

De Ontologie van den Paradox

Proefschrift ingediend
tot het behalen van
de graad van
doctor in de
Wijsbegeerte



Karin Verelst
Academiejaar
2005-2006

Promotoren:
Hubert Dethier
Rudolf DeSmet
Bob Coecke

DE ONTOLOGIE VAN DEN PARADOX

KARIN VERELST

★

PROEFSCHRIFT INGEDIEND TOT HET BEHALEN VAN
DE GRAAD VAN DOCTOR IN DE WIJSBEGEERTE

ACADEMIEJAAR 2005-2006

FACULTEIT LETTEREN EN WIJSBEGEERTE
VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL

PROMOTOREN:
HUBERT DETHIER
RUDOLF DE SMET
BOB COECKE

ISM CENTRUM LEO APOSTEL
FUNDAMENTEN VAN DE EXACTE WETENSCHAPPEN

OMSLAGONTWERP: DAPHNIS BOCKSTAELE

INHOUDSTAFEL

1 AANVANGSOVERWEGINGEN OVER INHOUD EN METHODE	7
x1. INLEIDING	7
x2. PROBLEEMSTELLING	8
x3. METHODOLOGISCHE BEMERKINGEN	11
x4. EEN OPMERKING OVER TAAL	12
2 EEN IN VEEL IN EEN EN VEEL	15
x1. HEDENDAAGSE PARADOXEN	15
x2. WERKELIJKHEID EN WAARHEID	34
x3. PARADOXEN VANUIT HUN OORSPRONG BEKEKEN	41
3 VAN WERELDARTICULATIE NAARWERELDBESCHRIJVING	45
x1. KORT OVERZICHT EN METHODOLOGISCHE BEMERKINGEN	45
x2. HET ARCHAÏSCHE DENKEN EN DE VOORSOCRATISCHE “PHILOSOPHIE”	47
x3. DE ARCHAÏSCHE “THEOLOGIE” EN “COSMOGONIE” NADER BEKEKEN	63
x4. EEN VERALGEMEENDE ONTOLOGISCHE CONDITIE	71
4 ZENO’S PARADOXEN EEN CARDINAAL PROBLEEM	83
x1. INLEIDING	83
x2. DE PARADOXEN DER VEELHEID	90
x3. NAAR EEN EENVOUDIGE WISKUNDIGE VOORSTELLING	97

x4. INLEIDENDE BEGRIPPEN	102
x5. HET AEQUIVALENTIEBEWIJS	106
x6. ZENOONSE INFINITESIMAALGETALLEN	114
x7. VEELHEID IN DE BEWEGINGSPARADOXEN	115
x8. NOG ENKELE MINDER BEKENDE PARADOXEN	127
5 OVER WAT ONTOLOGIE IS EN NIET-IS	129
x1. INLEIDING	129
x2. PLATO'S 'TWEË WERELDEN'	136
x3. PLATO'S NIET ZO CLASSIEKE CLASSIEKE LOGICA	146
x4. ARISTOTELES' ONTO-LOGICA	156
6 METAPHYSICA IN DE VROEGE NATUURWETENSCHAP	167
x1. INLEIDING	167
x2. VROEGMODERNE METAPHYSISCHE STRATEGIEËN	176
x3. VROEGMODERNE WISKUNDIGE STRATEGIEËN	190
x4. EN OPNIEUW ZENO	204
7 BESLUIT	213
x1. GESCHEIDEN ZIJN IS WAARGENOMEN WORDEN	213
x2. ONTWERP ENER OMKERINGSEPISTEMOLOGIE	216
8 APPENDICES	221
LIJST VAN SIGLA	243
BIBLIOGRAPHIE	244

zu der Form unserer Welt [gibt es] keinen Gegensatz.
L. Wittgenstein, Philosophie

WOORD VAN DANK

*Dit proefschrift is aan mijn ouders opgedragen
en ook aan Kim die er niet meer is*

Een doctoraat maken is als een paradoxale race van Zeno lopen: ge weet wel ongeveer waar ge aan begint, maar ge hebt er geen idee van waar en vooral wanneer het gaat eindigen. Nog niet zo lang geleden hield ik het voor onmogelijk dat ik ooit een werkstuk ter grootte van een boek zou kunnen volschrijven; nu het zover is heb ik het gevoel dat er nog tientallen bladzijden aan ontbreken. Wanneer men zijn werk aan het eind herbekijkt zou men eraan twifelen het uit handen te geven; men ziet pas dan ten volle de onvolkomenheid van de uitwerking, de aarzeling in het argument, het gebrek aan diepgang in de synthese. Ik heb er mij evenwel bij neegelegd dat het anders te doen de facto onmogelijk is, zelfs al zou meer tijd ongetwijfeld nog vele verdere verbeteringen en verfijningen hebben toegelaten: perfectie is nu eenmaal niet van deze wereld, en door haar na te streven zou ik kunnen eindigen als de beklagenswaardige schilder uit het verhaal van Balzac, die zolang bleef verbeteren tot er uiteindelijk niets meer van zijn werk overbleef. Desalniettemin staat het buiten kijf dat zonder de hulp en medewerking van een heel aantal mensen de resterende onvolkomenheden van dit werk — die uitsluitend tot mijn eigen verantwoordelijkheid behoren — nog veel groter zouden zijn geweest. Ik wil dan ook mijn erkentelijkheid betuigen aan de mensen van het Departement Wiskunde en het Centrum Leo Apostel om mij, ondanks de praktisch gezien alles behalve comfortabele omstandigheden waarin dit doctoraat tot stand moest komen, een stimulerende academische omgeving te bieden die toch nog veel heeft mogelijk gemaakt. Meer specifiek voor de vele vruchtbare discussies over de wiskundige implicaties van mijn werk gaat mijn dank uit naar Tim Vanderlinden en Philippe Cara, Rudger Kieboom, Tomas Everaert en Mark Sioen (dept. Math., VUB), Wendy Lowen (Instit. de Math. de Jussieu, Paris VII), alsook Roland Hinnion en Francis Buekenhout (dept. Math., Université Libre de Bruxelles). Intellectuele stimulansen alsook praktische hulp kreeg ik vanuit CLEA vanwege Diederik Aerts, Christian De Ronde,

Nicole Note en Bart D'Hooghe. In het Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie (VUB) verwijs ik voor indringende discussies over logische aspecten graag naar Sonja Smets en Jean-Paul Van Bendegem. Bob Coecke (Comlab, Oxford University) is een onfeilbare steunpilaar gebleken, die mij bovendien heeft ingewijd in de geheimen der Domeintheorie. Aan Rudolf De Smet en Wilfried Van Rengen (Classieke philologie, VUB) zeg ik dank voor waardevol advies m.b.t. taalkundige aangelegenheden. Koen Lefevers intellectuele bijdrage is minder specifiek, maar onuitwisbaar. Zonder bijstand vanuit de universiteitsbibliotheek had ik het voor de beschikbaarheid van een aantal essentiële bronnen wel kunnen vergeten; bedankt speciaal aan Eric Baert en Anne Blontrock. Julia Dony, Ann Dooms en vooral Tim Vanderlinden wil ik uitdrukkelijk vermelden voor onmisbare technische bijstand bij het ontwerpen van de illustraties en de opmaak voor dit document. Als laatste, maar zeker niet als minste, dank ik mijn promotor Hubert Dethier die mij altijd onvoorwaardelijk heeft gesteund, en genereus van zijn quasi onbeperkte eruditie heeft laten meegenieten. Tenslotte een eresaluut naar de vrienden die mij op vele kleine en grote manieren hebben bijgestaan, onder meer door mij regelmatig te herinneren aan de relevantie van een sociaal leven (ik probeer tevergeefs niemand te vergeten): Koen, Lilith & Zenobius; Paz-dichter-bij; Barbarara(s) in hogere sferen met Prince Laurent en Aline in Italiaanse; Geert & Mirja; Jack & Mieke en desondanks ook Tim, Jarl, Sophie-de-heksemie, Eric, Annabel, Gunterke en Zilveren Veerle; Els en Ruben, Frank, Sven en Haroun; Bluesy Fien, Line en Inge, Bert Wandelaar & de vrienden van het KK; Pieter met baard en Pieter zonder en Johan; Lode, Roland, en Katrien B&C met haar halve Japanse trouwboek; Tom Barman (de échte), Christiane, Tom "Chief" Zap & gezelschap, Luc Complex & Cie; Kristof, Adinda, Kevin en Stoere Davor; Piet en Edgar; Francis/çois en Nick die danst als hij goesting heeft; Rogier en andere shamanen; Charley en vooral Daphnis in de kunst... Dank u wel!

HOOFDSTUK 1

AANVANGSOVERWEGINGEN OVER INHOUD EN METHODE

*an antinomic reality can better be served by
an antinomic logic, an antinomic mathematics,
and an antinomic science*

F.G. Asenjo, Toward an Antinomic Mathematics

§1. INLEIDING.— In het onderhavige proefschrift zal het erom gaan een andere kijk te ontwikkelen op het verschijnsel paradox, dat zich manifesteert in verschillende aspecten van het menselijke kennen en kunnen in zijn relatie tot de werkelijkheid. Dat geeft zo op het eerste gezicht de indruk van een spelerei: zijn paradoxen dan niet slechts drogredeneringen, logische denkfouten, haperingen in den motor der rede die zo snel mogelijk gerepareerd dienen te worden? Komt het er niet op aan telkens er zich een voordoeft de fout te vinden zoals een detective de dader, waarmede de zaak gesloten is? Deze klaarblijkelijke onontkoombaarheid volgt enkel wanneer men het onderliggende a priori aanvaardt, nl. dat het redelijke denken en de erop gebaseerde handelingen logisch gestructureerd zijn én moeten zijn. Dit lijkt vanzelfsprekend. Wij zijn de erfgenamen ener duizendjarige traditie die juist dat tot grondbeginsel en uitgangspunt heeft genomen, ja, zelfs tot de kern van haar zelfbeeld heeft gemaakt. En is — alle tekortkomingen daargelaten — door het wereldwijde succes van haar ken-theoretische, technische en maatschappelijke procedures niet onomstotelijk de fundamentele juistheid van dit standpunt aangetoond? In de koudere luchtlagen van ons zelf-besef rommelt het desalniettemin. Niet enkel zijn wij getuige van het culturele en ecologische spoor van vernieling dat in het zog onzer beschaving achterblijft daar waar zij voorbijgekomen is. Niet alleen staren we verbijsterd naar de cascade van steeds grotere problemen die de oplossingen ervoor telkens weer voortbrengen. Zo biedt zelfs de kern van haar wezen geen zekerheid meer. Op het moment van haar grootste triomfen blijken haar fundamenten door betonrot aangetast. Deze rationaliteits- en legitimitateitscrisis dwingt ons niet alleen onze meest gekoesterde denkbeelden opnieuw onder den loep te nemen, zij biedt misschien ook nieuwe mogelijkheden. Zij zou als ankerpunt kunnen dienen om de poort van deze in zichzelf gesloten, steeds groter geworden vanzelfsprekendheid enigzins uit haar hengsels te lichten en zo de vrijheid te verwerven om door

de kieren te kijken naar wat er van de rest der wereld nog over is. Ik zal proberen in dit proefschrift een van die mogelijkheden uit te spitten door de vraag naar het verschijnsel 'paradox' opnieuw aan de orde te stellen, en wel door een paradox als uitgangspunt te nemen. Deze paradox is dat er desondanks nog steeds paradoxen blijken te bestaan.

§2. PROBLEEMSTELLING.— Het vertrekpunt van ons onderzoek bevindt zich op het niveau van de zijnsleer. Onze hypothese is dat *de ontologische structuur eigen aan de gegeven werkelijkheid en deze die ten grondslag ligt aan onze sinds eeuwen door logica en techniek bepaalde rede fundamenteel van elkaar verschillen*. De uit dit verschil voortvloeiende onverenigbaarheid ligt aan den oorsprong van onze louter tot *strijd* verworden verhouding tot onze leefwereld en tot elkaar. Een beter inzicht in de onverenigbaarheid van de moderne onto-logica met de paradoxale ontologie die de natuurlijke werkelijkheid karakteriseert is dan ook een eerste vereiste om de oorsprong der ontwikkelingen die zich op dit moment voltrekken althans ten dele te verhelderen. Genoemde rationaliteitscrisis beschouw ik als haar problematische gestalte, hoewel men overhaar aard en oorzaken van mening kan verschillen. Zij valt niet toevallig samen met het moment van hegemonie van een Verlicht vooruitgangdenken dat in wezen de context als omgeving en geschiedenis uitsluit op het maatschappelijke vlak, en een "objectief" wetenschappelijk denken dat hetzelfde doet op kentheoretisch vlak. De oorspronkelijkheid van dit proefschrift zal te vinden zijn in een ander begrip van en een nieuw perspectief op de betrekkingen tussen de totaliteit van dit uitsluitingsproces en de in onze gewaarwordingen gegeven, 'natuurlijke' werkelijkheid. Wij zullen daartoe de bronnen van de rationaliteit, waarop den hoofdstroom van het Europese denken onherroepelijk is gefundeerd, kritisch moeten herbekijken.

Mijn concreet uitgangspunt is een — op het eerste gezicht triviale — stellingname: de logica ligt aan de basis van het Europese rationele zelfbewustzijn. En aangezien dat zo is, zullen wij in de eerste plaats de bronnen van deze denkdiscipline aan een nader onderzoek moeten onderwerpen. Dit brengt ons tot nog een andere gemeenplaats: de logica is ontstaan in het oude Griekenland, en wel in de metaphysische systemen van Plato en Aristoteles. De zaak blijkt evenwel veel minder triviaal dan ze schijnt: het werk van deze "Founding Fathers" toont klaar aan dat de logica geen ontdekking maar een *uitvinding* is. Zij werd, althans volgens deze grondleggers, noodzakelijk gemaakt door het dode spoor waarop het zgn. Voorsocratische denken beland was in zijn poging greep te krijgen op de gewaarwordbare processen van *verandering* en *beweging* die eigen zijn aan een werkelijkheid waarvan het belangrijkste kenmerk is dat zij bestaat. Ons gedurende millenia door logische redeneerregels gevormde bewustzijn ervaart hiervan zelfs niet meer spontaan de paradox. Niettemin is hij aanwezig in elk moment van ons werkelijkheidsbeleven, want niemand kan serieus ontkennen dat hij zichzelf op dit moment als *bestaand* ervaart. Dat moment is zelf echter onvatbaar: elke poging tot vast-legging faalt in de vervloeiing van die nu-momenten: buiten het nu bezit niets een absolute identiteit. Desondanks is deze momentgebonden bestaanservaring zelf wel absoluut, want niemand kan op dit moment iets aanwijzen dat *niet* bestaat. Deze paradox ligt aan den oorsprong van ons concept 'tijd', omdat dingen enkel veranderen 'door den van tijd'. Maar aangezien alles enkel *nu* bestaat, moeten toekomst en verleden constructies zijn van het bewustzijn in het heden. De werkelijkheid doet zich aan en in ons voor, en onze causale categorieën zijn slechts opvoeringen in een bewustzijnstheater waarin

het afwezige als aanwezig kan worden voor-gesteld. Dit betekent niet dat verleden en toekomst irreeël zijn; zij liggen als ervaring (verleden) en verwachting (toekomst) in ons lijfelijke, momentgebonden aanwezige opgeslagen. De ‘mentale archeologie’ van het hier-en-nu zijnservaren zal dan ook een wezenlijk onderdeel uitmaken van mijn onderzoek. Allereerst zal evenwel een grondige studie van de kennis en heersende omtrent paradoxen in de hedendaagse Westerse wijsgerige en wetenschappelijke traditie noodzakelijk zijn. Dit is het onderwerp van HOOFDSTUK II van dit proefschrift. Dit zal gebeuren met behulp van op het eerste gezicht schijnbaar moeilijk te verenigen technieken uit de filosofie en de wiskunde; het nut en de wenselijkheid van deze werkwijze zal nochtans spoedig blijken. In HOOFDSTUK III zullen de eventuele sporen van een paradoxale werkelijkheidsgewaarwording in het Voorsocratische denken tegen het licht van de klassieke filosofie, maar ook van aanwijzingen uit andere culturele en historische plaatsen en tijden gehouden worden, en dit niet enkel met het oog op een nadere karakterisering. Immers, indien mijn aanvangshypothese met betrekking tot de ontologische aard dezer paradoxale werkelijkheidsgewaarwording correct is, dan moeten hiervan herkenbare sporen in andere menselijke leefgemeenschappen terug te vinden zijn, zij het dan in cultuurhistorisch bepaalde, verschillende gedaanten.

De conclusie zal zijn dat het Griekse Voorsocratische denken zich van deze paradox scherp bewust was. Beide aspecten der werkelijkheidsgewaarwording vinden hun duidelijkste uitdrukking in het denken van, enerzijds, **Heraclitus van Ephese** en, anderzijds, **Parmenides van Elea**. Heraclitus articuleert de onherleidbare instabiliteit van alle Zijn ‘in den tijd’, omdat elk zijnde verandert van moment tot moment. Deze *coincidentia oppositorum*¹, dit samenvallen der tegendelen, van Zijn en niet-Zijn, is onlosmakelijk verbonden met de mogelijkheid tot verandering en beweging. Beweging betekent immers niets anders dan *ergens*, verandering *iets* zijn en niet zijn op eenzelfde plaats, op hetzelfde moment, en er is geen grens aan de opeenvolging van die nu-momenten. Het bestaan van standvastige identiteiten is een illusie. Parmenides daarentegen spreekt de absoluutheid uit van het bestaan, en daarmee het denkbeeldige van het niet-Zijn, en dus van verandering, en van tijd. Wij zullen er ons niet over verbazen dat de grondleggers der klassieke filosofie, Plato en Aristoteles, hen zagen als de vertegenwoordigers van aan elkaar **tegengestelde wereldbeelden**, en deze tegenstelling op haar beurt als een bedreiging voor de mogelijkheid om tot zekere kennis over de werkelijkheid te komen. Deze onzekerheid was ontoelaatbaar, aangezien zekere kennis *van* de wereld noodzakelijk is voor de fundering van de juistheid onzer handelingen *in* haar. Wij zullen verder zien dat deze paradox door Parmenides’ leerling Zeno van Elea in twee grondvormen werd vastgelegd, de paradoxen van veelheid en beweging, die de verdere discussie door de eeuwen heen tot in onzen tijd blijven bepalen, alle strategieën die werden ontwikkeld om ze onschadelijk te maken ten spijt. dit is het onderwerp van HOOFDSTUK IV.

Deze vraag welke strategieën door de klassieke filosofie precies werden ontwikkeld om aan deze als levensbedreigend beschouwde onzekerheid te ontkomen is het onderwerp van HOOFDSTUK V. Aangezien vanuit het klassieke standpunt alle onheil voortkomt uit reëel bestaande tegenstellingen, zal het erom gaan deze tegenstellin-

¹Deze term werd door Nicolaus Cusanus ingevoerd in zijn *Apologia de Docta Ignorantia*, en heeft algemeen ingang gevonden.

gen tot logische tegenspraken om te vormen, die dan uit den weg te ruimen en aldus onschadelijk te maken. Deze uitschakeling vindt, zoals eerder al aangeduid, plaats d.m.v. de systematische ontwikkeling ener voorstelling der werkelijkheid buiten haar onmiddellijke gewaarwording om. Zijn en niet-Zijn worden uit elkaar getrokken, opdat het paradoxale heden gevat en overstegen zou kunnen worden in een *beeld* van verleden en toekomst. In de klassieke filosofie zal het er dus om gaan de fundering te leggen waarin de mogelijkheid tot ware kennis stevig kan worden gegrondvest. Plato's stelsel is bijgevolg niet één tussen vele pogingen tot wereldbeschrijving en wereldverklaring; het is de eerste poging om met een nieuw probleem, de mogelijkheid tot wereldbeschrijving en wereldverklaring, om te gaan. Zijn filosofie is een uiting van een nieuw soort bewustzijn, dat zich leerstellig voordoet als in eerste instantie een theorie over het kennen van de wereld, dan pas de wereld en de plaats van de mens als handelend wezen daarin. Daarom is Plato's filosofie in strikten zin de eerste filosofie: de eerste *systematische poging de juistheid van het handelen te funderen op zekere kennis over de wereld buiten den mens om*. Ik heb gesteld dat dit verband houdt met de scheiding subject-object in het gewaarworden van de wereld en dat er een denken bestond daarvoor, waarin deze scheiding zich nog niet voltrokken had. Er is ook gesteld dat deze scheiding aan de basis ligt van het ontstaan van de **logica**, een denkstrategie met als doelstelling het komen tot *zekerheid* m.b.t. de juistheid van kennis. Deze juiste kennis laat toe tot zekerheid over het juiste handelen in de wereld te komen, zekerheid die in het gedrang was gekomen na de ineenstorting van het archaische bewustzijn: met de logica ontstaat tegelijkertijd ook de **ethiek**. Dit project zal het kader vormen van de ontwikkeling van de Europese filosofische traditie en het latere Westerse Rationalisme. Een hiermee samenhangende vaststelling is dat dit enkel mogelijk was door de ontwikkeling van een welbepaalde ontologische opvatting, die echter niet als zodanig expliciet kon worden gemaakt, wilde het systeem kunnen slagen. De scheidingsontologie maakt de cognitieve, objectieve kijk op de wereld eerst mogelijk, maar zou, moest zij als *opvatting* aan de oppervlakte komen, de zekerheid die het systeem biedt, ondergraven. Daarom manifesteert ze zich in de regels zelf die de logisch-juiste denkprocedures bepalen: het *beginsel van (het verbod op) tegenspraak* is de kentheoretische formulering van de bewegingsloze, "Eleatische" ontologie, die ik hoger heb beschreven. De verandering en beweging die wij desondanks in de werkelijkheid blijven ervaren moeten dan opnieuw van buitenuit worden geïntroduceerd: geen enkele logisch geconstrueerde wereldbeschrijving kan zonder een **Eerste, zelf Onbewogen, Beweger**, een **Gepaste Oorsprong voor Dynamica**, een **G.O.D.** De d.m.v. de logische denkprocedures uitgevoerde "objectieve" studie der wereld, zichzelf niet meer van haar ontologische basis bewust, leidt tot het ontstaan van op willekeurige praemissen steunende, logisch geconstrueerde *wereldbeelden*, die vanuit het standpunt der zekerheid geen voldoening schenken: met de logica ontstaat ook de **metaphysiek**. Dit alles zal ons toelaten een exacte definitie te geven van het concept "wereldbeeld": zonder logica geen wereldbeelden, maar niet alles wat wij denken kunnen is noodzakelijkerwijze metaphysiek. Het ontologische karakter van ons onderzoek wijst ook naar de uiteindelijke onhoudbaarheid van een dogmatisch standpunt over de voorrang der stoffelijke wereld over de geestelijke, of omgekeerd: beiden zijn de onlosmakelijke keerzijden van eenzelfde medaille, welke opsplitsing maar mogelijk wordt in een daad van scheiding (stoffelijk) en onderscheiding (geestelijk), d.i. juist in den overgang

van ontologie naar metafysiek, zonder daarmee te impliceren dat beiden gelijktijdig dienen te gebeuren. Gegeven de ene volgt evenwel noodzakelijkerwijze vroeg of laat de andere; dit zal in de vroege Moderniteit leiden tot een verdere formalisering niet van het denken, maar van de “empirische component” van de subject-object wereldgevaarwording in de nieuwe zintuiglijke categorie van de door instrumenten bemiddelde waarneming, het “cognitieve kijken” in het *wetenschappelijke experiment*. In HOOFDSTUK VI zullen wij echter zien dat dit onmogelijk is juist omwille van de veranderlijkheid van de werkelijke wereld, en dat de formalisering van de gewaarwording eigenlijk plaatsvond door een standaardisering van het waar-te-nemene in de *preparatieprocedure* die precies daarom aan elke experimentele waarneming in den echten zin des woords voorafgaat. Binnen deze ontologische matrix zal ik het ontstaan van de moderne, ‘exacte’ natuurwetenschappen kunnen situeren. In het afsluitende HOOFDSTUK VII zal de aanvangshypothese in het licht van het verzamelde materiaal en de erop mogelijke critieken opnieuw onder den loep worden genomen. Er zal getracht worden de contouren van een mogelijk interpretatief kader te schetsen. Dit kader neemt de vorm aan van een *omkeringsepistemologie*, die het ontologisch-paradoxaal karakter van de gegeven werkelijkheid als uitgangspunt neemt. Tenslotte zullen de mogelijke wegen voor verder onderzoek worden aangegeven.

§3. METHODOLOGISCHE BEMERKINGEN.— De in dit proefschrift naar voren gebrachte grondstelling behoort, hoewel zij wijsgerig van aard is, tot het domein van het interdisciplinaire onderzoek. Om voor de hand liggende redenen zal de methodologie gebruikt om haar op haar houdbaarheid te toetsen beroep moeten doen op het technisch instrumentarium der verschillende deeldomeinen waaraan zij raakt, te weten:

- de bron- en tekststudie der classieke philologie;
- onderdelen der wiskunde, m.n. de logica, de verzamelingenleer en de getaltheorie;
- gegevens uit de vergelijkende cultuurwetenschappen en de anthropologie;
- elementen uit de geschiedenis en filosofie der exacte wetenschappen;
- zekere ontwikkelingen in de hedendaagse natuurkunde.

Ik ben er mij terdege van bewust dat ik er als filosoof geen aanspraak op kan maken op zelfs maar een van deze domeinen een “specialist” te zijn. In dit tekort heb ik proberen te voorzien door regelmatig en diepgaand overleg met mensen die hierop wel aanspraak kunnen maken, hoewel de uiteindelijke verantwoordelijkheid voor analyses en conclusies onverkort bij mij berust. Het is mijn overtuiging dat, gezien het toenemende belang van het interdisciplinaire onderzoek, een dergelijke werkwijze niet enkel onvermijdelijk is, maar in de toekomst ook hoe langer hoe meer noodzakelijk zal worden, en dat de koudwatervrees die daarvoor nog bij veel mensen bestaat, overwonnen dient te worden. Ook al is de *Homo universalis* in onzen tijd gaan behoren tot het domein der onbereikbare Utopie, de netwerkachtige vormen van samenwerking, die door de hedendaagse communicatiemiddelen mogelijk worden gemaakt, laten ons toe de levensnoodzakelijke pogingen tot het bereiken van — hoe gebrekkig en voorlopig ook — grensoverschrijdend in- en overzicht ten minste nog na te streven. Moge de lezer het feit dat ik mij, vanuit mijn beperkte vakgebied, m.b.t. dit onderwerp aan een dergelijke stoutmoedige poging heb gewaagd, niet ten euvel duiden!

Ik hebbe in het Nederduits geschreven om ook aan myne Vaderlanders dienstig te kunnen syn.

B. Nieuwentijt, Het regt gebruik der wereltbeschouwingen

§4. EEN OPMERKING OVER TAAL.— Er is mij herhaaldelijk en met een zekere verwondering gevraagd waarom ik dit werk in het Nederlands schreef en niet in het Engels.² En inderdaad, in een tijd waarin het gebruik van het Engels een schijnbare vanzelfsprekendheid is geworden in wetenschappelijke aangelegenheden, kan de keuze voor het Nederlands verbazing wekken. Dit is dan ook een principiële keuze geweest. Ik vrees ten eerste dat de verengelsing van de wetenschappelijke wereld een bedreiging inhoudt voor het Nederlandstalig hoger onderwijs — nu reeds moeten aan sommige Nederlandse universiteiten Hollandse professoren een examen Engels afleggen om er les te mogen geven aan voornamelijk Nederlandstalige studenten! — en, al is het misschien een beetje à la Don Quichotte, maar ik zie speciaal in België het punt er niet van in de politieke en intellectuele emancipatie van het Nederlands te bevechten op het Frans, om dan allemaal ineens op het Engels over te schakelen. Ten tweede ben ik ervan overtuigd dat een ware internationalisering juist meertaligheid vereist, en niet eentaligheid. Dit was overigens, zelfs in de exacte wetenschappen, tot nog maar een generatie geleden de norm. De krachtige culturele impulsen die maakten dat in verschillende landen duidelijk onderscheidbare (& relevante!) scholen bestonden die onderling vruchtbare kruisbestuivingen aangingen — opnieuw, dit geldt ook voor de exacte wetenschappen —, dreigen nu door het quasi taalmonopolie in de wereld van de wetenschappelijke tijdschriften te worden weggevaagd, met alle culturele en ideologische gevolgen vandien. Trouwens, het is evident dat de enige taal die de historische en culturele rijkdom bezit die nodig is om in aanmerking te komen — tenminste in de “Westerse” wereld — als wetenschappelijke standaardtaal, het Latijn is. Het is mijns inziens van cruciaal belang voor de verdere ontwikkeling van een hedendaagse Nederlandstalige wetenschappelijke woordenschat die beschikbaar staat voor onderzoek en onderwijs, dat er ook in het Nederlands wordt geschreven. Het probleem is overigens niet nieuw. Ik heb ten behoeve van de lezer, tot lering én vermaak, de getuigenissen terzake van enkele hooggeleerde heren die er destijds mede voor gezorgd hebben dat het Nederlands — nog vóór het Frans en het Engels — de eerste volkstaal was die in Europa in de wetenschappen werd gebruikt, bijeengebracht. Hugo Grotius schrijft aan zijn kinderen: *Waartoe ik mij beholpen heb met veele nu wat ongebruikelijke doch goede oude Duitsche³ woorden, die in de oude handvesten en keuren bevonden worden; ook enige woorden door zamenvoeging gemaakt, doch zo dat de zin daarvan ligt is te vatten, ende tot nader gerijf van degeenen die aan Latijnsche ofte Basterd Duitsche woorden zijn gewent, heb ik op den kant de Duitsche woorden vertaald (...)*⁴ En voor alle duidelijkheid: dit heeft met taalpurisme niets van doen. Daar waar leenwoorden zodanig ingeburgerd zijn dat ze vertalen de zaken alleen onduidelijker zou maken, kan men er ook maar beter afblijven. “computer” vertalen door “snelrekenaar” heeft me

²Een Ebgelse synoptische vertaling zal binnekort wel beschikbaar zijn.

³i.e., Dietsche, dus Nederlandse, woorden.

⁴Uit: “Brief van den Heere Hugo de Groot aan zijne kinderen”, ontleend aan de terzake zeer goed gedocumenteerde inleiding tot het Latijns-Nederlands woordenboek van S. Axters O.P., *Scholastiek Lexicon*, Geloofsverdediging, Antwerpen, 1937, pp. 96-97.

dunkt weinig zin. Daarentegen beweren dat “natuurkunde” niet hetzelfde zou zijn als “physica” is dan weer langs de andere kant overboord. Het is ten andere een opmerking die door de vader van het Nederlandse wetenschappelijke taalgebruik, Simon Stevin, al werd gemaakt: *In de gebruyck heeft het daer toe gebrocht, dat men sommige vreemde woorden diemen wel Verduytschen can, nochtans Verduytscht niet en verstaen (...) ten soude om de ongewoonte niet begrepen worden... t’selve wy in dese oock doen, besighende sukcke Duytshce woorden, als wy achten by den ghemenen man nu ter tyt alhier (...) alderbest verstaen te syne (...)*⁵

Tenslotte. De door mij in dit proefschrift gehanteerde *spelling* der Nederlandse taal kan eveneens enige vragen oproepen.⁶ Maar ook hier weer gaat het om een zeer bewuste keuze. De twee laatste “spellinghervormingen” (1994, 2001, en eigenlijk al sinds de jaren ’50) maken dat het Nederlands in snel tempo tot een spraakkunstloos soort infra-Engels degradeert. Geen tijd, wijs, getal, geslacht of naamval is blijkbaar nog geoorloofd; een op het “lijf” van den computer geschreven brij met als enige regel concatenatie van woorden schijnt tegenwoordig de norm te zijn. Dit heeft niet alleen esthetische en historische, maar ook politieke consequenties.⁷ Ik doe daar — samen met heel wat andere mensen, en zelfs een aantal grote Nederlandse uitgeverijen — niet langer aan mee. En ik ga nog een stapje verder: van al die hoger opgesomde nobele grammaticale vormen, die in principie — al is dat binnen de huidige “spellingregels” niet eens meer correct mogelijk! — nog facultatief gebruikt mogen worden (aldus het Nederlands Handwoordenboek Van Dale uit 1973), en die overigens voor iemand uit de Zuidelijke Nederlanden in het gesproken taalgebruik nog dagelijks levende taalschat vertegenwoordigen, maak ik gebruik in dit proefschrift, in een aan de huidige tijd aangepaste vorm.⁸ Ik laat mij daarbij leiden door het taalgebruik van moderne classicus-ers zoals Dijksterhuis en Huizinga, al geef ik toe dat ik ook wel eens in Vondel of de Statenvertaling heb willen neuzen... Dat de lezer deze keuze beschouwe als een daad van liefde voor de Nederlandse taal, en als mijn persoonlijke bijdrage aan een hoogst noodzakelijke en hoogst dringende *critiek der nieuwsprakerige rede!*

⁵S. Stevin, *Dialectike ofte Beysconst*, geciteerd in *Lexicon*, pp. 86-87.

⁶Dat de lezer mij, zo bid ik hem of haar, een ongeneeslijke computerdislexie, die ervoor zorgt dat er nog een aantal schrijffouten deze tekst blijven ontsieren, niet te zeer ten euvel duide. Ook voor het feit dat ik er ongetwijfeld niet in geslaagd ben alle op het Engels gebaseerde woordspelingen van het door het door mij gebruikte tekstverwerkingsprogramma (Textures) te verbeteren, vraag ik verschoning.

⁷Voor diegenen die daaraan twijfelen, hierbij enkele referenties. Allereerst het essay G. Orwell uit 1946, op basis waarvan hij het beroemde laatste hoofdstuk uit 1984, over ‘nieuwspraak’ en ‘dubbeldenken’ schreef: “Politics and the English Language”, in: *Horizon*, April 1947, herhaaldelijk herdrukt, onder meer in *The Collected Essays, Journalism and Letters of George Orwell*, vol. IV: “in Front of Your Nose”, 1945-1950. Verder V. Klemperer die in zijn boek over de LTI, *Lingua Tertii Imperii*, Reclam, Leipzig, 1957-1975, de taal van het Derde Rijk, aangetoond heeft wat de impact kan zijn van het afsluiten van talige nuances en verfijningen op den menselijken geest. Een humoristische, maar vernietigende kritiek op de ontwikkelingen in het hedendaagse Frans in J. Semprun, *Défense et illustration de la novlangue française*, L’encyclopédie des nuisances, Paris, 2005. Het is maar een greep uit het aanbod.

⁸Zoals grotendeels toegepast in de hedendaagse uitgaven van Dijksterhuis’ *Mechanisering van het Wereldbeeld*, bijvoorbeeld.

HOOFDSTUK 2

EEN IN VEEL IN EEN EN VEEL

*They are a very serious problem,
not for mathematics, however; but rather
for logic and epistemology.*

K. Gödel, What is Cantor's continuum problem?

§1. HEDENDAAGSE PARADOXEN.— Iedereen heeft wel er eens van gehoord: de schildpad en Achilles, de leugenachtige Kretenzer, de zichzelf scherende barbier... Paradoxen zijn tegelijkertijd vanzelfsprekend en onrustwekkend. Vanzelfsprekend, omdat ze blijkbaar zo simpel zijn dat iedereen ze verstaat. Onrustwekkend zijn ze juist om dezelfde reden. Hadden we met die vervelende dingen immers niet al lang komaf gemaakt? Bezitten we met de *logica* niet een instrument dat ons consistentie — paradoxvrijheid — garandeert? En toch kunnen we met het aantal boeken die er aanspraak op maken één of meerdere paradoxen definitief onschadelijk te hebben gemaakt en deze die dat vervolgens weer ontkennen een behoorlijke seminariebibliotheek vullen, en wel een die blijft aangroeien. Het loont wellicht de moeite de zaken om te draaien en zich de vraag te stellen hoe dat komt: *There is indeed an antinomic way of thinking whose meaningfulness and intelligibility leave nothing to be desired, for it is a reflection of the fact that reality itself is intrinsically antinomic. Far from being a psychological impossibility, to think antinomically is simply a matter of breaking away from old habits of perception and ratiocination in order to substitute an entrenched mental process with a new one.*¹ Dit blijft echter toch eenvoudiger gezegd dan gedaan. De vraag waarom de logische reconstructie van onze werkelijkheidsbeleving zo succesvol en diepgeworteld is moet wel degelijk worden gesteld, wil men alternatieven naar voren kunnen schuiven met enige kans op slagen. Een onderzoek van deze betrekkingen is hetgeen waar het in dit proefschrift om draait. Ons vertrekpunt zal daarom ook niet de *logica* zelf zijn, maar de relevantie van wat eraan vooraf ging: de paradoxale zijns- en denkwijze der Voorsocratische filosofie, en de begaanbaarheid der sporen

*paradoxen zijn
oud en taai*

¹F.G. Asenjo, "Toward an Antinomic Mathematics", in: G. Priest *et al.*, *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München &c, 1989, p. 394.

twee soorten en
het verband er-
tussen

die zij doorheen de Europese wijsgerige en wetenschappelijke traditie heeft achtergelaten. Desalniettemin zullen we in het hiernavolgende Hoofdstuk een overzicht van het hedendaagse denken over het logische gezicht van de paradox, de inconsistentie, geven, om aldus onze eigen benaderingswijze te kunnen kaderen en situeren. In de moderne literatuur maakt men een onderscheid tussen semantische of logische en verzamelingstheoretische of wiskundige paradoxen. Deze laatste duiken op in den opbouw der wiskundige constructies uit zekere fundamentele en betreffen noties als cardinaliteit, lidmaatschap e.d., terwijl de eerste betrekking hebben op ‘waarheid’, dus op den band tussen zowel natuurlijke als formele talen en het met behulp van aanduiding, verwijzing en betekenis erdoor beschrevene.² Maar de oervoorbeelden waarvan ook de meeste moderne formuleringen slechts afgeleiden zijn, doen al de ronde van vóór het ontstaan van de klassieke filosofie: ze zijn blijkbaar zo oud als het denken zelf. Dit is heel mooi te zien in het recente overzichtswerkje van de Engelse filosoof M. Clark.³: alle erin vermelde paradoxen die niet op verwarring of morele dilemma’s zijn gebaseerd, zijn al in omloop sinds de Oudheid. Een typevoorbeeld is de paradox van den Leugenaar, toegeschreven aan Eubulides⁴, een leerling van Euclides van Megara, een voorloper der Stoïcijnse School, en die volgens de overlevering teruggaat op de Kretenzer Epimenides, waardoor hij in het collectief geheugen bestaansrecht heeft verworven in de anecdote over de Kretenzer, die zegt: “Alle Kretenzers zijn leugenaars”⁵ De naam die echter het meest in het oog springt in verband met antieke paradoxen is die van Zeno. Zeno’s paradoxen betreffen vraagstukken over de relatie tussen deel en geheel, en over verschillende manieren om het begrip oneindig op te vatten. Dit laatste komt naar voren in de zgn. ‘statische’ en ‘dynamische’ paradoxen, de Paradoxen van Veelheid en Beweging. Zij dienen onder het algemeen begrip der wiskundige paradoxen te worden gevat. Het is echter niet moeilijk de verwantschap aan te tonen tussen logische paradoxen zoals de Leugenaar en wiskundige paradoxen zoals bij Zeno. Toch blijkt ook hier dat de onderliggende verbanden tussen duidelijk verwante denkstructuren nog dikwijls stiefmoederlijk worden behandeld: *One thing the diagnosis reveals is a striking parallel between this semantic paradox and the familiar set-theoretic paradoxes, a parallel which has always been vaguely perceived but which has never clearly emerged in formal accounts of the Liar.*⁶ Deze opmerking van Barwise *et al.* geldt dus ook voor Zeno. In hun hedendaagse formulering blijft het verband tussen beide soorten bestaan. Beiden zijn van den vorm die ‘antinomie’ genoemd wordt. Een antinomie is een paradox die niet uit verwarring ontstaat, maar waarin een echte tegenspraak aan den dag treedt op grond van een geldige redenering: *Its proposition is a self-contradictory compound proposition to the effect that our adjective is and is not true of itself*, aldus Quine.⁷

²Dit onderscheid gaat terug op Peano, en werd uitgewerkt door F.P. Ramsey. P. Suppes, *Axiomatic Set Theory*, Dover, 1972, p. 8.

³M. Clark, *Paradoxes from a to z*, Routledge, London and New York, 2002

⁴Diogenes Laërtius, *vitae*, ii, 108.

⁵Deze laatste toeschrijving gaat, op een nogal vage toespeling van Aristoteles [*De Sophisticis Elenchis*, 25, 180b (2-7)] na, terug op een brief van Paulus aan Titus [1, 12-13], waarin wordt gezegd dat *een hunner zei, dat Κρητες ἀεὶ ψεύδοιτο*, *Kretenzers altijd leugenaars [zijn]* [DK 3B 1]. Aristoteles’ versie van het verhaal is niet zonder belang, omdat eruit blijkt dat er wel degelijk een paradox mee gemoeid was, eerder dan een racistisch vooroordeel over de Kretenzische volksaard (Paulus: “hij had gelijk”)!

⁶J. Barwise and J. Etchemendy, *o.c.*, p. 9. Mijn accentuering.

⁷W.V. Quine, *The Ways of Paradox and other Essays*, Harvard, Cambridge, Mass., 1976, p. 5. Er wor-

Wij zullen zien dat dit zich niet tot adjectieven hoeft te beperken. Tarski's definitie van semantische waarheid in termen van de verzamelingenleer maakt het onderscheid niet altijd evident, wat zijn belang heeft en nog aan de orde zal komen.⁸ Volstaan we voorlopig met een vaststelling van Clark: *Forms of the liar were discussed in ancient and medieval times. The importance accorded to the paradox in modern times is attested by the vast literature that has been produced in the wake of it during the past hundred years. It must be addressed if semantic notions like truth and implication are to be elucidated, just as Russell's paradox had to be addressed in providing set-theoretic foundations for mathematics. Indeed, given the affinity between the liar and paradoxes like Russell's, treatments of them may be mutually illuminating.*⁹

De Leugenaar kan algemeen op twee onderscheidbare niveaus worden geformuleerd, in een sterke enkelvoudige of in een afgezwakte tweevoudigen vorm.¹⁰ In de Middeleeuwen werd dit soort paradoxen ijverig bestudeerd. De sterke variant stond als gemeenplaats in het *ego dico falsum*; een variant op de zwakke Leugenaar kennen we o.m. uit het werk van Buridan. In het algemeen werden ze *insolubilia* genoemd, en gedefinieerd als een *propositio habens super se reflexionem suae falsitatis aut se non esse veram totaliter vel partialiter illativa*.¹¹

1. Enkelvoudige of Sterke Leugenaar

- Deze zin is vals

2. Tweevoudige of Zwakke Leugenaar

- de volgende zin is waar
- de vorige zin is vals

De Sterke Leugenaar is sterk omdat men om tot de contradictie te komen niet eens het Bivalentieprincipe ($P \vee \sim P$) nodig heeft, dat stelt dat *elke uitspraak waar of vals* moet zijn. Ik zou het verschil geometrisch kunnen characteriseren door te zeggen dat de Zwakke Leugenaar een paradox behelst op dezelfde wijze als een cirkel, alwaar in elk punt, na de omtrek doorlopen te hebben, d.w.z., na verloop van zekere tijd, begin en eindpunt samenvallen. De Sterke Leugenaar vertegenwoordigt dan een cirkel met een omtrek van één enkel punt, of anders gezegd met omtrek = 0, of vanuit het standpunt van den tijd, een ogenblikkelijke paradox. Deze cirkels staan semantisch gelijk aan twee soorten zelfreferentiële cirkelredeneringen.¹² Tarski pakte het probleem aan

den hierin echter ook andere onderscheidingen aangebracht. Zo de reeds genoemde Asenjo, die zegt dat een contradictie uit een logische afleiding volgt, daar waar een antinomie een uitspraak met tweevoudige waarheidswaarde is, los van enigen deductieven context. F.G. Asenjo, *o.c.*, p. 394. Dit verschil komt ook aan de orde in D.F.M. Strauss, "Contradiction and Antinomy, a purely logical distinction?", Paper prepared for the PSSA Conference, January 2005. Wij houden ons voorlopig aan het traditionele onderscheid.

⁸G. Priest, *In Contradiction*, Martinus Nijhoff, Dordrecht etc., 1987, pp. 11-12.

⁹M. Clark, *Paradoxes from a to z*, Routledge, London and New York, 2002, p. 105. Mijn accentuering.

¹⁰Een bron voor de zwakke variant is Cicero, *De Divinatione*, ii, 11; *Academica*, ii, 96.

¹¹Paulus van Venetië, *Logica Magna*, aangehaald in W. Kneale & M. Kneale [K & K in what follows], *The Development of Logic*, Clarendon Press, Oxford, 1984 [1962], p. 228.

¹²Een voor zichzelf sprekend overzicht van mogelijke varianten onder het kopje "A budget of liar-like paradoxes", in Barwise *et al.*, *o.c.*, pp. 20-25.

Leugenaarsparadox

*Tarski's object-
en
metataal*

door een hiërarchie van waarheidsniveaus in te voeren: men kan het praedicaat ‘waar’ op niveau x enkel gebruiken om uitspraken te doen over volzinnen op de onderliggende niveaus.¹³ Hij voert de begrippen “objecttaal” en “metataal” in om deze niveaus te kunnen formaliseren. Op het niveau van de objecttaal \mathcal{L} , met een welbeschreven *syntax* die het gebruik der logische operatoren ‘niet’, ‘en’, ‘of’ en ‘als . . . dan’ regelt¹⁴, vinden we volzinnen (“sentences”¹⁵) die binnen een of ander theoretisch kader betrekking hebben op de werkelijkheid. Op het niveau van de metataal \mathcal{L}' bevinden zich de praedicaten $waar_{\mathcal{L}}$ en $vals_{\mathcal{L}}$ die toepasbaar zijn op de volzinnen van de onderliggende objecttaal \mathcal{L} en er op een ondubbelzinnige manier de *waarheidswaarde* van geven. Dit is het *semantische* niveau van het hiërarchische taalsysteem. Het is niet toegelaten zinnen uit \mathcal{L}' over te brengen in \mathcal{L} . Een voorbeeld: ge moogt zeggen: “‘Parijs is de hoofdstad van Frankrijk’ is waar”; maar niet ‘deze zin is waar’, wanneer met ‘deze zin’ de zin zelf bedoeld is, omdat ge dan het semantische praedicaat $waar_{\mathcal{L}}$ op het niveau van de objecttaal \mathcal{L} gebruikt: *People have not been aware that the language about which we speak need by no means coincide with the language in which we speak. They have carried out the semantics of a language in that language itself and, generally speaking, they have proceeded as though there was only one language in the world. The analysis of the antinomies mentioned shows, on the contrary, that the semantical concepts simply have no place in the language to which they relate, that the language which contains its own semantics, and within which the usual logical laws hold, must inevitably be inconsistent.*¹⁶ Tarski zag wel in dat deze ingreep op zijn zachtst gezegd nogal arbitrair is omdat er vele perfect aanvaardbare volzinnen in de natuurlijke talen voorkomen die deze regel overtreden, en beperkte zijn toepassing strikt tot formaliseerbare taal-systemen zoals wetenschappelijke theorieën. Maar zelfs dan zijn niet alle problemen van de baan. Wat zal het hogere niveau zijn voor totaliserende uitspraken zoals de zin ‘Alles wat Tim zegt is waar’? We weten immers niet wat het ‘hoogste’ metaniveau is waarop Tim kan/zal spreken. Of nog erger: hoe zit het met ‘elke uitspraak is waar of vals’? Dat zou een oneindigheid aan waarheidsniveaus impliceren! *The hierarchy has no place for a sentence like “Every statement is true or false”, which would be an improper attempt to say what can only be said with infinitely many different sentences, one for each level.*¹⁷ Hetzelfde effect krijgt ge wanneer ge de volzinnen van \mathcal{L}' op hun beurt een waarheidswaarde wilt toekennen: ge moet een metametataal \mathcal{L}'' invoeren, waarin de praedicaten $waar_{\mathcal{L}'}$ en $vals_{\mathcal{L}'}$ geldig gebruikt kunnen worden, en zo tot in het oneindige. In een dergelijke constructie is het principe van den uitgesloten derden (ook het *Tertium non datur* [TND] genoemd) blijkbaar niet meer consistent formuleerbaar. Dat concludeer ik althans uit de analyse in Clark¹⁸ en uit de vaststelling

¹³A. Tarski, “The Concept of Truth in Formalised Languages”, in: *Logic, Semantics, Metamathematics, Papers from 1923 to 1938*, trans. J.H. Woodger, Clarendon Press, Oxford, 1956, pp. 152-277.

¹⁴A. Tarski, *Inleiding tot de logica en tot de methodenleer der deductieve wetenschappen*, vert. E.W. Beth, Noord-Hollandsche Uitgeversmaatschappij, Amsterdam, 1964 [1953], pp. 41-42. Een heldere uiteenzetting van het gebruik dezer operatoren (ze worden ook wel ‘connectieven’ genoemd) vindt men in P. Suppes and S. Hill, *First Course in Mathematical Logic*, Dover, N.Y., 1964, pp. 2-20.

¹⁵“Sentences” — volzinnen — en “propositions” — uitspraken — vallen niet helemaal samen, maar wij laten een bespreking van dit verschil terzijde.

¹⁶A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, p. 402.

¹⁷M. Clark, *o.c.*, p. 102.

¹⁸M. Clark, *o.c.*, pp. 100-102.

door Kneale & Kneale dat het Bivalentieprincipe ($P \vee \sim P$) en de Uitgesloten Derde ($\sim (P \wedge \sim P)$) equivalent zijn aan elkaar.¹⁹ De equivalentie kan formeel aangetoond worden met de wetten van De Morgan waarmee, via de negatie, van de conjunctie naar de disjunctie kan worden overgegaan, en vice versa. In dit geval met de eerste wet: $\sim (P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$. Vul voor ‘ Q ’ ‘ $\sim P$ ’ in, en het resultaat volgt triviaal.²⁰ Men verliest binnen Tarski’s systeem dus ook volzinnen die zelfs binnen het vooropgezette theoretische kader behouden zouden moeten blijven. Saul Kripke legde zijn vinger op de zere plek toen hij droog vaststelde dat *there can be no syntactic or semantic ‘sieve’ that will winnow out the ‘bad’ cases while preserving the ‘good’ ones.*²¹

Russell zegt dat expliciet en geeft de twee vormen van den Leugenaar in hun traditionele gedaante: *The oldest contradiction of the kind in question is the Epimenides. Epimenides the Cretan said that all Cretans were liars, and all other statements made by Cretans were certainly lies. Was this a lie? The simplest form of this contradiction is afforded by the man who says ‘I am lying’; if he is lying, he is speaking the truth, and vice versa.* Russells eigen paradox wordt over het algemeen in termen van de verzamelingenleer gesteld: “de verzameling van alle verzamelingen die geen lid zijn van zichzelf is wel en niet een lid van zichzelf”. Hij werd door Russell in 1901 ontdekt op grond van Frege’s *Grundgesetze der Arithmetik* en oorspronkelijk in termen van praedicaten geformuleerd, wat de verwantschap met zelf-referentiële paradoxen zoals de Leugenaar beter tot haar recht doet komen.²² Ook wanneer men niet met verzamelingen werkt kan men de paradox reconstrueren, als *de eigenschap een eigenschap te zijn die zichzelf niet tot voorbeeld heeft.*²³ Russell’s eigen woorden: *Let w be the class of all those classes which are not members of themselves. Then, whatever class x may be, ‘ x is a w ’ is equivalent to ‘ x is not an x ’. Hence, giving to x the value w , ‘ w is a w ’ is equivalent to ‘ w is not a w ’.*²⁴ Laten we een concreet voorbeeld bekijken. We nemen het *Abstractieaxioma* als uitgangspunt, dat zegt dat voor eender welke praediceerbare eigenschap a geldt dat er een verzameling A bestaat waarvan de leden die dingen zijn die a als eigenschap hebben. De verzameling van excentrieke Engelsen is zelf geen excentrieke Engelsman (mogen we hopen), en is bijgevolg geen lid van zichzelf. Maar de verzameling van alles wat géén excentrieke Engelsman is, is een lid van zichzelf om evidente redenen. Een beetje algemener: de verzameling der verzamelingen E is een verzameling, dus een lid van zichzelf. Hoe zit het nu met de verzameling der verzamelingen die *geen* lid zijn van zichzelf? Noemen we haar $E' = \{x : x \notin x\}$. Is E' een lid van zichzelf ($E' \in E'$)? Neen, want anders zou ze

Russells paradox

¹⁹K & K, p. 47-49.

²⁰Dit geldt in het klassieke geval. In logische systemen die het TND of het Bivalentieprincipe verwerpen, zoals de paraconsistente logica, geldt deze equivalentie niet meer. In den intuitionistische logica is De Morgan’s eerste wet niet eens toepasbaar! Tarski bouwde zijn systeem evenwel met de klassieke logica als uitgangspunt, om aan het verschijnen van paradoxen binnen dat kader een oplossing te bieden.

²¹Aangehaald in Barwise and Etchemendy, *o.c.*, p. 6.

²²B. Russell, *The Principles of Mathematics*, Routledge, London, 1996 [1903], pp. 101-103. Een compacte bespreking van de belangrijkste semantische en wiskundige paradoxen die ten grondslag liggen aan de ontwikkeling van de axiomatische verzamelingenleer vindt men in P. Suppes, *o.c.*, pp.1-13.

²³Zo stellen het althans K&K, p. 655.

²⁴“Mathematical Logic as based on the Theory of Types”, in: B. Russell, *Logic and Knowledge*, Routledge, London and N.Y., p. 59 sq.

Poincaré's 'cercle vicieux'

niet aan het voorschrift $E' \notin E'$ voldoen. Waardoor ze aan het voorschrift voldoet, en dus een lid is van zichzelf. Andersom, als $E' \notin E'$ geldt dat $E' \in E'$. Waaruit de contradictie volgt: $(E' \notin E' \rightarrow E' \in E') \& (E' \in E' \rightarrow E' \notin E')$. Russell bespreekt nog enkele andere, verzamelingtheoretische, paradoxen: Richards paradox en de paradox van Burali-Forti²⁵ en komt tot het besluit dat ze alle een gemeenschappelijk kenmerk hebben. Op het eerste gezicht is dit zelfreferentie. Zo missen we echter een belangrijke subtiliteit. In het geval van den Leugenaar ontstaat de contradictie omdat *alle* Kretzeners leugenaars zijn én Epimenides zelf een Kretzenzer is. In het geval van de Russellverzameling spreken we over *alle* verzamelingen die geen lid zijn van zichzelf én het feit dat dit voorschrift op haarzelf toepasselijk is. Dit houdt meer in dan eenvoudige reflexiviteit! *In each contradiction something is said about all cases of some kind, and from what is said a new case seems to be generated, which both is and is not of the same kind as the cases of which all were concerned in what was said.*²⁶ Dit geldt meer bepaald wanneer we de natuurlijke getallen proberen te definiëren d.m.v. een recursief, ongelimiteerd procédé, zoals in het geval van het inductieprincipe. Russell werd tot deze conclusie gedwongen door den scherpsten critiek van Henri Poincaré, dien niet enkel de “cercle vicieux”²⁷ had opgemerkt, maar ook had gezien dat deze verzamelingtheoretische paradoxen samenhangen met de poging een oneindige verzameling als een gesloten geheel te beschouwen.²⁸ Wat op het zuiver praedicatieve niveau zelfreferentieel is, verschijnt klaarblijkelijk op het verzamelingtheoretische niveau als de problematiek van de relatie van een deel tot zijn geheel; dit is m.i. de *striking parallel* waar Barwise en Etchemendy in hun hoger aangehaalde werk²⁹ op doelen. Vann McGee's reconstructie van den Leugenaar expliciet in termen van den Veelheidsparadox maakt de cirkel rond.³⁰ Ik kan het dan ook niet eens zijn met de benadering van Simmons, daarin gevolgd door Van Bendegem, die het verschil tussen ‘onschuldige’

²⁵De paradox van Burali-Forti dateert uit 1897 en is de eerste ‘moderne’ formulering van den Leugenaar. We gaan er niet verder op in. De paradox van Richard is belangrijk omdat hij de methodische inspiratie leverde waarop Gödel het bewijs voor zijn beroemde Stelling heeft gebouwd. We komen er verder nog op terug. De oorspronkelijke papieren zijn (in Engelse vertaling) te vinden in *FTG*: C. Burali Forti, “A question on transfinite numbers”, pp. 104-112; J. Richard (1905, dus na Russells herontdekking van den Leugenaar), “The principles of mathematics and the problem of sets”, pp. 142-144.

²⁶B. Russell, “Types”, *o.c.*, p. 61.

²⁷*Pourquoi, en appliquant à leurs raisonnements le procédé que je viens de décrire, c'est-à-dire en remplaçant les termes définis par leurs définitions, ne les voit-on pas se fondre en identités comme les raisonnements ordinaires? C'est que ce procédé ne leur est pas applicable. Et pourquoi? Parce que leurs définitions sont non prédictives et présentent cette sorte de cercle vicieux caché que j'ai signalé plus haut (...)*; H. Poincaré, “Les Derniers Efforts des Logisticiens”, in *Science et Méthode*, Kimé, Paris, 1998 [1908], p. 167.

²⁸K & K, p. 655-656.

²⁹Zij stellen een oplossing voor den Leugenaar voor gebaseerd op het concept ‘hyperset’. Hypersets zijn een graphentheoretische uitbreiding van den verzamelingenleer, die toelaten zelfreferentiële en circulaire structuren te construeren. Dit, tesamen met een aan den filosoof Austin ontleende notie van semantische contextualiteit, of ‘situationele waarheidswaarde’ die wiskundig uitgedrukt wordt door een sluiting (closure) over de gebruikte semantische modellen, zodat hun oplossing eerder op een *werken met* dan op een *uitschakelen* van den paradox gebaseerd is. Dit is een nieuw type benadering waar mijn eigen standpunt gedeeltelijk bij aansluit en dat ik in navolging van Louis Kauffman *paradoxaliteitsrekening* [*calculus of paradoxicality*] wil noemen. Hun concrete aanpak is, hoewel bijzonder interessant, heel verschillend van de mijne, daarom ook dat ik hun werk hier niet verder in detail ga bespreken. De technische uiteenzetting over “nonwellfoundedness” en hypersets is in hun boek te vinden vanaf p. 34; situationele waarheidswaarde: p. 28 & p. 121 sq.; sluiting op semantische modellen: p. 82.

³⁰V. McGee, *Truth, Vagueness, and Paradox: An Essay on the Logic of Truth*, Indianapolis, Hackett, 1991.

en ‘kwalijke’ zelfverwijzing definieert *zonder* het aspect van ‘totaliteit’ in rekening te brengen. Maar wanneer de LEugenaar betrekking heeft op meerdere elementen is het juist cruciaal dat ge *ze allemaal* in het argument meeneemt! In de versie van den Leugenaar: “Een Kretenzer zegt: ‘De Kretenzer is een leugenaar’ ” is ‘De Kretenzer’ geen individu maar een soortnaam³¹, een categorie die duidelijk *alle* elementen van de erdoor bepaalde classe omvat, zoals we bij Russell zagen. Men kan deze versie als een variante op den zwakken Leugenaar beschouwen, in dien zin dat er een tweede niveau — in dit geval de classe in haar geheel — in het spel komt; hetgeen erop neerkomt dat deze formulering een instantie is van de ‘cirkel’-variant van de Leugenaarsparadox die we eerder hebben besproken. En het lijkt mij onhoudbaar te stellen dat hij om die reden geen paradox meer zou zijn. Dit doet overigens niets af aan de waarde van de door deze auteurs gebruikte Cantorse ‘diagonaliseringsmethode’ om Leugenaarsparadoxen te diagnosticeren en zelfs te genereren; daarin komt hun aanpak trouwens met die van Barwise *et al.* overeen.³² De diagonaliseringsmethode op zichzelf heeft niets paradoxaals. Zij werd door G. Cantor ontwikkeld in zijn pogingen om greep te krijgen op het wel degelijk problematische begrip ‘oneindigheid’.³³ De grote bijdrage van Cantor is dat hij ‘oneindig’ voor de rekenkunde toegankelijk heeft gemaakt. Die rekenkunde blijkt haar eigen regels te volgen; zo bijvoorbeeld neemt oneindig niet toe of af wanneer ge er iets bij optelt: $\infty + 5 = \infty$), terwijl er toch oneindigheden bestaan die ‘groter’ zijn dan andere. Hoe kan er worden uitgemaakt of twee oneindigheden even groot zijn? Dat komt neer op de vraag of er manieren zijn om oneindige verzamelingen door tellen met elkaar te vergelijken. Daartoe moeten we eerst nader bekijken wat ‘tellen’ juist betekent. Laten we ons eerst tot eindige verzamelingen beperken. Wat doen we essentieel wanneer we tien appels in een fruitmand tellen? We pakken in onze gedachten appel na appel uit de mand en geven elk een nummer, d.w.z., we verbinden elke appel met een geheel, positief getal, een ‘natuurlijk’ getal ($\in \mathbb{N}$) in stijgende volgorde van 1 tot 10. “In mijn mand liggen tien appels” kan meer algemeen worden uitgedrukt als “deze verzameling heeft 10 elementen”. Dit zou evengoed gelden wanneer ik geen 10 appels maar 10 peren geteld had, of 10 leerlingen in een klas. Al deze verzamelingen zijn *gelijkmachtig*, het getal dat deze eigenschap characteriseert noemen we het *cardinaalgetal* van de betrokken verzamelingen; verzamelingen met hetzelfde cardinaalgetal zijn ‘even groot’ of equivalent. “*Mächtigkeit*” oder “*Kardinalzahl*” *nennen wir den Allgemeinbegriff, welcher mit Hilfe unseres aktiven Denkvermögens dadurch aus der Menge M hervorgeht, daß von der Beschaffenheit ihrer verschiedenen Elemente m und von der Ordnung ihres Gegebenseins abstrahiert wird.*³⁴ De volgorde waarin geteld wordt heeft geen belang. Of ik de leerlingen in alfabetische orde tel of anderzins, ik zal altijd 10 uitkomen. Als ik een mand met twintig appels tel — twee keer zoveel, dus — heb ik twee keer zoveel natuurlijke getallen nodig; het cardinaalgetal van mijn verzameling zal vermenigvuldigd worden met 2. Deze voorbeelden mogen kinderachtig lijken, maar schijn bedriegt. ‘Tellen’ wil blijkbaar niets anders zeggen

Cantors transfinitie getaltheorie

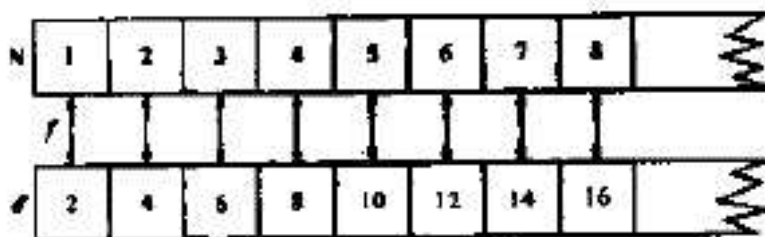
³¹Deze versie wordt overigens niet door de bronnen geattesteerd.

³²K. Simmons, “The Diagonal Argument and the Liar”, *Journal of Philosophical Logic*, **19**, 1990, pp. 277-303. Zie ook J.-P. Van Bendegem, *Inleiding tot de Logica.*, p. 233 sq.

³³G. Cantor, “Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre”, in: *Gesammelte Abhandlungen [GA in wat volgt]*, Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1962, p.

³⁴G. Cantor, “Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre”, *GA*, p. 282.

dan op een eenduidige manier elk element van een verzameling M associëren aan een $n \in \mathbb{N}$. Meer rigoureus kunnen we dit voorstellen als een functie f die gegeven wordt door een geordende lijst met als argumenten de natuurlijke getallen en als functiewaarden elementen van M . Laten we deze procedure eens toepassen op de eenvoudig voorstelbare *oneindige* verzameling der even natuurlijke getallen $2, 4, 6, 8, \dots$. We krijgen $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6, \dots$ ³⁵ We voeren dus een relatie in waarbij elk element n uit de verzameling der natuurlijke getallen eenduidig afgebeeld wordt op een element $2n$ uit de verzameling der even getallen. We kunnen de afbeelding tussen de natuurlijke en de even getallen visueel voorstellen, als volgt:



De even getallen tellen

Ik kan blijven tellen, dat is duidelijk. Hoe lang ik ook doorga, ik zal aan elk even getal een nummer kunnen associëren. Alle nummers die ik toeken zullen eindig zijn — het eeuwige leven is mij niet beschoren — al worden ze enorm groot. Cruciaal is wel dat er geen *principieel* einde aan de telling wordt gesteld; ze kan eindeloos doorgaan, ook al kan ik dat nooit realiseren. Een dergelijke verzameling noemen we *afelbaar oneindig*. Maar wacht even, elk schoolkind weet toch dat er dubbel zoveel positieve, gehele getallen zijn als positieve even getallen? Niet dus. Volgens de procedure die we hierboven hebben vastgesteld, zitten er evenveel elementen in de twee verzamelingen, want ze hebben hetzelfde cardinaalgetal. Noemen we het ω . Ik weet niet precies hoe groot ω is, want ω is oneindig, en we hebben gezien dat men bij oneindig zoveel mag bijdoen als men wil, groter zal het niet worden. Desondanks kan ik zeggen dat de twee getalverzamelingen uit ons voorbeeld *exact even groot* zijn, want ze hebben hetzelfde cardinaalgetal, nl. ω . In tegenstelling tot het vage symbool ∞ beduidt ω dus een welbepaald getal³⁶, nl. het kleinste getal dat groter is dan het grootste positief geheel (natuurlijk) getal, en dat met de machtigheid van zekere weldefinieerbare verzamelingen overeenstemt.³⁷ Dit is het *Eigentlich-Unendliches*, dat Cantor met het “actueel

³⁵Deze voorstelling wordt op bijzonder heldere wijze uitgewerkt in G.S. Boolos and R.C. Jeffrey, *Computability and Logic*, CUP, Cambridge, 1974/1989, p. 1 sq. Zij ligt volledig in de lijn van Cantor, die in het zojuist aangehaalde artikel schrijft: *unter eine “Belegung von N mit M ” verstehen wir ein Gesetz, durch welches mit jedem Elemente n von N je ein bestimmtes Element von M verbunden ist (...)* Das mit n verbundene Element von M ist gewissermaßen eine eindeutige Funktion von n und kann etwa mit $f(n)$ bezeichnet werden (...), GA, p. 287.

³⁶Iets waar Cantor sterk de nadruk op legt. G. Cantor, “Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre”, GA, p. 195, vtn. 1.

³⁷Mocht dit bevreemding opwekken, dan bedenke de lezer dat ook voor eender welk inductief (geheel, positief) getal n het aantal getallen van 0 tot n gelijk is aan $n + 1$; het totaal aantal inductieve getallen is dus groter dan n , hoe groot n ook moge zijn.

oneindige” uit de traditie gelijkstelt.³⁸ We kunnen nog verder gaan en de natuurlijke getallen n afbeelden op de veelvouden $4n, 8n, \dots$. We kunnen, algemeen gezegd, een oneindig grote verzameling eenduidig afbeelden *op een deel van zichzelf*.³⁹ In het algemene geval is het geheel dus niet noodzakelijk groter dan het deel! Deze opmerkelijke paradox werd voor het eerst ontdekt door Galilei.⁴⁰ Maar dat is nog niet alles. Ik ga nu het aantal elementen van \mathbb{N} zelf tellen, al permitteer ik mij een tierlantijntje om het interessant te houden: ik zet alle oneven getallen eerst, en laat daarna pas de even getallen volgen, aldus:

1 3 5 7 9 ..., 2 4 6 8 ...
1 2 3 4 5 ...

Hier is iets vreemds aan de hand. Immers, voor de oneven getallen geldt hetzelfde als voor de evene: er zijn er evenveel als er natuurlijke getallen zijn. Maar dat betekent dat mijn nummers al ‘op’ zullen zijn nog voor ik zelfs maar aan de even getallen toekom! Mijn eerste even getal zou het nummer $\omega + 1$ krijgen, maar ik zal er nooit geraken om dat nummer zelfs maar te geven. Ik moet bij wijze van spreken herbeginnen bij 1! Hoewel de natuurlijke getallen perfect m.b.v. de natuurlijke getallen geteld kunnen worden als ze in hun normale volgorde staan, kan dat in deze volgorde niet meer. Bij het tellen van oneindige verzamelingen is bijgevolg ook de *orde* van belang, in tegenstelling tot het geval der eindige verzamelingen. Het tellen van appels is, zoals gezegd, soms een instructieve zaak. Kunnen we ons bij ω iets voorstellen, valt er meer over te weten te komen? Zeker, als we het inzicht, dat ω een *nieuw soort getal* vertegenwoordigd ernstig nemen, dan zouden we de rekenkunde ervan kunnen proberen op te bouwen. Het is belangrijk om in te zien, zegt Cantor, dat het getal ω een *grens* is, waar de natuurlijke getallen naar streven (zonder haar ooit te bereiken): *wenn darunter nichts anderes verstanden wird, als daß ω die erste ganze Zahl sein soll, welche auf alle Zahlen ν folgt, d.h., größer zu nennen ist als jede der Zahlen ν* . In het hedendaagse formele taalgebruik wordt die grens *supremum* genoemd.⁴¹ Er zijn dus twee opbouwbeginnselen of “Erzeugungsprinzipien”⁴² mee gemoeid:

Galilei's paradox

Cantors opbouwbeginnselen

- Eerste Opbouwbeginnsel: *een eenheid optellen bij het vorige gevormde getal*;
- Tweede Opbouwbeginnsel: *Definitie van de limiet van elke oneindige rij van getallen als haar kleinste erbuitenliggende limietwaarde [supremum]*.

³⁸*id.*, p. 166; men zie vooral ook het papier “Über die verschiedenen Standpunkte in bezug auf das aktuelle Unendliche”, *GA*, pp. 371-377.

³⁹Dit was reeds aangetoond door Bolzano. Cantor, “Grundlagen”, p. ; Belna, *o.c.*, p. 79.

⁴⁰Galileo noted the “paradox” that the squares of the positive integers can be placed in 1-1 correspondence with all positive integers, contrary to the axiom of Euclid that the whole is greater than any of its proper parts, i.e. parts not the whole. S. C. Kleene, *Mathematical Logic*, Dover, N.Y., 1967, pp. 175-176. Leibniz verwierp om die reden het bestaan van oneindige getallen als een contradictie (Russell, “Introduction”, *o.c.*, p. 80-81). We mogen niet vergeten dat Euclides’ achtste axioma luidde: “Het geheel is groter dan het deel” [*Elementen*, I, axioma 8].

⁴¹P. R. Halmos, *Naive Set Theory*, Van Nostrand, Princeton etc., 1960, p. 99-101.

⁴²G. Cantor, “Beiträge”, *GA*, pp. 312-356. Accessible treatments can be found in R. Rucker, *o.c.*, p. 65 sq, p. 223; Mary Tyles, *The Philosophy of Set Theory. An Historical Introduction into Cantor's Paradise*, Dover, N.Y. 2004 [1th ed. 1989], pp. 104-107.

Laten we beginnen bij het begin: het eerste opbouwbeginsel behelst het telkens toevoegen van een eenheid aan het voorafgaande eindige aantal te vertrekken bij 0. We kunnen dit verderzetten ‘tot in het oneindige’; meer rigoureuus gesteld, tot we de grens ω zien opduiken. Deze is stapsgewijs echter onbereikbaar. Het toevoegen van deze grenswaarde of supremum⁴³ aan onze verzameling is een toepassing van het tweede opbouwbeginsel. Naar analogie met de natuurlijke, inductief opgebouwde getallen kan men van daaruit dan opnieuw een hele reeks verschillende ω 's creëren: met behulp van de elementaire rekenkunde krijgen we zo een eerste reeks getallen die het eindige overschrijden en onderling verschillen in orde, maar niet in grootte. Deze **ordinaalgetallen** zijn allen van dezelfde grootte als het kleinste transfinitie **cardinaalgetal Aleph-nul** (symbool: \aleph_0), dat zo ‘groot’ is als de totaliteit van alle *eindige* cardinaalgetallen ν ; $\aleph_0 = \overline{\{\nu\}}$:

$$\omega + 1, \omega + 2, \dots, \omega + 3, \dots \quad (2.1)$$

We kunnen dit weer verderzetten ‘tot in het oneindige’, t.t.z., tot alle natuurlijke getallen ‘opgebruikt’ zijn. Niets weerhoudt er ons evenwel van dit procédé oneindig dikwijls te herhalen, omdat we reeds zagen dat we de natuurlijke getallen op oneindig veel manieren kunnen ordenen. Breiden we dusdoende onze verzameling oneindigheden nog verder uit:

$$2\omega + 1, 2\omega + 2, \dots, 2\omega + \nu, \dots \quad (2.2)$$

Dit laat zich onmiddellijk veralgemenen tot $\mu\omega + \nu$. We kunnen tenslotte nog de machtsverheffing in het opbouwproces betrekken, zodat we uiteindelijk een rij krijgen die alle mogelijke rekenkundige combinaties van ω omvat:

$$\omega, \omega + 1, \dots, \mu\omega + \nu, \dots, \nu_0\omega^\mu + \nu_1\omega^{\mu-1} + \dots + \nu_{\mu-1}\omega + \nu_\mu, \dots, \omega^\omega, \dots \quad (2.3)$$

Deze onwaarschijnlijke opeenstapeling van oneindigheden bevat nog altijd geen enkel getal met cardinaliteit groter dan \aleph_0 ! Niettemin kan ook aan deze rij een totaliserende grens worden gesteld, die *groter* is dan het laatste erin voorkomende ordinaalgetal, en dat ϵ_0 wordt genoemd.⁴⁴ Cantor noemt die nieuwe, grotere cardinaliteit voor de hand liggend genoeg \aleph_1 . Aldus wordt een getal geschapen dat juist buiten de ordinaliteiten behorend tot de bovenstaande rij ligt. Het kleinste element uit die rij ordinaliteiten definieert de tweede cardinaliteitsklasse (*Zahlenklasse II*) $Z(\aleph_1)$, terwijl de eerste cardinaliteitsclassse (*Zahlenklasse I*) $Z(\aleph_0)$ door de eindige ordinaliteiten begrepen in \mathbb{N} wordt bepaald.⁴⁵ Ordinaalgetallen bepalen dus de cardinaliteitsklasse of het ordertype van de betrokken verzameling. Dit zou betekenen dat er ook vanuit het standpunt van de grootte, de cardinaliteit, verschillende soorten oneindigheden zijn:

⁴³Wat neerkomt op het nemen van de limiet; F. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Chelsea Publishing Company, N.Y. [Amerikaanse herdruk], 1949.

⁴⁴A.W. Moore, *he Infinite*, Routledge, 2001 [1990], p. 153.

⁴⁵*Every natural number will also be a cardinal number, since for each natural number n , there is just one cardinal number having that finite cardinality*, M. Tyles, *The Philosophy of Set Theory*, Dover, New York, P. 136.

de transfinitie cardinaalgetallen. En inderdaad kan, door stelselmatige toepassing van de reeds aangehaalde opbouwbeginselen, een rij alephs worden gebouwd die elk hun respectieve cardinaliteitsklasse bepalen, waarvan de cardinaliteit equivalent met het kleinste ordinaalgetal uit hun respectieve rij $\omega_i = Z(\aleph_{i+1})$; $\omega_{i+1} = Z(\aleph_{i+2})$, &c. Dit zijn volgens Cantor *die natürliche Abschnitte in der absolut-unendlichen realen Zahlenfolge, welche ich Zahlenklassen nenne*.⁴⁶ Nu komt het erop aan te bewijzen dat de machtigheid van cardinaliteitsklasse II groter is dan die van cardinaliteitsklasse I. Dit is precies hetgeen waarvoor Cantor zijn diagonaliseringsmethode ontwikkelde. Het bewijs in zijn meest algemene vorm is van een ontstellende eenvoud.⁴⁷ Er zal bewezen worden dat een verzameling M van elementen $E = (e_1, e_2, e_3, \dots, e_\nu, \dots)$ (waarbij men zich de e_ν als de coördinaten van een punt in een oneindigdimensionale ruimte kan voorstellen), niet dezelfde machtigheid heeft als de geordende verzameling der natuurlijke getallen $N = (1, 2, 3, \dots, \nu, \dots)$. Anders gezegd, men kan de elementen van M niet opschrijven in een uitputtende, genummerde lijst L . Dit betekent dat M oneindig, maar *niet aftelbaar* is.

*Cantors
diagonal-
seringsmethode*

We bewijzen vanuit het ongerijmde. Stel dat L alle elementen van M bevat. Per definitie kennen we aan elk van de coördinaten e_ν de waarde m of w toe (men stelle zich eenheidsvectoren met waarden 0 of 1 voor). Er dient bewezen te worden dat voor eender welke lijst L van E_μ (met μ van $1 \rightarrow \infty$)

$$\begin{aligned} E_1 &= (m, m, m, m, \dots), \\ E_2 &= (w, w, w, w, \dots), \\ E_3 &= (m, w, m, w, \dots), \\ E_4 &= (m, m, m, w, \dots), \\ &\vdots \end{aligned}$$

er altijd een element E_0 van M gevonden kan worden dat niet in den lijst voorkomt. Construeren we nu zo'n element door te zorgen dat alle e_ν van E_0 op minstens één plaats van de coördinaten der E_μ verschillen. We hernemen onze lijst en zorgen dat alle erin voorkomende coördinaten eenduidig genummerd worden:

$$\begin{aligned} E_1 &= (m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{14}, \dots), \\ E_2 &= (w_{21}, w_{22}, w_{23}, w_{24}, \dots), \\ E_3 &= (m_{31}, w_{32}, m_{33}, w_{34}, \dots), \\ E_4 &= (m_{41}, m_{42}, m_{43}, w_{44}, \dots), \\ &\vdots \end{aligned}$$

Elke coördinaat uit de lijst heeft per definitie de waarde m of de waarde w . We nemen op elke rij de $e_{\mu\mu}$, d.w.z., de coördinaten die liggen op de diagonaal getrokken van e_{11} tot $e_{\mu\mu}$, en veranderen elke waarde m in w , en elke waarde w in m . De aldus gecreëerde $e_{\nu\nu}$ gebruiken we als coördinaten voor E_0 . Het is duidelijk dat ze verschillen van de

⁴⁶G. Cantor, "Grundlagen", *GA*, p. 181; "Letter to Dedekind", *FTG*, pp. 113-117.

⁴⁷G. Cantor, "Über eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre", *GA*, p. 279-281.

overeenkomstige coördinaten van telkens een welbepaald getal uit den lijst. E_0 komt dus niet in lijst L voor. QED.

Men kan oneindig veel van dergelijke getallen construeren. Immers, men hoeft slechts de elementen E_μ van den oorspronkelijken lijst anders te ordenen om een andere diagonaal te verkrijgen, en dus een andere E_0 die evengoed van alle gegeven getallen in L verschilt. Men kan ook het gevonden getal E_0 toevoegen aan L en de procedure herhalen; we weten immers dat het toevoegen van een eenheid aan de rij der natuurlijke getallen de cardinaliteit van \mathbb{N} niet groter maakt. Het type oneindigheid waar we in het geval van M mee te maken hebben kan dus niet meer geteld worden; dergelijke verzamelingen noemt men *overaftelbaar*. Men kan deze procedure toepassen op b.v. de decimale breuken, d.w.z., alle reële getallen $\in [0, 1]$.⁴⁸ Men kan aldus bewijzen dat de machtigheid van \mathbb{R} groter is dan de machtigheid van \mathbb{N} . Het cardinaalgetal van de verzameling der reële getallen = \aleph_1 ; \mathbb{R} behoort tot ordetype of cardinaliteitsklasse II. Dit kan veralgemeend worden: $\aleph_n < \aleph_{n+1}$, met $n \in \mathbb{N}$.⁴⁹ Het is dus definitief duidelijk dat men niet enkele een stijgende rij van ordinaal- maar ook van cardinaalgetallen verkrijgt, als volgt: $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2 \dots$. Cantor noemt haar \beth [TAV].

*Het Theorema
van Cantor*

Een andere manier om het bewijs dat $\aleph_0 < \aleph_1$ op te bouwen vertrekt van Cantors Theorema $E \prec \mathcal{P}(E)$, dat de machtigheid van een verzameling kleiner is dan die van de verzameling harer deelverzamelingen, en is dus gebaseerd op het concept *deelverzameling*. We bespreken deze versie van het bewijs enkel intuïtief.⁵⁰ D is een deelverzameling van M ($D \subset M$) als D een aantal elementen van M , en geen andere, bevat. De verzameling der deelverzamelingen van M heet de *machtsverzameling* van M , en wordt genoteerd $\mathcal{P}(M)$. Zij bevat behalve alle mogelijke deelverzamelingen van M , per definitie ook de ledige verzameling \emptyset , evenals M zelve. De machtsverzameling van $\{a, b\}$ bevat bijgevolg de verzamelingen $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$. Het is duidelijk dat de machtsverzameling van een eindige verzameling een grotere machtigheid heeft dan de oorspronkelijke verzameling. Wanneer een element aan de verzameling toegevoegd wordt zal het aantal deelverzamelingen verdubbelen; de machtsverzameling $\mathcal{P}(M)$ van een verzameling M met n elementen heeft zelf 2^n elementen. Het nemen van de machtsverzameling is m.a.w. een manier om een *grotere* verzameling op te bouwen uit een gegeven M . Hoe zit het nu in het oneindige, ‘transfinitie’ geval? De lezer herinnere zich dat ‘iets groter maken’ daar niet zo eenvoudig is! Er moet bewezen worden dat $E \prec \mathcal{P}(E)$, elke oneindige verzameling E een kleinere machtigheid heeft dan haar machtsverzameling $\mathcal{P}(E)$. Laten we het geval van de natuurlijke getallen nemen. Stel dat \mathbb{N} n elementen heeft, met n gaande van $1 \rightarrow \infty$. We weten dat de machtigheid van \mathbb{N} aan het transfinitie cardinaalgetal \aleph_0 gelijk is; het komt er dan op aan te tonen dat ook in dit geval $2^{\aleph_0} > \aleph_0$. Cantor bewees dit vanuit het ongerijmde. Om te bewijzen dat de twee verzamelingen even groot zijn moeten we, door hun elementen te tellen, aantonen dat ze dezelfde cardinaliteit hebben, t.t.z., we moeten een bijectie kunnen bouwen $\mathbb{N} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ waarbij $\forall n \in \mathbb{N} : f(n) \subset \mathbb{N}$. Neem aan dat ze even groot

⁴⁸Dit wordt helder uiteengezet in D. Baetens, *Logicaboek*, Garant, Leuven, 1999, p. 51.

⁴⁹F. Hausdorff, *Mengenlehre*, pp. 67-68.

