de ces deux outils nous permettra de défendre la possibilité et la nécessité d'une solution transcendantale au problème de la quantification métrique.

Précisons que, malgré ces emprunts, cette étude ne portera pas sur la réponse kantienne à la question de la mathématisation. Il n'est pas même évident qu'elle se pose, chez Kant, indépendamment du problème général de la connaissance mathématique. Cela tient à sa conception des mathématiques comme connaissances *a priori* par construction de concepts dans l'intuition. Si, comme Kant le soutient dans l'« Esthétique transcendantale », les conditions formelles de notre rapport sensible aux objets, c'est-à-dire l'espace et le temps, sont

---

<sup>3</sup> Pour une analyse complète des significations kantienne et non kantienne du terme « transcendantal », nous renvoyons au chapitre de Raphaël Authier, « L'idée d'un transcendantal historique a-t-elle un sens ? », dans le présent volume.

en même temps les *media* purs dans lesquels se construisent les objets mathématiques, le problème de l'applicabilité est résolu aussitôt posé. Les mathématiques constituent par elles-mêmes leur droit à s'appliquer aux objets donnés empiriquement dans l'intuition<sup>4</sup>. Il reste que, si la possibilité d'une application des catégories mathématiques aux phénomènes n'a pas à être déduite, il faudrait encore se demander par quel principe ou schème elle opère. Mais nous ne parlerons pas non plus des « Axiomes de l'intuition » et de « ce principe transcendantal de la mathématique des phénomènes » selon lequel « toutes les intuitions sont des grandeurs extensives » et qui « rend la mathématique pure applicable dans toute sa précision à des objets de l'expérience<sup>5</sup> ».

Une première raison d'ignorer cette solution kantienne au problème de l'applicabilité est évidemment le fait que, en voulant prouver certains principes mathématiques *a priori*, Kant prouve pour ainsi dire trop. En particulier, la forme spatiale de notre intuition sensible détermine chez lui la grandeur des objets de façon euclidienne, c'est-à-dire selon une géométrie trop spécifique<sup>6</sup>. Ensuite et surtout, cette solution kantienne détermine à l'avance la nécessité d'une analyse transcendantale, alors que nous supposons au contraire que sa légitimité n'est pas évidente. Cela tient peut-être au fait que, pour Kant, l'application des mathématiques à la nature est une « construction » des « objets naturels » comme possibles, et que les principes qui la gouvernent appartiennent nécessairement à la « partie pure » et *a priori* d'une science de la nature<sup>7</sup>. Ces principes sont donc d'emblée conçus comme synthétiques et *a priori*. La preuve de leur validité doit donc emprunter la voie transcendantale plutôt que la voie empirique. Or, depuis Kant, c'est peu de dire que l'articulation entre mathématiques et physique est devenue un problème philosophique en soi, et il n'est plus du tout évident que le fondement de la mathématisation de la nature soit de nature *synthétique* et *a priori*<sup>8</sup>. Il nous faut donc envisager le problème de la façon suivante, qui sera notre manière d'interroger « les limites du transcendantal » : pour rendre compte de la possibilité de quantifier les phénomènes par la mesure, pourquoi faudrait-il choisir la voie transcendantale plutôt que la voie empirique ?

Dans la suite, nous commencerons par présenter les deux outils kantien qui nous permettront de défendre une analyse transcendantale de la quantification. Ensuite, nous exposerons une approche contemporaine qui offre de la mesurabilité une explication physique. Cette théorie de la quantification et de la mesure nous servira d'adversaire, et nous finirons par

---

<sup>4</sup> On pourra, sur ce point, se référer à Frank Pierobon, *Kant et les mathématiques*, Paris, Vrin, 2003, p. 3.

<sup>5</sup> Emmanuel Kant, *Critique de la raison pure* (désormais *CRP*), « Analytique transcendantale », A 165/B 206, trad. fr. Alexandre J. ;L. Delamarre et François Marty, Paris, Gallimard, coll. « Folio/Essais », 1980, p. 211. Pour une étude détaillée des rapports entre l'« Analytique des principes » et l'« Esthétique transcendantale » concernant le problème de l'application des mathématiques aux phénomènes, on se référera à Jules Vuillemin, *Physique et métaphysique kantienne*, Paris, Puf, 1955, première partie.

<sup>6</sup> Pour une analyse précise de ce problème, nous renvoyons au chapitre de Jean-Baptiste Fournier, « Helmholtz : reformatages et limites empiristes du transcendantal », dans ce même volume.

<sup>7</sup> Emmanuel Kant, *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature*, Préface, trad. fr. Jean Gibelin, Paris, Vrin, 1990, p. 11.

<sup>8</sup> Voir, par exemple, Michael Friedman, « Philosophie, physique et fondements de la géométrie », dans Jacques Bouveresse (dir.), *Mathématiques et expérience. L'empirisme logique à l'épreuve (1918-1940)*, Paris, Odile Jacob, 2008, p. 303-322.

montrer, en mobilisant les outils kantien, que nous devons lui préférer une analyse transcendantale.

## LE CRITÈRE DE LÉGITIMATION D'UNE ANALYSE TRANSCENDANTALE

Le premier outil kantien nous fournit un critère pour légitimer une analyse transcendantale de la mesurabilité. Dans la « Discipline de la raison pure par rapport aux hypothèses », Kant pose en effet la question suivante : lorsque nous faisons face à un phénomène donné, qu'il s'agit d'expliquer, faut-il s'en tenir à des principes d'explication empiriques, c'est-à-dire à des lois ou principes qui relient des concepts physiques ? Ou avons-nous le droit de recourir à ce qu'il appelle des « hypothèses transcendantales », c'est-à-dire à des propositions synthétiques et *a priori* qui impliquent des concepts non empiriques ? C'est très exactement la question qui nous préoccupe : quelle est la discipline à laquelle il faut nous astreindre pour ne pas verser trop vite dans le transcendantal et rester dans le périmètre d'exercice de la science empirique ?

### La discipline de la raison face aux hypothèses transcendantales

Évidemment, l'intention principale de Kant dans ce passage est de réfréner les élans de la raison, qui tend spontanément à formuler des propositions cosmologiques pour « expliquer des phénomènes donnés<sup>9</sup> ». Or, « on ne peut employer d'autres choses et d'autres principes d'explication que ceux qui ont été mis en liaison avec les choses et les fondements donnés, suivant les lois déjà connues des phénomènes<sup>10</sup> ». Au contraire, une « hypothèse transcendantale, dans laquelle une simple idée de la raison servirait à expliquer les choses de la nature<sup>11</sup> », ne saurait valoir comme principe légitime d'explication. Ces hypothèses transcendantales impliquent des idées de la raison et prétendent se rapporter à des objets transcendants (Dieu, l'âme, le monde) pour expliquer les phénomènes, et s'illusionnent sur leur pouvoir explicatif réel. Veut-on expliquer pourquoi, par exemple, de l'ordre et de la finalité apparaissent dans la nature ? Il faut alors chercher des lois et des causes physiques, et non quelque hypothèse « hyper-physique » comme l'existence d'un Dieu horloger qui aurait conçu et fabriqué les créatures, « en partie parce que la raison, loin d'être avancée par là, interrompt bien plutôt tout le développement de son usage, et en partie parce que cette licence finirait par lui faire perdre tous les fruits du travail de son propre sol, c'est-à-dire de l'expérience<sup>12</sup> ». En limitant ainsi la raison pure dans son usage, il s'agit, d'une part, de discipliner la raison, qui ne doit pas se croire capable de produire des connaissances *a priori* par concepts et, d'autre part, il faut la contraindre à fructifier sur son propre sol, celui de l'expérience. Plutôt que de

---

<sup>9</sup> Emmanuel Kant, *CRP*, A 772/B 800, trad. cit., p. 647.

<sup>10</sup> *Ibid.*

<sup>11</sup> *Ibid.*

<sup>12</sup> *Ibid.*

chercher un contentement facile, mais sans valeur dans la métaphysique, la raison recueillera ainsi tous les fruits de son dur labeur par l'acquisition de connaissances scientifiques. C'est un point qu'il nous faut lire comme un avertissement pour notre présent projet. Il faut toujours préférer, là où elle est possible, une explication scientifique à une analyse transcendantale qui prétendrait lier *a priori* des concepts.

Si toutefois l'on se souvient de l'« Analytique transcendantale », on sait aussi que Kant admet comme légitimes des inférences vers *certaines* hypothèses transcendantales bien précises. Ce sont les « principes » qui gouvernent l'application des catégories de l'entendement à la synthèse des phénomènes, et fondent ainsi l'objectivité des sciences empiriques. Par exemple, un jugement synthétique *a priori* comme « tout ce qui arrive a sa cause » est une hypothèse parfaitement recevable, dont la validité garantit l'usage objectif de la catégorie de « causalité » dans la méthode expérimentale. Il y a bien évidemment une différence de nature entre cette hypothèse-là et l'hypothèse d'un Dieu horloger. Le principe de causalité, contrairement à une hypothèse de la raison spéculative, ne prétend pas se rapporter à des objets transcendants, mais à la possibilité des objets dans l'expérience. Le concept de causalité n'est pas empirique, mais n'est pas non plus vide de signification, puisqu'il exprime la forme causale *a priori* de la synthèse des phénomènes dans l'expérience. Et Kant s'emploie à le prouver dans l'« Analytique des principes » en montrant que, sans lui, l'ordre temporel de succession qui s'atteste dans l'expérience serait impossible – nous y reviendrons.