⁵⁰Zie F. Hausdorff, *Mengenlehre*, pp. 56-57. G.S. Boolos and R.C. Jeffrey, *Computability and Logic*, CUP, Cambridge, 1974/1989, p. 1 sq. voor varianten van een rigoureuze uitwerking. Een mooie manier om het verband tussen de twee methoden te leggen is te vinden in A.W. Moore, *o.c.*, p. 120.

zijn, en dat een dergelijke eenduidige afbeelding bijgevolg bestaat. Elke deelverzameling uit de machtsverzameling is dan gekoppeld aan een natuurlijk getal n . Sommige deelverzamelingen worden afgebeeld op een getal dat tot hun eigen elementen behoort, andere niet. Er is een verzameling die zeker afgebeeld wordt op een getal dat geen lid van haarzelf is, te weten de ledige verzameling \emptyset . Er is een verzameling die wordt afgebeeld op een getal dat een lid is van haarzelf, te weten \mathbb{N} zelf. De verzameling der getallen, gekoppeld aan een deelverzameling waarvan ze zelf geen lid zijn, is een deelverzameling van \mathbb{N} en behoort tot de machtsverzameling $\mathcal{P}(\mathbb{N})$. Op welk getal s wordt deze speciale deelverzameling S afgebeeld? Het kan geen getal zijn dat tot S behoort, want S bevat alleen die getallen die gekoppeld zijn aan deelverzamelingen waar ze zelf niet toe behoren. Maar dan behoort s niet tot de deelverzameling waaraan het gekoppeld is, en is dus per definitie een lid van S . We hebben een contradictie. De bijjectie bedoeld in de uitgangshypothese bestaat dus niet, waaruit volgt dat ook in het oneindige geval $2^{\aleph_0} > \aleph_0$. QED.

We zagen dat Cantor met behulp van zijn twee opbouwprincipieën ('+' en 'lim') een welgeordende rij van opeenvolgende ordinaalgetallen tot stand bracht, terwijl alle ω 's daarin toch dezelfde cardinaliteit \aleph_0 hebben. De rij van *alle* mogelijke ordinaliteiten $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ heet Ω . We zagen dat men ditzelfde procédé op cardinaliteiten kan toepassen. Het diagonaliseringsargument en de truc met de machtsverzameling toonden aan dat dit wel degelijk ook grotere cardinaliteiten voortbrengt; zo komen we tot \beth , de rij der stijgende alephs: $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \aleph_3, \dots$ ⁵¹ Met elke cardinaliteit komt een cardinaliteitsklasse (Zahlenklasse, number class, ordetype) ordinaalgetallen overeen, waarvan de elementen ook echt *groter* zijn dan die in de voorafgaande klasse. Beide rijen zijn geordend en welgeordend: elke deelrij heeft een minimum of kleinste element, en met elke deelrij of segment komt een aleph overeen.⁵² Tussen welgeordende verzamelingen kan tenslotte een bijjectie tot stand worden gebracht; ze zijn dus equivalent.

Er blijft nu nog één vraag onbeantwoord: zijn alle mogelijke transfinitie cardinaliteiten begrepen in het systeem \beth ?⁵³ Meer bepaald: liggen er nog cardinaliteiten tussen \aleph_0 en 2^{\aleph_0} ? En indien niet: op welke plaats in de rij van alephs moeten we 2^{\aleph_0} dan situeren? Dit is Cantors Continuumprobleem. Het belang van deze op het eerste gezicht nogal abstracte vraag blijkt uit een alternatieve formulering van het probleem door Kurt Gödel: *Cantor's continuum problem is simply the question: How many points are there on a straight line in euclidean space? An equivalent question is: How many different sets of integers do there exist?*⁵⁴ Men houde voor ogen dat het aantal deelverzamelingen van \mathbb{N} 2^{\aleph_0} bedraagt. Cantor gaf hierop een hypothetisch antwoord: de gezochte cardinaliteit is \aleph_1 , t.t.z., behoort tot de tweede cardinaliteitsklasse. Dit is **Cantors Continuumhypothese (CH)**.⁵⁵ Deze hypothese nu kan op twee manieren geformuleerd

*Cantors
Continuum-
hypothese*

⁵¹J.-P. Vn Bendegem, "Inleiding in de verzamelingenleer, het keuze-axioma en de continuumhypothese", *Simon Stevin*, 56 (supplement), 1985, pp. 80-81. Cantor legt dit heel duidelijk uit in een brief aan Dedekind, zie *FTG*, p. 113 sq.

⁵²Zermelo, *FTG*.

⁵³Brief aan Dedekind, *FTG*, p. 116.

⁵⁴K. Gödel, "What is Cantor's continuum problem? [1947]", in: P. Benacerraf & H. Putnam, *Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1964/1983, pp. 470-486.

⁵⁵Wanneer de vraag wordt uitgebreid naar alle alephs ($2^{\aleph_\nu} = \aleph_{\nu+1}$), dan spreekt men van de *veralge-*

worden⁵⁶, te weten:

1. *de hypothese dat elke overaftelbare verzameling van reële getallen de machtigheid van het continuüm heeft;*
2. *de hypothese dat de machtigheid van het continuüm de waarde aleph 1 is, ofwel dat de volgende gelijkheid*

$$2^{\aleph_0} = \aleph_1 \quad (2.4)$$

opgaat.

Hilbert noemde het bewijzen van waarheid of valsheid van CH probleem n_r 1 in zijn beruchte lijst [1900] van onopgeloste wiskundige vraagstukken.⁵⁷ Desondanks is tot op heden niet geweten of de gelijkheid opgaat of niet. Toch kan het belang van CH moeilijk overschat worden. Van het belang van de verzameling der reële getallen \mathbb{R} voor grote delen van de wiskunde moet wel niemand overtuigd worden. En een heel aantal bewijzen uit de verzamelingenleer en de analyse zouden veel eenvoudiger kunnen worden uitgevoerd indien CH correct ware. In de talrijke gevallen waarin het nodig is te weten of een zekere deelverzameling van \mathbb{R} de machtigheid van het continuüm heeft, zou het immers volstaan haar nietaftelbaarheid te bewijzen. Er zou kunnen beezen worden dat het continuüm welgeordend is, waardoor in een aantal bewijzen de noodzaak het controversiële Keuzeaxioma te gebruiken, zou komen te vervallen. Er zijn in den loop van de voorbije decennia wel een aantal zeer belangrijke resultaten in verband met CH aangetoond; ik geef enkel de meest fundamentele.⁵⁸ König toonde aan dat de machtigheid van het continuüm niet zomaar uit bestaande cardinaliteiten kan worden opgebouwd, meer bepaald niet gevonden kan worden als de limiet van een aftelbaar aantal kleinere cardinaalgetallen.⁵⁹ Gödel toonde in 1940 aan dat de continuümhypothese **consistent** is met de axiomatiek van Zermelo en Fränkel (ZF), d.w.z. dat uit ZF met CH geen contradictie kan worden afgeleid⁶⁰; Cohen leverde daarop het bewijs dat zij **onafhankelijk** is ten opzichte van datzelfde axiomasysteem, omdat haar *negatie* er ook consistent mee is.⁶¹ Zij is m.a.w. onbeslisbaar in de bestaande formalisering van de verzamelingenleer.⁶² Aan de ontwikkeling van ZF lag de uitsluiting van paradoxen uit de verzamelingenleer als bedoeling ten gronde. We zullen verder nog

meende ctinuumhypothese. Zie M. Tyles, *O.C.*, p. 136-137.

⁵⁶W. Sierpinski, *l'Hypothèse du Continu*, Z Subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Lwów, 1934, pp. 1-4.

⁵⁷Besproken bij de Engelse vertaling van D. Hilberts "Über das Unendliche", FTG, p. 367-368.

⁵⁸Het standaardwerk dienaangaande blijft het reeds aangehaalde boek van Sierpinski, waarin meer dan tachtig stellingen gelijkwaardig met CH worden bewezen en in hun onderlinge samenhang geplaatst. Verder het overzicht van de problematiek door K. Gödel, "What is Cantor's continuum problem?", FTG, p. 470 sq.

⁵⁹G. Cantor, "Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre", GA, pp. 312-356.

⁶⁰K. Gödel, *The consistency of the continuum hypothesis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1953 [1940].

⁶¹P. Cohen, "The independence of the continuum hypothesis", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.*, **50**, 1143-1148, 1963; *ibid.*, **51**, 105-110, 1964. Het bewijs van Cohen is technisch nogal complex en gebruikt een techniek die *forcing* genoemd wordt. Een min of meer toegankelijke schets is te vinden in J.-P. Van Bendegem, "verzamelingenleer", *o.c.*, 1985, pp. 82 sq.; p. 92 sq.

⁶²M. Tyles, *o.c.*, p. 137.

zien dat de continuümhypothese eigenlijk een paradox is, daarom zal dit merkwaardige resultaat ons bij nader inzien dan ook minder verbazen. Cantor zelf ontdekte dat zowel Ω als \beth een cirkelparadox bevatten.⁶³ Immers, met elk ordinaalgetal uit de rij Ω komt de rij van alle eraan voorafgaande ordinaalgetallen overeen, waarvoor het het ordertype vastlegt. Natuurlijk moet er dan voor Ω als dusdanig ook een ordinaalgetal δ bestaan dat haar ordertype vastlegt; Ω bevat echter per definitie *alle* ordinaalgetallen en δ zou dus groter zijn dan het grootste cardinaalgetal, dus dan zichzelf. Op basis van de hoger vermelde equivalentie gaat een soortgelijke redenering ook op voor \beth . Deze ontdekking werd door Cantor evenwel niet gepubliceerd. De herontdekking ervan door C. Burali-Forti in 1897 maakt dat we hem kennen als de Burali-Forti paradox.⁶⁴ Een variatie op deze soort circulariteit volgt uit het Theorema van Cantor $E \prec \mathcal{P}(E)$, dat elke verzameling een kleinere machtigheid heeft dan haar machtsverzameling, en leidt opnieuw tot een paradox. Beschouwen we de verzameling van alle verzamelingen, t.t.z., de grootste verzameling die enkel verzamelingen als elementen heeft. Volgens Cantors Theorema bevat haar machtsverzameling meer elementen dan zichzelf, omdat $2^{\aleph_0} > \aleph_0$, waardoor ze wel en niet de grootste verzameling der verzamelingen is. Afgezien van het feit dat we de problematiek van ‘de verzameling der verzamelingen’ dankzij Russell al onder ogen hadden gezien, zal de lezer nu ook verband met Zeno’s paradox van de oneindige deelbaarheid juist kunnen plaatsen.

Cantors paradox

Russell probeerde zijn paradox op te lossen door de invoering van de typentheorie (‘Theory of Types’), essentieel gebaseerd op het “principe van den vicieuze cirkel”: *Whatever involves all of a collection must not be one of the collection.*⁶⁵ Daaruit volgt dat het symbool “ $\phi(\phi x)$ ” geen propositie vertegenwoordigt en betekenisloos is.⁶⁶ Het hoger vermelde Abstractieaxioma legt het verband tussen logica en getaltheorie, en ligt mee aan de basis van Cantors grondslagen voor de verzamelingenleer. Als men de overgang van een logisch concept — een praedicaat — naar zijn toepassingsdomein, zijn *extensie* niet meer veilig kan maken, dan komt het fundament waarop de getaltheorie is gebouwd in gevaar.⁶⁷ De Russellverzameling treedt trouwens ook op in het diagonaliseringsproces waarmee Cantor zijn transfinitie cardinaalgetallen definieert.⁶⁸ Het zal duidelijk zijn dat Poincaré Cantors ‘actueel oneindige’ verwierp.⁶⁹ Ik herinner er aan dat het onderscheid tussen het ‘potentieel’ en het ‘actueel’ oneindige door Aristoteles werd ingevoerd in antwoord op de paradoxen van Zeno [*Phys. Z.*, ii, 233a(21-33)].⁷⁰ Ik denk hiermee voldoende te hebben aangetoond dat dit alles ons op een precieze wijze terugbrengt bij de essentie van die paradoxen. Omstreeks dezelfde periode publiceert E. Zermelo een meer elegante, verondersteld paraodxvrije axiomatische benadering van

Russells Typentheorie

⁶³Hij legt in zijn Brief nadruk op “inconsistente veelheid”-caracter van Ω en \beth . *o.c.*, p. 115.

⁶⁴FTG, “A question on transfinite numbers”, pp. 104-112.

⁶⁵B. Russell, “Types”, *o.c.*, p. 63.

⁶⁶A.N. Whitehead and B. Russell, *Principia Mathematica - to * 56*, Cambridge University Press, Cambridge, 1967, pp. 37-38.

⁶⁷Tot deze vaststelling komt Frege in een postscriptum tot zijn *Grundgesetze*.

⁶⁸J.-P. Belna, *Cantor*, Les Belles Lettres, Paris, 2000, pp. 146-147; P. Suppes, *o.c.*, pp. 5-6.

⁶⁹*Il n’y a pas d’infini actuel. Les Cantoriens l’ont oublié, et ils sont tombés dans la contradiction.* H. Poincaré, “Les Derniers Efforts des Logisticiens”, *o.c.*, p. 168.

⁷⁰H. Tredennick, *Aristotle. Physics. Books V-VIII*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1995 [1935], p. 110.

de verzamelingenleer waarvan de voornaamste kenmerken zijn dat 1) enkel volgens een axiomatisch vastgelegde procedure gebouwde verzamelingen toelaatbaar zijn (het Grond- of regelmatigheidsaxioma, dat zegt dat voor elke niet-ledige verzameling A er tenminste één element x bestaat waarvoor geldt dat de doorsnede van A en x ledig is. Het Grondaxioma sluit zo verzamelingen uit die lid zijn van zichzelf), 2) er zijn geen ‘typen’ à la Russell, hoewel verzamelingen niet ‘te groot’ mogen zijn. Dit roept reminiscenties op aan een eerder door Russell voorgestelde “Theory of Limitation of Size”, wat hem toelaat de paradoxen op een andere manier te neutraliseren, en tenslotte 3) de generatieve relatie deel/geheel (zoals belichaamd door het inductieprincipe) wordt gewaarborgd door een nieuw axioma, het *Keuzeaxioma*. Het is echter niet duidelijk wat het statuut daarvan precies is. Fraenkel zal deze aanpak nog verder verfijnen. Von Neumann en Bernays ontwikkelden een alternatief op basis van het rigoureuze onderscheid tussen ‘classe’ en ‘verzameling’. We gaan er hier niet verder op in.⁷¹ De overeenkomst tussen Russells typentheorie en Tarski’s waarheidsniveau is dus niet toevallig, al mogen we niet vergeten dat ze vertrekken van verschillende grondniveaus.⁷² Ook de typenhiërarchie explodeert op haar beurt in ‘transfinitie’ niveaus⁷³, wat ons bij Cantor’s paradoxen van het oneindige, en dus bij het continuümprobleem doet belanden.⁷⁴ Clark besluit dan ook: *Forms of the liar were discussed in ancient and medieval times. The importance accorded to the paradox in modern times is attested by the vast literature that has been produced in the wake of it during the past hundred years. It must be addressed if semantic notions like truth and implication are to be elucidated, just as Russell’s paradox had to be addressed in providing set-theoretic foundations for mathematics. Indeed, given the affinity between the liar and paradoxes like Russell’s, treatments of them may be mutually illuminating.*⁷⁵ Dat het bestaan van dergelijke paradoxen wel degelijk een aanwijzing is voor fundamentele problemen die met de notie ‘logische consistentie’ samenhangen, moge tenslotte blijken uit Gödel’s bewijs van zijn beroemde stelling, dat logische systemen met een hogere graad van complexiteit dan de eerste ordepraedicatenlogica noch consistent, noch compleet kunnen zijn. Hilbert had reeds in 1904 onder de aandacht gebracht dat aangezien logische principes zoals praediceerbaarheid rekenkundige concepten zoals klassen vooronderstellen (zoals in het Abstractieaxioma), de poging de consistentie van de getaltheorie te bewijzen d.m.v. de logica gebaseerd is op een cirkelredenering. Russells uitgangspunt — de herleidbaarheid van de wiskunde tot de logica — en Hilberts programma — vindt een absoluut consistentiebewijs voor de wiskunde als zodanig — zijn duidelijk

De Stelling van
Gödel

⁷¹Een Engelse vertaling van Zermelo’s artikel “Investigations in the foundations of set theory I” is te vinden in J. Van Heyenoort, *o.c.* pp. 199-215. Voor J. Von Neumann, *id.*, pp. 393-413. Zie verder P. Suppes, *o.c.* pp. 53-54; K & K, *o.c.*, pp. 682-683.

⁷²Voor Tarski zijn dat ‘volzinnen’, voor Russell ‘atomic propositions’. Het basisprincipe van Tarski’s systeem kan desalniettemin uit de Russelliaanse typentheorie worden afgeleid. W. Kneale en M. Kneale, *o.c.*, pp. 665-666.

⁷³M. Clark, *o.c.*, pp. 169-170

⁷⁴*So the continuum problem turns out to be a question from the “multiplication table” of cardinal numbers, namely, the problem of evaluating a certain infinite product (...):* K. Gödel, “What is Cantor’s continuum problem?”, in: P. Benacerraf and H. Putnam, *Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, p. 472. Men bewijst het Theorema van Cantor $E \prec \mathcal{P}(E)$ (elke verzameling heeft een kleinere machtigheid dan haar machtsverzameling) ‘uit het ongerijmde’. Het basisargument omvat een constructie gelijkaardig aan degene die leidt tot Russell’s paradox. P. Suppes, *o.c.* p. 97-98.

⁷⁵M. Clark, *o.c.*, p. 105.

met elkaar verbonden. Het was zoals bekend de bedoeling van Russell en Whitehead om in de *Principia Mathematica* de logische consistentie van de getaltheorie te bewijzen door hem volledig herop te bouwen in termen van de praedicaatlogica. Consistentie betekent immers: niet-strijdigheid. Gödel zal proberen te bewijzen dat deze cirkel binnen systemen gelijkaardig aan Russell en Whitehead's *Principia Mathematica* (verder *PM*) doorbroken kan worden. Gödel's methode is gebaseerd op een systematische *arithmetisering* van de logische syntax, op grond van een idee dat voor het eerst door Richard was toegepast in de formulering van zijn eigen paradox. Het is trouwens een juweeltje dat in originele vorm op nauwelijks één bladzijde werd gepresenteerd; ik geef hem hier schematisch weer:

de paradox van Richard

Gegeven $A = \{a, b, c, d, e, f, g, \dots\}$, de verzameling der letters van het alfabet.

Zij een *eindige permutatie* een willekeurige combinatie van elementen uit A : $a, aa, b, ab, bb, c, abc, ac, cc, aac, acc, \dots$. Men zal opmerken dat herhalingen toegelaten zijn. We kunnen deze permutaties in een tabel ordenen; per aantal gebruikte letters n , binnen een groep, alfabetisch. Tenslotte kan men aan elke lettercombinatie een nummer n_{ij} toekennen dat haar plaats binnen het geheel vastlegt, aldus:

$a_{(n_{11})}$	$aa_{(n_{12})}$	$aaa_{(n_{13})}$	\dots
$b_{(n_{21})}$	$ab_{(n_{22})}$	$aab_{(n_{23})}$	\dots
$c_{(n_{31})}$	$ac_{(n_{32})}$	$aac_{(n_{33})}$	\dots
\vdots			

Voor elk natuurlijk getal p zal er ergens in onze lijst een permutatie $p(a)$ voorkomen, en niet alleen dat: elke denkbare zin die uit een eindig aantal letters bestaat, eveneens. Onder deze zinnen bevinden zich definities voor de decimale getallen, b.v. “het getal dat ge krijgt wanneer ge een deelt door twee”; “een gedeeld door drie”, enz. Als we alle andere lettercombinaties eruitgooien, dan hebben we dus de verzameling gebouwd van alle getallen $\in [0, 1]$ die gedefinieerd kunnen worden met een eindig aantal woorden. Noem deze verzameling E . Het aantal elementen van deze verzameling is *afelbaar oneindig*. Ook zij kan geordend worden als de tabel boven, en aan elke definitie kan een nummer (een natuurlijk getal n) worden toegekend. Nu gaan we een getal N definiëren dat niet in onze lijst voorkomt. Bij het n -de getal uit E veranderen we het cijfer op de n -de decimale plaats, p , en wel door $p + 1$ of, als $p = 9$, door 0. (Bijvoorbeeld: bij het vijfde getal uit onze lijst het vijfde cijfer achter de komma.) Het zal duidelijk zijn dat, welk cijfer we ook kiezen, het getal N niet in E voorkomt; we hebben immers een uniek getal uit de lijst op een unieke plaats veranderd; deze procedure is een variant op de reeds besproken ‘diagonalisering’. Desalniettemin hebben we N gedefinieerd in een eindig aantal woorden — de definitie aan het begin van deze paragraaf — N voldoet daardoor aan het voorschrift voor E . Het getal N is dus wel en niet een element van E ! Het is klaar dat deze paradox voldoet aan de structuur van den Leugenaar zoals door Russell gediagnosticeerd⁷⁶: we hebben niet enkel een contradictie, maar bovendien hebben we N gedefinieerd in termen van de gehele verzameling E . Er valt

⁷⁶Over het verschil tussen het ‘diagnosticeren’ en het ‘oplossen’ van een paradox hebben Barwise en Etchemendy enkele behartenswaardige zaken te zeggen; *o.c.*, pp. 7-9.

hier bovendien nog iets merkwaardigs op te merken. Het hele opzet steunt immers op het feit dat definities van getallen zelf als getallen kunnen worden behandeld (door de eraan toegekende nummering). Deze werkwijze bleek een veel grotere draagwijdte te hebben dan aanvankelijk gedacht. Op grond ervan stelde Peano dat Richards paradox niet tot de wiskunde maar tot de taalkunde behoort. Deze drastische stellingname kent een gematigder variant in het onderscheid tussen *objecttaal* en *metataal* dat we al tegenkwamen, en dat verbonden bleek te zijn met ‘oplossingen’ voor den Leugenaar...⁷⁷

Gödel past dit principe toe om een verband tussen welgevormde logische formules en getallen tot stand te brengen. Aan elk symbool uit de logische syntax wordt op een welbepaalde manier een *natuurlijk getal* toegekend, aldus:

~ ⊃ & ∨ ≡ p q r s t u ()
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

Hoe bepaalt Gödel nu het getal geassocieerd met een *formule* uit onze formele taal PC? *Gödeliaanse onbeslisbaarheid* Laten we dit bekijken aan de hand van een voorbeeld. Stel onze formule is $(p \& \sim q)$. Het eerste symbool draagt nummer 12; verhef nu het eerste priemgetal 2 tot die macht; het tweede symbool geeft zijn nummer 6 als exponent aan het tweede priemgetal 3 &tc. Ge kunt dit zien als een rij van te vermenigvuldigen termen. We krijgen zo de concrete uitwerking van een eenvoudig algoritme: $2^{12} \times 3^6 \times 5^3 \times 7^1 \times 11^7 \times 13^{13}$, dat per formule een enig (zij het zeer groot) natuurlijk getal oplevert.⁷⁸ Elke formele uitspraak kan op die manier van een uniek getal worden voorzien. Dit laat Gödel toe om, via bewerkingen uitgevoerd op de geassocieerde getallen, binnen de getaltheorie uitspraken te doen over de syntactische formules die erdoor worden gecodeerd. We kunnen die rijen op hun beurt ordenen en hun plaats in de orde opnieuw markeren met een getal; deze getallen (door Gödel “Klassenzeichen” genoemd) vormen ook weer een rij. Zo een “rij van rijen” komt syntactisch overeen met een bewijs. *Für metamathematische Betrachtungen ist es natürlich gleichgültig, welche Gegenstände man als Grundzeichen nimmt, und wir entschließen uns dazu, natürliche Zahlen als solche zu verwenden. Dementsprechend ist dann eine Formel eine endliche Folge natürlicher Zahlen und eine Beweisfigur eine endliche Folge von endlichen Folgen natürlicher Zahlen.*⁷⁹ Noem het n -de getal uit die rij $R(n)$. Nu gaat hij een praedicaat $Bew(x)$ invoeren, toepasbaar op het natuurlijk getal n dat geassocieerd is aan een formule *bewijsbaar* in het onderzochte formele systeem. We definiëren een classe K der natuurlijke getallen als volgt: zeggen dat het getal n tot de classe K behoort komt erop neer te zeggen dat de ermee geassocieerde formule *niet* bewijsbaar is in PM : $n \in K \equiv \overline{Bew}[R(n); n]$. Neem nu de bewijsbare formule die gecodeerd wordt door het getal q : is de zin $[R(q); q]$ die

⁷⁷Bijvoorbeeld: de wiskundige formule “ $4 \times 8 = 32$ ” staat tot den uitspraak “ ‘ $4 \times 8 = 32$ ’ is een vermenigvuldiging” in de verhouding taal/metataal. Als basis voor deze samenvatting gebruikte ik Richards oorspronkelijke tekst (in: J. Heijenoort, *o.c.*, pp. 142-144, en de Russells bespreking in diens “Theory of Types”-artikel: B. Russell, *Logic and Knowledge*, pp. 60-61.

⁷⁸Ik ontleen dit voorbeeld aan D. Baetens’ *Logicaboek*, p. 51.

⁷⁹K. Gödel, “Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I”, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, xxxviii, 1931, pp. 173-198. Het grond-idee van het bewijs wordt uiteengezet op pp. 174-176. Een Engelse vertaling is te vinden in J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1967, p. 592 sq.

ermee kan worden opgebouwd bewijsbaar of niet? Dit leidt tot een paradox. Gesteld dat de zin bewijsbaar was, dan ware hij ook correct, waardoor $q \in K$ en zin $[R(q); q]$ dus *niet* bewijsbaar. En omgekeerd: indien de negatie van $[R(q); q]$ bewijsbaar was, dan zou $q \in \bar{K}$ gelden, d.w.z. $[R(q); q]$ bewijsbaar, waaruit de contradictie. *Die Analogie dieses Schlusses mit der Antinomie Richard springt in die Augen; auch mit dem "Lügner" besteht eine nahe Verwandtschaft, den der unentscheidbare Satz $[R(q); q]$ besagt ja, daß q zu K gehört, d.h. (...) daß $[R(q); q]$ nicht beweisbar ist.* Wij zullen Gödel's zin $[R(q); q]$ in navolging van Kneale & Kneale \mathcal{G} noemen. Over de bewijsbaarheid van \mathcal{G} kan dus niet worden beslist, hoewel hij een binnen de regels van het systeem PM welgevormde formule vertegenwoordigt. Nu is de onbewijsbaarheid van zin \mathcal{G} weliswaar niet hetzelfde als strijdigheid of circulariteit, omdat we op het zuiver syntactische niveau blijven en onbewijsbaarheid niet noodzakelijk onwaarheid impliceert. Met behulp van \mathcal{G} kunnen echter twee fundamentele theorema's worden bewezen, te weten:

1. Onvolledigheid

Als het systeem PM ω -consistent is, dan moet het onvolledig zijn, met \mathcal{G} een onbeslisbare uitspraak;

2. Inconsistentie

Als het systeem PM consistent is, dan kan deze consistentie niet binnen PM worden bewezen.⁸⁰

We hebben al gezien dat wanneer consistentie wordt vereist de oneindigheidsproblematiek gelieerd met het begrip 'totaliteit' roet in het eten kan komen strooien. Concreet kan dit als volgt worden gesteld: wanneer ik de consistentie van een op enkele grondaxioma's gebouwd formeel systeem wil bewijzen, kom ik in de problemen indien mijn axioma's en de eruit volgende stellingen op een niet-eindig aantal elementen betrekking hebben. Laten we het zo voor de hand liggende Peanopostulaat, dat ieder natuurlijk getal a een enige opvolger $a + 1$ heeft, als voorbeeld nemen.⁸¹ Zoals reeds aangestipt toonde Poincaré aan dat de enige manier om dit te consistent formuleren het inductieprincipe impliceert: *Il est donc impossible de démontrer les axiomes [de Peano, K.V.] pour quelques nombres entiers sans les démontrer pour tous; il faut renoncer à la démonstration par l'exemple.*⁸² Om aan te tonen dat zo'n stelsel van postulaten paradoxvrij is, hebt ge bijgevolg opnieuw het inductieprincipe nodig. Dat betekent dat wij van de consistentie van het axiomastelsel waarvan dit postulaat deel uitmaakt, niet verzekerd kunnen zijn, omdat het onmogelijk volledig te controleren valt. Het is deze *onvolledigheid* die in het eerste Gödeltheorema bedoeld wordt.⁸³ Wanneer we er nu eens in zouden slagen de wiskunde te formuleren in termen van den

Het Postulaat van Peano

⁸⁰De technische uitwerking van de 'vertaalprocedure' is nogal ingewikkeld, en wordt in detail besproken in K&K, p. 712 sq.

⁸¹Peano's artikel "The principles of arithmetic, presented by a new method" is — in Engelse vertaling — beschikbaar in J. Van Heijenoort, *o.c.*, pp. 83-97.

⁸²H. Poincaré, "Les Logiques Nouvelles", in *Science et Méthode*, Editions Kimé, Paris, 1998 [1908], pp. 143-144. Ook Russell komt in zijn *Introduction* herhaaldelijk en uitvoering op het inductieprincipe terug; men zie *o.c.*, p. 3 sq.; 21 sq.; 77 sq.

⁸³To say that a system of inference rules is complete is to say that by its use one can derive from any given set of sentences, any consequence of that set. B. Mates, *o.c.*, p. 136.

logica, dan blijft enkel de consistentie van den logica zelf een probleem, althans zo redeneerden de auteurs van de *PM*. Gödel's bewijs toont aan dat een dergelijke herleiding niet mogelijk is, m.a.w., dat hun onderneming is mislukt. Inconsistentie betekent dat ge strijdige stellingen binnen een formeel systeem kunt bewijzen, zeg $(\exists x)P(x)$, met P een zekere eigenschap uit in ons geval de getaltheorie: 'er bestaat minstens één getal x dat de eigenschap P heeft'; en de ontkenning dat er zo'n getal bestaat: $(x)(\sim P(x))$. ' ω -inconsistentie' treedt op wanneer de eerste stelling bewijsbaar is, samen met het oneindig aantal negaties element per element: $\sim P(1)$, $\sim P(2)$, &c. Hieruit blijkt dat ω -inconsistentie zwakker is dan inconsistentie; het is immers mogelijk dat de gevraagde bewijzen geleverd worden, terwijl de formule $(x)(\sim P(x))$ onbewijsbaar blijft.⁸⁴ In Gödel's constructie wordt ω -inconsistentie veroorzaakt door de tegenspraak tussen onderling gerelateerde stellingen die aan *alle* natuurlijke getallen een zekere eigenschap toeschrijven, en een stelling (zin \mathcal{G}) die beweert dat *niet alle* natuurlijke getallen die eigenschap bezitten, een geval van de problematiek van een deel ten opzichte van het geheel: *Der wahre Grund für die Unvollständigkeit, welche allen formalen Systemen der Mathematik anhaftet, liegt (. . .) darin, daß die Bildung immer höherer Typen sich ins Transfiniten fortsetzen läßt.*⁸⁵ We hebben m.a.w. toch te doen met een prachtige variant op den Leugenaarsparadox!⁸⁶ Ik loop een beetje vooruit door hier al te suggereren dat een positieve interpretatie van Gödel's resultaat mogelijk is, nl. dat wiskunde en logica *niet* samenvallen. Ik kom hier verder nog op terug. Een beetje vooruitlopend zou ik kunnen zeggen dat mijn positie ten opzichte van paradoxen in de classificatie van Van Bendegem als volgt zou kunnen luiden: *continu & discreet, adequaat, onbeslisbaar.*⁸⁷

waarheid en
betekenis

§2. WERKELIJKHEID EN WAARHEID.— Er is nog een laatste belangrijk aspect van deze problematiek dat tot nu toe onbesproken is gebleven, en dat is de rol van het zinsdeel 'is waar' in een logischen uitspraak. Ik doel hier niet louter op het reeds aangestipte onderscheid tussen syntax en semantiek — we gaan ervan uit dat onze logische uitspraken formeel gezien welgevormd zijn⁸⁸ en dat we over een of ander valabel abstract model beschikken waarin we hun betekenis kunnen interpreteren.⁸⁹ Immers, ofwel verwijst het model naar iets buiten zichzelf en moet ook dien band weer verifieerbaar zijn, ofwel is het model willekeurig. Het laatste geval is voor ons niet interessant; wij houden ons immers met hoe dan ook aan de werkelijke wereld ontleende paradoxen bezig, te weten veelheid en beweging. Neen, het gaat ons hier om de manier waarop hetgeen wordt uitgedrukt door een uitspraak en hetgeen waarnaar wordt verwezen in *deze* wereld waarin voor de spreker de uitspraak betekenis krijgt aan elkaar hangen. Er is met andere woorden een *deictische*⁹⁰ component in het spel: *ce sera l'objet désigné*

⁸⁴E. Nagel en J.R. Newman, *De Stelling van Gödel*, Het Spectrum, Utrecht/Antwerpen, 1975, p. 106.

⁸⁵K. Gödel, *o.c.*, p. 191, vtn. 48a.

⁸⁶Een heel mooie en toegankelijke beschrijving van Gödel's systeem in termen van de Leugenaarsproblematiek kan gevonden worden in het bekende boek van D.R. Hofstadter, *Gödel Escher, Bach. Een eeuwige gouden band*, Olympus, 1985/1999, o.a. pp. 18-29.

⁸⁷J.-P. Van Bendegem, *Logica*, pp. 216-224.

⁸⁸D.w.z., een correcte combinatie van veranderlijken en de vijf logische operatoren: $\&$, \vee , \neg , \equiv en \supset .

⁸⁹B. Mates, *Elementary Logic*, 4th ed. Oxford University Press, N. Y., 1970.

⁹⁰Van het Griekse $\delta\epsilon\iota\kappa\nu\acute{\upsilon}\nu\alpha\iota$ [*deiknunai*]: 'tonen, aanwijzen'; vandaar ook 'aantonen', 'be-wijzen'!

*par ostension simultanée à la présente instance de discours.*⁹¹ Pogingen hiermee in het reïne te komen vinden we terug van bij Aristoteles tot bij Russell. Dit hangt samen met Russells probleem van de ‘valse feiten’ die zouden moeten worden ingeroepen om valse uitspraken betekenis te geven, wat absurd is: valse feiten *bestaan* immers niet! ‘Bestaan’ kan hier niets anders betekenen dan “*avoir existence, se trouver en réalité*”, *et cette “existence”, cette “réalité” se définissent comme ce qui est authentique, consistant, vrai.*⁹² We komen er verder nog op terug. Deze problematiek brengt ons recht in het hart van Aristoteles’ waarheidsopvatting, die met een gelijkaardige vraag wordt geconfronteerd: wat is de waarheidswaarde van niet aanwezige, niet aan-toonbare, dus niet be-wijsbare feiten of dingen?⁹³ Zinnen die een *waarheidswaarde* kunnen hebben noemen we *uitspraken of proposities*. Aristoteles zegt daarover (niet toevallig in de *Metaphysica*): τὸ μὲν γὰρ λέγειν τὸ ὄν μὴ εἶναι ἢ τὸ μὴ ὄν εἶναι ψεῦδος, τὸ δὲ τὸ ὄν εἶναι καὶ τὸ μὴ ὄν μὴ εἶναι ἀληθές (Want van het zijnde niet zijn zeggen, en van het niet zijnde zijn, is vals, maar van het zijnde zijn [zeggen] en van het niet zijnde niet zijn, is waar) [Met. Γ, vii, 1011b(26-28)].⁹⁴ Wat dit juist betekent, is echter problematisch op meerdere manieren. Ten eerste is legt Aristoteles zelf een verband met het tijdsaspect: iets dat nu waar is, hoeft het morgen niet meer te zijn. Dit feit leidt tot de formulering van het principe van den Uitgesloten Derden, t.t.z., *de uitspraak P is waar of de uitspraak P is niet waar; een derde mogelijkheid is er niet: (P ∨ ~ P)*.⁹⁵ Een ander probleem betreft het onderscheid tussen ‘zin’, ‘aanduiding’ en ‘verwijzing, betekenis’. De verwarring komt naar voren in een beroemd geworden voorbeeld dat we aan G. Frege te danken hebben: ‘de morgenster is identiek aan de avondster’. Deze uitspraak duidt Venus aan, maar de erin ontwikkelde ‘ware’ gedachte omvat de problematiek van het ‘identiek zijn met’ die in het object ‘Venus’ geenszins opgeslagen ligt: de morgenster komt namelijk ‘s morgens op; de avondster ‘s avonds. Om hieraan te ontsnappen voert Frege het verschil tussen ‘betekenis’ (*Sinn*) en ‘verwijzing’ (*Bedeutung*; in het Engels vertaald met *sense* en *reference*) in. Zinvolheid en betekenis zijn verschillende begrippen, zoals ge kunt zien aan het feit dat uitspraken in een fictief verhaal perfect zinvol kunnen zijn, hoewel ze naar helemaal niets in de werkelijkheid verwijzen. De zinnen van een geschiedkundige daarentegen hebben zowel zin als betekenis, ook al bestaat hetgeen waarnaar verwezen wordt niet meer in het heden. Frege stelt dat elke aantonnende — in de grammaticale, indicatieve betekenis van dat woord — zin niets anders dan de aanduiding van, een *naam* is voor een waarheidswaarde. Hoe gaat dit in

Aristoteles’
waarheidsdefinitie

‘Sinn’ en
‘Bedeutung’

⁹¹E. Benvéniste voert deze term in. E. Benvéniste, “La nature des pronoms”, in: *Problèmes de linguistique générale I*, Gallimard, Paris, 1966, p. 253.

⁹²E. Benvéniste, *PLG I*, “Être” et “avoir” dans leurs fonctions linguistiques”, p. 188.

⁹³D. Frede, “Aristoteles und die ‘Seeschlacht’”. Das Problem der Contingentia Futura in De Interpretatione 9”, *Hypomnemata*, 27, 1970.

⁹⁴H. Tredennick, *Aristotle. Metaphysics. Books I-IX*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1933/1996, p. 200. De vertaling van Tredennick zelf is representatief voor een typisch hedendaagse interpretatie maar onaanvaardbaar, omwille van den praedicatieven draai dien hij aan Aristoteles’ definitie geeft: “to say that what is is not &c.”, daar waar Aristoteles nadrukkelijk onbepaalde vormen van het werkwoord ‘zijn’ gebruikt (nl. het participium τὸ ὄν en de infinitief εἶναι). Dit praedicatieve vooroordeel wordt specifiek in het Engels nog versterkt door de grammaticale onmogelijkheid Aristoteles’ uitdrukking exact om te zetten, omwille van de extreme vershraling van het gebruik van het werkwoord ‘be’ in die taal: *Considered as an instrument of philosophic conceptualisation, the modern verb be is a shadow of its ancient self*, aldus C.H. Kahn, *The Verb “Be” in Ancient Greek*, Reidel Publishers, Dordrecht-Boston, 1973, p. 37.

⁹⁵Een discussie van het verband tussen werkwoordstijden en de Uitgesloten Derde in K&K, pp. 45-51.

impliciete
aanduidingen

zijn werk? Wanneer we Frege's visie aanhouden zijn de uitspraken '5 is een priemgetal' en 'de gedachte dat vijf een priemgetal is, is waar' aan elkaar equivalent. Alle ware uitspraken duiden volgens Frege dus één waarheidswaarde aan; alle valse een andere: Waar en Vals. Zolang we veilig op het niveau van symbolische variabelen blijven ronddraaien lopen we hiermee niet al te veel gevaar, maar van zodra we formele symbolen omzetten in concrete uitspraken zitten we in de problemen. Het uitdrukken van betekenis in een propositie, het verwijzen naar, en het ermee aanduiden van iets zijn immers drastisch verschillende taaldaden. Het is duidelijk dat een aanduiding niet los kan staan van de context waarin ze gebeurt.⁹⁶ Aanduidingen hebben enkel betekenis op een afgeleide manier. '5 is een priemgetal' en 'Brussel is de hoofdstad van België' duiden voor Frege beiden eenzelfde object aan, de waarheidswaarde 'Waar', terwijl het toch zo is dat wat een uitspraak tot uitdrukking brengt, zijn betekenis — een gedachte in Frege's eigen woorden — 'waar is' en verschilt van hetgeen hij aanduidt. Het woord 'waar' vervult hier een sleutelrol: *it becomes clear that (. . .) the role of the word 'true' is to provide a connexion between propositional designations and propositional expressions.*⁹⁷ Hoe? Door het gebruik van het verwijzend voornaamwoord 'dat': *If we think of the English word 'that' as a prefix which converts an expression of a proposition into a designation, we may perhaps say that addition of the phrase 'is true' reverses the operation.* Dit geldt vanzelfsprekend ook voor het Nederlandse equivalent. Hoewel we bijvoorbeeld niet expliciet zeggen "dat er een welbepaalde ster op geregelde tijdstippen 's morgens op een bepaalde plaats aan den hemel verschijnt" wanneer we de zinsnede 'de morgenster' in een propositie gebruiken, is het duidelijk dat de tweede uitspraak de eerste vooronderstelt. *In the language of everyday life a sentence containing the phrase 'the morning star' is said to imply that there is one and only one star frequently visible in the morning. This is not a use of 'implies' much discussed in treatises of logic (. . .)*⁹⁸ Frege besepte goed genoeg dat het gebruik van expliciete omschrijvingen in de gewone omgangstaal de aanvaarding van een onuitgesproken propositie vooronderstelt, en dat in geval van ontbreken van een aanduiding voor de erin vervatte omschrijving aan den uitspraak in zijn geheel geen waarheidswaarde kan worden toegekend. Voor hem was de consequente toepasbaarheid van het *Tertium non datur* in het kader van zijn *Begriffsschrift* echter wel enige kunstgrepen waard. Andere logici probeerden dit probleem op andere manieren op te lossen. Russell en Whitehead ontwikkelden een "Theory of Descriptions"⁹⁹ waarin de aanduidende uitspraak die normaal gezien onuitgesproken in een omschrijving besloten ligt, expliciet in den zin waarvan hij deel uitmaakt opgenomen wordt. Aan de basis ervan ligt het inzicht dat uitspraken over feiten geen namen voor feiten zijn. In 'The Philosophy of Logical atomism'¹⁰⁰ geeft Russell het volgende voorbeeld: 'Socrates is dood' en 'Socrates is niet dood' slaan beide op een-

Theory of De-
scriptions

⁹⁶Mates' onderscheid tussen 'sense' en 'denotation' voldoet bijgevolg evenmin, omdat hij 'reference' en 'denotation' (aanduiding) met elkaar verwart. 'Parijs' kan zowel in verwijzenden als in aanduidenden zin gebruikt worden, maar 'deze stad' zal slechts duidelijk zijn uit den context, de concrete communicatie. En we hebben het dan nog niet gehad over 'deze stad' of 'deze stad?'. B. Mates, *o.c.*, p. 70-71. Zie ook K & K, p. 576 sq.

⁹⁷K & K, *o.c.*, p. 585.

⁹⁸K & K, *o.c.*, p. 593. Mijn accentuering.

⁹⁹K & K, *o.c.*, p. 593 sq.

¹⁰⁰In den cursus "The Philosophy of Logical Atomism", door Russell gegeven in 1918, komt dit punt uitvoerig aan bod. Men raadplege B. Russell, *Logic and Knowledge*, pp. 177-281.

zelfde feit in de werkelijkheid; er is één feit in de wereld dat maakt dat een van de twee uitspraken waar is, de andere vals, want *It is obvious that there is not a dualism of true and false facts; there are only just facts*. De valse volzin wordt daardoor niet betekenisloos. Heel anders is het gesteld met de naam ‘Socrates’: had er nooit iemand bestaan met dien naam, dan ware het helemaal geen naam, enkel een geluid dat voor niemand ook maar iets zou betekenen. De relatie van uitspraken of volzinnen tot de werkelijkheid is dus een heel andere dan die van namen: *You cannot name a fact. The only thing you can do is to assert it, or desire it, or will it, or wish it, or question it, but all those are things involving the whole proposition*. Een naam verwijst altijd naar een enkeling, dat óf gekend kan worden uit directe ervaring, óf op een correcte manier omschreven kan worden. Aangezien we Socrates nooit ‘in het echt’ hebben meegemaakt bevat die naam eigenlijk een verborgen omschrijving; zo iets als “de man die te Athene de gifbeker dronk”.¹⁰¹ Dit kan veralgemeend worden tot nagenoeg alle aanduidingen. Hun beroemdste voorbeeld is de zin: “De Koning van Frankrijk is kaal”, wel wetende dat er sinds 1789 geen koningen van Frankrijk meer zijn. Hoe kan de waarheidswaarde van dit soort uitspraken worden vastgesteld? Door de zin te herschrijven als: “Er bestaat een ding, *c*, zodat (i) een ding Koning van Frankrijk is als en slechts als het identiek is met *c*, en (ii) *c* kaal is”. Het is nu inderdaad duidelijk welke existentiële vooronderstellingen worden gemaakt, en bijgevolg is vaststelbaar of ze waar of vals zijn. Het TND kan dus worden toegepast. De formele structuur van dit soort substituties is als volgt. Stel dat ‘*C*’ een aanduiding is voor ‘een ding *c* met eigenschap *F*’ waarover een uitspraak gedaan wordt: “*C* heeft de eigenschap ϕ ”, dan geeft de substitutie “ $\exists! c$ met eigenschap *F*, dat de eigenschap ϕ heeft.”¹⁰² Het zal duidelijk zijn dat, om dergelijke substituties te rechtvaardigen, een klare notie van ‘identiteit’ noodzakelijk is. Ook hier geldt dat dit in werkelijkheid enkel voor strikt symbolische talen opgaat. Russell valt door de mand van zodra logische uitspraken worden geanalyseerd waarbij de symbolische variabelen in concrete proposities worden omgezet. Hij is immers evengoed verplicht rekenschap af te leggen van de manier waarop de door hem geïntroduceerde expliciete omschrijvingen op hun waarheid kunnen worden getoetst. De basis van zijn aanpak is te vinden in het reeds geciteerde artikel uit 1905 — de lezer merke op dat dit aan de publicatie van de *Principia Mathematica* voorafgaat —, getiteld *On Denoting*, waarin hij de epistemologische basis voor het latere onderscheid tussen *logically proper names* en *descriptions* legt. Een logische eigennaam verwijst, in tegenstelling tot een omschrijving, naar een ding in de werkelijkheid dat in de onmiddellijke gewaarwording van den spreker gegeven is. *For example, we know that the centre of mass of the solar system at a definite distance is some definite point, and we can affirm a number of propositions about it; but we have no direct acquaintance with this point, which is only known to us by description. The distinction between acquaintance and knowledge about is the distinction between the things we have presentations of, and the things we only reach by means of denoting phrases.*¹⁰³ Ik kan zeggen ‘Homerus heeft nooit bestaan’ omdat met Homerus een omschrijving als ‘de schrijver van de Ilias’ bedoeld is en ik

“*On Denoting*”

¹⁰¹ *o.c.*, p. 188, 201.

¹⁰² Dit voorbeeld wordt gegeven in het papier “*On Denoting*”, in: B. Russell, *Logic and Knowledge*, p. 53. Het systeem wordt verder uiteengezet in de inleiding tot de *PM*. Over de betekenis van den quantor zie men ook A.J. Ayer, *Language, Truth and Logic*, Penguin Books, 1936/2001, p. 50.

¹⁰³ B. Russell, “*On Denoting*”, *o.c.*, p. 41.

sense-data

ervan uit zou kunnen gaan dat die figuur legendarisch is. Ik kan evenwel niet zeggen ‘Tim bestaat niet’ wanneer Tim hier vlak voor mijn neus zit. De omschrijving ‘de man die hier vlak voor mijn neus zit’ brengt geen nieuwe informatie bij; het aanwijzend voornaamwoord ‘die’ vervult hier exact dezelfde rol als ‘Tim’. ‘Tim’ is geen omschrijving maar een logische eigenaam. Dit geldt evengoed voor de stoel waar ik op zit terwijl ik dit schrijf: *deze* stoel. Maar bestaan er ondubbelzinnige logische eigenamen in de natuurlijke taal? Er zijn immers veel mensen die Tim heten, en de stoel waarop ik zit is ook niet vrij van ambiguïteit: hij zou op een bank kunnen staan, bijvoorbeeld.¹⁰⁴ Om deze reden zijn er mensen die zo ver wilden gaan alle niet-descriptieve namen uit den logica te bannen, door 1) namen te herleiden tot praedicatieve omschrijvingen¹⁰⁵; en 2) praedicaten te vervangen door het voorschrift voor de klasse die er de extensie van vormt. *To be is to be the value of a variable*.¹⁰⁶ Russell daarentegen is zich bewust van het probleem, maar zegt dat de aanwijzende voorwoorden ‘dit’ en ‘dat’ aan de vereiste criteria voldoen, wanneer zij naar zintuiglijke waarnemingen (“sense-data”) verwijzen.¹⁰⁷ Een discussie van de empiristische epistemologie die aan dit standpunt ten grondslag ligt laten wij terzijde. Volsta het op te merken dat we met de introductie van voornaamwoorden als ‘dit’ en ‘dat’ opnieuw bij aanduidingen die geen omschrijvingen zijn en tegelijkertijd met zekerheid aan iets refereren, zijn aanbeland, en dat ook Russell’s theorie wat dat betreft dus niet zijn doel heeft bereikt.¹⁰⁸ Tenslotte moet nog het verband met onze oorspronkelijke probleemstelling worden gelegd. Zowel Russell als Tarski hebben ter neutralisering van logische paradoxen als de Leugenaar een hiërarchisering van praedicatieve uitspraken voorgesteld. Het zal duidelijk zijn dat dit probleem ook in deze context opnieuw opduikt. Immers, wanneer “sneeuw is wit” en “het is waar dat sneeuw wit is” aequivalente uitspraken zijn, dan schenden we de opdeling in semantische niveaus die door hun theorieën worden opgelegd, omdat juist door de aanwezigheid van aanduidingen die geen omschrijvingen zijn, de strikte scheiding tussen ‘benoemen’ en ‘omschrijven’ dikwijls verloren gaat. Volgende parel moge dit verduidelijken:

¹⁰⁴B. Russell, “Logical Atomism”, *o.c.*, pp. 198-203.

¹⁰⁵Het achterliggende idee is dat benoemen altijd beschrijven is, en dat er bijgevolg geen ‘ostensive propositions’ (zuiver aanduidende uitspraken) kunnen bestaan. A.J. Ayer, *o.c.*, pp. 48-50, 88-90.

¹⁰⁶W.V. O. Quine. Het citaat komt uit “Designation and Existence”, een artikel dat herdrukt werd in: H. Feigl and W. Sellars, *Readings in Philosophical Analysis*, N.Y., p. 50. De meest omvattende beschrijving van de doctrine is te vinden in W.V.O. Quine, *Word and Object*, Boston, 1960.

¹⁰⁷De immer helderziende Gödel merkt haarscherp op *An interesting example of Russell’s analysis of the fundamental logical concepts is his treatment of the definite article “the”. The problem is: what do so-called descriptive phrases (...) denote or signify and what is the meaning of sentences in which they occur? The apparently obvious answer that, e.g., “the author of Waverley” signifies Walter Scott leads to unexpected difficulties. (...) it follows that the sentence “Scott is the author of Waverly” means “Scott is Scott”; and this again leads inevitably to the conclusion that all true sentences have the same signification (...) Frege actually drew this conclusion; and he meant it in an almost metaphysical sense, reminding one somewhat of the Eleatic doctrine of the ‘One’*. Doch ook Gödel mist het cruciale punt dat Russell op het oog heeft: het verschil tussen ‘aanduiden’ en ‘verwijzen’: *he (Russell, K.V.) uses ‘denote’ (instead of ‘signify’) for the relation between things and names, so that ‘denote’ and ‘signify’ together would correspond the Frege’s ‘bedeuten’*; BPPM, p. 450.

¹⁰⁸K & K, *o.c.*, p. 597. Dit geldt m.i. des te meer voor het systeem van Quine. In zijn opvatting treden voornaamwoorden als de enige verwijzende vertegenwoordigers van de veranderlijken in een voorschrift op, zij het zonder direct-empirische lading. Hoe waarheidsaanspraken dan hard gemaakt worden blijft echter onduidelijk. Voor het citaat: W.V.O. Quine, *Word and Object*, p. 13 sq.

'Aanduiding' duidt aanduiding aan.¹⁰⁹

Iets aanduiden komt er uiteindelijk op neer m.b.v. een merkteken een enkeling uit een veelheid uit te kiezen en onder de aandacht te brengen. Het merkteken moet, om functioneel te kunnen zijn, op een of andere manier in den hoger bedoelden zin iets *impliceren*, al is het maar bij afspraak onder een groep van mensen. Maar het is duidelijk dat er in den logica meer aan de hand is. Nog los van theorieën over ontstaan en rol van het naamwoord als aanduiding in natuurlijke talen,¹¹⁰ zijn woorden als 'dit' of 'dat' onmogelijk volledig los te koppelen van de werkelijkheid die in hun gebruik alleen al wordt voorondersteld; de erin vervatte implicaties zijn niet existentieel 'leeg'. Zij zijn het bastion waaruit de werkelijkheid niet wil terugwijken, zolang het idee 'waar' op logische volzinnen zinvol moet kunnen worden toegepast. Russell's theorie van kennis door 'acquaintance' in onderscheid met kennis door omschrijving bedoelt juist veilig te stellen, dat er merktekens ('reflexive tokens'¹¹¹) bestaan die ongegeneerd waar kunnen zijn, in den zin dat hetgeen ze aanduiden ook altijd is: *The nature of true and false propositions was a problem Russell struggled with throughout his life. His theories were driven by the paradoxes, by the view that true propositions are made true by the facts, and by the certainty that there were no such things as "false facts" to make false propositions false.*¹¹² Een merkteken dat fungeert als aanduiding heeft een betekenis, niet omdat het iets uitdrukt maar omdat het het bestaan van een of meerdere welbepaalde enkelingen impliceert; het vooronderstelt anders gezegd een existentiële propositie. Natuurlijk, wanneer we Russell's *sense-data*-theorie verwerpen, vervalt de band tussen merkteken en werkelijkheid, en daarmee ook de basis voor zijn waarheidsconcept; de voornaamwoorden 'dit' en 'dat' op zichzelf impliceren niets. Integendeel, wij hebben gezien dat zij, ontdaan van empirischen inhoud, tot een louter aan een functionele omschrijving inwendige koppeling tussen variabele en praedicaat kunnen worden gereduceerd. Het interessante is nu dat er drie voornaamwoordelijke aanduidingen bestaan waarvoor, los van enig theoretisch of empirisch kader, de waarheid hunner implicaties altijd is gegarandeerd, zowel voor den spreker als voor den toegesprokene. Deze drie woorden zijn 'ik', 'hier' en 'nu'.¹¹³ Ze behoren tot de merktekens die gebruikt kunnen worden om een enkeling binnen een veelheid uit te selecteren, en alzo aan de basis liggen van de mogelijkheid dat een propositie waar of vals kan zijn. Doch de in deze bepaling impliciete Russelliaanse *sense-data*-theorie kan moeilijk worden vóórondersteld in het gebruik der natuurlijke taal. Hieraan kan worden ontkomen door het merkteken niet op te vatten als verwijzend naar een in de onmiddellijke ervaring aanwezig extern object, maar naar den spreekact zelve. De drie hoger genoemde woorden omvatten deze verwijzing *altijd* en *expliciet*. Wij kunnen deze merktekens dus niet los zien van empirischen inhoud, omdat ze niet losstaan van het moment waarop de uitspraak waarvan ze deel uitmaken wordt gedaan. Zo opgevat worden ze *wederkerende merktekens* ('reflexive tokens') genoemd. In deze categorie valt ook het bepaalde werk-

aanduiden ≠
verwijzen

¹⁰⁹Naar K & K, *o.c.*, p. 665.

¹¹⁰Wittgenstein

¹¹¹Dit begrip werd door H. Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic*, Free Press, 1947, ingevoerd om over de waarheidswaarde van welbepaalde woordtekens te kunnen spreken, eerder dan van woordsoorten. Zie ook: S. Predelli, *The Problem with Token-Reflexivity*, Synthese, 2003.

¹¹²Barwise, *Liar*, p. 27.

¹¹³K & K, p. 598-599.

“Ik besta niet”

woord, omdat het bijvoorbeeld de tijd aangeeft waarin iets is gebeurd t.o.v. het moment van spreken. Wat er ook gebeure, wanneer *ik* spreek, kan ‘ik’ niet niets aanduiden, ook niet als ik mij vergis of de boel wil bedriegen. ‘Dit bestaat niet’, gezegd onderwijl naar iets wijzende, zal door het gezonde verstand als een dwaasheid worden aanzien; maar zelfs de meest verstokte solipsist kan onmogelijk ‘ik besta niet’ uitbrengen zonder zichzelf door deze taaldaad alleen al tegen te spreken. De uitspraak ‘Ik besta niet’ weerlegt zichzelf. En hoewel de woorden ‘hier’ en ‘nu’ bijwoorden zijn en geen voornaamwoorden, in het onder de aandacht brengen van dingen of gebeurtenissen doen zij hun werk met dezelfde precisie als ‘ik’, en wel om dezelfde reden: zij vooronderstellen voor hun effectief gebruik als merkteken niets meer dan de spreekact zelve. Trouwens, ook in hun aparte gebruik zijn ze onderling samen inbegrepen. Deze zienswijze vindt bevestiging in de taalkunde. Grammaticaal is ‘ik’ een persoonlijk voornaamwoord, terwijl de woorden ‘hier’ en ‘nu’ behoren tot de woordsoort die in den classieken spraakkunst de “adverbia correlativa sive pronominalia” genoemd wordt, omwille van hun verwijzende rol.¹¹⁴ Maar hoe ‘werkt’ die verwijzing? De taalkundige Benvéniste stelt de vraag en geeft het antwoord:

*Quelle est donc la “réalité à laquelle se réfère je ou tu? (...) je ne peut être défini qu’en termes de “locution”, non en termes d’objets, comme l’est un signe nominal. (...) Il faut donc souligner ce point: je ne peut être identifié que par l’instance de discours qui le contient et par là seulement. (...) Il y a donc, dans ce procès, une double instance conjuguée: instance de je comme référent, et instance de discours contenant je, comme référé. (...) Hors de cette classe, mais au même plan et associés à la même référence, nous trouvons les adverbes ici et maintenant. On mettra en évidence leur relation avec je en les définissant: ici et maintenant délimitent l’instance spatiale et temporelle coextensive et contemporaine de la présente instance de discours contenant je.*¹¹⁵

‘les déictiques’

Er zijn dus bij uitbreiding een aantal andere woorden die hiermee in verband kunnen worden gebracht (*ginder, straks, daar...*), maar onrechtstreeks: het zijn taaluitingen die het tijdelijke en het plaatselijke op het zich articulerende bestaanscentrum ‘ik’ betrekken en die door Benvéniste ‘les déictiques’ worden genoemd. Maar de enige onbemiddelde verwijzingen liggen zoals getoond opgeslagen in de woorden ‘ik’, ‘hier’ en ‘nu’: *le système de coordonnées spatiales se prête ainsi à localiser tout objet en n’importe quel champ, une fois que celui qui l’ordonne s’est lui-même désigné comme centre et repère.*¹¹⁶ ‘Gij’ is degene dien door den spreker wordt toegesproken, en er dus op een elkaar wederkerig totstandbrengende wijze mee in verbinding staat. De problemen komen pas met ‘hij/zij’: *La forme dite de 3^e personne comporte bien une indication d’énoncé sur quelqu’un ou quelque chose, mais non rapporté à une “personne” spécifique. L’élément variable et proprement “personnel” de ces dénominations fait ici*

¹¹⁴Zoals bijvoorbeeld in W.J.B. Hus, *Grammatica Grieks*, Prisma/Het Spectrum, Utrecht, 1991, p. 101.

¹¹⁵Hij voegt er nog aan toe dat *Cette référence constante et nécessaire à l’instance de discours constitue le trait qui unit à je/tu une série d’“indicateurs” relevant, par leur forme et leurs aptitudes combinatoires, de classes différentes, les uns pronoms, les autres adverbes, d’autres encore locutions adverbiales.* E. Benvéniste, “La nature des pronoms”, *PLG I*, p. 252-253.

¹¹⁶E. Benvéniste, “Le langage et l’expérience humaine”, in: *Problèmes de linguistique générale II*, Gallimard, Paris, 1966, p. 69.

*défaut. (...) La “3^e personne” n’est pas une “personne”; c’est même la forme verbale qui a pour fonction d’exprimer la non-personne.*¹¹⁷ Bij de logici is verwarring hieromtrent troef. Barwise heeft een klep gehoord, maar nog geen klok gezien: *Of course the Russellian admits that contextual elements of the statement play an important role in getting you from the sentence to the proposition [waaraan een waarheidswaarde kan worden toegekend.], in particular when the sentence involves indexical elements like “I”, “you”, “now”, and “that”.*¹¹⁸ Maar zoals gezien legde Russell het deictische gewicht op de demonstrativa ‘dit’ en ‘dat’, zonder te beseffen dat zij als waarmerker functioneren als en slechts als de erin vervatte aanduiding samenvalt met de aanduidende spreekact: *ce sera l’objet désigné par ostension simultanée à la présente instance de discours.*¹¹⁹ “Hij zegt *dat*” heeft helemaal geen intrinsiek waarmerkende kracht; er is dan ook een *theorie* nodig die rechtvaardigt waarom een uitspraak buiten het “instance du discours” waar zal zijn of niet, vandaar Russell’s onvermijdelijke toevlucht tot het empirisme. Dit vloeit voort uit het feit dat Russell *ik* niet ziet als het sprekende subject, de eerste persoon van het werkwoord, maar als een abstract ‘ego’, een doos die blijkbaar met ervaringen kan worden gevuld: *we can define ‘my present contents of experience’ as ‘everything experienced together with ‘this’, where this is any experienced thing selected by attention.*¹²⁰ De fundamentele fout van Russell is dat hij niet heeft ingezien dat niet alle persoonlijke voornaamwoorden onvermijdelijk hetzelfde statuut hebben in hun relatie t.o.v. de werkelijkheid, en de erop betrekking hebbende taaluitingen bijgevolg evenmin.

Ik zal het existentiële referentiepunt dat in het gebruik van één dezer woorden verwerklijkt wordt vanaf nu het *ik-hier-nu* of *ihn-standpunt* noemen, en elke aanduidende taaldaad die ermee gepaard gaat een *volstreckte uiting*.¹²¹ Het opmerkelijke is dat het een alomtegenwoordig aspect vormt van de natuurlijke talen; ook wanneer b.v. de persoon niet expliciet wordt uitgedrukt en is opgenomen in den persoonsvorm van het werkwoord, blijft het *ihn*-referentiemechanisme onverminderd van kracht.¹²² Ik beweert dan ook dat we met het inzicht in de specifieke natuur van het *ihn*-mechanisme een stuk gereedschap in handen hebben waarmee heel wat oude en taaie wijsgerige noten kunnen worden gekraakt. We zullen in het hiernavolgende nog de gelegenheid krijgen om deze bewering te toetsen aan de praktijk.

§3. PARADOXEN VANUIT HUN OORSPRONG BEKEKEN.— Laten we de zaak eens vanuit een andere hoek bekijken. Wat is eigenlijk een paradox? Etymologisch betekent *paradoxen etymologisch*

¹¹⁷E. Benvéniste, “Structure des relations de personne dans le verbe”, *Problèmes de Linguistique générale II*, p. 228.

¹¹⁸J. Barwise *et al.*, *o.c.*, p. 29. Op de recente literatuur over “indexicals” komen we later nog terug

¹¹⁹E. Benvéniste, “pronoms”, *o.c.*, p. 253.

¹²⁰B. Russell, “On the Nature of Acquaintance”, in: *Logic and Knowledge*, p. 130.

¹²¹Het hoeft geen verder betoog dat het begrip ‘standpunt’ hier letterlijk moet worden genomen. Hoewel voor iedereen verschillend, zijn alle *ihn*-standpunten waar en in dien zin aan elkaar gelijk. Met ‘meningen’ heeft dit niets te maken. Ik zie hier een verband met bepaalde aspecten van Wittgensteins’ latere filosofie. Men raadplege K. Verelst, “Towards an Ontology of Experience - methodological reflections”, *Ludus Vitalis*, vol. x, bf 17, 2002. Berwante ideeë vond ik in A.W. Moore, “On Saying and Showing”, *Philosophie*, **62**, 1987, pp. 473-485.

¹²²Dit geldt ook voor talen waarin het werkwoord op het eerste gezicht geen uitdrukking geeft aan de persoon. Men zie over deze kwestie E. Benvéniste, “verbe”, *o.c.*, pp. 225-236.

het woord “tegen de meningen”.¹²³ Het begrip *tegenspraak* (contra-dictie) is hier dus blijkbaar cruciaal. De aanwezigheid van tegenspraken is hetgeen de consistentie van een redenering doet instorten. Of althans dien indruk geeft. Laten we een recente autoriteit aanhalen: een paradox is *an apparently unacceptable conclusion derived by apparently acceptable reasoning from apparently acceptable premisses*.¹²⁴ Deze op zichzelf al behoorlijk paradoxaal klinkende formulering duidt de traditionele manier aan om met paradoxen om te gaan; het woord ‘apparently’ betekent immers: schijnbaar. De redenering is slechts *schijnbaar* geldig; er moet dus nog wel ergens een fout inzitten, maar waar? De fout vinden betekent de paradox opheffen. Men kan de zaak natuurlijk ook omdraaien: *a paradox is just any conclusion that at first sounds absurd but has an argument to sustain it*.¹²⁵ Traditioneel is het de logica die bepaalt of onze redeneringen geldig zijn of niet, het opduiken van een paradox roept dus om een logische analyse. Maar wat is de logica zelf dan? Het blijkt dat *the traditional conception of logic as the science of the principles of reasoning valid for all subject matters*¹²⁶ nog steeds regeert, al wordt de zaak nu meestal wat voorzichtiger geformuleerd. *Logic is the study of reasoning — encompassing many aspects of cognition and of rational thinking — both in the sense of description of reasoning practice and the sense of design of reasoning systems*.¹²⁷ Spreken we nu over *de logica* of *een logica*? Er blijken er tegenwoordig wel meer te zijn; als we het standaardwerk van Epstein mogen geloven, een zeventwintigtal.¹²⁸ Desalniettemin stelt ook hij vast dat *every logician in the end divides propositions into those which are acceptable and those which are not*.¹²⁹ Dit is ook het standpunt van Putnam, al merkt hij op dat het moeilijk is uit te maken wat er nu precies gemeenschappelijk is aan al die systemen: *There is a body of “permanent doctrine” in logic; but it just does not carry one very far, at least when it comes to getting an exact and universally acceptable statement of the general principles*¹³⁰, een eigenaardige stand van zaken voor een discipline die exactheid en precisie hoog in het vaandel voert. B. Mates heeft minder scrupules en stelt: *Logic investigates the relation of consequence that holds between the premises and the conclusion of a sound argument*.¹³¹ Het is alleszins mogelijk te stellen dat, wat de klassieke logica betreft, volgende principes doorheen de tijden en tot op heden aanvaard werden, zelfs al bestaat er onduidelijkheid over hun precieze draagwijdte of zelfs formulering: 1) een **afleidingsregel** die minstens transitiviteit omvat, zoals in *Alle S zijn M, Alle M zijn P, bijgevolg Alle S zijn P*; 2) het **Identiteitsprincipe (PI)**, 3) het **Contradictieprincipe (PC)**, 4) de **Uitgesloten Derde (TND)**.¹³² Ze zijn gerelateerd aan wat K & K *entail-*

logica of logica's?

¹²³Colin McLarty liet tijdens een discussie terecht opmerken dat ook de vertaling “door of via de meningen” mogelijk is. De context van de overlevering terzake — begrippen als “antilogikē”, b.v. — maken dit evenwel erg onwaarschijnlijk.

¹²⁴M. Sainsbury, *Paradoxes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, p. 1

¹²⁵W.V.O. Quine, *The Ways of Paradox and other Essays*, Harvard, Cambridge, Mass., 1976, p. 5.

¹²⁶K & K, p. 575. Zo ook J.M. Bocheński, *Formale Logik*, Karl Alber, Freiburg & München, 1978 [1956], pp. 3-5.

¹²⁷J. Van Benthem

¹²⁸R.L. Epstein, *The semantic foundations of Logic*, Vol. I, Kluwer, Dordrecht, London, 1990.

¹²⁹R.L. Epstein, *o.c.*, introduction.

¹³⁰H. Putnam, *Philosophy of Logic*, Allen & Unwin, London, 1971, p. 7.

¹³¹B. Mates. *o.c.*, p. 2.

¹³²H. Putnam, *o.c.*, pp. 4-7.

ment noemen, de notie ‘behelzen, voor gevolg hebben’ in den ruimen zin, waarin het algemene idee ‘besloten liggen in’ vervat is.¹³³ En het blijkt niet mogelijk eenvoudigweg door sleutelen aan deze principes de zwakheden van de classieke logica weg te werken; zo verliest ge nl. ook haar sterke punten: (...) *it now appears that we cannot tinker with the details of logic in any such ways as Łukasiewicz and Brouwer have suggested while still retaining the notion of entailment used in classical logic. But how can we abandon that notion and still reason?* Wij zullen dus moeten gaan kijken naar de oorspronkelijke formulering van die principes, alsook naar de redenen die er door hun uitvinders voor gegeven werden. Verder is het klaar dat de grondleggers van de logica - Plato en Aristoteles - de overtuiging hadden dat al deze problemen voortvloeiden uit de paradoxale conclusies waartoe het denken hunner voorgangers had geleid. Getuige hiervan Aristoteles in zijn verhandeling over Melissus, Xenophanes en Gorgias, in zijn commentaar op de opvattingen van deze laatste¹³⁴: *Thus nothing exists; and even if anything were to exist, nothing is knowable; and even if anything were knowable, no one could indicate it to another, firstly because things are not words, and secondly because no one can have in his mind the same thing as someone else. This and all his other arguments are concerned with difficulties raised by earlier philosophers, so that in examining their views these questions have to be discussed.* De sofist Gorgias wijst dus terug naar problemen opgeworpen door voorafgaande generaties filosofen. Waar situeerden Plato en Aristoteles die problemen? Zijn er aanwijzingen van een filosofischen locus die als niet-arbitrair Archimedisch aangrijpingspunt voor ons onderzoek zou kunnen dienen? Hier geven de hedendaagse uitlopers van de wijsgerige traditie zelf het antwoord:

Two great warring traditions regarding consistency originated in the days of the Presocratics at the very dawn of philosophy. The one, going back to Heraclitus, insists that the world is not a consistent system and that, accordingly, coherent knowledge of it cannot be attained by man. (...) The second tradition, going back to Parmenides, holds that the world is a consistent system and that knowledge of it must correspondingly be coherent as well, so that all contradictions must be eschewed.¹³⁵

We hebben in het voorafgaande hoofdstuk de gelegenheid gekregen de familieverbanden, ja zelfs de gelijkwaardigheid, van enkele uit de Voorsocratische traditie stammende paradoxen en een merkwaardig gegeven uit de verzamelingenleer nauwkeurig aan te tonen. De precieze aard van het verband tussen paradoxen en de Voorsocratische filosofie komt in de volgende hoofdstuk uitgebreid aan bod omdat op dit moment alles mij sterkt in mijn vermoeden dat het nader onder den loep nemen van het werk van Heraclitus en Parmenides, alsook van de intellectuele context die hen

¹³³K & K, p. 96. Dit ‘voor gevolg hebben’ is algemener dan de (materiële) implicatie $a \rightarrow b$ die we kennen uit de hedendaagse formuleringen der logica. Er zijn immers meerdere opvattingen over de aard van deze betrekking mogelijk. Een eenvoudig voorbeeld is de strikte of formele implicatie, die in tegenstelling tot de materiële niet als $\neg a \vee b$ herschreven kan worden, omdat niet enkel de waar- en valsheid van antecedent en consequent een rol spelen, maar ook het verband ertussen. A Tarski, *o.c.*, §8.

¹³⁴Melissus, Xenophanes en Gorgias, 980b(19-22). De vertaling is deze van Barnes. Mijn accentuering.

¹³⁵N. Rescher, and R. Brandom, *The logic of Inconsistency. A study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology*, Basil Blackwell, Oxford, 1980, introduction.

voorafging en deze die uit hun baanbrekende werk gevolgd is, enig bijkomend licht op de zaak zou kunnen werpen, en het is dan ook langs deze weg dat ik mijn onderzoek in eerste instantie verder zal zetten.

HOOFDSTUK 3

VAN WERELDARTICULATIE NAAR WERELDBESCHRIJVING

You don't deny the real when you're in it

A. Smyth, A postcard from a peripheral pre-postmodern state

§1. KORT OVERZICHT EN METHODOLOGISCHE BEMERKINGEN.— Ik zal het vertrekpunt van mijn historische speurtocht dan ook leggen bij Heraclitus van Ephese en Parmenides van Elea. Beiden behoren tot wat traditioneel genoemd wordt de Voorsocratische filosofie, waaronder ook de zgn. Ionische natuurfilosofie valt.¹ Beide denkers hebben in zekeren zin “school gemaakt”, en het is vooral dit Heraclitische en Eleatische denken van hun navolgers dat voor Plato en Aristoteles als referentiepunt zal dienen in hun behandeling van de oorspronkelijke thematieken. Dit stelt ons al van bij den aanvang voor een methodologisch probleem, want het is verre van evident dat de latere interpretaties recht doen aan het oorspronkelijke werk.² Het overgrote deel van de literatuur over Heraclitus en Parmenides behandelt de taalkundige en filosofische interpretatie van hun tot ons gekomen teksten. Nu zijn de teksten der Voorsocraten ons slechts fragmentarisch en indirect — via citaties in andere werken — overgeleverd. Daardoor ontbreekt niet alleen inzicht in de samenhang der tekstfragmenten; in het geval van Heraclitus zijn er zelfs mensen die betwijfelen of er ooit een

*Heraclitus en
Parmenides*

¹A.P.D. Mourelatos [MOUR in wat volgt], *The Pre-Socratics, a collection of critical essays*, Princeton University Press, Princeton, 1974-1993.

²De toegankelijkste bron voor de tekstcritische uitgave der oorspronkelijke fragmenten is de editie van H. Diels en W. Kranz [DK in wat volgt], waarvan ik ook de nummering aanhoud: *Fragmente der Vorsokratiker*, 3 vols., Weidmann, Dublin, Zürich, 1996 [1951]. Voor de contextus van sommige fragmenten raadpleegde ik H. Diels, *Doxographi Graeci. Collegit recensuit prolegomenis indicibusque instruxit*, W. De Gruyter, Berolini et Lipsiae, 1929, en de tekstcritische uitgave van Simplicius' Aristotelescommentaar: H. Diels, *Simplicius. In Aristoteles physicorum libros quattuor priores et posteriores commentaria*, 2 vols., W. De Gruyter, Berolini, 1882/1895., Cambridge University Press, Cambridge, 1936. Tenslotte heb ik het *Corpus dei papiri filosofici Greci e Latini* (CPF, 3 vols.), Academia Toscana di Scienze e Lettere “La Colombaria” nageslagen op eventuele cruciale nieuwe feiten.

tekstoverlevering *tekstinterpretatie*

tekst is geweest.³ Hetgeen tot ons gekomen is, is in elk geval dikwijls corrupt en staat open voor veelvuldige en zelfs onderling strijdige interpretaties. Men citeerde in de Oudheid immers dikwijls al parafrazerend. Hoewel er qua kwaliteit van de tekstoverlevering wel een onderscheid moet gemaakt worden tussen poëzie en proza: er kan aange-toond worden dat de overlevering van metrisch gestructureerde verzen vaak preciezer was dan die van gewoon proza.⁴ En het is een geluk dat het voor deze studie relevante tekstmateriaal meestal poëtisch van aard is, zelfs al betreft het filosofisch werk. De twee belangrijkste soorten bronnen die tot onze beschikking staan zijn de compilaties die door de Alexandrijnse doxographen met voornamelijk didactische bedoelingen zijn samengesteld, alsmede de werken der Kerkvaders.⁵ Deze laatsten stellen nog een bijkomend specifiek probleem: hun aanhalingen en verwijzingen hebben bijna altijd de bedoeling het fragment te bestrijden, of het ter ondersteuning van hun eigen stellingen te gebruiken.⁶ Het onderscheiden van de oorspronkelijke woorden in een parafra-sering vraagt niet alleen een etymologische en philologische, maar ook filosofische studie van den context waarin het fragment wordt geciteerd. Wij zullen onze bespreking hoofdzakelijk baseren op het werk dat de tekstcritische standaarden voor het onderzoek van deze denkers zonder meer heeft uitgezet, nl. de reeds geciteerde editie van Diels en Kranz, zonder daarbij evenwel de correcties en aanvullingen die in latere uitgaven en commentaren naar voren zijn gebracht, uit het oog te verliezen.⁷ Het is evenwel niet enkel de tekstoverlevering die problemen stelt, maar ook de tekstinterpretatie. Vele moderne vertalers en commentatoren laten zich bij de reconstructie en lezing van een tekstfragment dikwijls meer leiden door hun vooroordelen, vooronderstellingen en bedoelingen dan door het geschrevene. Van het soort interpretatieve absurditeiten dat zo het daglicht ziet, heeft Charles Vergeer in zijn Heraclitusstudie een mooie ontleding gegeven.⁸ Zo blijkt het werk van Heraclitus al naargelang Hegeliaans, pre-physicalistisch, anti-religieus, pre-rationeel, existentieel enz. geïnterpreteerd te zijn. Wij zullen in het hiernavolgende een paar fraaie voorbeelden tegenkomen. Tenslotte is er het verschil tussen het archaische, Ionische Grieks en het Grieks uit het klassieke Attische tijdperk. Sleutelbegrippen ondergaan een reeks betekenisverschuivingen in tijd en plaats die verre van verwaarloosbaar zijn; elk degelijk ethymologisch woordenboek bevat talloze voorbeelden. Etymologie volstaat echter niet om de

³Zo bijvoorbeeld C. Verhoeven, in de inleiding bij zijn Heraclitusvertaling (zie verder).

⁴RUDOLF Milman Parys voor Homerus. Bailey, *The Letters of Epicurus*: van de slechtse tekstoverlevering uit de hele antieke literatuur!

⁵Voor de Kerkvaders is een standaard referentiewerk de monumentale 'Patrologia latina et graeca' van de abbé Migne: J.-P. Migne: *Collection integrale et universelle des orateurs sacrés*, 166 vols., Paris, 1844-1856.

⁶G.S. Kirk, *Heraclitus. The Cosmic Fragments*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1975.

⁷Zonder hier ook maar enige volledigheid na te streven zij verwezen naar o.m. G.S. Kirk, J.E. Raven and M. Schofield, *The Presocratic Philosophers. A critical history with a selection of texts*, Cambridge University Press, Cambridge, 1983; J. Bollack, H. Wismann, *Héraclite ou la séparation*, Editions de Minuit, Paris, 1972; M. Conche, *Héraclite, Fragments*, Presses Universitaires de France, Paris, 1986/1998; M. Conche, *Parménide, Le Poème: Fragments*, Presses Universitaires de France, Paris, 1996/1999; K. Riezler, *Parmenides, Text, Übersetzung, Einführung und Interpretation*, Vittorio Klostermann, Frankfurt a. M., 1970; J. Mansfeld, *Het leerdicht en de paradoxen. Parmenides, Zeno: fragmenten*, Agora editie, Kampen, 1988. C. Verhoeven, *Heraclitus. Spreuken*, Ambo Klassiek. Tenslotte de bundel van G. Vlastos "The Presocratics", vol. I van de bundel *Studies in Greek Philosophy*, PUP, Princeton, 1993.

⁸C. Vergeer, *Als een akker in de winter. Over het denken van Herakleitos van Efese*, doctoraal proefschrift, Universiteit van Amsterdam, Amsterdam, 1987, p. 75 sq.

precieze betekenis van een woord in een gegeven context te vatten; tekstvergelijking, mentaliteitsgeschiedenis en zelfs anthropologie zijn even noodzakelijk. De betrokken transformatieprocessen zijn bovendien zelf uiterst relevant met betrekking tot de evoluties die het onderwerp van deze studie uitmaken; ik zal dan ook veelvuldig gebruik maken van de weinige werken die juist dit soort veranderingen tot onderwerp nemen, het weze voor een dan wel meerdere categorieën van begrippen.⁹ De meeste commentaren en vertalingen houden hiermee weinig of geen rekening, met als gevolg dat vertalingen soms meer op Stoïcijnse tractaten dan op archaïsche teksten gaan lijken.

§2. HET ARCHAÏSCHE DENKEN EN DE VOORSOCRATISCHE “PHILOSOPHIE”.—

Laten we nu kort de ruimere context beschouwen waarin het werk van Heraclitus en Parmenides geplaatst dient te worden. En ik bedoel dit nu niet zozeer historisch (daarover zijn er genoeg standaardwerken te vinden¹⁰), dan wel naar de onderlinge relaties tussen denk- en taalvormen waarin hun tijdgenoten zich rekenschap gaven van hun werkelijkheidsbeleving. Het is een gemeenplaats die in onze cultuur bijzonder sterk doorwerkt: het redelijke denken is ontstaan als bevrijding van de mythologische wereldopvatting met de wereldbeschrijving der Ionische wijsgeren, te beginnen met Thales. Een aanwijzing omtrent haar oorsprong vinden we in het feit dat de latere Helleense schrijvers en commentatoren aan de natuurphilosophen — φυσικοί — hun naam en aan hun boeken allemaal de titel *Περὶ φύσεως* (traditioneel vertaald als ‘over de natuur’) meegaven.¹¹ Hier is al direct voorzichtigheid geboden. De verleiding om de Ioniërs te beschouwen als een soort “primitieve” physici, die een poging deden tot bestudering van de wereld vanuit een in meerdere of mindere mate onvolddragen, quasi-wetenschappelijk standpunt dat nog zoekt naar manieren om zich uit te drukken, weerspiegeld in een “gebrekkig” taalgebruik en een “gebrek aan abstractievermogen”, is groot. Maar *L'idée douteuse que les philosophes d'Ionie ont découvert la raison au détriment du mythe, (...) est simpliste: non seulement elle occulte le fait que la raison appartient à tous les hommes et que le mythe lui-même renferme une rationalité (...) mais oblitère la pratique évidente du mythe par de nombreux philosophes grecs (Parménide, Empédocle, Les Sophistes, Platon, Plotin, etc.)*.¹² Ik neem als vertrekpunt dit denken te beschouwen als een volwaardige denkvorm, die zich uitdrukt in een vol-

mythologie

⁹Een mijlpaal in de ontwikkeling van dit besef is B. Snell, *Die Entdeckung des Geistes, Studien zur Entstehung des europäischen Denkens bei den Griechen*, 8ste druk, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 2000 [1975]. Hét grensverleggende werk dat zich betreft op ongeveer alle voor mijn onderzoek belangrijke sleutelbegrippen is R.B. Onians, *The Origins of European Thought*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994 [1951]. Ge vraagt u af waarom naar een zo belangrijk werk zo zelden wordt verwezen. Ook J.-P. Vernant, *Mythe et pensée chez les Grecs*, Maspero, Paris, 1965. Een enigzins andere, maar evenzeer relevante invalshoek in W. Nestlé, *Vom Mythos zum Logos*, 2 ed., Kroner, Stuttgart, 1975. Verder J.N. Bremmer, *The Early Greek Concept of the Soul*, Princeton University Press, Princeton, 1983. Ik heb ook veel baat gehad bij de cursus van H. De Ley, *De Ioniërs*, RUG, 1983. Deze problematiek zal opnieuw opduiken bij de bespreking van de klassieken verderop in de ontwikkeling van ons argument; voor de betrokken referenties verwijs ik naar de volgende hoofdstukken.