Il reste que cette différence entre les hypothèses transcendantales *de la raison*, qu'il faut bannir, et celles *de l'entendement*, qu'il est légitime de chercher à prouver à partir de la possibilité de l'expérience, ne nous est d'aucun secours. Nous cherchons quel critère nous autorise à inférer, pour expliquer certains traits de l'expérience, une hypothèse transcendantale plutôt qu'une hypothèse purement physique. Or, dans le cas du principe de causalité, cette question ne se pose pas aux yeux de Kant. Tel qu'il en hérite, ce principe n'est pas empirique et ne peut être qu'*a priori*. Tout l'effort de Kant, lorsqu'il réfléchit à la légitimité de sa preuve, est de le distinguer d'une spéculation de la raison pure en montrant son attache à l'expérience possible. La question serait tout autre si l'on se demandait d'abord si la « causalité », comme fondement explicatif de l'ordre et de la direction du temps, est vraiment un concept *a priori* plutôt qu'empirique<sup>13</sup>.

Nous revenons donc à notre question initiale : face à un phénomène donné, comment décider du recours légitime à une hypothèse transcendantale plutôt qu'empirique ? Puisque les deux relèvent d'un genre inférentiel commun, l'inférence hypothétique, il nous faut remonter à ce genre et nous demander comment les deux types de preuves, empirique et transcendantale, se spécifient.

## Les formes de l'inférence hypothétique

---

<sup>13</sup> Certaines théories physiques – comme la thermodynamique et la physique statistique – conçoivent la direction du temps comme un phénomène *émergent*, à partir des processus matériels microscopiques. La « causalité » ne désigne alors plus un fondement *a priori*, mais un fondement *physique* de l'irréversibilité temporelle.

Kant appelle « hypothèse » une proposition qui « est rattachée, comme principe d'explication, à ce qui est effectivement donné et qui par conséquent est certain<sup>14</sup> ». Formuler une hypothèse H, c'est inventer un principe explicatif pour un objet effectivement donné O, de telle sorte que H et O se trouvent dans un rapport conditionnel d'antécédent à conséquent. Ce rapport est la forme de ce que Kant appelle, dans la *Logique*, un « jugement hypothétique<sup>15</sup> », et que nous symbolisons aujourd'hui par le connecteur d'implication : «  $H \rightarrow O$  ». Si nous cherchons un principe, empirique ou transcendantal, qui explique ou fournit le fondement d'un fait comme la mesurabilité des objets de l'expérience, c'est donc bien une hypothèse que nous visons.

Ensuite, dans quelle forme d'inférence les hypothèses sont-elles impliquées ? Kant appelle « syllogisme hypothétique » un raisonnement dont la prémisse principale est un jugement hypothétique et qui en infère une conclusion selon deux modes logiquement valides. Si une seconde prémisse pose l'antécédent H, on peut conclure directement et par *modus ponens* au conséquent O. Lorsqu'une seconde prémisse nie le conséquent, on peut conclure indirectement et par *modus tollens* à la négation de l'antécédent. Les conclusions de ces deux formes de raisonnement sont apodictiquement certaines :

<p>(1) <i>Modus ponens</i> :</p> $\begin{array}{l} H \rightarrow O \\ H \\ \hline O \end{array}$	<p>(2) <i>Modus tollens</i> :</p> $\begin{array}{l} H \rightarrow O \\ \text{non-O} \\ \hline \text{non-H} \end{array}$
--	---

Par ailleurs, Kant distingue deux types de preuve, ostensive et directe, ou bien apagogique et indirecte. Une preuve ostensive part d'un principe et montre qu'une conséquence en découle nécessairement. Ce type de preuve s'accorde bien avec la forme directe du *modus ponens* : « H entraîne O, or H, donc O ». La preuve ostensive « allie tout à la fois la conviction de la vérité et l'intelligence des sources de cette vérité<sup>16</sup> », parce qu'elle nous rend à la fois **certain de la vérité de O, et conscients** de la raison H pour laquelle O est nécessairement vrai.

Une preuve apagogique fait le chemin inverse. Elle part du conséquent O pour remonter au principe ou à l'hypothèse H. Puisque l'inférence hypothétique que nous cherchons doit conclure à l'hypothèse H, c'est-à-dire à la vérité de l'antécédent, elle ne peut apparemment relever que du type apagogique de preuve. Quelles en sont ses formes logiques ?

Le *modus tollens*, d'abord, en est une forme parfaitement valide. Utilisé en mathématiques, il permet de prouver indirectement la vérité d'un théorème H en montrant que sa négation implique contradiction avec le fait O par ailleurs bien établi :

<sup>14</sup> Emmanuel Kant, *CRP*, A 770/B 798, trad. cit., p. 645.

<sup>15</sup> *Id.*, *Logique*, § 25, trad. fr. Louis Guillermit, Paris, Vrin, 1966, p. 115.

<sup>16</sup> *Id.*, *CRP*, A 789/B 817, trad. cit., p. 660.

(3) *Tollens apagogique* :

Non-H  $\rightarrow$  non-O

O

---

H

Dans les sciences empiriques, il est parfaitement valide de prouver par *modus tollens* la fausseté d'une hypothèse explicative. Une hypothèse est réfutée si l'une de ses conséquences observables est contredite par les faits. Mais à certaines conditions bien particulières, on peut également en tirer la vérité d'une autre<sup>17</sup>.

Étrangement, à côté de ce mode négatif de preuve indirecte, Kant admet un mode positif, une sorte de preuve apagogique par *modus ponens* qui suivrait le schéma suivant :

(4) *Ponens apagogique* :

H  $\rightarrow$  O

O

---

H

Kant sait très bien que ce raisonnement n'est pas valide d'un strict point de vue logique, car « d'un principe faux on peut conclure des conséquences vraies<sup>18</sup> ». Mais il ajoute que si « l'ensemble de toutes les conséquences qu'on peut conclure d'un principe déterminé<sup>19</sup> » sont vérifiées, alors on peut inférer la vérité du principe avec « une certitude apodictique<sup>20</sup> ». Dans la « Discipline », Kant affirme également que le *modus ponens* « ne serait permis que si toutes les conséquences possibles en étaient vraies<sup>21</sup> ». Kant admet donc comme valide le raisonnement suivant : « H  $\rightarrow$  (O<sub>1</sub> & O<sub>2</sub> & ... & O<sub>n</sub>), or ces conséquences épuisent intégralement le principe H et sont toutes vérifiées, donc H ». D'un strict point de vue logique, cette forme n'est pas plus valide que la précédente, car il reste possible que O<sub>1</sub> & ... & O<sub>n</sub> soient toutes vraies et que H soit fausse. Kant justifie néanmoins cette règle d'inférence en avançant

---

<sup>17</sup> Pour tirer, de la réfutation empirique de H par *modus tollens*, la validation symétrique d'une seconde hypothèse H', il faut que H' soit équivalente à non-H ; autrement dit, il faut que l'on soit certain que H et H' sont deux hypothèses explicatives mutuellement exclusives et surtout globalement exhaustives. Le raisonnement prend alors la forme de ce que Kant appelle un « syllogisme disjonctif » (Kant, *Logique*, § 78, trad. cit., p. 141). Mais énumérer toutes les hypothèses possibles est extrêmement difficile, sinon impossible ; et la plupart du temps, H et H' peuvent être toutes les deux fausses, comme dans les « antinomies mathématiques ». C'est également le problème soulevé par Pierre Duhem contre l'*experimentum crucis*, voir *La Théorie physique. Son objet, sa structure*, Paris, Vrin, 2007, p. 263.

<sup>18</sup> Emmanuel Kant, *Logique*, Introduction VII, trad. cit., p. 57.

<sup>19</sup> *Ibid.*

<sup>20</sup> *Ibid.*, p. 95.

<sup>21</sup> *Id.*, CRP, A 790/B 818, trad. cit., p. 660.

dans la *Logique* que « s'il y avait quelque chose de faux dans la connaissance [c'est-à-dire le principe explicatif], il devrait se trouver également une conséquence fautive<sup>22</sup> » et, dans la « Discipline », que si l'intégralité des conséquences sont vérifiées, « alors il n'y a qu'un unique fondement possible, qui, par suite, est aussi le vrai<sup>23</sup> ». Sur le plan logique, Kant admet ici une équivalence entre un principe explicatif déterminé et la conjonction complète de ses conséquences empiriques possibles, de telle sorte qu'ils s'impliquent l'un l'autre : «  $H \leftrightarrow (O_1 \& \dots \& O_n)$  ». Sur un plan épistémologique, Kant appelle « intégralité qualitative » du principe d'explication le fait que la série entière de ses conséquences l'épuise et le détermine suffisamment<sup>24</sup>. Dans un vocabulaire contemporain, cela revient à nier toute sous-détermination forte des théories : si H et H' sont deux principes distincts d'explication des mêmes phénomènes, alors il existe au moins une expérience possible qui permet de les départager.

Néanmoins, ce *modus ponens* apagogique est peu praticable, « parce qu'il est au-dessus de nos forces d'apercevoir toutes les conséquences possibles d'une proposition admise, quelle qu'elle soit<sup>25</sup> ». Dans les sciences empiriques, nous ne pouvons en vérifier qu'une portion souvent réduite. Kant admet alors que l'on puisse prouver l'hypothèse indirectement, par confirmation progressive, à mesure qu'augmente la somme de ses conséquences vérifiées. Sans pouvoir atteindre une certitude apodictique, « la probabilité d'une hypothèse peut croître et être élevée au rang d'un analogue de certitude, lorsque toutes les conséquences que nous avons jusqu'alors rencontrées se laissent expliquer à partir du principe supposé<sup>26</sup> ». Ce raisonnement est conçu par Kant comme une induction par analogie : « si toutes les conséquences que l'on a jamais cherchées s'accordent bien avec un principe admis, toutes les autres conséquences possibles s'accorderont aussi avec lui<sup>27</sup> ». Dans sa forme, il s'identifie à ce qu'il est convenu d'appeler, depuis Peirce, une « abduction », c'est-à-dire l'inférence d'une hypothèse à titre d'explication de phénomènes donnés. Dans une abduction, plus la somme des conséquences vérifiées s'accroît, plus il est probable que soit vraie l'hypothèse qui les explique aussi bien.

Nous avons trouvé la forme légitime que prend l'inférence d'une hypothèse physique à partir de ce qu'elle explique. L'hypothèse est prouvée indirectement, par ses effets, selon le *modus ponens* abductif. La question que nous devons nous poser maintenant est de savoir par quoi l'inférence *légitime* d'une hypothèse transcendantale s'en distingue, et quelle est sa forme.

## La preuve des hypothèses transcendantales

La forme des preuves des principes transcendants pose un problème qui est bien connu des commentateurs. Tout montre que les inférences transcendantales sont apagogiques.

---

<sup>22</sup> *Id.*, *Logique*, Introduction VII, trad. cit., p. 57.

<sup>23</sup> *Id.*, *CRP*, A 790/B 818, trad. cit., p. 660.

<sup>24</sup> *Ibid.*, B 115, trad. cit., p. 147.

<sup>25</sup> *Ibid.*, A 790/B 818, trad. cit., p. 660.

<sup>26</sup> *Id.*, *Logique*, Introduction X, trad. cit., p. 95.

<sup>27</sup> *Id.*, *CRP*, A 790/B 818, trad. cit., p. 661.



Pourtant, Kant interdit explicitement aux preuves de la raison pure d'appartenir au type apagogique.

D'un côté, les textes sont en effet nombreux où Kant semble donner à ces preuves la forme du *modus tollens*, c'est-à-dire du mode négatif du raisonnement apagogique. Dans l'« Analytique des principes » comme dans la « Discipline de la raison pure quant à ses preuves », Kant formule ainsi la preuve du principe de causalité : « elle montre que l'expérience même [...] serait impossible sans une telle liaison<sup>28</sup> » nécessaire des mêmes causes et des mêmes effets. La preuve suivrait donc la forme (3), où H est l'hypothèse du principe de causalité et O l'énoncé qui affirme la possibilité de l'expérience. La vérité du principe serait donc inférée négativement, par la réfutation d'une conséquence de sa négation sur l'expérience possible.

Ensuite, il faut affirmer avec Antoine Grandjean que le mode de probation apagogique convient essentiellement à la preuve du transcendantal, qui doit être une opération indirecte de « désenfouissement » de la condition à partir du conditionné<sup>29</sup>. Il est par exemple impossible de dériver directement et *more geometrico* du concept de « ce qui se produit » le concept d'une cause, et la connexion nécessaire se prouve « toujours seulement de manière indirecte par le rapport de ces concepts à quelque chose d'entièrement contingent, à savoir l'expérience possible », et les principes transcendantsaux « peuvent sans doute être apodictiquement certains, mais en soi (directement) ils ne peuvent pas même être connus *a priori*<sup>30</sup> ». Au moment d'inférer une hypothèse transcendantale, la situation est donc assez proche de celle des scientifiques qui veulent inférer une hypothèse physique. Dans l'incapacité de la démontrer à partir d'un fondement absolument premier, il faut l'atteindre par ses effets : « la vraie raison qui fait que l'on emploie les preuves apagogiques dans diverses sciences est que, quand les principes dont une certaine connaissance doit être dérivée sont trop variés ou trop profondément cachés, on cherche si l'on ne pourrait pas l'atteindre par les conséquences<sup>31</sup> ».

Pourtant, Kant édicte comme une « règle propre de la raison pure » que « ses preuves ne doivent jamais être apagogiques mais toujours ostensives<sup>32</sup> », et cette règle s'applique aussi aux preuves transcendantales. Elle est d'abord justifiée par une exigence d'intelligibilité. À la différence de la preuve ostensive, l'apagogique « peut bien produire la certitude mais non la compréhension de la vérité considérée au point de vue de l'enchaînement qui la relie aux fondements de sa possibilité<sup>33</sup> ». Elle nous rend apodictiquement certains que H est vrai mais elle ne rend pas intelligible ce qui dans H explique et fonde O. Ensuite, l'interdiction du mode apagogique vient du risque de « subreption » qui lui est inhérent. Parce qu'il n'atteint la vérité de H que par la fausseté de non-H, il suppose que « les propositions soient opposées de façon

---

<sup>28</sup> *Ibid.*, p. 655.

<sup>29</sup> Voir André Grandjean, *Critique et réflexion. Essai sur le discours kantien*, chap. II, Paris, Vrin, 2009, p. 138 sq.

<sup>30</sup> Emmanuel Kant, *CRP*, A 737/B 765, trad. cit., p. 621.

<sup>31</sup> *Ibid.*, p. 660.

<sup>32</sup> *Ibid.*

<sup>33</sup> *Ibid.*

*contradictoire et diamétraliter*<sup>34</sup> », de telle sorte qu'il leur est *impossible* d'être vraies comme d'être fausses en même temps. Or, avec les hypothèses de la raison pure, le risque est omniprésent que deux propositions ne se contredisent diamétralement que « sous une condition subjective », et qu'il ne soit pas vrai « que de la fausseté de l'une on puisse conclure à la vérité de l'autre<sup>35</sup> ». C'est ce mécanisme de subreption qui engendre les illusions dialectiques des antinomies de la raison pure.

En quoi les inférences hypothétiques transcendantales, qui sont si manifestement apagogiques, pourraient-elles échapper à cette interdiction ? Kant se contredit-il au sein même de la méthodologie de la raison pure ? Résoudre ce problème dépasse les ambitions de cette étude, où notre but n'est que de comprendre ce qui commande de choisir une inférence transcendantale plutôt qu'une inférence physico-abductive, malgré leur proximité formelle. Nous nous contentons donc de *suggérer* une solution au problème, sans la défendre autrement que par sa cohérence interne, et dans l'unique mesure où elle nous fournira le critère recherché.

## Une preuve transcendantale par *modus ponens* apagogique

Nous suggérons que, à côté des nombreux passages où Kant formule les preuves des principes transcendants sous la forme négative du *modus tollens*, il envisage également qu'elles prennent la forme positive (4) du *ponens* apagogique. Une hypothèse transcendantale H serait inférée en tant qu'elle fournit le fondement du fait O. Il s'agit de prouver H à partir de ses conséquences, et donc le *modus ponens* reste ici la forme d'une inférence apagogique : il remonte du conditionné au principe qui le conditionne. Nos raisons pour le suggérer sont les suivantes.

Premièrement, les raisons pour lesquelles Kant refuse le type apagogique de preuve ne concernent manifestement que son mode négatif, c'est-à-dire le *tollens*. D'abord, le risque de subreption est entièrement attaché au rapport logique de négation par lequel on prouve la vérité de H par la réfutation de non-H. Il ne concerne donc en rien le mode apagogique *positif*, qui s'appuie sur une relation de confirmation entre certains faits donnés et l'hypothèse qui les explique. Ensuite, l'exigence d'intelligibilité explicative que ne satisfait pas le *tollens* est évidemment satisfaite dans le cas d'un *ponens*, où l'hypothèse est inférée à titre de principe *explicatif* du fait donné. Si, « en ce qui concerne les propositions synthétiques, il ne peut être permis [à la raison] de justifier ses assertions par la réfutation du contraire<sup>36</sup> », peut-être y est-elle autorisée par le mode apagogique positif ?

Deuxièmement, on pourrait objecter à cette suggestion qu'elle condamne l'inférence transcendantale à n'atteindre qu'un résultat probable. Alors qu'elle vise une certitude apodictique, elle se trouverait ravalée au rang des inductions physiques. Mais c'est oublier que Kant nous a donné la condition à laquelle un *ponens* apagogique peut conclure en toute

---

<sup>34</sup> *Id.*, *Logique*, Introduction IX, trad. cit., p. 80.

<sup>35</sup> *Id.*, *CRP*, A 791/B 819, trad. cit., p. 661.

<sup>36</sup> *Ibid.*, p. 662.

nécessité : si *toutes* les conséquences possibles du principe hypothétique peuvent être vérifiées. Nous suggérons que cette condition, qui ne peut être remplie dans une enquête empirique, peut l'être dans une analyse transcendantale des conditions de possibilité d'un fait donné. Alors que les conséquences d'une théorie physique ne peuvent pas être intégralement calculées ni vérifiées, la conséquence d'un principe synthétique *a priori* de l'entendement semble unique : c'est la possibilité de l'expérience tout court. C'est, plus exactement, la possibilité d'une certaine forme bien déterminée de synthèse phénoménale. Par exemple, le principe de causalité fonde la succession des phénomènes dans le temps selon un ordre irréversible. Or, que cette synthèse soit *possible en général* s'atteste suffisamment par *l'effectivité* d'un seul exemple, comme la dérive d'un navire le long d'un fleuve qui se donne à nous par une succession de représentations sensibles temporellement irréversibles.

Il faut se rappeler que selon cette condition d'« intégralité qualitative », lorsque l'intégralité des conséquences est vérifiée, « alors il n'y a *qu'une unique fondement* possible, qui, par suite, est aussi le vrai<sup>37</sup> ». S'il est possible de vérifier l'intégralité des conséquences O d'un principe *a priori* H, vérifier O revient à établir H. La question est ici de savoir si le fait conditionné, ici l'expérience possible, détermine suffisamment et à lui seul le principe qui doit le conditionner : «  $O \rightarrow H$  », de telle façon qu'on puisse affirmer, entre l'un et l'autre, une double implication : «  $H \leftrightarrow O$  ». Du point de vue logique, notre solution donne à l'inférence transcendantale la forme suivante :

$$\begin{array}{c} H \leftrightarrow O \\ O \\ \hline H \end{array}$$

et du point de la connaissance transcendantale elle-même, notre solution réclame que, de O à H, une analyse *directe* soit menée, qui remonte du fait conditionné au principe qui le rend possible.