¹⁰Bijvoorbeeld D.W. Hamlyn, *Westerse filosofie, een geschiedenis van het denken*, Het Spectrum, Utrecht, 1993, of het briljante boek van K. Held, *Treffpunt Plato. Een filosofische reisgids door de antieke wereld*, Rainbow, Amsterdam, 1995. Ook B. Russells *Geschiedenis der Westerse filosofie* blijft, rekening houdend met des auteurs oogpunt, lees- en bruikbaar.

¹¹G.S. Kirk et al., *o.c.*, p. 102.

¹²L. Couloubaritsis, *Aux origines de la philosophie européenne*, De Boeck, Bruxelles, 1992, p. 29.

“natuur”

kennen als in-
zicht

waardigen taalvorm, en dat inhoudelijke verschillen en tekstuele ontoegankelijkheden aanwijzingen voor mogelijk interessante verschillen in werkelijkheidsgevaarwording of in het denken daarvan zouden kunnen blootleggen tussen ‘ons’ en ‘hen’. Het eeuwige probleem blijft natuurlijk dat we geconfronteerd worden met een bepaalde denkvorm, terwijl we zelf, door ons taalgebruik en onze wijze van kijken en ervaren, tenminste gedeeltelijk in een andere gevangen zitten. Ik vertrouw er echter op dat wij als aandachtige spoorzoekers en arenlezers een heel eind kunnen komen. Het lijkt me verstandig het methodologisch advies van de indologe O’Flaherty in haar boek over sexuele metaphoren in de Indische mythologische overlevering zo getrouw mogelijk tot het mijne te maken: *In the first analysis, it pays to be literal-minded*.¹³ Laten we zodoende onze aanwijzing van naderbij bekijken: het woord ‘natura’ is inderdaad de latijnse vertaling van het Griekse φύσις dat andere connotaties heeft dan diegene die wij bijna spontaan met het woord ‘natuur’ verbinden. φύσις [lat. *natura*] verwijst naar de “datheid”, hetgeen maakt dat iets is wat het is. Plato bespreekt bij herhaling een belangrijke ontwikkeling in het filosofisch denken: voor Socrates waren filosofen bezig met het *hoti estin, dat iets is*, terwijl zij zich sinds Socrates bezig houden met *ti estin, wat iets is*.¹⁴ Bovendien is het archaische natuurbegrip van zichzelf uit dynamisch, omdat iets *wordt* tot wat het *is*: *das in sich verweilende Sichentfalten*¹⁵ Het laat dan ook zijn sporen na in Aristoteles’ concept *entelechia*, zoals blijkt uit de discussie over de betekenis van ‘natuur’ in Boek B van de *Physica*.¹⁶ De correcte, alternatieve vertaling van ‘natuur’ in Lucretius’ *De rerum natura*, is dan ook niet “Over de natuur” maar “Over de aard der dingen”. Inderdaad, zoals wij nog steeds van iemand of iets kunnen zeggen dat hij naar zijn natuur, zijn aard dit of dat is. In het Engels en het Frans spreekt men van iemands character als van “someone’s nature; sa nature”. Vergelijk: *καί μοι φύσιω ἄντοῦ ἔδειξε [De stralende god trok het kruid uit den grond] en toonde me zijn natuur [Od., X, 303]*.¹⁷ Het woord natuur komt bij Homerus in de omvattende betekenis van ‘natuurlijke wereld’ niet eens voor; woorden als *cosmos* en *phusis* zullen pas vanaf Heraclitus in een algemenen, abstraherenden zin worden gebezigd. De afwezigheid van totaliserende abstracties in het archaische taalgebruik komt zo dadelijk nog ter sprake. De Voorsocratische kenwijze blijft nauw verbonden met de archaische periode die haar voorafging: *The fundamental meaning of the word νοεῖν in Homer is “to realize or to understand a situation”*.¹⁸ Het gaat hier duidelijk niet om een afleiding uit praemissen, maar om een *inzicht* in de aard, in het wezen van iets. Dat geldt voor elke vorm van mentale activiteit:

¹³W.D. O’Flaherty, *Women, Androgynes and other mythical Beasts*, University of Chicago Press, Chicago, 1980, p. 5. Dit is ook het methodologische vertrekpunt van Ramnoux: *La bonne méthode pour rassembler les expériences connotées par les noms de puissance consiste à relever les associations verbales*. C. Ramnoux, *La Nuit et les Enfants de la Nuit dans la tradition grecque*, Flammarion, Paris, 1986, p. 19.

¹⁴Een hoogst relevante bespreking van gelijkenissen en verschillen tussen het klassieke en het moderne natuurbegrip kan men vinden bij C. Vergeer, *Op de grond geschreven. Over het begin van de filosofie*, Damon, Best, 1996, p. 12, p. 54.

¹⁵M. Heidegger, *Einführung in die Metaphysik*, Max Niemeyer Verlag, 2nd ed., Tübingen, 1957, p. 47.

¹⁶Dit thema neemt ook een centrale plaats in in de Indische filosofische traditie: *satyāsya satyām*, “the reality of the real” is een Vedāntic formulering. Bhrād-aranyaka Upanishad II, I; in S. Radhakrishnan, *The principal Upanishads*, HarperCollins Publishers, New Delhi, 1953/1994, p. 55.

¹⁷Commentaar hierbij in J. Mansfeld, o.c., p. 53.

¹⁸K. Von Fritz, “Nous, noien and their derivatives in pre-Socratic philosophy”. In: A. P. D. Mourelatos, *The pre-Socratics. A collection of critical essays*, Princeton University Press, Princeton etc., 1992, p. 23

K. Von Fritz sagt zusammenfassend in seiner Untersuchung ber den homerischen Gebrauch von Νόος und νοεῖν "Ein gewisser Grad von schlußfolgerndem Denken scheint also in den Vorgang (sc. des νοεῖν) einzugehen (wenn etwa jemand auf Grund verschiedener beobachtungen 'merkt' oder 'durchschaut', daß ein anscheinend freundliches Verhalten schlechte Absichten verbirgt). An keiner einzigen Stelle jedoch wird dieser schlußfolgernde Prozeß selbst angedeutet, vielmehr kommt die Erkenntnis der Wahrheit immer als eine plötzliche Intuition. Die Wahrheit wird 'gesehen' ". Das trifft den wesentlichen Punkt, der im gesamten Bereich des Geistigen und Seelischen gilt.¹⁹

Wij kennen dit ook in het dagelijkse spraakgebruik: "Ja! Ik zie het!" wanneer ge een moeilijk wiskundevraagstuk aan het oplossen zijt, bijvoorbeeld. Er is een opmerkelijke parallel met de Oudindische opvattingen over filosofie, zoals eveneens tot uiting komt in de gebruikte woordenschat. Het Sankriet woord voor filosofie, *dársana*, betekent ook helder-zien!²⁰ Het rijk van het mentale is ook het rijk van het intuïtieve. Met dit proces gaat een specifieke physiologie gepaard, die aan het licht komt eens we de woorden die haar beschrijven letterlijk nemen zoals ze bedoeld zijn, d.w.z., wanneer we de abstractielagen die er door latere tijden overheen zijn gelegd, er één na één weer af pellen. *Etymologically, the words noos and noein are most probably derived from a root meaning 'to sniff' or 'to smell.'*²¹ Dit is ook ons in het natuurlijke taalgebruik nog vertrouwd: "Ik had het geróken!" kan zowel slaan op het ontstaan van een brandje als op het feit dat iemand vals speelt tijdens het kaartspel.²² Het Nederlandse 'beseffen', het Franse 'saveur' en het latijnse 'sapere' zijn allen verwant, en gaan terug op een wortel die 'rieken' betekent.²³ *Homo sapiens* betekent eigenlijk *riekende mens!* Het rijk van het mentale is blijkbaar ook het rijk van het zintuiglijke, of beter, van het zinnelijke in den vollen zin des woords. Het Nederlands kent deze vermenging van kenact en zinnelijkheid zeer expliciet in het betekenisverschil tussen de woorden *waarnemen* en *gewaarworden*: "Ik wordt dat gewaar" kan betrekking hebben op zowel een geestelijk als op een lijfelijk gebeuren, iets wat bij 'waarnemen' niet het geval is. In het Grieks is het nog duidelijker, want de woorden voor 'inademen' en 'gewaarworden' zijn in oorsprong dezelfde: (. . .) *we may now see that αἴστρομαι 'I perceive' (with the resultant substantive αἴσθησις and the lengthened form αἰσθάνομαι, our 'aesthetics', etc.) is the middle of the Homeric αἰσθω, 'I gasp, I breathe in' (. . .) Thus*

¹⁹B. Snell, *o.c.*, p. 23.

²⁰A. Sen, geciteerd in M. Nussbaum, *Cultivating humanity. A classical defense of reform in liberal education*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1997, pp. 45-46.

²¹K. Van Fritz, *o.c.*, p. 23. Een uitvoeriger discussie, waarin deze etymologie wordt afgewogen tegen andere mogelijkheden, is te vinden in K. Von Fritz, "Noos and Noein in the Homeric Poems", *Class. Phil.*, vol. XXXVIII, 2, 1943. Een detailonderzoek dat ook licht werpt op de etymologie van verwante woorden (*contra* Liddell and Scott) in R.B. Onians, *o.c.*, p. 56 sq.

²²*Noos* wordt dikwijls vertaald met 'geest', overduidelijk een interpolatie van een veel latere betekenis. Een betere benadering krijgt ge wanneer *noos* met 'kenvermogen' en *noein* met 'kennen' vertaald zouden worden. De beste vertaling lijkt mij evenwel voor *noos*: verstand; voor *noein*: verstaan, en op te vatten zoals in den zin: "Hoe staat het ermee?". Het door de latere filosofische traditie met nevenbetekenissen volgeladen woord 'verstand' maakt deze voor de hand liggende vertaling spijtig genoeg moeilijk verdedigbaar. Een schitterend voorbeeld van 'rieken' als 'verstaan' zit in den titel van een essay van de hand van de ooit populaire Felix Timmermans over Pieter Brueghel: *Pieter Brueghel. Zo heb ik u in uwe werken geroken*.

²³C. Verhoeven, *Het beseff*, Boom, Meppel, 1993. Ook: J. De Vries en F. De Tollenaere, *Etymologisch Woordenboek*, Het Spectrum, Utrecht, p. 78.

werkelijkheids-
articulatie vs.
wereld-
beschrijving

for the race at an early stage **the primary relation of breath to consciousness appears to have been worked out** (. . .) *surviving, though unrecognised, in these terms.*²⁴ Er is weer een parallel met het Indische denken hieromtrent, want de zintuigen zowel als de geest die er gewaarwordend mee samenvalt worden in de Upanishadische literatuur aangeduid als *prāṇa* (adems): *Verily, they do not call them “Speeches” nor “Eyes” nor “Minds”. They call them “Breaths”, for the vital breath is all these.*²⁵ Dit citaat laat ons toe een blik vooruit te werpen, want deze ‘levensadem’ zal in de gedaante van het cosmische *πνέϋμα* spoedig nog een grote rol komen spelen in ons verhaal. Wat is het dan dat wordt gewaargeworden en uitgezegd? Hier wordt de aanwijzing die ons door latere generaties is nagelaten duidelijk: waar het om gaat is de natuur van de natuur, *de werkelijkheid der werkelijkheid*. Of meer hedendaags geformuleerd: de grondontologie der werkelijkheid zoals we er in de gewaarwording aan deelhebben. Het is de *dat*-heid en niet de *wat*-heid die de Voorsocraten tot spreken beweegt: *indeed, language is an organ of perception, not simply a means of communication.*²⁶ Nog eens: hoe op het eerste gezicht onderling verschillend ook, dit zijn werkelijkheidsarticulaties, geen wereldbeschrijvingen. Een wereldbeschrijving vóóronderstelt de scheiding tussen den beschrijver en het beschrevene, tussen den kenner en het gekende, tussen subject en object kortom, een scheiding waarvoor we in de bronnen geen aanwijzingen kunnen terugvinden. Het tegenovergestelde gezichtspunt vinden we daarentegen dikwijls genoeg geattesteerd: *luisterend niet naar mij maar naar de Stem (logos) is het wijs in overeenstemming (homologos) ermee te zeggen: alles is een*, in de formulering van Heraclitus [DK 22B 50]²⁷. Of het prachtige Parmenideïsche [DK 28B 3] *τὸ γὰρ αὐτὸ νοεῖν ἐστίν καὶ εἶναι* [*want hetzelfde is denken en zijn*]. Von Fritz besluit (. . .) *it is still the primary function of the noos to be in direct touch with ultimate reality.*²⁸ De ultieme werkelijkheid is gewoon de werkelijkheid hier-en-nu; ge moet die niet ergens onder of achter gaan zoeken. Het gaat over *κόσμος τὸ δὲ* [*kosmos tode, déze wereld*] zo zegt Heraclitus het in [DK 22 B 30]. Maar ge moet haar wel willen zien, met ‘meningen’ heeft ze niets van doen. Daarmee belandt ge immers op den weg der *δόξα* (meningen), ’n dwaalweg waarvan het denken zich verre moet houden, zoals Parmenides in [DK 28B 8] leert. En Heraclitus merkt op dat de meeste mensen niet zien wat evident is: *Al is de rede (logos) gemeen, de velen leven afzonderlijk denkend*²⁹ Dit brengt ons opnieuw bij een belangwekkend punt, want ook deze formuleringen zijn letterlijk terug te vinden in de classieke Indische filosofie: *satyāsyā satyām*, “the

²⁴R.B. Onians, *Origins*, p. 75.

²⁵Chandogya Upanishad, 5, 1. Voor een bespreking: R.B. Onians, *Origins*, p. 75 sq.; over het verband tussen het Vedische *asu*, het Vedāntische *ātman* en de term *prāṇa*, zie J.J. Poortman, *HP II*, p. 28-29.

²⁶J. Jaynes, *The origin of consciousness in the breakdown of the bicameral mind*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1976, p. 50.

²⁷De vertaling ‘rede’ voor *logos* is in het Nederlands het verste dat men kan gaan om er het dichtste bij te komen, mochten wij niet vergeten zijn wat dat woord allemaal betekent... rede in den zin van verhouding: de rede (*ratio*) van ’n breuk —, rede in den zin van toespraak (*oratio*) en tenslotte rede(n) als (oorzakelijk) verband. Zie Onians, *o.c.*, “Introduction”. Een vertaling die het woord- en klankspel zo eigen aan het voorclassieke taalgebruik honoreert zou dan kunnen zijn: *luisterend niet naar mij maar naar de rede is het wijs in evenredigheid ermee te zeggen: alles is een*.

²⁸K. Von Fritz, *o.c.*, p. 52.

²⁹[DK 22B 2] *τοῦ λαγῶν δ’ εὐντος ξυνοῦ ζωουσιυ οι πολλοι ως ιδιαν εχοντες φρονησιυ*; letterlijk staat er: (...) een afzonderlijk denken hebbend.

reality of the real” heet het in de Vedānta.³⁰ *The vital breaths verily go into a unity, for [otherwise] no one would be able at once to cause to know a name with speech, a form with the eye, a sound with the ear, a thought with the mind. As a unity, verily, the vital breaths, every single one, cause to know all things here.*³¹ Hier weer blijkt deze manier van in-de-wereld-staan niet tot den Grieksen cultuurkring beperkt. Niettemin moeten wij ons rekenschap geven van hetgeen de mythologische en de Voorsocratische variant van het archaische denken onderscheidt, indien wij de verdere weg dien het Europese zelfbewustwordingsproces heeft ingeslagen beter willen begrijpen. Ook hier wijzen de tekstfragmenten ons de te volgen weg. De natuurfilosofen beschreven hun inzicht in den aard der werkelijkheid d. m. v. de werkingen van iets dat ze kenden uit hun eigen onmiddellijke ervaring. Zo stelde Thales van Milete (begin zesde eeuw V.C), *pantoon hudor* (alles [is] als water). Water is dus zijn beschrijvend principe, zijn beginsel. Bedoelde hij daar simpelweg mee dat alles eigenlijk uit water bestaat? Dat is wat er later dikwijls van werd gemaakt.³² Maar we weten ook dat hij een steen met magnetische eigenschappen “bezield” noemde, en dat hij zei dat “alle dingen vol van goden” zijn.³³ Het idee dat ‘in leven zijn’ verband houdt met vloeistof (levenssap), en ‘vloeibaarheid’ op zijn beurt met bezield zijn, heeft duidelijk zeer oude wortels en een nagenoeg universele verspreiding. Levende, d.w.z. veranderlijke, entiteiten als rivieren, bomen, etc. werden met geesten of zielen geassocieerd, en *Thales appears to have made explicit (...)* a way of thinking that permeated Greek mythology but whose ultimate origins were almost prearticulate.³⁴ Hij zegt m.a.w. dat er in alles bewegingsprincipes, *werkingen* aanwezig zijn die zijn “als water”. Deze analogie werpt licht op Pindarus’ maxime dat ἄριστον μὲν ὕδωρ (*water het voortreffelijkste*) is.³⁵ Het zijn deze werkingen van de levende werkelijkheid die in de mythologische wereldarticulatie de gedaante van goden of geesten aannemen. Dit blijft evenwel ook in overeenstemming met het feit dat andere Ionische *phusikoi* uit de periode vlak daarna telkens een ander beginsel naar voren schuiven, maar met gelijkaardige eigenschappen: zo Anaximenes de lucht, en Anaximander maakte een soort samenvatting door te stellen dat er één beginsel is, het bewegende ἄπειρον of onbepaalde, dat aan alles ten grondslag ligt zoals het water aan de golven op een zee.³⁶ De concrete zintuiglijke aard dezer werkingen is ondergeschikt aan de onderliggende eenheid die eraan gestalte geeft. Dit wordt bevestigd door de connotaties die deze natuurelementen - evenals het vuur - hebben met zowel ‘leven’ als ‘bezield zijn’. Het woord ψυχή (ziel) is verwant aan ψύχελυ, dat ‘blazen’ betekent. Op het eerste gezicht valt daarmee moeilijk te rijmen dat de con-

werkingen der werkelijkheid

³⁰Bhrād-aryaka Upanishad II, I. Aangehaald en becommentarieerd door S. Radhakrishnan, in *The principal Upanishads*, HarperCollins Publishers, New Delhi, 1953/1994, p. 55.

³¹Kaushitaki Upanishad, 3, 2.

³²Deze interpretatie stamt oorspronkelijk van Aristoteles, die Thales’ ὕδωρ als een stoffelijke ἀρχή, een stabiel oorzakelijk substraat, begreep. Kirk et al., *o.c.*, pp. 92-93.

³³DK Voor de genitief verwijs ik naar de commentaar van Vlastos bij Heraclitus DK B 30, verder is deze tekst.

³⁴Een bespreking van het relevante materiaal (o.a. Aristoteles, *De Anima*, A₅, 411a7) in G.S. Kirk et al., *o.c.*, p. 95-96.

³⁵Pindarus, *Olymp.*, I, 1. Becommentarieerd in R. B. Onians, *o.c.*, p. 229. Men zie aldaar voor een uitgebreide discussie over het verband tussen ‘River-Worship’ en ‘Life-Substance’.

³⁶Een degelijk en fris gepresenteerd overzicht in K. Held *o.c.*; diepgaander geanalyseerd in H. De Ley, *o.c.*, p. 24 sq.; p. 60 sq.

crete, lijflijke *ψυχή* gelijkgesteld werd met het cerebro-spinaal vocht en merg waarvan de hersenen in het hoofd de uitloper zijn, en dat geacht werd actief te zijn als *σπέρμα*, (zaad), een vloeistof verantwoordelijk voor de voortplanting die ‘uitgeademd’ wordt via de genitaliën.³⁷ Het komt op ons nogal vreemd over dat er *geen duidelijk onderscheid tussen gas en vloeistof werd gemaakt*.³⁸ Toch kennen wij in ons eigen spraakgebruik nog dergelijke ‘begeesterde’ vloeistoffen, wanneer we spreken over ‘wijngeest’ en ‘brandspiritus’ bijvoorbeeld.³⁹ In verband hiermee kan eraan worden herinnerd dat Poortman in zijn studie over ‘hylisch pluralisme’ opmerkt dat onze hedendaagse opvattingen over stoffelijkheid bijzonder rudimentair zijn vergeleken met deze geldend in de meeste andere culturen uit de menselijke geschiedenis. Het ‘materialisme’ dat wij van de negentiende eeuw hebben geërfd, staat in eenvoudige tegenstelling tot wat het domein van het ‘geestelijke’ genoemd wordt. Het is belangrijk voor ogen te houden dat deze strikte scheiding voor ’n mens uit de Oudheid onbegrijpelijk zou zijn geweest en, zoals gezegd, zelfs niet met het historisch gegroeide taalgebruik van ook den modernen mens overeenstemt.⁴⁰

leven is bewegen

De *ψυχή* is verder de *levenskracht* die het lichaam tonus (vloeistofdruk) en **beweging** geeft.⁴¹ Vandaar dat een Homerische krijgsman die dodelijk getroffen wordt en zijn *psychè* verliest door zijn knieën zakt als een plasteiken opblaaspomp met een gaatje in. Desondanks leeft de *psychè* zelf door na de dood; zij is de *αιῶνος ἕιδωλον*, het duurzame evenbeeld dat langs het hoofd ontsnapt en naar de Hades gaat.⁴² Bovendien zegt de overlevering dat Anaximenes de *ψυχή* met *ἀήρ καὶ πνεῦμα* (lucht of wind) identificeerde.⁴³ Dit raadsel wordt verder opgehelderd wanneer we beseffen dat het Homerische en ook nog latere spraakgebruik een tweede term kende die een eveneens ‘luchtig’ levensbeginsel aanduidt, echter niet in het hoofd, maar in de borst gesitueerd: de *θυμός*. Deze *thumos* is de zetel van het emotioneel-sensitieve, denkende leven, van het concrete bewustzijn zeg maar, dat met de dood verloren gaat. Deze *levensadem* zetelt in de *φρένες*, al sinds de Oudheid eigenaardig genoeg als het diaphragma geïnterpreteerd, maar wat - zo toont Onians aan - oorspronkelijk gewoon de longen waren.⁴⁴ Er waren dus twee soorten zielen in het spel, die allebei op een andere manier gekoppeld waren aan ‘adem’! Homerus vertelt ons bij verschillende gelegenheden dat iemand ‘naar (levens)adem snakkend’ (*ἀΐσθων*) uit een bezwijming ontwaakt doordat de *θυμός*, dien het concrete bewustzijn belichaamt, opnieuw de *φρένες* vult, terwijl de levenskrachten (gerelateerd aan den *ψυχή*) maar geleidelijk aan wederkeren.⁴⁵ Tenslotte: *Naast ψυχή en θυμός is er nog een derde soort adem: μένος*.⁴⁶

³⁷R.B. Onians, *o.c.*, pp. 108/119.

³⁸J. Verdenius, “Denkpatronen 3”, *o.c.*, p. 101.

³⁹J.J. Poortman, *OCH I*, p. 31.

⁴⁰J.J. Poortman, *Ochēma. Geschiedenis en zin van het hylisch pluralisme*, Van Gorcum, Assen, 1954, vol I, p. 17 sq.

⁴¹R.B. Onians, *o.c.*, p. 195. Ik denk dat we zonder overdrijving kunnen stellen dat het hedendaags gebruik van den technischen term *pneumatica* daar nog de sporen van draagt.

⁴²J. Bremmer, *The Early Greek Concept of the Soul*, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1983, p. 74 sq. Het gebruik van deze termen in Homerus en Pindarus komt uitvoerig aan bod in R.B. Onians, *o.c.*, p. 102, 116.

⁴³[DK 13 B 2] Commentaar hierop in KSR, pp. 158-159.

⁴⁴R.B. Onians, p. 24 sq.

⁴⁵R.B. Onians, *o.c.*, pp 45/195.

⁴⁶J. Verdenius, “Archaische Denkpatronen 3”, in: *Lampas*, 5, 1972, pp. 98-121.

Menos wordt over het algemeen als geesteskracht, begeestering of stoutmoedigheid vertaald. Het woord is echter verwant aan het werkwoord μέμouα dat zowel ‘verlangen’ als ‘(voorwaarts) stormen’, ‘woeden’ betekent. Bremmer legt een verband met het Duitse ‘Wut’ en met de *Berserk fury* van de Keltische krijgers. Deze woede of toornige begeerte vult de *thumos* (!) en wordt in- en uitgeademd (μένεα πνέουτες [Il. Γ, 8]), het is een substantie. Maar zij kan ook van buitenuit ingeblazen worden. Zo blaast Athene strijd lust in (έμπνευσε μένος) bij Diomedes [Il. K, 482] en bij de oude Laërtes [Od. xxiv, 520]. De oorspronkelijke psycho-fysiologie van zowel ‘aspiratie’ als ‘inspiratie’ wordt hierdoor duidelijker: *menos is not a physical organ. It is a momentary impulse of one, several, or even all mental and physical organs largely directed toward a specific activity. This impulse, although observed by the subject, can only be influenced by him to a limited extent.*^{47,48}

De veelzeggende betekenisverschuiving die in den loop der tijden heeft plaatsgevonden komt er nu op neer dat die drie zowel naar hun stoffelijken als naar hun wezenlijken aard onderling losstaande ziele delen versmelten tot één gecentraliseerd ‘bewustzijn’:

veelvuldigheid
der ziel

*The ψυχή gradually ceases to be merely the life or life-soul which it was in Homer and Hesiod, etc., and begins to be conceived of and spoken of as concerned in perception, thought, and feeling, which had formerly passed as the work of θυμός, φρένες, and κῆρ in the chest. In it as a single entity, ‘life’ and consciousness, which had formerly been divided, centered in head and chest respectively in ψυχή and θυμός, are now united.*⁴⁹

Ook van deze psycho-fysiologische eenmaking vinden we een parallel in India. De Sanskritist E. Arbman vond bij zijn studies over het Vedische zielsbegrip dat aan de geünifieerde *ātman* een gelijkaardige dualiteit voorafging.⁵⁰ In zijn anthropologische studie spreekt W. Wundt van de *Hauchseele* en de *Körperseele*.⁵¹ Bremmer noemt deze nog onderscheiden aspecten de *levensziel* en de *egoziel*, waaraan een nog primitiever stadium van ‘vrije’ (in den zin van reizende, het lichaam verlatende) en lichaamszielen vooraf is gegaan.⁵² Poortman tenslotte wijdt aan de *lichaamsziel* en de *buitenziel* veel aandacht, zonder zich daarbij tot den Indo-Europesen cultuurkring te beperken.⁵³ De buitenziel wordt veelal gezien als een schimmig evenbeeld, ’n dubbelganger die klein is — het Nederlandse woord *manneken* heeft wat dat betreft de status van “ter-

⁴⁷J. Bremmer, *o.c.*, pp. 57-58; zie ook J. Verdenius, “Denkpatronen 3”, *o.c.*, p. 103; R.B. Onians. *o.c.*, p. 50 sq.

⁴⁸Het idee dat ‘inspiratie’ overgebracht werd door de werking van het pneuma, is een in de Oudheid bekend thema. Zie A. Pierard, *In luminis oras: een intertekstuele analyse van een potische beeldformule in Lucretius De rerum natura (DRN)*, preprint

⁴⁹R.B. Onians, *o.c.*, p. 116.

⁵⁰Geciteerd in J. Bremmer, *o.c.*, p. 9.

⁵¹W. Wundt, *Völkerpsychologie*, IV, p. 127 sq.

⁵²J. Bremmer, *o.c.*, p. 11, 14 sq. Dit is in overeenstemming met Eliade’s bevindingen over de psycho-fysiologische grondstructuren van het shamanisme. M. Eliade, *Le chamanisme et les techniques archaïques de l’extase*, Payot, Paris, 1951-1974; P. Foucart, *Les Mystères D’Éleusis*, Pardès, Puiseaux, 1914/1999.

⁵³J.J. Poortman, *OCH I*, p. 89 sq.; *OCH II*, pp. 27-35. Hij bespreekt ondermeer de *njawa* uit Indonesië en de *tondi* der Batakkers.

relatie
ziel/lichaam

minus technicus” verkregen⁵⁴ — en beweeglijk: *psyche* betekent niet voor niets ook vlinder!⁵⁵ Ik denk desalniettemin dat men kan stellen dat ook in veel latere, schijnbaar geünifieerde zielsstructuren het ontkoppelingsvermogen van sommige fijnstoffelijke zieleleden bewaard blijft, getuige daarvan de vele verslagen van ‘uittredingen’, ‘zielereizen’ in de *Mysteriën*⁵⁶, het fijnstoffelijke *ochēma* of zielsvoertuig⁵⁷, enz. Het strikte en eenduidige onderscheid tussen “stof” en “geest”, zo typisch voor de moderne Westerse mentaliteit, is zowel de oudere Europese traditie als de meeste andere beschavingen immers geheel vreemd: *Die Primitive kennen die Zweiteilung in Körper und Seele nicht*.⁵⁸ In de oudere Upanishaden is de *puruṣa*, het individuele bewustzijn, een fijnstoffelijke kleinsmens en geen lijfloze ziel of geest.⁵⁹ Het lijkt mij voor de hand te liggen dat deze archaische psycho-fysiologie hoe dan ook aan den oorsprong ligt van de klassieke theorieën over de gelaagdheid der ziel.⁶⁰ De *νόος*, het verstandelijke vermogen is, zoals reeds aangegeven, met het *πνεῦμα* of levensadem verwant, en is het orgaan der gewaarwording. Al van in de oudste tijden werd aan het oog het vermogen toegeschreven stralen ‘uit te ademen’ die voorwerpen beroeren en aldus zichtbaar maken.⁶¹ Parmenides zal aan de *noos* expliciet het gezichtsvermogen toekennen [DK 28 B 4 1], een idee dat we in een andere vorm terugvinden bij Plato als het ‘geestesoog’. Bij de Stoïcijnen zijn zowel de *noos* als de zintuigen manifestaties van ‘vurige adem’ Ook de *noos* is dus in het unificatieproces betrokken. Diogenes van Appolonia zal dan ook kunnen schrijven dat bewustzijn, ziel en *pneuma* samenvallen [DK 64 A 19, B 2]. Uit talloze voorbeelden in de aangehaalde werken blijkt dat dit proces ook nog in andere delen der wereld in meer of mindere mate heeft plaatsgevonden.⁶² Deze veelvuldigheid der ziel⁶³ heeft trouwens ook als zodanig een lichamelijke tegenhanger, aangezien de Oude Grieken geen woord kenden om ‘het levende lijf’ als geheel, op zichzelf staand ding mee te benoemen; men beschreef de lijflijke activiteit aan de hand van de lichaamsdelen die erbij betrokken zijn; vandaar epitheta als ‘de Snelvoetige Achilles’.⁶⁴ Dit is een bijzonder accurate observatie: ge kunt uw eigen lijf immers nooit helemaal zien, bijgevolg dat van een ander ook niet als dusdanig beschrijven. Het beruchte *σῶμα* betekent oorspronkelijk niet lijf maar *lijk*!⁶⁵ Het *sōma* heeft niet alle kwaliteiten van een levend lijf, want het mist bepaalde zieleleden: *νόος* noch *θυμός* zijn aanwezig; er

⁵⁴R.B. Onians, *o.c.*, p. 216; OCH II, p. 47.

⁵⁵J.J. Poortman, *OCH I*, p. 93.

⁵⁶P. Couliano, *Expériences de l'extase*, Payot, Parijs, 1984.

⁵⁷J.J. Poortman, *o.c.*, vol. I & II.

⁵⁸Arbman, zoals geciteerd in *OCH I*, p. 102.

⁵⁹J.J. Poortman, *OCH II*, p. 33 sq.

⁶⁰Met name de Platoonse en de Aristotelische zieleleer. In de zgn. biologische werken spreekt Aristoteles over het aangeboren *pneuma*, en legt een verband met het ‘vijfde element’ *De generatione animalium*, II, 3, (736-737). Hoe dit met de zielsleer uit *De Anima* gerijmd kan worden is een andere zaak. Voor een overzicht van den problematiek en een samenhangende interpretatie raadplege men: A.P. Bos, *De ziel en haar voertuig. Aristoteles' psychologie geherinterpreteerd*, Damon, Leerde, 1999.

⁶¹o.a. Diog. App., [DK 64 B 5, 64 A 19], H. Diels, *Doxog. Gr.*, p. 404.

⁶²Zie b.v. J. Bremmer, *o.c.*, p. 23.

⁶³A.W.H. Adkins, *From the Many to the One. A study of personality & views of human nature in the context of ancient Greek society, values & beliefs*, London, 1970.

⁶⁴Deze ‘geleedheid’ vinden we ook terug in de voorstellingen die van het menselijk lijf worden gemaakt. Snell, p. .

⁶⁵J. Bremmer, *o.c.*, p. 84.

is anders gezegd geen sprake meer van een ‘persoonlijk’ innerlijk leven of van gewaarwording. De afwezigheid specifiek van levensadem is, zou ik suggereren, ook de reden dat de schimmen der overledenen niet meer deftig kunnen spreken, omdat de Ouden denken als spreken opvatten⁶⁶: *piepend* laat de schim van Patroclus Achilles achter [*Il.*, Ψ, 101]. Om dezelfde reden *bewegen* zij ook anders.⁶⁷ We mogen niet vergeten dat de *logos*, de ‘stem der rede’, hoewel van dezelfde geaardheid als het cosmische vuur⁶⁸, volgens Heraclitus *ingeademd* kan worden [DK 22 A 16]. Wij zullen er ons nu niet meer over verbazen dat, van de *phusikoi* tot de atomisten, de Voorsocraten de belangrijkste functie van de *ψυχή* als **beweging** opvatten.⁶⁹ *Parce qu’il y a devenir, il y a vie: l’immobilité signifie la mort.*⁷⁰

In het eerste hoofdstuk van zijn baanbrekende werk *Die Entdeckung des Geistes* stelt B. Snell dat de mensen beschreven in het Homerische *corpus* niet handelen op grond van zelfbewuste beslissingen in den hedendaagsen zin, omdat zij geen enkelvoudig geïntegreerd zelfbewustzijn hebben zoals — zo beweert men althans — wijzelf, maar onderhevig zijn aan een spel van min of meer zelfstandige psychische krachten.⁷¹ Hij komt tot dat besluit op grond van argumenten in den trant van degene die wij tot nu toe ontmoet hebben, en voegt er ten overvloede nog aan toe dat er, zoals voor het levende lichaam, niet eens een woord is om wat wij het ‘zelf’ noemen mee aan te duiden. Snell werd — vooral vanuit Angelsaksischen hoek — bedolven onder een berg critiek.⁷² Het meest recente werk waarin die critieken worden samengebracht is Gills studie van ‘persoonlijkheid’ in het Oude Griekenland.⁷³ Gezien het belang van een klaar inzicht in de archaische geestesgesteldheid voor mijn eigen onderwerp, zal ik er kort op ingaan. Gills critiek ligt in het verlengde van Gaskins standpunt, maar het theoretische kader van deze laatste wordt veel diepgaander uitgewerkt. Gill concentreert zijn aanval op het werk van Snell en Adkins.⁷⁴ Essentiëel laat zijn critiek zich in twee punten samenvatten: Snell, Adkins en hun volgelingen stellen, zoals besproken, dat de Oudgriekse woordenschat m.b.t. het innerlijke leven erop wijst dat voor Homerus en tijdgenoten de ervaring van zichzelf als ‘persoonlijkheid’ heel anders was dan voor den modernen mens. Het punt waar het allemaal om draait zijn de gevolgen van een dergelijke opvatting voor de relatie tussen handeling en bewustzijn, m.a.w. de repercussies op het ethische vlak: *Homeric vocabulary shows an absence of awareness of a uni-*

*archaische
zijnswijzen*

Snells critici

⁶⁶Dit wordt niet expliciet gezegd, maar aangezien het spraakvermogen in de *φρένες* wordt gelocaliseerd lijkt dit mij geen te vergaande conclusie. R.B. Onians, *o.c.*, p. 13-14.

⁶⁷J. Bremmer, *o.c.*, p. 85

⁶⁸Voor zover ik weet zegt Heraclitus nergens expliciet dat de ziel ‘vurig’ is, maar afgezien van den overduidelijken rol van het vuur in alles wat bestaat, wordt in [DK 22 B 36] gezegd dat zij exact dezelfde gedaanteveranderingen ondergaat als het *πυρὸς προπᾶν*, het cosmische oervuur in [DK 22 B 31]

⁶⁹Zoals ook door Onians geconstateerd wordt: *o.c.*, p. 195-196.

⁷⁰M. Conche, *o.c.*, p. 458.

⁷¹B. Snell, *o.c.*, hoofdstuk I.

⁷²Men zie o.m. R.W. Sharples, “‘But Why Has My Spirit Spoken With Me thus?’ Homeric Decision-Making”, *Greece & Rome*, Vol. XXX, 1, 1983; R. Gaskin, “Do Homeric Heroes Make Real Decisions?”, *Classical Quarterly*, 40, (i) 1-15, 1990.

⁷³C. Gill, *Personality in Greek Epic, Tragedy, and Philosophy*, Clarendon Press, Oxford, 1996/1998.

⁷⁴Wat Snell betreft niet enkel *Geist*, maar ook een vroeger werk over Aeschylus: “Aischylos und das Handeln im Drama”, *Philologus*, Supplementband 20, 1-164. Voor Adkins het reeds geciteerde werk *Many to One*, en zijn boek *Merit and Responsibility. A study of Greek Values*, Oxford (geen jaartal).

*tary self, as distinct from quasi-independent psychological (or rather, psychophysical) forces; and that, relatedly, no Homeric figure acts as a fully integrated and autonomous agent, who is capable of genuine personal decisions.*⁷⁵ Volgens Gill worden de resultaten van Adkins en Snell beïnvloedt door “post-Cartesiaanse” en “post-Kantiaanse” vooroordelen, meer bepaald dat een ‘persoon’ iemand is *who is conscious of himself as being a unified centre of consciousness and will*. Gill becritiseert dit “first personal” standpunt vanuit posities in de hedendaagse analytische geestesfilosofie (*philosophy of mind*). Verder krijgt Snell het verwijt aan zijn broek er een aan zijn Duitse achtergrond schatplichtige Hegeliaanse visie op de geschiedenis op na te houden, in den zin dat hij een ontwikkelingsgang in verschillende stadia onderkent van de archaische zielsveelvuldigheid naar het klassieke eengemaakte zelfbewustzijn, die zich in de opeenvolging van literaire genres weerspiegelt: epiek — lyriek — drama — filosofie.⁷⁶ Vooral de overgang van lyriek naar drama is in dit verband voor Snell cruciaal: Homerus’ Achilles *besliste* niet om Patroclus te wreken, het werd hem *ingegeven*. Slechts vanaf Aeschylus zal een beschrijving van den persoon als bewust beslissend agens mogelijk worden.⁷⁷ Het theoretische kader van Gills *démarche* steunt op een onderscheid tussen wat hij noemt de ‘subjective-individualist’ en de ‘objective participant’ opvattingen van den persoon.⁷⁸ Het eerste begrip is volgens hem “first personal” en slaat op het idee van een zich doorheen de geschiedenis vanuit een psychofysiologische veelheid ontwikkelend ‘ego’ dat als autonome wetgever ten opzichte van zichzelf optreedt, en — ingeval deugdzaamheid betracht wordt — zich vrijwillig aan universele morele principes onderwerpt. De karakteristieke vorm van interactie met zichzelf en met de buitenwereld is hier de *monoloog*. Het tweede is daarentegen objectief; t.t.z. “third personal” en beduidt *a picture of human life as properly lived in the exercise of virtues which are coherently related to the roles and practices of a cohesive society*.⁷⁹ De karakteristieke vorm van interactie van een persoon met zichzelf en met de buitenwereld is in deze opvatting de *dialogue*. De uitwerking van het eerste persoonlijkheidsmodel wordt door Gill toegeschreven aan Descartes, Kant en filosofische stromingen die uit hun werk gevolgd zijn, i.e., de hoofdstroom van het Europese Verlichtingsdenken over persoonlijke identiteit. Het tweede schrijft hij toe aan de Griekse denkers van Homerus tot de Stoïcijnen, en aan bepaalde stromingen uit de hedendaagse Angelsaksische geestesfilosofie, die dan ook dichter bij de Griekse traditie zouden staan dan het Continentale idealisme en romanticisme⁸⁰. Snell interpreteert terminologische meervoudigheid als een weerspiegeling van een reële psycho-fysiologische veelvoudigheid van het Homerische geestesleven, een stadium dat voorafgaat aan de latere eengemaakte ziel. Een innerlijk conflict manifesteert zich als een strijd tussen verschillende werkzame krachten, die zowel inwendige als uitwendige oorzaken kunnen hebben. Het beroemdste voorbeeld is dat van Athene, die Achilles aan zijn haar komt trekken om hem ervan te weerhouden de impuls van zijn *menos* te volgen en

⁷⁵C. Gill, *o.c.*, p. 30.

⁷⁶Hij vat dit mooi samen in zijn nawoord tot den herdruk van 1974. Opgenomen in: B. Snell, *o.c.*, p. 288.

⁷⁷Snells scenes from Greek Drama, Sharples.

⁷⁸C. Gill, *o.c.*, Introduction.

⁷⁹C. Gill, *o.c.*, p. 62. Snells an Adkins opvattingen komen uitvoerig aan bod in het hoofdstuk “Making up Your Mind”, vooral pp. 29-41.

⁸⁰C. Gill, *o.c.*, p. 14.

Agammenon in elkaar te slaan [*Il.*, A, 207]. De held gehoorzaamt *tegen zijn zin*, d.w.z., tegen de ingeving van een andere kracht werkzaam in zijn innerlijk. De discussie heeft zich sinds het artikel van Sharples voornamelijk op de aan moreel geachte overwegingen gewijde monologen in de *Ilias* en de *Odyssee* geconcentreerd.⁸¹ Gill — daarin overigens voorafgegaan door Gaskin — stelt dat de Griekse psychologie het menselijke handelen ‘objectief’ bekijkt als de op redenen — *reasons (roughly, beliefs and reasoning)*⁸² — gebaseerde daden van bewuste individuen die over een geïntegreerde persoonlijkheid beschikken, hoewel zij zichzelf niet in relatie tot een universeel beginsel, maar tot de maatschappelijke geplogenheden en gebruiken wenden als normatief referentiepunt voor ‘goed gedrag’. De meervoudigheid in het Homerische vocabularium wijst dan eerder op een veelheid van functioneel gestuurde aanpassingen die tot stand komen in een interpersoonlijke dialoog met de maatschappelijke omgeving, zelfs als het een afwijking van den norm betreft, zoals in het geval van Euripides’ *Medea*⁸³. Het ‘u inhouden’ zoals in het al vermelde geval van Achilles is deel van een evolutie naar redelijkheid die als grondslag en referentiepunt zal dienen voor den lateren Aristotelischen ethiek: *This process of development is conceived as yielding, ultimately, a full human rationality (being fully ‘reason-ruled’), a state which is seen as amenable to objective determination*⁸⁴. Dit brengt nog een ander belangrijk aspect van Gills werkwijze onder de aandacht, nl. zijn ingesteldheid tegenover geschiedkundige ontwikkelingen als grondslag voor mentaliteitsstudies. *The line of argument adopted here may seem (almost perversely) to ignore the possibility of cultural change of this type. This is not really so. (. . .) As regards the question of change, or development, of thinking within Greek culture, I express no particular view here. An implication of my argument is that there is a good deal of continuity in this respect, and more than has often been realized.*⁸⁵

Hoewel op het eerste gezicht aantrekkelijk — tastbaarder, minder ‘weird’ dan Snells conclusies — denk ik toch dat deze benaderingswijze 1) ondanks zekere terechte critieken Snell en soortgelijken geen recht doet; en 2) zelf op cruciale punten te kort schiet. In een *Nachwort* tot de heruitgave van 1974 (waar Gill nergens naar verwijst) antwoordt Snell uitvoerig op zijn eerdere critici. Hij vergelijkt de historische ontwikkeling die hij wilt te duiden zeer veelzeggend met stijlveranderingen in de beeldhouwkunst, een objectief constateerbare ontwikkelingsketen. Gelijk in het geval van de beeldende kunsten kunnen wij aan de hand van taalkundige ontwikkelingen mentale veranderingsprocessen aanschouwen en plaatsen in den tijd. Hij zegt duidelijk van zichzelf dat er van een ‘vooruitgangsgeloof’ desalniettemin geen sprake is: elk ontwikkelingsstadium levert immers niet alleen winst, maar ook verlies op. *Das bedeutet keineswegs, daß ich an einen absoluten Fortschritt glaube (. . .) Im Gegenteil. Ich dachte auch, an einigen Stellen klar genug gesagt zu haben, daß sich alles Neue, in der Geschichte der Menschen wie in der Entwicklung des organischen Lebens, nur in begrenzten For-*

⁸¹ Sharples, *o.c.*, p. bespreekt bijvoorbeeld [*Od.*, 9, 299 sq.], waarin Odysseus in gesprek treedt met zijn *thumos* over wat te doen met de Cycloop, en *een andere thumos* hem terughoudt van zijn nefaste plannen. Let wel dat deze tweede *thumos* zich evengoed ‘in hem’ bevindt als de eerste!

⁸²C. Gill, *o.c.*, p.

⁸³C. Gill, *o.c.*, p. 226 sq.

⁸⁴C. Gill, *o.c.*, p. 13, ook p. 245.

⁸⁵C. Gill, *o.c.*, p. 30.

men, einseitig, unter Ausschluß von anderen Möglichkeiten verwirklichen kann. Schon die Gesetzmäßigkeit des Stilwandels widerlegt eine absolute Teleologie. Snell had oog voor het bestaan van de integrerende tendensen die aan het begin van dit hoofdstuk zijn aangegeven, maar plaatst de overgang op een nogal abrupte en enigzins arbitraire wijze bij den overgang van lyriek naar drama, bij het werk van Aeschylus meer bepaald. Hier volg ik de critiek van Gill, maar om andere redenen: ik denk dat wat Snell zegt nog grotendeels opgaat voor de mensen uit het post-Homerische tijdperk tot ver in den vijfden eeuw, m.n. voor de Voorsocraten tot en met Diogenes van Appolonia. De positie van Gill, dat er tussen Homerus en Euripides *niets* wezelijk gewijzigd is, is echter al even onhoudbaar. Ik vind het bijzonder bevreedend dat Gill het veruit krachtigste argument ter ondersteuning van Snells stelling in zijn nochtans verfijnde hoofdstuk over Euripides' Medea niet eens bespreekt⁸⁶, te weten het feit dat in de Oudheid zelf de Dood van de Tragedie werd afgekondigd (door Aristophanes, die met een beschuldigende vinger wees naar de filosofie).⁸⁷ Een ander en meer fundamenteel bezwaar is dat Gills visie op het te raadplegen antieke materiaal veel en veel te beperkt is. Door zich in zijn keuze te beperken tot fragmenten die — vanuit ons perspectief — als 'moreel' kunnen worden aangemerkt, maakt hij zich feitelijk schuldig aan een *petitio principii*. De physiologische kant van de zaak blijft in zijn commentaar immers volledig afwezig. Hoewel het een toch wel ernstige lacune is, kan het ontbreken van het werk van Verdenius in zijn referentielijst hem nog vergeven worden. Dit gaat evenwel niet op voor Bremmers in het Engels verschenen anthropologische studie, en al helemaal niet voor het pionierswerk van Onians, die duidelijk laat zien dat een beroep doen op Aristoteles in dit soort questies neerkomt op een cirkelredenering:

*Greeks like Aristotle and we to-day have apparently attained to greater 'detachment', power of thinking in cold blood without bodily movement, as we have to a sharper discrimination and definition of the aspects and phases of the mind's activity. It is with the consciousness, the knowing self, the spectator aware of what happens within and without (. . .) that a man would tend more particularly to identify himself.*⁸⁸

Deze omissies hebben alles te maken met een in *zijn* opvattingen aanwezige vooronderstelling over de aard van het menselijke geestesleven, die hij, zoals hij zelf vermeldt, ontleent aan een aantal hedendaagse theorieën uit de 'philosophy of mind'. Zijn verantwoording hiervoor is dat de concepten die volgens de traditionele opvatting bij Homerus ontbreken, juist diegene zijn die door de hedendaagse, analytisch georiënteerde geesteswetenschappen in vraag worden gesteld, en dan vooral de 'persoonlijkheid' als een geünifieerde en zelfbewuste geestelijke entiteit die als 'zetel van den wil' optreedt.⁸⁹ Er wordt verwezen naar de 'handelingstheorie' (*action-theory*) ontworpen door D. Davidson⁹⁰, waarin de redenen die een handelende persoon voor een

⁸⁶C. Gill, *o.c.*, p. 154 sq.; p. 216 sq. Een meer theoretisch gefundeerde uitwerking in het stuk over 'Greek poetic and philosophical models of self-division', p. 226 sq.

⁸⁷Platon, ne l'oublions pas, était un poète tragique qui décida, à un certain moment, de brûler ses tragédies et, e, quête d'une expérience différente de la parole, composa ses dialogues socratiques !...); G. Agamben, *Le langage et la mort*, vert. M. Raiola, Christian Bourgois, Paris, 1997, p. 119.

⁸⁸R.B. Onians, *o.c.*, p. 18.

⁸⁹C. Gill, *o.c.*, p. 41.

⁹⁰D. Davidson, *Essays on Actions and Events*, Oxford University Press, Oxford, 1980.

bepaalde daad heeft, ook als haar *oorzaken* beschouwd worden. Deze redenen zijn “beliefs and desires”, waarvan de ‘dader’ zich niet bewust hoeft te zijn; het zijn dus geen “wilsuitingen”. Integendeel, uiteindelijk dienen die oorzaken *mechanistisch* te worden opgevat; Davidsons theorie is een reductionisme. Een volgende invloed is het ‘functionalist’ model van den menselijken geest ontwikkeld door P. Smith en O.R. Jones⁹¹ op basis van ideeën van D.C. Dennett, de bekende en controversiële geesteswetenschapper. Zijn belangrijkste bijdrage bestaat uit een mechanistische psychologie gegrondvest op het begrip “psychologische functie”. Ook hij staat bekend om zijn radicale reductionisme, wat zich specifiek uit in de verwerping van elken vorm van het door P. Searle in de Angelsaksische geestesfilosofie geïntroduceerde ‘first person’-beginsel met betrekking tot (kennis van) ons zieleleven.⁹² Eigenlijk verwerpt hij het idee van het ‘subject’. In dezelfde lijn citeert Gill ook met instemming een werk van K. Wilkes, waarin expliciet de stelling wordt verdedigd dat de menselijke geest beter niet in termen van het subject kan worden geanalyseerd; ook hier komt weer het idee van de psychologische functies boven water. Die functies kunnen bestudeerd worden vanuit een *derde* persoonsperspectief, en volgens haar meer “wetenschappelijke” benaderingsmethoden. Wij hebben echter gezien dat de ‘derde persoon’ helemaal geen *persoon* meer is! Hoe valt dit te rijmen? In die omstandigheden lijkt het onzinnig en zelfs onmogelijk om een volledig op het derde persoonsstandpunt gevestigd concept van de menselijke persoonlijkheid te ontwikkelen.⁹³ De clou zit hem wel degelijk hier: het ‘ik’ gelijkstellen aan het Cartesische subject is zelf een wel bij uitstek Cartesische stellingname.⁹⁴ Inderdaad kijkt dit subject naar alle anderen als *derde* persoon, als object, en kan er dus niet mee in dialoog treden. Meer nog, het is in staat tot introspectie, dat betekent tot de objectieve blik op *zichzelf*, waardoor voor het ego het ik tot voorwerp wordt en het ego het ik niet meer toespreekt, maar louter voor zichzelf en tegen zichzelf praat in het ijle. De door Gill bedoelde monoloog vindt plaats in een staat van hogere orde zelfbewustzijn⁹⁵ die bij uitstek het terrein van de *vervreemding* is. Maar het “objectieve” *third person*-standpunt van Wilkes & cie. draagt ons evengoed wég van het aanwezende en

‘ik’ = *Cartesisch subject?*

⁹¹P. Smith en O.R. Jones, *The Philosophy of Mind. An Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

⁹²Deze controverse is beroemd. Nochtans wordt Searle door Gill nergens vermeld, wat ten onrechte de indruk creëert dat de door hem geciteerde opvattingen als ongecontesteerde ‘resultaten’ van de geesteswetenschappen kunnen worden beschouwd. Voor Searles reactie op de critiek: J. Searle, *The mystery of Consciousness*, The New York Review of books, N.Y., 1997, p. 112.

⁹³Ik verwijs opnieuw naar Benvéniste. Dit probleem is analoog aan de exacte bepaling van het verschil tussen *verwijzing* en *aanduiding* in verband met de waarheid van een logische propositie, zoals reeds bediscussieerd. Voor een bespreking van Wilkes’ opvattingen: C. Gill, *o.c.*, p. 7.

⁹⁴Er moet hier wel worden opgemerkt dat Descartes eerste persoonsbegrip veel subtieler was dan de caricatuur die er achteraf door de rationalisten van werd gemaakt. Het Cartesische subjectbegrip vermengt op een opmerkelijke manier de rollen van ‘ik’ en ‘ego’, waardoor het zelf getuigenis aflegt van de problematiek die bepalend was voor de tweede grote transformatiestap die het Europese zelfbewustzijn gedurende zijn wordingsgeschiedenis heeft ondergaan. Over het ontologisch-constitutief aspect van het Cartesische ‘ik’ raadplege men G.E.M. Anscombe, “The First Person”; in: S. Guttenplan (ed.), *Mind and Language*, Clarendon, Oxford, 1975. Een via het linguïstieke enigszins psychologiserende, maar verfijnde bespreking, die Descartes’ onderneming precies plaats in den context van den overgang van ervaring naar berekening is te vinden in G. Agamben, *Enfance et Histoire*, vert. Y. Hersant, Payot, Paris, 2000 [1978], speciaal de pp. 30-32.

⁹⁵E. Rosseel, “Writers of the Lost I: Second-order Self-observation and Absolute Writing”, in: G. Van de Vijver (ed.), *New Perspectives on Cybernetics*. Dordrecht, Kluwer Academic, 1992.

in het afwezige, in de gaping, barst of ruimte waarin de vervreemding, de verkrumming van het constituerende *je-tu* verband, het verval van de werkelijke dialoog, aan den dag zal treden. Benvéniste houdt ons een ontluisterende spiegel voor: *C'est pourquoi le "je est un autre" de Rimbaud fournit l'expression typique de ce qui est proprement l' "aliénation" mentale, ou le moi est dépossédé de son identité constitutive.*⁹⁶ Vanuit beide derde persoonsstandpunten wordt spreken vanuit de werkelijkheid herleid tot spreken over de werkelijkheid; beide spreken in de onpersoonlijke rede waarvan wij ten overvloede hebben gezien dat zij voor den archaischen mens ondenk- en zelfs onbestaanbaar was.

natuur en cul-
tuur

Innerlijke samenhang komt nu volgens Gill voort uit het samenspel van verschillende psychologische functies, in het kader van een voortdurende dialoog met andere personen. Gill brengt dit samenspel uitdrukkelijk in verband met het idee 'handelen met als referentiepunt de gangbare practijken in een bepaalde gemeenschap', dat aan Aristoteles' ethiek ten grondslag zou liggen. 'Zelfbewustzijn' is dan een specifieke en zeker niet eengemaakte vorm van verinwendigde dialoog van een persoon met zichzelf.⁹⁷ Dit moge bevreemding opwekken: hét punt van Snell was toch ook dat aan den Homerischen mens geen gecentraliseerd zelfbewustzijn kon worden toegekend? Het gaat er evenwel om, dat voor Gill de Homerische mens desondanks wel degelijk een geïntegreerd zelf heeft, dat via zijn onderscheiden psychologische functies in een soort van actie/reactiepatroon met zijn omgeving in wisselwerking staat en door die wisselwerkingen aan zijn uiteindelijk materieel-mechanisch gedreven 'redenen' gestalte geeft, ook als hij de conventies in zekere dramatische omstandigheden bewust of onbewust met voeten treedt. Gills denkkader is in feite dat van een klassiek adaptief verhaal naar Darwiniaanse snit. Dit alles stelt ons voor een ander probleem, dat door Snells critici terecht op tafel is gegooid. Noch de Homerische figuren, noch de tragedieschrijvers, noch de Voorsocratische denkers komen, de afwezigheid van rationeel gestructureerd zelfbewustzijn in acht genomen, op ons over als incoherente, aan onderling onderscheiden psychische krachten onderhevige, reactieve automaten, of dieren in den Cartesischen zin, zoals Gaskin met onverholven afschuw opmerkt. Het echte verschil tussen Gill en Snell is volgens mij in wezen dat voor Snell (en Onians) de participatie van den archaischen mens een deelname is aan *deze wereld*, aan het hier-en-nu aanwezige geheel van de zowel levensloze als levende natuur. Wanneer we met niet-Cartesische, echt-levende dieren te maken hebben, verduidelijkt dit de vaststelling van verschillende auteurs dat van het Homerische epos tot ver in den classieken tijd het verschil tussen dier en mens, als speciaal geval van de meer algemene betrekking tussen 'natuur' en 'cultuur', nauwelijks wordt gemaakt.⁹⁸ De sofist Protagoras is de eerste die de mens doelbewust op een hoger plan stelt dan het dier. Van Homerus tot de tragici daarentegen is het verschil tussen dier en mens gradueel, zeker niet principieel. Het is daarom dat *dierlijke kenmerken, zonder dat de bedoeling van beeldspraak evident is, aan mensen toegekend [worden]*. Dit geldt ook voor planten en de hele 'levensloze' natuur. Het omgekeerde komt evengoed voor:

⁹⁶E. Benvéniste, *PLG I*, "Structure", p. 230.

⁹⁷The 'other' who is internalised is still regarded as a participant in the nexus of reactive attitudes that constitutes the primary arena of ethical life. Mijn accentuering. C. Gill, p. 67. Voorts p. 15; p. 71 sq.; p. 84.

⁹⁸J. Verdenius, "Archaische Denkpatronen I", *Lampas*

termen die de mensenmaatschappij beschrijven worden zonder meer op de natuurlijke orde toegepast.⁹⁹ Welnu, hoe kan een bewust, maar niet geünifieerd menselijk wezen coherent handelen in een dusdanig gedifferentieerde werkelijkheid? Fränkel geeft de aanzet tot het antwoord: omdat de scheidingslijn tussen binnen- en buitenwereld voor den archaischen mens minder scherp is dan voor ons, bijgevolg de discrepantie tussen enkelvoudige identiteit en veelvoudige werkelijkheid minder groot en de handelingsstrategieën meer gedifferentieerd, kon elke handeling zo volledig betrokken zijn dat zij naar buitenuit enkelvoudig schijnt. Feyerabend vat het in zijn laatste boek als volgt samen: *In Homeric world all events are equally real*¹⁰⁰. Bremmer komt tot een gelijkaardig besluit: (. . .) *in Homer's time the individual did not yet know of the will as an ethical factor, nor did he distinguish between what was inside and outside himself as we do.*¹⁰¹ Het paradoxale verschijnsel is nu dat, hoewel de psychische agentia onderscheidbare ziele delen zijn met een eigen fysiologisch statuut, de activiteiten die ze verrichten veel voller, veelzijdiger, ongedifferentieerder zijn dan de mentale processen die wij menen te kunnen onderscheiden in onze eengemaakte, quasi lijflozen geest.¹⁰² Het is geen toeval dat de *belichaming van den geest* nooit op veel populariteit kon rekenen als oplossing voor het 'Mind/Body-problem'. *In later Greek φρονεῖν has primarily an intellectual sense, 'to think, have understanding', but in Homer it is more comprehensive, covering undifferentiated psychic activity, the action of the φρένες, involving 'emotion' and 'conation' also (. . .) and that men in general of Homer's time and race should imagine mere knowledge to be adequate to virtue (. . .) is unlikely.*¹⁰³ Het is ook daarom dat Onians, zonder zichzelf tegen te spreken, het in zijn boek kan hebben over de 'stark individualism' dat heerste in Homerischen tijd.¹⁰⁴ We hebben hoger in detail gezien waarom en op welke wijze geestelijke en zinnelijke processen in den kenact samenvallen; dit heeft ook zijn gevolgen voor de notie 'gedachte' 'idee': *every "idea" is not only a state or act of knowing but also a tendency to movement.* Het is de vergrootte scheiding tussen binnenwereld en buitenwereld die het verschil uitmaakt tussen 'hen' en 'wij', en die ons *om die reden* inderdaad dichter bij de klassieken plaatst.¹⁰⁵ Omgekeerd is *inzicht in de omstandigheden* hetgeen een gevoelsmatige aandoening doet overgaan in een gedachte erover. Inderdaad stemt dit

lijflijkheid
der ziel

⁹⁹We mogen niet uit het oog verliezen dat de ordening van den *polis* aan hetzelfde grondpatroon als de cosmische ordening deelhd en er onverbrekkelijk mee verbonden was. Zie Heraclitus [DK] Voor een bespreking van de verschillende visies op dit thema raadplege men J. Verdenius, "Archaïsche denkpatronen 2", *Lampas*, 3, 98-113, 1970.

¹⁰⁰P. Feyerabend, *Conquest of Abundance. a tale of Abstraction versus the richness of Being*, University of Chicago Press, Chicago and London, 1999, p. 22

¹⁰¹J. Bremmer, p. 67.

¹⁰²De gevolgen van die ont-binding van lichaam en ziel in onze hedendaagse, volgens Gill zo dicht bij de Griekse leefwereld aansluitende, 'kennismaatschappij' worden aan de hand van een aantal pregnante gevalstudies aan het licht gebracht door Barlowe. Het blijkt dat de 'dialoog met het zelf' hoe langer hoe meer een 'dialoog' wordt tussen geest en machine! R Barlowe, *The Crisis of the Self in the Age of Information. Computers, Dolphins and dreams*, Routledge, London and New York, 1994.

¹⁰³R.B. Onians, *o.c.*, p. 13.

¹⁰⁴In de "Introduction" op p. 7, van het reeds aangehaalde werk.

¹⁰⁵R.B. Onians, *o.c.*, p. 17. *Greeks like Aristotle and we to-day have apparently attained to greater 'detachment', power of thinking in cold blood without bodily movement, as we have to a sharper discrimination and definition of the aspects and phases of the mind's activity. It is with the consciousness, the knowing self, the spectator aware of what happens within and without (. . .) that a man would tend more particularly to identify himself*, R.B. Onians, *o.c.*, p. 18.

volstrekt overeen met het op een heel andere methodiek gefundeerde onderzoek van von Fritz: *The fundamental meaning of the word νοεῖν in Homer is "to realize or to understand a situation"*.¹⁰⁶ De vraag is natuurlijk of dit bij ons *in wezen* zo anders verloopt. Recent neurofysiologisch onderzoek steunt nadrukkelijk de ontkenning van deze onder geesteswetenschappers populaire hypothese.¹⁰⁷ Searle merkt in dat verband op dat *where consciousness is concerned the existence of the appearance is the reality*¹⁰⁸; dit blijft waar voor werkelijkheidservaring op zich, omdat er niet zoiets bestaat als een *louter* subjectieve gewaarwording. Verwijzend naar Lévy-Bruhl's analyse van 'primitief' denken zegt Onians¹⁰⁹ daarover:

There is, perhaps, no such thing as 'un phénomène intellectuel ou cognitif pur' for us either. It is rather a difference of degree of 'impurity'. (. . .) we have learned to differentiate conceptually, to analyse a complex state of mind into abstract elements with separate names which create the illusion of separate existence. We lack terms like φροῦν for the complex unity which is reality.

Ik denk dat, meer dan een halve eeuw na de verschijning van de eerste uitgave van Snells briljante werk, er nog geen op feiten gebaseerde, steekhoudende tegenargumenten op tafel zijn gekomen. Niet alleen het werk van Onians dat Gill duidelijk niet kent, maar ook dat van Vernant en de indrukwekkende reeks van J. Verdenius over "Archaïsche denkpatronen"¹¹⁰ om maar deze te noemen, hebben daarenboven aan den anderen kant nog heel wat extra gewicht in de schaal gelegd. Ik vrees dat er wel iets meer nodig is dan de geschriften van mevrouw Wilkes of de heren Smith & Jones om met het werk van Snell en Onians komaf te maken, om over Descartes, Kant en Hegel maar te zwijgen.¹¹¹

"tegengestelde
wereldbeelden"

In onze pogingen om te komen tot een beter begrip van het Voorsocratische kennen is voorzichtigheid blijkbaar geen overbodige deugd. Ik geloof niettemin met het bovenstaande toch iets in de handen hebben om tot een voorlopig besluit te komen. Herinner u: onze aanvankelijke bedoeling was om meer over de *werkelijkheidsopvattingen* der Voorsocratische filosofie te weten te komen, met het oog op de toetsing van een traditionele gemeenplaats die aan haar protagonisten Heraclitus en Parmenides 'tegengestelde wereldbeelden' op het vlak van verandering en beweging toeschrijft, een impasse die tot het ontstaan van de klassieke filosofie heeft geleid. We kwamen evenwel al snel tot de vaststelling dat noch de archaïsche werkelijkheidsuiting noch de mythologieën die haar voorafgingen als wereldbeelden of werkelijkheidsmodellen kunnen worden beschouwd, omdat het onderscheid tussen subject en object, tussen ervaren en bestaan, tussen binnenwereld en buitenwereld er geen betekenis in heeft.

¹⁰⁶K. Von Fritz, "Nous, noein and their derivatives", p. 23.

¹⁰⁷Zie hieromtrent A. Damasio, *Descartes' Error*, Avon Books, N.Y., 1994.

¹⁰⁸J. Searle, *o.c.*, p. 112.

¹⁰⁹R.B. Onians, *o.c.*, p. 20.

¹¹⁰*in Lampas*, 2 (1971); 2 (1970); 5 (1972).

¹¹¹Het zit Gill blijkbaar zo hoog dat hij op ongeveer elke bladzijde van zijn boek een stamp in die richting uit moet delen. Ik heb het niet geteld, maar ik ben er zeker van dat schrapping van verder niet inhoudelijk relevante passages die Descartes, Kant of Hegel of aan hun gerelateerde opvattingen vermelden, Gills boek vele bladzijden dunner zou maken.

Zij hebben nochtans wel degelijk en bij uitstek betrekking op de werkelijkheid zoals die gegeven is, waarvan zij de schoonheid en samenhang (*cosmos*) willen *in-zien*, op-snuiven, eerder dan haar aan de hand van *a priori* categorieën of redeneersystemen op te leggen van buiten uit. Het bleek dat zorgvuldige aandacht voor de archaïsche uitingen die de wisselwerking tussen gewaarwordende mens en werkelijke wereld (aan)duiden een noodzakelijke eerste stap is om de *aard* van de in de uiting uitgezegde wereldervaring dichterbij te kunnen brengen. Zoals gezegd heb ik daarbij het methodologisch advies van O'Flaherty zo getrouw mogelijk tot het mijne gemaakt: letterlijk ingesteld zijn. Gij, lezer, kunt de voorgaande bladzijden dan ook nemen als een oefening in *literal-mindedness*. Het wordt nu tijd om te zien wat er in de uitingen van die pluralistische, adaptieve en dynamische denkwijze aan werkelijkheidservaring ligt opgeslagen, zodat we het aangrijpingspunt verkrijgen waaraan we onze poging, inzicht te krijgen in de mate waarin *onze* denkwijze onze relatie met de gegeven werkelijkheid beïnvloedt dan wel verstoort, kunnen vasthangen.

§3. DE ARCHAÏSCHE "THEOLOGIE" EN "COSMOGONIE" NADER BEKEKEN.— Ik denk dat nu het belang van het verband tussen 'leven' en 'beweging' en tussen microcosmische en macrocosmische beschrijvingen voldoende is aangetoond. De werkingen die de *cosmos* gaande houden gedragen zich volgens een patroon van ontstaan en vergaan, van cycli die in verscheidene concrete analogieën hun uitdrukking vinden.¹¹² Het voor iedereen zichtbare feit dat een zekere ordening in de wereld aanwezig is die tegelijkertijd geen enkele constantie heeft, wordt analogisch op specifieke, voornamelijk biologische of ambachtelijke, voorbeelden betrokken. De oorspronkelijke betekenis van het woord 'cosmos' is schikking, versiering (b.v. *Il.*, XIV, 187), zoals nog te zien is in ons leenwoord 'cosmetica'.¹¹³ Vandaar de latere betekenis van 'geordend geheel'.¹¹⁴ De ordening van de wereld als geheel die bij de Voorsocraten aan de orde is betreft niet een of andere 'mogelijke wereld', maar onze concrete werkelijkheid: *κόσμος τὸ δε [deze wereld]* noemt Heraclitus haar [DK 22 B 30]¹¹⁵: *Deze schikking van de wereld [cosmos] - dezelfde van¹¹⁶ alles - is door geen der goden of mensen gemaakt, maar is altijd geweest en zal altijd zijn: een altijd levend vuur, opflakkerend naar mate en uitdovend naar mate*. Dé vraag was dan hoe deze ordening tot stand kwam en in stand werd gehouden.¹¹⁷ Dit soort vragen brengt ons bij de Voorsocratische "cosmogonie", al wil ik er wel nogmaals op wijzen dat de indruk, die door deze anachronistische formulering zou kunnen worden gewekt als zou het hier om externe oorzakelijke verklaringen te doen zijn, nergens op slaat. *L'expression 'simple contemplation de la voûte céleste' a un tout autre sens si nous la rapportons à l'homme primitif, ouvert aux miracles quotidiens avec une intensité qu'il nous est difficile de nous imaginer. Une telle contemplation équivaut une révélation. Le ciel se relève tel qu'il est en réalité: in-*

cosmos= (be)schikking

geen "wereld-beelden"

¹¹²KRS, p. 7 sq.

¹¹³Held, *o.c.*, p. 75.

¹¹⁴Conche p. 279

¹¹⁵Door Conche vertaald als "ce monde-ci". Zie voor commentaar: M. Conche, *Héraclite. Fragments*, PUF, Paris, 1986, p. 279-280. KBS vertaalt het meervoud *κόσμοις* niet als 'werelden', maar als 'world-arrangements', m.i. terecht. Kirk et al., *o.c.*, p. 178, vtn. 1.

¹¹⁶partitieve genitief. vgl. Vlastos.

¹¹⁷K. Held, *o.c.*, p. 25. In explanatorische zin wordt deze stelling verdedigd door G.S. Kirk, *Heraclitus. The Cosmic Fragments*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975.

*fini, transcendant. La voûte céleste est par excellence 'tout autre chose' que le peu que représente l'homme et son espace vital. Le symbolisme de sa transcendance se déduit, dirions-nous, de la simple prise de connaissance de sa hauteur infini. (...) mais ce serait une grave erreur de considérer une telle déduction comme une opération logique, rationnelle. La catégorie transcendantale de la 'hauteur' (...) se révèle à l'homme tout entier, à son intelligence comme à son âme. Le symbolisme est une donnée immédiate de la conscience totale, c'est-à-dire de l'homme qui se découvre comme tel, de l'homme qui prend conscience de sa position dans l'Univers (...).*¹¹⁸ Men kan weliswaar zeggen dat de mythologie wereldontstaansgeschiedenissen kent, maar ook daar is het eerder de datheid dan de watheid die tot uitdrukking wordt gebracht.¹¹⁹ Anaximanders' *apeiron* is geen scheppend, maar een verbindend patroon, om een gelukkige uitdrukking van Bateson te gebruiken.¹²⁰ Heraclitus' hoger geciteerde fragment (d)ui(d)t de wereld, maar legt haar niet uit. In de woorden van Bollack & Wismann: *Il n'y a pas de cosmogonie malgré l'apparence, parce qu'il n'y a pas de représentation (...)*¹²¹ Ik stel, in tegenstelling tot onze auteurs, wel dat dit voor deze denkers in het algemeen geldt, omdat zelfs indien 'beeldspraak' gebruikt wordt — zoals in het geval van Empedocles' uiteengebarsten Bol — dit concrete analogieën zijn, en nog geen abstraherende modalisaties. Ik ben het dan ook niet eens met diegenen die aan Parmenides de uitvinding van het bewijs in logischen zin toeschrijven¹²², al is het ontegenzeggelijk zo dat zijn dichotome denktrant bij Plato en vooral Aristoyteles in dien zin heeft doorgewerkt. Paz wanneer de uiting ontkoppeld wordt van haar *onmiddellijke* ontologische lading, en als dusdanig een *hypothetisch* karakter krijgt, kan er betekenisvol gesproken worden van (impliciet) logische bewijsvoering¹²³, t.t.z., misschien vanaf Zeno en zeker vanaf de sophisten. Desalniettemin is er één argumenteerbare uitzondering: Xenophanes. We komen daar nog op terug.

Samenvattend kunnen we stellen: het echte verschil tussen het Voorsocratische en het mythologische denken is niet dat er geen 'goden' (onzichtbare werkingen in de geheel-levende werkelijkheid) bestaan, maar dat het bewustzijn geen nood meer heeft aan de verbeelding om er zich rekenschap van te geven. Getuige hiervan Xenophanes die boudweg verklaart: [DK B 15, B 16] *De Ethiopiërs zeggen dat hun goden korte neuzen hebben en zwart zien, de Thraciërs dat de hunne blauwe ogen hebben en rood haar. Maar mochten de koeien, de paarden en de leeuwen handen hebben, of in staat zijn*

¹¹⁸M. C. Eliade, *Traité d'histoire des religions*, Editions Payot, Paris, 1949, pp. 46-47.

¹¹⁹Ik onderschrijf dan ook volmondig de strenge commentaar van Bollack & Wismann op het zojuist vermelde boek van Kirk: *La thèse même qu'exprime le titre est erronée. o.c.*, p. 403.

¹²⁰G. Bateson, *Het verbindend patroon*, Bert Bakker, Amsterdam, 1979.

¹²¹J. Bollack, H. Wismann, *o.c.*, p. 49.

¹²²G.E.L. Owen, "Eleatic Questions", in R.E. Allen and D.J. Furley, eds., *Studies in Presocratic Philosophy*, vol. 2, Routledge and Kegan Paul, London, 1973.

¹²³Er valt overigens op te merken dat het Nederlandse woord 'aantonen' in den zin van bewijzen (Fr. démontrer, Eng. to show, to demonstrate) een van de hoofdbetekeningen is van het Griekse *δηκνυμι*, tonen, in zijn oorspronkelijke betekenis van 'aanduiden wat in de werkelijkheid voorhanden, aanwezig is', zoals we in ons eerste hoofdstuk hebben gezien. Ook de logica spreekt eigenlijk vanuit het *ik-hier-nu*, zoals uit Aristoteles' meest fundamentele waarheidsdefinitie blijkt, al wordt dit grondfeit aan het oog onttrokken door bijkomende beginselen als de Uitgesloten Derde, die juist het logisch spreken in een tijdsdimensie — en dus los van de deictische zekerheid in het *ik-hier-nu* — mogelijk moeten maken. Ik kom er in het volgende hoofdstuk nog uitvoerig op terug.

met hun handen te tekenen en de werken te doen die mensen doen, dan zouden paarden de goden de vorm van paarden geven, en koeien de vorm van koeien, en ze zouden hun lichamen zo maken zoals ze ze zelf hebben.¹²⁴ Ik kan niet genoeg benadrukken dat dit niet impliceert dat ‘goden’ niet bestaan, enkel ze niet moeten voorgesteld worden ‘naar ons beeld en onze gelijkenis’!

We hebben gezien dat de Voorsocratische “philosophie” alleszins geen systeem behelst, maar een articulatie is van de werkelijkheid zoals we er in de gewaarwording aan deelhebben. Het samenvallen van denken en zijn is gegarandeerd omdat, Parmenides’ waarheidsbegrip indachtig, de werkelijkheid onverborgen — ἀλήθεια — voor ons ligt.¹²⁵ Heraclitus gebruikt dit begrip eveneens, en wel in een fragment waar hij het verband tussen denken, de waarheid spreken en luisteren naar de stem der rede (*logos*) legt [DK 22 B 112]. Uit-spreken betekent waar-zeggen wanneer we helder-zien. Het is tegelijkertijd zo moeilijk en zo vanzelfsprekend om de ware aard der werkelijkheid (in) te zien, dat de mensen zich aan de veelvuldigheid harer gedaantewisselingen laten vangen, haar samenhang uit het oog verliezen en in ‘meningen’ verstrikt geraken, zoals zowel Heraclitus als Parmenides meermaals benadrukken: [DK 28 B 54] ἀρμυίη ἀφανῆς φανερῆς κρέιττων (*onzichtbare samenhang [is] sterker als zichtbare*). Schijn bedriegt, maar niet in den zin dat de werkelijkheid als waarheid onbereikbaar is. Heraclitus’ vertrouwen in de zintuigen: KRS p. 188 - frag 55 (197); p. 264 Conche/Hyppolytus) De schijnbaar paradoxale, in de latere literatuur gethematiseerde Parmenideïsche ‘onbetrouwbaarheid der zintuigen’¹²⁶ moet volgens mij in dit licht worden gesteld. Wat nu wordt er ‘gezien’, waaraan hebben wij deel en kunnen wij bijgevolg mededelen? Wat, met andere woorden, is de *ontologie* die in deze articulaties naar voren komt? Kunnen wij er enige gemeenschappelijke grondkenmerken in terugvinden zoals wij, indien er werkelijk iets over de werkelijkheid wordt medegedeeld, zouden mogen verwachten, of blijken ook zij uiteindelijk niet meer dan willekeurige en onderling strijdige zinsbegoochelingen? Het is deze laatste positie die door de verdere filosofische traditie als een klaarblijkelijke vanzelfsprekendheid is aangenomen en die wij, zoals reeds aangestipt, opnieuw zullen moeten bekijken.

Het latere verstaan der Voorsocratische filosofie is schatplichtig aan het werk van Plato, daarin gevolgd door Aristoteles. Plato schreef aan Heraclitus de zgn. *flux-doctrine* toe, de leer dat alles in de werkelijkheid aan voortdurende verandering onderhevig is en geen stabiliteit heeft. Hoewel er meerdere *loci* in zelfs het tot ons gekomen werk van den Ephesiër zijn die tot deze interpretatie aanleiding kunnen hebben gegeven, blijkt het vooral de rivieranalogie te zijn die Plato daarin heeft geïnspireerd: πάντα χωρῆι καὶ οὐδὲν μένει (*Alles stroomt, niets blijft [bestaan]*), [Cratylus, 402(a)].¹²⁷ Plato veralgemeent dit — terecht — naar alles wat bestaat [Cratylus 411(b,c)], en legt

opnieuw:
werkelijkheid
en waarheid

Plato’s inter-
pretatie

¹²⁴Clemens, *Stromateis*, VII, 22, 1 en V 109, 3. G.S. Kirk et al., p. 168-169.

¹²⁵In deze zin begrijp ik Heideggers beroemde etymologische analyse van het Parmenideïsche waarheidsconcept. Zij wordt, relevant genoeg, uitvoerig besproken in de lessen die Heidegger over logica gaf in 1937-1938. De filosofische interpretatie die Heidegger in verband ermee ontwikkelt is een heel andere problematiek, en die is hier uitdrukkelijk niet aan de orde. M. Heidegger, *Basic Questions of Philosophy. Selected “Problems” of “Logic”*, Indiana University Press, Bloomington & Indianapolis, 1994, p. 86.

¹²⁶KRS, p. 195.

¹²⁷ποταμοῖς τοῖς αὐτοῖς ἐμβαίνομεν τε καὶ οὐκ ἐμβαίνομεν εἶμεν τε καὶ οὐκ εἶμεν [DK 22 B 49a]: In dezelfde rivieren stappen we en stappen we niet, we zijn en we zijn niet.

in de [*Theaetetus* 160(d,e)] het verband met de opvatting dat kennis waarneming is, de empirische basis van de sceptische doctrine waarop het Sophisme steunt, en op grond waarvan ge eender welke tegenstrijdigheden over de dingen kunt beweren. Ook hier weer schijnen de fragmenten hem gelijk te geven: *God is dag nacht winter zomer oorlog vrede voldaanheid honger. Hij verandert zich voortdurend zoals het vuur, dat, wanneer het met geurende kruiden vermengd wordt naar elk hunner genoemd wordt* [DK 22 B 67]. Hier ligt de oorsprong van het citaat uit Aristoteles' verhandeling over Melissus, Xenophanes en Gorgias die we eerder citeerden. Immers, als ge tegenstrijdigheden over de dingen kunt beweren, hoe kunt ge dan ooit tot ware kennis komen? Ook Plato is van hetzelfde oordeel, zoals we nog uitgebreid zullen zien. Volsta het hier nogmaals op te merken dat voor Heraclitus uit-spreken waar-zeggen betekent, en dus bijgevolg die tegenstrijdigheden de werkelijkheid tonen *zoals zij is*. Dit geeft ons een idee van de kloof die gaapt tussen de Voorsocratische en de klassieke filosofie. De betrouwbaarheid van Plato's eigen fragment wordt echter dikwijls betwist en ik druk me dan ook voorzichtig uit, hoewel ik de argumentatie van Conche ten gunste van zijn authenticiteit volledig overtuigend vindt.¹²⁸ De tegenstanders zeggen dat Plato Heraclitus' bedoeling verkeerd heeft begrepen, omdat hij met een aantal andere door den 'duisteren filosoof' gebruikte begrippen geen rekening houdt, waarbij met een beschuldigende vinger in de richting van Cratylus gewezen wordt, een van Heraclitus' leerlingen, die Plato daarin zou hebben beïnvloed. In navolging van Reinhardt doelt men hier dan vooral op Heraclitische begrippen als 'hetzelfde', 'omwentelen', 'maat', 'omvorming', die alle wijzen op eenheid in verscheidenheid.¹²⁹ De cyclische orde komt het meest pregant tot uiting in ἁρμονία (harmonie, verbinding, overeenstemming), (boog en lier) [DK 22 B 51] Deze *harmonia* zou dan een inhaerente stabiliteit in de dingen beduiden, en aldus de *flux*-theorie naar het rijk der verzinselen verwijzen.¹³⁰ Ik kan het hier om twee redenen niet mee eens zijn. Ten eerste veronderstelt deze interpretatie dat Heraclitus' cosmische vuur een onderliggend soort werkelijkheid is eerder dan een zich telkens in andere gedaanten instantierende *samenhang* die niet wezenlijk van haar instanties verschilt, zoals bij golven aan het zeeoppervlak. Op die manier belandt men in een *petitio principii*, want het zal duidelijk zijn dat men de metaphysische wereldspleijing langs de achterdeur binnenvoert om haar, met de grote trom, langs de voordeur weer buiten te laten. Dit soort interpretaties hangt ook samen met het idee dat Heraclitus een soort 'primitieve physica' zou hebben geproduceerd, een standpunt dat inderdaad nog in KRS wordt verdedigd, al is het in feite niet eens te handhaven in combinatie met een aantal stellingen elders in hun werk. Guthrie verdedigt het traditionele standpunt, en merkt fijntjes op: *I am truly sorry to adopt an interpretation which in the eyes of Kirk is "very far indeed from the truth" and "entirely contrary to what Heraclitus tells us in the fragments. (. . .) Plato, as knowledge of him would one lead to expect, had a pretty good insight into Heraclitus' mind"*.¹³¹ Wij gaan ons met dat gekibbel echter niet inlaten, want ik denk dat de tegenstelling tussen de twee standpunten zélf totaal onheraclitisch is. Hölscher zit op het goede spoor wanneer hij

een traditionele
interpretatiesrijd

harmonie

¹²⁸Zie M. Conche, *o.c.*, pp. 463-466.

¹²⁹K. Reinhardt, *Parmenides und die Geschichte der griechischen Philosophie*, Vittorio Klostermann, Frankfurt a.M., 1916/1959.

¹³⁰Kirk, KRS, Ook, op andere gronden, Bollack en Wismann.

¹³¹W.K.C. Guthrie, "Flux and Logos in Heraclitus", in: MOUR, p. 203.

harmonia in verband brengt met de eenheid der tegendelen.¹³² Conche toont bovendien op mijns inziens onweerlegbare wijze aan dat *harmonia*, indien correct verstaan als de concrete *verhouding* die de vele dingen — *polla* — tot elkaar innemen, zowel aan hun stabiliteit als aan hun instabiliteit gelijktijdig en op hetzelfde niveau uitdrukking geeft.¹³³ Deze betekenis wordt niet enkel ondersteund door [DK 22 B 51] (boog en lier), maar ook door het reeds aangehaalde fragment [DK 22 B 30] over het cosmische vuur, opflakkerend naar mate en uitdovend naar mate. Dit brengt ons opnieuw bij de eenheid die in [DK 22 B 50] zo expliciet naar voren kwam, een gegeven dat zich overigens perfect in de zeemetaphoor die ik eerder gebruikte laat inpassen, en dat aantoont dat $\pi\hat{\nu}\rho$ (*pur*, vuur) en *logos* twee kanten zijn van dezelfde medaille. Het is de opeenvolging van golf-constellaties aan het zeeoppervlak die wij zien, zonder dat dit iets afdoet aan onze gewaarwording van de zee *als geheel*. Wij kijken, golf zijnde, om ons heen over het oppervlak, en alles wat wij zien zijn andere golven, voortdurend in beweging. Elke golf is, op haar plaats en op dit moment, een échte individualiteit, terwijl er niets is dat de golven onderling of de golven en de rest van de zee op een absolute manier onderscheidt, zodat de valstrik erin bestaat dat wij die onderschedingen toch gaan aanbrenge. Het feit dat wij *als golf* enkel het oppervlak kunnen zien maakt ons hiervoor bijzonder gevoelig. Heraclitus, zoals gezegd, neemt als werkzaam element niet het water maar het vuur; zijn voorbeeld in [DK 22 B 30] is me dunkt duidelijk genoeg. Dit samenvallen van stabiliteit en instabiliteit in een momentane opeenvolging van gebeurtenissen is niets anders dan een voorbeeld van de *coincidentia oppositorum*, het samenvallen der tegendelen, de ontologische paradox die in vele andere fragmenten in telkens andere gedaanten opduikt: het deel en het geheel KRS frag 203 DK, de karakterisering van de goden [DK 22 B 67], maar vooral de fragmenten waarin het idee ‘verandering’ expliciet tot uiting komt: weg omhoog en omlaag [DK 22 B 60]; de rivierfragmenten [DK 22 B 49a] etc. (Conche). Is dit dan niet in strijd met Parmenides’ klaarblijkelijke ontkenning van de realiteit van *ontstaan en vergaan, zijn en niet zijn, van plaats veranderen, een nieuwe stralende kleur aannemen* [DK 28 B 38-42]¹³⁴, en is onze poging om aan te tonen dat de archaische denkers in wezen aan dezelfde werkelijkheidsgewaarwording uitdrukking gaven, dan niet al bij voorbaat mislukt? Dit is een cruciale vraag, omdat de traditionele interpretatie die Heraclitus en Parmenides ziet als verdedigers van tegengestelde ‘wereldbeelden’ hierop steunt. Bij de bespreking van ‘Sein und Werden’ in zijn lessen over metaphysica stelt Heidegger daarentegen:

*Man pflegt auch heute noch in der Darstellung des Anfangs der abendländische Philosophie dieser Lehre des Parmenides die des Heraklit entgegenzusetzen. (. . .) Heraklit, dem man im schroffen Gegensatz zu Parmenides die Lehre des Werdens zuschreibt, sagt in Wahrheit dasselbe wie jener.*¹³⁵

Heidegger ontwikkelt deze stelling in den context van zijn eigen filosofischen gedachtegang, maar het blijft onduidelijk hoe zich dit precies in de onloochenbaar zeer verschillende uitingen der betrokken denkers laat terugvinden. Ik wil nu een interpretatie

een andere interpretatie

¹³²U. Hölscher, “Paradox, Simile, and Gnomie Utterance in Heraclitus”, in: MOUR, p. 229 sq.

¹³³M. Conche, *Heraclite, Fragments*, PUF, Paris, 1998 [1986], p. 455 sq.

¹³⁴zie ook [DK 28 B 8 5-21]

¹³⁵M. Heidegger, *Einführung in die Metaphysik*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen, 1957, pp. 73-74. A. Reniers-Philipot heeft mij op deze tekst van Heidegger gewezen.

naar voren schuiven die aan de verschillen tussen deze twee denkers recht doet, en toch aannemelijk maakt dat zij uiteindelijk hetzelfde zeggen. Mijn punt is dat de Heraclietische harmonie *op elk moment* samenvalt met Parmenides' τὸ ἐόν (to eon), het ene en absolute nu-Zijn. 'Zijn' betekent: 'nu zijn, niet in de tijd zijn, niet ontstaan en onvergankelijk zijn, en uniek zijn'¹³⁶ Elke golf is op elk moment het centrum van een Zijnsfeer, waarin al haar werkelijkheidservaringen samenvallen. Elke Zijnsfeer omvat de gehele zee, telkens gezien vanuit een ander, strikt individueel maar tegelijk ononderscheidbaar, perspectief. Elk punt is centrum en omtrek tegelijkertijd. Dit is hoe ik versta wat Parmenides bedoelde toen hij zei dat de werkelijkheid: ἐν κύκλου σφάιρης ἐναλίγκιον (vergelijkbaar [is] met een welgeronden Bol), in dewelke er geen delen onderscheidbaar zijn in eender welke richting.¹³⁷ Parmenides spreekt vanuit het νῦν, het nu: *op dit moment* is er niets dat *niet* bestaat. Wij bestaan altijd alleen maar *nu*, en probeer *nu* maar eens iets aan te wijzen dat *niet* bestaat. Wij kunnen ons een *voorstelling* maken van het verleden en de toekomst, maar zelfs dat doen we noodgedwongen in het heden. 'Tijd' is een illusie, en bijgevolg ook verandering en beweging. Verleden en toekomst zijn mentale constructies *in het heden!* Ik meen dan ook dat wij Parmenides' critiek op de 'dubbelkoppen' als volgt moeten verstaan: zij gaan in de fout omdat ze niet-Zijn voor 'zich vormgeven' [DK 28 B 6 4-5]¹³⁸ in Zijn, omdat ze zich toekomst en verleden *voorstellen* in het heden. 'Ware kennis' is geen maaksel, maar een gegeven. In het Proimion zegt Parmenides trouwens uitdrukkelijk dat ze hem door de Godin werd *geopenbaard*.¹³⁹ Dat wil daarom niet zeggen dat verleden en toekomst 'irreëel' zijn; zij liggen als herinnering (verleden) en verwachting (toekomst) in ons momentgebonden lijfelijke aan-wezen opgeslagen. Heraclitus beschrijft dan niets anders dan de *opeenvolging* van die 'nu-momenten'.¹⁴⁰ Met de tijdsillusie van den Eleaat stemt bij Heraclitus het illusoire bestaan van 'vele dingen' (*panta*) overeen: ἐκ πάντων ἐν καὶ ἐξ ἑνὸς πάντα (uit alle dingen komt er een eenheid, en uit eenheid komen alle dingen)¹⁴¹ [DK 28 B 10]; we zagen dit ook al in [DK 28 B 2]. Heraclitus stelt dit expliciet in termen van den cirkelparadox: ξυνὸν ἀρχὴ καὶ πέρασ ἐπὶ κύκλου (Gemeenschappelijk zijn begin en einde in een cirkel) [DK 22 B 103]. Leggen we dit naast het Parmenideïsche: ξυνὸν δέ μοί ἐστιν ὄπποθεν ἀρξωμαι τό γὰρ πάλιν ἵξομαι ἀϑίς (gemeenschappelijk is het waarvan ik begin, want ik zal er telkens terugkeren)

het paradoxale
nu-zijn

¹³⁶J. Mansfeld, *o.c.*, p. 54-55.

¹³⁷[DK 28 B 8 5-21]

¹³⁸Ik ben het dan ook helemaal eens met de critiek van Mansfeld op vertalingen als 'they wander', KRS, *o.c.*, p. 247; 'errent', Conche, *o.c.*, p. 100; 'einherstraucheln', Riezler, *o.c.*, p. 29; 'einerschwanen', Diels-Kranz, *o.c.*, p. 233. Het werkwoord πλάσσω att. -ττω betekent 'knedden, vormen, een voorstelling maken', waarbij de afleiding uit *plazontai* 'zij zwerven' in hoge mate hypothetisch is. Mansfeld had er ten overvloede nog aan toe kunnen voegen dat het in dergelijke vertalingen wel heel moeilijk wordt om zich rekenschap te geven van den door Parmenides gebruikten medialen vorm. Men zie J. Mansfeld, *o.c.*, p. 45-46. Voor de betekenissen van *plassō* raadplege men: F. Muller en J.H. Thiel, *Beknopt Grieks-Nederlands Woordenboek*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1984 [1933], p. 582, kol. 2.

¹³⁹[DK 28 B 1 24sq.]. Commentaar hierbij van J. Mansfeld, *o.c.*, p. 31.

¹⁴⁰Heidegger is klaarblijkelijk de eerste geweest om erop te wijzen dat de betekenissen 'aanwezig zijn' en 'worden' beiden in de verschillende wortels van de stamtijden van het werkwoord 'zijn' kunnen worden teruggevonden. M. Heidegger, *o.c.*, pp. 54-55. Dit komt uitvoerig aan bod in een briljant boek van C. Kahn, *The Verb "Be" in Ancient Greek*, Reidel Publishers, Dordrecht-Boston, 1973. Er zijn nog andere sterke taalkundige aanwijzingen; die worden verder nog besproken.

¹⁴¹Ik volg hier de vertaling gegeven in KRS, *o.c.*, p. 190.

[DK 28 B 5]. Nu mag Mansfeld nog zoveel als hij wilt beweren dat *Het hoe dan ook uitgesloten [is] dat de redenering van de Godin circulair zou zijn (...)*¹⁴², hij geeft daarvoor geen enkele reden op, en ik zie er alleszins geen. Zo ook KRS.: *Parmenides need not be implying that his own thought is circular*. Dat moge dan wel zou zijn, maar waarom zeggen ze dan enkele bladzijden verder: *Parmenides final position [in [DK 28 B 8], het fragment over de welgeronde Bol] is in fact doubly paradoxical (!)*, een conclusie waar ik het hartsgrondig mee eens ben, overigens, zij het om andere redenen.¹⁴³ De zaak wordt duidelijker wanneer we de kritiek van Parmenides in het hoger vermelde fragment [DK 28 B 6 1-9] van naderbij bekijken. Hij herneemt de juiste en de verkeerde manier van waarheid zoeken:

Het is noodzakelijk uit te spreken en te begrijpen, dat wat is, is; want het is nu eenmaal zo, dat het is, en nu eenmaal niet zo, dat het niet is. Ik draag u op, dit ter harte te nemen: de eerste weg van onderzoek waarvan <ik> u streng terug <houdt>, is die [dat niets is].

En hij maakt zich kwaad op de “dubbelkoppen” die er niet vanaf kunnen blijven en daardoor even verward eindigen als het verblinde volk:

*In de tweede plaats [dit staat er niet! DK vertalen aber dann auch von jenem, KRS but then from that] ook van degene, welke de sterfelijke mensen, die niets weten, construeren, de dubbelkoppen. (...) Zij worden meegesleept, even doof als nietziend, in botte verbazing, uitsluitel ontberende menigten, die als hun mening hebben vastgelegd dat iets is en dat iets niet is als hetzelfde [geldt] en ook weer als niet hetzelfde en [voor wie] er slechts een weg is, waarop alles omslaat in zijn tegendeel.*¹⁴⁴

Uit de hoger aangehaalde, aan dit fragment voorafgaande paragraaf blijkt dat Parmenides ook naar de tweede weg uit fragment [DK B 3-4], de dwaalweg van het niet-Zijn, verwijst, en niet enkel naar de (door hem niet zo genoemde) ‘derde weg’ der meningen. Het is sinds Reinhardts belangwekkende werk dat zich de gewoonte gevormd heeft de dwaalweg der meningen ‘de derde weg’ te noemen, en alzo impliciet de gelijkwaardigheid der drie wegen te aanvaarden. Ik ben het daar zoals zal blijken niet mee eens, maar ik houd mij nu even aan de traditionele benaming.¹⁴⁵ De eerste weg is de rechte weg van het Zijn, degene die de Godin aan Parmenides getoond heeft en dien door hem aan het begin nog eens wordt samengevat. De weg dien *hier* de eerste weg genoemd wordt is in [DK 28 B 3-4] de tweede, de weg van niet-Zijn. en houdt in een notedop in dat ‘niet-Zijn’ moet bestaan om er zinvol over te kunnen spreken. Quod

*twee wegen,
geen drie*

¹⁴²J. Mansfeld, *o.c.*, p. 34.

¹⁴³KRS, *o.c.*, p. 253.

¹⁴⁴Dit is de vertaling van [DK B 6 1-9] gegeven door J. Mansfeld, *o.c.*, p. 43. Mijn accentuering. De vertaling van Mansfeld is gekleurd door zijn eigen interpretatie van dit fragment, die op blz. 44-45 van zijn boek te vinden is.

¹⁴⁵Reinhardt geeft in zijn boek volgende samenvattende paraphrase: *Also ergeben sich im ganzen drei “Wege der Forschung”*: 1. τὸ ὄν ἐστίν; 2. τὸ ὄν οὐκ ἐστίν; 3. τὸ ὄν καὶ ἐστίν καὶ οὐκ ἐστίν. K. Reinhardt, *Parmenides un die Geschichte der griechischen Philosophie*, Vittorio Klostermann, Frankfurt A/M, 1977 [1959], p. 35.

'zijn' en 'worden'

nu-Zijn is noch
Zijn noch niet-
Zijn, maar
beiden

non. Ergo niet-Zijn is een paradox in zichzelf, wat inderdaad een mogelijke formulering is van het Heraclietische standpunt. Dit werpt licht op de schijnbaar eigenaardige vermelding dat *déze* dolenden 'doof en nietziend' zijn. Het gaat hier niet om de, aan de "derde weg" gerelateerde en in de literatuur zo vaak bediscussieerde, 'Eleatische onbetrouwbaarheid der zintuigen'. Het gaat hier om verwarde Heracliteërs die, ondanks het gebruik hunner zinnelijke 'adems', erin slagen de werkelijkheid *niet correct te zien* en nu eens Zijn en niet-Zijn als hetzelfde beschouwen, dan weer als verschillend. Taalkundige argumenten ten gunste van dit gezichtspunt vindt men in het apparaat van de Diels-Kranz editie¹⁴⁶, maar niet alleen daar; er is nog een belangrijke observatie te maken aan de hand van Parmenides' tekst zelf. We keren eerst terug naar Kahn¹⁴⁷, die een hoogst belangwekkende mededeling voor ons heeft over het archaïsche gebruik van het werkwoord 'worden'. Daar waar 'zijn' in de moderne Indo-Europese talen één werkwoord is waarvan de vervoeging is samengesteld m.b.v. verschillende betekenisdragende Indo-Europese wortels¹⁴⁸ gebruikt Homerus op zijn minst vier zeer verschillende werkwoorden om 'wording' uit te drukken¹⁴⁹, die alle tot dezelfde zijnswortel in tegenstelling staan, nl. *es-, de wortel van den indicatief die statisch is en de betekenis "standigheid" meedraagt: *Le sens en est "avoir existence, se trouver en réalité", et cette "existence", cette "réalité" se définissent comme ce qui est authentique, consistant, vrai.*¹⁵⁰ En hier komt het punt: 'worden' wordt veel meer gebruikt om het werkwoord 'zijn' te vervangen dan in een zijner eigen betekenissen. Het blijkt dat dit gebeurt telkens er een idee van 'beweging' in het 'zijn' uit te drukken valt. Dit betekent dat in de archaïsche mentaliteit een zekere overlapping naar functie en betekenis aan de woorden 'zijn' en 'worden' intrinsiek is. En wat zien we nu wanneer we in Parmenides' critiek op de Heracliteërs het woordgebruik aan een nader onderzoek onderwerpen? Het woord *πέλειν* (worden) vervangt *είναι* (zijn) in zijn parafrazering van Heraclitus' rivierfragment! De weg van het niet-Zijn en de weg van de Heracliteërs zijn onlosmakelijk met elkaar verbonden, doordat de erkenning van het zijn van het niet-Zijn het nu eens als hetzelfde, dan weer als verschillend van het Zijn doet verschijnen, wat tot allerlei dwaze meningen onder het volk aanleiding geeft. Het is niet voor niets dat de "derde weg" door Parmenides niet als een volwaardige derde wordt geteld! Neen, het is het een of het ander: óf Zijn en niet-Zijn vallen samen — in het *πάντα ῥεῖ* (alles stroomt) —, óf niet-Zijn bestaat niet — in het *νῦν* (nu). Parmenides' critiek komt erop neer dat ge met zijn weg *nooit* in dwalingen verzeilt en het daarom de enige ware is — hij is hem dan ook door de Godin zelf aangewezen. Dit zet

¹⁴⁶Diels & W. Kranz, *o.c.*, vol. I, p. 233.

¹⁴⁷C. Kahn, *o.c.*; men zie voetnoot 75.

¹⁴⁸I.E. *es- (lat. esse, Fr. être, Ned./Eng./Du. is), met de betekenis van bestaan, zijn, op zichzelf staan, "standigheid". Deze vorm geeft de praesentia of de hoofdtijden weer; I.E. *bhū-, waaruit *φύω* (wassen, groeien) en *φύσις* (eigenlijk gewas, gegroeid, geworden iets, vandaar natuur, aard; zie de aanvang van dit hoofdstuk), lat. fuisse; ten slotte I.E. *ves-, Sanskr. vasami (Ned. wezen, Du. wesen). Deze drukken de verleden en toekomstige tijden van 'zijn' uit, de beweging van 'er-zijn' of 'iets-zijn' doorheen den tijd.

¹⁴⁹*γίγνομαι, πέλω, τελέθω, τέτυγμαί*. Deze vervanging betreft niet uitsluitend het gebruik van tijden die een *resultatief* aspect in zich dragen, zoals het perfectum en de aorist, maar ook b.v. de infinitief, zoals in het Parmenidesfragment dat dadelijk ter sprake komt.

¹⁵⁰E. Bénéviste, *PLG I*, "Être" et "avoir" dans leurs fonctions linguistiques", p. 188. De filosofische relevantie hiervan wordt bediscussieerd in M. Heidegger, *Einführung in die Metaphysik*, p. 54. Men vergelijkte in het latijn *gignere* (groeien, ontstaan) (van rechtstreekse I.E.-oorsprong), dat tot het resultatief substantief *genus* aanleiding geeft: *dat wat het geworden is*; (mondelijke communicatie R. De Smet).

hij nog eens extra in de verf met de door hem gebruikte terminologie: ἄκριτα φύλα (onderscheidingsvermogenloze soorten): niet enkel dat ze allemaal een fout maken, maar ze maken dan ook nog eens allemaal dezelfde fout, en behoren dus tot dezelfde “soorten”.¹⁵¹ In dit licht kan ook de, door de traditie dikwijls nogal neerbuigend behandelde, kritiek van Cratylus op zijn leermeester Heraclitus anders worden begrepen: niet dat hij diens leerstellingen misbegreep of ‘tot in het extreme’ doortrok¹⁵², wel dat hij Parmenides’ uitspraken ter harte nam en, in plaats van ruimte voor twijfel open te laten over het samenvallen van Zijn en niet-Zijn in een beeld zoals ‘men kan geen twee keer in dezelfde rivier stappen’ [DK 22 B 5 4-5], de puntjes op de i te zetten door te zeggen dat het zelfs niet een keer kan, en er verder het zwijgen toe te doen. Had Parmenides immers niet bewezen dat men over het niet-Zijn niet kan spreken?¹⁵³

§4. EEN VERALGEMEENDE ONTOLOGISCHE CONDITIE.— Laten we nu Parmenides’ argument over de ondenkbaarheid en onzegbaarheid van het niet-Zijn opnieuw ter hand nemen. G.E.L. Owen vat ‘the overwhelming inconsistency’ in het argument samen: *the nonexistent cannot be thought or spoken of (. . .), denials of existence are “not sayable or thinkable” (. . .) (More exactly, they are either self-refuting if they have a genuine subject or senseless if they have not.) Yet Parmenides sometimes puts this point by saying that there is no such thing as what is not, that there is nothing except what there is.*¹⁵⁴ Ik hoop dat ondertussen voldoende duidelijk is geworden dat een dergelijke aanduiding niet a priori onzinnig hoeft te zijn, omdat er voorbeelden zijn van aanduidingen *whose use does always guarantee the truth of its implication for the hearer as well as for the speaker. This is the word ‘I’. (. . .) ‘I do not exist’ is self-refuting.*¹⁵⁵ Dit is ook de zin van een slechts schijnbaar duistere opmerking van Wittgenstein: *er müsse doch dabei sein, wenn er nicht existiert.*¹⁵⁶ Het paradoxale nu-Zijn vindt aldus wel degelijk uitdrukking in het uit-zeggen van het Zijn en het zwijgen over het niet-Zijn. Benveniste legt uit dat deze ‘ik’ ook de ‘gij’ tot wien gesproken wordt in het hier-en-nu tot stand brengt, ‘ik’ dus niet in den zin van ‘ego’, maar van den eersten persoonvorm van het werkwoord. Benveniste: *ce sera l’objet désigné par ostension simultanée à la présente instance de discours.*¹⁵⁷ Bovendien is dit universeel waar, want het geldt voor elke ‘ik’ (cfr. elker-lic, every-body)! Ook hier weer de parallel met Wittgenstein, in zijn onderzoek naar de relatie tussen spreekact en lijfelijkheid: *Wenn Einer sagt “Ich habe einen Körper”, so kann man ihn fragen “wer spricht hier mit diesem Munde?”*¹⁵⁸ Het meest particuliere en het meest algemene vallen samen in het sprekende ik, wat het de mogelijkheid geeft ‘waarheid’ en ‘valsheid’ absoluut van elkaar te onderscheiden zolang het de *onmiddellijke* deictische capaciteit van het ver-
toog niet overschrijdt. De zijnsfeer waarvan elke ik het centrum is, strekt zich uit

‘ik’ =
la présente
instance
de discours

¹⁵¹De vertaling “menigten” (Mansfeld) of “hordes” (KRS) doet geen recht aan de connotatie van verwantschap, die in het woord φύλα [phyla] onmiskenbaar aanwezig is. Daarentegen Couloubaritsis, “des races sans discernement”. L. Couloubaritsis, *Parménide*, p. 193.

¹⁵²[Aristoteles, *Metaphysica*, IV 5.1010a, 10-15]

¹⁵³In [DK 28 B 2 5-8].

¹⁵⁴G.E.L. Owen, *Plato and Parmenides on the timeless present*, Mourelatos, o.c., p. 275-276.

¹⁵⁵K & K, o.c., p. 600-601.

¹⁵⁶L. Wittgenstein, *Zettel*, 61, p. 281.

¹⁵⁷E. Benveniste, “pronoms”, o.c., p. 253.

¹⁵⁸L. Wittgenstein, *Über Gewißheit*, 244.

“la non-personne”

over het geheel van de werkelijkheid in het hier-en-nu gegevene; al die verschillend gecentreerde zijnsferen vallen in de ene werkelijkheid samen.¹⁵⁹ Dit is zeker geen verkapte vorm van solipsisme; Wittgenstein legt de vinger feilloos op de zere plek van het bewustzijnsidealisme wanneer hij schrijft: *Das Wort “Ich” bezeichnet keinen Person!*¹⁶⁰ “Person” hier dan wel opgevat als “een welbepaald subject”, niét in den zin van Benvéniste. Het *ik* als eerste persoonsvorm verschuift immers altijd, terwijl het desondanks telkens feilloos aanduidt wien er in het specifieke geval van elken spreekact wordt bedoeld: *En effet une caractéristique des personnes “je” et “tu” est leur unicité spécifique: le “je” qui énonce, le “tu” auquel “je” s’adresse sont chacune fois uniques. Mais “il” peut être une infinité de sujets — ou aucun.*¹⁶¹ Ik heb dit in het vorige hoofdstuk het *ik-hier-nu of ihn-standpunt* genoemd, en mijn stelling is dan ook dat Parmenides juist vanuit dat standpunt spreekt, cq. werkelijkheidsgewaarwording articuleert. En verder ook dat dit ook geldt voor Heraclitus, aangezien we zagen dat Heraclitus en Parmenides hetzelfde uit-zeggen, zij het vanuit een verschillend perspectief. En tenslotte, gezien ik, in navolging van De Ley¹⁶² heb gesteld dat Heraclitus en Parmenides het hoogtepunt vormen van het Voorsocratische denken in zijn geheel, dat dit ook opgaat voor dit denken in zijn geheel. De deictische voorwaarde is enkel voldaan voor het hier-en-nu aanwezende, dat zich overal bevindt waar taaldaden gesteld worden. De derde persoon daarentegen is zoals we zagen de grote afwezige: *La forme dite de 3^e personne comporte bien une indication d’énoncé sur quelqu’un ou quelque chose, mais non rapporté à une “personne” spécifique. L’élément variable et proprement “personnel” de ces dénominations fait ici défaut. (. . .) La “3^e personne” n’est pas une “personne”; c’est même la forme verbale qui a pour fonction d’exprimer la non-personne.*¹⁶³ De indirecte rede draagt ons weg van het aanwezende in het afwezige, dus potentieel in het rijk van de verbeelding, maar ook de gaping, barst of ruimte waarin de vervreemding aan den dag kan treden. In één flitsende zinsnede werpt Benvéniste ons voor: *C’est pourquoi le “je est un autre” de Rimbaud fournit l’expression typique de ce qui est proprement l’“aliénation” mentale, ou le moi est dépossédé de son identité constitutive.*¹⁶⁴ Vanuit dat standpunt wordt spreken *vanuit* de werkelijkheid tot spreken *over* de werkelijkheid, en zien we de overgang van analogie naar metafoor.¹⁶⁵

¹⁵⁹Dit deictisch absolutisme impliceert tegelijkertijd een fysisch relativiteitsprincipe. Inderdaad valt met elk centrum een waarnemer samen, die op volstrekt unieke wijze de gegeven werkelijkheid beschouwd. De werkelijkheid is voor iedereen gelijk, maar op een verschilde wijze. Ik noem dit het *Verschildend-Gelijke*. Dit standpunt zal later opnieuw worden geformuleerd door Nicolaus Cusanus en Giordano Bruno. M. Ursic, *Paraconsistency and dialectics as coincidentia oppositorum in the philosophy of Nicolaus Cusanus* (preprint) bespreekt dit soort inzichten bij Cusanus. Voor deze laatste, zie de commentaar in G. Bruno, “Expulsion de la bête triomphante”, *Oeuvres complètes*, vol. VI, Les Belles Lettres, 1999 [édition critique], p. cxxxiv, n291.

¹⁶⁰L. Wittgenstein, *Notes for PE & SD*, p. 228. Tot deze vaststelling komt hij reeds in den *Tractatus*: “Hier sieht man, daß der Solipsismus, streng durchgeführt, mit dem Realismus zusammenfällt.” *Tractatus*, § 5.64.

¹⁶¹E. Benvéniste, *PLG I*, “Structure des relations de personne dans le verbe”, p. 230.

¹⁶²H. De Ley, *De Ioniërs*. Het boek van De Ley is een van de weinige coherente pogingen de onderliggende grondstructuren van het archaische denken bloot te leggen. Daarop uitgebreid ingaan zou echter te ver buiten het gezichtsveld van mijn eigen onderzoek voeren. Ik hoop wel hier in de toekomst nog op terug te kunnen komen.

¹⁶³E. Benveniste, *PLG II*, “Structure des relations de personne dans le verbe”, p. 228. We zouden de derde persoon wel de “roddelwijze” van het werkwoord kunnen noemen!

¹⁶⁴E. Benvéniste, *PLG I*, “Structure”, p. 230.

¹⁶⁵Ik werd op de relevantie van deze overgang van transitief zeggen dat, ‘uitspreken dat’ naar intransitief ‘spreken over’ onafhankelijk van elkaar gewezen door Frank Scheppers en Antoine Ruscio.

Het gelukkig toeval wil dat er zelfs onmiddellijk philologisch bewijsmateriaal voorhanden is dat van deze transformaties in het taalgebruik uit Zeno's eigen tijd getuigenis aflegt. Diogenes van Appolonia, Zeno's tijdgenoot, maakt expliciet het verschil tussen het nu-Zijn en het Zijn: de τὰ ὄντα [ta onta], de zijnden zijn abstracte essenties die stabiel zijn doorheen den tijd, terwijl de τὰ ἐόντα νῦν [ta eonta nun], de nu-zijnden uitdrukkelijk van de bepaling 'nun' [nu] voorzien worden. Couloubaritsis vertaalt op grond hiervan het verschil als *les choses qui sont* en *les choses qui sont dans le présent*: de zijnden en de nu-zijnden. Alles wat is, is tegenwoordig. Dat het in oorsprong dialectologische verschil tussen τὸ ὄν and τὸ ἐόν ondertussen een filosofische betekenis had gekregen wordt duidelijk in het werk van Diogenes van Appolonia, een tijdgenoot van Zeno, waar τὰ ὄντα [ta onta; de zijnden] gebruikt wordt om naar stabiele essenties, en τὰ ἐόντα νῦν [ta eonta nun; de nu-zijnden] om naar instabiele nu-zijnden, i.e., bestaande, concrete dingen, verwijzen.¹⁶⁶ Dit wordt bovendien bevestigd door een opmerkelijke tijdsuitdrukking die we terugvinden bij zowel Homerus als Hesiodus: τὰ τ' ἐόντα τὰ τ' ἐσσόμενα πρό τ' ἐόντα [*de nu-zijnden, de geweest-zijnden en de nabij-zijnden.*]¹⁶⁷ DK daarentegen laat in zijn vertaling het parallellisme tussen de participia verloren gaan¹⁶⁸, terwijl KRS correct vertaalt, maar nergens in zijn commentaar stilstaat bij dit merkwaardige onderscheid.¹⁶⁹ Toch hebben deze laatste auteurs lont geroken, want in hun commentaar bij 28 B 8 45-47] zeggen ze (...) *for him, to exist is in effect to be something or other. When later he uses the participle eon, 'being', it is much easier to construe it as 'reality' or 'the real' than as barely designating existence. And what makes something real is surely that it has some predicate true of it. (...) Parmenides' use of estin is simultaneously existential and predicative, but not therefore confused.*¹⁷⁰ Het zal wel zijn. De nu-zijnden stellen dus een probleem aan de kennis omdat daarvoor het identiteitsprincipe niet geldt, want in het nu is er geen verloop van tijd, waardoor ze aan de kenvermogens lijken te ontglijpen. Maar dit blijft natuurlijk een hoogst merkwaardig standpunt in het licht van onze lezing van den groten Eleaat. Hadden we immers bij zowel Parmenides en Heraclitus niet juist gezien, dat enkel de (aan)wezens *zijn*, het nu-Zijn echt en werkelijk is? In dit paradoxale zijnsmoment vallen verleden en toekomst blijkbaar samen; zij liggen als *herinnering* — verleden — en *verwachting* — toekomst — in ons lijfelijk aanwezen opgeslagen. Inzoverre zij een voor het geestesoog zich afspelende *mogelijke werkelijkheid* betreffen blijven zij vreemd aan de archaische geestesgesteldheid: *κόσμος τόδε* [*deze wereld*]; daar gaat het om, volgens Heraclitus [DK 22 B 30].¹⁷¹ De vorming van de *inner mind-space*, oftewel het innerlijke bewustzijnstheater, waarop het afwezige als aanwezig kan worden voorgeteld, zal zich maar definitief voltrekken bij het aan den dag treden van het generationaliseerde zelfbewustzijn waarin de scheiding tussen subject en object, tussen oorzaak en gevolg, en tussen de ruimtelijke en

¹⁶⁶Zie L. Couloubaritsis, *La Physique d'Aristote*, Ousia, Bruxelles, 1997, p. 308. In het apparaat van de enige beschikbare tekstcritische Simplicius-uitgave zijn geen redenen te vinden om Couloubaritsis' lezing van het Diogenesfragment in twijfel te trekken. H. Diels, *Simplicius*, p. 151 [40-42].

¹⁶⁷L. Couloubaritsis, *Phys. d'Arist.*, p. 308; *Origines*, p. 123.

¹⁶⁸DK, vol. ii, p. 59

¹⁶⁹KRS, p. 438

¹⁷⁰KRS, p. 246, 252.

¹⁷¹M. Conche, *Héraclite*, PUF, Paris, 1986, p. 279-280.

“Ken
uzelve”

de Zijnssfeer

tijdelijke dimensies van ons bestaan, zich volledig zal hebben doorgezet.¹⁷² In de archaïsche “mentaliteit” — ik zet het begrip hier doelbewust tussen aanhalingstekens — dient het kenvermogen als een soort psycho-physiologische periscoop, die toelaat het aan-wezende te door-zien: (...) *it is still the primary function of the noos to be in direct touch with ultimate reality.*¹⁷³ Relevant in dit verband is Heraclitus’ fragment [DK 22 B 101] *ἐδιζήσά μιν ἐμωυτόν* [(Eens) zocht ik mijzelf] dat overduidelijk niet psychologisch geïnterpreteerd mag worden, en dat hetzelfde inzicht overbrengt als het roemruchte Delphische adagium *γυῶθι σεαυτόν* [Ken Uzelve]. Het ziet ernaar uit dat dit soort uitspraken in verband gebracht moet worden met poëtische uitdrukkingen van zelf-standigheid, zelfbesef, zoals in Pindarus’ *Γένοι' οἱ ὅς ἐσσι μαθῶν* (Wordt wat ge zijt, na geleerd te hebben).¹⁷⁴ Daarom ook dat Heraclitus zegt dat de Heer van Delphi niet spreekt, maar een teken geeft... Ik benadruk nog eens dat deze verschillen tussen archaïsch zelfbesef en hedendaags gerationaliseerd zelfbewustzijn niet alleen voor de correcte interpretatie van onze cultuurgeschiedenis van belang zijn, maar ons ook veel kunnen leren over onze eigen conditie, en juist met het oog daarop veel meer aandacht verdienen. Alle verdere filosofische verschilpunten daargelaten, ben ik het wat dat betreft wél volkomen met Gill eens.¹⁷⁵ Anders gezegd, Voorsocratische — en bij uitbreiding: archaïsche — taaluitingen tonen alleen hun zin en onderlinge samenhang wanneer ze in de juiste context worden geplaatst, t.t.z., in het hier-en-nu, in het present-zijn, aanwezig of tegenwoordig zijn van al het bestaande. Immers, op dit moment is er hier niets dat *niet is*. Zijn is aanwezig zijn, precies zoals Parmenides verkondigt. Mocht iemand zin hebben dit te betwijfelen, dat hij dan iets *aanwijze* dat hier-en-nu *niet* bestaat. Ge zult onmiddellijk zien dat ge u in het centrum van een zijnssfeer bevindt waarvan de straal door uw arm getrokken wordt en die naar believen kan worden uitgebreid. Dat gijzelf het centrum zijt is noodzakelijk en onvermijdelijk tegelijk: het is het enige tijdruimtelijke stand-punt dat u te allen tijde toelaat ondubbelzinnig niet enkel ‘hier’ te bepalen maar ook ‘daar’, niet enkel ‘nu’ maar ook ‘straks’: *le système de coordonées spatiales se prête ainsi à localiser tout objet en n'importe quel champ, une fois que celui qui l'ordonne s'est lui-même désigné comme centre et repère.*¹⁷⁶ Positie in ruimte en tijd is een “necessarily individuating property”. Zulk een positie bepalen *involves an essential and ineliminable reference to another individual or position*¹⁷⁷, zoals bijvoorbeeld het geval is wanneer men iemands positie wil bepalen aan de hand van een kaart. Maar dan nog zijn we er niet. Om de referentiepunten zelf ondubbelzinnig te kunnen gebruiken dienen ze gecorreleerd te worden aan onze eigen plaats en tijd: *To pick these out as the unique individuals or positions that they are we have to be able*

¹⁷²Dit is vanzelfsprekend een gradueel proces, dat zijn beslag maar zal krijgen aan het begin van de Moderniteit. Zieners bij de Grieken of de druidische *dagda* waren blind om toegang te kunnen krijgen tot de niet-aanwezige realiteit van verleden en toekomst. J. Jaynes bestudeert deze ontwikkeling in detail in zijn *Origin of Consciousness*. Ik dank aan E. Rossee het inzicht over de blinde zieners.

¹⁷³K. Von Fritz, “Nous, noein and their derivatives in pre-Socratic philosophy”. In: A. P. D. Mourelatos, *The pre-Socratics. A collection of critical essays*, Princeton University Press, Princeton etc., 1992, p. 52.

¹⁷⁴A. Puech, *Pindare. Pythiques*, Pyth. II (72), Les Belles Lettres, Paris, 1966, p. 45.

¹⁷⁵C. Gill, *Personality in Greek Epic, Tragedy, and Philosophy*, Clarendon Press, Oxford, 1996-1998, pp. 18, 175.

¹⁷⁶E. Benvéniste, “Le langage et l’expérience humaine”, in: *Problèmes de linguistique générale [PLG in what follows] II*, Gallimard, Paris, 1966, p. 69.

¹⁷⁷A. Quinton, *The Nature of Things*, Routledge & Kegan Paul, London and Boston, 1973, p. 18.

to relate them to ourselves or to the here-and-now.¹⁷⁸ Laten we nu nader bekijken wat dit juist betekent.

We beginnen met een onderzoek van het woord ‘ik’, dat het centrum van het indicatieve of aantoonende universum aanduidt. Want ‘ik’ is iedereen, althans vanaf het moment dat hij of zij zijn mond opendoet: *ce sera l’objet désigné par ostension simultanée à la présente instance de discours*.¹⁷⁹ Daarom kan ‘ik’ alleen verwijzen naar *mijzelf*. Meer nog, wanneer ‘ik’ spreek tot ‘u’ ondertussen u aanwijzende, zult ‘gij’ even feilloos bepaald zijn als ‘ik’. “*Je*” désigne celui qui parle et implique en même temps un énoncé sur le compte de “*je*”: disant “*je*”, je ne puis ne pas parler de moi. A la 2^e personne, “*tu*” est nécessairement désigné par “*je*” (...).¹⁸⁰ Dit geldt ook voor ‘hier’ en ‘nu’, t.t.z. voor de tijdruimtelijke plaatsbepaling van ‘ik’ en ‘gij’, omdat ‘here’ and ‘now’, like ‘I’, presuppose in use no more than what must be the case because there is an utterance.¹⁸¹ Dat de “tegenwoordige taaluiting” de bepalende factor is wordt klaar en duidelijk in het feit dat deze personen werkwoordelijke personen zijn, en geen abstracte geestelijke wezens.¹⁸² Het verschil met de “3^e personne” springt dan in het oog: *La forme dite de 3^e personne comporte bien une indication d’énoncé sur quelqu’un ou quelque chose, mais non rapporté à une “personne” spécifique. L’élément variable et proprement “personnel” de ces dénominations fait ici défaut. (...) La “3^e personne” n’est pas une “personne”; c’est même la forme verbale qui a pour fonction d’exprimer la non-personne*.¹⁸³ De derde persoon is aanwezig als een voorwerp, een object, niet als een onderwerp of persoon, of hij is afwezig. De derde persoon kan inderdaad onmogelijk het onderwerp van een zin zijn komende uit zijn eigen mond (tenzij hij, als Caesar, over zichzelf spreekt, en niet van zichzelf. Eens het onto-logisch centrum van aantoning gegeven is waarin ‘spreken’ en ‘zijn’ samenvallen, kan het ad libitum uitbreiden. De woordsoort die deze uitbreiding gestalte geeft heet in de traditionele spraakkunst “adverbia correlativa sive pronominalia”.¹⁸⁴ De grondlegger hunner taalkundige studie, Emile Benvéniste, noemde ze “les déictiques”, *deictica*, van het Grieks *δεικνύω* [*deiknunai*: *aanwijzen, tonen, vandaar ook aantonen, bewijzen*)]¹⁸⁵, en geeft de volgende beschrijving: *Cette référence constante et nécessaire à l’instance de discours constitue le trait qui unit à je/tu une série d’“indicateurs” relevant, par leur forme et leurs aptitudes combinatoires, de classes différentes, les uns pronoms, les autres adverbes, d’autres encore locutions adverbiales*.¹⁸⁶ Er kan geen twijfel bestaan over Benvéniste’s aanspraken op deze ontdekking (hij publiceerde hier-

een deictisch
referentiessysteem

¹⁷⁸ See the clear and concise discussion of this subject in A. Quinton, *o.c.*, pp. 17-20.

¹⁷⁹ E. Benvéniste, “pronoms”, *PLG I*, p. 253.

¹⁸⁰ E. Benvéniste, “Structure des relations de personne dans le verbe”, *PLG I*, p. 228.

¹⁸¹ W. Kneale and M. Kneale [K & K in what follows], *The Development of Logic*, Clarendon Press, Oxford, 1962, p. 599.

¹⁸² Zie ook J. Perry, “The Problem of the Essential Indexical”, *Nous*, **13**, 1979, pp. 3-21.

¹⁸³ E. Benvéniste, “verbe”, *PLG I*, p. 228. Benvéniste toont verder dat dit mechanisme evengoed werkzaam is in talen die op het eerste gezicht de werkwoordelijke persoon niet uitdrukken: *o.c.*, pp. 225-236.

¹⁸⁴ W.J.B. Hus, *Grammatica Grieks*, Prisma/Het Spectrum, Utrecht, 1991, p. 101.

¹⁸⁵ Opmerkelijk genoeg kunnen talen als Duits en Nederlands de etymologisch correcte vertaling wel aan: het werkwoord *bewijzen* en de zelfstandige naamwoorden *bewijs*, *wijsheid* bevatten alle de wortel ‘wijs,’ die als betekenis ‘tonen, aanwijzen’, draagt, gelijk in *wijsvinger*.

¹⁸⁶ E. Benvéniste, “La nature des pronoms”, in: *PLG I*, Gallimard, Paris, 1966, p. 252-253.

over reeds in de jaren veertig). Desondanks is de discussie over deze woorden in de Angelsaksische wereld opnieuw op het voorplan gebracht onder de benaming ‘indexicals’¹⁸⁷, en waarin de nadruk gelegd wordt op de verschuiving (‘shift’) in deictisch centrum van de ene ‘ik’ naar de andere ‘ik’, meer dan op de deictische functie zelf.¹⁸⁸ Hierdoor gaat het zicht op de onmiddellijke, ontologisch constitutieve rol die ze spelen grotendeels verloren. Agamben wijst op het paradoxale feit dat juist door de *shift*-eigenschap het idee van veralgemening mogelijk wordt in het rijk van de taal: *C’est uniquement parce que le langage permet, à travers les shifters, de faire référence à sa propre instance, que quelque chose comme l’être et le monde s’ouvrent à la pensée.*¹⁸⁹ Un dat verband legt Agamben nadruk op de deictische rol die het ego in Descartes’ *Méditations métaphysiques* speelt.¹⁹⁰ Het aan den dag treden van het verschil tussen uiting en uitspraak (em la mise en oeuvre du langage, la conversion de la langue en parole) kan voor het ontstaan van de metafysisch moeilijk worden overschat. Heidegger zal twee millenia later dan ook proberen om de op deze sytappen terug te kere, en via de stem de stemming, *l’être dans son Da*, terug te vinden, en alzo *le “dévoilement premier du monde”* opnieuw mogelijk te maken.¹⁹¹

Het kan ons niet verbazen dat dit alles enkele straffe semantische gevolgen heeft, die betrekking hebben op de notie ‘aanduiding’, die in de literatuur sowieso al zelden aan bod komt.¹⁹² De inhoud van dit begrip wordt immers niet gedekt door de ladingen zin ‘sense’ en betekenis ‘reference’ die we ale eerder besproken hebben¹⁹³, omdat op den achtergrond altijd de noodzaak aanwezig blijft om de betekenisgevende context van onze uitspraken terug te verwijzen naar iets dat we met zekerheid weten, zodat we over hun geldigheid kunnen oordelen. Barwise legt zijn vinger op de Russelliaanse wonde: *Of course the Russellian admits that contextual elements of the statement play an important role in getting you from the sentence to the proposition, in particular when the sentence involves indexical elements like “I”, “you”, “now”, and “that”.*¹⁹⁴ De sterkte van het deictische argument rust immers op de bindende aard van den band tussen het logische en de gewaarwordbare ervaringsgebonden relaties die er linguïstisch door worden uitgedrukt. Aanvankelijk maakt Russell trouwens het correcte on-

¹⁸⁷The start has been given by the publication of Kaplan’s influential articles on this subject. See D. Kaplan, “Demonstratives” and “Afterthoughts”, in: J. Almog, J. Perry and H. Wettstein, *Themes from Kaplan*, Oxford University Press, Oxford, 1989. For an overview of the present state of the literature: D. Braun, “Indexicals”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Fall 2001 Edition, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/fall2001/entries/indexicals/>.

¹⁸⁸In navolging van de Russische taalgeleerde R. Jakobson, “Shifters, verbal categories and the Russian verb”, in: *Selected Writings II*, Den Haag, 1971.

¹⁸⁹G. Agamben, *Langage*, p. 58.

¹⁹⁰G. Agamben, *Enfance et histoire*, Payot, Paris, 2000 [1978], p. 30 sq. Zie ook G.E.M. Anscombe, “The First Person”; in: S. Guttenplan (ed.), *Mind and Language*, Clarendon, Oxford, 1975.

¹⁹¹G. Agamben, *Langage*, p. 102.

¹⁹²K & K, p. 593.

¹⁹³G. Frege, “Über Sinn und Bedeutung”, reprinted in: *Funktion, Begriff, Bedeutung: Fünf logische Studien*, Vandenhoeck und Ruprecht, 2 ed., 1965.

¹⁹⁴J. Barwise *et al.*, *o.c.*, p. 29. Pogingen om van zekere onaangename gevolgen van Frege’s systeem af te geraken zijn mislukt. Een radicale verdediger van deze benadering is W.V O. Quine, “Designation and Existence”, in: H. Feigl and W. Sellars, *Readings in Philosophical Analysis*, Appleton Century Crofts, N.Y., 1972 [1949]. Also A.J. Ayer, *Language, Truth and Logic*, Pinguin Books, 2001 [1936], pp. 48-50 & 88-90.

derscheid tussen ‘denotation’ en ‘reference’ als het verschil tussen een daad of actie en een beschrijvende voorstelling (“description”), maar gooit ze achteraf terug samen, om zijn identiteitsbegrip te redden.¹⁹⁵ In zijn vroege werk over ‘denotation’ blijft het terminologische gebruik verward¹⁹⁶, alhoewel hij reeds spreekt over “acquaintance” (“acquaintance”) (‘ervaring’ in het algemeen, vertrouwdheid). De zaak wordt opgeklaard in een artikel enkele jaren later, waarin hij deze ervaring uitdrukkelijk aan de orde stelt: *Our mental life is largely composed of beliefs, and of what we are pleased to call ‘knowledge’ of ‘facts’. (...) the question is, whether the facts towards which beliefs are directed are ever experienced.*¹⁹⁷ Russell wijst op het verband tussen “acquaintance” en “my present experience”, mijn huidige ervaring, mijn gewaarwordingen dus, en vraagt zich af wat dit laatste zou kunnen betekenen: *‘my present experience’ might be defined as all the experience which ‘I’ have ‘now’. But in fact we shall find that ‘I’ and ‘now’, in the order of knowledge, must be defined in terms of ‘my present experience’, rather than vice versa.*¹⁹⁸ Russell belandt in een cirkelredenering omdat hij ‘ik’ nog altijd ziet als het ego, blijkbaar een doos die met indrukken kan worden gevuld. Dit blijft een derdepersoonsbenadering van iets dat enkel vanuit den eersten persoon kan worden begrepen, zoals ook Searle vaststelt: *conscious states only exist when experienced by a subject and they exist only from the first-person point of view of that subject.*¹⁹⁹ Om die reden ziet Russell zich — tandenknarsend — verplicht zijn “sense-data” theorie uit te werken als een aanvulling op zijn theorie van beschrijvingen. Hij ontsnapt aan de cirkelredenering die dreigend de kop kwam opsteken door het volle deictische gewicht op het demonstrativum ‘this’ te leggen: *we can define ‘my present contents [sic!] of experience’ as ‘everything experienced together with ‘this’, where this is any experienced thing selected by attention.*²⁰⁰ Het probleem blijft bestaan, omdat *it seldom means the same thing two moments running and does not mean the same thing to the speaker and to the hearer.*²⁰¹ Russell situeert mededelingsgebeuren uitsluitend in het hoofd van de sprekers. Deze psychologische draai doet echter het aanwijzingsaspect van het *je-tu*-mechanisme te niet. Dus voert hij ad hoc de ‘kleine tijdelijkheid van het demonstrativum is: *You can keep “this” going on for a minute or two. (...) If you argue quickly, you can get some little way before it is finished.*²⁰² ‘This’ staat buiten ‘I’ en is bijgevolg onafhankelijk van mijzelf toegankelijk voor anderen lijkt hier de redenering.

¹⁹⁵B. Russell, “On Denoting”, in: *Logic and Knowledge* [LK in what follows], p. 47-49.

¹⁹⁶To the bafflement of Kurt Gödel, who remarks: *he [Russell] uses ‘denote’ (instead of ‘signify’) for the relation between things and names, so that ‘denote’ and ‘signify’ together would correspond to Frege’s ‘bedeuten’*; K. Gödel, “Russell’s Mathematical Logic”, in: P. Benacerraf & H. Putnam, *Philosophy of Mathematics*, p. 450.

¹⁹⁷B. Russell, “On the Nature of Acquaintance”, LK, p. 132.

¹⁹⁸B. Russell, “Acquaintance”, LK, p. 130-131.

¹⁹⁹Ik kwam het concept “first person ontology” voor het eerst tegen in J. Searle, *o.c.*, p. 120. Dit begrip was tevoren al ingevoerd door H.N. Castaneda, “‘He’: Het houdt overduidelijk verband met Benvéniste’s taalkundig “je/tu”-mechanisme. Ook al zal ik het Searliaanse begrip eerstpersoonsontologie ook verder nog gebruiken, het heeft hier niets te maken met zijn theorie over spreekdaden (Theory of Speech Acts), waarvan ik toen ik mijn analyse van “volstreekte uitingen” maakte, het bestaan niet kende. Deze laatste zijn daarvan trouwens grondig verschillend.

²⁰⁰B. Russell, “Acquaintance”, LK, p. 131.

²⁰¹B. Russell, “The Philosophy of Logical Atomism”, LK, p. XXX.

²⁰²Ironisch genoeg is dit in feite opnieuw een Zeno-paradox! B. Russell, “The Philosophy of Logical Atomism”, LK, p. 203.

“transiency
of the now”

“tenseless
becoming”

Minkowski’s
HERE-NOW”

Ook deze aanpak breekt de onmiddellijke band tussen ‘dit’ en de deictische aantonningskern, want het is duidelijk dat ofwel ‘ik’ aandacht aan iets geeft, ofwel niemand. Daardoor gaat de deictische zekerheid toch weer in rook op, operatie geslaagd, patient overleden. Men kan het ook bekijken vanuit het parallellisme tussen ‘dit’ en ‘hij’: eens de deictische band is gebroken duidt ‘dit’ niets in het bijzonder aan, gelijk ‘hij’ niemand in het bijzonder is, tenzij er iemand wordt *aangewezen*, d.w.z., wanneer er een deictisch centrum actief is. Russell was zich overigens van zijn mislukking bewust: *Every word that we now understand must have a meaning which falls within our present experience; we can never point to an object and say: “this lies outside my present experience”*.²⁰³ Het is bepaald geen toeval dat Grünbaum zijn boek over Zeno begint met een discussie van de psycho-fysische status van het ‘nu’. Hij argumenteert dat wording — als ‘transiency of the now’; vervluchtigend nu-moment — bewustzijnsafhankelijk is. Hij schuift de “important question” naar voren wat een fysisch gebeuren tot *nu* gebeurend gebeuren maakt, en geeft als antwoord: *A physical event such as an explosion can qualify as now in one of the following two ways: (a) someone’s experience of the physical event does so qualify, or (b) if unperceived, the physical event must be simultaneous with another physical event that does so qualify (...) independently of being perceived, physical events themselves qualify at no time as occurring now and hence as such do not become*.²⁰⁴ Dit betekent niet dat al die gebeurtenissen ook letterlijk gelijktijdig hoeven plaats te vinden, iets waarmee ik accoord kan gaan, maar daarna vervalt hij toch weer in ’n soort Heraclietische blunder à la Parmenides: ’t is immers niet zo dat het *nu* niet absoluut kan zijn alleen omdat het van voorbijgaande aard is. De clou is natuurlijk dat door abstractie te maken van de noodzaak om terug te koppelen naar het hier-en-nu *van onszelf* de ervaring opgevat kan worden als *a diversity of “now-contents” which are temporarily ordered (...) with respect to at least one human or other mind-possessing organism M*, waardoor hij in de Russelliaanse cirkel belandt. Hoe lost hij die op? Door het invoeren van de notie “tenseless becoming” tijdloze wording over een niet nader bepaald interval.²⁰⁵ Dit ligt dicht bij Russell’s abstracte sense data, en werkt niet om vergelijkbare redenen. De scheiding van lichaam en ziel die als vooronderstelling in zijn opvatting van “a state of knowing that he has that experience” veronderstelt op haar beurt een ruimtetijdelijke differentiatie die in het hier-en-nu niet bestaat, en behoudt de enig-noodzakelijke betrekking tussen het ‘nu’ en de ‘ervaring’ enkel op straffe van circulariteit. Zo zegt hij bij de bespreking van de oorsprong in een Minkowskediagram als een voorbeeld van “tenseless becoming” (het Minkowskiaanse “Here-NOW” dat toelaat om in ’n relativistischen context toch met zekerheid “Absolute PAST” en “Absolute FUTURE” te bepalen) dat *Minkowski’s “Here-NOW” denotes an arbitrarily chosen event of reference which can be chosen once and for all and continues to qualify as “now” at various times independently of when the diagram is used*. Maar dit komt natuurlijk neer op het omkeren van de afleidingsketen, want het is duidelijk dat alleen omdat ‘ik’ op het hier-nu-punt zit, dat er geen uitwendig absoluut referentiepunt vandoen is, terwijl de vastlegging van absolute ruimtetijdelijke verhoudingen *met betrekking tot een specifieke lichtkegel* wel degelijk

²⁰³B. Russell, “Acquaintance”, *LK*, p. 134. K & K geven een uitstekend overzicht van het probleem, pp. 598-601.

²⁰⁴A. Grünbaum, *o.c.*, p. 19.

²⁰⁵A. Grünbaum, *o.c.*, pp. 15-17.

mogelijk blijven.²⁰⁶ De eerste die het inzicht dat ruimtelijke relativiteit gekoppeld is aan de aanwezigheid van ‘mijn lijf’ als het uiteindelijke centrum van elk individueel inertiael coördinatenstelsel werd ontwikkeld door Henri Poincaré: *L’espace (...) que je pourrais appeler l’espace restreint, était rapporté à des axes de coordonnées liés à mon corps (...)*. Deze ruimte is in eerste instantie het deictisch universum dat ik — letterlijk — kan aanraken door mijn arm uit te steken: *L’espace ainsi créé n’est qu’un petit espace qui ne s’étend pas plus loin que ce que mon bras peut atteindre: l’intervention de la mémoire est nécessaire pour en reculer les limites.*²⁰⁷ Het geheugen, dat de fysiologische geschiedenis van de door ons lichaam uitgevoerde bewegingen registreert, laat mij toe deze begrenzing die mij omgeeft verder uit te breiden (wat impliceert dat onbeweeglijke dieren nooit een ruimtelijk bewustzijn kunnen ontwikkelen): *en faisant de mouvements qui nous remplacent vis-à-vis de l’objet mobile dans la même situation relative.*²⁰⁸ Hoe dan gaan we over van *l’espace restreint* naar *l’espace étendu*? *Nous définissons un point par la suite de mouvements qu’il convient de faire pour l’atteindre à partir d’une certaine position initiale du corps. Les axes sont donc liés à cette position initiale du corps.*²⁰⁹ De fysische uitdrukking van deze mentale ingreep zijn nu juist de transformaties die toelaten de overgang van het ene referentiestelsel naar het andere te beschrijven. Dit is de context waarbinnen Poincaré’s dieptenanalyse van signaaluitwisseling tussen onderling inertiael bewegende waarnemers met behulp van eindig-snelle lichtstralen dient te worden begrepen.²¹⁰ Logisch gesproken kan deze “sequence de mouvements” in verband worden gebracht met modale bereikbaarheid, en werpt zodoende een ander licht op de interpretatie van veelwerldensemantiek. Relativiteit zou dan een model zijn voor modale logica!²¹¹ Het lijkt redelijk te veronderstellen dat de paradoxen zo caractristiek voor de Speciale Relativiteitstheorie (SRT) voortkomen uit de aanwezigheid van een tweede; ditmaal abstract en dus derdepersoons *absolutum c*, de lichtsnelheid, bovenop de onrelatieve IHN-absoluta die de centra zijn van de deictische zijnsferen die aan den oorsprong liggen van elk inertiael referentiestelsel.²¹² Ik laat het verdere onderzoek van deze hypothese nu liggen voor toekomstig werk.

Poincaré’s
“espace
restreint et
étendu”

²⁰⁶A. Grünbaum, *o.c.*, p. 15.

²⁰⁷H. Poincaré, *Méthode*, p. 92.

²⁰⁸SHYP, p. 83.

²⁰⁹The quotes stem from an article published originally in 1907: H. Poincaré, “La Relativité de L’Espace”, reprinted in *Science et Méthode*, pp. 83-101. Hij had dit onderwerp eerder al behandeld in SHYP, p. 77 sq.

²¹⁰H. Poincaré, “L’état actuel et l’avenir de la physique mathématique”, *Bull. Sci. Math.*, 2, 28, p. 317 sq., 1904. Reprinted in *La SVAL*, chapters VII, VIII & IX, Flammarion, Paris, 1905.

²¹¹Over de notie “modal accesibility” zie men S. Kripke, “Semantic analysis of modal logic I, normal propositional calculi”, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 9, 67-96, 1963. For a general overview: J. Garson, “Modal Logic”, STF (Winter 2003 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/win2003/entries/logic-modal/>. Ik dank dit inzicht aan een discussie met Sonja Smets (VUB).

²¹²Misschien is de *psycho-mécanique du langage* ontwikkeld door G. Guillaume doorheen zijn onderzoekingen in de vergelijkende taalkunde hier eveneens een interessante indicator. Een bekend boek over werkwoordelijke tijdsmanifestaties begint met een frappante observatie: *L’architecture du temps diffère beaucoup d’une langue à l’autre, que la comparaison ait lieu entre langues appartenant à des familles différentes ou entre langues apparentées, comme le sont les langues indo-européennes. (...) Il n’est qu’un point sur lequel les cinq langues précitées s’accordent: l’unité du présent.* G. Guillaume, *Temps et Verbe. Théorie des aspects, des modes et des temps*, H. Champion, Paris, 1970, p. 1. My bold.

“ik besta niet”
en “valse
feiten”

Tenslotte kunnen we proberen alle draden bijeen te brengen en de buit volledig binnen te rijven door een relatie te definiëren die noodzakelijkerwijze standhoudt tussen het domein van het logische en het domein het taalkundige. Hoe? Opnieuw door ons te wenden tot Benveniste's deictica. Want inderdaad, er bestaat een unieke en on-dubbelzinnige betrekking tussen het deictische en het semantische vlak: *it is very interesting that there is at least one designation whose use does always guarantee the truth of its implication for the hearer as well as for the speaker. This is the word 'I'*. Het zal ons dan niet verbazen dat zowel Augustinus als Descartes er zo'n levendige belangstelling voor hadden!²¹³ Het kan echter niet dienen als basis voor een abstracte waarheidstheorie, omdat het altijd “shifts”, verschuift met de spreker mee.²¹⁴ Het is desalniettemin juist dit individuerend vermogen waar het zijn waarheidstoekkennende kracht aan ontleent. Dit kan logisch onomstotelijk worden aangetoond, vreemd genoeg door middel van de negatie. *Whereas 'You do not exist' and 'this does not exist' are merely self-stultifying remarks, 'I do not exist' is self-refuting. For the denial of existence is incompatible not only with the existential proposition implied by the use of the subject term, but also with the fact that the remark has been made.*²¹⁵ Benveniste's “je” als “instance de discours” belichaamt de basisvoorwaarde voor logische noodzaak door een soort ‘Ur’-*reductio* die voor haar functioneren niets anders nodig heeft dan het feit van geuit te worden. Hier ligt de diepere reden voor het falen van Russells sense data-theorie: het deictische gewicht verplaatsen wèg van ‘ik’ en op de schouders van ‘dit’ noopte hem de concrete centra der deictische zijnsferen — de aantonningskernen — te vervangen door een abstract en willekeurig theoretisch substraat dat de notie van “acquaintance” betekenis moet geven, terwijl er geen sprekend wereldcentrum meer in te vinden is. *The nature of true and false propositions was a problem Russell struggled with throughout his life. His theories were driven by the paradoxes, by the view that true propositions are made true by the facts, and by the certainty that there were no such things as “false facts” to make false propositions false.*²¹⁶

Ik-Hier-Nu en
volstreckte uitin-
gen

Aan het eind van eerste hoofdstuk stelde ik reeds voor om deze eerstpersoon-sontologie waarin ‘spreken’ — dus, in de antieke mentaliteit — ‘denken’ en ‘zijn’ samenvallen, waarin ‘zijn’ en ‘iets zijn’ samenvallen en waarin geen tijdruimtelijke differentiatie of mentale loskoppeling bestaat **Ik-Hier-Nu of IHN-standpunt** te noemen, en de logico-linguïstische aanduidende taaldaden die ermee gepaard gaan **volstreckte uitingen** (in 't Engels: I-Here-Now en absolute utterances). Deze letterlijke standpunten, waarin lijfelijk aanwezig wezenlijk (!) is — want spreken kunt ge alleen door uw mond —, en de ermee gepaard gaande uitingen brengen elk individu keer op keer opnieuw tot stand en zijn geldig voor elkeen (“elckerlic”) op gelijke en tegelijk altijd verschillende wijze, want niemand lan hier -en-nu zijn waar gij zijt. Zodus is ieders zi-

²¹³K & K, p. 599 – my bold. One of the rare in depth investigations of both the ontological and semantical issues at stake (in relation to these authors) is to be found in: G.E.M. Anscombe, “The First Person”; in: S. Guttenplan (ed.), *Mind and Language*, Clarendon, Oxford, 1975.

²¹⁴D. Kaplan, “On the logic of demonstratives”, *The Journal of Philosophical Logic*, 8, 1979; J. Perry, “Indexicals and Demonstratives”, in: R. Hale and C. Wright, eds., *Companion to the Philosophy of Language*, Oxford: Blackwell, 1997.]

²¹⁵K & K, p. 599.

²¹⁶Barwise and Etchemendy, *Liar*, p. 27.

jnsspheer door hen tot stand gebracht en afgebakend, evenwel zonder er een vaste grens aan te stellen, zodat uiteindelijk iedere zijns-spheer samenvalt met de Voorsocratische *deze wereld*. Deze wereld heeft en ontelbaar aantal verschillende, geldige wereldcentra, die ervoor garant staan dat echte communicatie mogelijk is: perspectivisme (à la Nietzsche) heeft alleen zin als er desondanks een wereld is waaraan we allen deelhebben. Ik stel dat het dit is wat Parmenides bedoelde toen hij zei dat *deze wereld* is *ἐὐκύκλου σφάιρης ἐναλίγκιον* [als 'n welgeronden bol] [DK 28B 8]; en niet, zoals meestal wordt gedacht, een of ander naïef “cosmologisch” prentje. *Il n'y a pas de cosmogonie malgré l'apparence, parce qu'il n'y a pas de représentation (...)*²¹⁷ In *deze wereld* is de scheiding tussen ziel en lichaam immers ondenk- en dus onbevatbaar.

²¹⁷J. Bollack, H. Wismann, *Héraclite ou la séparation*, Editions de Minuit, Paris, 1972, p. 49.

HOOFDSTUK 4

ZENO'S PARADOXEN EEN CARDINAAL PROBLEEM

*No one has ever touched Zeno without refuting
him, and every century thinks it worthwhile
to refute him.*

A.N. Whitehead, *Essays in Science and Philosophy*

§1. INLEIDING.— Het zal wel niemand verbazen dat onze bespreking van de moderne opvattingen over paradoxen samen met onze kritische lezing van de gemeenlijke ideeën over het Voorsocratische denken ons bij Zeno doen aanbellen. In de volgende bladzijden zal er getracht worden aan te tonen dat de standaardvisie op Zeno's paradoxen onhoudbaar is, een beetje in den geest van Barwise en Etchemendy, wanneer zij schrijven:

*Logicians, it is said, abhor ambiguity but love paradox. Perhaps that is why they are so inclined to give formal prescriptions for avoiding the famous Liar paradox, but so loathe to diagnose the underlying problem that gives rise to it. Despite its antiquity, and its genuine importance, **no adequate analysis of it has ever been given**, or so we feel. Since it clearly involves the most basic semantic notions — truth, reference, and negation, and little else — this lack of understanding calls into question the very foundations of the semantical enterprise.¹*

Op basis van een grondige lezing van het in de bronnen aanwezige tekstmateriaal zullen we recht kunnen doen aan Simplicius' wijd en zijd genegeerde getuigenis: *In his book, in which many arguments are put forward, he shows **in each** that a man who says that there is a **plurality** is stating something **contradictory*** [DK 29B 2]. Het zal er dus op aankomen te tonen dat een onderliggende gemeenschappelijke structuur in zowel de Veelheidsparadoxen (VP) en de Bewegingsparadoxen (BP) aanwezig is, die bovendien wezenlijk is voor de correcte interpretatie van *al* Zeno's argumenten.² Deze structuur

¹J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar. An Essay on Truth and Circularity*, Oxford University Press, N.Y./Oxford, 1987, p. 3. Mijn accentuering.

²In dit opzicht is Owen een voorloper, al is onze analyse van Zeno heel anders dan die van hem. Men zie G.E.L. Owen, "Zeno and the mathematicians", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 8, 1957.

*deictisch
realisme*

omvat het concept van een oneindige “deling door en door”, rustend op het stevige fundament van Parmenides’ werkelijkheidsarticulatie die, zoals we reeds uitvoerig zagen, samengevat kan worden in het deictische dictum τὸ ἐὸν ἔστι: “het nu-Zijn is”.³ Het kernpunt komt dan duidelijk naar voren: Zeno’s delingsprocedure — en dus ook alle argumenten erop gebaseerd — *vooronderstelt geen tijd, noch ruimte!* Deling vindt gelijktijdig, simultaan plaats, op een uitgebreid voorwerp dat in de zinnelijke gewaarwording gegeven is, niet meer noch minder. Dit geldt zoals gezegd voor zowel VP ald BP. Een ander en ermee samenhangend kenmerk van Zeno’s denkwijze dat wel aan eerherstel toe is, is zijn uitgesproken, maar niettemin door latere commentatoren dikwijls vlakaf ontkende phaenomenologisch realisme. Gezien de onwelkome metaphysische connotaties van dien term zal ik het in het volgende over Zeno’s *deictisch*realisme hebben. Inderdaad, Zeno ontkent nooit en nergens de werkelijkheid van veelheid of beweging. Zijn argumenten zijn dan ook geen *reductio*, een populaire opvatting ten spijt, om de eenvoudige reden dat het logische vooroordeel dat iets dat paradoxaal is alleen al om die reden niet “echt” kan bestaan hem nog onbekend is, omdat de logische scheidingsontologie die voor zo’n hypothetisch gerichte denkstrategie noodzakelijk is, nog moet worden uitgevonden. Wanneer hij spreekt doet hij dat op Voorsocratische wijze niet over een mogelijke wereld maar over *deze wereld hier*: κόσμος τὸδε noemt Heraclitus haar [DK 22B 30].⁴ Zeno toont alleen aan dat iemand die een veelheid uitspreekt, onvermijdelijk een cotradictie uitspreekt, precies zoals Simplicius ons meldt. In wat traditioneel als de Veelheidsargumenten beschouwd worden verschijnt deze tegenspraak in de gestalte der μέγαλα καὶ μικρὰ, de groten-en-kleinen [DK 29B 1]. Het zal mogelijk blijken ook BP onder VP onder te brengen. Vervolgens zullen we tonen hoe de standaardvisie op BP teruggewonnen kan worden uit VP door de invoering van een onzenoonse tijdspraemisse, die de paradoxale bewegingsargumenten doet toeklappen tot loutere problemen, die door middel van op Aristoteles’ potentieel oneindige teruggaande limietconcepten kunnen worden benaderd en opgelost. Met het aantal boeken die er aanspraak op maken één of meerdere paradoxen van Zeno definitief onschadelijk te hebben gemaakt en deze die dat vervolgens weer ontkennen kan men een behoorlijke seminariebibliotheek vullen, en wel een die blijft aangroeien. Ook de heden in zwang zijnde oplossingen voldoen alle aan dat patroon. We zullen tenslotte een wiskundige voorstelling van Zeno’s procedure bouwen die deze mankementen niet vertoont en daarmee volledig recht doet aan Aristoteles onbegrepen, en opmerkelijk genoeg nooit met Zeno in verband gebrachte, gezegde: *For in two ways it can be said that a distance or a period or any other continuum is infinite, viz., with respect to the partitions or with respect to the parts* [*Phys. Z*, 2, 263a (24-26)].

Ik geef om te beginnen een overzicht van de in de bronnen overgeleverde paradoxen van Zeno. Het is niet mijn bedoeling hier een zelfs maar bij benadering uitputtend overzicht van alle mogelijke tekstuele varianten en de ervoor gestelde oplossingen te geven (een exegese van de tekstcritiek van het ganse Aristotelische corpus en

³L. Couloubaritsis, o.m. in *Aux origines de la philosophie européenne*, De Boeck, Bruxelles, 1992, p. 123. Zie ook K. Riezler, *Parmenides. Text, Übersetzung, Einführung und Interpretation*, Vittorio Klostermann, Frankfurt, 1970, p. 45-50.

⁴Conche vertaalt met “ce monde-ci”. M. Conche, *Héraclite. Fragments*, Presses Universitaires de France, 1998 [1986], pp. 279-280.

zijn commentatoren staat bepaald niet op ons programma), enkel van te tonen dat inderdaad ook eventuele varianten evenmin tot een ongecontesteerde oplossing hebben geleid.⁵ Het kwam reeds ter sprake dat de textuele overlevering van de Voorsocratische denkers een apart probleem stelt. Volsta het hier op te merken dat wij geen boek of zelfs maar uitgebreid tekstfragment in Zeno's eigen woorden bezitten. We beschikken over de beperking door andere auteurs, waarin af en toe een paar woordelijke fragmenten opduiken. Het 'uitprepareren' van die woordelijke citaten uit den context van 'n lopenden tekst is een kunde in zijn eigen; het raadplegen van de aldus tot stand gekomen "tekstcritische edities" op zich geen sinecure. Ik stel niettemin vast dat rechtstreekse toegang tot de bronnen even cruciaal is voor een goed begrip van Zeno als kennis van moderne logica en wiskunde. Naast hun achtergrond en voorgeschiedenis is dus ook de precieze redactie der overgeleverde fragmenten van belang, en niet enkel omdat zij als leidraad kan dienen bij de studie hunner *nachleben*.⁶ Aan deze bronnen heb ik een aantal hedendaagse vertalingen en commentaren getoetst, in den hoop tot zoiets als een aanvaardbare tekstweergave in het Nederlands te komen.⁷ Volgens de overlevering was Zeno een leerling van Parmenides van Elea.⁸ Zijn bloeiperiode moet in het midden van den vijfden eeuw gesitueerd worden. Diogenes vertelt in zijn *Leven en leer van beroemde filosofen* dat Zeno de tyran Nearchus wilde ombrengen, maar betrapt werd en de marteldood stierf.⁹ Een dergelijk verhaal doet merkwaardig genoeg ook over Heraclitus de ronde. Andere versies van het verhaal zijn door Diels en Kranz bijeengebracht ([DK 29A 1, 2, 6, 8, 9]). Zeno wordt sinds Aristoteles als de grondlegger van de dialectiek beschouwd. Zijn argumenten worden traditioneel opgevat als een verdediging van de 'metaphysische' stelling van zijn leermeester dat verandering, beweging en veelheid een illusie zijn. Wij zullen ook deze traditionele receptie verderop aan een kritisch onderzoek onderwerpen, maar er hier voorlopig vrede mee nemen. Er vallen

bronnen

Zeno's paradoxen

⁵Zo laat ik in mijn bespreking van de fragmenten de passages in Themistius en Philoponus grotendeels buiten beschouwing, omdat ze weinig meer dan paraphrasen geven. Daar waar hun werk als bron toch verheldering brengt, zal er naartoe worden verwezen in de commentaar.

⁶We deden opnieuw beroep op H. Diels en W. Kranz [DK], waarvan ik ook hier de nummering aanhoud: *Fragmente der Vorsokratiker*, erster Band, Weidmann, Dublin, Zürich, 1996 [1951]. Voor de contextus van sommige fragmenten raadpleegde ik H. Diels, *Doxographi Graeci*, W. De Gruyter, Berolini et Lipsiae, 1929. Belangrijk specifiek voor Zeno (en Parmenides) is de enige moderne tekstcritische uitgave van Simplicius' Aristotelescommentaar: H. Diels, *Simplicius. In Aristoteles physicorum libros quattuor priores et posteriores commentaria*, 2 vols., W. De Gruyter, Berolini, 1882/1895., Cambridge University Press, Cambridge, 1936. De monumentale uitgave der Kerkvaders [MIGNE] heeft bij gelegenheid ook weer haar diensten bewezen: Abbé J.-P. Migne, "Patrologia Graeca" *Collection integrale et universelle des orateurs sacrés*, 166 vols., Paris, 1844-1856.

⁷Een bruikbare en becommentarieerde Nederlandse vertaling is J. Mansfeld [MS], *Het leerdicht en de paradoxen. Parmenides, Zeno: fragmenten*, Agora editie, Kampen, 1988. Verder richtte ik mij, naast het reeds vermelde lemma uit de *Stanford Encyclopedia* [STF], als algemene richtlijn voor de vertaling en voor commentaar voornamelijk op H.D.P. Lee, *Zeno of Elea. A Text, with Translation and Notes*; een zeer nuttige en overzichtelijk becommentarieerde uitgave van het beschikbare materiaal. Ook G.S. Kirk, J.E. Raven and M. Schofield [KRS], *The Presocratic Philosophers. A critical history with a selection of texts*, CUP, Cambridge, 1983, alsook de drie artikelen van G. Vlastos [VLAS] in vol. I van de bundel *Studies in Greek Philosophy*, PUP, Princeton, 1993: "Zeno's Race Course: With an Appendix on the Achilles", p. 189 sq.; "A note on Zeno's Arrow", p. 205 sq.; "A Zenonian Argument Against Plurality", p. 219 sq.

⁸Diog., *vitae*, viii, 56. Plato [*Parmenides*, 127(b)], nooit om een literair verantwoorde roddel verlegen, suggereert zelfs dat ze geliefden zijn geweest. Het zal duidelijk zijn dat hieromtrent in feite niets met zekerheid bekend is. . .

⁹Diog., *Vit.*, ix, 27.

inderdaad twee onderscheidbare soorten paradoxen in de overlevering te onderkennen. Een eerste soort betreft de **problematiek van het Ene en het Vele**, of hoe een deel staat tot zijn geheel. Zij worden de Paradoxen der Veelheid genoemd; zij genoten aanvankelijk vooral de aandacht van **Plato**. Zeno's vier bekendste paradoxen zijn echter de Bewegingsparadoxen — Achilles en de Schildpad, de Pijl, de Hardloper en het Stadion —, beroemd geworden door **Aristoteles'** bespreking. Zij fungeren samen met de paradoxen der veelheid als paradigmata, waartoe zo goed als alle latere varianten kunnen worden herleid¹⁰, meestal omdat ze slechts in een nieuw anecdotisch jasje gegoten worden, maar ook omdat ze in een nieuwe vorm aantonen dat oude 'oplossingen' ofwel het probleem naar een — meestal meer abstract — niveau verschuiven, dan wel helemaal geen oplossingen zijn.¹¹ Want hoezeer het ook duidelijk is dat wij wiskundig gezien enorm veel hebben bijgeleerd gedurende de laatste 150 jaar, iemand die simpelweg beweert dat de paradoxen van Zeno ondertussen zijn 'opgelost' geeft er mijns inziens enkel blijk van ze nog nooit te hebben gelezen.¹² Hedendaagse, exact-wetenschappelijk geïnspireerde commentatoren echter, wanneer ze al met de fragmenten zelf werken, zien dikwijls niet eens het onderscheid tussen citaat en commentaar, en trekken glorieus als Don Quichote ten strijde tegen hersenschimmige pseudo-Zenoonse vooronderstellingen, die zij dan ook even glorieus 'overwinnen'.¹³ In werkelijkheid vooronderstelt Zeno bijna niets, zelfs niet het bestaan van abstracties als 'ruimte' en 'tijd'. Wat de huidige stand van de natuurkunde betreft werd het door Zeno opgeworpen probleem kernachtig verwoord door Dijksterhuis: (. . .) *men kan niet begrijpen, hoe de zwaarte het aanlegt om het lichaam snelheid te geven en zoals zo vaak blijkt de gegeven verklaring daarop neer te komen, dat men in het klein intelligibel acht, wat men in het groot verklaren moet. Wij weten echter reeds sedert Zeno van Elea, dat hier een essentiële moeilijkheid van het bewegingsbegrip schuilt (. . .)*.¹⁴ Ik hoef er niet op te wijzen dat deze situatie sinds de publicatie van Dijksterhuis' baanbrekende werk niet wezenlijk is veranderd. Voor wiskunde en logica ligt de zaak ingewikkelder: men ontwikkelt manieren om met de paradox om te gaan binnen een logisch raamwerk, en 'lost' hem daarmee 'op' op een zeker niveau. Hij blijkt echter altijd terug te komen op een hoger 'meta' niveau of in een anderen formelen context. Van Bendegem formuleert het aldus:

¹⁰Een overzicht van de moderne literatuur in N. Huggett, "Zeno's Paradoxes", in STF, <http://plato.stanford.edu/archives/fall2002/entries/paradox-zeno/>

¹¹Een nogal flagrant voorbeeld van het tweede geval is de "Paradox of the Gods" zoals verwoord door J. Bernadete in zijn boek *Infinity*, Clarendon Press, Oxford, pp. 259-260. Het antwoord erop werd geformuleerd door S. Yablo, in een artikel getiteld "A reply to new Zeno"(!) en verscheen in *Analysis*, 2000, vol. 60. Het debat wordt besproken in M. Clark, *o.c.*, p. 64. Yablo kon het overigens niet laten zijn eigen, op een Middeleeuwsen bron gebaseerde, versie van den Leugenaar op te stellen, zie M. Clark, *o.c.*, p. 215-216. Het eerste geval brengt ons bij de moderne wiskunde en de formele logica, waarover dadelijk meer.

¹²De illusie dat de (bewegings-)paradoxen formeel opgelost zouden zijn met "the simple mathematical theory of motion" wordt door W.L. McLaughlin en S.L. Miller de grond ingeboord in hun artikel "An Epistemological Use of Non-Standard Analysis to Answer Zeno's Objections against Motion", *Synthese*, 1992, 92, pp. 371-384.

¹³Bijvoorbeeld in de nochtans degelijke STF; het Stadion. Het probleem wordt grotendeels in Aristoteles' didactisch geïnspireerde herformulering gegeven, die gemakkelijk te weerleggen is: "*The unanimous verdict on Zeno is that he was hopelessly confused about relative velocity in this paradox.*" Niet moeilijk. Maar als er al een reden voor is om vooral Aristoteles' drastische herformulering te geven i.p.v. zijn paraphrase van Zeno's argument zelf, dan wordt die alleszins niet vermeld.

¹⁴E.J. Dijksterhuis, *De mechanisering van het wereldbeeld*, 7th ed., Meulenhof, Amsterdam, 1950-1996, p. 203.

het wiskundig antwoord is een syntactisch antwoord. Het geeft mij een rekenregel die mij toelaat uit te maken dat de som van een oneindig aantal afstanden of de limiet van een verhouding inderdaad eindig kan zijn. Maar dat zegt nog niks over het semantisch vraagstuk: wat moet ik mij voorstellen bij de zin 'De looper doorloopt in een eindige tijd een oneindig aantal steeds kleiner wordende afstandjes'? Of bij de zin: 'De pijl die op ieder ogenblik in rust is, beweegt van A naar B'?¹⁵ 'Syntactisch' betekent dat men de formulering enkel in het licht van de redeneerregels bekijkt, 'semantisch' verwijst naar den band die zij via een of ander model hebben met de werkelijkheid. Op beide vlakken geven Zeno's paradoxen problemen. We komen er nog op terug.