Troisièmement, cette analyse directe s'atteste en certains passages de l'« Analytique des principes » où, à côté de paragraphes où la preuve d'un principe semble présentée sur le mode négatif du *tollens*, Kant part des synthèses que présente l'expérience pour remonter à leur condition de possibilité. Si l'on regarde de près la seconde analogie de l'expérience et la preuve du principe de causalité, on remarque que Kant y effectue *plusieurs fois* sa preuve, sous des angles et en des directions différents. Avant de la formuler sous une forme clairement négative (non-H  $\rightarrow$  non-O<sup>38</sup>), Kant dérive patiemment, de la description positive d'un ordre déterminé dans la succession des perceptions (le bateau qui descend le fleuve), la nécessité pour que cela soit possible qu'une règle détermine cet ordre comme irréversible, puis que cette règle rapporte

<sup>37</sup> *Ibid.*, p. 660 (nous soulignons).

<sup>38</sup> « Que l'on suppose qu'il n'y ait, avant un événement, rien que celui-ci dût suivre selon une règle, [...] nous n'aurions de cette manière qu'un jeu de représentations » (*ibid.*, p. 236, nous soulignons les négations).

tout événement à un événement qui le précède et le détermine<sup>39</sup>. Cette analyse de l'expérience en sa possibilité générale, à partir d'un seul exemple, nous semble tout entière orientée dans le but d'établir la vérité d'une prémisse du type «  $O \rightarrow H$  » (et donc «  $H \leftrightarrow O$  »).

Enfin, toutes les fois que Kant emploie une tournure négative dans le texte d'une preuve, peut-être est-il en train de justifier un conditionnel négatif comme «  $\text{non-}H \rightarrow \text{non-}O$  », qui servira de prémisse à un *modus tollens*, comme on l'interprète ordinairement. Mais peut-être fait-il tout autre chose : appliquer et vérifier la condition d'« intégralité qualitative » du *modus ponens* apagogique, selon laquelle « s'il y avait quelque chose de faux dans la connaissance [c'est-à-dire le principe explicatif], il devrait se trouver également une conséquence fautive<sup>40</sup> ». Dans le second cas, en montrant que l'expérience serait impossible sans le principe, Kant vérifie alors seulement que ce principe est bien l'unique fondement possible du fondé, c'est-à-dire la possibilité de l'expérience, et ouvre ainsi la voie à un *modus ponens* apagogique concluant apodictivement<sup>41</sup>.

On nous reprochera peut-être de proposer une reconstruction de la preuve transcendantale qui s'apparente en réalité à un *modus ponens* direct, qui partirait d'une analyse de l'expérience possible  $O$  pour en tirer directement une preuve de  $H$  : «  $O \rightarrow H$ , or  $O$ , donc  $H$  ». Ce raisonnement, nous dira-t-on, est ostensif, ce qui contredit le caractère apagogique de la preuve du transcendantal. Il reste que nous ne pensons pas que Kant le jugerait ostensif et véritablement « direct », dans la mesure où ces termes renvoient aussi à un ordre de progression du fondement vers ce qu'il fonde. En remontant de  $O$  à  $H$  par analyse des conditions de possibilité, on a conscience de remonter du conditionné au fondement qui le conditionne, et la proposition ainsi prouvée « s'appelle un *principe* et non un *théorème*, bien qu'elle doive être démontrée, parce qu'elle a cette propriété particulière de rendre tout d'abord possible le fondement même de sa preuve, c'est-à-dire l'expérience, et qu'elle doit toujours y être présupposée<sup>42</sup> ».

## Vers le transcendantal : un critère de légitimation

Nous nous posons la question de savoir ce qui, face à un fait donné, légitimait d'en inférer une hypothèse transcendantale qui rend compte de sa possibilité, plutôt qu'une hypothèse physico-abductive qui l'explique par des concepts seulement empiriques. Des suggestions qui précèdent, nous tirons les conclusions suivantes. Premièrement, les deux inférences ont essentiellement la même forme logique. Elles remontent d'un fait à un principe hypothétique qui le fonde ou l'explique, selon un mode apagogique indirect. Deuxièmement, les deux se distinguent évidemment par leur destination, car elles aboutissent soit à un principe *a priori*,

---

<sup>39</sup> Voir *ibid.*, p. 234 sq.

<sup>40</sup> *Id.*, *Logique*, Introduction VII, trad. cit., p. 57.

<sup>41</sup> Du reste, puisque «  $\text{non-}H \rightarrow \text{non-}O$  » est logiquement équivalent à «  $O \rightarrow H$  », et sachant par ailleurs que «  $H \rightarrow O$  » (le principe fonde ce qu'il conditionne), montrer «  $\text{non-}H \rightarrow \text{non-}O$  » revient à montrer «  $H \leftrightarrow O$  ».

<sup>42</sup> Emmanuel Kant, *CRP*, A 737/B 765, trad. cit., p. 622.

soit à une explication physique. Enfin et surtout, nous pouvons maintenant dégager un critère de choix entre les deux inférences *selon la nature de leurs points de départ*.

Le propre de la forme apagogique, commune aux deux inférences, est de n'être véritablement concluante qu'en supposant donnée la série entière et régulière des conséquences du principe inféré. Dans le champ empirique, il faut donc supposer que la totalité des conséquences empiriques d'un principe soit vérifiée et qu'une régularité universelle soit donnée, pour remonter ensuite vers le principe qui l'explique. Une inférence abductive *pure* présuppose donc le résultat d'une généralisation préalable. Or, il nous est impossible de vérifier la totalité des conséquences d'un principe, et la série régulière des faits à expliquer ne peut être atteinte que par induction. C'est pourquoi l'inférence abductive n'est jamais pure, mais toujours mêlée d'induction et d'analogie<sup>43</sup>. L'abduction, pour être concluante, exigerait de partir d'un fait donné comme *général*, déjà constitué comme une loi empirique. Mais on ne peut en réalité partir que de faits irrémédiablement particuliers, dont on n'est jamais certain qu'une loi les gouverne. Ainsi l'abduction physique est par nature incertaine, car le fait dont elle part est incertain, encore mal constitué. Elle doit toujours et en même temps induire à mesure qu'elle abduit, c'est-à-dire progressivement *constituer* le fait général qu'elle *suppose* pourtant, pour en inférer l'explication.

En revanche, l'inférence transcendantale peut partir de la totalité donnée de ses conséquences, car celles-là ne consistent qu'en la possibilité d'une forme de synthèse phénoménale, sans la médiation d'une généralisation inductive. Dans la preuve du principe de causalité, un simple exemple, le phénomène d'un bateau qui dérive le long d'un fleuve est un point de départ suffisant pour l'inférence, parce que le phénomène récapitule, malgré sa particularité, la possibilité d'avoir une expérience dans le temps *en général*. Même si l'attention se porte sur un cas particulier, ce qu'on y analyse est la possibilité de la synthèse temporelle en général.

Cela constitue notre critère de légitimation : nous pouvons avoir recours à une inférence transcendantale plutôt qu'à un raisonnement empirico-abductif lorsque le fait *abductans* vaut immédiatement et non problématiquement, car sa valeur de fait général n'est pas supposée, comme le résultat d'une induction non atteinte, mais déjà enveloppée dans sa particularité, et peut y être décelée par analyse. Nous verrons que c'est le cas de chacune de nos mesures particulières, ce qui permettra de légitimer l'analyse transcendantale de leurs conditions de possibilité.

## LE PARADOXE DE LA CHIRALITÉ

Le second outil que nous empruntons à Kant sera plus simple à exposer. On le trouve dans le paradoxe des « objets non congruents » (ou chiraux), qui apparaît de façon récurrente dans l'œuvre de Kant. La reconstruction que nous en proposons est orientée, car elle vise à en extraire ce qui nous intéresse et nous sera utile pour la suite.

---

<sup>43</sup> *Ibid.*, p. 661.

Le paradoxe se présente ainsi : considérez deux objets, comme votre main droite et votre main gauche. Ces deux objets sont susceptibles de la même et identique description, car ils satisfont exactement les mêmes prédicats, tant pour ce qui concerne leur forme, c'est-à-dire les rapports entre leurs parties, que leur taille. Indiscernables conceptuellement, ils devraient donc être géométriquement identiques, c'est-à-dire superposables. Leur identité devrait s'attester par leur congruence, c'est-à-dire l'existence d'une transformation dans l'espace qui permet de les superposer parfaitement. Or, il n'existe aucune combinaison de translations et de rotations qui permette de les rendre ainsi identiques. Leur non-congruence implique, selon Kant, qu'il y ait entre eux une différence qui est bien réelle, mais qui n'est pas conceptuelle. Ils sont *deux* et non *uns*, tout en étant indiscernables : c'est donc que leur différence est irréductible à l'ordre entre leurs parties. C'est une différence purement mathématique, en l'occurrence l'opposition de leur orientation dans l'espace, qui est plus fondamentale que les différences conceptuelles.

Selon les occurrences de ce paradoxe dans l'œuvre de Kant, la visée de l'argument change avec le contexte argumentatif. Dans la *Dissertation de 1770* comme dans les *Prolégomènes*<sup>44</sup>, l'argument permet de montrer que l'espace, dans lequel les objets sont sentis et expérimentés, n'est pas réductible aux concepts de l'entendement, mais est bien plutôt une forme *a priori* de la sensibilité. Les propriétés spatiales et géométriques des objets sont des déterminations non pas conceptuelles, mais intuitives : elles caractérisent ce qui se donne à nous dans l'intuition comme existant.

Dans l'opuscule précritique *Du premier fondement de la différence des régions dans l'espace*, le paradoxe vise la conception leibnizienne de l'espace. Contre la théorie newtonienne d'un espace mathématique absolu dans lequel les corps sont situés et mus, Leibniz concevait l'espace physique comme le système de relations (ordre de coexistence) entre les corps, dont l'espace mathématique n'est qu'une idéalisation. Cette thèse leibnizienne a une conséquence très forte sur les conditions d'identité et de différence spatiales. Pour qu'un corps ou un système de corps change spatialement, il faut que se modifie l'ordre entre ses parties. Si, au contraire, un système de corps subit des transformations géométriques qui préservent l'ordre de ses parties, ces transformations sont seulement idéales et ne font rigoureusement aucune différence réelle. C'est une instance de la loi leibnizienne de l'identité des indiscernables : deux situations spatiales qui sont formellement indiscernables, au sens où elles sont caractérisées par les mêmes structures de relations, sont une seule et identique situation.