Zeno's paradoxen vallen zoals gezegd in twee grote categorieën uit elkaar: de **paradoxen der veelheid** en de **paradoxen der beweging**. Een aantal minder gemakkelijk plaatsbare paradoxen wordt traditioneel apart gezet onder het kopje **vaagheidsparadoxen**, maar raken in hun problematiek duidelijk aan een of beide van de genoemde soorten; zo bijvoorbeeld de Kaalkop of de Graankorrel. De veelheidsparadoxen tonen aan dat het werkelijke bestaan van menigvuldigheid en verscheidenheid, de bewegingsparadoxen dat het bestaan van verandering (met als speciaal geval: beweging) op het ontologische niveau tot de coïncidentia oppositorum, op kentheoretisch niveau tot strijdigheden, tot conceptuele absurditeiten leidt. Let wel, in deze formulering wordt al stilzwijgend aangenomen dat er dwingend een contradictieprincipe gehoorzaamd moet worden, terwijl dit in Zeno's tijd nog niet bestond. Hij verdedigde zoals reeds aangestipt de stelling van zijn leermeester Parmenides, dat *het nu-Zijn is*. Dit omvat inderdaad de ontologische paradox waarvan sprake. Hier ligt trouwens de oorsprong van het latere begrip 'paradox' *tout court*: uitgaande van zekere hypothesen toont men dat men d.m.v. een geldige redenering tot tegenstrijdige conclusies komt. Zeno's werkwijze is de voorloper van de *reductio ad absurdum*; voorloper omdat er in zijn tijd nog niet zoiets als formuleerbare logische redeneerregels bestonden, omdat er nog geen scheidingsontologie ingevoerd was, een feit waar we onszelf regelmatig van zouden moeten vergewissen. Zeno kent ook nog niet het logische onderscheid tussen onderwerp en praedicaat: *Parmenides use of estin is simultaneously existential and predicative*.¹⁶ Het is duidelijk dat Zeno's argumentatie uit een ontologische (op het 'zijn' als zodanig betrekking hebbend) stellingname voortvloeit, te weten Parmenides' zijnsleer¹⁷, nl. dat τὸ ἐὸν ἐστὶ (Het nu-Zijn is).¹⁸ Het is dus belangrijk precies te bergipen wat deze zijnsleer inhoudt. De klassieken zeggen ons immers dat deze met onze door rationale onderscheidingen gevormde ervaring in tegenspraak is. Op basis van dit fundamentele conflict zal Aristoteles zijn logische wetten formuleren, *voorzien van een ontologisch stabiliserenden onderbouw*. Het heeft dus strict genomen geen enkele zin

¹⁵J.-P. Van Bendegem, *Inleiding tot de moderne logica en wetenschapsfilosofie: een terreinverkenning*, VUBPress, Brussel, 1991, p. 216. Mijn accentuering.

¹⁶Aldus KRS, *o.c.*, p. 246 terecht (zij het niet om de juiste redenen). Dit geldt zeker ook voor Zeno. Dit zal nog merkbaar doorwerken in Plato en Aristoteles. Van de grammaticaal-semantische categoriën die vanaf Aristoteles stilaan in voege komen en hun volle wasdom zullen bereiken bij de Hellenese grammatici, is bij Plato nog geen sprake. Men consultere *onoma, rhema et logos dans le Cratyle et le Sophiste de Platon. Analyse du lexique et analyse du discours*, M. Hoekstra en F. Scheppers, preprint.

¹⁷J. Mansfeld, *o.c.*, p. 93.

¹⁸[DK 28B 6]. Zie o.m. K. Riezler, *Parmenides, Text, Übersetzung, Einführung und Interpretation*, Vittorio Klostermann, Frankfurt a. M., 1970, p. 45-50. Men raadplege ook ons Hoofdstuk II.

Zeno's démarche op grond van een gegeven semantische interpretatie te toetsen aan de hand van logische procedures die pas daarna zijn uitgevonden.¹⁹ Hoewel naar mijn mening evident, zelfs lapidair, is dit een standpunt dat, voor zover ik weet, in de literatuur zelden of nooit wordt ingenomen. Asenjo wees ons er aan het begin van dit werk al op dat dit komt doordat men vaak niet inziet dat een ander vertrekpunt überhaupt mogelijk is. Nochtans ligt dit voor onze vraagstelling voor de hand: in plaats van logische conclusies te trekken uit ontologische praemissen zou men, om zich de eigenlijke impact van Zeno's werk te realiseren, moeten afvragen welk soort ontologie aan den oorsprong van de later geëxpliciteerde 'denkwetten' kon staan, en op welke wijze zij daarin nog altijd formeel opgeslagen ligt. Gotthard Günther kwam in de jaren '50 al vanuit een heel ander gezichtspunt tot dezelfde conclusie:

*There is a very simple translation of the term "ontology". It is the theory of What There Is (Quine). But if this is the case, one rightly expects the discipline to represent a set of statements about "everything". This is just another way of saying that ontology provides us with such general and basic concepts that all aspects of Being or Reality are covered. Consequently all scientific disciplines find their guiding principles and operational maxims grounded in ontology and legitimized by it. Ontology decides whether our logical systems are empty plays with symbols or formal descriptions of what "really" is. (. . .) A system of logic is a formalization of an ontology!*²⁰

Zeno en
Parmenides

Indien de gangbare, doch meestal niet uitgediepte opvatting, dat Zeno het gelijk van zijn leermeester Parmenides wou aantonen, correct is²¹, dan volgen daaruit een aantal dingen die in besprekingen van Zeno's werk veel te weinig worden aangeraakt en die, indien ze wat meer zouden worden uitgediept, voor meer dan één verrassing zouden kunnen zorgen. Het is toch eigenaardig dat in de literatuur nauwelijks de vraag wordt gesteld wat Zeno nu precies *verdedigde*. Er wordt daarentegen maar al te graag uitgeweid over wat of wie hij *aanviel*.²² De reden is natuurlijk eenvoudig. Een stellingname over wie of wat Zeno aanviel bevat in versluierden vorm de kern van de strategie die aangewend zal worden om hem te weerleggen.²³ Ernstig onderzoek naar waar hij zelf voor stond bedreigt een in het Zeno-onderzoek courante praktijk van *petitio principii*, die erin bestaat Zeno vooronderstellingen toe te schrijven die zijn paradoxen

¹⁹J.-P. Van Bendegem geeft (*o.c.*, pp. 216-222) een overzicht van de mogelijke semantische posities aan de hand van drie criteria: consistentie, adequaatheid, continuïteit.

²⁰G. Günther, *Cybernetic Ontology and Transjunctional Operations*, BCL publication 68. Photomechanically reproduced from *Self-organizing Systems*, 1962, Yovits, Jacobi and Goldstein Eds., Washington D.C., Spartan Books, 1962, pp. 313-392.

²¹Gebaseerd op Plato, *Parmenides*, 128(c)

²²Er zijn ook andere interpretaties naar voren geschoven die enige weerklank hebben gevonden. Zeno zou zich verzet hebben tegen de wiskundige opvattingen van zijn tijd, meer bepaald zoals verdedigd door de Pythagoreërs. Bijvoorbeeld P. Tannery, "Le concept scientifique du continu. Zénon d'Elée et Georg Cantor", *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, **20**, 1885, 385-416. Zie ook LEE, pp. 8-9.

²³Aristoteles hat nun zwar diese atomistische Auffassung der Zeit dem Zeno selbst zur Last gelegt. Es ist aber sehr die Frage, ob mit Recht. Und um so fraglicher, als aus dem ältesten Zeugnis, das wir über die Tendenz der Zenonischen Dialektik besitzen, nämlich aus dem Anfang den Platonischen Dialogen Parmenides, ganz unzweideutig hervorgeht, daß Zeno mit seinen Paradoxien die Pluralisten hat treffen wollen, die den Monismus seines großen Lehrmeisters Parmenides wegen seiner absurden Konsequenzen verspotteten. H. Hasse und H. Scholz, "Die Grundlagenkrise der Griechischen Mathematik", *Kant-Studien*, **33**, 1928, p. 11.

weerlegbaar maken. Dus, in de literatuur wordt de kwestie op een volgens mij verkeerde, of op zijn minst misleidende, manier gesteld. De vraag is niet: *So whom do Zeno's arguments attack?*²⁴; de vraag is: wat (niet: wie; want dat weten we uit de testimonia) verdedigt hij? Het is wel door 'wie' hij verdedigt dat we — in samenhang met de fragmenten — tot dat 'wat' kunnen komen. Immers, Parmenides' grondstelling is niet "het Al is Een"²⁵, of "het Al is onbeweeglijk", of iets van die strekking. Dat zijn allemaal maar gevolgtrekkingen uit het door den Eleaat gearticuleerde ontologische besef dat τὸ ἐὸν ἐστὶ (het nu-Zijn is) [DK 28B 6]. Met deze metaphysische lezing van den Eleaat voor ogen is het niet te verwonderen dat een bepaalde opvatting, namelijk dat Zeno de uitvinder zou zijn van het bewijs uit het ongerijmde als *existentiebewijs*, dikwijls terugkeert. Zelfs een grootmeester als Vlastos stelt zelfverzekerd: *Three distinct inferential sequences are joined to form a unified argument, exhibiting, probably for the first time in a philosophical context, the reductio in its most powerful form, "if P, then C and not-C. [Therefore not-P.]"*²⁶ Maar van het tussen haakjes geplaatste besluit is er in het materiaal nergens een spoor terug te vinden. Er zal in het vervolg aangetoond worden dat de twee soorten paradoxen zelf terug te brengen zijn tot één grondtype, de **paradox van Zijn en niet-Zijn**, een feit dat ons toegang verschaft tot het kruispunt waar Zeno's elkander naar het schijnt tegensprekende voorgangers Heraclitus en Parmenides elkaar ontmoeten. Vanop deze plek zal een ander perspectief op een aantal filosofisch relevante kwesties zich voor ons openen, maar daarover later meer. Wij zullen ons nu eerst met de overgeleverde teksten en hun voornaamste interpretaties bezighouden. We nemen volgend commentaar van Simplicius als leidraad: *κατὰ τὸ πλῆθος ἄπειρον ἐκ τῆς διχοτομίας ἔδειξε [Thus] he demonstrated numerical infinity by means of dichotomy. [Phys., 140 (27)].* Hierbij kunnen onmiddellijk drie zaken worden opgemerkt. Teneerste is de wijs waarin het hoofdwerkwoord staat verre van willekeurig gekozen. De gebruikte vervoeging is ἔδειξε, de persoon enkelvoud van den aorist van δεικνύωαι [deiknunai] ('tonen', 'aantonen', vandaar: '(be)wijzen'), om duidelijk te maken dat Zeno dit voor eens en altijd bewezen heeft, gelijk wij spreken over "Gödel's bewijs" om te verwijzen naar een verworven en vaststaand resultaat. Ten tweed er het woord *apeiron*, gewoonlijk vertaald als 'oneindig', dat in Zeno's eigen tekst opduikt en afgeleid is van het archaische *a-peirar*; waarin *πεῖραρ* betekent: koord, knoop of band²⁷, dus iets dat van buitenuit op of rond iets gelegd wordt om het af te grenzen van de rest. Het duidt dus zeker niet op een intrinsieke grens of limiet. Het is zoals bij de omheining die een weide afsluit. Van *Okeanos*, de oerzee, wordt gezegd dat hij *apeiron* is; het beeld is daar dat van een eenzaam schip dat drijft midden op de eindeloze oceaan, zonder dat er land in zicht is. Dus wanneer het gebruikt wordt om een abstract phaenomeen of proces te beschrijven zal de connotatie zijn: 'ononderbroken, niet door iets of iemand van buitenaf gestopt'. Men zal zich de "banden der Noodzaak" uit Parmenides' gedicht herinneren [DK 28B 8 (30)]. Ten derde

*de paradox van
Zijn en niet-Zijn*

²⁴N. Huggett, "Zeno's Paradoxes", STF; Dit komt waarschijnlijk omdat Aristoteles aan hem de uitvinding van de dialectiek toedicht. zie Diogenes Laërtius, verwijzend naar Aristoteles *Sophistes*, die verloren is. Diog., *vitae*, viii, 57.

²⁵Plato, *Parmenides*, 128(a).

²⁶VLAS, pp. 219-240. De haakjes zijn van Vlastos zelf.

²⁷R.B. Onians, *The Origins of European Thought*, Cambridge University Press, Cambridge, 1951[1994], p. 314-317; 332 sq.

deictische
uitgebreidheid

en laatste, het woord *διχοτομία* [dichotomy] komt *niet* voor in Zeno's eigen tekst, en we weten dat dat niet ligt aan een tekort aan relevante fragmenten. Hoe kunnen we dan zeker zijn dat Zeno dergelijke deling op het oog had? We zullen dadelijk zien waarom de *procedure* die Zeno beschrijft niets anders kan zijn dan een 'deling door en door'. Maar er zijn nog andere daarmee verband houdende getuigenissen. een fragment dat door Porphyrius aan Parmenides wordt toegeschreven maakt uitdrukkelijk melding van *διάρπτεον* [deling]. Simplicius [*Phys.*, 140 (21)] wijst er ons op dat deze toewijzing verkeerd moet zijn: *For no such arguments figure among the Parmenidean [texts] and the majority of our information refers the difficulty from dichotomy to Zeno.* Dit wordt door Philoponus bevestigd [*In Physica* 80(26-27)].²⁸ In Porphyrius' tekst wordt gezegd: *since it is alike throughout πάντη [pantēi], if it is divisible, it will be divisible throughout alike, not just here but not there.*²⁹ Het belang van de woorden 'here' en 'there' kan moeilijk worden overschat, omdat Zeno ze gebruikt om op deictische wijze uitgebreidheid te definiëren. Dit moeten we voor ogen houden als we de fragmenten lezen. Er volgt uit dat we eigenlijk geen andere dan louter conventionele onderverdelingen in verschillende soorten Zeno-paradoxen kunnen maken. Anders gezegd, al die paradoxen tonen verschillende aspecten van één ontologisch grondfeit, en komen dus uiteindelijk allemaal op hetzelfde neer. Dat houdt ook in dat de argumenten van Zeno *aan elkaar* toetsbaar moeten zijn, en dat interpretaties of oplossingen van Zeno's paradoxen die geen recht doen aan dit basisgegeven als onvoldoend van de hand moeten worden gewezen. Vanuit deze optiek is het 'probleem' van de structuur van Zeno's boek, te weten: "het is een boek over veelheidsparadoxen"³⁰ versus "het is een boek over bewegingsparadoxen".³¹ een nonprobleem, zonder dat gezegd moet worden dat een van de twee Zeno 'verkeerd' heeft begrepen. Plato geeft ons trouwens een interessante vingerwijzing in die richting: (. . .) *meent gij dat elk uwer argumenten dààrvan een bewijs is, zodat, volgens u, al uw argumenten evenveel bewijzen zijn dat het Vele niet bestaat?*³² Zowel dit gemeenschappelijke grondkenmerk als de onderlinge toetsbaarheid zullen in de hiernavolgende tekstcommentaar aan bod komen.

§2. DE PARADOXEN DER VEELHEID.— Ik vermeldde reeds dat in de bronnen de eenheid van Zeno's argumenten als zijnde allemaal veelheidsargumenten benadrukt wordt. We zullen in de volgende paragraaf om te beginnen de belangrijkste fragmenten die traditioneel als de veelheidsargumenten beschouwd worden in detail lezen, met als bedoeling een beter zicht te krijgen op zowel oorsprong en betekenis voor Zeno van 'veelheid'. Waarom is "veelheid" een probleem? Wat wordt er eigenlijk bedoeld met veelheid? Een hoop patatten op tafel is niet één patat, het zijn er veel. Maar een

²⁸LEE, p. 22. S. Makin, "Zeno on Plurality" *Phronesis*, 27, 1982, pp. 223-238, geeft ook nog Themistius' commentaar op de *Physica* als verder bewijsmateriaal. Ik volg Vlastos voor de emendatie van het woord "texts" in het geciteerde fragment; VLAS, p. 231. Maar zelfs al stamde het fragment toch van Parmenides dan zou het nog zijn relevantie niet verliezen, gezien de dichte doctrinaire verwantschap tussen de twee mannen; vgl. W.E. Abraham, "The nature of Zeno's Argument Against Plurality in [DK 29B 1]", *Phronesis*, 17, 1972, pp. 40-52.

²⁹VLAS, p. 229; LEE, pp. 12, 20-23. Een zeer verwante formulering is te vinden in Aristoteles' boek over wording en vergaan, [*De gen. et cor.*, I. 2, 316a16 sq. and 325 a8].

³⁰Plato, *Parmenides*, 127(d)-128(a).

³¹Aristoteles, *Physica*, zie verder. Dit antagonisme wordt besproken in KRS, p. 264-265.

³²*Parmenides*, 127(e). Mijn accentuering.

verzameling bakstenen is nog geen huis. Een mens bestaat uit meerdere organen en een hand heeft vijf vingers. Er liggen (oneindig) veel punten op een lijnstuk. Er gaan duizend meters in een kilometer, duizend millimeters in een meter, duizend micrometers in een millimeter, &c. We voelen intuïtief aan dat, hoewel al deze gevallen iets gemeenschappelijks hebben, ze toch niet *hetzelfde* zijn. De ene keer spreken we over een hoop van iets waar ge er telkens eentje af kunt nemen, en alzo de hoop kleiner (of omgekeerd, groter) maken. Alle orgaantransplantaties ten spijt is het duidelijk dat dit in het geval van een levend organisme anders in mekaar zit. Het gaat erom dat in het laatste geval het geheel meer is dan de som van de delen. Maar ook daarmee zijn de problemen niet van de baan. Een mens zonder hart gaat dood, maar een hand met vier vingers is nog altijd een hand? En een huis bestaat toch ook uit veel bakstenen. Hoe dikwijls ge een millimeter kunt blijven onderverdelen is verre van duidelijk. Stopt dat wel ergens? En is er iemand die echt begrijpt wat er bedoeld wordt met de zin: “een lijnstuk heeft oneindig veel punten”? Wij moeten ons om te beginnen afvragen of Zeno al deze typegevallen op het oog heeft, dan wel een of ander specifiek geval. Ik ben van oordeel dat er met meer aandacht dan gebruikelijk gekeken moet worden naar de veruit oudste bron die ons ter beschikking staat in verband met deze kwesties: Plato's dialoog *Parmenides*. Niet dat Plato met deze dialoog niet overduidelijk een onderdeel van zijn eigen filosofisch project uitgewerkt heeft, en wel door aan Zeno die elementen te ontleen die het meest geschikt waren ter toetsing van de stevigheid van zijn *deelname-of-participatietheorie*, waarin vastgesteld wordt hoe concrete enkelingen uit de wereld der verschijnselen deel hebben aan de volstrekte en volkomen Vorm of Idee waarvan zij een weerspiegeling zijn. Het ligt voor de hand dat in de deelnametheorie het probleem van het Ene en het Vele een centrale plaats inneemt. Plato's intellectuele opzet omvat m.a.w. een metafysisch en methodisch kader dat aan Zeno zelf nog onbekend was. (...) *it was ἔνδοξα [common places] on the subject of motion and plurality (...) that Zeno was concerned to discredit by taking them as premises and showing that the conclusions which they involved are absurd.*³³ Zijn boek bevatte *πολλὰ ἐπιχειρήματα [many arguments]*, zegt Simplicius [DK 29B 2], en Proclus schrijft in zijn commentaar op *Parmenides* [DK 29A 15] dat Zeno veertig paradoxen der veelheid vermeldt en systematisch bediscussieert. Van al dat materiaal schiet er maar een heel klein beetje aan letterlijke citaten over. Maar ik denk toch dat het ongeoorloofd is daaruit te concluderen dat hetgeen we te lezen krijgen niet de kern van Zeno's veelheidsargumenten zelf bevat, en wel vooral in de ontologische kenmerken die voortvloeien uit de hypothese dat het Ene *een* is, zowel als uit de eraan tegengestelde kenmerken die voortvloeien uit de hypothese dat het Ene *is*. Plato toont hier eigenlijk aan dat *Parmenides'* positie de *coincidentia oppositorum* in zich sluit, iets waar ik nog uitvoerig op terug ga komen in een volgend hoofdstuk. Terwijl we onthouden dat dit Plato's presentatie is van Zeno's (anti-)veelheidsargumenten — en eigenlijk van den veelheidsarm van *Parmenides'* ontologische grondstelling —, blijven we ons de uitspraak uit [*Parmenides*, 127(e)] indachtig dat alle argumenten tellen als bewijs, en dat we dus geen enkele van deze kenmerken *a priori* aan *Parmenides/Zeno* mogen toeschrijven, tenzij dan dit ene: dat het Zijn *is*.

*Plato:
veelheid*

³³LEE, p. 7.

De tweede paradox der veelheid (volledige deelbaarheid) [DK 29B 3]

[Simpl., *Phys*, 140 (27)] *Wanneer Zeno opnieuw toont dat als er veelheid is, dezelfde onbegrensd en begrensd is, schrijft hij woordelijk: 'Als er vele zijn, dan moeten er noodzakelijkerwijze juist zoveel zijn als er echt zijn, nog meer, noch minder. Maar wanneer er juist evenveel zijn als er zijn, dan moeten ze eindig [begrensd, peperasmēna] zijn. Als er vele zijn, dan zijn de zijnden oneindig [onbegrensd, apeiron], want er zijn altijd andere [hetera] tussen [metaxu] de zijnden, en tussen die opnieuw andere.' En zodoende toonde hij het onbegrensd aantal aan vanuit de tweedeling [dichotomie].*

*deling tot
in het oneindige*

Het probleem van de veelheid wordt hier gesteld in termen van de relatie tussen deel en geheel, een relatie die zelf aanschouwelijk wordt gemaakt door de gevolgen van het in stukken delen van een enkeling tot in zijn uiterste consequenties na te gaan. Hoe weten wij dat Zeno een 'deling tot in het oneindige' op het oog heeft? Dat het om iets dat een onbeperkt aantal keren herhaald wordt gaat, blijkt uit den zin: *Het is hetzelfde dit een keer te zeggen en het altijd opnieuw te zeggen*. Men zou kunnen opmerken dat Zeno het woord *deling* zelf nergens gebruikt. Het valt echter moeilijk in te zien wat anders het procédé kan geweest zijn waardoor uit een zijnde met uitgebreidheid - meer wordt er niet over gezegd - telkens twee afgescheiden (Zeno zegt: "uitstekende") stukken voortkomen. In een door Porphyrius aan Parmenides toegeschreven fragment³⁴ komt overigens het woord *διὰ πτερον* (*deling*) wel degelijk voor. Hoe kunnen wij ons deze deling voorstellen? Nemen we een denkbeeldige gecalibreerde maatstok van een meter lengte dien we in tweeën snijden.³⁵ Er zijn nu twee mogelijke manieren om 'deling tot in het oneindige' op te vatten.

*een model:
deling van een
maatstok*

Ten eerste kunnen we een van de twee helften nemen en daarmee verder werken: we delen die weer in twee, we nemen opnieuw een van de twee bekomen delen en delen in twee, enzovoort, *ad infinitum*. We krijgen een rij zelf niet verder verdeelde, steeds kleiner wordende delen, te beginnen met 1/2 van den oorspronkelijken maatstok, 1/4, 1/8, &c. De totale lengte bekomen door deze delen bij elkaar te voegen is de som over de rij breuken $\sum \frac{1}{2^n}$, d.i. de meetkundige reeks. Onder deze interpretatie concludeert Zeno ten onrechte dat deze som oneindig groot is, een duidelijk absurde consequentie. De critiek is dan 1) dat Zeno door een begrijpelijk gebrek aan wiskundige kennis en inzicht niet wist dat deze reeks een eindige uitkomst heeft (nl. 1)³⁶ maar ook 2) dat hij geen reden geeft waarom deze som oneindig zou zijn, daar hij toch had moeten

³⁴Simplicius merkt o.i. terecht op dat deze toeschrijving op een vergissing moet berusten, *aangezien de traditie van geen dergelijke argumenten melding maakt m.b.t. Parmenides, terwijl de meeste informatie het dichotomieprobleem naar Zeno terugverwijst* [Simpl., *Phys*, 140 (21)]. Hij voegt er ten overvloede nog aan toe: *Er moet niet meer over gezegd worden, het staat toch in Zeno's eigen geschrift*. Hierna volgt onmiddellijk het letterlijke citaat [DK 29B 3]. Men zie hieromtrent LEE, pp. 12, 22-23. Men vergelijk verder DK p. 257, vtn. 5 met [DK 28B 8 (22)]. Het blijkt trouwens uit de rest van het Zenoonse woordgebruik overduidelijk: DK merkt in zijn apparaat simpelweg op: "*ἐτερον*: Dichotomie!", *o.c.*, vol. I, p. 255. Zie ook G. Vlastos, "Plurality", *o.c.*, p. 219 sq., vooral de voetnoten 28, 29.

³⁵Ik dank dit instructieve beeld aan een elektronische discussie met J. Helfand.

³⁶Dat de rekenkunde van bewerkingen als de optelling 'in het oneindige' anders is als in gewone eindige omstandigheden, zal verderop nog aan bod komen. Een eenvoudig voorbeeld kan echter al aantonen dat de

beseffen dat uit een eindig lichaam nooit iets oneindigs kan voortkomen, zodat hij met andere woorden zelf een redeneerfout heeft gemaakt. Een eerste probleem met deze interpretatie is dat er geen enkele textuele reden is om een richting in het proces te veronderstellen (de bijna vanzelfsprekende voorstelling “van links naar recht” is niet meer dan een artefact van onze schrijfrichting).³⁷ Het door Zeno gebezigde woord $\alpha\pi\epsilon\chi\epsilon\iota\nu$ heeft de connotatie ‘uit elkaar houden’ van gelijkaardige individuen, hier niet anders op te vatten dan als de twee “uitstekende” ($\pi\rho\upsilon\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$) stukken resulterend uit een symmetrische tweedeling.³⁸ Dat zou trouwens meer in overeenstemming zijn met de aan den archaischen geest zo eigen hang naar symmetrie, dien ook in de bewegingsparadoxen regeert zoals blijkt uit de daar optredende verhouding 1 : 2.³⁹ Dit komt ook terug in den bewegingsparadox dien ‘de Dichotomie’ genoemd wordt. Parmenides’ dichotome zijnsanalyse wordt zo weerspiegeld in Zeno’s conceptuele ontleding van veelheid en beweging. Verder zou het nogal absurd zijn te veronderstellen dat Zeno, ter verdediging van de stelling dat alles *nu* bestaat, een opeenvolging van delingen *in den tijd* zou voorstellen. In beide gevallen zou dit betekenen dat Zeno de “fout van Bernoulli”⁴⁰ heeft begaan, t.t.z., het idee hooghouden dat de werkelijke, actuele *voltooiing* van een uit oneindig veel stappen bestaand proces in een eindige tijdspanne mogelijk is. Echter:

*The objection that Zeno assumes the completion of an infinite task assumes that, when he postulates that the being is divided through and through and so on infinitely, he is introducing end-products which logically cannot be further divided, or he is assuming a least division beyond which there is no other, and so, a last part. Now even though there is an actual infinite number of points in a line at any of which points the line may be divided, the finite line does have terminal points (. . .) But it would be a howler, committed by Johan Bernoulli, and decried by Leibniz, that a terminal point would be “the infinitieth point” on the line. (. . .) To say that it is infinitely divided is no more than to say it actually has an infinite number of points at every one of which it is divisible. The point to note is that the infinite divisibility means not an infinite number of points of alternative division (. . .) but rather an infinite number of points of simultaneous division. The points of division, being points on the being, belong to it not alternatively, but **simultaneously**. It is this simultaneity (and not a process) which is articulated by the postulate of the complete division.⁴¹*

De simultane, gelijktijdige aard van den delingsingreep zal nog van belang blijken bij het formuleren van een gepast wiskundig model. Deze analyse sluit verder naadloos

zaak niet zo eenvoudig is. Bekijk de oneindige som $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$. Hij kan herschreven worden als $1 - (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 1 - 0$, maar evengoed als $(1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + \dots = 0$; dat zou dus betekenen dat $1 = 0$. Dit soort problemen zou maar opgelost worden in den negentienden eeuw door Cauchy’s convergentiecriteria voor oneindige rijen.

³⁷W.E. Abraham, “The Nature of Zeno’s Argument against Plurality in DK 29 B1”, *Phronesis*, 1972, 17, pp. 40-52.

³⁸Dit wordt uitvoerig beargumenteerd in W.E. Abraham, *o.c.*.

³⁹*Contra* Zeller and Fränkel. VLAS, “Plurality”, pp. 225-227.

⁴⁰Ik ontleen deze terminologie aan A. Grünbaum, *Modern Science and Zeno’s Paradoxes*, Allen and Unwin, London, 1968, pp. 130-132.

⁴¹Abraham, p. 48.

aan bij wat KRS opmerkt in verband met de Pijlparadox: Zeno maakt *geen enkele* vooronderstelling over de aard van ruimte en tijd.⁴² Het is daarentegen evident zo dat hypothesen over ruimte en tijd — in essentie: hun continuïteit of hun discontinuïteit — geformuleerd zijn in reactie op de paradoxale conclusies die volgens Zeno uit het reële bestaan van veelheid en beweging zouden volgen. Hijzelf heeft strikt genomen de abstracties 'ruimte' en 'tijd' niet eens nodig, enkel het begrip 'deling tot in het oneindige' van een eindig lichaam. Maar wat betekent dat dan wél? Daarvoor moeten we de alternatieve manier van verdelen nader bekijken.

*symmetrische
tweedeling*

We kunnen ten tweede onze maatstok in twee helften delen en elke helft systematisch blijven onderverdelen. Dit procédé laat zich goed vergelijken met een celdeling: elke 'generatie' levert een verdubbeling van het aantal delen van de voorgaande op: 1, 2, 4, 8, 16.... De delen zullen hier wel elke generatie kleiner worden, maar dat doet er niet toe: het enige dat telt is dat alle delen van dezelfde generatie allen dezelfde eindige grootte hebben: onze maatstok is gecalibreerd. Eindig? Ja. Zeno behandelt in de tweede variant van deze paradox in detail de andere mogelijkheid. Het is belangrijk dat in de twee redacties van de paradox uitdrukkelijk vermeld wordt dat als veelheid bestaat, ze tegelijk oneindig groot moet zijn en oneindig klein.⁴³ En ons methodologisch maxime vereist dat onder een geldige interpretatie de verschillende (formuleringen van) de paradoxen onderling coherent moeten blijven. Hier krijgen we dus het geval: als ze zijn, zijn de delen - hoe klein ook - van eindige grootte. Dit zal het kernpunt uitmaken van Aristoteles' critiek op de bewegingsparadoxen: heeft het zin dergelijke deling als uitvoerbaar te beschouwen, en hebben die delen dan een ruimtelijke uitgebreidheid, zoals in het geval van de beweging het Zenoonse $\nu\hat{\nu}\nu$ (moment) volgens Aristoteles een atoom is van tijd [phys., Z 9, 239b(9) sq.]? Aangezien de notie 'deling tot in het oneindige' ook hier terugkomt als een centraal element in de constructie van het argument, zullen we ook hier terugrijpen op ons methodologisch maxime, en stellen dat ook in dat opzicht een goed begrip van de "statische"⁴⁴ of veelheidsparadoxen licht zal werpen op de "dynamische" of bewegingsparadoxen. Wat gebeurt er wanneer dit delingsproces 'oneindig veel' keren plaatsvindt? Het hangt ervan af hoe 'tot in het oneindige' wordt opgevat. Wanneer de deling toch ergens 'stopt' in den zin dat ze ondeelbare laatste dingen oplevert, dan krijgen we een oneindig aantal eindige samenstellende delen en dus inderdaad een oneindig groot lichaam, zoals gezegd in de eerste variant van deze paradox.⁴⁵ Een tegenargument is dan dat de samenstellende delen weliswaar oneindig in aantal zijn, maar geen uitgebreidheid meer kunnen bezitten; er wordt immers gedeeld 'door en door', d.w.z., tot als er *niets* meer te delen valt. Dat is het volgende element dat Zeno aanbrengt in de tweede variant van deze paradox. Hoe weten wij dat Zeno daar een deling 'door en door' voor ogen heeft? Dit wordt heel duidelijk gesteld in den tekst zelf. Simplicius citeert hier klaarblijkelijk letterlijk: "*wanneer veelheid is, deze tegelijk groot en klein moet zijn, en wel groot tot in het onbegrensde en klein genoeg om geen*

⁴²KRS, p. 273.

⁴³Simplicius, aan wien wij de overlevering dezer fragmenten danken, geeft te verstaan dat zij deel uitmaken van een groteren argumentatieven context. En in dit grotere geheel kwam fragment [DK B 1] na [DK B 2]. Voor commentaar: G. Vlastos, *o.c.*, pp. 219-220.

⁴⁴Het woordgebruik ontleen ik aan W.E. Abraham, *o.c.*, p. 47.

⁴⁵A.W. Moore, *o.c.*, p. 5.

grootte meer te hebben". Zeno vindt het kennelijk niet nodig hier meer woorden aan vuil te maken, en gaat onmiddellijk verder met te bewijzen dat iets dat geen grootte heeft 'niets' is. Dat is een wel zeer eigenaardige contradictie die bovendien - in tegenstelling tot de andere paradoxen - volstrekt geen duidelijk nieuwe informatie geeft. Vlastos toont m.i. echter overtuigend aan dat ook hier 'niets in het opzicht van grootte' bedoeld wordt; het is immers de enige karakteristiek die van het te delen zijnde in overweging wordt genomen.⁴⁶ Dingen dus die bestaan, maar 'niets' zijn m.b.t. hun uitgebreidheid. Kennen we objecten die aan deze voorwaarden voldoen? In de wiskunde alleszins wel: het meetkundige punt. Dit is in overeenstemming met het door Tannery⁴⁷ aangehaalde citaat van Simplicius uit Eudemus, die zegt dat Zeno beweerde dat een punt een 'niets' is. Maar als we dat als leidraad nemen hebben we onmiddellijk een ander probleem: hoe kan uit die dimensieloze punten een eindig lichaam voortkomen? Zeno's antwoord is: dat gaat niet. Zelfs de oplossing die Grünbaum in zijn boek over Zeno aanbiedt, heeft het probleem zeker niet definitief opgelost. We moeten dus concluderen dat in Zeno's opvatting een eindig lichaam dat aan een deling tot in het oneindige onderworpen wordt, **tegelijk oneindig groot zou worden en oneindig klein**. (en niet, zoals ge

*paradoxe
tweedeling*

zo dikwijls kunt lezen, dat een eindig lichaam oneindig is, wat geen paradoxale, maar een onnozele bewering is.) Dát is, zoals Tannery terecht opmerkt, de kern van Zeno's argument: als ge veelheid en beweging aanneemt, belandt ge in precies aanwijsbare tegenspraken: bij de veelheid het oneindig grote en het oneindig kleine tegelijkertijd, bij de beweging stilstand en beweging tegelijkertijd. (...) *si cette hypothèse est admise, on arrive nécessairement à des contradictions, puisqu'on est également conduit à affirmer pour les choses l'infinie petitesse et l'infinie grandeur, le repos et le mouvement*.⁴⁸ Wij zullen nu nagaan of er hiervan duidelijkere sporen terug te vinden zijn in Zeno's tekst zelf.

De eerste paradox der veelheid (eindige grootte) [DK 29B 1 & B 2]

[Simplicius, *In Aristotelis physicorum*, 139 (5)] *Hij wil aantonen, dat "wanneer veelheid [polla] is, deze tegelijk vele groten [megala] en kleinen [mikra] moet zijn*⁴⁹, *en wel vele groten [megala] genoeg om onbegrensd te zijn [apeiron], en vele kleinen [mikra] genoeg om geen grootte meer te hebben*'. *Hij laat zien, dat een ding dat noch grootte noch dikte en ook geen zwaarte heeft, helemaal niet kan bestaan. 'Want', zegt hij, 'als het bij iets anders dat is gevoegd zou worden, dan zou het dit niets groter maken. Als het geen grootte heeft en niettemin erbij gevoegd wordt, dan kan het aan de grootte niets bijdragen. Zodoende zou het erbijgevoegde niets zijn. Als verder door wegneming het andere niets kleiner wordt en anderzijds*

⁴⁶G. Vlastos, *o.c.*, p. 222 sq.

⁴⁷P. Tannery, "Le concept scientifique du continu. Zénon d'Elée et Georg Cantor", *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, **20**, 1885, 385-416.

⁴⁸P. Tannery, "Le concept scientifique du continu. Zénon d'Elée et Georg Cantor", *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, **20**, 385-416, 1885.

⁴⁹Ik ken geen vertalingen die dit correct weergeven. Het werkwoord is *ἐστίν*, "het is", terwijl *megala* en *mikra* meervouden zijn. De vertaling "they must be both small and large" voor de laatste zin in [DK 29B 1], zoals bijvoorbeeld bij LEE, is daarmee ook van de baan.

door toevoeging niets groter, dan was klaarblijkelijk zowel het toegevoegde als het weggenomene niets.'

[Simpl., *Phys*, 140 (34)] (. . .) na eerst te hebben aangetoond dat 'als het zijnde geen grootte zou hebben, het ook niet zou zijn', gaat hij als volgt verder: 'maar als het is, dan moet noodzakelijkerwijze ieder afzonderlijk [deel] grootte [*mē megethos*] hebben en dikte en het ene vérhouden [*apechein heteron*] van het andere [*apo heteron*]. En voor een uitstekend [deel] geldt dezelfde redenering: want ook iets ervan zal grootte hebben, en enigermate uitstekend [*peri to prouchontos*]. Het is hetzelfde dit een keer te zeggen en het altijd [*aei*] opnieuw te zeggen. Want geen [deel] zal juist laatst zijn [*eschaton*], en geen [*heteron*] zal zonder betrekking tot een ander [*pros heteron*] zijn. Dus als er vele zijn, zijn ze noodzakelijkerwijze tegelijk vele groten en vele kleinen. [*mikra kai megala*] — *μικρὰ τε εἶναι καὶ μέγιστα* — ; Vele kleinen genoeg genoeg om geen grootte [*mē megethos*] te hebben, vele groten genoeg om onbegrensd te zijn.

onbegrensd
onbepaald

Deze paradox moet gelezen worden in samenhang met de vorige. We hebben gezien dat alles draait rond de 'deling tot in het oneindige', een symmetrische tweedeling, waarbij het aantal delingen aftelbaar is maar het aantal bekomen delen niet meer. Ik denk dat er met deze lezing in de hand geen twijfel kan bestaan over de betekenis van het in dit fragment beweerde. Aanvankelijk wordt gesteld: opdat het begrip 'veelheid' zinvol op de werkelijkheid toegepast zou kunnen worden, moet het mogelijk zijn precies te bepalen hoeveel 'veel' eigenlijk is. Los van zijn context lijkt het een beetje bizar dat Zeno dan de sprong naar 'het onbegrensd' maakt. Het gaat hier natuurlijk opnieuw over Zeno's deling tot in het oneindige. Eens het opdelen van een eenheid toegestaan, waar stelt ge dan nog een principiële grens aan die onderverdeling? Zeno trekt de redenering gewoon door en laat haar absurde consequenties zien. Simplicius voegt er ten overvloede aan toe: *ἐκ τῆς διχοτομίας ἐδείξε* (hij toonde aan vanuit de tweedeling [*dichotomia*]). Ik wil hier nogmaals wijzen op de relevantie van het desbetreffende taalgebruik. Het woord 'oneindig, onbegrensd' is een vlag die immers verschillende ladingen dekt: onbegrensd (in aantal, afstand...) en voortdurend (in tijd). In het Grieks worden al naar gelang den context verschillende woorden gebezigd: *ἄπειρον* wanneer onbegrensd, onbepaald wordt bedoeld; *ἄεί* wanneer het om "standigheid", duurzaamheid gaat, vandaar ook: voortdurend, altijd. Let wel dat zelfs dit geenszins noodzakelijk een tijdsaspect impliceert, zoals in: 'r ligt altijd iets tussen', wat hier bedoeld wordt. Het effect van de voortdurend herhaalde iteratie der (denkbeeldige) delingshandeling wordt door Simplicius [DK 29B 1] dan ook omschreven als *τοῦ λαμβανομένου ἀεί τι εἶναι διὰ τὴν ἐπ' ἄπειρον τομήν* (voor elk weggenomene deel is er altijd één tussen wegens de deling tot in het oneindige) [DK 29B 2]. Zoals aangetoond impliceert dat $n \leq \omega$. We hoeven dus de zaak niet te zien zoals in het geval van meerdere appels op een rij⁵⁰, of zelfs delen van verschillende appels geordend volgens grootte (en dus volgens een meetkundige reeks), aangezien

⁵⁰Dit voorbeeld wordt aangehaald in STF.

het duidelijk is dat het hier - zoals in het vorige geval - om één lichaam met uitgebreidheid gaat (beschouw opnieuw onze maatstok) dat aan een deling 'tot in het oneindige' en 'door en door' onderworpen wordt. We hebben gezien dat het resultaat hiervan een dubbelsoortige oneindigheid oplevert: een *begrensde* want aftelbare en een *onbegrensde* want niet aftelbare. Zoals gezegd zal deze eigenaardige sprong tussen twee fundamenteel verschillende soorten oneindigheden een paar millenia later expliciet op de tafel der wiskundigen belanden onder de naam *continuumprobleem*. Als hypothese stelt het dat er geen cardinaliteit te vinden is die tussen de cardinaliteit van \mathbb{N} en die van \mathbb{R} gelegen is: ($2^{\aleph_0} = \aleph_1$). Laten we voorlopig volstaan met de vaststelling dat dit probleem aan de grondslagen van de Analyse, in oudere termen de *infinitesimaalrekening*, raakt⁵¹, de discipline die door Newton en Leibniz was ontworpen ter beschrijving van beweging... Ik kom er nog op terug.⁵²

§3. NAAR EEN EENVOUDIGE WISKUNDIGE VOORSTELLING.— Ik stipte reeds aan dat ook Zeno's deling niet moet gezien worden als een proces 'in den tijd', maar als een onmiddellijke en simultaan verwerkelijkte conceptuele ingreep, iets wat we op een natuurlijke wijze in de hier voorgestelde wiskundige formulering terugvinden. Dit is ook vergelijkbaar met wat wij doen wanneer we ons de reële rechte voorstellen. Niemand zal beweren dat hij daarvoor eerst - zelfs al ware het maar in gedachten! - effectief een rechte een oneindig aantal keren moet onderverdelen. *Zeno's complete division is thus a cardinal completion rather than an ordinal completion, the infinite division of the given being does not imply a least division or last part, any more than the simultaneity of the points on a line imply an infinitieth point.*⁵³ Ik kan dan ook niet accoord gaan met het verdict van Grünbaum⁵⁴, dat Zeno zich aan de 'fout van Bernoulli' zou schuldig maken. Juister is te stellen dat Zeno in zijn onderzoek van discrete en continue vormen van 'veelheid' een intuïtie blijkt te hebben gehad van wat sinds Cantor bekend staat als de verschillende vormen van transfinitie cardinaliteit. Bij Zeno's procédé volgt de sprong van discreet naar continu *zonder tussenstappen* noodzakelijk en gelijktijdig. Dit betekent dat **Zeno's veelheidsparadox gelijkwaardig zou zijn aan Cantors Continuumhypothese**, die er de enige adequate wiskundige uitdrukking van vormt: $\aleph_0 \neq 2^{\aleph_0} = \aleph_1$.⁵⁵ Ik doel hier zowel op wiskundige (gelijke cardinaliteiten) als op logische (behoud van waarheidswaarde bij onderlinge substitutie) gelijkwaardigheid. Daarentegen moet bij de methode van Cauchy, om te kunnen sommeren over een oneindige rij van convergerende termen, onze verzameling

Zeno \equiv
continuum-
hypothese

⁵¹H. Weyl, *The Continuum. A critical Examination of the Foundations of Analysis*, Dover translation, N.Y., 1994. Men leze vooral de inleiding en §6, hoofdstuk 2, p. 28 sq.

⁵²G.G. Granger lijkt bij Zeno een verwant inzicht te onderkennen, in zoverre dat hij Zeno's paradox in verband brengt met de gelijkmatigheid van de irrationale getallen en de reële getallen tout court (dus met de "paradoxe de Cantor"). G.G. Granger, *La pensée de l'espace*, Odile Jacob, Paris, 1999, pp. 111-117.

⁵³W.E. Abraham, *o.c.*, pp. 40-52.

⁵⁴A. Grünbaum, *o.c.*, p. 130 sq.

⁵⁵We bedoelen hier enkel de 'gewone' en niet de *veralgemeende continuumhypothese (GCH)* over de rij der \aleph_n , voor $n \rightarrow \infty$. Zeno's paradoxen hebben uitsluitend betrekking op het beschrijfbaar, fysische niveau van de werkelijkheid, waar de veralgemeende transfinitie getaltheorie, naar het woord van een harer illustere beoefenaars, zelf niet meer toe behoort: (...) *the objects of transfinite set theory (...) clearly do not belong to the physical world and even their indirect connection with physical experience is very loose*. K. Gödel, *Continuum Problem*, POM, p. 483. Anachronistisch gesproken zou men kunnen zeggen dat zijn werk niet tot het domein der zuivere wiskunde, maar tot dat der wiskundige natuurkunde behoort.

*Heraclitus &
Parmenides...*

strict discreet zijn, waardoor alle varianten van de paradox die ook op overaftelbare veelvoudigheden betrekking hebben, buiten haar bereik vallen. Tannery was de eerste om in te zien dat de oneindigheid van het continuüm in Zeno's paradoxen opduikt, en om dit met Cantors werk in verband te brengen.⁵⁶ Maar ook zijn interpretatie sluit het andere alternatief uit, terwijl het wat mij betreft duidelijk is dat *beide* oneindigheden voor een goed begrip van Zeno in rekening dienen te worden gebracht. Voor de veelheidsparadox zijn beide het geval, omdat het aantal delingen geteld kan worden, maar het aantal bekomen delen niet meer. Dit alles heeft enkele merkwaardige gevolgen. Er liggen immers niet meer punten in het Euclidische vlak dan op een oneindig doorgetrokken lijn (een meetkundige rechte). Er liggen zelfs niet minder punten op een klein lijnstukje dan er zijn in een volume zo groot als het heelal. Wanneer we het gebied van de discrete telbaarheid verlaten belanden we in een wereld met wel zeer merkwaardige eigenschappen! Een wereld waarin een deel even groot kan zijn als het geheel, waarin het snelle trager is dan het trage zelf. Men zou kunnen zeggen dat Zeno volhoudt dat die bijzondere wereld *ónze* wereld is, tenminste wanneer we vasthouden aan het reële bestaan van veelheid en beweging. Hier raken blijkbaar de uitersten elkaar, en blijkt het streng doortrekken van het Eleatische standpunt ons te leiden naar de positie van Heraclitus, dat *de weg omhoog en omlaag dezelfde* is, dat *we zijn en niet zijn*. Dan zouden **Zeno's paradoxen niet zozeer als probleemstellingen maar als werkelijkheidsbeschrijvingen** dienen te worden opgevat. Dit zou bovendien in overeenstemming zijn met het uit Parmenides' standpunt voortvloeiende deictische realisme. Ik hoop in het vervolg van dit proefschrift aan te tonen dat deze benadering niet alleen hout snijdt, maar ons ook zal toelaten op een aantal andere problematieken een helderder licht te werpen. In overeenstemming met Zeno's reeds aangehaalde realisme met betrekking tot verschijnselen in de dagdagelijkse werkelijkheid zoals verandering en veelheid zullen we een wiskundige voorstelling van zijn delingsprocedure \exists ontwikkelen die zo simpel is als enigzins mogelijk, die geen enkele vooronderstelling maakt anders dan dezulke die uitdrukkelijk tot onzen filosoof terug te voeren zijn, en tenslotte die op al zijn paradoxen gelijkelijk toepasbaar is. Welnu, wat weten we over Zeno's deling?

- i) ze gaat door tot in het "oneindige";
- ii) ze is symmetrisch (in de verhouding 1:2);
- iii) ze brengt delen met en delen zonder grootte voort;
- iv) ze is een simultane procedure;
- v) ze duikt op in al zijn paradoxen.

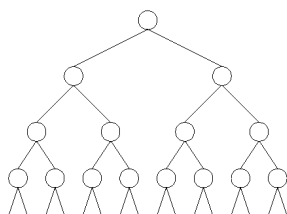
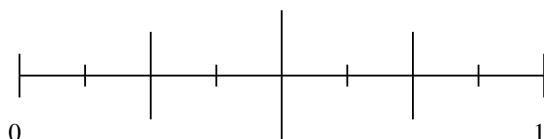
*model:
maatstok M*

We hebben dus een procedure nodig waarbij "twee soorten oneindigheid gelijktijdig worden voortgebracht", en waarin "de delingspunten twee keer gebruikt worden". Laten we als model en maatstok M nemen, waarvoor we overeenkomen de linkerkant 0 en de rechterkant 1 te noemen, en die we willekeurig gelijkstellen aan de eenheidsmaat.⁵⁷ We kunnen dit doen omdat de feitelijke lengte van het voorwerp geen enkel belang heeft voor het argument. Wat zal er nu gebeuren wanneer we dit modelvoorwerp op Zeno's wijze door-en-door delen? We kunnen ons deze deling voor den geest halen

⁵⁶P. Tannery, *o.c.*, p. 397 sq. Ik vind het dan ook eigenaardig dat Abraham, die in wezen dezelfde analyse maakt als Tannery, hem nergens in zijn apparaat vermeldt.

⁵⁷Ik dank dit illustratieve voorbeeld aan een elektronische discussie met J. Helfand.

als een soort van celdeling, waarbij het aantal nakomelingen in elke generatie verdubbeld wordt: generatie x heeft 2^x nakomelingen, generatie $x + 1$ heeft er 2^{x+1} . We weten bovendien dat $n \rightarrow \infty$. Dit kan graphisch worden voorgesteld door een delingsboom.⁵⁸ De functie van de cellen is bij elke stap tweeëlei: als delingen in generatie $n - 1$ en als delen in generatie n . Zo vallene ontstaan door optelling en ontstaan door deling in elke generati samen. Het aantal delingen moet op zijn minst $n \leq \omega$, bereiken, met ω het grondordetype van \mathbb{N} , de verzameling der natuurlijke getallen:



De maatstok en de delingsboom.

De gelijktijdig voltooide delingsboom staat voor de gehele procedure \mathfrak{Z} , en draagt dus eveneens twee betekenissen, die tevoorschijn komen ofwel door te kijken naar de “laatste rij” op generatie ω en *nog eens te delen*, ofwel door de hele procedure af te beelden op de \mathbb{N} -tralie, waarbij het aantal delingen overeenkomt met het aantal cellen, het aantal delen met de alle mogelijke verbindingswegen ertussen. De eerste betekenis lijkt intuïtief dichter te staan bij wat Zeno voor ogen had, maar brengt onvermijdelijk een misplaatste notie van tijd met zich mee. Dit nadeel hebben we niet met de tweede interpretatie. Alleszins is het resultaat in beide gevallen hetzelfde: het aantal delingen $|\mathbb{N}|$ en het bijbehorende aantal delen $|\mathbb{R}| = 2^{\mathbb{N}}$ worden tegelijkertijd tot stand gebracht, met elk hun duidelijk *verschillende* status. Dus voor alle duidelijkheid: ik zeg *niet* dat het resultaat van Zeno's deling louter een verzameling is met de cardinaliteit van het continuum, zoals de Euclidische rechte. Dat zou trouwens niets nieuws zijn, zoals ik al aangaf bij de discussie van de standpunten van Tannery en Abraham. Het is niettemin al opmerkelijk genoeg dat een dergelijke constructie van het continuum mogelijk zou zijn. Pogingen in dien zin werden ondernomen in den context van de constructieve of intuïtionistische wiskunde.⁵⁹ Om het verschil met onze interpretatie

⁵⁸C. Kleene, *Mathematical Logic*, Dover, N.T., 1967.

⁵⁹De betekenis van de intuïtionistische wiskunde in dit verband werd mij voor het eersqte duidelijk bij het lezen van M. Tiles's boek, *o.c.*, p. 90-94.

intuïtionisme

dubbelpunten

van zeno's procedure te verduidelijken, geven we hier een korte, niet rigoureuze bespreking van de intuïtionistische benadering op basis van Brouwer's proefschrift en Troelstra's basiswerk.⁶⁰ Kort gezegd werd de **intuïtionistische wiskunde** ontwikkeld door L.E.J. Brouwer in reactie op de ontdekking van de paradoxen uit de verzamelingenleer.⁶¹ De filosofische grondbeginselen waarop Brouwer's aanpak steunt zijn 1) wiskunde *gaat vooraf* aan logica, niet andersom; en 2) de klassieke logica slaagt er niet in op een consistente wijze het beginsel van den uitgesloten derde (*Tertium non datur*, TND) universeel toe te passen; dit principe zegt dat *alle* geldige logische uitspraken een waarheidswaarde "waar" of "vals" bezitten. Beide beginselen hangen ten nauwste samen met Brouwer's opvattingen over het wiskundig oneindige. Wanneer het aantal beschouwde objecten oneindig is spreken over "alle" of "voor elke" leidt volgens hem tot absurditeiten. Hij is van mening dat in de wiskunde het oneindige allen maar *potentieel*, t.t.z. enkel stapsgewijs benader-, maar in geen geval bereikbaar, terwijl het *actueel* oneindige van de standaardvisie op het continuum niet werkelijk bestaat. In zijn *Proefschrift* schrijft hij: *Het continuum als geheel was ons echter intuïtief gegeven; een opbouw ervan, een handeling die "alle" punten ervan geïndividualiseerd door de mathematische intuïtie zou scheppen, is ondenkbaar en onmogelijk. De mathematische intuïtie is niet in staat anders dan aftelbare hoeveelheden geïndividualiseerd te scheppen, n.l. zó, dat men een procédé geeft, dat elk element der verzameling na een eindig aantal operaties genereert.*⁶² De vraag is dan hoeveel van de algemeene aanvaarde wiskunde we kunnen terugvinden op zulk een smalle conceptuele grondslag. Brouwer zelf schoof het idee naar voren dat het continuum geconstrueerd kan worden door middel van eindige rijen — telbare aantallen "duaalbreuken, ternaalbreuken" [breuken geschreven in binair of ternaire vorm] — die punten P benaderen, "**dubbelpunten**"⁶³ genaamd, die worden gescheiden door omgevingen die buiten het bereik van de "schaal" bepaald door den "voortschrijdingswet" van de rij blijven.⁶⁴ Het is alsof het echte continuum door een ander vol met een oneindigheid aan kleine gaatjes ["lacunes"] bedekt wordt die men dan kan "samendenken" d.m.v. het benaderingsproces.⁶⁵ Het proces kan voorgesteld worden door een "boom"⁶⁶, waarvan de steeds fijner vertakkingen binair worden voorgesteld.⁶⁷ Troelstra formaliseert deze ideeën; de fundamentele noties zijn een *species* [soort], een *sequence* [rij] en zoals gezegd een *tree* [boom] of *spread* [spreiding]. Species zijn het intuïtionistisch analogon voor verzamelingen. Zij gehoorzamen een specifieke vorm van het Abstractieaxioma

⁶⁰A.S. Troelstra, *Principles of Intuitionism*, Springer, Berlin/Heidelberg, 1969, p. 22, 52; pp. 57-64.

⁶¹Zie ook Appendix I.

⁶²L.E.J. Brouwer, "Over de grondslagen der wiskunde. Academisch Proefschrift [1907]", in D. Van Dalen, *L.E.J. Brouwer en de grondslagen der wiskunde*, Epsilon, Utrecht, 2001, p. 73.

⁶³L.E.J. Brouwer, *o.c.*, pp. 56.

⁶⁴L.E.J. Brouwer, *o.c.*, pp. 43-45.

⁶⁵*Zo kan een gegeven continuüm door een ander continuüm met lacunes worden overdekt [covered]; we behoeven daartoe op het eerste continuüm maar een ordetype η te bouwen, dat het niet overal dicht [dense] bedekt en vervolgens bij dat ordetype η het continuüm te construeren; we kunnen dan altijd een punt van het tweede continuüm identiek noemen met het grenspunt van zijn benaderingsreeks [the limit-point of its approaching sequence] op het eerste continuüm.* L.E.J. Brouwer, *o.c.*, p. 73. Het "ordetype η " behoort tot wat Cantor de *tweede cardinaliteitsklasse* noemt, de verzamelingen van aftelbare cardinaliteit. Brouwer maakt dat duidelijk op pp. 42-43 van zijn werk.

⁶⁶L.E.J. Brouwer, *o.c.*, pp. 73-76.

⁶⁷H. Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, München, 1926, p. 43; p. 51.

axiom of comprehension, geformuleerd in termen van een rigoureuze definitie van het concept *welbepaaldheid*, gegrond in het idee van bewijsbaarheid. (We mogen inderdaad niet vergeten dat het intuitionistische ontstaan is als een reactie op de ontdekking van de bekende paradoxen in de verzamelingenleer.) Deze boom kan naar believen tot op een willekeurig niveau vertakt zijn. Het zal duidelijk zijn dat deze constructie *niet* voldoet aan de criteria die uit onze analyse van Zeno's procedure \exists gevolgd zijn. Troelstra zegt immers duidelijk dat zijn procedure een *proces* is dat bestaat uit een niet nader gespecificeerd maar alleszins eindig aantal stappen. Het zal verder duidelijk worden dat precies daardoor de bijbehorende delingsbomen ook wiskundig rigoureuze onderscheidbaar zijn.⁶⁸ In 'n verwanten context zegt Brouwer zelf dat hij de delingssequentie opvat als plaatsvindend *door den tijd*. De onbepaaldheid van de reikwijdte van de procedure is noodzakelijk als men er de reële getallen mee wilt benaderen.⁶⁹ Maar hoe dan de fout van Bernoulli te vermijden? Door het in ere herstellen van Aristoteles' opvatting van het *potentieel* oneindige, het idee dus van een weliswaar theoretisch oneindig proces dat in in werkelijkheid echter nooit voltooid zal worden. *The totality of all potentially infinite sequences of rationals (...) is a potentially infinite whole containing members which are never fully determinate, for they themselves are potentially infinite, and always actually finite but necessarily incomplete.* In feite is het zo dat, *since the process of focusing is not, and can never be complete, the continuum is never resolved into points, only into ever smaller regions.*⁷⁰ Hermann Weyl benadrukt juist dat aspect van Brouwer's aanpak, en brengt het in verband met Plato: *Brouwer erblickt genau wie Plato in der Zwei-Einigkeit die Wurzel des mathematischen Denkens.* Plato's *ἀόριστος δυνάς* [onbepaalde tweehed] is het werkingsprincipe waarop *diairesis* [begripsdeling] berust, die zowel het Grote als het Kleine voortbrengt. Aristoteles legt in Boek *N* van de *Metaphysica* uit dat deze in direct verband staat met Plato's getaltheorie.⁷¹ We zullen nog zien dat in Weyl's versie in feite enkel met de 'Groot'-kant van de Platoonse begripsdeling wordt rekening gehouden. Het ligt niet in de bedoeling dit alles in dit hoofdstuk verder uit te diepen — daarvoor verwijzen we naar Hoofdstuk IV — maar de parallel met Zeno's analyse zal ondertussen wel duidelijk zijn: Plato's Groot-en-Klein *τὸ μέγα καὶ τὸ μικρόν*⁷² en Zeno's groten-en-kleinen *μέγαλα καὶ μικρά* verwijzen beiden naar het paradoxale resultaat van oneindige deling door en door, ook al wordt dit verband in de literatuur nergens besproken. Het enkelvoud in Plato's uitdrukking komt ervan dat hij de paradoxale eigenschap ziet als een eigenschap van het beginsel waarop zijn deling is gebouwd, terwijl Zeno's meervoud onmiddellijk naar haar resultaat verwijst. Plato's anti-paradoxaal, metafysisch gezichtspunt dwingt hem evenwel het 'hier'-aandeel in Zeno's deictische uitgangspunt te verwijden tot een in principe onbegrensd en dus oneindig aantal deelperspectieven

“door den tijd”

⁶⁸Men raadplege voor meer details ook Appendix I.

⁶⁹H. Weyl, *o.c.*, p. 44.

⁷⁰M. Tiles, *o.c.*, pp. 91-92.

⁷¹Dit is op zichzelf onweerlegbaar, en houdt geen standpunt in over de controverse rond de zgn. “Tübinger Schule” interpretatie van Plato's filosofie. Sporen van de Platoonse *diairesis* zijn tot in de vroegste dialogen terug te vinden, waar zij klaarblijkelijk bijdroegen tot de ontwikkeling van Plato's Vormenleer, dit althans volgens M.K. Krizan, “A Defense of *Diairesis* in Plato's *Gorgias*, 463e5-466a3”, *Philosophical Inquiry*, XII(1-2), pp. 1-21. Voor een recent — en onbevooroordeeld — overzicht van het debat verwijzen we naar D. Pesce, *Il Platone di Tubinga, E due studi sullo Stoicismo*, Paideia, Brescia, 1990.

⁷²Door Aristoteles o.m. aangehaald in [*Met. A*, 987b(20)]. Cfr. J. Stenzel, *o.c.*, p. 6.

Plato:
perspectivisme

die in hun geheel de delingsboom overdekken. Met behulp van een idee van M. Serfati kunnen we een formeel onderscheid maken tussen den boom zelf en de verzameling van perspectieven (*l'ensemble des points de vue*).⁷³ De verbanning van het actueel oneindige naar het Ideeënrijk maakt evenwel het totaalperspectief op den boom voor den menselijken geest ontoegankelijk. Het menselijkerwijze “zichtbare” deel omvat altijd slechts een deelperspectief, terwijl voor Zeno het delingsproces in zijn volledigheid gegeven is in het hier-en-nu. Wel blijft het zo dat voor Plato Ideeel zijn zeker niet betekent irreëel zijn, eerder het tegendeel! Daardoor baadt ook de Platoonse schouwer van het Zijn in zijn Vele en Ene gedaanten in 'n onbetwistbaar paradoxalen reuk.

Cantors
continuum
hypothese

§4. INLEIDENDE BEGRIPPEN.— Om \aleph_1 in haar totaliteit te kunen voorstellen hebben we, zoals reeds opgemerkt, een procedure nodig waarbij “twee verschillende soorten oneindigheid ineens worden voortgebrachttwo different kinds of infinity are generated simultaneously”, en waarin “de delingspunten twee keer worden gebruikt”. De twee soorten oneindigheid zijn *gelijktijdig* daar in een *verschillende* status: als delingen en als delen. Vanwege deze constructieve simultaneïteit duiken ze niet alleen *gelijktijdig* op, maar ook nog eens zonder dat er iets anders tussen kan komen. Dit laatste punt brengt ons op ideeën als het erop aankomt te weten waar te zoeken naar aanwijzingen voor een levensvatbare wiskundige benaderingwijze, want de verzamelingenleer kent een belangrijke hypothese waarin men juist met dat soort situaties te maken krijgt, te weten **Cantors continuum hypothese [CH]**.⁷⁴ Alvorens we daar zelf gebruik van gaan maken moeten we eerst aandacht besteden aan de vraagstelling die eraan ten grondslag ligt. We geven dus allereerst een kort overzicht van de wiskundige context van deze hypothese. We zagen al Zeno's veelheidsparadox opgevat moet worden als een delingsprocedure die het continuum tot stand brengt zoals dat aanwezig is in een lichaam met een eindige uitgebreidheid dat opgevat kan worden als een deel van de reële rechte. Het zou schoon zijn mochten we weten hoeveel delen er juist nodig zijn om het uit op te bouwen. Dat is nu juist de clou van Cantor's continuum probleem: *How many points are there on a straight line in Euclidean space?*⁷⁵ We weten ondertussen ook dat er meerdere oneindige cardinaliteiten bestaan, die worden voorgesteld door geïndexeerde Hebreeuwse lettertekens die alephs (\aleph_i) genoemd worden. De continuumhypothese kan daarmee geformuleerd worden als de vraag: wat is de what is the cardinaliteit \aleph_c (of c , in een tegenwoordig meer gebruikelijke notatie) van het continuum? Laten we de zaak van naderbij bekijken. Cantor definieert de grootte van een verzameling door middel van haar *cardinaliteit*. Twee verzamelingen zijn van gelijke cardinaliteit of zijn *aequivalent* als hun elementen onderling in een bijectieve relatie staan tot elkaar.⁷⁶ Maar er is een ander getal dat een wezenlijk kenmerk van een verzameling uitdrukt, haar *ordinaliteit*. Cardinaliteit geeft het *gelijktijdige* geheel,

⁷³M. Serfati, “Quasi-ensembles d'ordre r et approximations de répartitions ordonnées”, *Math. Inf. Sci. hum.*, **143**, 1998, pp. 5-26.

⁷⁴De lezer zij voor meer details verwezen naar ook Appendix II.

⁷⁵K. Gödel, “What is Cantor's continuum problem?”, *BPPM*, p. 470.

⁷⁶*unter eine “Belegung von N mit M ” verstehen wir ein Gesetz, durch welches mit jedem Elemente n von N je ein bestimmtes Element von M verbunden ist (. . .) Das mit n verbundene Element von M ist gewissermaßen eine eindeutige Funktion von n und kann etwa mit $f(n)$ bezeichnet werden (. . .); G. Cantor, “Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre”, *GA*, p. 287.*

het aanwezige aantal elementen van een verzameling, weer expresses the simultaneous totality, the number of elements present of a given set; ordinaliteit geeft de volgorde waarin deze elementen stapsgewijs tot stand zijn gebracht. “Mächtigkeit” oder “Kardinalzahl” nennen wir den Allgemeinbegriff, welcher mit Hilfe unseres aktiven Denkvermögens dadurch aus der Menge M hervorgeht, daß von der Beschaffenheit ihrer verschiedenen Elemente m und von der Ordnung ihres Gegebenseins abstrahiert wird.⁷⁷ In het eindige geval is er geen enkel probleem: een fruitmand met acht appels erin is een verzameling met cardinaliteit acht, terwijl, tenminste wanneer de appels er een voor een in zijn gelegd, ook de ordinaliteit acht zal zijn (de laatste appel is de achtste). Als we nu een appel toe voegen hebben we er negen. Dit kan zo door gaan naar believen, zodat we op deze manier aan eender welk willekeurig groot natuurlijk getal kunnen geraken. Zo bouwt Cantor zijn *potentiële* oneindigheid. Hij toont voorts aan dat de verzameling der natuurlijke getallen \mathbb{N} en de verzameling der eindige breuken \mathbb{Q} dezelfde *afelbaar oneindige* cardinaliteit bezitten, wat erop neer komt dat, hoewel hun elementen stuk voor stuk geteld kunnen worden hun aantal nooit door telling kan worden uitgeput. Deze cardinaliteit noemde Cantor Aleph-null (\aleph_0). Zodoende zijn de verzameling der natuurlijke getallen \mathbb{N} en de verzameling der eindige breuken \mathbb{Q} *aequivalent*. Het is nu mogelijk een oneindige rij van verschillende ordinaalgetallen ω_i te construeren die allen tot dezelfde *cardinaliteitsklasse* \aleph_0 behoren. Het echte probleem met onderling verschillende ordinalen van dezelfde cardinaliteitsklasse wordt pas zichtbaar als ze oneindig groot worden. Beschouw bijvoorbeeld de verzameling der natuurlijke getallen in haar traditionele ordening $\{0, 1, 2, \dots\}$ en in een alternatieve ordening $\{1, 2, \dots, 0\}$. Hun cardinaalgetal zal voor beiden gelijk zijn; hun ordinaalgetallen zijn respectievelijk ω and $\omega + 1$. De verzameling $\{2, 4, 6, \dots; 1, 3, 5, \dots\}$ (even en oneven getallen) heeft ordinaliteit 2ω .⁷⁸ Het aantal mogelijke herschikkingen is overduidelijk onbeperkt. Desondanks behoren ze allemaal tot de cardinaliteitsklasse van \aleph_0 , en zijn dus ‘even groot’. Het bouwen van oneindige rijen van ordinaalgetallen gebeurt met behulp van twee “Erzeugungsprinzipien” of opbouwbeginnselen⁷⁹:

*opbouw-
beginnselen*

- Eerste Opbouwbeginnsel: *optelling van een eenheid bij het tevoren gevormde getal*;
- Tweede Opbouwbeginnsel: *bepaling van de limiet van elke oneindige rij de tweede cardinaliteitsklasse als de naaste limietwaarde [supremum] die erbuiten ligt*.

Aldus ontstaat een nieuw getal juist buiten de oneindige rij van reeds bestaande ordinaliteiten met with cardinaliteit \aleph_0 , dat een oneindigeheid voorsteld die noodzakelijkerwijze *groter* is dan \aleph_0 . Cantor noemt deze nieuwe, grotere cardinaliteit logisch

⁷⁷G. Cantor, “Beiträge”, GA, p. 282.

⁷⁸Strauss merkt (onder verwijzing naar G. Cantor, GA, pp. 178-179) op dat ordinalen een eigenschap vertonen van het door Aristoteles verworpen actuele oneindige: ze noch even, noch oneven. De niet-commutativiteit van de optelling en de vermenigvuldiging van deze getallen maakt immers dat ω gelijkgesteld kan worden aan 2ω of aan $1 + \omega$, maar niet aan $\omega \cdot 2$ of $\omega \cdot 2 + 1$. *The conclusion is clear: ω is even (namely 2ω), as well as uneven (namely $1 + \omega$) and simultaneously ω is neither even (namely $\omega \cdot 2$), nor uneven (namely $\omega \cdot 2 + 1$).* Een wel zeer merkwaardige coincidentia oppositorum in het hart van de getaltheorie! Zie D.F.M. Strauss, *o.c.*, en mondelinge mededeling.

⁷⁹G. Cantor, “Beiträge”, GA, pp. 312-356. Leesbare uiteenzettingen hieromtrent in R. Rucker, *o.c.*, p. 65 sq, p. 223; and M. Tyles, *o.c.*, pp. 104-107.

genoeg \aleph_1 . De eerste oneindig cardinaliteit \aleph_0 definieert de tweede cardinaliteitsklasse $Z(\aleph_1)$.⁸⁰ De nieuwe grondordinaliteit kan nu gebruikt worden om een nieuwe rij ordinaliteiten mee te construeren die allen tot $Z(\aleph_2)$ behoren, de derde cardinaliteitsklasse. Een rij van steeds grotere alephs kan zodoende door stelselmatige toepassing der opbouwbeginselen gebouwd worden, zodat deze rij geen bovengrens heeft. Met elke nieuwe aleph komt een nieuwe, grotere cardinaliteit tot aanzijn aequivalent met de kleinste ordinaliteit van zijn respectievelijke cardinaliteitsklasse: $\omega_i = Z(\aleph_{i+1})$; $\omega_{i+1} = Z(\aleph_{i+2})$, &c. Cantor bewijst door middel van een argument dat bekend staat als *diagonalisering* dat $\aleph_0 < \aleph_1$. Een andere manier om dat te bewijzen is Cantor's theorema van de machtsverzameling: $E \prec \mathcal{P}(E)$.⁸¹ Uit zijn theorema leidt Cantor de algemene stelling af dat er voor elk cardinaalgetal, zowel als voor elke verzameling van cardinaalgetallen een onmiddellijke opvolger bestaat: $\aleph_n < \aleph_{n+1}$, with $n \in \mathbb{N}$.⁸² Zo verkrijgt men dus niet enkel stijgende rijen van ordinaal-, maar ook van cardinaalgetallen $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \dots$!⁸³ De rij van *alle* mogelijke ordinalen noemde Cantor Ω ; de rij vzn alle mogelijke cardinalen heet $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \dots \beth$.⁸⁴ Deze dingen zijn zelf geen verzamelingen meer, want "ze als een geheel denken" leidt tot paradoxen.⁸⁵ Collecties die als het ware te groot zijn om als een geheel gedacht te worden noemde hij *strijdige of inconsistente veelvuldigheden*. Elk denkbaar cardinaalgetal zal ergens in de rij \beth voorkomen. Om dit laatste punt te bewijzen doet men beroep op het dikwijls heftig bestreden, maar desopnudzanks zo goed als onmisbare *Keuzeaxioma* [KA].⁸⁶ Intuïtief gesproken zorgt het KA ervoor dat *een simultaneous choice of distinguished elements is in principle always possible for an arbitrary set of sets*.⁸⁷ Zermelo becritiseert Cantor in de door hem geredigeerde uitgave van Cantors verzameld werk fel omdat deze laatste dit essentiële punt over het hoofd had gezien en aldus in een zoveelste variant van de fout van Bernoulli belandde: *Only through the use of the AC, which postulates the possibility of a simultaneous choice (...)*⁸⁸ Alhoewel het voor de correcte toepassing van het KA van wezenlijk belang is wordt het simultane karakter ervan dikwijls vergeten of gewoon

cardinaliteit en
ordinaliteit

keuzeaxioma

⁸⁰De eerste de tweede cardinaliteitsklasse se $Z(\aleph_0)$ omvat de eindige ordinaliteiten belichaamd door de verzameling \mathbb{N} .

⁸¹F. Hausdorff, *Mengenlehre*, pp. 56-57; G.S. Boolos and R.C. Jeffrey, *Computability and Logic*, CUP, Cambridge, 1974/1989, p. 1 sq.

⁸²F. Hausdorff, *Mengenlehre*, pp. 67-68.

⁸³Cantor zet zijn methode klaar en duidelijk uiteen in een brief aan Dedekind (1899). Een vertaling daarvan naar het Engels is te vinden in J. Heyenoort, *From Frege to Gödel*, Harvard, 1967, pp. 113-117.

⁸⁴*Idem*, *FTG*, pp. 113-117.

⁸⁵In the case of Ω the Burali-Forti paradox: if the set of ordinals is well ordered (i.e., every segment has a least element), it has an ordinal, which is at the same time an element of this set and greater than any of its elements. It is a variant of the more familiar Russell paradox. G. Cantor, "Letter to Dedekind", in: J. Van Heijenoort, *From Frege to Gödel* [FTG in what follows], pp. 115-117. See also the paper by C. Burali-Forti, *id.*, pp. 104-112. This fact — *diese ominöse "Menge W"* [E. Zermelo] — was the source of a vivid controversy at the beginning of the last century. In addition to the papers present (in translation) in *FTG*, one will profitably consult the volume composed by G. Heinzmann, *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano. Textes de la discussion (1906-1912) sur les fondements des mathématiques: des antinomies à la prédictivité*, Blanchard, Paris, 1986, where a number of relevant but sometimes less well known papers are collected in their original form. The Zermelo-quote stems from that source, p. 119. A relation to the axiom of choice is exposed in M. Potter, *Set Theory and its Philosophy*, Oxford University Press, Oxford, 2004, p. 243 sq.

⁸⁶K. Gödel, "What is Cantor's continuum problem?", *BPPM*, p. 471.

⁸⁷E. Zermelo, "A new proof of the possibility of a well-ordering", *FTG*, p. 186.

⁸⁸E. Zermelo in *FTG*, p. 117, ft. 3, to Cantor's letter to Dedekind reprinted therein.

genegeerd, terwijl Zermelo zelf onvermoeibaar op het belang ervan blijft wijzen. We beschikken nu over al het gerief dat nodig is om onze oorspronkelijke vraag onder een andere vorm te hernemen: welke aleph uit onze rij is gelijk aan het aantal punten 2^{\aleph_0} op de continuë rechte? Exact waar in het geheel van alle mogelijke cardinaliteiten beïndt zich dit getal?⁸⁹ Cantor bewees door diagonalisering dat $2^{\aleph_0} > \aleph_0$, en schoof de hypothese naar voren dat het zijn onmiddellijke opvolger \aleph_1 moest zijn. Dit is Cantors roemruchte Continuum Hypothese (CH)⁹⁰:

$$2^{\aleph_0} = \aleph_1$$

Elke oneindige deelverzameling van het continuum heeft dan óf de machtigheid van de natuurlijke, óf die der reële getallen, dus van het continuum zelf, zonder dat er andere tussen zitten. Het viel te verwachten dat deze hypothese veralgemeend kan worden zodat ze alle mogelijke cardinaliteiten omvat. Dit is de veralgemeende continuumhypothese.⁹¹, in welk geval CH niet geldig is. Cantors continuum hypothese is een zeer belangrijke maar heftig betwiste wiskundige stelling die de telbare \mathbb{N} en overaftelbare $2^{\mathbb{N}}$ oneindigheden op simultane wijze tesamen brengt en zoden dat er andere cardinaliteiten tussenkomen. Het wordt betwist omdat zijn geldigheid onbeslisbaar⁹³ is in den context van de Zermelo-Fraenkel axiomatiek (voorzien van KA) voor de verzamelingenleer. Wij vooronderstellen ZF echter niet, en spreken over verzamelingen op een bij uitstek naïve manier.⁹⁴ Onze stelling is dat, door simultaan de groten-en-kleinen voort te brengen, Zeno's procedure \exists hetzelfde doet als CH. Ik stel daarom als werkhypothese voor dat in de wereld opgebouwd uit de elementen van Zeno's paradox — uitgebreidheid, veelheid en beweging —, Cantors continuum hypothese geldig is, of met andere woorden, dat ze aequivalent zijn:

$$\exists \equiv \aleph_0 \neq 2^{\aleph_0} = \aleph_1$$

⁸⁹*Il faut distinguer entre l'hypothèse du continu et le problème du continu (Kontinuumproblem), qui consiste à déterminer la place occupée par le continu parmi les alephs, c.à.d. à déterminer le nombre ordinal α pour lequel $2^{\aleph_0} = \aleph_\alpha$, aldus W. Sierpiński, Hypothèse du Continu, Z Subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Warszawa/Lwów, 1934 (herdrukt in 1956 by the Chelsea Publishing Company), p. 5.*

⁹⁰K. Gödel, "What is Cantor's continuum problem?", *BPPM*, p. 472.

⁹¹Wij beperken ons in het volgende evenwel tot CH, omdat het ons door Zeno voorgeschotelde probleem duidelijk het domein van de fysieke werkelijkheid betreft, ook in zijn wiskundige gedaanten: de aard van veelheid en beweging zoals ze op den voorgrond treden in hun discrete en continuë aspect: *the objects of transfinite set theory (...) clearly do not belong to the physical world and even their indirect connection with physical experience is very loose.*⁹² Het punt is natuurlijk dat $|2^{\aleph_0}|$ een andere waarde zou kunnen hebben dan \aleph_1 !

⁹³M. Tyles, *O.C.*, p. 137.

⁹⁴Zoals bedoeld in P. R. Halmos, *Naive Set Theory*, Van Nostrand, Princeton etc., 1960.

Zenogewijze
deling

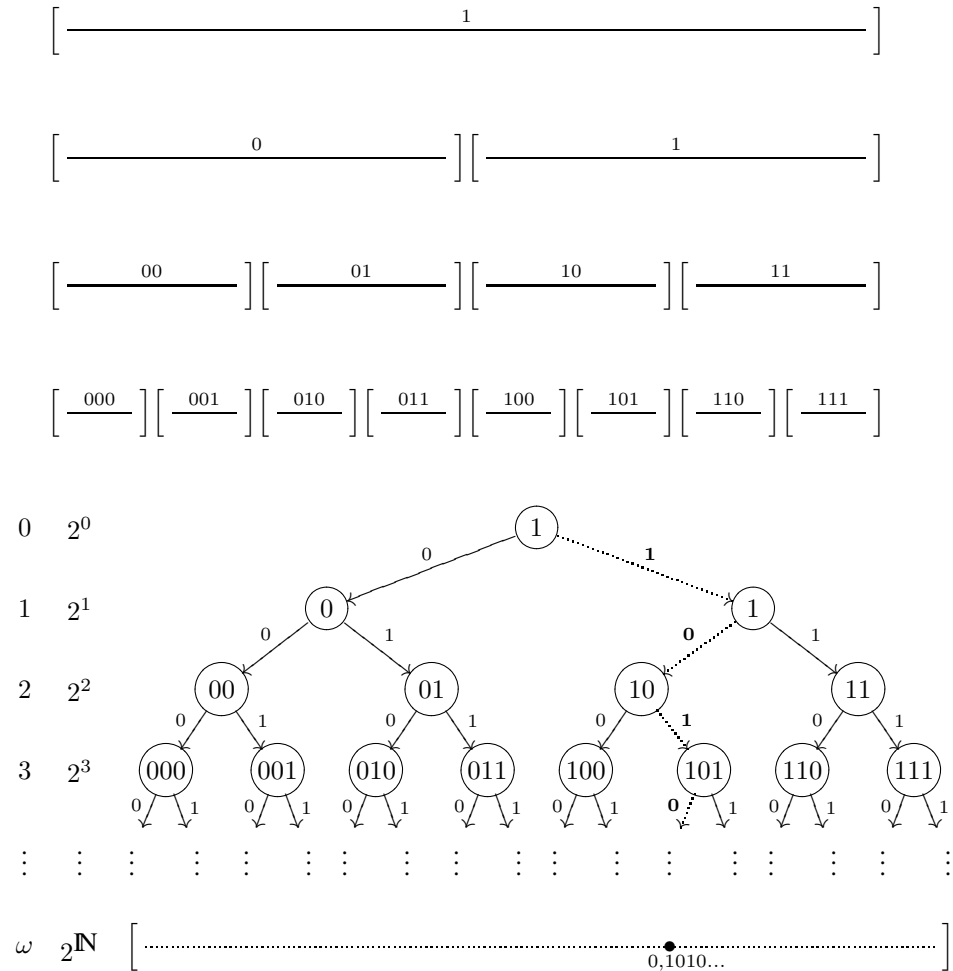
§5. HET AEQUIVALENTIEBEWIJS.— Het ligt voor de hand een Zenoniaans uitgebreid vast lichaam voor te stellen door een eindig continu lijnstuk.⁹⁵ We beschouwen \mathfrak{Z} daarom als toegepast op een geïdealiseerde maatstok M dien we arbitrair gelijkstellen aan de eenheid. Nu gaan we M Zenogewijze tweedelen, dus **gelijktijdig, tot in het oneindige en door en door**. We noemen de bekomen linker- en rechterkanten 0, de rechterkanten 1 in elke opeenvolgende generatie. Bij elke deling wordt er een *canonieke keuze* gemaakt die de betrokken delingsrij verder stuurt langs een welbepaalde weg. Aldus verkrijgen we een verzameling knopen en paden, elk voorzien van een unieke binaire voorstelling.⁹⁶ Aan de gelijktijdigheid is het te danken dat *de procedure en haar resultaat samenvallen*, zodat we deze vanuit een constructief standpunt kunnen bekijken, zonder evenwel in een intuïtief kader te worden geperst. In de \mathbb{N} -th generatie, op het ω -de delingstrap, resulteert dit in de verzameling $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, die alle mogelijke delingen (knopen) bevat samen met hun delen (verbindingswegen). Zij stelt de mogelijke ordeningen over \mathbb{N} voor. De zo gevormde verzameling moet met andere woorden gelijk zijn aan de machtigheidstralie voor \mathbb{N} . Dit is evenwel slechts een deel van het verhaal omdat de verbindingswegen per generatie ook meetellen. We zeiden al dat de procedure vanuit twee oogpunten bezien kan worden: de stapsgewijze verdubbeling van het aantal cellen per generatie, met het aantal generaties gelijk aan $n \leq \omega$, maar ook het geheel van alle mogelijk combinaties van nullen en enen oftewel de machtsverzameling van $\mathcal{P}(\mathbb{N}) = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ met extra structuur; dit voorwerp is de eenvoudigste realisatie van de **verzameling van Cantor**. Het eerste proces ligt simultaan in het tweede besloten. We bekomen aldus de twee soorten oneindigheid waaruit een eindig lichaam gemaakt is: een oneindigheid van delen met uitgebreidheid aan — de *ever smaller regions* van de intuitionisten — die op zichzelf een oneindig groot lichaam zouden geven, en een oneindigheid van delen zonder uitgebreidheid — punten — die op zichzelf een lichaam zouden geven zonder welke uitgebreidheid dan ook. Deze absurditeit doet zich *niet* voor omdat Zeno's deling beiden — *kai* — tegelijkertijd genereert.⁹⁷ Conclusie: Zeno's delingsprocedure kan worden voorgesteld door een binair boom, een Zenoonse semi-tralie waarin de knopen de *megala* en de paden de *micra* zijn, elk met hun eigen oneindigheid:

Verzameling
van Cantor

⁹⁵VLASTOS:toont aan dat de enige eigenschap die Zeno beschouwd de uitgebreidheid is.

⁹⁶Weyl was the first to formulate this idea, but he linked binary numbers with the nodes of the tree, thus only capturing the potential infinity encoded by it. Given his finitist a priori this was natural enough. H. Weyl, *o.c.*, pp. 43-54. See also Tyles, *o.c.*, pp. 64-67.

⁹⁷A.W. Moore, *The Infinite*, Routledge, London and N.Y., 2001 [1990], presenteert een veelbelovende denkrichting waarin, weliswaar zonder Zeno te vermelden, het verband wordt gelegd tussen "infinity by addition" en "infinity by division" — waarmee overduidelijk dezelfde begrippen als onze "stapsgewijze" en "gelijktijdige" deling worden bedoeld —, de continuumhypothese en de cardinaliteiten van \mathbb{N} en \mathbb{R} , maar enkel om de mogelijkheid te verwerpen! Blijkbaar mpliceert ze volgens hem een variant op de fout van Bernoulli, althans, dat maak ik op uit het feit dat hij naar "rationale dichtheid" verwijst.; zie pp. 154-158. Het weze nog eens benadrukt dat Zeno geen zo'n denkfout begaat; ik verwijs opnieuw naar Abraham's "Plurality"-artikel.



De maatstok M en de dcto $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, de Philebische verzameling \mathbb{P} .

For in two ways it can be said that a distance or a period or any other continuum is infinite [apeiron], viz., with respect to the partitions or with respect to the projecting parts [Aristotle, Phys. Z, 2, 263a (24-26)].

For whoever divides the continuum into two halves thereby confers a double function on the point of division, for he makes it both a beginning and an end [Phys. Θ 8, 263a (23-25)].

De formele taal het meest geschikt om dergelijke structuren te beschrijven is **domaintheorie**.⁹⁸ Laten we enkele basisbegrippen overlopen. Gegeven zij de partieel geordende verzameling $(P, <)$. Een deelverzameling S of P is een *bovenverzameling* als $\forall s, t \in S$ met $s \leq t : s \in S \Rightarrow t \in S$. Het symbool $\uparrow s$ duidt alle elementen boven een zekere $s \in S$. Een element van S is een bovengrens voor $S \subseteq P$ als voor enige $s, t \in P : \exists v \in P$, zodanig dat $s < v \wedge t < v$. Het kleinste element van de verzameling der bovengrenzen van S wordt het *supremum* (of de *join*) $\bigvee S$ genoemd. Een element $t \in P$ is *maximaal* als er geen ander element van P boven ligt. Een *gerichte bovenverzameling of filter* S van P is een niet-ledige verzameling waarin elk paar van elementen een bovengrens heeft in S . Als aan de voorwaarde $\uparrow s$ voldaan, dan wordt S een *hoofd of "principal" filter* genoemd. De duale noties *beneden* (of "down") *verzameling* $\downarrow s$, benedengrens *infimum* (of *meet*) $\bigwedge S$, minimaal element en *gerichte benedenverzameling of ideaal* ontstaan door de pijlen (de orde) om te draaien. In het geval van $(\mathcal{Z}, <)$ stijgt met afnemend intervallen, waardoor $(10) \rightarrow (101)$ impliceert dat $(10) < (101)$. Het kleinste element is de eenheid, de maatstok M zelf. Zeno's deling werkt door de toepassing van twee eenvoudige, constructieve opbouwregels, twee functies die delingen afbeelden op delen:

1. $r_1 : n \longrightarrow 2n$ stapsgewijze deling \rightarrow 'kleine' \mathcal{Z} ;
2. $r_2 : n \longrightarrow 2^n$ simultane deling, met $n \leq \omega$ \rightarrow 'grote' \mathfrak{J} .

Toepassing van deze twee regels volstaat om \mathfrak{J} constructief op te bouwen⁹⁹ als de simpelst mogelijke instantie van de Cantorverzameling. Het gebruik ener constructieve redenering verplicht ons *niet* tot het innemen van een intuïtionistisch standpunt omdat we dankzij de simultaneïteit toch logisch consistent met actuele oneindigheden kunnen werken. We bespraken reeds eerder het Zenoonse beginsel van **de aequivalentie der delen en het geheel**.¹⁰⁰ Het is essentieel dit principe, een onmiddellijk gevolg van Zeno's deictisch realistische en uitputtende procedure, te vertalen naar een variant van het belangrijkste constructivistische credo.¹⁰¹ We formuleren dit onderliggende principe als volgt:

Zeno's Beginsel (ZB): *In a constructie verschijnen alleen dingen die effectief geconstrueerd werden door toepassing van expliciet gegeven opbouwregels.*

⁹⁸S. Abramsky and A. Jung, "Domain Theory", in *Handbook for Logic in Computer Science*, S. Abramski, D. M. Gabbay and T.S.E. Maibaum [eds.], Clarendon Press, Oxford, 1994, chapters 1,2. Ik dank Wendy 'Tor' Lowen en Bob Coecke voor verhelderende discussies over dit materiaal.

⁹⁹In den geest van Smyth als hij schrijft: *It may be asked whether (...) we adhere to constructive reasoning in our proofs. Actually our procedure is somewhat eclectic.* M.B Smyth, *The Constructive Maximal Point Space and Partial Metrizability*, preprint: <http://www.comp.leeds.ac.uk/anthonyr/dtg/papers.htm>.

¹⁰⁰W.E. Abraham, "Plurality", *Phronesis*, **17**, 1972, pp. 40-52.

¹⁰¹The importance of an explicit formulation of Zeno's Principle was brought home to me during a discussion with R. Hinnion (dept. math. ULB), for it clearly demarcates the nature of the proposed representation. Propositions with regard to CH or AC in the following pages are valid within the confines of Zeno's construction; they do not imply any claim with respect to, say, the Zermelo-Fraenkel axiomatisation of set theory.

Het bewijs omvat drie stappen. Ten eerste kan de simultane sprong van aftelbaar veel *megala* naar overaftelbaar veel *micra* rigoureus beschreven worden als de ideale completie van de kleine Zenotralie in de grote Zenotralie $(\mathfrak{Z}, <)$ into the large semi-lattice $(\mathfrak{Z}, <)$.¹⁰² Elke knoop op het ω -delingsniveau of, anders gezegd, elke mogelijke tak in de \mathbb{N}^{th} -de generatie, dus elk element z voortgebracht door \mathfrak{Z} , stelt een unieke rij $f(z) = (x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ voor. De eindige idealen $\downarrow x$ kunnen geordend worden door inclusie. Ze hebben alle een supremum. Het supremum van den oneindigen ω -keten waarvan ze deel uitmaken is het maximale element $\uparrow z \cap \mathfrak{Z} = \{z\}$. Toepasselijk genoeg werd er een constructieve interpretatie voor het maximaliteitsbegrip als een criterium voor of als een test op fijnmazigheid *test of fineness* ontwikkeld door Martin-löf.¹⁰³ Elke ω -keten definieert een unieke orde op \mathbb{N} . Elke ordinaliteit op \mathbb{N} valt op unieke wijze met zulk een keten samen terwijl er, dankzij ZP, gegarandeerd geen andere ketens opduiken. Dit geeft ons de orderstructuur op $\mathcal{P}(\mathbb{N})$. Daarom is de Zenoonse semitralie $(\mathfrak{Z}, <)$ een gerichte en complete partiële orde of *dcpo*.

Maar \mathfrak{Z} is evengoed een totale orde \prec . Door de canonieke nummering van de delen wordt er per generatie een bijkomende orde ingevoerd, waardoor alle elementen z vergelijkbaar zullen zijn: $\forall z, z'; z \prec z' \vee z' \prec z$; waardoor (\mathfrak{Z}, \prec) een gerichte en complete totale orde of *dcto* is. Deze orde geeft uitdrukking aan de invloed die op de structuur wordt uitgeoefend door de afeglegde delingswegen. Semantisch gesproken is de logica dien erdoor gecodificeerd wordt intensioneel, niet extensioneel. Deze totale orde is bovendien lexicographisch, dus volgens het *beginsel van het eerste verschil*¹⁰⁴ zoals in het woordenboek van Hausdorff.¹⁰⁵ \triangleleft

Onze tweede stap is het aantonen van de vereiste bijectieve betrekkingen. Dit bewijs berust in wezen op het welbekende theorema van Cantor-Schröder-Bernstein. In ons geval is het niet mogelijk de linker- en rechterkanten van de binaire voorstelling der delingen, dus der delingspunten op de rationale veelvouden van 2^{-n} , zoals in de standaard situatie.¹⁰⁶ Zij zullen daarentegen gebruikt worden als de linkersluiting d en de rechtersluiting d' van de aangrenzende, niet-overlappende delen die door de in elke generatie geproduceerde intervallen worden voorgesteld. Dit rechtvaardigt trouwens volledig Aristoteles' schijnbaar raadselachtig commentaar: *For in two ways it can be said that a distance or a period or any other continuum is infinite, viz., with respect to the partitions or with respect to the projecting parts* [*Phys. Z.*, 2, 263a (24-26)]. We zullen deze ter ere van Brouwer **dubbelpunten** of simpelweg **dubbels** noemen.¹⁰⁷

$$M \xleftarrow{1} \text{semi-tralie} = \{0, 1\}^{\mathbb{N}} \xleftrightarrow{2} [0, 1] \xrightarrow{3} \mathbb{R}$$

De verzameling van alle mogelijke binaire rijen $f(z)$ is $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. We zagen reeds dat $|\{0, 1\}^{\mathbb{N}}| = 2^{\mathbb{N}}$. Verwijderen we nu van elk paar dubbels d en d' dat ontstond door de rationele delingen in onze delingsprocedure \mathfrak{Z} telkens een lid uit onze verzameling

¹⁰²C.q. cardinal vs. ordinal completion; W.E. Abraham, "Plurality", *Phronesis*, **17**, 1972, pp. 40-52.

¹⁰³Besproken in M.B. Smyth, *o.c.*, p. 3, p. 7 sq.

¹⁰⁴K. Kuratowski and M. Mostowski, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam, 1968, pp. 224-227.

¹⁰⁵R. Rucker, *o.c.*, pp. 82-83.

¹⁰⁶P.J. Cameron, *Sets, Logic an Categories*, Springer, London etc., 1999, p. 128-129.

¹⁰⁷L.E.J. Brouwer, *o.c.*, p. 56.

rijen door een **em canonieke keuze** te maken voor hetzij de linkerkant (L_c) of voor de rechterkant (R_c) op elke delingsplaats in ekle generatie. Een canonieke keuze is een functie $f_c : A \dot{\cup} B \xrightarrow{\cong} \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. Zij $d = L_c$. We kiezen dus door L_c in alle gevallen voor de nul kant.

$$A = \{(x_n)_n \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}} \mid \nexists N : \forall n > N : x_n = 1\}$$

A bevat geen rijen met enkel enen vanaf een bepaalde x_n . We filteren de rechterkantrepresentaties van de van de rationale veelvoudigen van 2^{-n} eruit. De zogezegde redundantie in de binaire representatie van de reële getallen is daarmee verdwenen. Onze verzameling A is nu identiek aan het standaardinterval $[0, 1]$. In ons geval echter worden de verwijderde rijen niet eenvoudigweg vernietigd, maar zorgvuldig bijgehouden in een aparte verzameling B .

$$B = \{(x_n)_n \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}} \mid \exists N : \forall n > N : x_n = 1\}$$

Deze verzameling bevat exact die rijen die enkel enen vertonen vanaf een zekere x_n af; haar cardinaliteit is $|\mathbb{N}|$. Uit onze definitie volgt dat $A = B^c$, zodanig dat $A \dot{\cup} B = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. De cardinaliteit van het coproduct (de disjuncte unie) $A \dot{\cup} B$ is gelijk aan de som van de cardinaliteiten der verzamelingen die het coproduct uitmaken: $|[0, 1]| + |\mathbb{N}| = 2^{\aleph_0}$. En inderdaad weten we uit Cantors diagonaliseringsargument dat $2^{\aleph_0} - \aleph_0 = 2^{\aleph_0}$.¹⁰⁸ Gelijke machten impliceren aquivalentie; zodoende kunnen we concluderen we dat $\{0, 1\}^{\mathbb{N}} \longleftrightarrow [0, 1]$. Onze verzameling $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ is compleet dankzij haar totale orde, en elke complete verzameling die een aftelbare deelverzameling heeft is een continuüm. Elk continuüm is isomorph met de reële rechte.¹⁰⁹ Het is tenslotte op meetkundige gronden niet moeilijk om de aquivalentie van $[0, 1]$ met \mathbb{R} aan te tonen: er bestaat een bijectie $f(x) = \tan \pi(x - \frac{1}{2})$ van $[0, 1]$ naar \mathbb{R} .¹¹⁰ \triangleleft

*Philebische
verzameling*

Ten derde met betrekking tot de orde. De situatie doet denken aan die van oneindige verzamelingen die, ondanks hun gelijke cardinaliteit, verschillende ordinaliteit bezitten. Vooreerst voeren we namen in. Plato zegt in [*Philebus*, 16(e)] dat de deling kan gaan door “tweeheid”, maar evengoed door “drieheid” of door eender welk ander getal, al gebeuren alle door hem gegeven voorbeelden langs de weg van de *aoristos duas*. Daarom zullen we vanaf nu $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ de **Philebische verzameling** noemen, gesymboliseerd door \mathbb{P} . Dit laat ons toe volgende stelling te formuleren: de verzamelingen \mathbb{P} en \mathbb{R} zijn van gelijke cardinaliteit maar van verschillende ordinaliteit¹¹¹:

$$\{0, 1\}^{\mathbb{N}} \text{ is } \mathbf{niet\ orde-isomorph} \text{ met } [0, 1]$$

¹⁰⁸De moeilijkheden die gepaard kunnen gaan met willekeurige sommen van oneindige machten komen aan bod in M. Potter, *Set Theory and its philosophy*, Oxford University Press, Oxford, 2004, p. 170 sq.

¹⁰⁹Voorwaarden voor compleetheid zijn ofwel dat elke niet ledige deelverzameling van de beschouwde verzameling die een bovengrens heeft ook een supremum heeft, ofwel heeft elke niet ledige deelverzameling met een ondergrens een infimum. Gezien de orde op $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, is in ons geval de tweede voorwaarde triviaal vervuld. M. Potter, *o.c.*, pp. 119-121.

¹¹⁰P.J. Cameron, *o.c.*, p. 128.

¹¹¹Ik dank dit inzicht aan een discussie met Tim Van der Linden (VUB).

Nu X is orde-isomorph met Y asa er een bijectie bestaat die aan volgende voorwarde voldoet: $k : (X, \leq) \rightarrow (Y, \leq)$ met $x \leq y \Leftrightarrow k(x) \leq k(y)$. Dit betekent dat, als (Y, \leq) dicht is, dan zal (X, \leq) ook dicht zijn. Inderdaad, veronderstel Y dicht. Laat k een orde-isomorphisme zijn, zodat $k : X \rightarrow Y : a < b \Leftrightarrow k(a) < k(b)$.

Neem $c < d \in Y$ zodanig dat $\exists! a, b \in X : k(a) = c, k(b) = d$. Maar Y is dicht, dus $\exists m : c < m < d$, zodanig dat $a = k^{-1}(c) \leq k^{-1}(m) \leq b = k^{-1}(d)$. Maar we bewezen tevoren reeds dat de orde die door \mathfrak{Z} wordt voortgebracht lexicographisch van aard is. Deze orde wordt ook door de rationale dubbels d en d' waarvoor de ongelijkheid $d < d'$ opgaat, bewaard. Nu $\nexists m \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}} : d < m < d'$. Bijgevolg kan $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ niet overal dicht zijn. Door onze canonieke keuze L_c hebben we alle d' uit $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ verwijderd, zodanig dat een verzameling A ontstaat die duidelijk de dichtheids-eigenschap heeft op exact dezelfde wijze als $[0, 1]$. Hieruit volgt dat $[0, 1]$ en $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ niet orde-isomorph zijn. Bovendien zijn alle idealen $\downarrow x$ begrepen in elke unieke rij $f(z) = (x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in \mathbb{P} eindig en niet ledig. Nu is een welordering S een totale orde waarin elke niet ledige deelverzameling van S een kleinste element heeft. Aan deze voorwaarde is hier triviaal voldaan, waardoor \mathbb{P} een welordering is. En welgeordend zijn is aequivalent met het KA. \triangleleft

Men neme volgende uitspraak in overweging:

*Though Zermelo's theorem assures that every set can be well-ordered, no specific construction for well-ordering any uncountable set (say, the real numbers) is known. Furthermore, there are sets for which no specific construction of a total order (let alone a well-order) is known (...)*¹¹²

BESLUIT.— We hebben voor Zeno's delingsprocedure het volgende bewezen:

- * Delingsprocedure $\mathfrak{Z} \equiv (\mathfrak{Z}, \prec)$ (gelijktijdigheid)
- * Onmiddellijke opvolger (ideaalcompletie)
- * Twee verschillende soorten oneindigheid $|\mathbb{N}| \neq |2^{\mathbb{N}}|$ (Cantors Theorema)
- * Keuzeaxioma (welgeordendheid)

Onze stelling is nu juist dat Zeno's delingsprocedure een specifieke manier geeft om een continuum te construeren dat isomorph is met de reële rechte (*niet* met \mathbb{R}), in hetwelk Cantors continuum hypothese geldig is:

$$\mathfrak{Z} \equiv \aleph_0 \neq 2^{\aleph_0} = \aleph_1$$

REMARK.— Elk reël getal wordt door deze constructie voorgesteld en gedefinieert door een unieke orde op \mathbb{N} , de verzameling der natuurlijke getallen, door een welbepaalde deelverzameling $f(z) \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$. Verder zijn *alle* ordes op \mathbb{N} inbegrepen en

¹¹²J. Dugundji, *Topology*, Allyn and Bacon, Boston, 1966, p. 35.

horizontale
deling

uitsluitend zij, wat de constructiviteit van het argument nogmaals onderstreept. De “rechte” die gevormd wordt door de delingsplaatsen of *loci* (d_i, d'_i) is isomorph met de rationale rechte. De horizontale oriëntatie (eendimensionliteit) van Zeno's werkwijze — evident uit zijn beschrijving en gemakkelijk aan te tonen als zijnde impliciet in de triviale overgang van de veelheids- naar de bewegingsparadoxen — maakt evenwel dat zekere intervallen in het standaard reële continuum niet in \mathbb{IP} zullen worden opgenomen. Zou het nu mogelijk zijn met een aangepaste versie van Zeno's procedure de rationale rechte per se te krijgen, zodat de puntintervallen waarvoor elk dubbel (d_i, d'_i) een eind- en een beginhaakje levert, exact de irrationale getallen zouden bevatten? Een interessante denkpiste is denk ik de procedure te veralgemenen over alle priemgetallen, een suggestie die zelfs in de Oudheid al gesuggereerd werd.¹¹³ Het is duidelijk dat men in dat geval ook de machten van de priemgetallen np^k , met $n, k \in \mathbb{N}$, moet meenemen. Mar zou dat volstaan? Dit brengt ons mijns inziens terug bij het vraagstuk van de ontbrekende intervallen: men moet zien alle ordinalen van het nulde ordetype op te vissen, en dat lijkt alleen te kunnen door ook veelvoudigen van machten van priemen toe te laten. Men doet dan onvermijdelijk een beroep op de natuurlijke getallen, maar aangezien \aleph_1 die zelf voortbrengt is dat op zich geen probleem. Het ziet er naar uit dat in dat geval *alle* rationale getallen een dubbele voorstelling bezitten, wat natuurlijk hun karakter van eindige breuken nog meer in de verf zou zetten. Maar zelfs dan zitten we nog altijd met een (aftelbare) oneindigheid aan oneindig kleine gaatjes in Zeno's merkwaardige continuum. Intuïtief (in den gewonen zin van dat woord) gesproken ligt het voor de hand dat ze kleiner zijn dan eender welk reëel getal, maar *verschillen van* $0 : h < r$ with $r \in \mathbb{R}$. Met andere woorden, ze voldoen niet aan het axioma van Archimedes: $\forall x, y \in \mathbb{R}$ met $x < y : \exists m \in \mathbb{N} : m \cdot x > y$, dat juist het bestaan van zulke oneindig kleine getallen onmogelijk maakt.¹¹⁴ Opnieuw: h is een *infinitesimaal klein getal* als $\forall m \in \mathbb{N} : |m \cdot h| < 1$. Dit houdt in dat, wat ze verder ook zijn, het zijn *geen* reële getallen! Welnu, er bestaan in de wiskunde getallen die voldoen aan het criterium van kleinder te zijn dan elk gegeven reëel getal; zij worden **infinitesimalen** genoemd. Helaas lijdten ze onder een slechte reputatie, omdat ze aansprakelijk worden gesteld voor de grondslagencrisis waarin de vroege analyse — infinitesimaalrekening — de wiskunde had gestort. Het is welbekend dat in de *locus classicus* van de moderne natuurwetenschappen, Newtons monumentale *Principia* [1687]¹¹⁵, infinitesimaalrekening in meetkundige vermomming wordt gebruikt. Newtons *fluxionenleer* die aan die constructie ten grondslag ligt berust expliciet op infinitesimalen, maar werd twintig jaar later gepubliceerd. De fluxionenleer wordt, weliswaar nog steeds in een meetkubdig jasje, kort en duidelijk uiteengezet in de verhandeling *De Quadratura curvarum*, die gepubliceerd werd als een appendix bij Clarke's latijnse vertaling van de *Opticks* [1706]. De meetkundige schoonheidsoperatie stamt niet alleen uit een verlangen aansluiting te vinden bij de traditie in de Oudheid; zij heeft dieperliggende filosofische en zelfs theologische gronden. Op Newtons

infinitesimalen

¹¹³J. Stenzel, *o.c.*, p. 53 sq. verwijst naar een passage in Boek A van de *Metaphysica*. Zie in het bijzonder ook p. 56.

¹¹⁴R. Courant and F. John, *Introduction to Calculus and Analysis*, vol. I, Wiley/Interscience, 1965, p. 94.

¹¹⁵Een hedendaagse uitgave — de best beschikbare in afwachting van een teksteritische editie — werd bezorgd door A. Koyré and I.B. Cohen, *Isaac Newton's Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, The Third Edition (1726) with variant readings*, Cambridge University Press, Cambridge, 1972.

overtuiging dat menselijke “relatieve” beschrijvingen van natuurlijke verschijnselen noodwendigerwijze eindig zijn, en de eruit volgende ‘finitistische’ neiging in ten minste de wiskundige presentatie van zijn resultaten komen we in Hoofdstuk VI nog uitvoeriger terug.¹¹⁶ Die andere kolos aan de wieg der moderne natuurwetenschappen, Leibniz, gaf zijn eigen versie van de infinitesimaalrekening het licht onder den naam *Nova Methodus* in de *Acta Eruditorum* [1684].¹¹⁷ Wij gebruiken nog altijd grotendeels de notaties die in dat artikel worden ingevoerd, samen met Leibniz’ fameuze kettingregel. In hun pogingen om formeel greep te krijgen op deze merkwaardige grootheden die zo natuurlijk in de calculus opduiken, botsten Newton en Leibniz op de in de dipete sluimerende paradoxen. Berkeley kan het nalaten ze met overduidelijke appetijt aan de oppervlakte te brengen en de vernietigende inconsistenties in speciaal Newtons aanpak bloot te leggen. Het probleem komt er altijd op neer dat *iets* — hier in den zin van “iets uitgebreid” — opeens verdwijnt in het niets. Hij betitelt ze daarom roemrucht als *the ghosts of departed quantities*. De logische problemen die samenhangen met het rechtoe-rechtaan gebruik van infinitesimalen in de analyse leidden tot de ontwikkeling van het limietbegrip en Cauchy’s convergentie criterium, gevolgd door de herformuleringen van de infinitesimaalrekening in termen van Weierstrass’ ϵ - δ formalisme.¹¹⁸ Men kan zich evenwel afvragen of het probleem hiermee werkelijk was opgelost; er is immers een continuïteitsaxioma vereist om de methode sluitend te maken. Het concept ‘infinitesimaal’ dook opnieuw op gedurende de tweede helft van de twintigste eeuw dankzij het werk van Abraham Robinson, een Amerikaanse wiskundige die zijn werk expliciet zag als een hedendaagse verderzetting van Leibniz’ ideeën. Om problemen te vermijden voerde hij hen in in de gedaante van **hyperreële getallen**, steunend op de *model theorie*.¹¹⁹ Wij zullen verderop in dit werk met nog een ander soort infinitesimalen te maken krijgen, *duale* of *Nulmachtige* getallen, waardoor we se omweg via de modeltheorie kunnen vermijden.¹²⁰ Zij zullen hun eigen logische problemen met zich meebrengen, terwijl hun historische oorsprong even ver terug blijkt gaan als die der andere stelsels. We lopen een beetje vooruit door nu al te verklappen dat ons voorstel gaat zijn *de oneindigheid aan delingsgaatjes in Zeno’s continuüm op te vullen met deze oneindig kleine infinitesimalen*. We zullen hieronder al kort bespreken hoe we aanbeland zijn bij deze suggestie.

¹¹⁶Een standaardreferentie is G. Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton’s Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999/2003, p. 27 sq.

¹¹⁷G.W. Leibniz, “Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus”, *Acta Eruditorum*, vol. III, 1684.

¹¹⁸R. Courant and F. John, *o.c.*, vol. I, pp. 95-97.

¹¹⁹A. Robinson, *Non-Standard Analysis*, North-Holland, Amsterdam/London, 1966/1974. Voor Leibniz, see p. 2; p. 260 sq. Bekijk ook zeker het schattige en tegelijk verhelderende boekje van J.M. Henle and E.M. Kleinberg, *Infinitesimal Calculus*, Dover, 1979/2003.

¹²⁰Nulmachtige of nihilpotente (“nilpotent”) infinitesimalen werden heringevoerd door J.L. Bell in the realm of intuitionistic mathematics. The standard reference is: J.L. Bell, *A Primer of Infinitesimal Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

“*le continu physique*”

§6. ZENOONSE INFINITESIMAALGETALLEN.— Al is de verzameling \mathbb{P} die door \mathfrak{Z} wordt voortgebracht duidelijk een continuum, dan nog zouden we graag zekerheid hebben over zijn precieze aard, omdat we graag zeker zouden weten dat we analyse kunnen doen en andere nuttige dingen die betrekking hebben op de natuurkundige kant van ons onderwerp. Uiteindelijk gaat het hier over de toepasbaarheid van de wiskunde op de gegeven werkelijkheid, zoals in het geval van de bewegingsparadoxen. Men zou natuurlijk evengoed kunnen zeggen dat er niets aan de hand is: stel in alle dubbels uit Zeno's procedure de twee uitersten d_i en d'_i aan elkaar gelijk en ge hebt terug \mathbb{R} , weg probleem. Onze bedoeling was evenwel Zeno beter te begrijpen door hem zo letterlijk mogelijk te nemen; daarmee vervalt deze mogelijkheid. Gelukkig genoeg is er een uitweg die voor ons openligt in het werk van Henri Poincaré. Hij bestaat erin zo zorgvuldig als mogelijk onderscheid te maken tussen de verschillende opvattingen die er over het continuum bestaan en die over het algemeen achteloos door elkaar gebruikt worden, en daarna deze verschillen te formeel te expliciteren. Voortbordurend op een idee dat hij al in *La science et l'hypothèse*¹²¹ had naar voor gebracht schrijft Poincaré: *Il arrive que nous sommes capables de distinguer deux impressions l'une de l'autre, tandis que nous ne saurions distinguer chacune d'elles d'une même troisième.*¹²² We kunnen zeg maar een verschil maken tussen twee gewichten van 10 en 12 gram, terwijl het tussenliggende gewicht van 11 gram van elk van beiden ononderscheidbaar zou zijn. In onze werkelijkheidsgewaarwording bestaat er een dan continuum tussen die twee. Dit brengt Poincaré tot de formulering van volgende paradoxale definitie van *le continu physique* :

$$A = B, B = C, A < C$$

die flagrant in strijd is met het *Principium Contradictionis*. Stel nu dat we onze perceptieve capaciteiten vergroten; zou de moeilijkheid dan niet gewoon verdwijnen? Neen, want men kan gemakkelijk genoeg nieuwe elementen D, E vinden die tussen A, B kunnen worden geplaatst zodat

$$A = D, D = B, A < B; B = E, E = C, B < C$$

en zo voort, ad infinitum, in stricte analogie met wat we zien bij oneindige deling. Het probleem wijkt terug zonder ooit te verdwijnen. Opmerkelijk is hoe dicht dit lijkt te komen bij Brouwers vertrekpunt: *we [zullen] nader ingaan op de oer-intuïtie der wiskunde (...) als het van qualiteit ontdane substraat van alle waarneming van verandering, een eenheid van continu en discreet, een mogelijkheid van samendenken van meerdere eenheden, verbonden door een “tussen”, dat door inschakeling van nieuwe eenheden, zich nooit uitput.*¹²³ Daarom ook noemt Poincaré het fysische continuum *une nébuleuse non résolue*. Het wiskundig continuum moet dienen om deze wolk op te lossen en aldus de onverdraaglijke contradictie op te heffen: *c'est le continue mathématique qui est la nébuleuse résolue en étoiles*. Dat deze beschrijving niettemin (en anders dan bij Brouwer) echt de deling zoals uitgedrukt in \mathfrak{Z} omvat staat vast dankzij een eigenschap die ze beiden delen: *Celui-ci est une échelle dont les échelons*

¹²¹H. Poincaré, *La Science et L'Hypothèse*, p. 51 sq.

¹²²*La Valeur de la Science*, Flammarion, Paris, 1905., p. 61.

¹²³L.E.J. Brouwer, *o.c.*, p. 43.

(*nombres commensurables ou incommensurables*¹²⁴) sont en nombre infini, mais **sont extérieurs les un aux autres, au lieu d'empiéter les un sur les autres comme le font, conformément à la formule précédente, les éléments du continu physique**. Laten we nu de naam van **Poincaré continuïteit** aan deze paradoxale eigenschap van het fysieke continuum geven. Ik breng de schijnbaar zo enigmatische maar volslagen correcte opmerking in herinnering: *For whoever divides the continuum into two halves thereby confers a double function on the point of division, for he makes it both a beginning and an end*. Onze stelling over het verschil tussen \mathbb{R} en \mathbb{P} is dan ook dat: :

de verzameling \mathbb{R} Poincaré continu is,

en bijgevolg het *fysisch* en niet het wiskundig continuum voorstelt, in tegenspraak met de standaard opvatting. Het is de verzameling $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ die, door nauwkeurig onderscheid te maken tussen d en d' , lost de dichte wolk op en stelt dus het wiskundig continuum voor, juist omdat het een oneindigheid aan oneindig kleine gaatjes bevat. We zagen dat dit bij Zeno inderdaad het geval is, en zullen nu een manier proberen te vinden om zijn wiskundig continuum terug intuïtief continu te maken. Hier komen de infinitesimalen van pas. We zoeken naar een concept van infinitesimaal waarbij ze niet behandeld worden als de loutere logische consequenties van de invoering van een specifieke operator, zoals het geval is bij Robinson; we willen dat ze zich gedragen als echte, eigensoortige wiskundige objecten. Infinitesimale getallen van deze soort zijn ingevoerd geweest van bij het begin van de infinitesimaalrekening, en wel door **Bernard Nieuwentijt**, een zeventiende eeuwse Nederlandse wiskundige en theoloog.¹²⁵ Van hem stamt het begrip nulmachtigheid. Hij verdedigt zijn infinitesimalen in een controverse met Leibniz over de fundamente van de analyse gedurende de 1694-1696. Nieuwentijt verweet Leibniz zowel inconsequentie als inconsistentie; we komen er later op terug.¹²⁶

§7. VEELHEID IN DE BEWEGINGSPARADOXEN.— Ik zal nu aantonen dat ook de door Zeno geformuleerde bewegingsparadoxen allemaal aan het hoger geschetste grondpatroon van de 'deling tot in het oneindige' beantwoorden en bijgevolg op dezelfde wiskundige voorstelling dienen te worden teruggevoerd. Zeno's vier beroemde bewegingsparadoxen werden ons door Aristoteles [*Physica*, Z 9, 239b] nagelaten, met de opmerking dat ze *zoals bekend zeer lastig te weerleggen zijn*. Ook in onze tijd werden onophoudelijk pogingen tot weerlegging geformuleerd: *no one has ever touched Zeno without refuting him, and every century thinks it worthwhile to refute him*.¹²⁷ En hoe zinnig of leerrijk op zichzelf ook, of hoe belangrijk met het oog op verdere ontwikkelingen in de wiskunde: *alle* veronderstelde weerleggingen steunen op vooronderstellingen die we nergens bij Zeno terugvinden zodat zij, wat zij verder ook mogen weerleggen, het zeker niet Zeno's argument is. Ik zal nu aantonen dat de twee soorten

¹²⁴i.e., rationale of irrationale getallen!

¹²⁵Ik vond deze naam voor het eerst in een artikel van de hand van J. L. Bell, "Infinitesimals and the Continuum", *Mathematical Intelligencer*, 17, 2, 1995, fn 2.

¹²⁶Nieuwentijts belangrijkste kritiek betrof de status van het begrip 'oneindig' en het gebruik van hogere ordedifferentiële. R.H. Vermij, "Bernard Nieuwentijt and the Leibnizian Calculus", *Studia Leibnitiana*, XXI/1, 1969, pp. 69-86; P. Mancosu, *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*, Oxford University Press, N.Y., 1996.

¹²⁷A.N. Whitehead, *Essays in Science and Philosophy*, Philosophical Library, New York, 1947.

*beweging is
een paradox*

oneindigheid ook in het bewegingsargument weer opduiken, nu eens direct, zoals in het geval van den Pijl, dan weer indirect, zoals bij de drie andere bewegingsparadoxen. Zij verschijnen daar als het verschil tussen *tellen* en *meten*. In de bestaande literatuur over Zeno wordt dan ook systematisch een cruciaal aspect van de paradoxen over het hoofd gezien, waardoor hun onderlinge samenhang aan het oog onttrokken. Anderzijds worden ook in het geval van de bewegingsparadoxen Zeno allerlei logische strategieën of ontologische vooronderstellingen in de sandalen geschoven die zijn paradoxen gemakkelijker weerlegbaar maken. Dit geldt des te meer voor de bewegingsparadoxen, waar deze twee fouten meestal gecombineerd worden. Nog eens, het is niet Zeno die ruimte of tijd vooronderstelt, laat staan posities inneemt over hun al dan niet discrete of continue aard: *His argument requires no determinate assumption about the structure of space and time; and all he requires for the validity of his inference is that what is true of something at every moment of a period of time (whether or not moments are indivisible instants) is true of it throughout the period.*¹²⁸ Zo stellen zowel KRS als MS in navolging van Tannery dat de bewegingsparadoxen onderling paarsgewijs als een dilemma georganiseerd zijn. Het eerste paar [De Hardloper en de Achilles] gaat dan uit van de vooronderstelling dat ruimte en tijd in den triviale zin tot in het oneindige deelbaar zijn, t.t.z. van het bestaan van een ruimte-tijdcontinuüm.¹²⁹ De andere twee [de Pijl en het Stadion] zouden ondeelbare minima voorstellen, ofwel de discretie van ruimte en tijd. Bovendien hebt ge in elk paar — volgens KRS — één argument dat lichamen in beweging op zichzelf beschouwt, en een tweede waarbij de beweging van lichamen relatief t.o.v. elkaar onder den loep genomen wordt. MS gaat nog verder en zegt dat de twee paren zelf georganiseerd zijn onder de vorm van een nog groter dilemma, zodanig dat weerlegging van de eerste hoorn iemand onvermijdelijk terugbrengt bij de tweede, en *vice versa*.¹³⁰ Tannery, die aan den oorsprong ligt van het dilemma-idee, is van mening dat Zeno het bestaan van beweging niet ontkent, maar enkel wil aantonen dat zij met een discrete ruimte - impliciet in het Pythagoreïsche “alles is getal”¹³¹ - niet te verzoenen is.¹³² Echter, indien onze analyse steekhoudt, dan moeten in alle bewegingsparadoxen de *twee soorten oneindigheid, discreet en continu* tegelijkertijd aanwezig zijn. De bovenstaande interpretaties zijn dus vanuit mijn optiek op zich niet ‘fout’, maar wezenlijk onvolledig: de verdeling van specifieke ontologische praemissen over de hoorns van een dilemma is een logisch gestructureerde *post factum* herformulering van Zeno's paradoxen, die hen in een context plaatst die slechts *na en door* Zeno tot stand is kunnen komen. Het is verder heel moeilijk verdedigbaar om aan Zeno Atomistische gedachten toe te schrijven. In de eerste plaats omdat het Atomisme de aanvaarding van het ‘zijn van het niet-Zijn’ inhoudt, een positie die door zijn leermeester Parmenides met de grond gelijk gemaakt was als een dwaalweg van den geest [DK 28B 7.8]. Verder omdat het Atomisme volgens de antieke bronnen juist ‘deling tot

¹²⁸KRS, p. 273.

¹²⁹KRS, MS. Ik houd mij overigens aan de traditionele benamingen; KRS noemt wat hier de Hardloper is het Stadium, en het Stadion heet bij hem de Bewegende Rijen.

¹³⁰MS, p. 114-115.

¹³¹Zij kenden de irrationale getallen, maar probeerden het bestaan van een dergelijk verwerpelijk schandaal geheim te houden. En zoals we hebben gezien zijn de rationale getallen - de eindige breuken - aan het discrete soort oneindigheid gecorreleerd. A. Pichot, *La naissance de la science. 2. Grèce présocratique*, Gallimard, 1991, p. 127 sq.

¹³²P. Tannery, *o.c.*, p. 393.

in het oneindige' à la Zeno verwierp, om te vermijden dat een lichaam met uitgebreidheid tegelijk "oneindig groot" zou zijn en "oneindig klein", zoals we hebben gezien.¹³³ Een alternatieve, maar hieraan verwante interpretatie richt haar focus op de dichtheids-eigenschap van zowel ruimte als tijd.¹³⁴ De bekendste alternatieve oplossingsstrategie die ons uit de Oudheid werd overgeleverd, is van Aristoteles. Het is in antwoord op de paradoxen van Zeno (en uit onvrede met het Atomistische standpunt) dat hij zijn *theorie van het potentieel en het actueel oneindige* formuleert [*Phys.*, Z 2, 233a(21-33); *Θ* 8, 263a(3 sq.)]. De begrippen 'potentieel' en 'actueel' werden door Aristoteles ontwikkeld in het kader van zijn metafysisiek, als ontologische fundering voor zijn contradictieprincipe. Ze moeten het mogelijk maken te spreken in praedicatieve tegenstellingen ("contrairen") zonder te vervallen in existentiële tegenspraken (contradicties). De overgang van potentieel naar actueel (en omgekeerd) op het niveau van de eigenschappen van een enkeling is wat hij verstaat onder *beweging* [b.v. *Metaph.*, G, 1009(a (22-37))] Dit zal nog uitgebreid aan bod komen in HOOFDSTUK V. Aangezien wij eindige wezens zijn, is — volgens de Stagiriet — het oneindige altijd slechts potentieel, niet meer dan een nooit verwerkelijkte *mogelijkheid* in een wordings- of benaderingsproces. Zeno maakt een redeneerfout omdat het geen zin heeft om over iets als 'deling tot in het oneindige' te spreken; zijn probleem is dus dat hij het actueel oneindige een reël bestaan toekent. In hedendaagse termen gesproken: Zeno maakt de 'fout van Bernoulli', want hij aanvaardt het bestaan van actueel-oneindige verzamelingen die door *telling* geconstrueerd kunnen worden. Deze 'feitelijke' oneindigheid verwerpt Aristoteles, omdat ge immers nooit kunt *tellen* tot ge effectief bij het laatste element van een oneindige verzameling uitkomt: *If you count the first half of the journey and then the half of what is left and so on, you would have to count an infinite series of numbers before you got to the end of the journey; which is admitted to be impossible* [*Phys.*, *Θ* viii, 263a(9-11)]. We zagen echter eerder al dat Zeno's oneindige deling niet ordinaal maar cardinaal (i.e., simultaan) dient te worden opgevat. Verder weten we ondertussen ook dat er een rekenkunde van het oneindige mogelijk is, en dat oneindigheid bestaat in verschillende soorten, de zgn. transfinitie cardinaalgetallen. Cantor verdedigde expliciet het bestaan van het actueel oneindige, in een artikel met de veelzeggende titel "Über die verschiedenen Standpunkte in bezug auf das aktuelle Unendliche".¹³⁵ Wij zullen nu zien dat Zeno's simultane delingsprocedure 3 ook licht kan werpen op de bewegingsparadoxen, wat we, gezien ons methodologische maxime, konden verwachten. De clou is dat "bewegen" betekent "het overaftelbare" (dus het ontelbare) tellen, of, wat op hetzelfde neerkomt, "meten" komt neer op "rationeel het irrationele uitdrukken." Voor de eerste twee argumenten is dat eenvoudig (zie tekening). Zeno's punt is juist van aan te tonen dat, *hoe kort ook de nog resterende afstand*, het te overschrijden aantal deelafstanden hetzelfde blijft, te weten 2^{\aleph_1} , terwijl het mogelijk aantal delingen (stappen) nooit $n = \infty$ (eigenlijk ω), zal overschrijden. In werkelijkheid zal het aantal stappen zelfs altijd eindig zijn. *Desondanks* beweegt ge! Tijd is gerelateerd aan afgelegde weg, en hier dus perfect irrelevant. Het zou trouwens ook

actueel en potentieel oneindig

¹³³M. Conche, *Épicure. Lettres et Maximes*, PUF, Paris, 1999, §§56-57; commentaar hierbij p. 148-149; D.J. Furley, *Two Studies on the Greek Atomists*, Princeton, Princeton, 1967, pp. 71-75.

¹³⁴A. Grünbaum, *o.c.*, p. 37 sq.

¹³⁵G. Cantor, "Über die verschiedenen Standpunkte in bezug auf das aktuelle Unendliche", *Gesammelte Abhandlungen (GA)*, pp. 371-377.

nogal gek zijn als Zeno, die het Parmenideïsche standpunt van de deictische onwerkelijkheid van tijd verdedigt, tijd zou invoeren om zijn punt te maken.

$$\begin{array}{c}
 \left[\frac{000}{\quad} \right] \left[\frac{001}{\quad} \right] \left[\frac{010}{\quad} \right] \left[\frac{011}{\quad} \right] \left[\frac{100}{\quad} \right] \left[\frac{101}{\quad} \right] \left[\frac{110}{\quad} \right] \left[\frac{111}{\quad} \right] \\
 \\
 \left[\frac{\quad}{\quad} \frac{0}{\quad} \right] \left[\frac{\quad}{\quad} \frac{10}{\quad} \right] \left[\frac{110}{\quad} \right] \left[\frac{111}{\quad} \right] \\
 \\
 \left[\frac{000}{\quad} \right] \left[\frac{001}{\quad} \right] \left[\frac{\quad}{\quad} \frac{01}{\quad} \right] \left[\frac{\quad}{\quad} \frac{1}{\quad} \right]
 \end{array}$$

Figure 4.1: De bewegingsparadoxen

Bell stelt het zo: *Continuity and discreteness are united in the process of measurement in which the continuous is expressed in terms of separate units, that is numbers.*¹³⁶ Dit is het wezenlijke punt dat men uit het oog verliest wanneer men het actueel oneindige buitengooit. De enige stilzwijgende vooronderstelling aanwezig in Zeno's delingsprocedure, te weten de eendimensionale, horizontale uitvoering ervan, maakt dat hij zonder meer kan overgaan van veelheid naar beweging. Wanneer men de argumenten leest vanuit ons perspectief, dan springt de verbazende onderlinge samenhang onmiddellijk in het oog. Het bewegingsprobleem wordt door Zeno behandeld in vier argumentatieve "graden van stijgende verbijstering"¹³⁷:

graden van
verbijstering

- i) beweging kan geen aanvang nemen;
- ii) beweging kan, eens begonnen, niet voltooid worden;
- iii) beweging van twee lichamen t.o.v. elkaar vertoont dezelfde paradox;
- iv) beweging is zelfcontradictorisch.

De eerste drie punten worden ook door McLaughlin en Miller¹³⁸, expliciet onderkend, zij het binnen een ander interpretatief kader, zodat volgens deze auteurs de Achilles en het Stadium buiten de gemeenschappelijke structuur vallen. Ik ben het met dat laatste dus niet eens. Er is bij mijn weten in de hele literatuur trouwens nergens een met de andere bewegingsparadoxen coherente interpretatie van het Stadium te vinden. 'Het overaftelbare tellen' is dus de bewegingskant van de veelheidsmedaille, die zelf, zoals

¹³⁶J.L. Bell, *Oppositions and Paradoxes in Mathematics and Philosophy*, [forthcoming in *Axiomathes*].

¹³⁷Ten opzichte van de traditionele weergave heb ik de volgorde van de twee eerste en de twee laatste argumenten omgekeerd, omdat het anders een deel van zijn slagkracht verliest. Wij zijn het dan ook slechts gedeeltelijk eens met het schema van Owen. Zie G.E.L. Owen, *op. cit.*, herdrukt in W. C., Salmon (ed.), *Zeno's Paradoxes*, Hackett, Indianapolis, 2001 [1970].

¹³⁸W.L. McLaughlin en S.L. Miller, "An Epistemological Use of Non-Standard Analysis to Answer Zeno's Objections against Motion", *Synthese*, 1992, **92**, p. 372.

de lezer zich zal herinneren, smaengevat kan worden als 'bestaan uit delen met en zonder grootte', eender of ge de beweging beschouwt bij het begin of op het einde. We zien dat Aristoteles' keuze uit een ongetwijfeld veel groter aantal vormen van het argument (Proclus spreekt over veertig verschillende varianten) alles behalve arbitrair is. Hij kiest er juist uit die de paradox stap voor stap verder ontvouwen zodanig dat zijn vele gezichten bloot komen te liggen. Zo laat hij effectief zien waarom hij zo moeilijk te weerleggen is. In het volgende zal dit nog duidelijker worden. Dus de Stag- *de Achilles* itiet doorzag het echte probleem, al geloofde hij blijkbaar niet dat dit voor Zeno zelf het geval was, zoals nog zal blijken. Dit laatste feit — samen met het gegeven dat we Aristoteles' argumentatie enkel kennen uit cursusnota's die door zijn studenten werden genomen — verklaart wellicht de soms rommelige en omslachtige formulering ervan.

De Achilles [DK 29A (26)]

[Arist., *Phys.*, Z 9, 239b(14)] *Het tweede (argument) staat bekend als 'de Achilles'. Dit luidt, dat het langzaamste in zijn loop nooit ingehaald zal worden door het snelste. Want het is noodzakelijk dat het achtereenvolgende tevoren daar aankomt, vanwaar de vluchtende zojuist vertrokken is, zodat het noodzakelijk is dat het langzamere altijd [aei] een soort voor-sprong houdt. Dit argument komt op hetzelfde neer als dat op de grond van de tweedeling. Het enige verschil is, dat de afstand die er telkens bij komt niet in twee gelijke helften gedeeld wordt. [Mansfeld]*

▷ BEWEGING KAN GEEN AANVANG NEMEN.— Aristoteles leest Zeno's argument als een *reductio*: of ge nu moet vertrekken of aankomen genomen vanf eender welke afstand waarop ge u bevindt zal het doel onbereikbaar zijn. Opmerkelijk genoeg is deze paradox in de 'start' veel moeilijker 'op te lossen' dan in de aankomst-versie, omdat ook de op limietrekening gebaseerde convergentiecriteria voor Cauchy-rijen hier geen soelaas brengen. Blijkbaar is de overgang van niets naar iets moeilijker te overbruggen dan de overgang van iets naar niets! Dit zou enige vebrazing, om niet te zeggen wantrouwen, mogen wekken.¹³⁹ De reden wordt duidelijk als men zich re rekenschap van geeft dat de loper $2^{\mathbb{N}}$ deelafstanden moet overschrijden alvorens hij zelfs maar zijn eerste stap kan doen, omdat hij vanuit een dimensieloos punt op een uitgebreid lijnstuk moet zien te geraken. De deelsommenredenering houdt alleszins geen steek, omdat de "laatste" som het "eerste" interval zal moeten bevatten wil de loper überhaupt van zijn plaats geraken. Indien ergens, dan zou toch hier "Bernoulli's fallacy" begaan worden! Aristoteles interpreteert Zeno's bedoelingen coorect in de mate dat hij beseft dat er twee soorten oneindigheid in het spel zijn: een — aftelbare — die betrekking heeft op het aantal delingen, een — overaftelbare — die betrekking heeft op het aantal delen. Het loont de moeite aristoteles' aanpak even in detail te bekijken. Zijn argument komt er op neer dat het "uitgesloten [is] om binnen een eindige tijd aangeraakt te hebben wat in quantitatieven zin oneindig is" (zie het Hardloperargument). We weten ondertussen evenwel dat 1) Zeno nergens over 'tijd' spreekt, en 2) dit geen door Zeno gedane

¹³⁹De gène is duidelijk in bijvoorbeeld Clarks commentaar op de zgn. "regressieve" formulering van paradox, zie M. Clark, *o.c.*, p. 160.

veelheid
vermijden

aanname is, maar een vervormde versie van zijn conclusie over het voorafgaande veelheidsargument. Aristoteles' strategie omvat bijgevolg twee stappen: 'tijd' invoeren als een onderliggende hypothese, en de veelheidsargumenten wegmoffelen, ook al was hij zich ongetwijfeld van hun belang bewust. Dit patroon zal opduiken in zijn bespreking van alle bewegingsargumenten. Aristoteles is immers niet geïnteresseerd in een verheldering, maar in een weerlegging van Zeno's paradoxen. Dit standpunt ligt aan den oorsprong van het basisaxioma waarop zijn metafysisiek als zijn logica berusten, het *Principium Contradictionis* of contradictieprincipe (PC): *het is onaanvaardbaar dat iets is en niet is in enige zin op dezelfde plaats en hetzelfde moment* [Met., γ 3, 1005b(19-26); B 2, 996b(30)].¹⁴⁰ Voor Aristoteles zijn paradoxen een *probleem* dat zo rap mogelijk opgelost moet geraken. Die oplossing moet dan ook nog eens aan welbepaalde voorwaarden voldoen. Hij had namelijk zijn lessen getrokken uit Plato's (in zijn ogen) mislukte poging om de veelheidsargumenten te ontmantelen (in den vorm waarin hij die had aangetroffen bij diens leermeester, Parmenides).¹⁴¹ Aristoteles' redenering is blijkbaar dat wie de mankementen in Plato's systeem wil vermijden, ook maar beter de veelheidsparadoxen kan vermijden, en zich veiligheidshalve enkel met de bewegingsparadoxen bezighoudt. Door hun onderlinge samenhang is dat echter onmogelijk zonder ze te verminken. Onze filosoof gaat dan ook op een uiterst listige en subtiele manier te werk. Inderdaad is het onmogelijk in een oneindig aantal stappen de oneindigheid aan delen "aan te raken" omdat de betrokken oneindigheden verschillend zijn. Maar tellen is een vorm van tijdsmeting — denk aan het metrum in de muziek of de poëzie — en daarom moet de deelbaarheid van de tijd parallel lopen met die van de deling. In feite dicht Aristoteles Zeno op die manier het idee van "tijdsatomen" toe [Phys., Z ii, 233a(30-30)], iets dat expliciet aan de oppervlakte zal komen bij zijn bespreking van den Pijlparadox. Dus in plaats van naar delingen en delen te kijken, kijken we naar delingen *over de tijd*. Aristoteles verschuift zo heel in het geniep onze aandacht van (discreet) tellen en (continue) afstand naar stappen tellen en tijdsmaten tellen. Niet te verwonderen dat het probleem zo verdwijnt! Daarom zegt hij ook dat Zeno's argument faalt omdat tijd "op dezelfde manier" oneindig is. Daar komt nog bij dat, hoelang we ook tellen bijvoorbeeld door "aanraking", het aantal "aanrakingen" uiteraard altijd eindig zal blijven. Ge *benadert* het oneindige slechts, zonder het ooit te bereiken. Zodoende wordt de in Zeno's procedure onvermijdelijke cardinaliteitsprong vermeden die zo flagrant in overtreding is met het PC. En eens de tijd ingevoerd, kunt ge dat fatale moment uitstellen zolang het u belooft... Dit is de bron van Aristoteles' roemruchte *potentiële* oneindigheid. Elke eindige tijdsspanne bestaat zo uit een potentieel oneindig aantal *eindige* delen; en hoe sneller ge telt, hoe kleiner de delen. De paradox verdwijnt omdat ook het reusachtig grote maan niettemin eindige aantal delen dat door deling van eender welk uitgebreid lichaam bereikt kan worden met deze potentiële oneindigheid samenvalt, en dus exact met de moderne notie van 'aftelbaar

¹⁴⁰Voor een diepgaande bespreking van de verschillende formuleringen (ontologisch, epistemologisch, psychologisch), van dit beginsel verwijs ik naar J. Lukasiewicz, *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, trans. J.M. Bochenski, Georg Omls Verlag, Hildesheim etc., 1993.

¹⁴¹K. Verelst and B. Coecke, "Early Greek Thought and Perspectives for the Interpretation of Quantum Mechanics: Preliminaries for an Ontological Approach", in: *Metadebates on Science. The Blue Book of Einstein meets Magritte*, G.C. Cornelis, S. Smets and J.-P. Van Bendegem, Kluwer Academic Press, Dordrecht, 1999, pp. 163-196.

oneindig' overeenkomt. Nergens worden er andere dan commensurabele grootheden — rationale getallen — met elkaar in verband gebracht. Dit is precies wat er gebeurt bij het nemen van den limiet. Ge kunt volhouden dat ge het eindpunt bereikt omdat ge de afstand die u er nog van scheidt “zo klein kunt maken als 't u belieft”, t.t.z., te verwaarlozen klein. Maar dit legt ook uit waarom er geen expliciete *constructie* van de irrationale getallen per se bestaat — dus niet enkel aequivalentieclassen van zekere wiskundige objecten die daarna arbitrair aan de reële getallen worden gelijkgesteld. Gödel merkt daarom zuur op: *It is demonstrable that the formalism of classical mathematics does not satisfy the vicious circle principle in its first form, since the axioms imply the existence of real numbers definable in this formalism only by reference to all real numbers.*¹⁴² Nog scherper is Wittgenstein: *The calculus presupposes the calculus.*¹⁴³ Zeno's paradoxale constructie lijdt niet onder dit soort van circulariteit. Ik wens de lezer nogmaals de verwantschap tussen Zeno's redenering en de leugenaarsparadox in herinnering te brengen. Het is hier ook de geschikte plaats om Aristoteles' schijnbaar zo enigmatische opmerking opnieuw boven te halen: *Want zowel afstand als tijd worden in twee verschillende betekenissen 'oneindig' genoemd, en dit geldt überhaupt voor elk continuüm (συνεχής, het samenhangende): met betrekking tot de deling of met betrekking tot de delen [uiteinden] (ἤτοι κατὰ διάρρησιν ἢ τοῖς ἐσχατοῖς [Phys., Z ii, 263a(24-26)] [naar MS].* Het moge enige verbazing wekken dat er zo weinig literatuur is waarin de vraag wordt gesteld *waarom* Aristoteles precies twee oneindigheden invoert. Niet dat er niet tot in den treure geschreven is over Aristoteles' reactie op Zeno, en over over de zin en onzin van het “potentiële” en het “actuele” oneindige als oplossing ervoor. Als dusdanig wordt zij trouwens meestal verworpen: *We won't pursue this position, for the actual/potential distinction is not applicable to modern mathematics.*¹⁴⁴ Wij bespraken reeds tot in detail waarom dit standpunt onhoudbaar is.¹⁴⁵ Verder wordt er als vanzelf aan genomen dat Aristoteles de conceptuele realiteiten die achter deze woorden schuilgaan heeft uitgevonden. Maar waarom juist op die manier? Er is op zijn minst een verklaring gewenst, een verheldering van hun oorsprong en redenen, die naar mijn mening in onze analyse wordt gegeven. Hij slaagt er dus in een constructie op te zetten die zijn contradictieprincipe verenigt met de bestaanbaarheid van beweging, zonder de noodzakelijke, maar inhaerent paradoxale aanwezigheid van de twee soorten oneindigheid te niet te doen. Deze strategie zal als methode tot vandaag in zwang blijven om met paradoxale entiteiten in de wiskunde om te gaan: plaats de gevaarlijke dingen op een extern, meta- of axiomatisch niveau en ontwikkel de rest van de theorie in overeenstemming met de procedures die gelden in de logica.¹⁴⁶ Aristoteles' misvatting m.b.t. Zeno bestaat er precies in onvoldoende te

¹⁴²K. Gödel, “Russell's Mathematical Logic”, *BPPM*, p. 455.

¹⁴³L. Wittgenstein, *Philosophical Remarks*, Blackwell, Oxford, 1975, p. 130.

¹⁴⁴N. Huggett, o.c., p. 40.

¹⁴⁵Zie Hoofdstuk IV. Een goede bespreking (los van onze analyse van Zeno) van de gedaanten die de oude onderscheidingen in de moderne wiskunde aannemen vind men in Mary Tyles, *The Philosophy of Set Theory. An Historical Introduction into Cantor's Paradise*, Dover, N.Y. 2004 [1th ed. 1989], vooral de pp. 10-31.

¹⁴⁶Het feit dat Cantor de realiteit van het actueel oneindige bepleitte verandert daar niets wezenlijks aan. Hij aanvaardde immers het reële bestaan van het oneindig kleiner wordende, het *infinitesimale* niet, omdat het “een logische fout” zou inhouden, zodat een theorie van het oneindige volgens hem enkel op zijn transfinitie rekenkunde kon worden gebaseerd. Zie M.E. Moore, “A Cantorian Argument against Infinitesimals”, *Synthese*, **133**, 2002, pp. 305-330.

hebben ingezien hoe zeer Zeno de juiste analyse maakte, en het probleem zonder enig a priori in zijn volle omvang vóór ons neergezet heeft.

De Hardloper (De Tweedeling) [DK 29A (25)]

[Arist., *Phys.*, Z 9, 239b(11)] *Het eerste (argument) bewijst dat er geen beweging is op grond van het feit dat het bewegende eerst bij de helft moet aankomen alvorens het bij de finish (aankomt). Zoals (het argument) van Zeno dat het niet mogelijk is zich te bewegen en dus ook niet om (de afstand in) het stadion van de start tot aan de finish af te leggen. Hierdoor blijkt ook het argument van Zeno onjuist, dat inhoudt dat het onmogelijk is de oneindig vele (deelafstanden) van de start tot aan de finish af te leggen c.q. met elke individuele (deelafstand) van die oneindige verzameling in aanraking te zijn geweest binnen een tijd die eindig is. Want zowel afstand als tijd worden in twee verschillende betekenissen 'oneindig' genoemd, en dit geldt überhaupt voor alles wat continue is: namelijk (1) met betrekking tot de deling of (2) met betrekking tot de uiteinden. Het is uiteraard uitgesloten om binnen eindige tijd in aanraking te zijn geweest met wat in kwantitatieve zin oneindig is, maar dat is wel mogelijk voor wat betreft de dingen die op grond van deling (oneindig zijn). Want ook de tijd zelf is immers oneindig in deze laatste zin. Daaruit volgt, dat men de oneindige (vele afstandsdelingen) aflegt binnen het oneindige (aantal tijdsdelen), niet binnen het eindige (aantal tijdsdelen). [Mansfeld]*

*elke deelafstand
blijft oneindig
deelbaar*

▷ BEWEGING KAN, EENS BEGONNEN, NIET VOLTOOID WORDEN.— Aristoteles doet ons hier het plezier ons erop te wijzen dat, ondanks het schijnbaar verschillende opzet, het toch om dezelfde paradox gaat als in het veelheidsgeval, en wel op grond van tweedeling [$\delta\iota\chi\omicron\sigma\tau\omicron\mu\acute{\iota}\alpha$]: *This argument [the Achilles] is the same as the former which depends on dichotomía* [*Phys. Z, 9, 239b (20-21)*]. Op het eerste gezicht krijgen we hier een complicatie, omdat er nu twee bewegende lichamen in het spel zijn. Dit is evenwel slechts schijn, omdat de analyse uit de eerste paradox onverkort kan worden overgenomen wanneer we maar inzien dat het verschil tussen tellen (van delingshandelingen) en meten (het overschrijden van deelafstanden) ten opzichte van een gegeven afstand hier evengoed aan de orde is. 't Zal duidelijk zijn dat elke deelafstand zelf weer tot in het oneindige deelbaar is, hoe klein de deelafstanden ook mogen zijn. Het Keuzeaxioma (een gevolg van \aleph_0) garandeert ons dat al die deelafstanden zelf weer welgeordend zijn, zodat op elk ervan de oneindig deelbare maatstok van toepassing is. De voortschrijdende Achilles "raakt" al stappend een maximaal aftelbaar oneindig aantal maatstrepen, maar wordt bij elke stap met een overaftelbaar aantal nog af te leggen afstanden geconfronteerd, want elke maatstreep ligt opnieuw aan de basis van twee deelafstanden: \aleph_0 maatstrepen staat tot 2^{\aleph_0} nog te overschrijden deelafstanden. Achilles verplaatst zich, maar de af te leggen afstanden *dien Zeno's deling 'door en door' al hebben ondergaan* natuurlijk niet; ook hier is dus in wezen geen sprake van een proces in den tijd. Het is ten opzichte van het nog overschietende stuk weg, hoe lang of hoe kort het ook is, dat we Achilles actie moeten situeren. Een bijverschijnsel van deze stand van zaken is dat de delingen niet meer symmetrisch zullen zijn, maar aangezien

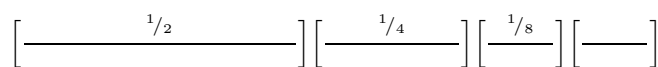


Figure 4.2: De standaardvisie op de Bewegingsparadox

rationale getallen altijd onderling vergelijkbaar zijn stelt ook dat geen probleem. Dit wisten we overigens al uit Plato's *Philebus*. De standaardopvatting stelt het daarentegen zo voor als zou Zeno's redenering in gebreke blijven als gevolg van een elementaire rekenfout, die voortvloeit uit zijn gebrek aan wiskundig verfijnde kennis. Wanneer men Aristoteles' verminkte weergave van Zeno's argumentatie critiekloos overneemt kan men het immers presenteren als een louter potentieel oneindig aflopende, dalende meetkundige rij $\sum \frac{1}{2^n}$, waarvan de som zeer wel eindig kan zijn omdat de onderliggende rij convergeert naar haar eindige Cauchylimiet.¹⁴⁷ We vermeldden al dat een geleerde als Vlastos, door zijn bekendheid met de bronnen goed op de hoogte van de subtiliteit van de Voorsocratische denkers, moeite heeft met het "wij zijn slimmer"-scenario, en naar andere verklaringen zoekt.¹⁴⁸ Hij volgt het door Thomson en Black ontwikkelde argument over "supertasks".¹⁴⁹ Een supertaak vereist de uitvoering van een aftelbaar oneindig aantal handelingen in een eindig tijdsbestek. Thomson en Black stellen dat zulke handelingen — onder zekere voorwaarden — in de werkelijkheid voorkomen, en dat zij kunnen dienen om Zeno's paradox te verklaren. Aangezien impliciet parallele deelbaarheid van het betrokken tijdsbestek ondersteld wordt en wij nu eenmaal slechts een eindig aantal discrete daden kunnen stellen is het niet duidelijk hoe flagrante strijdigheid van het argument voorkomen kan worden. De enige oplossing zou erin bestaan te veronderstellen dat een Zenoonse supertaak de uitvoering van een oneindig aantal handelingen in *geen* tijd zou meebrengen, waardoor het supertaakschema dicht bij het onze zou aansluiten. Vlastos, lichtjes ongemakkelijk, komt — naar eigen zeggen na een gesprek met Hermann Weyl — tot het volgende besluit: *The claim that the completion of an infinite sequence of discrete acts is a self-contradictory notion, is far from being obviously false.*¹⁵⁰ Wij kunnen het daar hartsgrondig mee eens zijn, dat ziet ge van hier!

Cauchy-
convergentie

supertaak

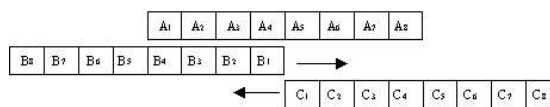
Het Stadium [DK 29A (28)]

[Arist., *Phys.*, Z 9, 239b(33)] (a) *Het vierde (argument) handelt over de zich in het stadion in tegengestelde richting bewegende (lichamen), gelijke (lichamen) die (andere) gelijke lichamen (passeren), de ene komend van de finish van het stadion, de andere van het midden (van het stadion), met dezelfde snelheid. Daarvan is naar zijn overtuiging de consequentie, dat de halve tijd gelijk is aan de dubbele tijd. (b) De drogreden bestaat hierin, dat gesteld wordt dat een (lichaam met) gelijke extensie met dezelfde snelheid in dezelfde tijd zowel een bewegend als rustend (lichaam met gelijke extensie) passeert. [Mansfeld]*

¹⁴⁷R. Courant and F. John, *o.c.*, vol. I, p. 70 sq.¹⁴⁸VLAS, p. 234.¹⁴⁹M. Black, "Achilles and the Tortoise", *Analysis*, **XI**, 1950, pp. 91-101; J. Thomson, "Tasks and Super-Tasks", *Analysis*, **XV**, 1954, pp. 1-13.¹⁵⁰VLAS, p. 193.

verdubbeling
der tijden

▷ BEWEGING VAN TWEE LICHAMEN ONDERLING: DEZELFDE PARADOX.— Dit argument, traditioneel het *vierde argument* genoemd, is logisch gezien het derde, dqr het de twee voorgqnde combineert. Twee lichamen bewegen onderling en in tegenovergestelde richting; ze passeren dus niet enkel de “vaste” maatstok — de renbaan — maar ook elkaar. Wat gebeurt er nu wanneer twee bewegende maatstokken — ons model voor Zeno's bewegende lichamen, en een dat in dit concrete geval ook door Aristotles gebruikt wordt — elkaar met constante snelheid in tegengestelde richting passeren? We beschouwen dus niet alleen de relatie rust/beweging, maar ook de relatie beweging/beweging. Deling door en door vindt voor elk lichaam plaats ten opzichte van de vaste maatstok van de piste (die de indruk van tijd en richting doet ontstaan), en wel voor alle delingsgeneraties ineens. De standaardvisie is dan dat Zeno de (Galileaanse) relativiteit die de bewegingen van lichamen in inertiële referentiestelsels¹⁵¹ regeert, niet heeft begrepen: *The unanimous verdict on Zeno is that he was hopelessly confused about relative velocity in this paradox.*¹⁵² Maar in Zeno's beschrijving wordt elk deel op elk moment met zijn verdubbeling door verdeling geconfronteerd, of het nu tegenover het andere bewegende ding is, dan wel ten opzichte van de vaste maatstok op de grond. Het probleem ontstaat immers uit het feit dat in een simultane door-en-door deling “verdubbelen” een cardinaliteitsprong van ordinaal naar cardinaal impliceert, van aftelbaar naar overaftelbaar, van potentiële naar actuele oneindigheid. De beruchte “verdubbeling van de tijden” houdt daarentegen enkel rekening met het potentiële, stapsgewijze deel van het argument.



De standaardvisie op het Stadium

Omdat natuurlijk elk lichaam — elcker-lyc —, zelf een continuum zijnde, het andere overall “aanraakt” (telt) terwijl het dat voorbijschrijdt (meet). Het blijft altijd hetzelfde cardinaliteitenprobleem. Hun relatieve snelheid onderling verandert daar niets aan, in analogie met wat we zagen voor de Achilles: alle elkaar passerende delen tellen elkaars overaftelbaarheid. Graphische voorstellingen die daarmee geen rekening houden, zoals alle tekeningen gebaseerd op die in Alexander¹⁵³, geven een foute voorstelling van de zaak.

In dit geval is het aantal delingen trouwens effectief aftelbaar oneindig. De paradox wordt hier tot het uiterste doiorgetrokken, vertrekkende van de *megala* in het veelheidsargument. Wij zullen in de laatste bewegingsparadox zien dat Zeno dit ook doet voor de andere ‘hoorn’ van het dilemma dat door latere generaties in zijn argumentatieven

¹⁵¹Zoals bij twee auto's die elkaar op de autostrade voorbijrijden. We gaan hierbij uit van een *oneindig* grote lichtsnelheid, en dus een oneindig snelle signaaloverdracht. Dit is het geval in de klassieke “Newtoniaanse” mechanica; in de speciale Relativiteit treden complicaties op omwille van de *eindigheid* der lichtsnelheid. Een goede benadering is te stellen dat de snelheid van auto's t.o.v. die ban het licht “verwaarloosbaar klein” is. Geef er u goed rekenschap van de de meetkunde waarin de respectieve transformaties leven in *beide gevallen* niet-Euclidisch is! Zie G.G. Emch, *Mathematical and Conceptual Foundations of 20th-Century Physics*, North-Holland, Amsterdam &c, 1984, p. 91 sq.

¹⁵²STF, <http://plato.stanford.edu/archives/sum2004/entries/paradox-zeno/>.

¹⁵³zoals die in Kirk *et al.*, zie KRS, p. 274.

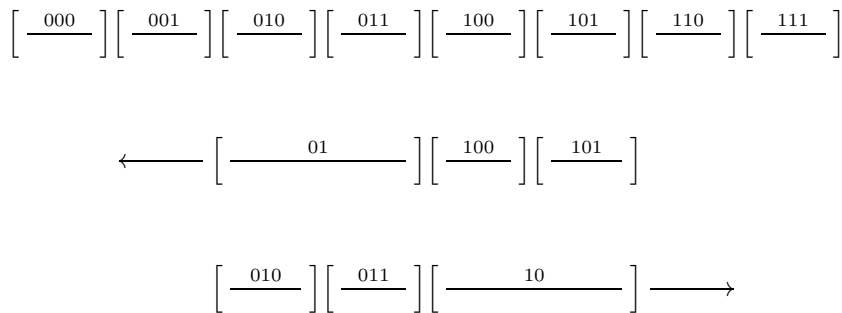


Figure 4.3: het Stadium

opbouw is gezien: de pijlparadox. Het is de minst geliefde en minst becommentarieerde van de bewegingsparadoxen, wellicht omdat de met de typische weerleggingsstrategieën niets tegen te beginnen valt. Hij wordt dan ook als de meest ‘duistere’ van Zeno’s bewegingsparadoxen beschouwd, terwijl wij in het hiernavolgende zullen zien dat hij in feite de meest klare versie is van het bewegingsargument.

De Pijl [DK 29A (27)]

[Arist., *Phys.*, Z 9, 239b(30)] *Het derde [argument] is het zojuist genoemde, dat de vliegende pijl stilstaat. De consequentie volgt uit de aanname, dat de tijd uit ‘nu’s’ bestaat, want wanneer dat niet toegegeven wordt, zal de conclusie niet volgen. [Mansfeld]*

▷ BEWEGING IS ZELFCONTRADICTORISCH.— De Pijl combineert eveneens de twee eerste argumenten, en radicaliseert de derde puntsgewijs. Het is interessant dat Aristoteles in het vervolg ook aan het ‘nu’ dat hij uit Zeno’s paradox afleidt correct een paradoxaal karakter toedicht: *want in het ‘nu’ kan noch beweging noch rust plaatsvinden*. Hij had eraan kunnen toevoegen: of juist wel, maar dan beide tegelijk. Het is in die interpretatie de tegelijkertijd discrete en continue aard van de nu’s die tot de paradox aanleiding geeft. We zagen eerder al dat dit een manier is waarop Parmenides’ “nu-Zijn” kan worden begrepen. Deze interpretatie zou met andere woorden trouw blijven aan Zeno’s eigen bedoelingen, en kan geenszins als onzinnig of fout worden beoordeeld, zolang tenminste als niet wordt verondersteld dat bij Zeno die ‘nu’s’ een tijdsconcept vertegenwoordigen, daar zij slechts duiden op deitctische aanwezigheid. Waarschijnlijk omdat in deze variant de bewegingsparadox geen enkele ruimte laat om iets tijdachtigs binnen te smokkelen moet Aristoteles echter zijn toevlucht nemen tot de praemisse van de gelijke deelbaarheid van ruimte en tijd; daarom voert hij de nu’s als tijdsatomen in¹⁵⁴, “want anders zal de conclusie niet volgen” — d.w.z., eens ge het actueel oneindige geliquideerd hebt. Aristoteles verwerpt dan de aan Zeno

¹⁵⁴Dit concept werd achteraf uitgewerkt door Diodorus Cronus. See R. Sorabji, *Time, Creation and the Continuum. Theories in antiquity and the early middle ages*, Duckworth, London, 1983, p. 17 sq.

tijdsatomen en
het PC

toegeschreven redenering op grond van zijn eigen **contradictieprincipe** [*Phys.*, Z 9, 239a(20-24)]. Natuurlijk zijn *chrononen* (tijdsatomen) alles behalve *niet* Zenoniaans. Zij verenigen in zich als het ware de kleinen-en-groten tegelijkertijd, en zullen daarom in den XVII-en eeuw goed samengaan met de ontwikkeling van de infinitesimaalrekening, de wiskunde voor de nieuwe, mechanistisch opgevatte natuurwetenschap. Gezien het belang dat zij nog zal hebben voor het vervolg, geven we Aristoteles' weerlegging van het tijdsatomen-argument in zijn eigen formulering [*Phys.*, Z 9, 239a(35)-b(10)]:

In het 'nu' is altijd iets dat op een bepaalde plaats verblijft, maar het is niet in rust — want in het 'nu' kan noch beweging noch rust plaatsvinden. Welnu, hoewel waar is dat in het 'nu' geen beweging plaatsvindt en iets op een bepaalde plaats is, is het niet mogelijk dat het in een tijd op een bepaalde plaats in rust is, want dan is de consequentie dat wat beweegt stilstaat. Zeno redeneert verkeerd. Wanneer telkens, zegt hij, ieder ding, wanneer het in het eraan gelijke is, in rust is, en het zich bewegende telkens in het 'nu' is, is de bewegende pijl in rust. Maar dat is onwaar. Want de tijd bestaat niet uit ondeelbare 'nu's', evenmin als iets anders dat grootte heeft.

deictische
pijl

We zien hier weer Aristoteles' typische strategie aan het werk: smokkel een bijkomende, schijnbaar evidente, extra hypothese naar binnen die het argument eenvoudig weerlegbaar maakt. Hier lukt zelfs dat dus niet, want ook tijdsatomen blijven paradoxaal. Wanneer we naar de paradox kijken vanuit het *megala*-perspectief — zoals het geval was in het Stadium — dan is de beweging onmiskienbaar, al kunt ge nog denken het slachtoffer te zijn van een optische illusie. Gezien vanuit de *mikra* wordt de paradox onontkoombaar, want ge kunt niks *zien* bewegen — deictisch — in het nu. Maar men zal één essentieel ding niet vergeten: de (eindige) pijl is een object dat bestaat uit *megala-kai-mikra*, uit groten-en-kleinen, en dat hoe dan ook vliegt. Ook hier is het weer begrijpelijk dat de traditie Zeno's argumenten als een dilenna herdacht heeft. Maar van het moment dat men de ware aard van Zeno's paradoxen ingezien heeft, wordt de Pijl het tegendeel van wat men zo dikwijls heeft gezegd: een heldere en duidelijke uitdrukking van de paradoxale aard van beweging en veelheid tegelijk, en geen onbegrijpelijk raadsel. Het is alsof de elkaar tegemoetkomende lichamen uit het vorige argument op elke delingsplaats ineenge telescopiseerd worden in één punt, zodat de paradox zich kan tonen in zijn naaktste vorm. De pijl is een lichaam dat *ten opzichte van zichzelf* beweegt en daarom stilstaat. De pijl vliegt en staat stil *tegelijktijd*. Het is niet moeilijker dan dat, lijkt Zeno ons toe te voegen.

[Diog. Laert., *vitae*, ix (72)] *Zeno schaft de beweging af door te zeggen dat wat beweegt noch beweegt op de plaats waarop het is noch op de plaats waarop het niet is.*

[Epiphanius, *Adversus Haereses*, III (11)] *En [Zeno] redeneert als volgt: wat beweegt beweegt hetzij op de plaats waar het is hetzij op die waar het niet is. En het beweegt noch op de plaats waar het is noch op die waar het niet is. Er is dus niet iets, dat beweegt.*

§8. NOG ENKELE MINDER BEKENDE PARADOXEN.— Er zijn nog enkele wat minder bekende paradoxen overgeleverd die door de traditie ofwel aan Zeno worden toegeschreven ofwel met hem in verband worden gebracht. Ik raak heel kort enkele relevante punten aan in verband met de paradox van de plaats [DK 29A (24)], de acoustische paradox (de Graankorrel, de Sorites) [DK 29A (29)]. De plaatsparadox laat ik terzijde. Voor zover hij verband houdt met Zeno is hij gerelateerd aan de bewegingsparadoxen, en daarover is al genoeg gezegd. De graankorrel behoort tot een grotere groep van zogenoemde *Soritesparadoxen*. De naam komt van het Griekse woord *soros* [hoop], en slaat op paradoxen die ontstaan door de onmogelijkheid bij sommige praedicaten scherpe grenzen aan hun toepasbaarheid te stellen. Een mooi voorbeeld is de Kaalkop. Wanneer is een kaalkop kaal? Als hij 1 haar overheeft? 100 haren? Helemaal geen? Er ligt een zekere willekeur is de keuze van het criterium. In de aan Zeno toegeschreven, *vaagheidsparadoxen* op zijn best zeer vrije paraphrase vraagt Aristoteles zich af of, als een vallende hoop graan geluid maakt, of één graankorrel dan ook geluid maakt. Dit leidt tot ernstiger problemen dan het op het eerste gezicht lijkt. Stel ik heb een hoop met graan. Ik neem een korrel weg; is de hoop nog altijd een hoop? Natuurlijk. Maar ik kan dit proces naar believen blijven herhalen... vanaf wanneer stopt een hoop graan een *hoop* graan te zijn? Er is geen enkel logisch probleem om te bewijzen dat ook een enkele korrel een hoop kan zijn. De Amerikaanse filosoof Peter Unger heeft op grond van het Soritesargument bewezen dat er geen corpusculaire dingen, hemzelf inbegrepen, kunnen bestaan.¹⁵⁵ Nu geloof ik niet dat Zeno erg onder de indruk zou zijn van dat argument — hij zou wellicht zijn vinger op Ungers borst zetten en zeggen: “inderdaad, gij bestaat niet” — maar het is toch een interessant probleem, omdat het te maken heeft met oneindige deling. Inderdaad, vervang de hoop graan in ons voorbeeld door een ijzeren staaf die aan een kant opgewarmd wordt. Het ene uiteinde is roodgloeiend, het andere uiteinde is grijs-koud.¹⁵⁶ Ertussen ligt een oneindigheid aan kleur- en temperatuurschakeringen. Hoe te bepalen welk stuk van het ijzer grijs is? Wat hier in het geding is, is de transitiviteitseigenschap van de identiteitsrelatie. G. Priest ontwikkelde een oplossing voor de Soriteparadox die juist vertrekt van een verwerping van deze transitiviteit.¹⁵⁷ Aangezien de Sorites een Zeno-achtige paradox is, valt het te verwachten dat dit probleem ook in \mathfrak{J} zou opduiken, en dit is ook inderdaad het geval.¹⁵⁸ Immers, zij $d = 0,0111\dots$ de linkerkant van een delingsdubbel, en $d' = 0,1000\dots$ de rechterkant. Gegeven een reëel getal $p \in \mathbb{P}$, dan zal de som $p + 0,0111\dots \neq p + 0,1000\dots$, omdat (d, d') de *locus* is van een deling en er dus een hyperreëel verschil $d - d'$ zal overblijven na aftrekking van $0,1000\dots - 0,0111\dots$, kleiner dan welk reëel getal ook, maar verschillend van 0. Het logisch probleem dat hier schuilt kan als volgt worden gesteld.

¹⁵⁵P. Unger, “The problem of the many”, *Midwest Studies in Philosophy*, Vol. 5, 1980.

¹⁵⁶Dit voorbeeld werd gegeven door Ólafur Páll Jónsson (Reykjavik) tijdens de Paradox-conferentie in Riga, november 2005. Zijn papier Ó Páll Jónsson, “Paradox, language and reality”, verschijnt in: *Paradox: Logical, Cognitive and Communicative Aspects. Proceedings of the First International Symposium of Cognition, Logic and Communication*. Series: The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication, Vol. 1, University of Latvia Press, Riga, 2006.

¹⁵⁷G. Priest, “Sorites and Identity”, *Logique et Analyse*, 135-136, 1991. Een uitwerking van het “fuzzy” karakter van de identiteit en de bijbehorende niet-transitiviteit in: G. Priest, “Fuzzy Identity and Local Validity”, *the Monist*, 81, 2, 1998.

¹⁵⁸Hierop werd ik gewezen door Jean-Paul Van Bendegem, VUB. Van hem komt ook het logische voorbeeld.

bekijk het bewijsje hieronder:

1. $x = 0,111\dots$
2. $10x = 1,111\dots$ (de leden verdubbelen; $10 = 2$)
3. $10x - 1x = 1,000\dots$
4. $1x = 1,000\dots$
5. $0,111\dots = 1$ (transitiviteit van de identiteit).