Or, dans l'esprit de Kant, les objets chiraux sont un cas de différence spatiale qui n'est pas réductible à une différence formelle et conceptuelle. Si la loi leibnizienne s'appliquait bien aux objets spatiaux, alors nos deux mains, qui sont indiscernables sur le plan des relations entre leurs parties, devraient être identiques et superposables. Mais elles ne le sont pas. Il existe donc entre elles une différence purement géométrique qui est irréductible à une différence de déterminations conceptuelles. Aucun prédicat d'ordre et de relation ne permettrait d'en faire des descriptions différentes, et pourtant elles sont différentes. Dans la période précritique, Kant

---

<sup>44</sup> Voir *id.*, *Dissertation de 1770*, § 15, C, trad. fr. Arnaud Pelletier, Paris, Vrin, 2007 et *id.*, *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science*, § 13, trad. fr. Louis Guillermit, Paris, Vrin, 2001.

entend montrer que l'opposition réelle entre objets chiraux suppose que ces objets soient rapportés à un espace mathématique absolu, et défend ainsi la conception newtonienne de l'espace.

L'usage kantien de cet argument peut sembler problématique. Comme le signale Louis Couturat, « du même fait [Kant] a conclu d'abord à la réalité, puis à l'idéalité de l'espace. Cela fait présumer que, dans les deux cas ou tout au moins dans l'un d'eux, l'argument n'est pas probant<sup>45</sup> ». Mai Lequan, avec d'autres commentateurs, souligne au contraire la continuité entre les deux contextes, précritique et critique, en montrant que « dès 1768, Kant pose le nerf de l'argument futur » où le paradoxe des incongruents révèle l'espace comme intuition pure : « l'espace ouvert par la chiralité est déjà un indice de l'idéalisme transcendantal<sup>46</sup> ». L'espace mathématique des newtoniens serait déjà prêt à son interprétation idéaliste.

En suivant cette ligne interprétative, nous pouvons également abstraire ce qu'il y a de commun aux deux contextes. Dans un cas comme dans l'autre, il s'agit de montrer 1) que certaines différences mathématiques ne sont pas conceptuelles et ne procèdent pas de déterminations d'entendement, et 2) qu'il faut rapporter *a priori* ces différences mathématiques à un *medium* de déterminations réelles, qui les conditionne et les rend possibles. Expliquons successivement ces deux points.

Dans le cas des objets chiraux, la différence mathématique exhibée est l'opposition de la droite et de la gauche. C'est, pour Kant, une différence géométrique qui ne se réduit à aucune différence formelle dans l'ordre qualitatif entre les parties des objets. On pourrait traduire cette différence géométrique, sans trahir le cas, en une différence arithmétique entre les nombres positifs et les nombres négatifs<sup>47</sup>. C'est pourquoi ce que Kant appelle l'« opposition réelle », dans l'*Essai pour introduire en philosophie le concept de grandeurs négatives*, est susceptible du même traitement. Par exemple, l'opposition entre une charge électrique négative  $-e$  et une charge positive  $+e$ , qui se rencontrent et s'annulent, ne se réduit pas à une opposition logique, car l'une n'est pas la *négation* de l'autre. Mais elle est une opposition réelle qui produit un résultat existant et déterminable, à savoir une charge nulle. Par extension, nous appelons « symétrie » toute différence entre deux objets telle que l'un est la transformation mathématique de l'autre et que cette transformation préserve leurs caractéristiques logiques et formelles. En ce sens, une symétrie est une différence mathématique qui n'est réductible à aucune différence formelle.

Ce point sera crucial dans l'usage que nous ferons de l'analyse kantienne dans le cas de la quantification des phénomènes. Évidemment, le genre de différence que nous y décèlerons

---

<sup>45</sup> Louis Couturat, *Les Principes des mathématiques. Avec un appendice sur la philosophie des mathématiques de Kant*, Paris, Félix Alcan, 1905, rééd. Paris, A. Blanchard, 1980, p. 293.

<sup>46</sup> Mai Lequan, « 1768 : le paradoxe des incongruents et l'intuitivité de l'espace », dans Luc Langlois (dir.), *Années 1747-1781. Kant avant la Critique de la raison pure*, Paris, Vrin, 2009, p. 157-169.

<sup>47</sup> C'est du reste ce que propose Couturat, qui veut montrer par là que la différence d'orientation dans l'espace peut être décrite *conceptuellement*, étant supposé que l'arithmétique serait, à la différence de la géométrie, réductible à une théorie purement formelle et détachée de toute intuition de l'espace. Voir Louis Couturat, *Les Principes des mathématiques, op. cit.*, p. 293. Or, pour Kant, l'opposition arithmétique entre le positif et le négatif est, comme l'opposition géométrique, irréductible à des déterminations conceptuelles.

ne sera pas celui de l'opposition. Les quantités mesurées ne sont pas toujours caractérisées par l'opposition du positif et du négatif ; par exemple, les masses des corps sont toutes positives. Mais, pour exprimer la chose dans toute sa généralité, nous appellerons « quantitative » la forme d'une diversité phénoménale qui se caractérise par sa symétrie, dans le sens que nous venons de définir. Sera dite quantitative une diversité de déterminations phénoménales qui viole la loi de l'entendement leibnizien, car elle exhibe une pluralité de situations formellement indiscernables mais quantitativement différentes.

En quoi, cependant, une diversité quantitative nécessiterait-elle un fondement *a priori* dans un espace réel, et non idéal comme le pensait Leibniz ? C'est là le cœur de l'argument kantien, et il faut bien s'entendre sur les termes. « Réel » ne désigne pas ici la réalité métaphysique d'un espace newtonien, mais seulement le caractère de la réalité empirique des phénomènes. Nous parlons donc d'un « espace réel » comme d'une condition de détermination et de distinction des phénomènes. De même, nier que cet espace soit « idéal » signifie simplement lui refuser un statut d'idéalisation géométrique, réductible à des concepts d'ordre et de relations – et sera compatible, si on le souhaite, avec un idéalisme transcendantal. Ce que montre Kant, alors, c'est qu'une diversité purement quantitative, comme la différence entre objets chiraux, suppose nécessairement un *medium* de déterminations réelles, qu'on appellera « espace ». Un espace réel est la condition de possibilité des phénomènes symétriques, et seules les mathématiques nous permettent de décrire leur diversité réelle et non logique.

Nous avons maintenant à notre disposition deux critères qui nous permettent de défendre une analyse transcendantale des conditions de possibilité de la quantification des phénomènes par la mesure. Le premier critère la rend légitime, et le second la désigne comme nécessaire. Si nous pouvons montrer que tout phénomène quantitatif, c'est-à-dire tout résultat d'une mesure bien fondée, remplit ces deux conditions, nous en concluons que l'analyse des conditions de la mesure peut et doit être transcendantale.

Mais, avant d'en venir à cela, il nous faut encore présenter l'approche de la mesure contre laquelle notre argument se dirige. Elle s'appuie sur les résultats formels de la « théorie représentationnelle » de la mesure – dont on comprendra bientôt l'affinité avec la conception leibnizienne de l'espace –, et elle propose une solution physique et abductive au problème de la quantification.

## LA THÉORIE REPRÉSENTATIONNELLE DE LA MESURE

Sur le plan historique, la théorie représentationnelle s'enracine dans les travaux de Helmholtz et Hölder sur les fondements axiomatiques de la mesure<sup>48</sup>. Elle a été thématisée

---

<sup>48</sup> Voir Hermann von Helmholtz, « Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet », dans *Philosophische Aufsätze : Eduard Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doctorjubiläum gewidmet*, Leipzig, Fues' Verlag, 1887, p. 17-52 ; trad. fr. Jean-Baptiste Fournier, « Dénombrer et mesurer, d'un point de vue épistémologique », dans



comme telle par le physicien Norman Campbell<sup>49</sup>, avant d'être développée d'une façon systématique par Patrick Suppes, David Krantz, Duncan Luce et Amos Tversky<sup>50</sup>. Présentons-la rapidement, avant de voir comment on peut l'utiliser pour expliquer la quantification et le succès de nos pratiques de mesure.

Lorsqu'on mesure la dureté ou la masse d'un objet, on lui associe une place sur une échelle de mesure, qui est une structure de nombres, la plupart du temps associée à une unité conventionnelle. Soit, par exemple, ce dictionnaire dont on dit que sa masse est de 3 kg. On sait qu'en raison de la conventionalité de l'étalon, c'est-à-dire de l'objet qu'on choisit comme point de comparaison et auquel on attribue le nombre « 1 », le nombre « 3 » en lui-même n'a pas de signification objective. Il n'y a rien d'objectivement « triadique » dans la masse du livre. Mais, comme place dans l'échelle, ce nombre est porteur d'informations. Par exemple, « 3 » est trois fois plus grand que « 1 », et est égal à « 2 + 1 ». L'échelle nous dit donc que le livre est trois fois plus massif que l'objet servant d'étalon, et que sa masse est identique aux masses de ces livres de 2 kg et de 1 kg prises ensemble. La question qu'affronte la théorie représentationnelle est la suivante : à quelle(s) condition(s) ces informations numériques, portées par la place que l'objet occupe, sont-elles dotées d'une signification objective, et ne sont pas des illusions générées par l'artefact de représentation ?