Welnu, in \mathfrak{J} gaat dit argument *niet* op. Maar de enige mogelijke plaats om er iets aan te doen is regel 5. Dat zou betekenen: de transitiviteit der identiteit opgeven. Is dat verdedigbaar? Op het eertse gezicht dunkt mij van wel, gezien de verwantschap tussen \mathfrak{J} met de Sorites. Hierbij toch volgende bemerkings: 1) Men zou (terecht) kunnen opwerpen: "het maakt geen enkel *reëel* verschil". De wiskundige voorwerpen die de gaten van de dubbels $[d, d']$ opvullen voldoen niet aan de Archemideïsche eigenschap; het zijn *infinitesimalen*. En de Sorites is een variant van \mathfrak{J} , niet omgekeerd (deling + gerichtheid); het is niet duidelijk of de uniform verspreide delingsdubbels alleen het voornoemde effect hebben. 2) Infinitesimalen voldoen niet aan den uitgeslote Derde. Hier stelt zich de vraag naar de precieze relatie tussen PI en TND in het kader van \mathfrak{J} . Een verder onderzoek daarvan valt echter buiten het bestek van dit proefschrift.

HOOFDSTUK 5

OVER WAT ONTOLOGIE IS EN NIET-IS

*Platonists who doubt that they are spectators
of Being must settle for the knowledge
that they are investigators of the verb "to be".*

G.E.L. Owen, Plato on Non-Being

§1. INLEIDING.— Aristoteles zegt dat het onderwerp van de metafysiek als onderzoeksdomein de studie van het *zijn als zijn* betreft [*Met.* Γ, 1003a(21sq.)]. ‘Zijn’ was ons hoofdthema in het voorgaande hoofdstuk, samen met ‘niet-zijn’. Wij hebben daarin het anthropologisch en linguïstisch aantoonbare feit behandeld dat het mentale vermogen zich uit de onmiddellijke wereldgewaarwording terug te trekken — de geestelijke kant van de psychofysiologische eenwording der innerlijke organen — met een ontlijfelijking van het bewustzijn gepaard ging, en met de ontwikkeling van een eengemaakt innerlijk subject dat de wereld op zijn minst ten dele als een aan zichzelf uitwendig geheel opvat, waarmede de betrekkingen niet meer als hoogstens door de verbeelding bemiddelde wisselwerkingen worden ervaren, maar als beredeneerbare verbanden tussen subject en object. Van dit nieuwsoortige bewustzijn is een *afstand* het grondkenmerk, waardoor de onmiddellijke, deictische band met de werkelijkheid ten dele verloren gaat. Het innerlijke bewustzijnstheater¹ waarop het afwezige als aanwezig kan worden voorgesteld schenkt de mens een vrijheid ten opzichte van het hier-en-nu, met ongeziene mogelijkheden op het mentale en artistieke vlak tot gevolg, maar dit ten koste van het verlies van de vanzelfsprekende toegang tot het deictische, *bewijsbare* aantonningsuniversum waarin omgeving en handelende persoon samenvallen.² Bijgevolg stelt het probleem van de kennis zich niet enkel meer als een

*bewustzijns-
theater*

¹Zie J. Jaynes, *The Origin of Consciousness in the Breakdown of the Bicameral Mind*, Houghton Mifflin, Boston, 1976, p. 54 sq.

²Plato's Grot is vanuit dat perspectief te interpreteren als de eerste (innerlijke) cinemazaal uit de wereldgeschiedenis. Dit inzicht dank ik aan de discussies met de studenten van de filmschool RITS, tijdens de lessen Wetenschapsfilosofie gedurende de academiejaren 2001-2003.

G.O.D.

opgave voor in- en doorzicht.³ Er is ook gesteld dat deze scheiding aan de basis ligt van de noodzaak de vloeibaarheid van de onmiddellijke wereldgewaarwording van 'n stevig conceptueel staketsel te voorzien dat als grondwerk kan dienen voor den oever die aangelegd wordt aan den tot dan toe onbestaanden rand van Heraclitus' rivier. De daartoe althans op het geestelijke vlak noodzakelijke scheiding van het paradoxale nu-Zijn in een abstract Zijn en een iets-zijn — existentieel en praedicatief — ligt aan de basis van het ontstaan van de **metaphysiek**, de poging het statische en het dynamische aspect van *deze wereld* na hun scheiding opnieuw samen te brengen door middel van een **G.O.D., een Gepaste Oorsprong voor Dynamica**⁴: de aard der dingen moet worden vast-gesteld waardoor hun identiteit doorheen verleden en toekomst kan worden verzekerd. Gebeurtenissen worden niet meer vanzelfsprekend *beleefd*; zij spelen zich af tegen de achtergrondscene van 'n abstracte ruimte en tijd: de deelnemer wordt toeschouwer. De kentheoretische vragen die hiermee gepaard gaan betreffen objecten, dingen "op zich" om het in een veel latere terminologie uit te drukken, en dus een werkelijkheid buiten het bereik van het onmiddelijk bewijsbare om. Deze ontologische ingreep heeft een epistemologische pendant: de vraag naar een bestaanswijze leidt zo tot een aan deze nieuwe, gespleten werkelijkheid aangepaste kenwijze. De vraagstellingen "hoe", "wat" en "waarom", leiden tot de vaststellingen "zo", "dat" en "daarom".⁵ Wij bepalen daarom de filosofie in klassieken zin als *de poging de juistheid van het handelen te baseren op zekere kennis over de wereld buiten den mens om*. We zullen aantonen dat dit kennisbegrip enkel mogelijk is in den context ener scheidingsontologie, die impliciet ook in de ermee gefundeerde epistemologische procedures ligt opgeslagen: de fundamentele verandering in wereld-gewaarwording die we omschrijven als de scheiding tussen subject en object voltrok zich in en door de denkevolutie die leidde tot het ontstaan van innerlijke *voorstellingen*⁶ van de werkelijkheid en was een noodzakelijke voorwaarde voor het ontstaan van de *logica*. Een bijkomende en hiermee samenhangende stelling is dat dit enkel mogelijk was steunend op een welbepaalde, doch impliciete ontologische opvatting, die de cognitieve, objectieve kijk op de wereld eerst mogelijk maakt, maar zou, moest zij als opvatting aan de oppervlakte komen, de zekerheid die het systeem biedt, ondergraven. Daarom manifesteert ze zich in de regels zelf die de logisch-juiste denkprocedures bepalen. De d.m.v. de logische denkproce-

³Zoals het geval was voor den archaïshen mens; zie K. Von Fritz, "nous and noein", reeds geciteerd.

⁴Aristoteles zegt tevens dat het onderwerp van de *Metaphysica* de theologie is. De controverse die daarover in de literatuur is ontstaan is eigenlijk overbodig wanneer men zich van den ontologischen rol van de Godheid rekenschap geeft. Zie M. Frede, "The Unity of General and special Metaphysics: Aristotle's Conception of Metaphysics", in: *Essays in Ancient Philosophy*, Clarendon, Oxford, 1987, pp. 81-95.

⁵In de [*Phaedo*] onderwerpt Plato het onderscheid tussen de "datheid" en de "watheid" aan een gedetailleerd onderzoek. Het onderscheid betreft uiteindelijk het verschil tussen wezenlijk zijn en concreet, veranderlijk zijn. Dit zal in de *Sophist* leiden tot een precies onderscheid tussen existentieel, praedicatief en identisch 'zijn'. Voor een discussie met uitgebreide referenties naar de tekstuele bronnen, zie M. Dixsaut, *Métamorphoses de la dialectique dans les dialogues de Platon*, Vrin, Paris, 2001, pp. 74-79. Bij Aristoteles wordt de zaak nog duidelijker: hij deelt (in [*Met.* Δ, vii] de soorten 'zijn' niet in op grond van hun functie, maar op grond van de tegenstellingen waarin ze uiteenvallen, en slaagt erin hun "ontologisch niveau" aldus ondubbelzinnig te definiëren. K. von Fritz, "Der Ursprung der Aristotelischen Kategoriennlehre", in: *Schriften zur griechischen Logik*, Fromaan-Holzboog, Stuttgart-Bad Cannstatt, band 2, 1978, pp. 14-15.

⁶Wij hebben gezien dat dit aan de Voorsocratische kenwijze vreemd is: *Il n'y a pas de cosmogonie malgré l'apparence, parce qu'il n'y a pas de représentation* (. . .); J. Bollack, H. Wismann, *Héraclite ou la séparation*, Editions de Minuit, Paris, 1972, p. 49.

dures uitgevoerde “objectieve” studie van de wereld, zichzelf niet van haar arbitraire ontologische basis bewust, leidt tot het ontstaan van *logisch geconstrueerde wereldbeelden*, die vanuit het standpunt van de zekerheid geen voldoening schenken: met de logica ontstaat tegelijkertijd ook de *metaphysiek*. De noodzaak een ding een identiteit toe te kennen doorheen verleden en toekomst wijst in de richting van de grondbeginselen waarop elk kennisgebouw hoe dan ook dient te worden opgericht. Deze juiste kennis laat toe tot zekerheid over het juiste handelen in de wereld te komen, zekerheid die in het gedrag was gekomen na de ineenstorting van het mythische, “bi-cameral” bewustzijn evenals de vanuit het subjectieve standpunt “tegengestelde wereldbeelden” waartoe het Voorsocratische denken was gekomen: met de metaphysiek en de logica ontstaat tegelijkertijd ook de **ethiek**. De vraag naar de *betekenis* van het bestaan treedt aldus eveneens op den voorgrond.

Plato’s dialogen leggen op meesterlijke wijze getuigenis af van deze aardverschuiving in de Griekse omgang met en verstaan van *deze wereld*. Indeedaad krijgt het uitspreken der paradoxale aspecten harer zijnswijze, eens men het hier-en-nu verlaat, een heel ander karakter. Vanaf het moment dat er vanop een afstand gekeken wordt naar al die *volstrekte uitingen* moet erover worden gesproken in den enigen persoon dien dan nog mogelijk is, de persoon dien zelf geen persoon meer is, de derde persoon, en ontaarden ze tot een chaotische en willekeurige kakaphonie. In zijn algemeenheid opgevat verliest het spreken-uit het deictische contact met de werkelijkheid die er de grond van is en wordt tot spreken-over.⁷ Al het ken- en dus uitspreekbare wordt herleid tot “waarneming” en “mening”. Deze vaststelling is de filosofische basis van de discussietechniek van de sophisten die gebaseerd is op het principe dat men over alles met evenveel recht tegenstrijdige dingen kan beweren. De sofistieke disputeerkunst of redekunst was dan ook niet gebaseerd op de juistheid van het argument, maar op de overtuigingskracht waarmee het gebracht werd. Daarvoor diende men twee vaardigheden te beheersen: het sterk argumenteren ten gunste van een zwak standpunt, en het afwielend kunnen verdedigen van tegengestelde standpunten over een bepaalde stelling. Dit laatste werd *antilogikē* genoemd. De uiteindelijke bedoeling was, dat men over alle denkbare thema’s in het openbaar overtuigend kon spreken. Dat de groeiende behoefte aan dit soort vaardigheden samenhang met de opkomst in vele Griekse stadstaten van de democratie als regeringsvorm wordt in de antieke en moderne literatuur dikwijls vermeld. Dat het Sophisme, in tegenstelling tot zijn roep, meer was dan intellectuele charlatanerie, daarentegen ontsproot aan fundamentele problemen en zich beriep op serieuze filosofische wortels, is een minder vaak besproken onderwerp. Plato legt in de Theaetetus nochtans uitdrukkelijk het verband tussen de “kennis is waarneming”-theorie en het dynamische aspect van de deictische wereldarticulatie:

het Sophisme

*Dan is mijn waarneming voor mij ook waar. Ze behoort immers tot mijn wezenheid.
(...) Zo ben ik dan vrij van dwaling en struikel ik niet in mijn opvatting betreffende
het zijnde en het wordende: hoe zou ik dan geen ‘kenner’ zijn van de dingen waar-*

⁷zowel Frank Scheppers (Brussel) als A. Ruscio (Parijs) wezen mij erop dat het werkwoord *legein* ‘zeggen’ in het Grieks overgankelijk is (zoals het Nederlandse ‘noemen’), terwijl het in alle moderne Europese talen onovergankelijk wordt gebruikt. Dit verraadt een heel andere verhouding tot hetgesprokene. Ruscio vertaalt het verschil als het verschil tussen “dire que” en “parler de”!

van ik 'waarnemer' ben? Dus gij hebt een ideaal-schone formule gebruikt toen ge zegde dat kennis niets anders is dan waarneming. En het komt overeen uit, wanneer Homerus, Heraclitus, en alle vertegenwoordigers van dat slag, leren dat "alles in beweging is als vloeiende waatren", of wanneer Protagoras, de hooggeleerde, beweert dat "de mens de maat is van alle dingen", of wanneer Theaetetus meent dat, als de zaken zo staan, gewaarwording kennis wordt. Zo is het toch, nietwaar, Theaetetus? [Theaetetus, 160(d, e)]

Aan de basis van het Sophisme ligt de sceptische doctrine die stelt dat er geen waarheid is en dus ook geen juiste kennis. Er zijn alleen maar meningen, overtuigingen en waarheden afhankelijk van de persoon die ze uitspreekt. Het Sophisme is dan ook de eerste subjectivistische leer. Dit scepticisme was een gevolg van de paradoxen waartoe zowel het Eleatische als het Heraclitische denken hadden gevoerd. Nu, als waarheden slechts persoonlijke interpretaties zijn — en daarom noodzakelijkerwijze in een "derde persoons"-betrekking staan met *deze wereld*: waarover zij spreken en niet van waaruit —, is het belangrijk hoe iets overkomt, vandaar dat degene met de meeste overtuigingskracht ook altijd gelijk heeft. Een variant hierop is de opvatting dat onware uitspraken onmogelijk zijn. *Bijgevolg heeft de uitdrukking 'zien' niet méér zin dan 'niet-zien'; van geen enkele waarneming kan men zeggen dat ze 'dit' is, méér dan 'niet-dit', daar alles in alle opzichten beweegt.* [Theaetetus, 182(e)] In een anoniem lesboek uit ong. 400 v.C., *Dissoi logoi* of dubbele argumenten genoemd, wordt uitgelegd hoe men van tegengestelde begrippenparen - bv. rechtvaardig/onrechtvaardig, schoon/lelijk - kan betogen nu eens dat ze hetzelfde zijn, dan weer dat ze niet hetzelfde zijn.⁸ Waar en onwaar worden zo herleid tot een kwestie van standpunt, en waar is het standpunt van degene die gelijk haalt in de discussie. Dat wil zeggen dat op de waarneming, en dus op de kennis, helemaal geen staat is te maken, meer nog, dat het zelfs geen zin heeft om over 'kennis' te spreken.

En toch is waarneming kennis, nietwaar? Dat hadden Theaetetus en ik althans beweerd. (...) En ziehier nu, dunkt me, wat duidelijk is gebleken: dat, indien alles beweegt, elk antwoord, op om het even welke vraag, gelijkelijk juist is. [Theaetetus, 182(e)-183(a)]⁹

*eenheid der
tegendelen*

Dat is wat er voor de kennis volgt uit de ontologie van de universele beweging, en deze uitspraak "alles is gelijkelijk waar" is de epistemologische formulering van **coincidentia oppositorum, de eenheid der tegendelen**, die we eerder al als essentieel aspect van de bewegingstheorie waren tegengekomen. Dit is de grond van het verbod op tegenspraak, dat Plato zelf al expliciet formuleert in de Phaedo, verbod dat later in de context van de Aristotelische logica een fundamentele rol zal spelen in de verdere ontwikkeling van het rationele denken: **het principium contradictionis of beginsel van tegenspraak**, want **ex falso quodlibet**. In de Phaedo blijkt die ontologische oorsprong van het principieel al duidelijk uit het feit dat hij het invoert in het kader van een

⁸K & K, p. 20.

⁹Wij baseren ons voor de vertalingen (tenzij anders vermeld) op het werk van X. De Win, *Plato. Verzamelde Werk*, De Nederlandsche Boekhandel/Ambro, Antwerpen, 1980.

eerste aanloop naar de Vormenleer, die hij ontwikkeld om de dingen niet-met-elkaar-integenspraak-zijnde oorzaken te kunnen geven. “Iets is groot door zijn grootheid.”¹⁰ En grootheid is zelf een ontologische realiteit. De prijs die wordt betaald is dat de werkelijkheid in twee lagen uiteenvalt: ze wordt metafysisch gestructureerd. Het probleem van het spreken over de dingen dat ontstaat uit de beweeglijkheid van de werkelijkheid noopt Plato tot *het invoeren van een verschil tussen een ding als verschijning in de wereld en zijn wezen*; dit stelt hem in staat *een onderscheid in te voeren tussen het ding-op-zichzelf en de naam die het draagt*, zonder de band tussen beide helemaal te moeten doorknippen. Dit was noodzakelijk geworden om de mogelijkheid tot mededeelbare ware kennis open te houden, mogelijkheid die na de aanval van de sophisten in gevaar was gekomen. De oplossing die gekozen werd ligt aan de basis van zowel het systeem van Plato als dat van Aristoteles: het is de scheiding tussen hoe men inzicht kan krijgen in de ware natuur der dingen, en hoe men geldig over de dingen kan spreken: er is een correcte wijze van zijn, en dus van kennen. De sleutel heet, nogmaals, in beide gevallen *het principieel van het (verbod op) tegenspraak*. Van nu af denkt men over de dingen vanuit een procedureel gefundeerde kennispositie. Men denkt bovendien na over deze activiteit zelf. Bij Plato leidt het eerste tot de Vormenleer, bij Aristoteles tot de leer over de eerste beginselen en de substanties. Het tweede komt bij Plato nog in de discussies over de Vormenleer aan bod, bij Aristoteles geeft het aanleiding tot een aparte theorie over het denken, de logica, hoewel ook hij herhaaldelijk en expliciet de principieel van het juiste denken in zijn opvatting over de aard van de dingen fundeert; daarbij beschouwt hij zijn systeem duidelijk als een critiek op en voleinding van de pogingen van zijn voorgangers, en formuleert hij het in het bijzonder als een alternatief voor de Platoonse doctrines. Bij Aristoteles zal dit verschuiven uitsluitend naar het terrein van het geldig spreken over, en dus van de kennis. Maar het is dan ook geen toeval dat Aristoteles zijn metafysisiek, waarin bij hem dit principieel geformuleerd werd, ontwikkelde als alternatief voor Plato’s Vormenleer, die hij om verschillende redenen onbevredigend achtte. We mogen niet vergeten dat net zomin als Plato enig bewijs geeft van het bestaan van de Vormen, Aristoteles dit nergens doet voor het principieel van de tegenspraak zelf, om de zeer goede reden dat dit in zijn systeem dezelfde rol speelt als de Vormen bij Plato: het geven van ontologische stabiliteit aan de dingen in de wereld opdat de namen betekenis zouden hebben. Hij geeft dit ook grif toe [*Met. Γ*, 1005b(15-35).]¹¹ Waar dit principieel bij Plato echter een noodzakelijk gevolg was van een ontologische — maar arbitraire — oplossing van het probleem “hoe tot ware kennis komen”, een probleem dat zich zoals gezien om ontologische redenen gesteld had, wordt dit bij Aristoteles het even arbitraire uitgangspunt, zij het evenwel nog steeds expliciet gekoppeld aan zijn ontologie. We komen hier bij de bespreking van Aristoteles nog uitvoerig op terug. Uit Aristoteles’ getuigenis wij weten dat Cratylus de door Plato en Aristoteles aan Heraclitus toegeschreven “alles stroomt”-doctrine tot in haar uiterste consequenties doortrok:

*tweelagige
werkelijkheid*

*Beginsel van
Tegenspraak*

It was this belief that blossomed into the most extreme of the views above men-

¹⁰Een klare uiteenzetting van Plato’s strategie dienaangaande in J. Van Eck, *De jacht op de sofist*, Kok Agora, Kampen, 1992, pp. 60-61.

¹¹De verschillende formuleringen van dit principieel bij Aristoteles vormen het onderwerp van J. Lukasiewicz, *Satz des Widerspruchs*, reeds geciteerd.

tioned, that of the professed Heracliteans, such as was held by Cratylus, who finally did not think it right to say anything but only moved his finger, and criticized Heraclitus for saying that it is impossible to step twice into the same river; for he thought one could not do it even once. [Metaphysica, IV 5.1010a, 10-15]

ontologische
strata

Hier wordt de paradox werkelijk ten top gedreven. Dit is dan ook een paradoxaal standpunt, waar in de volstrekte gelijktijdigheid alles met zichzelf samenvalt en tegelijkertijd identiteit doorheen den tijd volkomen wordt uitgesloten: ‘Zijn’ betekent: ‘nu zijn, niet in de tijd zijn, niet ontstaan en onvergankelijk zijn, en uniek zijn’.¹² Dit is inderdaad precies wat Heraclitus bedoelt met zijn *alles stroomt en niets blijft bestaan*. Dat verklaart ook Conche’s interpretatie: *La pensée de Parménide se comprend d’une manière complète si l’on y voit une double radicalisation de la pensée d’Héraclite*¹³. Ik ben het hier dan ook helemaal mee eens. Het is pas na de uitvinding der metafysiek, dus na Plato, dat het mogelijk wordt de sleutelfiguren van het Voorsocratische denken als aan elkaar *tegengesteld* op te vatten. *To eon* wordt tot *to on*, nu-Zijn wordt tot Zijndoorheen-den-tijd, identiek zijn, stabiel zijn, omdat de werkelijkheid opgedeeld wordt in een veranderlijk en een onveranderlijk deel door de *scheiding* van Zijn en niet-Zijn en hun toewijzing aan ontologische strata met een verschillend realiteitsgehalte, met een verschillend statuut. Dit wordt bereikt door middel van het contradictieprincipe; de aanwezigheid daarvan in de axioma’s of procedures op grond waarvan een wereldbeschrijving wordt opgetrokken, is op zich voldoende om haar te bestempelen als — al of niet openlijk — *metaphysisch* gestructureerd.¹⁴ Door een verdere differentiatie van de soorten zijn wordt ook een differentiatie van de soorten tegendelen mogelijk, waardoor de beperkte *coincidentia* nodig voor het optreden van verandering op het niveau van eigenschappen zonder overtreding van het PC wordt veiliggesteld: *Le Non-être n’est certes pas le contraire de Être, mais en supprimant leur contrariété, Platon ne supprime pas du même coup toute contrariété (...)*¹⁵ Sommige contradicties zijn dan op te vatten als contraires op een verschillend ontologisch niveau, waardoor het mogelijk wordt te zeggen dat iets in rust en beweging is tegelijkertijd: het heeft deel aan de vorm Rust é aan de vorm het Andere, waardoor het in zeker opzicht ook in “niet-rust” is, dus beweegt, *te opzichte van iets anders*. Het relationele aspect is in Plato’s stelsmatige opzet geen esthetische fantasie! Er zij nogmaals op gewezen dat een dergelijke interpretatie — de interpretatie die de grondslag vormt van zowel de klassieke filosofie als van de latere exacte wetenschappen — een *representatie* vooronderstelt van de werkelijkheid opgevat als buiten onze onmiddellijke ervaring om, op het Voorsocratische denken niet toepasbaar is. Het niet bestaan van metafysische wereldbeelden in de Voorsocratische periode is het gevolg van een wezenlijk andere manier van in-de-wereld-staan die zich bevrijd heeft van de beelden van het mythische bewustzijn *zonder* zich uit de onmiddellijke wereldgevaarwording terug te trekken. Deze bewustzijnsstaat is een in de Europese traditie volstrekt eenmalig phaenomeen, dat vanuit het geschiedkundige standpunt de overgang van mythische werkelijkheidsgevaarwording naar ra-

¹²J. Mansfeld, *o.c.*, p. 54-55.

¹³M. Conche, *Parménide*, p. 26.

¹⁴K. Verelst and B. Coecke, “Early Greek Thought”, pp. 169-173.

¹⁵M. Dixaut, *o.c.*, p. 224.

tioneel zelfbewustzijn mede gestalte geeft, zonder ermee samen te vallen.¹⁶ Doorlaatbaarheid voor de vloeibaarheid der werkelijkheid is hiervan het grondkenmerk; elk individueel wezen brengt op deictische wijze heel de wereld tot stand vanuit een absoluut eigen, uniek perspectief, er is geen scheiding tussen subject en object nodig om zelf-standingheid te funderen. Die scheiding valt nu juist wél samen met het aan den dag treden van het rationele zelfbewustzijn. Filosofisch krijgt deze overgang gestalte in de metafysische stelsels ontwikkeld door Plato en Aristoteles. Het proces zal zijn voltooiing vinden in de Nieuze Tijd, wanneer het gerationaliseerde zelfbewustzijn aan de wetenschappelijke wijze van gestandaardiseerde werkelijkheidswaarneming en werkelijkheidsverklaring vorm zal geven. In de archaïsche geestesgesteldheid¹⁷ daarentegen is werkelijkheid is voor elkeen — elcker-lyc — gelijk op een verschillende wijze. Dit individuele perspectief ligt overigens, zoals reeds besproken, aan de basis van de fysieke notie ‘relativiteit’. Deze van oorsprong archaïsche ontologische grondvorm noem ik het **Verschillend-Gelijke**.

*Verschillend-
Gelijke*

De tegenstrijdige conclusies die uit het Voorsocratische denken getrokken konden worden lagen aan de basis van het Sophisme, dat de mogelijkheid van zekere kennis over de werkelijkheid eenvoudigweg verwierp. Het Sophisme nam het Voorsocratische perspectivisme weliswaar als uitgangspunt, maar dan ontdaan van de deictische ontologie die eraan ten grondslag ligt. Het sophistiche ‘ik’ verbreekt de samenhang van het Verschillend-Gelijke; het is een subject dat enkel zichzelf tot uitgangspunt neemt. Het Sophisme is een - wellicht de eerste - subjectivistische leer. Er zijn alleen maar meningen, overtuigingen en waarheden afhankelijk van de persoon die ze uitspreekt. Dit scepticisme was een gevolg van de paradoxen waartoe zowel het Eleatische als het Heraclitische denken hadden gevoerd. Als waarheden persoonlijke interpretaties zijn, is het belangrijk hoe iets overkomt: gelijk hebben komt neer op gelijk krijgen. Een variant hierop is de opvatting dat onware uitspraken onmogelijk zijn. In een anoniem lesboek daterend van rond 400 v.C., *dissoi logoi* of dubbele argumenten genoemd¹⁸, wordt uitgelegd hoe men van tegengestelde begrippenparen - bv. rechtvaardig/onrechtvaardig, schoon/lelijk - kan betogen nu eens dat ze hetzelfde zijn, dan weer dat ze niet hetzelfde zijn. Waar en onwaar worden zo herleid tot een kwestie van standpunt: waar is het standpunt van degene die gelijk haalt in de discussie. Dit subjectivisme ontspringt zoals gezegd aan een radicaal empirisme, dat stelt dat de dingen voor mij zijn zoals ik ze gewaarword. Maar aangezien de werkelijkheid aan voortdurende verandering onderhevig is, betekent dit dat niets vaststaat of een absolute stabiliteit heeft. De Sophistische doctrine impliceert m.a.w. de stromingsontologie die we reeds terugvinden bij Heraclitus, en bij nagenoeg alle andere denkers die Plato elders “de Ouden” noemt. Dan zou alleen de mens bepalen wat werkelijk en bijgevolg wat waar is, zegt Plato in de *Theaetetus*.¹⁹ Dit *alles is gelijkelijk waar* is wat er volgens Plato volgt uit de Leer van

¹⁶J. Jaynes, *o.c.*, pp. 67. sq.

¹⁷K. Von Fritz, *o.c.*, p. 52.

¹⁸Dit verband wordt ontwikkeld in J. Van Eck, *o.c.*, p. 20 sq.

¹⁹Hij verwijst expliciet naar Protagoras' uitspraak: “de mens is de maat van alle dingen, zo van de zijnden als van de niet-zijnden” [*Theaetetus*, 160(d,e)]. Het tweede deel van het fragment wordt in de meeste verwijzingen weggelaten, alhoewel het voor een goed begrip van een ontologische draagwijdte van de vraagstelling essentieel is. Wij zullen evenwel nog zien, dat ook het woord “maat” hier alles behalve vrijblijvend

de Universele Beweging, en blijkt niet anders te zijn dan de epistemologische gedaante *stromingsontologie* van de coincidentia oppositorum die eraan ten grondslag ligt. Hier ligt de oorsprong \equiv *ex falso* van het befaamde **contradictieprincipe**, want als contradicties toegelaten worden, dan zijn alle uitspraken gelijkelijk waar: **ex falso quodlibet**, aldus Plato in de [*Theaetetus*, 150, 182(e)-183(a)]. Dit baarde zowel Plato als Aristoteles ernstige zorgen, want als wij niets met zekerheid over de werkelijkheid te zeggen hebben, is er ook geen manier om tot zekerheid over de juistheid onzer handelingen te komen in haar [*Theaetetus*, 42, 152(d,e)]. De Sophistische opvattingen, alhoewel passend in het nieuw opkomende geestelijke klimaat, werden door Plato en Aristoteles dan ook heftig bestreden. Om deze strijd succesvol te kunnen voeren dienen evenwel ook de diepere filosofische grondslagen van het Sophisme te worden aangepakt, of anders gezegd, de critiek van de Sophistische epistemologie leidt tot een aanval op haar Voorsocratische ontologische wortels. Wij zagen eerder reeds dat het kernstuk van die denkwereld, het *samenvallen der tegendelen*, een noodzakelijke voorwaarde is voor de mogelijkheid tot verandering en beweging. Hoe is dan dit verbod te verzoenen met de veranderlijk van de werkelijkheid zoals ze in onze gewaarwording gegeven is? Dit zal enkel mogelijk zijn door de menselijke wereldgewaarwording vast te leggen in een wereld-beeld, een voorstelling die stabiel genoeg is om het paradoxale heden te doorstaan tot in het verleden en de toekomst. De noodzakelijke voorwaarde hiertoe was het tot stand komen van de “inner mindspace” waarin het afwezige als aanwezig kan worden voor-gesteld.²⁰ Sterke fundamenteen moeten worden gelegd om de mogelijkheid te verzekeren dat wij dingen kunnen ervaren buiten de stroom der gebeurtenissen waarin ze zijn ingebed, en daardoor de mogelijkheid van erover te kunnen spreken op een “objectieve” manier. Hier bevindt zich, vanuit het gezichtspunt van onze probleemstelling gesproken, het scharniermoment van waaruit de verdere ontwikkeling Europese wijsgerige en wetenschappelijke traditie kan worden begrepen. Het centrale probleem voor zowel Plato als Aristoteles bestaat er dan ook uit een *wereldbeeld* te bouwen dat de uiteindelijke stabiliteit en dus identiteit der dingen, de noodzakelijke grondslag voor zekere kennis, garandeert, en er voorts voor zorgt dat niet-zijn, als noodzakelijke voorwaarde voor het bestaan van de verandering, beweging en veelvuldigheid die wij in de werkelijkheid gewaarworden zijn plaats krijgt, zonder tot de fatale *coincidentia oppositorum* aanleiding te geven. Dit wordt bereikt door — op zijn minst op het niveau van het denken — **de slijting van de wereld in twee gescheiden, zij het onderling verbonden lagen**: een onveranderlijke, bewegingsloze, Parmenideïsche of Eleatische laag van het Zijn die zekerheid verschaft over zowel de namen als de dingen, en een veranderlijke, beweeglijke, Heraclietische laag van niet-Zijn, die de veranderlijkheid en beweeglijkheid toelaat die onze zinnelijke werkelijkheidservaring gestalte geven. De reminiscenties aan Parmenides’ “Twee Wegen” zullen den aandachtigen lezer niet zijn ontgaan. Met deze scheiding gaat een onderscheiding tussen hoe men inzicht kan krijgen in de ware natuur der dingen, en hoe men geldig over de dingen kan spreken gepaard. Dit is in oorsprong het onderscheid tussen ontologie en epistemologie. Van nu af denkt men over de dingen vanuit een beargumenteerd gekozen kennispositie. Men denkt bovendien na over deze activiteit zelf. Bij Plato leidt het eerste tot de Vormenleer, bij Aristoteles tot

wordt gebruikt.

²⁰Men zie J. Jaynes, *o.c.*, p. 54 sq.

de leer over de eerste beginselen en de substanties. Het tweede komt bij Plato nog in de discussies over de Vormenleer aan bod, bij Aristoteles geeft het aanleiding tot een aparte theorie over het denken, de logica, hoewel ook hij herhaaldelijk en expliciet de principes van het juiste denken in zijn opvatting over de aard van de dingen fundeert; daarbij beschouwt hij zijn systeem duidelijk als een kritiek op en voleinding van de pogingen van zijn voorgangers, en formuleert hij het in het bijzonder als een alternatief voor de Platoonse doctrines. Dit ontologische grondkenmerk van een tweelagige wereld (een “wereld achter de wereld”, naar Nietzsches gevleugelde woord) is wat hun wereldbeelden **metaphysisch** maakt.²¹ Louter voor dit grondkenmerk zijn de specifieke verschillen tussen hun beider systemen eigenlijk niet relevant: de ontologische rol van een wereldbeeld kan worden vervuld eens deze splijtingskern aanwezig is. De onderlinge verschillen tussen de twee metafysica's die de Europese filosofische traditie hebben vormgegeven zijn niettemin opmerkelijk, en hebben de grenzen uitgezet voor een millenia omspannend filosofisch strijdperk: de **Universaliënstrijd**. Het is hier dat traditioneel de aanvang van onze filosofische wordingsgeschiedenis wordt gesitueerd.²² Wij zullen deze verschillen dan ook, met onze probleemstelling in het achterhoofd, aan een nader onderzoek onderwerpen.

een “wereld
achter de
wereld”

§2. PLATO'S 'TWEË WERELDEN'.— het filosofisch werk van Plato in zijn totaliteit is gericht op de fundering van de mogelijkheid tot ware kennis. Plato's stelsel is dan niet een tussen vele pogingen tot wereld-beschrijving en wereld-verklaring, maar als de eerste poging om met een nieuw probleem, nl. van de mogelijkheid tot beschrijving en verklaring van de wereld, om te gaan. Dat dit probleem zich voordeed wijst volgens ons op een bewustzijnsverandering in de mensen en dus van de relatie mens-wereld, eerder dan op het plots inzien van oude blindheid. Plato's filosofie is dan niet in de eerste plaats te zien als een leer op zichzelf, maar als een uiting van een nieuw soort bewustzijn dat zich leerstellig voordoet als een theorie over het kennen van de wereld, dan pas de wereld en de plaats van de mens als handelend wezen daarin; daarom is Plato's filosofie de eerste filosofie: de eerste metafysica en tegelijk de eerste epistemologie. Van dit bewustzijn is een afstand tussen de mens en de wereld het grondkenmerk, afstand die door gefundeerde kennis overbrugd moet worden. Ondanks de enorme hoeveelheid onderwerpen en problemen die Plato behandelt, is men het er in de literatuur over het algemeen over eens dat er een rode draad is die het ganse werk samenhoudt: **de Vormen- of Ideeënleer**. Dat is, een beetje vooruitlopend, ook niet zo verwonderlijk: zij is het kernstuk van zowel zijn metafysica als van zijn epistemologie. Deze Vormenleer verschijnt in het werk niet opeens als een voltooid systeem; zij wordt doorheen de zgn. vroege, midden en late periode voortdurend verder uitgewerkt, kritisch getoetst en verfijnd. De bespreking van deze leer in de literatuur heeft zich veelal op het metafysische aspect ervan gericht; dat de vormenleer een volwaardige

Vormenleer

²¹H. Arendt, *The Life of the Mind. One/Thinking*, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers. San Diego, N.Y., London, 1978, p. 23.

²²Een goed historisch overzicht in K. Held, *Treffpunt Plato*, Rainbow Pocket, Amsterdam, 1995. De filosofische verbanden worden uitgespit in H. Dethier, *Het gezicht en het raadsel. Grote stromingen der wijsbegeerte van de Oudheid tot Heden*, VUBPress, Brussel, 1995. W.V.O. Quine bepreekt dit gegeven enigszins ironisch in het eerste hoofdstuk “On What There Is” van zijn boek *From a Logical Point of View: Nine Logico-Philosophical Essays*, Second Revised Edition, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 2003 [1961].

epistemologie behelst en impliciet een logisch systeem, is pas relatief recent onder de aandacht gebracht. De samenhang tussen de dialogen ziet er grosso modo zo uit. In de vroege “Socratische” dialogen is Plato’s initiële probleemstelling ethisch van aard: hoe kan de mens in zijn persoonlijke leven en als burger van de polis komen tot deugdzaamheid? Dit betekent: hoe kan de mens tot zekerheid komen m.b.t. de juistheid van zijn handelingen. Plato verdedigt — bij monde van Socrates — het standpunt dat ware kennis de basis is van geluk en deugdzaamheid. De tegenstanders in deze dialogen zijn bijna altijd sophisten, en dat is niet verwonderlijk, gezien ze in het Atheense openbare leven een belangrijke rol speelden als vertegenwoordigers van de tegengestelde opvatting. Maar in deze dialogen beperkt Plato zich nog tot de weerlegging van zijn tegenstrevers op argumentatieve gronden; hij beschikt niet over een theoretisch apparaat om dat op meer fundamenteel niveau te doen. Dat hij dit ziet als een probleem, blijkt herhaaldelijk expliciet, maar het is wel duidelijk dat de kern van het probleem te maken heeft met de verschillende manieren waarop wij kunnen spreken over de werkelijkheid. In de dialogen uit de middenperiode wordt het probleem van de kennis expliciet gemaakt: het terrein van de discussie verschuift naar een meer fundamenteel, in eerste benadering kentheoretisch vlak. De eerste poging om ware kennis te funderen gebeurt door invoering van de theorie van de herinnering (*anamnese*). Dit schenkt evenmin voldoening. Plato richt nu zijn aandacht op taal en haar referenties in de werkelijkheid. Hier botst hij echter op Eleatische en vooral Heraclietische problemen: het blijkt dat deze opvattingen over de aard van de werkelijkheid — is zij beweeglijk of onbeweeglijk — en bijgevolg over de ontologische status van de dingen, het formuleren van een kentheoretisch concept — wat is juist spreken, hoe kan men de juiste naam aan de dingen geven — onoverkomelijke problemen in de weg legt. Dit dwingt Plato, met name in die eerste kentheoretische dialogen, tot de formulering van een ontologisch standpunt. Dit standpunt neemt de vorm aan van een metafysisch systeem: er zijn twee soorten (met elkaar verbonden) werkelijkheid: een beweeglijke (de gewaarwordbare wereld) en een onbeweeglijke (de wereld der Vormen). Deze laatste staat garant voor de voor naamgeving noodzakelijke constantie der oncrete enkeldingen. De anamnesetheorie laat Plato toe de kenbaarheid der Vormen veilig te stellen.

deelnametheorie Het metafysisch karakter van zijn oplossing brengt hem echter opnieuw in de, dit keer Eleatische, problemen: de precieze formulering van het verband — de **deelname- of participatietheorie** — tussen de wereld der Vormen en die der dingen roept het probleem op van het Ene en het Vele, en ermee samenhangend, op het niveau van de taal, het probleem van de precieze betekenis van de uitdrukking “iets is”. Het is interessant te zien dat de discussiepartners nu geen sophisten meer zijn, maar, naast een aantal vrienden en kennissen, vooral leerlingen van Heraclitus en vreemdelingen uit Elea, tot Parmenides zelf. Dat wil natuurlijk niet zeggen dat de sophistische problematiek niet meer aanwezig is, integendeel, alleen wordt hij nu op zijn oorsprong teruggevoerd, want op dit niveau moet nu de weerlegging plaatsvinden. In de late dialogen probeert Plato aan de door hemzelf geformuleerde kritiek een oplossing te geven. Dit doet hij enerzijds door een verfijning van zijn metafysisch (de theorie van de zijnssoorten), anderzijds door een grondige studie van de structuur van zinnen in de taal: de verschillende functies van namen en werkwoorden, en het gebruik van het werkwoord “zijn”: hier ligt de oorsprong van het onderscheid tussen predicatief, identisch en existentieel “is”. Deze laatste weer schijnbaar zuiver epistemologische studie is eigenlijk een on-

derdeel van een door Eleatische probleemstellingen geïnspireerde verfijning van de deelnametheorie. In deze versie behelst de deelnametheorie een impliciete relatielógica, waardoor Plato ontkomt aan het hem ten onrechte aangewreven probleem van de zelfpredicatie.

Plato's systeem vertoont de metafysische tweelagigheid expliciet: de onveranderlijke en eeuwige wereld der Vormen of Ideeën en de wereld der veranderlijke verschijnselen. De verbinding tussen die twee wordt gelegd door de deelname- of participatietheorie: de dingen hebben deel aan de Vormen, die hen uiteindelijk letterlijk zelf-standingheid, stabiliteit verlenen. Aldus voorzien van een identiteit — in de Vormenleer ligt het Identiteitsprincipe opgeslagen — wordt ook de kenbaarheid der dingen gegarandeerd. Door de leer der Zijnssoorten samen te nemen met de deelnametheorie krijgt Plato gedaan dat van een voorwerp tegenstelde eigenschappen kan bezitten zonder het zelf in ontologische tegendelen te belanden die anders uit de gelijktijdige aanwezigheid van ongediscrineerd zijn en niet-zijn zou voortvloeien. Met andere woorden, door het onderscheiden van het ontologisch ("existentieel"), praedicatief en identiek 'zijn'.²³ Zijn redenering gaat als volgt. Laat er een Vorm "Zijn" bestaan en een vorm "Beweging". Dan is het duidelijk dat "Zijn" een dieperliggend werkelijkheidsniveau vertegenwoordigt, want alles wat beweegt is, maar niet alles wat is beweegt. Iets kan "niet-bewegend" zijn in den zin dat het bestaat omdat het deel heeft aan den vorm "Zijn", en "niet-zijnde" in den zin dat het deel heeft aan den Vorm "Rust" en daardoor niet in beweging is. Juist omwille van het verschillend werkelijkheidsniveau van de Vormen "Zijn" en "Rust" zal dit niet leiden tot de ontologische onmogelijkheid van een niet-zijnde zijnde op het niveau van het Zijn zelf. Dit is de ontologische kern van de Platoonse metafysiek.²⁴ De onderscheiding van deze verschillende vormen van het werkwoord 'zijn' is — aldus Plato — manifest in de natuurlijke taal, zodat hij het verband kan leggen met het probleem van de kennis. Concepten zijn met elkaar verweven op dezelfde manier als Vormen, waardoor deze onderscheidingen precies dezelfde rol gaan spelen op het niveau van de kennis als de zijnssoorten op het niveau van het werkelijk-zijn [*Soph.*, 253(b,c); *Soph.*, 253(d,e)]. Zo wordt het mogelijk gemaakt tegengestelde eigenschappen aan een ding toe te schrijven, er tegengestelde uitspraken over te doen, zonder in echte tegenstrijdigheden, contradicties terecht te komen. Plato zal dan ook al vroeg en als eerste het beginsel van (het verbod op) tegenspraak of Principium contradictionis formuleren, en wel in de *Phaedo*: [*Phaedo*, 101(d,e)]. Let wel, door de volledige inbedding van zijn kenleer in zijn zijnsleer, volgt bij Plato dit principe onmiddellijk uit de participatietheorie als een eigenschap van ons juist-spreken-over-de-wereld, en moet dus niet als een axioma worden neergelegd zoals later bij Aristoteles wel het geval zal zijn.²⁵ **Het contradictieprincipe is de epistemologische formulering van de deelnametheorie!** En niet alleen dat. Aangezien zijn epistemologie volledig ingebed ligt in zijn ontologie, geldt dat ook voor het contradictie dat er noodwendigerwijs uit volgt: het *ex falso quodlibet* is dan het epistemologisch gezicht van de *coïn-*

*PC onto-
logisch*

²³Dit werkt hij uit voor de vormen Zijn, Beweging, en rust in de [*Sophist*, 250(b,c)]. Een algemene ontologische formulering is te vinden in o.m. [*Soph.*, 251(d); 256(d,e)].

²⁴"Platonists who doubt that they are spectators of Being must settle for the knowledge that they are investigators of the verb 'to be'". G.E.L. Owen, "Plato on Non-Being", in G. Vlastos, *Critical Essays*, p. 223.

²⁵Een epistemologische formulering in [*Soph.*, 257(a,b,c); *Soph.*, 258(b,c)].

zelfpraedicatie

cidentia oppositorum! Het grondlegend axioma waar deze zijns- en kentheoretisch verweven architectuur op rust is het vooraf en gescheiden bestaan van de Vormen in hun onderlinge zijnsoortige hiërarchie, niets minder en niets meer. Alles volgt hieruit: stilstand en beweging, verandering en stabiliteit, de kenbare identiteit der enkelingen. Zelfs al blijft onverklaard hoe een in zichzelf ondeelbaren Vorm op vele plaatsen tegelijkertijd kan zijn of hoe de deelnamebetrekking — de *weerspiegeling* — er precies uitziet, Plato slaagt erin een grondslag aan de standvastigheid en kenbaarheid der wereld te geven zonder terecht te komen in ontologische of epistemologische tegendelen. Zo ontsnapt hij aan het Voorsocratische enigma. De Vormenleer, door Plato bewust zó geconstrueerd dat de voorwaarden vervuld zijn om geldig over de wereld te kunnen spreken, zal daarna in de *Parmenides* aan den steen van het Eleatische denken worden getoetst. Ten eerste is er opnieuw het probleem van het Ene en het Vele, in de vraag hoe een ene en ondeelbare Vorm toch in vele concrete dingen tegelijk kan zijn. De logische gedaante hiervan is het beruchte probleem van de **Derde Man**, de vraag of de betrekking, waarin het ding staat tot zijn Vorm, de weerspiegeling, niet onvermijdelijk tot een *oneindige regressie* leidt: boven het ding en zijn Idee weer een andere Idee, en zo verder tot in het oneindige. Eveneens ermee verwant is het probleem van de **zelfpraedicatie**.²⁶ Beide staan of vallen met de standaard of model-natuur der Vormen t.o.v. de enkelingen. In de *Theaetetus* zegt Socrates inderdaad dat de Vormen *modellen* zijn voor de dingen die erop lijken. Anderzijds, als A F-heid heeft omdat het lijkt op de vorm F ontstaan er dus twee problemen: 1) Als A op F lijkt zoals een copie van mindere kwaliteit op een ideale standaard of model, dan betekent dat dat A en de Vorm F beiden dezelfde eigenschap F vertonen, m.a.w. de Vorm is een standaard voor zichzelf. Dit is de zelfpredicatie. 2) A en B lijken op elkaar omdat ze deelhebben aan de Vorm F. Deelhebben aan komt overeen met lijken op. Maar dan lijken A en F op elkaar want A heeft deel aan F, en B en F ook. Zodus moet ge een nieuwe Vorm F' postuleren die daarvoor verantwoordelijk is, en zo tot in het oneindige. Dit is de Derde Man. Tot hier toe heeft Plato geen bevredigende oplossing voor dat probleem. En hoewel Socrates de Vormen in deze dialoog inderdaad als modellen beschrijft, en de relatie tussen dingen en Vormen als die tussen copie en perfect origineel, is hetgeen we in de *Cratylus* te zien kregen daarvan grondig verschillend.

(...) Men moet zelfs absoluut vermijden alle kwalitatieve eigenschappen van het afgebeelde toe te kennen, als men wil dat het een 'beeld' blijft. (...) Zouden er twee zulke dingen zijn als Cratylus plus het beeld van Cratylus, ingeval een of andere god in dat beeld niet enkel uw kleur en uw vorm afbeeldde, maar ook nog alle inwendige delen, zoals die werkelijk in u zijn, tot stand bracht; (...) met één woord: als hij alles wat gij bezit naast u zou neerzetten met andere maar kwalitatief overeenkomende trekken? Zouden we in zo'n geval Cratylus plus een beeld van Cratylus hebben, of twee Cratylussen? [Cratylus, 432(b,c)]

De relatie wordt hier dus gezien als die tussen een persoon en zijn portret, ook een soort afbeelding dus, maar met een totaal andere realiteitswaarde dan het origineel. In het laatste geval is het klaar dat, ook al noemen we het ding en de Vorm bij dezelfde naam,

²⁶C. Strang, "Plato and the Third Man", in: G. Vlastos, *Plato: a Collection of Critical Essays*, Doubleday, 1971., pp. 184-200.

de betekenis daarvan voor beiden verschillend zal zijn: mijn spiegelbeeld en ik hebben allebei “blond haar”, maar niemand zal beweren dat om die reden mijn spiegelbeeld een copie van mij is: het heeft een totaal andere realiteitswaarde, hoewel het zonder mij niet kan bestaan. Het zal op deze weg zijn dat Plato in de *Sophist* op zoek gaat naar een oplossing in de leer van de zijnssoorten.²⁷ Plato was zich dus, in tegenstelling tot wat sommige moderne commentatoren schrijven, scherp van deze problemen bewust.²⁸ Hij zal in de *Parmenides* evenwel niet tot een oplossing komen; pas in de *Sophist* zal hij, door het feit dat de Vormen tot een *ander soort werkelijkheid* behoren te koppelen aan een analyse van het begrip “zijn” op het niveau van de taal, een voor zijn doelstellingen sluitende oplossing vinden. Het is van deze basis dat later Aristoteles zal vertrekken voor zijn grondlegging van de logica. De precieze aard van de logica die vervat ligt in Plato’s deelnametheorie is niet echt een populair onderwerp, al verdient het zeker de aandacht; we komen er verder op terug. Men is over het algemeen — in navolging van Aristoteles — rap geneigd Plato een paar elementaire denkfouten aan te wijzen, een reactie die ons ondertussen bekend voorkomt. Plato toetst echter zelf de houdbaarheid van zijn Vormenleer op de zwakke plekken die tevoren in de theorieën van zijn voorgangers waren gediagnostiseerd. In de *Theaetetus* formuleert Plato zijn Vormenleer in antwoord op de problemen die door het Heraclietische denken waren opgeworpen, zij het dan in de versie die daarvan door Heraclitus’ opvolgers en de sophisten was gemaakt.

Volgens deze leer zou niets een zelfstandige en absolute individualiteit zijn; niets is er, waar ge een juiste naam aan zoudt kunnen geven of waarvan ge zoudt kunnen zeggen hoedanig het is. Neen, zegt ge ervan dat het groot is, of zwaar, dan zal het ook klein toeschijnen of licht; en zo voor alles. Niets is immers één, niets is bepaald dit, niets bezit enige bepaalde hoedanigheid, welke ook. Maar uit de verplaatsing, uit de beweging, uit de onderlinge vermenging wordt alles waarvan wij bevestigen dat het is. Dat is echter een verkeerde manier van spreken. Nooit immers is iets; altijd wordt het. En hierover mag de gehele rij der geleerden, op Parmenides na, het eens zijn: Protagoras en Heraclitus en Empedocles; en bij de dichters de kopstukken van elk van beide genres: Epicharmus voor het blijspel, Homerus voor de tragedie. [Theaetetus, 152(d)]

Dit is de eenheid der tegendelen die voortvloeit uit de voortdurende stroom van wording en verandering der dingen; iets is iets op een bepaald moment, en een moment later is het dat niet meer: zijn en niet-zijn vallen voortdurend samen in de vervloeiing van ontstaan en vergaan. Deze opvatting schrijft Plato behalve aan de sophisten aan degenen die door hem elders *de Ouden* genoemd worden, toe. Zo legt hij de oorsprong van de sophistische opvattingen duidelijk bloot. Nu is het zaak, volgens Plato,

²⁷Ik ben het hierover eens met Van Eck, die beargumenteert dat Plato uiteindelijk wel een bevredigende oplossing vindt voor dit probleem. J. Van Eck, *o.c.*, p. 63-67. Ik behandelde dit onderwerp uitvoerig in mijn eindverhandeling *Wijsbegeerte*; men zie K. Verelst, *Het tot stilstand brengen van de wereldstroom. Aspecten van de scheiding tussen denken en doen en de invloed van het ontologie/epistemologiedilemma op de Europese wetenschappelijke en maatschappelijke praktijk*, licentiaatsthesis VUB, 1993-1994.

²⁸Zo bijvoorbeeld Strang. Volgens Strang mogen we veronderstellen dat de zelfpraedicatie $F(A) = A$ een praemisse is voor de Vormenleer, en de Derde Man dus een onoverkomelijk gevolg. Men consultere C. Strang, “Plato and the Third Man”, in: G. Vlastos, *Plato: a Collection of Critical Essays*, Doubleday, 1971, p. 183.

het "afzonderlijke op zichzelf"

de gevolgen voor de waarneming goed in het oog houden, want *Wat gij 'witte kleur, wit' noemt, is niet iets afzonderlijks-op-zichzelf, dat buiten de ogen zou bestaan of in de ogen: ge kunt haar geen bepaalde plaats aanwijzen, want dan zou ze ergens zijn, op een aangewezen post, ze zou een stabiliteit bezitten en niet door wording ontstaan.* Dit introduceert beweging. Wat wordt, niet is, is altijd in beweging:

Hun principe, waar ook alle zoëven vermelde theorieën van afhangen, is het volgende: het Al is beweging en daarbuiten bestaat er niets. De beweging nu vertoont twee vormen, beide oneindig in aantal, waarvan de ene het vermogen bezit om actief, de andere om passief te zijn. Uit beider onderling samentreffen en wrijving ontstaat en menigte afstammelingen, ontelbaar maar telkens als tweelingen-paren aan elkaar gekoppeld: enerzijds het waarneembare, anderzijds de waarneming die altijd met het waarneembare samen ontluikt en samen ter wereld komt. Aan elke waarneming beantwoordt een verwant waarneembaar object. (...) Het besluit van dit alles is, wat we reeds bij het begin zeiden: niets is een absolute en zelfstandige individualiteit, het wordt altijd, en wel voor iets anders. 'Zijn' is een begrip dat overal dient te worden geweerd, al voelen wij ons dikwijls, ja, daareven nog, genoodzaaktr die term te gebruiken uit gewoonte of onkunde. Om te spreken zoals de geleerden, mogen we geen uitdrukkingen toelaten als 'iets', 'van iemand', 'van mij', 'dit', 'dat', noch enig ander woord dat immobiliseert; we moeten uitdrukkingen gebruiken die stroken met de natuur en spreken van 'wordend', 'gemaakt wordend', 'vergaand', 'veranderend'. [Theaetetus, 156(a,c); 157(a,b)]

relatielogica

Subject en object brengen elkaar van moment tot moment wederzijds tot stand. Hun realiteit heeft buiten deze betrekking geen betekenis. Dit zouden wij moeten respecteren in ons taalgebruik over de werkelijkheid. Plato's logica zal dan ook een logica van relaties zijn, een vaststelling die reeds door Castañeda werd gedaan.²⁹

Contrary to the monolithic consensus among Plato scholars, in the Phaedo Plato did distinguish, and soundly, between relations and qualities, and dealt with genuine puzzles that arise in attempting to understand the nature of relational facts. The reason why Plato's theory of relations has hitherto remained hidden to his commentators is this: his commentators have either not understood the nature of relations, or, more recently, they have adopted the dogma that a primary or simple relation is just one atomic or indivisible entity that generates facts by being instantiated at once by an ordered n-tuple. (...) It might be suggested at this juncture that a nominalist must, nevertheless, distinguish between a thing a being longer than another thing b, and the former being heavier than the second, and this distinction must lie in facts themselves, in nature.

Vanuit ons perspectief zijn niet deze relaties op zich, maar wel de structuur der logische afleidingen die er volgens Plato uit volgt van belang. Niettemin zijn ben ik het met de algemene teneur van het citaat eens: men kan Plato's logica niet naar juiste waarde schatten zonder zich rekenschap te geven van de eraan ten grondslag

²⁹H. N. Castañeda, "Plato's theory of relations", in *Exact Philosophy*, Mario Bunge ed., Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1973.

liggende ontologie. Immers, als de wijze waarop de Vormen in een ding verweven zijn zich weerspiegelt in de taal, dan moet het correct uit elkaar halen van concepten ons inzicht verschaffen in de ware aard der dingen. Dit is inderdaad Plato's standpunt. Het technische instrument dat de wijsgeer ter beschikking staat om dit doel te bereiken is *diairesis* of **begripsdeling**.³⁰ Dit brengt ons terug bij Zeno. Want inderdaad, Plato's ἀόριστος δυάς [onbepaalde tweehed], het beginsel waarop zijn begripsdeling gebaseerd is, ligt aan den oorsprong van het ontstaan van het Grote-en-Kleine, de grenswaarden aan ons begripelijk (onder)scheidingsvermogen gesteld *begripsdeling* en is, zo zegt ons Aristoteles in boek *N* van de *Metaphysica*, ten nauwste verbonden met de Platoonse getaltheorie.³¹ We bouwen hier voort op Stenzel's diepgaande analyse³², en voegen nog enkele verhelderende voorbeelden toe die besproken worden door H. Oosthout in zijn becommentarieerde vertaling van *Metaphysica N*.³³ Opdat een ding voorwerp van kennis worden moeten, volgens Plato, zijn grondelementen worden bepaald door stelselmatig de paarsgewijs tegengestelde eigenschappen die het bepalen op elk niveau bloot te leggen. Deze niveaus van eigenschappelijke differentiatie scheiden ("liggen tussen") het ding als een eenheid en het ding als een onbepaalde [*apeiron*] veelheid van eigenschappen: μεταξὺ τοῦ ἀπέριουτε καὶ τοῦ ἐνός [*Philebus*, 16(d)]. We zien hier de kentheoretische doelmatigheid van de scheiding der verschillende vormen van het werkwoord 'zijn' op een fraaie manier in actie: herkenning van de aanwezige praedicatieve tegenstellingen voorkomt dat men in existentiële tegendeelen en dus in strijdigheden terecht komt. De vaardigheden vereist om deze techniek correct toe te passen zijn juist wat het werk van den filosoof onderscheidt van dat van den Sophist [*Sophist*, 253(c)], dien weliswaar in tegenstellingen denkt, maar zonder inzicht in den waren aard van het onderzochte ding, en dus niet in overeenstemming met de intrinsieke wijze waarop die tegenstellingen erin opgeslagen liggen.³⁴ De

³⁰Ik ben het weliswaar gedeeltelijk eens met M. Dixsaut, *o.c.*, p. 221. sq. haar critiek op J. Stenzels versie van Plato's deling in zijn *Studien zur Entwicklung der Platonischen Dialectik von sokrates zu Aristoteles*, Teubner, Leipzig und Berlin, 1931. Ik geloof echter dat deze bezwaren verdwijnen wanneer Stenzels inzichten in *Zahl und Gestalt Bei Platon und Aristoteles*, Teubner, Leipzig, 1933 in rekening gebracht worden; wat we verderop concreet zullen uitwerken.

³¹Het aanvaarden van dit op zichzelf moeilijk te ontkennen feit impliceert als zodaing geen positie in de fameuze controverse rond de door de "Tübinger Schule" (Krämer, Gaiser) voorgestelde interpretatie van Plato's filosofie. Zij stelt dat de twee beginselen, het 'Ene' en de 'Onbepaalde Dyade', die de Vormgetallen voortbrengen de ruggegraat zijn waarrond van in den bedinne heel Plato's wijsgerige stelsel is opgevat en opgebouwd. Er dient desalniettemin te worden opgemerkt dat we reeds in de vroegste dialogen ondubbelzinnige sporen van Platoonse *diairesis* terugvinden, en dat aannemelijk kan worden gemaakt dat zij bijgedragen heeft tot de verdere ontwikkeling van de Vormenleer. Men zie M.K. Krizan, "A Defense of *Diairesis* in Plato's *Gorgias*, 463e5-466a3", *Philosophical Inquiry*, XII(1-2), 1-21. Het is wel zo dat de radicale "anti-Tübingen" positie vertegenwoordigd door Cherniss, Sayre en Fowler methodologisch maar moeilijk met onze benadering te verzoenen is. Het zou inderdaad nogal vreemd zijn — en dan drukken we ons nog zacht uit — Aristoteles voor ongeveer alles als secundaire bron te aanvaarden behalve voor zijn directe voorganger... Ik ben dan ook geneigd mij aan te sluiten bij de middenpositie van de oudere generatie geleerden zoals bijvoorbeeld L. Robin, *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. Étude Historique et Critique*, Georg Olms Verlag [reprint 1908], Hildesheim, 1963; and J. Stenzel. Een recent overzicht van het debat in D. Pesce, *Il Platone di Tubinga, E due studi sullo Stoicismo*, Paideia, Brescia, 1990.

³²J. Stenzel, *Zahl und Gestalt Bei Platon und Aristoteles*, Teubner, Leipzig, 1933 (2nd ed.)

³³H. Oosthout, *Aristoteles. De Getallen en de dingen. De Boeken M en N van de Metafysica. Deel 2: Boek N*, Klement, Kampen, 2004.

³⁴J. Stenzel, *o.c.*, pp. 12-13.

dialectiek

de “langste
weg”

uiteindelijke reden is dat hij ‘zijn’ en ‘zo-zijn’, tegenstellingen en tegendelen, niet uit elkaar houdt. De Sophist kan eender wat zeggen omdat hij eender wat van iets kan denken: alles is gelijkelijk waar, zoals protagoras tot verontwaardiging van Socrates de mensen voorhoudt. *Un principe general est alors formulé: “ne pas prendre pour même une forme qui est autre ni pour autre une Forme qui est même”. Avoir une capacité dialectique, c’est savoir par où faire passer le même et l’Autre, est c’est aussi comprendre que l’identité ne fait pas communiquer et que la différence ne fait pas que séparer et diviser.*³⁵ Het is hierop dat Aristoteles later zijn definitie van de dialectiek zal baseren. In het schema zoals voorgesteld door Stenzel-Oosthout³⁶ ontvouwen de tegengestelde bewegingen inhaerent in het Grote-en-Kleine doorheen *aoristos duas* met de eenheid — 1 — in het midden³⁷: de verdubbelingen die aan de ene kant bij elke stap optreden geven over het geheel van het proces genomen de machten van 2, terwijl aan de andere kant halvering ons de machten van 2^{-1} geeft. Er zijn dus gelijktijdig twee voortbrengingswijzen in den Platoones delingsboom actief: verdubbeling (2^n) aan den enen kant en halvering (2^{-n}) aan den andere, van het oorspronkelijke Ene: ... $1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8, \dots$ ³⁸ Het proces stopt wanneer men het niveau bereikt waar men op delen — Plato noemt ze *stoicheia*, elementen — stuit die zelf niet meer verder deelbaar zijn, t.t.z., die zelf niet meer kunnen optreden als soort *genus* voor een onderliggend niveau [*Statesman*, 263(a,b)]. In hedendaagse termen: wanneer men de delen der oorspronkelijke verzameling bereikt die niet meer verder opgedeeld kunnen worden, m.a.w., de singletons. Om uitputtend te zijn moeten alle mogelijke deelverzamelinge der oorspronkelijke verzameling — het *genos* — genomen worden door een ja/nee-delingsprocedure op elk niveau over elk element, precies de manier waarop een hedendaags wiskundige te werk zou gaan. Op die manier immers bekomt ge Plato’s dichotome deling “in het midden”, de methode van de “langste weg” die garandeert dat effectief alle mogelijkheden worden uitgeput en de ultieme *stoicheia* worden teruggevonden, en niet slechts zekere willekeurige deelresultaten [*id.*, 265(a-b)]. Zo wordt ook duidelijk wat *Aoristos duas* in feite betekent: het is op elk niveau over elk element de verzameling $\{0, 1\}$, de mogelijke uitkomsten of waarheidswaarden van de nog onbesliste lidmaatschapsrelatie. Alle mogelijkheden nagaan zoals Plato het wil komt neer op het nemen van $\{0, 1\}^n$, met n het aantal elementen van de oorspronkelijke verzameling.³⁹ De procedure is vergelijkbaar met wat een plantkundige doet wanneer hij of zij een flora raadpleegt en stelselmatig beslist of een zekere eigenschap al dan niet geldt voor een gegeven soort. Zodoende vertegenwoordigt elke tak van den delingsboom een natuurlijk getal dat op een unieke manier een aantal eigenschappen vastlegt. Het zou volledig in Plato’s lijn liggen — zo merkt Oosthout op — om de tak die uit allemaal enen bestaat te nemen als degene die de eigenschap volledig en ondubbelzinnig bepaalt; er zijn daarin immers geen onbepaalde tweeheden meer over. Daarom stel

³⁵M. Dixsaut, *Métamorphoses de la dialectique dans les dialogues de Platon*, Vrin, Paris, 2001, p. 175.

³⁶H. Oosthout, *o.c.*, pp. 74-79.

³⁷The dynamics inhaerent in this time-dependent process has been analysed brilliantly by G. Deleuze, while considering the paradoxical growth of Lewis Carroll’s *Alice in Wonderland*. See G. Deleuze, *Logique du sens*, Minuit, Paris, 1969, pp. 9-12.

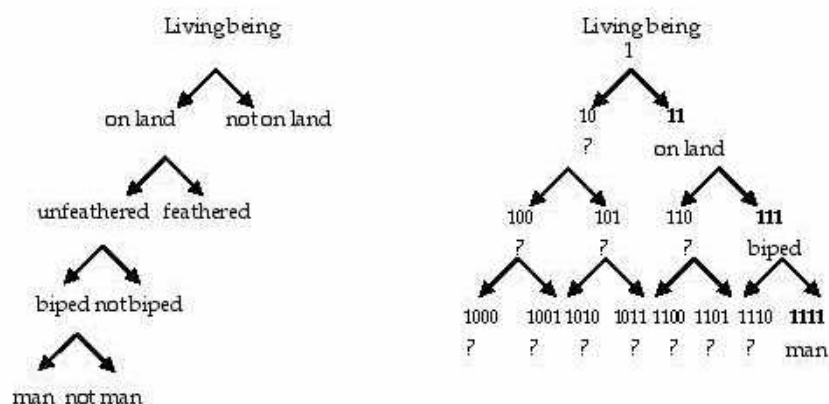
³⁸H. Oosthout, *o.c.*, p. 79.

³⁹The relational logic that underpins Plato’s participation theory can be seen from this light. It also shed more light on the precise nature of the difference between Plato’s and Aristotle’s logical systems.

ik voor deze welbepaaldheidsgetallen ϕ -**getallen** (philosophische getallen) te noemen. Het welbepaaldheidsgetal in het voorbeeld hieronder is de meest rechtse tak van den boom, t.t.z. 1111 of decimaal 15. Dit stapsgewijs opgebouwd getal is een ordinaalgetal ϕ -**getal** dat de informatie omtrent de afgelegde delingsweg volledig vastlegt door middel van het *lexicographische* ordeningsprincipe, anders gezegd op basis van het kleinste verschil.⁴⁰ In dit geval is het aantal tussenstappen (of *generaties* nodig om het eindresultaat te bereiken 3, waardoor een ander belangrijk karakteristiek getal te voorschijn komt als een direct gevolg van het verdubbelingsaspect der diaretische procedure, en wel $2^3 = 8$, het aantal elementen op de verticale lijn die de onderste generaties determineert, ofwel de cardinaliteit van de deelverzameling tot dewelke ons ϕ -getal behoort. Dit is wat Stenzel voor ogen staat wanneer hij schrijft: *Denkt man an die alte Darstellung der Zahlen durch punkte und faßt man, was sehr nahe liegt, innerhalb der Zahlengestalt jeden punkt als stelle auf, so ergeben sich mit einem Schlage Kardinal- und Ordinalzahlen, und es zeigt sich sofort das einfache Bild einer entstehung der Zahlenreihe durch stete anwendung der Zweiheit auf die eins und jede sich ergebende neue Einheit in ihrer "Zweifachmachenden" ($\delta\iota\chi\omicron\tau\omicron\mu\acute{\alpha}\varsigma$) Natur.*⁴¹ Welnu, zolang het aantal stappen nodig om de singleton-elementen of *stoicheia* te bereiken eindig blijft het aantal elementen dat voortkomt door halvering en verdubbeling aan elkaar gelijk. Anders gezegd: cardinaliteit en ordinaliteit vallen in het eindresultaat samen. Deze aequivalentie is in het eindige geval algemeen waar. De assymetrie tussen de 0-zijde en de 1-zijde van elke tweedeling zet de betekenis van *aoristos duas* goed in de verf. En aangezien menselijke redeneringen in de ogen van Plato noodzakelijkerwijze eindig zijn, zijn Vormgetallen dat ook, en kan ik met Stenzel-Oosthout aanvaarden dat deze moderne formulering een getrouw beeld geeft van wat onze wijsgeer tot hier toe voor ogen stond. Maar de kous is hiermee nog niet af, want deze aequivalentie blijft niet bewaard wanneer we overgaan naar het oneindige geval. Bekijken we het door Oosthout voorgestelde diagram: *Vormgetal*

⁴⁰R. Rucker, *Infinity and the Mind. The Science and Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press, Princeton, 1995 [th ed. 1982], pp. 82-83.

⁴¹J. Stenzel, *o.c.*, pp. 30-32.

Plato's *diairesis* [begripsdeling]⁴²

twee soorten
oneindig

Inderdaad, wanneer we de deling tot in het oneindige doorvoeren beginnen er zich eigenaardigheden voor te doen. Laten we nu eventjes terzijde wat Plato ervan zou vinden als we deze oefening doorvoeren. Stel dat we delen tot we het kleinste ϕ -getal bereiken op generatie ω , wanneer de kleinste mogelijke oneindige rij met louter enen gevuld is. Er duiken plots twee *verschillende* oneindigheden op, voor halvering en verdubbeling, anders gezegd voor stapsgewijze of simultane deling. Het zijn onze reeds van bij Zeno vertrouwde twee soorten oneindigheid: de aftelbare en de overaftelbare cardinaliteit, of in den traditionelen woordenschat: **potentieel** en het **actueel** oneindige. Stenzel-Oosthout beseffen blijkbaar niet dat dit het echte verschil is tussen die twee; zij maken althans geen onderscheid tussen deling-door-halvering en deling-door-verdubbeling in het oneindige geval. Aristoteles echter geeft niet alleen nadere opheldering bij wat we al weten uit de dialogen *Sophist*, *Statesman* en *Philebus*; hij zegt ondubbelzinnig dat Plato twee soorten oneindigheid in gedachten had: *He [Plato] supposes two infinities, the Large and the Small* [*Phys.* 203a 15]. Elk ervan wordt op zijn eigen wijze tot stand gebracht: *everything is infinite, either through addition [i.e. stapsgewijs], either through division [i.e. simultaan, gelijktijdig] (...)* [*Phys.* 204a 6]. Stenzel verwijst naar dit Aristotelesfragment.⁴³ Toch blijken onze auteurs niet te zien dat verdubbeling het Kleine en halvering het Grote geeft. Immers, ruimtelijk gesproken leidt stapsgewijze halvering tot de kleinste mogelijke echte delen die nog uitgebreidheid bezitten — atomen, zeg maar —, terwijl in het geval van verdubbeling gelijktijdig de onuitgebreide punt-delen gegenereerd worden die ‘deel’ zijn van het geheel zonder er deel van uit te maken, precies zoals bij Zeno.⁴⁴ De parallel met Zeno's deling kan niet beter worden onderstreept dan door te wijzen op de expliciete terminologische overeenkomst tussen het Platoonse Groot-en-Klein τὸ μέγα καὶ τὸ μικρόν⁴⁵ en Zeno's groten-en-kleinen μέγαλα καὶ μικρά [DK 29B 1] die beiden verwijzen naar het paradoxale re-

⁴²H. Oosthout, *o.c.*, pp. 76-78.

⁴³Men raadplege J. Stenzel, *o.c.*, p. 30 sq.; p. 60 sq.

⁴⁴Cfr. W.E. Abraham, *o.c.*, p. 48.

⁴⁵Aangehaald in Aristoteles' [*Met. A*, 987b(20)]. Cfr. J. Stenzel, *o.c.*, p. 6.

sultaat van een oneindige deling door en door.⁴⁶ Het actueel oneindige bestaat bij Plato wel degelijk, maar zijn metaphysische preoccupatie met paradoxvrijheid verplicht hem dit te plaatsten buiten ons eindige bereik. Het blijft echter aanwezig in het principieel onbegrensde aantal mogelijke eindige perspectieven die er op de werkelijkheid als phaenomenale instantie van het Vormenrijk mogelijk zijn. Dit (anachronistisch gesproken) “transcendentiaal” oneindige brengt Plato dicht bij latere denkers als Descartes en — vooral — Leibniz. Ook dit aspect van Plato’s systeem kan formeel rigourees tot uitdrukking worden gebracht, wat trouwens nodig is als wij het volledig tot zijn recht willen laten komen, en bovendien het verschil met het Aristotelische stelsel precies willen kunnen bepalen. Het verschil is inderdaad diepgaander dan algemeen wordt aangenomen; wij komen er in de volgende paragraaf op terug. Laat ik al opmerken dat het, dankzij een idee van M. Serfati, mogelijk is de verzameling van mogelijke (eindige) perspectieven (*l’ensemble des points de vue*) formeel te onderscheiden van den delingsboom zelf.⁴⁷ Voor den tijdsgebonden menselijken geest is — althans volgens Plato — altijd slechts ’n deel van de werkelijkheid toegankelijk, en dus is ons perspectief op de verwevenheid van zijnsvormen in een concreet ding altijd slechts partieel. Zeno daarentegen zou deze gespletenheid niet verstaan; voor hem is de totaliteit van *deze wereld* altijd volledig gegeven in het hier-en-nu, of wij ons daarvan nu bewust zijn of niet verandert daar niets aan. Plato plaatst daarom de grootste oneindigheid — dus die van het Kleine — buiten de verschijnselenwereld, in het Ideeënrijk. Maar let wel: voor Plato betekent ‘Ideëel’ *niet* onwerkelijk, eerder het tegendeel! Vandaar dat de Platonische (toe)schouwer van het Zijn in zijn door het Ene-en-Vele getekende verschijning een duidelijk paradoxale kleur behoudt. De verschillen tussen den Zenoonsen deler in *megala kai mikra* en den Platoonse schouwer van het *mega kai mikron* zijn desondanks fundamenteel, en kunnen opgeklaard worden door vergelijking van hun respectieve delingsontologie. We gaan dit doen door deze ontologieën zeer classiek geïnspireerd te vertalen in formeel-logische systemen, zodat we de tegenwoordig heersende rolpatronen eens kunnen omdraaien in overeenstemming met een observatie van G. Günther, die ik nadrukkelijk onderschrijf:

“Mega kai
Mikron”

*There is a very simple translation of the term “ontology”. It is the theory of What There Is (Quine). But if this is the case, one rightly expects the discipline to represent a set of statements about “everything”. (...) Consequently all scientific disciplines find their guiding principles and operational maxims grounded in ontology and legitimized by it. Ontology decides whether our logical systems are empty plays with symbols or formal descriptions of what “really” is. (...) A system of logic is a formalization of an ontology!*⁴⁸

§3. PLATO’S NIET ZO CLASSIEKE CLASSIEKE LOGICA.— De Platoonse *diairesis* heeft tot doel de verschillende Vormen die zich in een gegeven ding instantiëren uit te

⁴⁶Al wordt dit verband bij mijn weten nergens in de literatuur besproken! Plato’s uitdrukking gebruikt het enkelvoud omdat hij de paradox plaatst op het niveau van het delingsprincipe, terwijl Zeno, die van metafysiek niet weet, met zijn meervoud gewoon verwijst naar het delingsresultaat.

⁴⁷M. Serfati, “Quasi-ensembles d’ordre r et approximations de répartition ordonnées”, *Math. Inf. Sci. hum.*, **143**, 1998, pp. 5-26.

⁴⁸G. Günther, “Cybernetic Ontology and Transjunctive Operations”, BCL publication 68. Photomechanically reproduced from *Self-organizing Systems*, 1962, Yovits, Jacobi and Goldstein Eds., Washington D.C., Spartan Books, 1962, pp. 313-392.

Plato para-
consistent?

graven door een gedetailleerde analyse van hoe we er correct over kunnen spreken: *Het is immers slechts door de wederzijdse verstrengeling van de vormen, dat wij (mensen) aan de rede zijn toegekomen. Het is immers slechts door de wederzijdse verstrengeling van de vormen, dat wij (mensen) aan de rede [logos] zijn toegekomen.*⁴⁹ *comes forth* [Sophist, 259(e)]. Dit toont nogmaals aan dat zijn logica niet meer is dan het kentheoretische gezicht van de deelnametheorie. We gaan niet verder in op de evolutie van het delingsproces doorheen de dialogen, noch op de controversen die daaromtrent door verschillende geleerden zijn gevoerd.⁵⁰ De hoofdlijnen ervan zijn door Plato duidelijk geschetst en volstaan om de eraan vasthangende logica aan het licht te brengen. We zullen laten zien dat in Plato's opvatting elk ongedeelde zijnde een paradoxaal **Een-en-Veel** is, dat na volledige *diairesis* een **paraconsistent Groot-en-Klein** wordt. Ik ben het dan ook eens met Priest als hij zegt: *It is usually thought that whilst Plato may have been willing to concede the inconsistency of the empirical world [Parmenides 129b], he insisted upon the consistency of the world of forms. Although this is the standard interpretation, the theory of forms quickly leads to inconsistencies, and there is textual evidence (especially in the Parmenides to suggest that Plato may have thought that the One (the form of forms) had inconsistent properties.*⁵¹ Alleen doet Priest geen echte poging deze claim te substantiëren, terwijl dat toch heel wel mogelijk is. Plato wijst in [Philebus, 18(e)] niet enkel op de oneindigheid aan enkelingen, maar ook op de principiële oneindigheid in elk enkeling, zodat *The principle (...); its nature is quite marvellous, for that one should be many or many one, are wonderful propositions (...)* [Philebus, 14(c)]. Maar dit leidt tot paradoxen die voor ons eindige denken onoverkomelijk zijn: *Those (...) are the common and acknowledged paradoxes about the one and many, which I may say that everybody has by this time agreed to dismiss (...)* [Philebus, 14(d)] We zullen dus door middel van adequate criteria een beperking $\pi\acute{\epsilon}\rho\alpha\varsigma$ [grens] moeten opleggen aan deze oneindigheid: *he who begins with any individual unity, should proceed from that, not to infinity, but to a definite number, and (...) conversely, he who has to begin with infinity should not jump to unity, but he should look about for some number representing a certain quantity (...)* [Philebus, 18(a-b)]. Ook hier doen zich weer twee verschillende situaties voor. Wanneer het beschouwde begrip een wezenheid (grammaticaal een substantief) aanduidt dan is de deling niet willekeurig, liggen de grensvoorwaarden reeds in dat wezen opgeslagen en is het een kwestie van ze correct te identificeren. Wanneer het daarentegen om louter relatieve, adjectivale begrippen gaat, zoals bij het delingskoppel warm/koud, dan zal het veel problematischer zijn de grens ertussen vast te stellen en te voorkomen dat de uiterste termen in een oneindigheid van mogelijke nuances uit elkaar getrokken worden. Desondanks dient van buitenaf een liefst niet volkomen arbitraire grens te worden vastgelegd. Dit is een kwestie van het vinden van de juiste maat, het juiste **midden**. [Philebus, 13(c,d)]. In de Staatsman antwoordt de vreemdeling op de vraag van de jonge Socrates dat er twee mogelijkheden zijn: *Als volgt: één sectie heeft betrekking op de relatieve grootheid of kleinheid der dingen; de andere op de noodzakelijke essentie van*

het "juiste
midden"

⁴⁹We mogen niet uit het oog verliezen dat denken en spreken voor de Ouden nog grotendeels samenvallen! R.B. Onians, *o.c.*, p. 13. Cfr. [Phaedrus, 266(b)].

⁵⁰Een overzicht en verdere referenties in M.K. Krizan's *Defense*-article.

⁵¹G. Priest and R. Routley, "First Historical Introduction. A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches", in: *Paraconsistent Logic*, p. 19.

al wat ontstaat. (...) Bijgevolg moeten we ook aannemen dat het Grote en het Kleine een dubbele zijnswijze bezitten, en dat we hen volgens twee maatstaven moeten beoordelen. We mogen hen niet alleen zoals we daareven zeiden beoordelen ten opzichte van elkaar. We moeten, zoals we het nu hebben uitgedrukt, niet enkel met hun onderlinge verhouding rekening houden, maar ook nog met hun verhouding ten opzichte van de juiste maat. [Staatsman, 283(d-e)].⁵² Dus om te kennen moeten we in twee delen, en door zo te delen komen we opnieuw bij het Groot-en-Klein uit! In feite is dit niets anders dan een soortbepalende eigenschap eistensief opgevat als een (naïeve) verzameling (waarheidswaarde: +) en haar logisch complement (waarheidswaarde: -). De *locus classicus* voor deze methode in de dialogen is een passage in de *Phaedrus*, waar Plato de begripdeling vergelijkt met de ontleding van een lijk:

[De tweede redeneertrant is] In staat te zijn, in tegenstelling met het voorgaande, de genus-begrippen volgens hun natuurlijke geledingen in species te ontleden, en er zorg voor te dragen dat men daarbij niet, als een knoeierige slager, een of ander lid breekt. Als voorbeelden kunnen we onze beide redevoeringen van daareven nemen. Daar hebben we ook al wat in de ziel irrationeel is, onder één gemeenschappelijk begrip samengevat. En verder, zoals het lichaam, dat ook één is maar uit twee helften bestaat: een linker en een rechter, helften waarvan de ledematen dezelfde namen dragen op dezelfde wijze gingen beide redevoeringen van de onderstelling uit, dat al het redeloze-in-ons van nature onder n begrip valt. Vervolgens ging dan één van die redes ertoe over, voor haar rekening de linkerhelft te ontleden, en zij zette haar ontleding op die helft door, zonder ophouden, totdat ze daarin een zogenaamde linker of averechtse minne had ontdekt, die ze dan ook, zeer terecht aan de kaak stelde. De tweede daarentegen voerde ons naar de rechterhelft van de waanzin, en vond ook hier iets dat dezelfde naam (...) [Phaedrus 265(e)] [Naar De win].

Dit “proces van deling naar soorten (genera)” τῶν γενῶν διὰ ρεσις wordt door Aristoteles becritiseerd [An. pr: I, xxxi] als zijnde onmogelijk volledig uitvoerbaar en circulair. De deling die men uitvoert zal óf willekeurig zijn, óf gebaseerd op voorkennis over de punten die de deling juist zou moeten aan het licht brengen. We zagen echter al dat Plato om volledigheid te bereiken juist de voorkeur geeft aan dichotomie of tweedeling, omdat zo alle mogelijke eigenschappen geïntantieerd in het enkelding aan bod zullen komen [Staatsman, 262(b); 265(a)]. Aangezien dit proces in principe altijd kan doorgevoerd worden tot in het oneindige mogen we niet de fout maken de kloof tussen het ene en het vele in een keer te overbruggen, maar juist dat aantal delingsstappen te zetten dat het onderzochte ding ondubbelzinnig bepaald, noch min, noch meer:

(...) all the things which are ever said to exist are sprung from one and many and have inherent in them the finite [peras] and the infinite. This being the way in which things are arranged, we must always assume that there is in every case one Idea of everything and must look for it — for we shall find it [the Idea] is there — and if we get a grasp of this, we must look next for two, if there be two, and if not, for

⁵²Ik neem in dit en in andere Platofragmenten de vertaling van De Win over, soms met een lichte aanpassing. X. De Win, *Plato. Verzameld Werk*, Boek III, De Nederlandsche Boekhandel, Antwerpen, 1980 (3th ed.), p. 564.

three or some other number; and again we must treat each of those units in the same way, until we can see that the original unit is one and many and the infinite, but just how many it is. And we must not apply the idea of infinite to plurality until we have a view of its [plurality's] total number between infinity and one; then, and not before, we may let each unit of everything pass on unhindered into infinity. [Philebus, 16(a-d)].