Cette théorie nous apprend qu'une échelle de mesure peut *représenter* objectivement un ensemble d'objets à la condition que ces objets puissent être ordonnés et structurés d'une manière adéquate. Une échelle de mesure est construite en deux étapes. Il faut d'abord établir des relations entre les objets mesurés grâce à des opérations concrètes. C'est l'étape qualitative, qui aboutit à la construction d'une structure empirique d'objets. La seconde étape est l'utilisation des nombres pour représenter cette structure empirique. C'est l'étape de quantification, qui s'appuie sur la similitude entre la structure numérique et la structure empirique, et détermine ainsi ce qui, dans la première, représente objectivement certains aspects de la seconde. La théorie représentationnelle aboutit ainsi à une conception de la mesure comme traduction quantitative d'une réalité empirique fondamentalement qualitative.

Prenons deux exemples. Soit d'abord l'échelle de Mohs qui mesure la dureté  $d$  des matériaux. On définit d'abord une opération concrète  $R$  qui permet d'ordonner les matériaux selon leur dureté relative : un matériau  $a$  est plus dur qu'un matériau  $b$  – ce qu'on notera «  $aRb$  » – s'il le raye, au lieu d'être rayé par lui. Cette opération permet d'ordonner tous les matériaux disponibles. Ensuite, pour représenter cet ordre de façon numérique, on choisit une échelle de nombres naturels (typiquement, de 1 à 10) et attribue à chaque  $x$  matériau testé une place  $\phi_d(x)$  dans l'échelle, de telle sorte que pour toute paire de matériaux  $a$  et  $b$ , si  $aRb$ , alors

---

Hermann von Helmholtz, *Théorie de la connaissance*, Paris, Vrin, 2022, p. 101-143 ; Otto Hölder, « Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass », dans *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Physikalische Classe*, n°53, 1901, p. 1-64.

<sup>49</sup> Norman Robert Campbell, *Physics : the Elements*, Cambridge, Cambridge University Press, 1920.

<sup>50</sup> Patrick Suppes, *Studies in the Methodology and Philosophy of Science*, Dordrecht, D. Reidel, 1969 ; David Krantz, Duncan Luce, Patrick Suppes et Amos Tversky, *Foundations of Measurement*, New York, Academic Press, 1971, t. I.

$\phi_d(a) < \phi_d(b)$ . Dans ce cas, qui est un exemple d'échelle *ordinaire*, les relations d'ordre « < » entre les places de l'échelle reflètent objectivement les relations d'ordre  $R$  entre les matériaux mesurés, mais sont les seules informations objectives portées par l'échelle. Par exemple, le gypse et le diamant occupent les places « 2 » et « 10 » sur l'échelle de Mohs, mais cela ne signifie pas que le second est « cinq fois plus dur » que le premier, car cette relation entre nombres ne reflète aucune relation construite dans la structure empirique.

Prenons maintenant l'exemple d'une échelle plus riche, comme l'échelle de mesure de la masse en « kg ». On définit sur l'ensemble des corps massifs – dans la mesure où ils sont manipulables – les relations suivantes. On dira d'abord que le corps  $a$  est « moins massif que » le corps  $b$  (ou «  $a <_m b$  ») si, posés sur les deux plateaux d'une balance, le premier monte et le second descend. Cette opération de comparaison permet de construire un ordre entre les corps selon leurs masses. On peut, par la même occasion, définir une relation d'équivalence «  $\sim$  » telle que deux corps  $a$  et  $b$  sont dans la relation «  $a \sim b$  » lorsque les deux plateaux sont à l'équilibre. Enfin, si une opération de concaténation «  $^\circ$  » signifie placer deux corps  $a$  et  $b$  sur le même plateau, on peut définir une relation  $C$  à trois termes telle que  $C(a,b,c)$  si et seulement si «  $a^\circ b \sim c$  » : la concaténation des corps  $a$  et  $b$  équilibre le corps  $c$ . Ces opérations construisent entre les corps massifs une structure bien plus riche que l'ordre de dureté entre les matériaux. Elle peut donc être objectivement représentée par une structure numérique plus riche également. Typiquement, on prend les nombres réels positifs munis de l'addition, et l'on attribue à chaque corps  $x$  la mesure de sa masse  $\phi_m(x)$  de telle sorte que pour tout  $a, b$  et  $c$ , si  $a <_m b$ , alors  $\phi_m(a) < \phi_m(b)$ , et si  $C(a,b,c)$ , alors  $\phi_m(a) + \phi_m(b) = \phi_m(c)$ . Dans une telle échelle, qui est non seulement ordinaire, mais surtout *additive*, l'écart entre les nombres représentant des masses est maintenant significatif : il représente à son tour une masse dans un rapport d'addition avec d'autres.

Ainsi, la théorie représentationnelle rend compte de l'objectivité des échelles de mesure d'une façon structuraliste. Une échelle est une *structure numérique*  $S_N$  qui n'est objectivement significative que dans la mesure où elle reflète la *structure empirique*  $S_E$  entre objets, définie par des opérations concrètes. Autrement dit, nous pouvons utiliser l'arithmétique pour représenter les états d'objets physiques, car la structure des nombres représente adéquatement la structure qualitative des relations empiriques entre ces objets.

Notons enfin que le terme « représentation » a ici deux sens distincts et complémentaires. En un premier sens, épistémologique, on se sert des nombres comme images quantitatives des phénomènes, et tout l'intérêt de cette substitution vient de la précision, de l'efficacité d'expression et de calcul du langage numérique. La représentation des phénomènes signifie, *grosso modo*, leur traduction quantitative. Ensuite, cette représentation est objective, c'est-à-dire ne perd aucune information importante sur ce qu'elle représente, ni n'ajoute aucune information trompeuse, à la condition que l'échelle  $S_N$  soit une « représentation » de  $S_E$  en un sens mathématique précis : c'est-à-dire qu'il existe de  $S_E$  vers  $S_N$  une fonction  $\phi$  que les mathématiciens appellent « isomorphisme », qui associe un à un les éléments des deux ensembles de telle sorte que la structure de  $S_N$  reflète bien celle de  $S_E$ . Ces résultats formels, sur le plan de la fondation logique de la mesure, sont suffisants pour l'activité scientifique.

La version que nous en avons donnée est simplifiée, et l'on peut imaginer la riche variété de choses que la théorie représentationnelle peut nous dire sur les différentes échelles de mesure.

Néanmoins, sur le plan philosophique, le problème de la mesurabilité est seulement déplacé. La théorie nous apprend qu'une échelle numérique reflète, à certaines conditions formelles, la structure de relations qualitatives que des opérations imposent aux objets mesurés. Si le mystère d'une efficacité magique des nombres est dissipé par l'analyse structuraliste, tout repose maintenant sur la possibilité de construire les structures empiriques  $S_E$  entre objets. Le problème devient donc celui de savoir *ce qui permet* la définition des *bonnes* relations qualitatives entre les objets mesurés.

## LA SOLUTION PHYSIQUE-ABDUCTIVE

Nous avons vu que ces relations sont construites par des opérations concrètes de comparaison et/ou de concaténation. Or, ces opérations suivent des règles générales, par exemple : « *toutes les fois que* l'on pose le corps  $a$  sur un plateau d'une balance et le corps  $b$  sur l'autre, si le premier plateau monte et que le second descend, alors le corps  $a$  est "moins massif que" le corps  $b$  :  $a <_m b$  » et « *toutes les fois que* deux corps concaténés  $a$  et  $b$  équilibrent un troisième  $c$ , alors la masse de  $a \circ b$  est identique à la masse de  $c$  :  $a \circ b \sim c$  ». La question qui se pose maintenant est celle de savoir si ces règles sont universellement valides et vaudront pour *tous les objets* du domaine mesuré. Évidemment, il ne peut s'agir, dans aucune entreprise concrète de mesure, de le vérifier. Il faut bien plutôt *présupposer* qu'en suivant rigoureusement ces règles de construction, on parviendra à construire une structure empirique  $S_E$  propre à être représentée par une structure numérique  $S_N$ .

Rien ne nous garantit par exemple que les corps dont nous mesurerons demain la masse à l'aide de la même balance satisfassent les mêmes axiomes d'additivité. On pourra nous répondre que le fonctionnement normal de l'instrument implique des lois stables, qui vaudront demain comme aujourd'hui. Mais on admettra donc que la construction d'une échelle de mesure enveloppe bien des hypothèses générales, d'ordre nomologique. Rien ne nous garantit non plus que des corps très massifs, comme des planètes ou des galaxies, qui sortent évidemment du périmètre des objets que l'on peut placer sur les plateaux d'une balance, obéissent aux mêmes règles d'addition. Il faudra trouver des moyens indirects pour mesurer leurs masses, comme la déviation qu'elles font subir aux rayons lumineux qui passent à proximité. La remarque précédente vaut à nouveau : cette opération de mesure implique une théorie de la gravitation. Surtout, nous mesurons maintenant la masse à l'aide d'un second instrument différent du premier, et la question se pose de savoir si ce que mesure celui-ci (la « masse par déviation gravitationnelle ») est bien la même chose que ce que mesurait celui-là (la « masse des balances »). Il faudra tout bonnement le présupposer ou l'appuyer sur des connaissances d'arrière-plan, qui sont de nature nomologique.

La solution proposée par l'approche représentationnelle est donc foncièrement hypothétique. Elle suppose toujours certaines hypothèses générales et les résultats d'inductions préalables, selon lesquelles toutes les fois qu'on appliquera les règles définies, c'est la même et

adéquate structure d'objets empiriques qu'on découvrira. C'est pourquoi nous nous tournons maintenant vers une interprétation proprement philosophique de la théorie représentationnelle, qui propose une solution complète au problème de la mesurabilité.

Cette solution, qui a été soutenue par exemple par Chris Swoyer ou Brent Mundy<sup>51</sup>, vient assez naturellement à l'esprit. Pour garantir qu'un ensemble de règles opératives de mesure *construisent* une structure adéquate sur tous les objets d'un domaine mesuré, il suffit de postuler que ces opérations *découvrent* une structure empirique qui existe déjà, et que les objets mesurés se tiennent dans les bonnes relations qualitatives. Par exemple, on fera l'hypothèse que l'ensemble de tous les corps est, *en effet*, correctement structuré du point de vue de leurs masses, ce qui explique que les règles que l'on suit pour construire certaines relations fonctionnent à tous les coups. Elles découvrent en réalité des relations qui sont déjà là.

On peut aboutir à cette solution par une seconde voie. On nous dit que les échelles de nombres sont applicables aux objets de l'expérience en raison d'une similarité structurelle, établie par une relation d'isomorphisme. Or, à parler rigoureusement, un isomorphisme est une fonction mathématique, qui ne peut donc relier que deux modèles, et non un modèle mathématique à la réalité. Ce qui est « représenté », au sens mathématique du terme, par une échelle numérique, n'est donc pas le domaine d'objets en tant que tel, mais un modèle qualitatif de ce domaine<sup>52</sup>. Ce modèle décrit un nombre en général infini d'objets, placés dans certaines relations, de telle sorte que les axiomes de mesurabilité voulus y sont satisfaits<sup>53</sup>. Il correspond donc à une théorie physique du domaine d'objets, et pour résoudre le problème de la mesurabilité d'une quantité X, il faut donc affirmer que ce modèle est une représentation vraie du domaine de la quantité X.

C'est donc ici une solution *physique* au problème de la mesurabilité. Elle demande en effet de formuler, pour chaque grandeur X (la masse, la charge, etc.), une théorie qui porte sur tous les objets du domaine d'une propriété physique (être massif, être chargé, etc.) et postule qu'ils sont en effet structurés de telle façon qu'ils satisfont les axiomes de mesurabilités requis pour cette grandeur (des propriétés d'ordre, d'additivité, etc.). Ce qui fonde la quantification de X et garantit le succès empirique de nos mesures n'est rien d'autre que l'existence de ce que décrit une théorie physique de X.

C'est aussi une solution *abductive*, en raison du mode d'inférence qui permet de l'atteindre. La théorie de la quantité X explique le fait que toutes nos opérations de mesure qui suivent certaines règles ont, jusqu'ici, permis de construire des échelles empiriquement valides. Par exemple, à chaque fois qu'on additionnait deux corps de 1 et 2 kg, on obtenait un corps de 3 kg. Jusqu'ici, l'axiome d'additivité a été respecté. Ce succès empirique de nos pratiques de mesure est expliqué par la théorie selon laquelle les corps massifs forment une structure additive. La théorie de la quantité X peut donc être inférée à titre de meilleure explication du

---

<sup>51</sup> Chris Swoyer, « Structural Representation and Surrogate Reasoning », *Synthese*, vol. 87, n° 3, 1991, p. 449-508 ; Brent Mundy, « The metaphysics of quantity », *Philosophical Studies*, vol. 51, n° 1, 1987, p. 29-54.

<sup>52</sup> Chris Swoyer, « Structural Representation and Surrogate Reasoning », art. cit., p. 457.

<sup>53</sup> *Ibid.*, p. 501.

fait donné : nous pouvons la tenir pour vraie car elle explique le succès empirique de nos pratiques de mesure.

Ce qui a été développé ici dans le cas de la mesure peut être transposé, *mutatis mutandis*, à la mathématisation de la nature en général. Comme l'écrit Swoyer, « la meilleure explication du fait qu'une théorie mathématique s'applique aux phénomènes concrets est le fait qu'elle possède de nombreuses caractéristiques structurelles communes avec ces phénomènes<sup>54</sup>. La raison pour laquelle les mathématiques sont applicables aux objets empiriques est que ces objets sont qualitativement structurés de telle manière qu'on peut les décrire mathématiquement. Par conséquent, la solution générale au problème de la mathématisation appartiendrait à la science physique elle-même, dans la mesure où celle-ci peut inférer abductivement des hypothèses théoriques pour expliquer des phénomènes.

## VERS UNE ANALYSE TRANSCENDANTALE DU FONDEMENT DE LA MESURE

Nous nous retrouvons donc, pour rendre compte du succès de la quantification des phénomènes, dans la situation que Kant envisageait dans la « Discipline de la raison pure » : pourquoi n'acceptons-nous pas cette explication physique de la mesurabilité des objets ? En quoi une analyse transcendantale serait-elle légitime et devrait être préférée à cette solution abductive ? En appliquant les deux critères découverts chez Kant, montrons d'abord que l'inférence d'une hypothèse transcendantale est, en l'occurrence, possible et légitime, puis qu'elle est rendue nécessaire par le caractère quantitatif de la diversité métrique, en exhibant un cas analogue à celui des objets chiraux.

### La mesurabilité en général d'une grandeur est constitutive de chaque mesure

Face à un fait donné, dont il faut rendre compte, pourquoi ne pas s'en tenir à une explication physique ? Pourquoi se lancer dans une analyse transcendantale de ses conditions de possibilité ? On se rappelle le critère que nous avons dégagé, et qui porte sur le statut du phénomène duquel part l'inférence hypothétique. Il faut d'en tenir à une inférence physico-abductive lorsque le fait à expliquer reste problématique dans sa généralité, et que l'abduction s'appuie en réalité sur une généralisation inductive par nature hypothétique. C'est la marque d'un fait qui n'est *qu'empirique* : nous ne savons pas s'il répond à quelque nécessité ni s'il y a quelque chose qui l'explique et le fonde. Nous devons le supposer pour remonter, par abduction, à son principe explicatif. Si, au contraire, le phénomène dont on veut rendre compte implique, malgré sa particularité, la possibilité d'une synthèse phénoménale *en général*, si l'on peut se rapporter *in concreto* à ses caractères universels d'objectivité, il se présente alors à nous

---

<sup>54</sup> *Ibid.*, p. 451.

comme étant conditionné par un principe *a priori*. Dans ce cas, l'inférence transcendantale, qui remonte à ce principe, est légitime.

Pour nous, les phénomènes dont nous partons sont les résultats des mesures scientifiques. C'est, à chaque mesure, l'attribution à un objet empirique d'une place déterminée dans une échelle numérique. Ces mesures ne peuvent être tenues pour objectives qu'en supposant que le domaine empirique entier possède une structure qualitative adéquate. La question que nous devons donc nous poser est la suivante : cette supposition, qui fonde l'objectivité métrique, n'est-elle que le résultat d'une induction préalable, ou bien est-elle enveloppée et impliquée dans chaque mesure particulière ?

On mesure, par exemple, la masse en kg d'un corps, auquel on attribue le nombre « 3 » parce qu'il équilibre sur une balance la concaténation de trois corps de 1 kg. Ce phénomène particulier d'additivité qualitative entre les quatre objets vérifie, pour eux, l'existence de la relation adéquate. Mais, si l'on suppose que ce fait relationnel n'est qu'un phénomène particulier et contingent, gros lui-même d'aucune généralité, alors c'est seulement *l'accumulation* de faits de cette nature qui constitue le succès empirique de nos procédures de mesure. La mesurabilité des corps selon leur masse, comme possibilité à fonder, n'est atteinte qu'à l'horizon d'une généralisation de nature inductive. On peut, dès maintenant, proposer une explication physique de ce succès, et postuler une structure relationnelle de tous les corps. Mais ce qu'expliquera cette théorie, c'est le fait *hypothétique* que les masses sont mesurables et que les corps sont universellement additifs. C'est la solution physico-abductive, telle que nous l'avons caractérisée à partir des analyses kantienne, et qui se caractérise par son point de départ, à savoir un fait particulier insuffisant pour déclencher une abduction, s'il n'est pas déjà mêlé d'induction.

Contre cela, nous affirmons que l'objectivité métrique n'est pas un horizon inductif incertain, mais est impliquée dans chaque mesure particulière. Chaque attribution métrique implique la possibilité de construire l'échelle de mesure toute entière, et donc la mesurabilité de tous les autres objets du même domaine. Autrement dit, la mesurabilité d'une grandeur en général est constitutive de chaque mesure particulière. Comment le montrer ?

Il faut pour cela s'appuyer sur le caractère absolument conventionnel du choix de l'étalon de mesure, et sur le fait que la possibilité de changer d'étalon tout en préservant l'objectivité des mesures est inscrite dans chaque résultat de mesure. Lorsque la masse d'un corps est « 3 kg », le nombre déterminé « 3 » ne signifie rien en lui-même, car il est relatif au choix d'attribuer conventionnellement à un autre corps (le « kilogramme-étalon ») le nombre « 1 ». Si la mesure « 3 kg » possède néanmoins une signification objective, c'est qu'il est toujours possible de choisir d'autres objets comme étalons, et que les différents résultats de mesure auraient alors *la même* signification. On pourrait choisir la livre-étalon, dont la masse valait « 2,2 kg » dans l'ancienne échelle et vaut maintenant « 1 lb ». L'objet de « 3 kg » mesure maintenant « 6,6 lb ». Mais ce rééchelonnage n'entame pas l'objectivité des résultats qui, tous numériquement différents, ont la même signification. La signification objective d'une mesure est *invariante* à travers des changements d'échelles admissibles. Pour la masse, qui est une grandeur additive, les changements possibles sont mathématiquement déterminés comme des

transformations du type  $\phi'_m(x) = \alpha \cdot \phi_m(x)$ , avec  $\alpha > 0$ . Toute échelle de la masse  $\phi_m$  peut être ainsi transformée en une échelle  $\phi'_m$  équivalente par multiplication uniforme qui préserve tous les rapports additifs. Ainsi, toute mesure de masse est objectivement significative *modulo* ce changement d'étalon.

Or, puisque l'étalon est conventionnel, il n'existe pas d'objet privilégié et n'importe quel corps doit, en principe, pouvoir servir d'étalon. Le corps de « 3 kg », pour que sa mesure soit objectivement significative, ne doit donc pas seulement être dans une relation additive adéquate avec le seul kilogramme-étalon, mais également avec tous les autres corps. Par extension, cela implique que l'entière du domaine doit être mesurable. La possibilité de mesurer l'ensemble du domaine est donc constitutive de l'objectivité de chaque mesure particulière. La conventionalité de l'étalon agit donc, dans chaque mesure donnée, comme un opérateur de généralisation immédiate : si cette mesure est objective, c'est que l'ensemble des étalons possibles, c'est-à-dire le domaine entier, est mesurable.

Nous pouvons donc appliquer le critère de légitimation d'une analyse transcendantale. Puisque l'objectivité de nos mesures n'est pas l'horizon empirique incertain d'une généralisation inductive, mais la modalité constitutive de chaque mesure particulière, nous pouvons supposer qu'elle se fonde sur un principe non empirique, mais *a priori*. Nous pouvons légitimement nous mettre à la recherche d'un principe transcendantal qui fonde la possibilité de la mesure.

## Le premier fondement de la différence quantitative

Montrons maintenant qu'en lançant cette recherche nous devons avoir en ligne de mire le statut transcendantal de l'espace mathématique. Pour cela, utilisons le second outil kantien, que nous avons dégagé à partir du paradoxe des objets chiraux.

La solution physico-abductive expliquait la possibilité de la mesure en postulant des structures qualitatives sur les domaines mesurés, qui satisfont certains axiomes formels. La quantification des phénomènes est fondée sur une hypothèse qui n'engage ainsi que des relations qualitatives et, pour ainsi dire, le « quantitatif » n'est qu'une représentation numérique du « physique ». On s'aperçoit que cette thèse a une très grande affinité avec la théorie leibnizienne de l'espace comme ordre de coexistence des corps, car il s'agit dans les deux cas de fonder le quantitatif sur une structure purement qualitative. Il ne faut donc pas s'étonner qu'un argument qui fonctionne contre l'une puisse être transposé, *mutatis mutandis*, contre l'autre. Nous pouvons, comme Kant, montrer qu'il existe des situations qui sont différentes du point de vue *métrique*, quoiqu'indiscernables sur le plan structurel. Comme la symétrie chirale entre l'orientation à gauche et l'orientation à droite, il existe une transformation symétrique

analogue dans le cas des échelles de mesure : il s'agit tout simplement de la multiplication par une constante<sup>55</sup>.

Imaginons que, soudainement et sans continuité, les masses de tous les corps de l'univers doublent. C'est une transformation réelle, un événement cosmique qui affecte uniformément tous les corps. L'objet qui servait d'étalon pour le kilogramme a maintenant une masse de 2 kg, et celui de 3 kg en fait maintenant 6, etc. Pourtant, l'ensemble de leurs relations sont conservées, et le second est toujours trois fois plus massif que le premier. C'est pourquoi, après l'événement, nous ne détectons rien dans nos mesures : notre balance continue de nous indiquer que l'objet mesuré a une masse de « 3 kg ». Si la théorie physique relationnelle était vraie, et que la seule garantie de l'objectivité de nos mesures est l'existence d'une structure de relations définies sur les objets mesurés, alors l'invariance de nos mesures impliquerait l'identité entre les deux situations. Le doublement des masses, totalement indiscernable, ne distinguerait pas deux situations différentes, mais serait un non-événement. Si aucun changement n'est détecté, c'est qu'il n'y a pas de changement réel.

Pourtant, ce sont bel et bien deux situations différentes, et le changement est réel. En quoi est-il discernable ? Nous pourrions dire, en bons kantien, qu'il s'atteste dans l'intuition : si nous soupesions maintenant le même objet, nous sentirions que son poids a augmenté ; et, plus fondamentalement, nous sentirions la pesanteur accrue de notre propre corps, qui attesterait bien de l'augmentation de sa masse. Nos jambes seraient plus lourdes, chaque mouvement plus difficile et, allongés sur un lit, nous nous sentirions plus enfoncés dans le matelas, avant que le doublement des masses ne s'attestât par des effets gravitationnels cataclysmiques. La Lune s'écraserait rapidement contre la Terre, beaucoup de systèmes stellaires s'effondreraient, l'univers entier entrerait peut-être en contraction. Ce scénario apocalyptique nous indique manifestement qu'une différence purement quantitative, par cette transformation des masses, est possible qui ne serait pas réductible à une différence formelle de relations, car elle serait indétectable dans nos mesures relatives.

Exactement comme dans le cas des objets chiraux, cette différence non conceptuelle ne peut être rapportée à aucune différence empirico-formelle impliquant les objets mesurés, qui conservent la même structure. Il s'agit d'une diversité phénoménale qui viole la loi de l'entendement leibnizien en ce qu'elle nous présente une pluralité de situations formellement indiscernables, mais déterminées différemment. Nous appelons « quantitative » cette forme d'une diversité phénoménale qui se caractérise par une telle symétrie, c'est-à-dire une différence non conceptuelle de déterminations. Comme l'analysait Kant, cette diversité purement quantitative suppose donc un *medium* de déterminations réelles et non logiques, qu'on peut appeler « espace » par analogie avec l'espace au sens classique, c'est-à-dire le *medium* à trois dimensions qui fonde la détermination des longueurs. Comme l'« espace

---

<sup>55</sup> Cette restriction aux transformations multiplicatives ne vaut que pour les échelles additives. Les « échelles d'intervalle », comme celles de la température, ne sont pas additives : elles comportent moins d'informations objectives, et donc le groupe des transformations admises est plus vaste :  $\phi'_m(x) = \alpha \cdot \phi_m(x) + \beta$ , avec  $\alpha, \beta > 0$ . Pour les échelles ordinales, n'importe quelle transformation par une fonction monotone croissante préserve l'ordre entre leurs places et leur conserve leur signification objective.



spatial », qui est la condition de possibilité de déterminations quantitativement différentes d'objets pourtant conceptuellement identiques, l'« espace de la masse » est atteint comme la condition de possibilité des changements symétriques dans cette grandeur. Il faut rapporter cette différence entre deux situations symétriques à un espace mathématique des masses, qui est le *medium a priori* dans lequel les masses différentes se déterminent réellement et non seulement conceptuellement (ou qualitativement). Le doublement de toutes les masses peut alors être conçu comme un déplacement déterminé de l'ensemble des corps dans cet espace. Il faut donc attribuer à cet espace de déterminations quantitatives, représenté mathématiquement par une échelle numérique, un caractère *a priori* et fondamental – ou comme dirait un kantien, le statut d'idéalité constitutive de l'expérience.

## VERS L'ESPACE QUANTITATIF, FONDEMENT *A PRIORI* DE LA MESURABILITÉ

Nous cherchons, depuis le début de ce travail, le fondement susceptible d'expliquer ou de rendre possible le fait de la mesurabilité : comment rendre compte de la possibilité, qui s'atteste jusqu'ici dans nos pratiques de mesure, d'utiliser les nombres pour représenter les états quantitatifs déterminés des objets dans l'expérience ? De cette étude, menée grâce à l'emploi d'outils kantien, ressortent deux résultats.

Se dessine d'abord la silhouette encore floue de ce fondement : il sera contenu dans un principe synthétique et *a priori* qui affirme l'existence, pour chaque quantité mesurable fondamentale (la masse, la charge, etc.), d'un espace réel, c'est-à-dire non idéalisé par l'imagination mathématique, qui est la condition de détermination des différences quantitatives ; ou, si l'on préfère, il s'agira d'un principe qui affirme la validité de certaines formes mathématiques de synthèse du divers phénoménal, et que nous exprimons sous la forme des échelles numériques.

Mais, surtout, l'intérêt de cette étude aura peut-être été de déterminer ce fondement, et son statut *a priori*, comme l'horizon d'une analyse et d'une preuve qui peuvent et doivent être transcendantales. Nous avons montré que le statut des faits métriques eux-mêmes, c'est-à-dire l'objectivité des résultats de mesure, impliquait que son fondement ne soit pas à chercher dans une explication physique, atteinte par une forme d'inférence empirique – ce mélange d'induction et d'abduction que Kant concevait comme une généralisation par analogie. L'objectivité de chaque résultat de mesure particulier, loin de s'ajouter patiemment aux autres, implique au contraire la mesurabilité de tout le domaine quantitatif en général. Comme « fait donné » dont part l'inférence hypothétique, la mesure n'a donc pas le statut d'un simple fait empirique : elle est un fait qui, dans sa signification objective toujours particulière, enveloppe toujours une possibilité générale. Cela commande, à nos yeux, une analyse transcendantale qui remonte du conditionné à ce qui le rend *a priori* possible, et légitime une preuve transcendantale de ce principe explicatif.

Montrer que la quantification et, derrière elle, la mathématisation de la nature en général, réclament des analyses et solutions de type transcendantal est évidemment une thèse forte qui demanderait d'être autrement mieux défendue que par nos deux petits outils. Mais le critère de

légitimation d'une inférence transcendantale, ainsi que l'argument des objets ou situation symétriques, ont tout de même le mérite de cibler les deux positions qui caractérisent les grands négateurs du synthétique *a priori*. Pour les premiers empiristes logiques, les principes susceptibles de fonder la mathématisation des phénomènes devaient se résoudre en propositions empiriques, énonçant un pur contenu factuel, ou bien en objets et théorèmes formels, purement analytiques. L'enjeu est donc, pour qui veut lutter contre cette annulation du transcendantal dans le domaine du fondement de la connaissance scientifique, de défaire cette partition entre l'empirique et le formel. C'est, nous l'espérons, ce que permettent de faire nos deux outils : l'un en légitimant la recherche de principes synthétiques et *a priori* à partir des faits eux-mêmes et pour rendre compte du succès de nos pratiques de mesure, l'autre en nécessitant un fondement *a priori*, mais non formel, pour les différences de détermination quantitative.