Het zou nu duidelijk moeten zijn dat de oneindigheid tot het Ideeënrijk behoort, terwijl onze onvolmaakte redeneringen noodzakelijkerwijze beperkt blijven tot de wereld van het eindige. Het is daarom dat een *peras* moeten worden opgelegd die toelaat desondanks tot zinvolle conclusies te komen in plaats van helemaal nergens. Bovendien is de deling niet willekeurig wanneer het beschouwde concept een wezenheid beduidt en niet louter relatief is, zodat een intrinsieke *peras* kan worden blootgelegd. Men zou inderdaad kunnen zeggen dat de Vorm die door iets belichaamd wordt het letterlijk afsnijdt van de rest van de wereld. Wie dat laatste niet inziet is geen filosoof maar een sofist: *But the wise men of our time are either too quick or too slow, in conceiving plurality in unity. Having no method, they make their one and many anyhow, and from unity pass at once to infinity; the intermediate steps never occur to them. And this, I repeat, is what makes the difference between the mere art of disputation and true dialectic* [Philebus, 16(a-d)]. Hoe moet die deling dan precies gebeuren? Men moet allereerst rekening houden met de eigensoortigheid, de specificiteit van het onderzoeksvoorwerp, zodat men eigenschappen kan identificeren die toelaten de beginverzameling “door het midden” te delen. Als ge de getallen wilt begripsmatig wilt onderverdelen heeft het geen enkele zin het getal tweeduizend af te snijden van al de rest. Wien de mensheid rationeel wilt onderverdelen komt geen stap verder door willekeurig de Grieken af te snijden van de rest van het mensdom. Immers, de Lydiërs of de Phrygiërs kunnen met evenveel recht hetzelfde doen, en wat zijn we daarmee verder? Dergelijke arbitraire verdelingen stoppen onmiddellijk het verdere proces van rationeel onderzoek. Hoe dan wel? De getallen in even en oneven verdelen, en de mensheid in vrouwelijk en mannelijk, zegt iets dat valabel is voor elk individu uit de soort, en laat de poort open naar een groot aantal verdere mogelijkheden [Statesman, 262(c)-263(e)]. Het zou daarentegen weinig bijbrengen de verdeling mannelijk/vrouwelijk toe te passen wanneer men de mensheid al in Grieken en niet-Grieken heeft gesplitst. Nog eens, enkel wanneer de deling tot op het niveau van het grondidee dat een bepaalde verzameling belichaamt is doorgevoerd heeft het zin er louter numerieke aantallen uit weg te nemen. “Door het midden” (*διὰ μέσων*) delen, t.t.z., volgens *de langste delingsweg* [Statesman, 265(b)], is de enige veilige manier om alle relevante onderclassen terug te vinden: *It is safer to proceed by cutting through*. Om de kleinste relevante onderklasse of deelverzameling terug te vinden — de *genos* [soort] in den eigenlijken zin — die opgeslagen ligt in het *eidos* of algemene begrip, moet men de deling doorvoeren tot op het niveau waarop men op een deel stuit dat zelf geen ‘verzameling’ meer is (in deze context betekent dit dat tussen de elementen ervan enkel nog conceptueel arbitrair, i.e. numeriek, onderscheid kan worden gemaakt): *We must not take a single small part, and set it of against many large ones, nor disregard species in making our division* [Statesman, 262(a-b)]. Het verband is dus niet wederkerig: hoewel een onderklasse altijd een deel [*meros*] is, is een deel niet altijd een klasse: *That when there is a class of anything, it must neces-*

hoe delen?

“door het midden”

kleinste onderklasse

sarily be a part of the thing of which it is said to be a class; but there is no necessity that a part be also a class [Statesman, 263(b)]. Het genus kan eventueel nog verder getalmatig worden opgedeeld, zelfs tot in het oneindige, evenwel zonder nieuwe informatie bij te brengen. Deze karakteristieken deden de latere Peripatetische school een *species* met de volgende elliptische formule definiëren: *quae de pluribus differentibus numero in eo quod quid praedicatur*.⁵³ Echte *diairesis* stopt op dat niveau: het verschil tussen de Grieken en de Lydiërs, hoe interessant of belangrijk op zichzelf ook, is niet essentieel of contingent omdat het niet de gehele mensheid doorsnijdt; Griekse en Lydische vrouwen zijn immers allemaal vrouwen⁵⁴. Later zal Aristoteles ze *accidentele eigenschappen* noemen [Met. Z 4 1030a(10-13)]. Het fundamentele inzicht dat begripsdeling onderscheidingen toelaat tot op het niveau van het kleinste (niet numerieke, niet accidentele) soortelijke verschil wordt in de Peripatetische traditie **differentia specifica** genoemd: *Species infima (quae sola est species in sensu stricto) dicitur etiam species specialissima, et differentia infima, differentia specifica*.⁵⁵ Dit “proces van deling naar soorten (genera)” τῶν γενῶν διὰ ρεσις leidt tot die *Erkenntnis der Über- und Unterordnung von Begriffen, kurz die κοινωτέρα τῶν γενῶν in diesem formalen Sinne (...)*⁵⁶ Verder ligt het doormidden-criterium voor deling van een Groot-en-Klein, dus van elk tweezijdig begrip, zoals lang en kort, overvloed en gebrek — (...) *the greater is greater than the less, and nothing else, and the less is less than the greater, and nothing else* [Statesman, 284(a)] — aan de basis van de ‘uiterste termen’ (**maior** en **minor**) die zullen opduiken in de Aristotelische syllogismenleer.

Volgt nu een schets van een formalisme geschikt om Plato’s logica weer te geven. Het uitgangspunt is algebraïsch. Dit ligt voor de hand, aangezien Plato’s delingsboom gemakkelijk geïnterpreteerd kan worden als een uitsprakenralie. Een uitspraak zal een eindige of oneindige tak zijn, vertrekkende van een gegeven begrip, en via de traliethoretische conjunctie of *meet* $\bigwedge p_i$ van relevante bepaalde of onbepaalde praedicaten (eigenschappen) afdalend langs de knooppunten. We beschouwen hier dus een concept niet louter extensioneel als de verzameling van elementen waarop het bedoelde praedicaat van toepassing is. Inderdaad, de begripsdeling kan worden voorgesteld als de verdeling van een begripsverzameling in een kleinere, ondergeschikte begripsverzameling en haar complement. De partiële orde \leq drukt dan op een natuurlijke manier d.m.v. de diairetische betrekking ‘dezelfde eigenschap bezitten’ het idee ‘logisch sterker zijn dan’ uit.⁵⁷ Dit komt overeen met de verzamelingstheoretische inclusie. Zo komt Plato’s begripsdeling, eens ze voltooid is, neer op het nemen van de machtsverzameling van het oorspronkelijke begrip. De structuur aanwezig in de Platoboom is daarmee echter niet uitgeput. Het intensionele karakter van Plato’s deling komt duidelijk tot uiting in de wegaafhankelijkheid der waarheidswaarden in elk knooppunt.⁵⁸ Daartoe dient

*Platoboom =
machtigheidstralie*

⁵³Porphyry, as cited in J. Gredt, *Elementa Philosophiae Aristotelico-Thomisticae*, Sumptibus Herder, Barcinone, 1961, p. 136.

⁵⁴These examples are discussed in I.M. Crombie, *An Examination of Plato’s Doctrines. Volume II: Plato on Knowledge and Reality*, Routledge, London, 1963, pp. 371-372.

⁵⁵J. Gredt, *Elementa*, p. 142.

⁵⁶J. Stenzel, *Studien zur Entwicklung der Platonischen Dialektik von sokrates zu Aristoteles*, Teubner, Leibzig und Berlin, 1931, p. 48.

⁵⁷S. Vickers, *Topology via Logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989/1996, p. 13.

⁵⁸Intensionality on behalf of Plato has been argued for by J.M. Moravcsik, “The Anatomy of Plato’s

bepalings
waarden

een bijkomende orde \prec te worden ingevoerd die aangeeft dat de afgelegde weg tot een bepaald delingsniveau — t.t.z. een uniek ϕ -getal — bereikt is, en wordt vastgehouden. Op elk niveau zullen de ϕ -getallen dus opnieuw geordend worden, volgens het principe van het kleinste verschil. Zulk een orde noemen we *lexicografisch*.⁵⁹ Dit laat toe Serfati's suggestie een hogere orde deling als "meilleur"⁶⁰ te bekijken, te quantificeren. Het omvat verder het klassieke idee dat soorten worden onderscheiden door middel van hun *differentia specifica*: het kleinste verschil dat niet louter numeriek onderscheid tussen individuen van een zekere groep mogelijk maakt. Dit heeft als gevolg dat de totale ordestructuur op onze boom niet partieel, maar totaal zal zijn: elke tak wordt volledig bepaald door het geheel van de gevolgde procedure om op zijn eindpunt te geraken. Een *bewijs* van een uitspraak bestaat dan uit de hele delingsboom voor dat concept tot op de gewenste diepte of generatie. Een begrip is volledig diairetisch bepaald tot op generatie p_n met $\nu(p) = 1, \forall n$, waardoor zijn bepalingswaarde effectief bepaald is tot op dat niveau door '1' of 't'. Wanneer een '0' in een rij $\langle p_n \rangle$, dan betekent dit dat er nog altijd *aoristos duas* aanwezig is in het beschouwde begrip, oftewel dat de logische bepaling ervan niet volledig geslaagd is. De bepalingswaarde op dat niveau zal dan ook '0' of 'f' zijn. De waarde voor de begripsdeling in dit geval en over het geheel genomen (m.a.w., de volledige boom voor dat begrip) zal de waarde 'beide' zijn. Tenslotte wordt de waarde 'niets' toegekend in geval er geen deling heeft plaats gehad en bijgevolg geen enkele informatie beschikbaar is. Let wel dat dit uiteraard niet betekent dat het bedoelde begrip onzinnig of onbestaand is! **De waarheidswaarden in Plato's stelsel kunnen dan ook beter bepaald/ombepaald genoemd worden, dan waar/vals.** Deze terminologie stamt van W.E. Johnson's discussion of "the principles of logical division", een klassieker over antieke logica, alhoewel zijn gebruik van deze termen lichtjes anders is dan het mijne.⁶¹ Plato's *peras* criterium kan eenvoudige genoeg formeel vertaald worden als de vereiste de deling door te voeren tot op het niveau van de singletons in de machtsverzameling. Zij zijn de "delen maar geen deelclassen"; in Plato's eigen termen, species maar geen genera, die, hoewel zelf nog steeds verzamelingen, niet meer geschreven kunnen worden als de unie van kleinere deelverzamelingen omdat ze niet verder gedeeld kunnen worden, tenzij dan louter kwantitatief. De keuze van het startconcept zal dus mee de lengte van den uiteindelijke boom bepalen, een feit dat door Aristoteles negatief zal worden gewaardeerd omdat het een zekere circulariteit impliceert. Maar we weten dan ook uit de dialoog *Meno* dat de circulariteit van het kenproces door Plato reeds werd blootgelegd. De singletons uitfilteren geeft ons dus de door hem gezochte basisbouwstenen of elementen [*stoicheia*]. Het feit dat deze element-soorten zelf nog steeds numerieke veelheden zijn — de soort 'mens' bevat meer dan één individu — verandert daar niets aan.

Van een informatie-theoretisch standpunt uit gesproken kan men dit als volgt opvatten: wanneer geen diairesis wordt uitgevoerd kan er geen kennis over het beschouwde

Divisions", in: E.N. Lee, A.P.D. Mourelatos and R.M. Rorty (eds.), *Exegesis and Argument. Phronesis Supplementary Volume I*, N.Y., Humanities Press, 1973, pp. 324-348.

⁵⁹t.t.z., volgens het *principe van het eerste verschil*; zie hierover K. Kuratowski and M. Mostowski, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam, 1968, pp. 224-227.

⁶⁰M. Serfati, *o.c.*, p. 6

⁶¹W.E. Johnson, *Logic*, Part I, Chapter IX: "the determinable", Cambridge, 1921.

begrip — en in Plato's opvatting dus ook niet over het ermee aangeduide ding — worden verkregen. Verder levert elke stap in een argument, dus elke delingstrap, een 'classiek' ja/nee-resultaat. op. Maximale of volledige kennis wordt verkregen wanneer de deling de 'atomen' of letterlijk de soortelijke elementen in den delingsboom bereikt. Het totaal aantal mogelijke 0/1-combinaties is oneindig gezien de onbeperkte en in wezen arbitraire keuze van het uitgangskoncept voor elke specifieke deling. Deze oneindige boom representeert in feite alle mogelijke stnnden van zaken die in de wereld aanwezig zijn, en tegen de achtergrond waarvan elke specifieke deling plaatsgrijpt. Nauwkeuriger gesteld: het aantal mogelijkheden bedraagt $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. Men houde in het oog dat dit *niet* impliceert dat het aantal inferentiële delingstrappen in een specifiek argument oneindig is, integendeel! Alhoewel het aantal mogelijke perspectieven op elk ding in de werkelijkheid oneindig groot is, bestaat de kunst van de dialecticus er in juist die *peras* of grensbegrip te vinden dat toelaat het onderzochte begrip ondubbelzinnig te classificeren, d.w.z., er de essentiële kenmerken van terug te vinden. Welaan dan, wat is de Platoonse *bepalingswaarde* van een propositie bekomen na volledige deling? Dit is een relevante vraag, omdat we reeds zagen dat voor Plato een concept maar gede-termineerd kan worden d.m.v. *volledige* begripsdeling. Dus ons formalisme moet de gehele diairetische procedure al a priori omvatten. Plato geeft duidelijk geen zier om de diairetische tussenstappen op zich, zodat het voor de hand ligt de bepalingen '1' te geven aan den tak met het ϕ -number $\langle 1_n \rangle$, en de waarde '0' aan al de andere. Op die manier kan het oneindige aantal bepalingenwaarden teruggebracht worden tot vier: **niets (bepaald), onbepaald, bepaald, alles (bepaald)**. Verzamelingstheoretisch geeft dat $\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$. Merkwaardig genoeg vormen de Platoonse diairetische bepalingenwaarden alzo de machtsverzameling van de verzameling der waarheidswaarden uit de klassieke logica, het paar $\{0, 1\}$, zodart wij deze evengoed als een machtsverzameling kunnen voorstellen. Vierwaardige logische systemen werden als een uitbreiding van Lucasiewicz driewaardige logica geïntroduceerd door Da Costa, en verder uitgewerkt door Priest⁶² en Belnap.⁶³ Priests benadering is voor ons relevant omdat ze expliciet stelt dat onder zekere omstandigheden contradicties moeten worden toegelaten, omdat daarin paradoxen zich wel degelijk voordoen. De slogan is in dat geval dat *paradoxen — soms — werkelijk bestaan*. Dit gezichtspunt word *dialethisme* genoemd, en het brengt ons terug dichter bij Zeno's paradoxen die, zoals we zagen, aan de basis liggen van Plato's beperkende ingreep. Een modaal gekleurde interpretatie zou kunnen zijn dat, als de actuele wereld de (in principe) volledig bepaalde wereld is, een groeiend aantal nullen in een formule — een delingsrij — tot op een gegeven generatie, de afnemende "bereikbaarheid" van de erdoor beschreven wereld weergeeft in vergelijking met die van het volledig bepaalde concept. Dit blijft mooi in overeenstemming met onze eerdere bespreking van de Voorsocratische *deze wereld*, juist omdat volledige bepaling met volstrekte actualiteit overeen zou komen. Het zal niettemin duidelijk zijn dat de aanwezigheid van het actueel oneindige en de problematische deel/geheel-relatie ook in Plato's systeem aanwezig blijven, wat ons terugbrengt bij ons vertrekpunt, namelijk Zeno's paradox.

vierwaardigheid

globale
tralie

⁶²G. Priest, *In Contradiction. A study of the transconsistent*, Martinus Nijhoff, 1987.

⁶³Belnap, "A useful four-valued logic", in: *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, J.M. Dunn and G.Epstein (eds.), D. Reidel, Dordrecht-Boston, 1977, pp. 8-37.

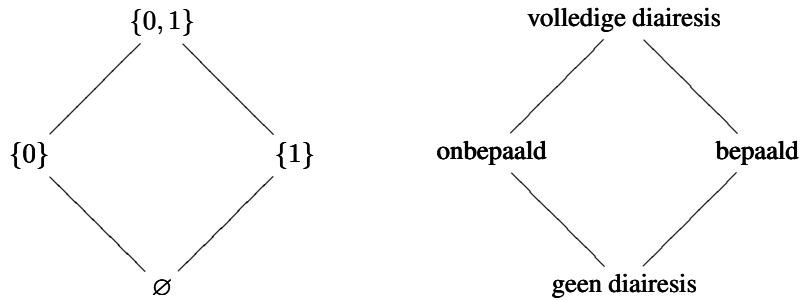


Figure 5.1: Plato’s vierwaardige waarheidstralie

	\neg	\wedge	t	f	b	n	\vee	t	f	b	n
t	f	t	t	f	b	n	t	t	t	t	
f	t	f	f	f	f	f	f	t	f	b	n
b	n	b	b	f	b	f	b	t	b	b	t
n	b	n	n	f	f	n	n	t	n	t	n

explosieve logica's

Plato’s logica is duidelijk niet klassiek, aangezien hij zijn eigen eis tot logische consistentie, neergelegd in het Contradictieprincipe *Phaedo* [101(c,e)], met voeten treedt. Het verschil is evenwel subtiel. Het traditionele standpunt wil dat tegenspraak noodzakelijkerwijze absurditeit meebrengt, waardoor alle uitspraken triviaal waar worden: *ex falso sequitur quodlibet*. En inderdaad legt Plato in den *Theaethetus* de desastreuze gevolgen van de aanwezigheid van paradoxen in de werkelijkheid als gevolg van de coincidentia oppositorum bloot, te weten dat alles gelijkelijk waar zou zijn: (...) *indien alles beweegt, elk antwoord, op om het even welke vraag, gelijkelijk juist is, en we niet meer kunne zeggen dat het dit is dan dat (...)* [Theaethetus, 183(a)]. Vandaar ook het ontologische fundament van het Contradictieprincipe, aanvankelijk slechts ingevoerd om de discussietechniek der Sophisten kort te sluiten [Phaedo, 101(c-e)]. In hedendaagse termen zegt men dat dergelijke logica’s *explosief* zijn. Plato verkrijgt de klassieke situatie door als grensvoorwaarde op te leggen dat alle specifieke argumenten eindig zijn, terwijl op de achtergrond de actueel oneindige delingsboom van alle *mogelijke* perspectieven toch aanwezig blijft. Op die manier vangt hij op een veilige manier de inconsistentie die nodig is vanuit het *mega-kai-mikron*, terwijl de mogelijkheid tot zekere, zij het beperkte, kennis gevrijwaard blijft.

Zijn = G.O.D.

De metafysische tegenhanger hiervan is de hiërarchie van zijnssoorten in het Vormrijk: voor God is het bestaan van paradoxen geen enkel probleem, aangezien Hij alle tegenstellingen omvat. Dit zal expliciet worden gemaakt in Aristoteles opvatting van den eersten en Onbewogen Beweging. Niet-classieke, meerwaardige logica’s die beperkte schendingen van het PC verdragen werden doorheen de ganse twintigste eeuw bestudeerd vanaf de publicatie van het grondlegend werk van Jan Lukaciewicz. Hij onderwierp het PC en de zwakkere variant ervan, de Uitgesloten Derde, op grond van uiteindelijk ontologische redenen.⁶⁴ Er zijn immers vele goede redenen om minder re-

⁶⁴J. Lukaciewicz, *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, trans. J.M. Bochenski, Georg Omls

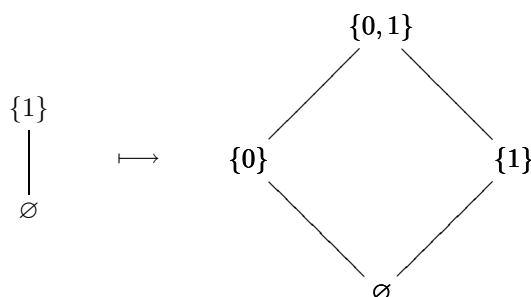


Figure 5.2: Van Zeno's "logica" naar Plato's logica

strictieve logische systemen te aanvaarden en te ontwikkelen: (...) *a minimal condition for a suitable inference relation in this context is that it not be explosive. Such inference relationships (and the logics that have them) have come to be called paraconsistent.*⁶⁵ Hier is duidelijk een verband met de moderne verzamelingstheoretische en semantische paradoxen. Een ander interessant punt is dat deze drie- en vierwaardige logica's herleidbaar zijn tot eerste orde praedicatenlogica⁶⁶, net zoals in het geval van Castañeda's relationele logica, zodat onze reconstructie van de logica die Plato's begripsdeling ondersteunt, ook op dat punt in overeenstemming blijft met bestaande resultaten. Men zou Plato's delingslogica zelfs kunnen veralgemenen over een oneindigheid van waarheids- of bepalingswaarden door den delingsboom zelf als basis te nemen voor een waarheids- of bepalingsserie met bodemelement \emptyset en topelement $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$.⁶⁷ Elke delingsrij codeert voor een numerieke waarheidswaarde tussen 0 en 1, en wordt op elke generatie voorgesteld als een rij van nullen en enen; een veralgemening die ons brengt bij "fuzzy logic", of wazige logica's. De nullen in elke rij kunnen dan opgevat worden als een expliciete quantificatie van de hoeveelheid onzekerheid of conceptuele onbepaaldheid die in de begripsbeapling aanwezig is, of als de statistische verdeling van de keuzemogelijkheden in een oneindig spel.

De bijpassende meetkundige voorstelling is dan een "Theorem Fractal" zoals voorgesteld door Grim.⁶⁸ Het zal duidelijk zijn dat dit niets anders is dan de fractaalstructuur die we reeds tegenkwamen als meetkundige voorstelling van Zeno's oneindige delingsgetallen.⁶⁹ We kunnen bijgevolg de parallel in Plato's werk als volgt met met Zeno's opvattingen in verband brengen. Plato's Groot-en-Klein τὸ μέγα καὶ τὸ μικρόν

Verlag, Hildesheim etc., 1993. Over het ontologische aspect van het TND raadplege men ook D.F.M. Strauss, "the Ontological Status of the Principle of the Excluded Middle", *Philosophia Mathematica II*, 6, 1, 1991, pp.73-90.

⁶⁵G. Priest, "Paraconsistent Logic", *Handbook of Philosophical Logic*, 2nd ed., Kluwer, Dordrecht etc., 2002, p. 288.

⁶⁶O. Rodrigues and A. Russo, *A translation method for Belnap Logic*, Imperial College Research Report DoC 98/7, 1998.

⁶⁷M. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston Etc., 1988. Ik werd op dit verband gewezen door Jean-Paul Van Bendegem.

⁶⁸A geometric connection pointed out to me by J-P. Van Bendegem. See P. St. Denis and P. Grim, "fractal Images of Formal Systems", *Journal of Philosophical Logic*, 25, pp. 181-122, 1997.

⁶⁹M. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston Etc., 1988.

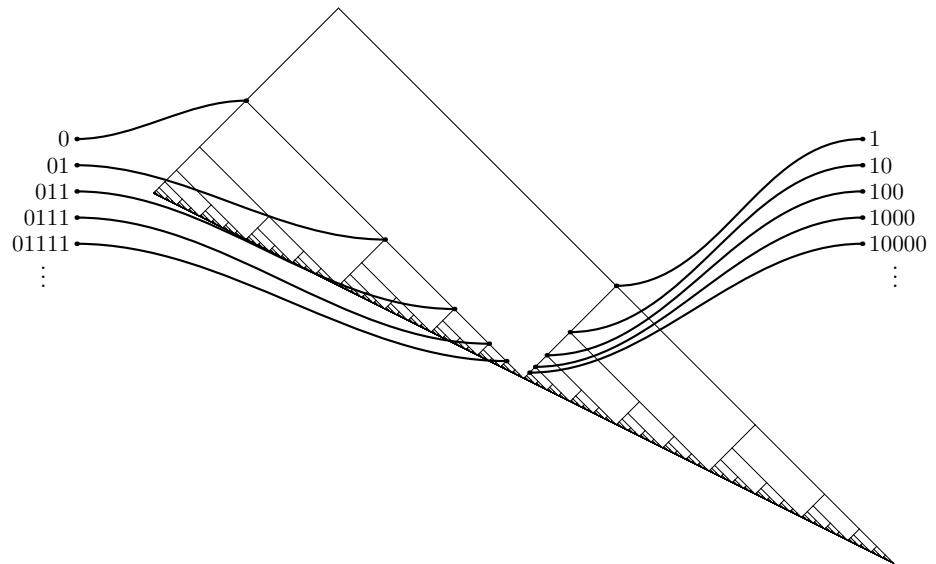


Figure 5.3: De Philebische fractaal

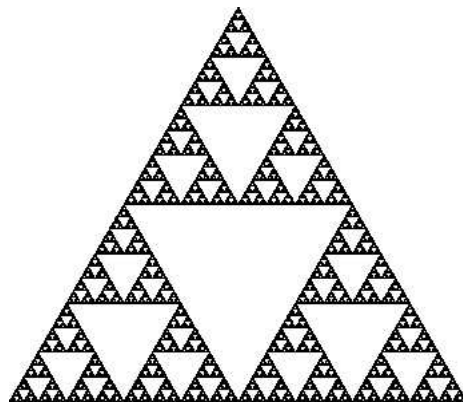


Figure 5.4: De Sierpinski driehoek

⁷⁰ en Zeno's groten-en-kleinen μέγала καὶ μικρά [DK 29B 1] doelen beiden op het paradoxale resultaat van een oneindige deling door-en-door.⁷¹ Plato's metafysisch gekleurde preoccupatie met Veelheid laat hem niet toe de paradoxale deictische positie te handhaven, en dwingt hem het 'hier'-luik van Zeno's standpunt te verleggen naar een oneindig aantal mogelijke partiële perspectieven op een oneindigen delingsboom die enkel in het Ideeënrijk hier-en-nu aan-wezig is. *De verschuiving van ontologische presentie naar metafysische representatie brengt dus een verschuiving met zich mee van een eerste naar een derde persoonsperspectief.* De menselijke geest heeft geen deel aan maar beschouwt enkel de werkelijkheid als geheel. Deze verwijzing van het oneindige naar het rijk der Ideeën breekt de werkelijkheid in stukken, zodat elk perspectief op den delingsboom altijd maar een deelperspectief kan zijn. Bij Zeno daarentegen valt in elk perspectief, in het hier en nu gegeven, het grote en het kleine samen, een idee dat we nog terugvinden tot in de latere Middeleeuwse mystiek,⁷² zodat de realiteit geheel en al gezien kan worden in het hier-en-nu, terwijl bij Plato het geheel afgeleid moet worden uit het deel: wij zitten in de Grot naar een voorstelling te kijken.⁷³ Wanneer wij erin slagen de Grot te verlaten en zicht te krijgen op de werkelijke wereld, slaat haar felheid ons met verblinding. Voor Plato betekent 'ideeël zijn' dus alles behalve onwerkelijk zijn, ik zou zelfs zeggen: in tegendeel! Zodoende vertoont ook de Platoonse schouwer der Ideeën een nadrukkelijk paradoxale kant.

"Theorem fractal"

Plato's perspectivisme

§4. ARISTOTELES' ONTO-LOGICA.— Wij hebben de klassieke filosofie gedefinieerd als de poging, de juistheid van het handelen te baseren op zekere kennis over de wereld buiten de mens om. Er is dus een intrinsiek verband tussen theorie en praxis, dat paradoxaal genoeg juist de scheiding van die twee met zich meebrengt: ware kennis over den aard van de wereld schept zekerheid over menselijke handelingen in haar. De reden daarvoor is dat het om de zekerheid van die kennis te garanderen nodig bleek te zijn constantie te brengen in wat ik bij een andere gelegendheid den wereldstroom genoemd heb.⁷⁴ Die noodzaak ontstond uit het feit dat de eraan voorafgaande niet-mythische, niet rationale, gearticuleerde wereldgewaarwording — het Voorsocratische denken — tot, zo werd het althans door de latere denkers begrepen, onoverkomelijke tegenspraken had geleid, die de mogelijkheid tot geldige kennis te komen in gevaar brachten. Wat hier in het spel is, is dus het bestaan van dingen in de werkelijkheid, het kennen van de bestaande dingen, en de mededeelbaarheid van die kennis. Dit wordt aan het einde van Aristoteles' verhandeling over Melissus, Xenofanes en Gorgias samengevat in deze curieuze zin:

Aristoteles' onto-logica

⁷⁰Cited by Aristotle in e.g. [Met. A, 987b(20)]. Cfr. J. Stenzel, *o.c.*, p. 6.

⁷¹Ik vond geen enkele discussie van dit verband in de literatuur. Het enkelvoud in Plato's uitdrukking volgt uit het feit dat hij de paradoxale eigenschap als een principie beziet, terwijl het voor Zeno het gewoon het resultaat is van zijn deictische deling.

⁷²In de Middeleeuwse theologie aanvaardden sommigen de gevolgen van de paradoxale aard der Godheid als de cosmische alomtegenwoordigheid waarin het grote en het kleine samenvallen. God is niet vreemd aan, maar verwant met de wereld: *Maximum absolutum incomprehensibiliter intelligitur; cum quo minimum coincedit.* N. Cusanus, *De Docta Ignorantia*, I, capitulum IV in the Editio princeps, the 'Heidelberger Ausgabe' of the *Opera omnia*, by E. Hoffmann and R. Klibansky (eds.), In Aedibus Felicis Meiner, Lipsiae, 1932. Zie B. Todoroff, *Laatst heb ik je lief gehad*, Davidsfonds, Leuven, 2002, p. 87 sq.

⁷³En moeten uit de Grot gaan om de Ideeën te aanschouwen: het blijft dus een derdepersoonsperspectief.

⁷⁴K. Verelst, *o.c.*, licentiaatsthesis.

Thus nothing exists; and even if anything were to exist, nothing is knowable; and even if anything were knowable, no one could indicate it to another, firstly because things are not words, and secondly because no one can have in his mind the same thing as someone else. This and all his other arguments are concerned with difficulties raised by earlier philosophers, so that in examining their views these questions have to be discussed. [980(18-20)]

*wezenheid
of substantie*

De vele verwijzingen naar en de kritische uiteenzetting met de Voorsocratici, en dan speciaal Parmenides en de “Heracliteërs”, in het werk van Plato, legden daarvan reeds welsprekend genoeg getuigenis af. In de *Metaphysica* bespreekt Aristoteles dan ook uitvoerig zijn voorgangers en becritiseert hun opvattingen, waarmee hij de weg vrijmaakt voor een uiteenzetting van zijn eigen Eerste Filosofie, die hij expliciet als een vervolmaking en voleinding van de onvolkomen pogingen van de eerdere filosofen beschouwt. Hij vertrekt niettemin van *dezelfde grondpraemisse*: de wezenheid (*ουσιον*), die haar grammaticale uitdrukking vindt in de categorie van het substantief, het *voorwerp* dat eigenschappen heeft die kenbaar zijn omdat ze opgedeeld kunnen worden in ‘waar’ of ‘vals’, is de noodzakelijke voorwaarde voor zekere kennis. Ook hier is het zo dat de uitwendig gewaarwordbare werkelijkheid beschouwd wordt als een verzameling voorwerpen die *op zichzelf* kenbaar moeten zijn: identiteit als randvoorwaarde voor de toepasbaarheid van het contradictieprincipe. We bespraken reeds uitvoering hoe en waarom deze scheiding van de wereld en de kenner ervan het uiteenvallen van de wereld in stabiele, kenbare, “Eleatische” wezens of essenties en onstabiele, vluchtige, Heraclietische verschijnselen ten gevolge heeft, zodat ‘kennen’ neerkomt op het bouwen van een mentale voorstelling, **een metafysisch wereldbeeld** dat in problematische verhouding staat ten opzichte van de veranderlijke, zinnelijke werkelijkheid. De metafysiek ziet hij uitdrukkelijk als een wetenschap van het Zijn, die hij — het mag ons niet langer verbazen — theologie noemt.⁷⁵ Dit Aristotelische systeem omvat de leer der vier redenen of oorzaken, en de leer der eerste beginselen of substanties. Alvorens over te gaan tot de gedetailleerde uiteenzetting van zijn eigen systeem analyseert hij de redenen waarom zijn voorlopers niet tot een coherent of volledig inzicht in de aard der dingen konden komen: geen van hen lukte erin meer dan één of twee oorzaken in het natuurlijke gebeuren te onderscheiden. En de reden daarvoor is dat zij, op Plato na, niet onderkenden dat er een eerste beginsel van het denken over de wereld bestaat, dat, hoewel het onbewijsbaar is, dient te worden gesteld, omdat het denken zonder dat tot absurditeiten leidt: het **principe van (het verbod op) tegenspraak**. De gronden waarop de Stagiriet Plato’s systeem verwerpt gaan terug op de moeilijkheden die volgens hem voortvloeiden uit de Vormontologie. Dit zal ook gevolgen hebben voor Aristoteles’ kenleer. Aristoteles’ bezwaren kunnen alle tot een grondthema herleid worden: *het verwerpen der Vormen als stabiliserende wezenheden die onafhankelijk staan van de dingen die ze tot stand brengen*. De moeilijkheden zijn zoals bekend drievoudig: de **Derde Man, de oneindigheid aan Vormen, en verandering, beweging** [*Met.*, I, 990b(15) - 991a(8)]; aldaar ook voetnoot c, en [*Met.*, 991a(9 sq.)]. Hoe wordt bij hem dan het bestaan gegarandeerd van stabiele dingen die verandering of beweging kunnen ondergaan zonder in de *coincidentia oppositorum* terecht te komen? En

*critiek
op Plato*

⁷⁵H. Dethier, *Het Gezicht en het Raadsel. Grote stromingen der wijsbegeerte van de oudheid tot heden*, VUBPress, Brussel, 1995, p. 92. Verder M. Frede, “Unity of metaphysica, o.c.”, p. 83.

hoe verzekerd hij dat we erover kunnen spreken in termen van *zijn* en *niet-zijn* zoder in strijdigheden te belanden? Dit is een bekend vraagstuk, dat aan de oorsprong ligt van de roemruchte Universaliënstrijd. Bij Aristoteles vallen, in tegenstelling tot bij Plato, de Eleatische en Heraclietische werkelijkheidslagen samen in één wereld. Een ding-in-de-wereld is een *wezenlijke Vorm*, een *οὐσία* (*substantie*) die zichzelf verwerkelijkt, realiseert doorheen een ongedifferentieerde, stoffelijke onderlaag of *ὑποκειμένον* [*Met.*, VII, 1028b(84)-1029a(34)]. Dit *hypokeimenon* is zelf volkomen eigenschapsloos; het is de drager van bestaan, niet het bestaan zelf. *Elk concreet enkelding is dan ook een samenspel van materie en Vorm tegelijkertijd*. De enkeldingen zijn dan ook geen weerspiegelingen van ideële en ideale Vormen in een afzonderlijk Ideeënrijk, maar instanties van wezenheden — die substanties genoemd worden — door en in de materie. Het zal dan ook duidelijk zijn dat ‘substantie’ in Aristotelischen zin niets met het materiebegrip vandoen heeft dat zo vanzelfsprekend lijkt in ons woordgebruik. Maar de stoffelijke onderlaag in bvoor Aristoteles een ongedifferentieerd continuum, terwijl de Vorm of substantie Zijn onderscheidt van niet-Zijn en zodoende de particuliere enkeldingen hun kenbare identiteit geeft. Deze verwerkelijking wordt gezien als een functionele ontwikkelingsgang die naar een zeker eindpunt leidt, en in dien zin naar een “doel” dat moet worden bereikt. Hoe legt Aristoteles dan het verband tussen de wording der enkeldingen en hun wezen? Hiertoe voert hij de **leer der vier oorzaken** in [*Met.*, I, 983a(24-34)]. Deze oorzaken moeten weer niet geïnterpreteerd worden in den voor ons zo vanzelfsprekenden strict causalen zin; zij vertegenwoordigen eerder *vier oorzaken* de *αἰτία* redenen, *reasons that make that something is what it is*.⁷⁶ De **stofoorzaak** is de ongedifferentieerde drager van bestaan, waarin de wezenheden der enkeldingen uitgedrukking kan vinden. De **vormoorzaak** is nu juist dat wezen, de substantiële aard van het enkelding. Maar omdat ontwikkeling — *bewegen naar, in de richting van* — plaatsvindt in en door het stoffelijk substraat kan dit proces nooit helemaal worden voltooid. De **werkoorzaak** representeert alle invloeden vanuit de buitenwereld die het proces in de richting van zijn voltooiing, het ding in de richting van zijn verwerkelijking sturen. De **doeloorzaak** is dat eindpunt, de voltooiing van den overgang van potentialiteit naar actualiteit. *Waarom* onderscheidt Aristoteles potentieel — mogelijk — van actueel — werkelijk — zijn? Hier bevinden we ons in het hart van zijn metaphysica, want **de overgang van potentialiteit naar actualiteit** is juist wat hij verstaat onder **beweging**. Een zijnde dat zijn wezen, zijn substantie verwerkelijkt heeft verandert of beweegt ook niet meer. Dit kan evenwel nooit het geval zijn voor een gewoon concreet enkelding, omdat zo’n ding alleen maar verandert of beweegt *ten opzichte van iets anders*. En omdat een eindeloze regressie van bewegingsoorzaken absurd zou zijn postuleert hij het bestaan van een volkomen verwerkelijkte, geactualiseerde Vorm, het Eerste en Onbewogen Bewegende⁷⁷ een het eindpunt van den causalen keten dat *zelfstandigheid* verleent en daardoor ook evolutie, beweging, een Gepaste Oorsprong voor

⁷⁶Het zijn, zegt Vlastos, niet zozeer de “causes” als de “because’s”: *Why is this statue so heavy? Because it is made of bronze. Why is he taking after-dinner walks? Because of his health*. Men leze G. Vlastos, “Reasons and causes in the Phaedo”, in G. Vlastos, ed., *Plato: a collection of Critical Essays*, vol I, Doubleday, 1971, p. 134. Dit komt ook aan bod in M. Frede, “The Original Notion of Cause”, *o.c.*, p. 125-149.

⁷⁷L. Couloubaritsis wijst op het verschil tussen dit *τὸ πρῶτον κινῶν ἢ κίνητον* onpersoonlijke ontologische principie, en de persoonlijke God die onder invloed van het Christendom in de vertaling “Beweger” verondersteld wordt. L. Couloubaritsis, *La physique d’Aristote*, p. 368.

drie
beginselen

Dynamica of G.O.D. [*Phys.*] VIII, 4 256a(2-30; 256b(24); 259b(23-24)]. Deze onmogelijkheid tot totale actualisatie volgt voor de gewone dingen uit het feit dat ze uit Vorm en materie tegelijkertijd bestaan. Een zijnde *is* nooit volledig zijn gactualiseerde zelf, het *is* alleen in relatie tot iets anders. De enige werkelijk volledig verwerkelikte Vorm is God. Hier ligt **de ontologische grondslag voor het contradictieprincipe**: een zijnde kan niet tegelijkertijd potentieel én actueel zijn *ten opzichte van hetzelfde ding* [*Met.* IV, 1009a(24-39)] Zodoende slaagt de Stagiriet erin de twee werelden van Plato, de Parmenideïsche en de Heraclietische, te samen te brengen en te verenigen in den context van zijn eigen metaphysica, die evident gebouwd is met het oog op dit resultaat, en wel om in staat te zijn om te gaan met de klaarblijkelijke aard van de ‘werkelijke’ werkelijkheid: er moet tegelijkertijd verantwoording worden gegeven voor het bestaan van (zelf)standigheid en van beweging. De aldus ontologisch gestabiliseerde werkelijkheid kan nu toegankelijk worden gemeekt voor het denken. Hoe zal het *kennissysteem* eruit zien dat in betrekking tot deze gestabiliseerde, maar gespleten werkelijkheid tot stand komt? Hier betreden we het enorme terrein van de **Aristotelische logica**. Het beginsel van (het verbod op) tegenspraak, gegrond in de scheiding van Zijn en niet-Zijn in de wereld, kan nu als het *grondaxioma voor correcte denkprocedures* worden neergelegd [*Met.* IV, 1005b(8-34)]. Alhoewel Aristoteles expliciet zegt dat het onbewijsbaar is [*Met.* IV, 1005b(35)-1006a(16)], kan zijn invoering — profijt trekkend uit het werk dat reeds door Plato ws verricht — verantwoord worden in het denkkader van zijn metaphysisch stelsel, waar het gevaar dat het een bewegingsloze, statische werkelijkheid zou veroorzaken, al is bezworen. De drie grondbeginselen der classieke, Aristotelische logica: **1) het bestaan van kenobjecten, 2) het contradictieprincipe en 3) het identiteitsprincipe**, komen elk met een grondbegrip uit zijn ontologie overeen.⁷⁸ Dit uit zich in de drie gebruikswijzen van het werkwoord ‘zijn’: existentieel, praedicatief en identisch ‘is’. *De term “zijn” heeft drie momenten: bestaan; verbonden-zijn; en waar-zijn.*⁷⁹ Het Aristotelisch syllogisme start dan ook altijd met het uitspreken van het bestaan van iets, het *dat zijn*; negatie is altijd een secundaire stap in het redeneerproces. Het beginsel van tegenspraak bepaalt dan verder hoe er correct over dit zijnde kan worden gesproken, t.t.z., in termen van eigenschappen, praedicatief of *wat zijn*. Dit is het niveau waar “waar” en “vals” hun intrede doen: het al of niet hebben van een eigenschap moet geldig van iets worden gepraediceerd: *“Het ware staat gelijk met het zijn.” Dit betekent: de uitdrukking “het is waar” staat gelijk met “het is”.* [*Met.* VI, 1027b(20-22)].⁸⁰ Het identiteitsbeginsel houdt in dat een ding *op elk moment aan zichzelf gelijk* is, zodat het betekenisvol benoemd (geïdentificeerd) kan worden. Dit laatste beginsel wordt door Aristoteles zelf niet expliciet geformuleerd. Het zal evenwel niet moeilijk blijken van aan te tonen dat het in zijn systeem vervat ligt; het contradictie- en het identiteitsbeginsel zijn immers nauw aan elkaar verwant. *Het is noodig, zich van het principium contradictionis met zijn vooronderstelling, het principium identitatis, en zijn gevolg, het principium exclusi medii, terdege rekenschap te geven, teneinde zijn grens, en daarmee zijn ware wezen, te leren kennen. Onwrik-*

⁷⁸K. Von Fritz, “Der Ursprung der aristotelischen Kategorienlehre”, in: K. Von Fritz, *Schriften zur griechischen Logik, problemata*, Friedrich Fromann Verlag-Gnther Holzboog GmbH, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1978, band 2, p. 17.

⁷⁹P. Van Schilfgaarde, *o.c.*, p. 49.

⁸⁰P. Van Schilfgaarde, *o.c.*, p. 56.

bare waarheid blijkt enkel mogelijk voor tijdlooze oordelen, welke betrekking hebben op het onveranderlijke; alles wat betrekking heeft op het veranderlijke, zegt Aristoteles, zweeft tussen waarheid en valsheid: het is niet in strengen zin wetenschappelijk, maar behoort tot de mening.⁸¹ In alle geval blijft het zo dat verandering en beweging niet *intrinsiek* in dit logisch kader voor correcte denkprocedures zijn opgenomen, dus is de ontologie die het onderbouwt in wezen *statisch* en dus in den traditionellen zin Eleatisch. Om met de zinnelijk gegeven werkelijkheid in overeenstemming te komen is de aanwezigheid van een Eersten Beweger met een eigen, dieperliggend ontologisch statuut vereist. In moderne termen, omdat de dynamica niet vervat ligt in de cinematica van het theoretisch apparaat moet ze worden binnengebracht van buitenuit. Aristoteles' logische stelsel is dus niet los te zien van de ontologische fundamenten van zijn metaphysica, meer zelfs, zij is buiten dat kader in wezen onbegrijpelijk. Van deze ontologische verstrengeling zijn de sporen nog duidelijk leesbaar in Aristoteles' waarheidsdefinitie: τὸ μὲν γὰρ λέγειν τὸ ὄν μὴ εἶναι ἢ τὸ μὴ ὄν εἶναι ψεῦδος, τὸ δὲ τὸ ὄν εἶναι καὶ τὸ μὴ ὄν μὴ εἶναι ἀληθές [Met. Γ, vii, 1011b(26-28)] [Van het zijnde niet-zijn en van het niet-zijnde zijn zeggen [is] vals; van het zijnde zijn en van het niet-zijnde niet-zijn [zeggen is] waar]. Deze definitie is zeker niet praedicatief of louter extensioneel. Wij zagen reeds bij Parmenides dat dit zowel existentiële als existentiële karakter van het 'zijn' — als werkwoord — in het Voorsocratische denken was ingebakken.⁸² Het zal misschien enige verbazing wekken dat dit zelfs nog bij Aristoteles zo duidelijk verweven is. Wij zullen echter dadelijk zien dat de impact van het metaphysische denkschema wel al in die mate doorwerkt dat voor de Stagiriet het spreken over de waarheid van het af-wezige tot een probleem wordt dat de invoering van bijkomende denkgeregels vereist: *De toekomst brengt moeilijkheden: de stelling gaat alleen op voor het nu, als heden of verleden, aanwezige (...)*⁸³ Zoals hier geformuleerd is er evenwel geen bijkomend principe zoals het PC of het TND nodig om waarheid of valsheid van 'n uitspraak te verzekeren, gegeven dat ge spreekt *in het hier-en-nu*; zij heeft zowel betrekking op het bestaan van iets als op zijn eigenschappen. Maar ze wordt wel *altijd* praedicatief vertaald. Ik heb er verschillende vertalingen op nagekeken en geen enkele uitzondering op dien regel gevonden. In het Engels (en in mindere mate in het Frans) is het probleem wel heel acuut, omdat een correcte vertaling van deze definitie niet eens mogelijk is, omwille van de doorgedreven verzwakking van het gebruik van het werkwoord 'zijn' in zijn werkzame hoedanigheid, ten gunste van een verregaande "copularisering" van zijn taalkundige functie. Kahn stelt in zijn beroemde studie erover vast dat *Considered as an instrument of philosophic conceptualisation, the modern verb be is a shadow of its ancient self*⁸⁴ Tredennicks vertaling geeft een goed voorbeeld van de onvermijdelijken praedicatieve draai die zo aan Aristoteles' definitie gegeven wordt: *to say that what is is not, or that what is not is, is*

Aristoteles'
deictische
waarheids-
definitie

toekomst =
probleem!

⁸¹P. Van Schilfgaarde, *o.c.*, p. 60. Een bespreking van de relatie PT-TND is te vinden in D.F.M. Strauss, "Excluded Middle".

⁸²KRS, p. 245.

⁸³P. Van Schilfgaarde, *De logica van Aristoteles*, Servire, Den Haag, 1944, p. 55. Deze "contingentia futura" zijn het onderwerp van volgende studie: D. Frede, "Aristoteles und die 'Seeschlacht'. Das Problem der Contingentia Futura in De Interpretatione 9", *Hypomnemata*, 27, 1970.

⁸⁴C.H. Kahn, *o.c.*, p. 37.

'zijn'
een schaduw
van 'zijn'

false; but to say that what is is, and what is not is not, is true.⁸⁵ Zo ook Barnes: *to say of what is that it is not &c*⁸⁶; Kneale & Kneale: *For it is false to say of that which is that it is not &c*.⁸⁷ 'Waar zijn' of 'vals zijn' zijn in deze vertalingen waarderings die slaan op logische praedicaten: '*x is [iets]*' zoals in *x* "heeft een eigenschap". Alle zijn in het origineel nergens dergelijke praedicaten te vinden, of het moest het 'zijn' zelf zijn, in flagrante overtreding van den metafysisch gefundeerde regel dien de functies van het werkwoord 'zijn' nauwkeurig onderscheid en dien door zowel Plato als Aristoteles keer op keer wordt benadrukt. 't Is natuurlijk niet toevallig dat de praedicatief getinte vertaling de vervoegde vorm van het werkwoord bezigt, en wel de *derde* persoon, de persoon waarvan we zagen dat het er vanuit deictisch standpunt helemaal geen is, omdat hij niets kan *be-wijzen!* De stagiriet daarentegen gebruikt de onbepaalde vorm en het deelwoord in overeenstemming met het feit dat enkel een hier-en-nu aanwezende een zinvol eerste persoonsbewijs van 'n uitspraak kan geven. Alle 'ikken' kunnen van het zijn zijn zeggen en aldus mede het zijn uit-zeggen. Vandaar de persoonsloze, ruimte- en tijdsloze vormen participium praesens τὸ ὄν en infinitief εἶναι): er is geen referentiekader nodig buiten de spreker, en dat geldt voor alle sprekers, die impliciet alle gegeven zijn: *de persoon van het werkwoord verraad het praedikatief zijn*.⁸⁸ Talen als Duits en Nederlands laten toe de Griekse constructie — m.b.t. het werkwoord 'zijn' — correct te vertalen. Hiervan kunnen we zeker zijn op grond van ander taalkundig bewijsmateriaal. De woorden die hij gebruikt om het specifieke, individuele zijnde (τὸ δε τι, [*dit hier, dit bepaalde*], het eerste wezen of "primaire substantie")⁸⁹ mee aan te duiden waarop uiteindelijk al onze oordelen van toepassing zijn, zijn dezelfde als deze die Heraclitus gebruikt voor de aanduiding van *deze wereld*: (...) *substance is primary in all senses, both in definition and in knowledge and in time. For none of the other categories can exist separatedly, but substance alone* [Met. Z, i, 1028a(31-35)].⁹⁰ In dit licht wordt Aristoteles verwarring over hoe ik nu geldig kan spreken over de zeeslag morgen verstaanbaar: hij zit gevangen tussen de oudere, onmiddellijke en de nieuwere, afstandelijke denkwijzen. Dus is er meer aan de hand dan louter verwarring.⁹¹ Conclusie: 'waarheid' en 'bestaan' blijven tot op zekere hoogte verweven in de fundamenten van de klassieke logica. K. Von Fritz komt in een zijner studies tot hetzelfde besluit: *Schon aus der Stellung der Kategorien innerhalb der Bedeutungsunterscheidungen für das Wort 'Sein' ergibt sich, daß es sich nicht nur um verschiedene Wortbedeutungen, sondern zugleich um verschiedene Arten oder Modi des "So-Seins" selber handelt, die unterschieden werden sollen. Da aber in diesen verschiedenen Modi des "So-Seins" auch verschiedene Arten von Gegebenheiten zur Erscheinung kommen, die auf verschiedene Weise gegeben oder da sind, so bekommt die Kategorienlehre, indem sie diese Arten unterscheidet, mit Notwendigkeit in gewissem*

waarheid
en bestaan

⁸⁵in the Loeb-edition: Aristotle, *Metaphysics*, Books I-IX, Harvard University Press, Harvard, 1933, p. 201.

⁸⁶J. Barnes (ed.), *The Complete Works of Aristotle*, Princeton, Bollingen Series, 1984, vol. 2, p. 1597.

⁸⁷K & K, p. 46.

⁸⁸P. Van Schilfgaarde, *De logika van Aristoteles*, Servire, Den Haag, 1944, p. 26.

⁸⁹Bijvoorbeeld [*Categorieën*, v, 3b(10)]. Op de aard van de Aristotelische substantie komen we verder nog kort terug. Vergelijk met Plato's [*Timaeus*], 49d.

⁹⁰trans. LOEB

⁹¹"puzzled" volgens K & K in een desalniettemin verhelderende discussie, K & K, pp. 46-53.

*Sinn eine ontologische Bedeutung (...)*⁹² Dit is de parallel met Plato's opvatting over de betekenisrelatie: concepten vermengen zich op dezelfde wijze als de dingen waarover ze spreken.⁹³ Een syllogistische redenering komt neer op niets anders dan het herkennen en op gepaste wijze onderscheiden van de substanties en categorieën die zichzelf instatiëren in een gegeven enkeling. Dit categorisch onderscheidingsvermogen heft het ding op uit de eerstpersoonsveelheid van *deze wereld* zoals die zinnelijk gegeven is, en vormt het om tot een identificeerbaar voorwerp dat aan abstracte, derdepersoonspraedicatie onderworpen kan worden, t.t.z., aan kennisverwerving in 'onze' zin van dat woord. Het valt dan ook te verwachten dat ook in Aristoteles' systeem een of andere vorm van deling zal opduiken, en dat klopt ook.⁹⁴ Men herinnert zich dat Plato een aan Zeno's procedure ontleende methode van begripsdeling ontwikkelde. Dit "proces van deling naar soorten (genera)" τῶν γενῶν διὰ ρεσις wordt door Aristoteles becritiseerd [*Anal. prior.* I, xxxi] als zijnde onmogelijk volledig uitvoerbaar en circulair. Hij zegt dat het onmogelijk is *to effect a demonstration of substance [οὐσίᾳ] and essence [τὸ τί ἐστίν]*, omdat er zovele (lees: oneindig vele) verschillende delingen mogelijk zijn. De deling die men uitvoert zal dus óf willekeurig zijn, óf gebaseerd op voorkennis over de punten die de deling juist zou moeten aan het licht brengen. We zagen echter al dat Plato om volledigheid te bereiken de voorkeur geeft aan dichotomie of tweedeling, omdat zo in principe alle mogelijke eigenschappen geïnstantieerd in het enkeling aan bod zullen komen [Staatsman, 262(b); 265(a)]. Aangezien dit proces in principe altijd kan doorgevoerd worden tot in het oneindige mogen we niet de fout maken de kloof tussen het ene en het vele in een keer te overbruggen, maar juist dat aantal delingsstappen te zetten dat het onderzochte ding ondubbelzinnig bepaald, noch min, noch meer. Het moge enige verbazing wekken dat er zo weinig literatuur is waarin de vraag wordt gesteld *waarom* precies Aristoteles twee oneindigheden invoert. Niet dat er niet tot in den treure geschreven is over Aristoteles' reactie op Zeno, en over over de zin en onzin van het "potentiële" en het "actuele" oneindige als oplossing ervoor. Als dusdanig wordt zij trouwens meestal verworpen: *We won't pursue this position, for the actual/potential distinction is not applicable to modern mathematics.*⁹⁵ Wij bespraken reeds tot in detail waarom dit standpunt onhoudbaar is.⁹⁶ Verder wordt er als vanzelf aan genomen dat Aristoteles de conceptuele realiteiten die achter deze woorden schuilgaan heeft uitgevonden. Maar waarom juist op die manier? Er is op zijn minst een verklaring gewenst, een verheldering van hun oorsprong en redenen. Helaas worden pogingen daartoe nog eens extra belast door het feit dat de mogelijk interessante sporen in Aristoteles' werk in verband hiermee die naar zijn voorgangers

*critiek
diatresis*

⁹²K. Von Fritz, "Der Ursprung der aristotelischen Kategorienlehre", in: *Schriften zur griechischen Logik, problemata*, Friedrich Frommann Verlag, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1978, band 2, p. 17; men zie ook K. Von Fritz, "Versuch einer Richtigestellung neuerer Thesen über Ursprung und Entwicklung von Aristoteles' Logik", o.c., p. 63.

⁹³K & K, p. 45.

⁹⁴Zoals bij Plato is het niet en kan het ook niet de bedoeling zijn ook maar bij benadering een overzicht van de literatuur over Aristoteles' logica te geven. Wij lezen Aristoteles en een aantal van zijn commentatoren in het licht van onze eigen problematiek.

⁹⁵N. Huggett, o.c., p. 40.

⁹⁶Zie Hoofdstuk IV. Een goede bespreking (los van onze analyse van Zeno) van de gedaanten die de oude onderscheidingen in de moderne wiskunde aannemen vind men in Mary Tyles, *The Philosophy of Set Theory. An Historical Introduction into Cantor's Paradise*, Dover, N.Y. 2004 [1th ed. 1989], vooral de pp. 10-31.

wijzen, tot een heilloze discussie over de waarde van de leerling als getuige over zijn meester en waarin de partizanen verschillende visies op Plato's filosofie verdedigen, en die uiteindelijk teruggaat op ideologische onverenigbaarheden tussen de Duitse en de Angelsaksische filosofische school, al is de controverse eigenlijk gestart naar aanleiding van een werk van den Fransen geleerde Robin.⁹⁷ Voor de logica zijn natuurlijk de werken van het *Organon* — eerste en tweede *Analytica*, de *Categorieën* — van belang. Verder wenden wij onze aandacht tot de *physica*, waar een uitvoerige bespreking van de bewegingsparadoxen te vinden is, en zijn opvattingen over het oneindige worden uiteengezet. Niettemin moet onze bespreking zoals reeds aangegeven ook nu weer bij de *Metaphysica* beginnen. De ontologische grondslagen waarop zijn kentheoretisch (om het een beetje anachronistisch te zeggen) stelsel berust, worden daar immers klaargelegd, en wel zodanig dat de redenen van zijn latere emanciperende reeds zichtbaar worden. Bij Aristoteles worden alle redeneringen eindig, en dus partieel.⁹⁸ Dit volgt onmiddellijk uit zijn opvattingen over het oneindige. Ook hij kan niet anders dan Zeno's bewijs voor het bestaan van *verschillende* oneindigheden aanvaarden: *For in two ways a distance or a period or any other continuum is infinite, with respect to the partitions or with respect to the parts.* [*Phys. Z.*, 2, 263a (24-26)]. Hij zal niettemin alles doen om de eruit voortvloeiende paradox onschadelijk te maken, en wel juist door twee verschillende ontologische niveau's in te voeren. Dit laatste idee erfde hij trouwens van zijn leermeester, Plato. Alleen zal bij hem het ideële, simultane en actuele niveau van oneindigheid zijn realiteitswaarde verliezen ten gunste van het concrete, stapsgewijze, potentiële oneindige. De overgang van potentieel naar actueel — dien, zo zagen we, in de concrete werkelijkheid nooit volledig kan zijn — is in zijn systeem de metafysische basis voor *beweging*. Beweging is beweging in de richting van actualisering van 'n in het hypokeimenon aanwezig vorm, in verschillende eindige gradaties van realisatie. Van een concrete verwerkelijking van het mogelijke, met andere woorden. Ook hier weer bevindt het concrete enkeling zich tussen twee uitersten waartussen een dynamisch evenwicht dient te worden gevonden; op straffe van verlies van identiteit: *De zelfstandigheid en oorspronkelijkheid van het individuele wezen blijkt ook uit zijn identiteit in verandering; "Het meest eigen aan het wezen is wel, dat het, één en zichzelf blijvende, tegenstellingen opneemt, zoals kleuren: één en hetzelfde wezen kan nu eens wit en dan weer zwart zijn; hetgeen men van iets anders niet zeggen kan. Men heeft wel gemeend dat dit ook voor de bewering geldt: wanneer men terecht beweert, dat iemand zit, en hij staat op dan is de bewering tegelijk waar en onwaar. Doch dit is een ander geval. Een oorspronkelijk wezen blijft zichzelf gelijk in eigen verandering; de bewering evenwel blijft zelve ongewijzigd, zij heeft slechts betrekking telkens op een andere zaak"* [Categ. V, 4a(10)-b(18)].⁹⁹ Om dit te kunnen waarmaken — om zijn in-

⁹⁷L. Robin, *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. Étude Historique et Critique*, Georg Olms Verlag [herdruk 1908]. This fact is in itself quite undeniable and its recognition does not imply a position in the controversy surrounding the "Tübinger Schule" interpretation of Plato's philosophy. Traces of Platonic *diairesis* can be found back in the earliest dialogues, and arguably contributed to the development of Plato's theory of Forms, at least according to M.K. Krizan, "A Defense of *Diairesis* in Plato's *Gorgias*, 463e5-466a3", *Philosophical Inquiry*, XII(1-2), 1-21. For a recent and moderate overview of the issues at stake, see D. Pesce, *Il Platone di Tubinga. E due studi sullo Stoicismo*, Paideia, Brescia, 1990.

⁹⁸D. Frede, "Aristoteles und die 'Seeschlacht'. Das Problem der Contingentia Futura in De Interpretatione 9", *Hypomnemata*, 27, 1970.

⁹⁹Geciteerd in P. Van Schilfgaarde, *o.c.*, p. 23-24.

terpretatie van Zeno in den context van 'n metaphysisch denkraam te rechtvaardigen — moet hij Zeno een gebrek aan inzicht verwijten in het deelbaarheidsparallelisme tussen ruimte en tijd — potentieel, natuurlijk. Voor den Stagiriet is kennis altijd kennis relatief ten opzichte van iets anders, de extreme waarden van een serie ontvouwt *doorheen den tijd*, zij het in 'n anderen zin dan bij Plato. Zijn voorkeur voor den bewegingsparadox is dan ook alles behalve onschuldig en bepaalt dan mee den vorm zijner metaphysiek, een keuze waarvan wij tot op heden de impliciete metaphysische gevolgen dragen, ook in onze exact-wetenschappelijke theorieën. De uiteindelijke *peras* [grens] waar alle processen hun eindpunt in vinden is het Eerste en Onbewogen Bewegende zelf. Het contradictieprincipe is het het axioma waarop deze constructie zowel ontologisch als epistemologisch wordt gegrondvest. Binnen die grenzen wordt het *to meson*, het midden, de actueel-eindige juiste maat tussen twee elkaar weerleggende, maar niet weer-sprekende, uitspraken vastgelegd. De metaphysische studie van correcte begripsdeling wordt zo expliciet gekoppeld aan de studie van de logica. De studie van het correcte redeneren is dan ook de epistemologische gestalte van de ontologische (onder)scheiding die eraan voorafgegaan is. We zullen deze syllogistische deling in het hiernavolgende aandachtiger gaan bekijken. Indien correct, kunnen we inderdaad verwachten hiervan enige sporen in de concrete opbouw van Aristoteles' logica terug te vinden. En zo is het ook, want een syllogisme is niets anders dan een deling in een "groter" (traditioneel de *maior* van het argument genoemd) en een "kleiner" (de *minor*), door het uitdelen van een middenterm, maar los van een welbepaalde maat. Aristoteles becritiseert — veelzeggend genoeg — Plato omdat die volgens hem de middenterm voor het algemene, universele aanzag [anal. prior., I, xxxi(2-23)].¹⁰⁰ *Voor Aristoteles is het de rede welke waarheid spreekt: datgene, dat volgens de rede verbonden of gescheiden is, worde als verbonden of gescheiden in het oordeel gevat* [Anal. prior. I, 46, 52a(32)].¹⁰¹ Er is hier geen deictisch standpunt meer mee gemoeid; zelfs God wordt tot louter een grens. Strikt genomen is de Aristotelische deling willekeurig. Enkel door het inplanten "in re" van essenties in de concrete, 'particuliere' verschijnselen — wezenheden die de onveranderlijke structurele kenmerken van een begrip meedragen — kan hij verhinderen dat ze inhoudelijk verkrumelen en leeglopen als een ballon. Het is interessant hierbij op te merken dat Aristoteles' substantiebegrip een betekenisverschuiving onderging van zijn vroege (c.q., de *Categorieën*) naar zijn rijpheidsperiode in de analytiek en de metaphysica. Voor Aristoteles, in tegenstelling tot Plato¹⁰², was aanvankelijk *het wezen in de eerste plaats "dit bepaalde"* (τὸ δὲ τι): *het is immers deze bepaalde zaak, deze bepaalde vraag, welk uitgangspunt van kennis kan zijn. De verhouding tusschen "levend schepsel", "mensch", en "deze bepaalde mensch" is zoo, dat "mensch" en "levend schepsel" gezegden zijn van "deze bepaalde mensch" als onderwerp:*

¹⁰⁰Vergelijk de discussie in de Staatsman 283(d-e), waar Plato zegt dat iets groter alleen maar groter kan zijn t.o.v. iets dat kleiner is. Dit houdt verband met Plato's relatielogica!

¹⁰¹P. Van Schilfgaarde, *o.c.*, p. 56.

¹⁰²Deze verschillende standpunten zullen de start zijn van de *Universalienstrijd*, en in de Middeleeuwen leiden tot een derde mogelijke positie, dat universalia niet bestaan buiten onze mentale activiteit: het nominalisme. Op dat moment is het debat echter al opgeschoven in een zuiver epistemologische richting, terwijl aan zijn oorsprong voornamelijk ontologische kwesties lagen. Dat deze kwesties zelfs in den context van het nominalisme niet zomaar verdwijnen blijkt wel uit de moeilijkheden die nominalistische theorieën hebben om het gebruik van algemene termen te rechtvaardigen, terwijl die toch ook in onze huidige wetenschappelijke theorievorming onmisbaar blijven.¹⁰³

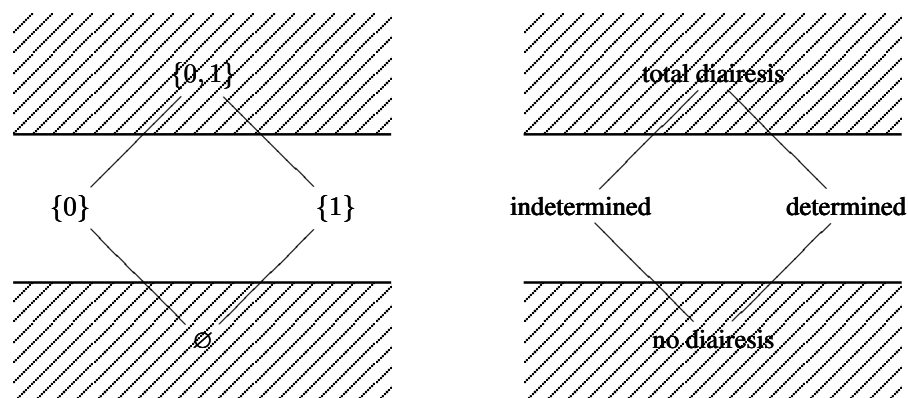


Figure 5.5: Aristoteles' tweewaardige waarheidstralie

de eigen-naam is de hoofd-naam (...) In dit verband onderscheidt Aristoteles tussen oorspronkelijke en afgeleide zelfstandigheden ($\pi\rho\omega\tau\alpha\iota$ καὶ δευτεροὶ οὐσίαι).¹⁰⁴ In de latere periode wordt het de eigenlijke voorwaarde voor het feit dat iets is, in den zin van bestaan, en dat is, t.t.z., eigenschappen kan hebben. De vraag is dan inderdaad *why is it that Aristotle is no longer satisfied with the answer of the Categories?*¹⁰⁵ Weelicht omdat hij inzag dat op het deictische hier-en-nu ding een tijdeloos identiteitsbegrip in feite niet van toepassing is. Maar dan verliest ge natuurlijk ook de oneindigheid aan deictische totaalperspectieven die bij Plato op den achtergrond aanwezig bleven. Aristoteles beperkt dan ook in zijn syllogisme de deling tot het bepalen van een tweeledige betrekking van groot en klein waarin een concreet object kan worden geplaatst: “Zijn” is voor Aristoteles steeds een samen en verbonden zijn, “niet zijn” een gescheiden en velerlei zijn. [Met. IX, 1051b(11-13)].¹⁰⁶ We kunnen gemakkelijk inzien wat er met Plato's delingstralie zal gebeuren wanneer wij haar los zien van haar deictische totaalachtergrond door er de Aristotelische beperkingen aan op te leggen: top en bodemelement verdwijnen omdat er geen *aoristos duas* meer is; de enige waarden die overblijven zijn de eenvoudigweg de aan elke concrete uitspraak gekoppelde waarden ‘waar’ en ‘vals’ tout court.

twee
oneindigheden

Deze stelsels zullen verder worden ontwikkeld gedurende de Middeleeuwen en vooral de Aristotelische logica zal door de middeleeuwse Peripatetische School in hoge mate worden uitgebouwd en verfijnd. Zo danken wij aan de Scholastiek in aanzet het onderscheid tussen propositionele en praedicatenlogica. Dealaniettemin zal ook het Platonisme perioden van opbloei kennen in voornamelijk de Middeleeuwse theologische mystiek. Ondertussen was de discussie over het oneindige gezien haar theologische implicaties nooit ver uit de buurt, en werden de consequenties van het onderscheid dat, volgens het getuigenis van Aristoteles, reeds door Plato was gemaakt — wij weten nu dat dit in feite teruggaat op Zeno: *Plato, for his part, recognises two infinities, the Large and the Small* [to mega kai to mikron τὸ μέγα καὶ τὸ μικρόν] [Phys. 203a

¹⁰⁴P. Van Schilfgaard, *o.c.*, p. 22.

¹⁰⁵M. Frede, “Individuals in Aristotle”, *o.c.*, p. 64.

¹⁰⁶P. Van Schilfgaard, *o.c.*, p. 60.

15]. With each goes a different mode of realisation: *everything is infinite, either through addition [i.e. stepwise], either through division [i.e. simultaneously] (...)* [Phys. 204a 6].¹⁰⁷ — levendig bediscussieerd.¹⁰⁸

¹⁰⁷ See the discussion in J. Stenzel, *Zahl*, p. 30 sq.; p. 60 sq.

¹⁰⁸ A. Maier, *Ausgehendes Mittelalter*, Vol.I, Rome: Edizioni di Storia e letteratura, 1964.

HOOFDSTUK 6

METAPHYSICA IN DE VROEGE NATUURWETENSCHAP

*The question whether or not our knowledge of the
universe can be 'mathematized' is metaphysical*
A. Rupert Hall, *The Revolution in Science 1500-1750*

Dieu n'a pas de contraire
J. Maritain, *Humanisme Intégral*

§1. INLEIDING.— De metaphysische systemen die in de Oudheid werden ontwikkeld om aan de paradoxaliteit van de gewaarwordbare werkelijkheid een grens te stellen bleven gedurende millenia in gebruik, en laten tot op heden hun diepe invloed gelden in onze denk- en zijnswijze. Desalniettemin werkt ook het paradoxaal getinte denken vanuit de ondergrond voortdurend door en maakt het op cruciale momenten een spectaculaire rentrée. Het kernstuk van deze denkwijze is de *coincidentia oppositorum*, het samenvallen der tegendelen dat we reeds bij de Voorsocraten zijn tegengekomen. Het belichaamt een aparte filosofische stroming in de Europese geestesgeschiedenis die ik 'paradoxaliteitsdenken' zou willen noemen, en tot wier eminente postclassieke vertegenwoordigers Nicolaus Cusanus en Giordano Bruno behoren. De ermee gepaard gaande filosofische stellingnamen waren voor de Kerk, omwille van hun drastische theologische gevolgen, moeilijk te verteren, omdat zij de Thomistische synthese van de classieke metaphysica met de Christelijke godsgeleerdheid in het gedrang brachten. De versmelting van Aristoteles' Ene en Onbewogen Bewegende met de Christelijke schepper der wereld — de ene en Onbewogen Beweger¹ — in de opvatting van God als *analogia entis* had het uitgesproken bewustzijn van de *coincidentia oppositorum* grotendeels weggeveegd, hoewel de Middeleeuwse mystiek en zelfs zekere vormen

*paradoxaliteits-
denken*

¹L. Couloubaritsis wijst op het verschil; L. Couloubaritsis, *La physique d'Aristote*, p. 368.

van theologie de mogelijke versmelting van mens en Godheid — van de twee werelden van Ding en Vorm — tenminste gedeeltelijk openhielden.² De Middeleeuwse Kerk was overigens, in tegenstelling tot haar roep, slechts zelden geneigd er met de botte bijl tegenin te gaan; zij was in dat opzicht veel verdraagzamer dan de postreformatorische varianten van het Christendom. Dat is mooi te zien aan het wel zeer verschillende lot dat enkele reeds genoemde prominente paradoxaliteitsdenkers uit het postclassieke tijdperk te beurt viel. Cardinaal Cusanus (XVde eeuw) was een gezien kerkvorst die met gevoelige diplomatieke missies werd belast en die door het kerkelijk juridisch apparaat gevraagd werd te zetelen in ketterijprocessen (waarin hij, zo zegt de overlevering, consequent een gematigd en menselijk standpunt verdedigde).³ De Christelijk-monotheïstische invloed laat zich bij hem in zoverre nog gelden dat de paradoxale aard der werkelijkheidsontologie gegrondvest wordt in een godheid die de tegendelen in zich verenigt en ze tegelijkertijd overstijgt.⁴ In zijn bekendste werk, de *De Docta Ignorantia*, lezen we dat het absoluut grootste enkel verstaan kan worden zonder te worden begrepen, want het valt samen met het absoluut kleinste, een thema dat ons bekend in de oren klinkt: *Maximum absolutum incomprehensibiliter intelligitur; cum quo minimum coincedit*.⁵ Cusanus gebruikt concrete voorbeelden van het wiskundig oneindige om duidelijk te maken wat hij juist bedoelt. In de oneindigheid van God kan het verschillende samenvallen met het gelijke, zoals de driehoek kan samenvallen met de cirkel en met de oneindige rechte.⁶ Het meesterwerkje *Dialogus de Deo Abscondito* toont ons de Cusaanse ontologie in haar uitgezuiverde gestalte: *Deus est supra nihil et aliquid, quia sibi oboedit nihil, ut fiat aliquid. Et haec est omnipotentia eius, quae quidem potentia omne id, quod est aut non est, excedit, ut ita sibi oboediat id quod non est sicut id quod est. Facit enim non-esse ire in esse et esse ire in non-esse. Nihil igitur est eorum, quae sub eo sunt et quae praevenit omnipotentia sua. Et ob hoc non potest potius dici hoc quam illud, cum ab ipso sint omnia*.⁷ Hoewel de Cusaan deze filosofie wellicht formuleert in haar meest uitgepuurde vorm, laat ze zich voor het

het Kleinste en
het Grootste

²Hoe delicaat het evenwicht is blijkt bijvoorbeeld in de Joodse mystiek, die nochtans een lange traditie heeft: *The Tree of Life is not the same as the Tree of the Knowledge of Good and Evil. The former is constant, unified, having no internal split or dichotomy. In the sefirotic world of discourse, Tiferet, which is the center of God's personality, is unity. To reach the level of meditating on Tiferet is to experience the transcendent unity of the divine. Malkhut, on the other hand, is the confluence of all the conflicting elements, and hence contains within itself conflict and contradiction.* D. R. Blumenthal, *Understanding Jewish Mysticism. The Merkabah Tradition and the Zoharic Tradition*, Ktav Publishing House, N.Y., 1978, p. 144. De literatuur over dit onderwerp is enorm uitgebreid en ik ga geen poging doen tot zelfs maar een summier overzicht. Volsta het te verwijzen naar het reeds geciteerde recente naslagwerk door B. Todoroff, *o.c.*, Davidsfonds, Leuven, 2002.

³C. Ginzburg, *Excstasy. Deciphering the Witches' Sabbath*, vert. R. Rosenthal, Penguin Books, 1991 [1989], al moest ook hij zich bij momenten tegen beschuldigingen van ketterij, bijvoorbeeld in zijn verweerschrift *Apologia de docta ignorantia*.

⁴Dit heeft sommige hedendaagse logici ertoe geleid Cusanus' ontologie als een vroeg voorbeeld van een paraconsistent systeem te zien. G. Priest denkt bijvoorbeeld dat Cusanus "dialetheia" (ware contradicties) aanvaardt. G. Priest and R. Routley, "First Historical Introduction", *o.c.*, p. 20.

⁵N. Cusanus, *De Docta Ignorantia*, capitulum IV, in de 'Heidelberger Ausgabe' van de *Opera omnia* bezorgd door E. Hoffmann and R. Klibansky (eds.), In *Aedibus Felicis Meiner*, Lipsiae, 1932.

⁶N. Cusanus, *De Docta Ignorantia*, capitula XIII-XV.

⁷N. Cusanus, *De Deo Abscondito*, 9. M. Ursic, *Paraconsistency and dialectics as coincidentia oppositorum in the philosophy of Nicolaus Cusanus* (preprint), vestigt de aandacht op de *onuitsprekelijkheid* van dit inzicht, en stelt dat de epistemologie die ermee gepaard gaat berust op het "princiep van de uitgesloten vijfde"!

laatst krachtig gelden in het Neoplatonisme en de natuurmagie van de Europese Renaissance.⁸ Het begin van de Renaissance kan op goede gronden geplaatst worden in 1464, het jaar waarin de door Cosimo de' Medici bestelde vertaling van het Griekse manuscript van het Corpus Hermeticum door Marsilio Ficino werd gepubliceerd.⁹ Inderdaad, degenen die de betekenis van de Renaissance willen herleiden tot louter de herontdekking van de Oudheid en de humanistische studiën in den engen zin slaan de plank stevig mis:

*La Renaissance est une renaissance des "sciences occultes" et non, comme on le dit quotidiennement dans les écoles, la rsurrection de la philologie classique et d'un vocabulaire oublié. Loin de là, l'enjeu de sa lutte passionnée fut de rendre vie à des "sciences" mortes ou tombées dans l'oubli cause du rationalisme scolastique. Comprendre les mots "Reformation" et "Renaissance" à partir de la philologie et peut-être de la technique artistique, et nier toutes les forces invisibles qui éclatent sous les apparences, cest priver ces mots de leur sense interne.*¹⁰, p. 235.

De aldus verjongde en vernieuwde opvattingen verloren echter het intellectuele pleit tegen de rationaliseringsgolf die door de protestantse reformatie op gang was gekomen, en die ook de Catholieke kerk niet onberoerd liet. Wij kunnen ons moeilijk een voorstelling maken van de enorme druk die nodig was om deze metaliteitsverandering te bewerkstelligen: *Car les contraintes psychologiques et même physiques qu'exerca la reforme de L'Eglise - du côté protestant comme du côté catholique - ne furent que de peu inférieures à celles exercées par la Révolution française à son apogée ou - mutatis mutandis - par la révolution soviétique.* Hoe vreemd het op het eerste gezicht ook moge klinken: de Kerk was voor het ontstaan van de moderne natuurwetenschap een objectieve bondgenoot. De geestelijke discipline die voor de onderwerping van de verbeelding aan "de feiten" vereist was werd door haar actief gepropageerd, zoals we verder nog zullen zien. *A un moment donné, la censure avait transformé la personnalité: les gens avaient perdu l'habitude d'utiliser activement leur imagination et de penser par "qualités", car cela n'était plus permis. La perte de la faculté d'imagination active entraîna forcément avec elle l'observation rigoureuse du monde matériel et celle-ci se traduisit par une attitude de respect pour toute donnée quantitative et de soupçon envers toute assertion d'ordre "qualitatif".*¹¹ Dit geldt in het bijzonder voor de ontwikkeling van de experimentele waarneming als een volgens stricte regels door experts uit te voeren demonstratie voor het oog van een lekenpubliek, waarin de jezuïeten, bij wie een zekere Galilei in de leer is geweest, een beslissende rol hebben gespeeld.¹² De

Jezuïet en experiment

⁸H. Dethier, *De beet van de adder. Deel 3: De Tafel van Smaragd. Filosofieën van de Eros en het Goudland*, VUBPress, Brussel, 1997), pp. 153208.

⁹F. A. Yates, *Giordano Bruno and the Hermetic Tradition*, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1991 [1964], p. 13.

¹⁰W.-E. Peuckert, aangehaald in I.P. Couliano, *Eros et Magie à la Renaissance*, Flammarion, Paris, 1984

¹¹I.P. Couliano, *o.c.*, p. 240.

¹²In zijn strijd met de jezuïetische geleerden droegen deze laatsten wezenlijk bij tot de ontwikkeling van Galilei's opvattingen over het wetenschappelijke experiment. De schatplichtigheid van Galilei aan de traditie in het algemeen, en de jezuïeten in het bijzonder, wordt uit de doeken gedaan in W.A. Wallace, *Galileo and his Sources. The Heritage of the Collegio Romano in Galileo's Science*, Princeton University Press, Princeton, 1984. Een overzicht van de relevante literatuur hieromtrent in: P. Thuillier, "Les jésuites ont-ils

uiterst dubbelzinnige rol die door de Kerk van de Contrareformatie in dit alles werd gespeeld kan worden afgelezen aan het zeer verschillende lot dat twee hoofdrolspelers uit dit drama ten deel viel. Tegen Galileo Galilei, werd na een aanklacht wegens “Copernicanisme” — een leer die tevoren ook binnen de Kerk reeds herhaaldelijk was geformuleerd —, een milde veroordeling tot huisarrest uitgesproken,¹³ terwijl Giordano Bruno, een echte *Renaissancemagus*, omwille van opvattingen over het oneindige zeer verwant aan die van Cusa en die wij nu ‘modern’ zouden noemen, op 17 februari 1600 op de Campo de’ Fiori te Rome levend werd verbrand.

Wij kunnen zodoende beter de gemeenplaats begrijpen die stelt dat het, alle andere relevante factoren ten spijt, de exacte wetenschappen zijn die de doorslag gegeven hebben bij de tot standkoming van de moderne “Westerse” culturele ontwikkeling en de ermee samhangende technologie. *It is my firm conviction that the study of scientific thought is most essential to a full understanding of the various aspects and achievements of modern culture (...)*.¹⁴ Er hebben dan ook een heel aantal wetenschaps-philosophische, wetenschapshistorische en wetenschapssociologische studies het licht gezien die dit kritisch onderzoek aanvatten.¹⁵ Maar dan nog is het directe onderzoek van de metafysische aard van de conceptuele basis der exacte wetenschappen zelf — en niet slechts die hunner *interpretatie*, zoals in het geval van de overbekende wetenschapsphilosophische discussie tussen empiristen, idealisten en realisten —, de uitzondering gebleven. Daarom is het des te belangrijker na te gaan op welke manier precies — ik benadruk dat laatste — de metafysische grondstructuren de wetenschappelijke ontwikkeling mede hebben bepaald. Hier wringt echter serieus het schoentje. E.A. Burt stelt in zijn pionierswerk uit 1924 onomwonden:

*metaphysische
grondslag*

Doubtless it is a mystery why (. . .) the precise nature and assumptions of modern scientific thinking itself have not as yet been made the object of really disinterested, critical research. That this is true is not due merely to the fact, itself important enough, that all of us tend easily to be caught in the point of view of our age and

*été des pionniers de la science moderne?’, La recherche, 195, vol. 19, 1988. Ik dank deze referentie in een in meerdere opzichten inspirerende discussie met Jean Reignier, (em. VUB). In wetenschappelijke controverses met de jezuïeten was het dan ook niet altijd Galilei die gelijk had, zoals blijkt uit de polemiek die in 1619 ontstaan was over de komeetverschijning in 1618. Vegerlijk de observaties in het artikel *De Tribus Cometis anni XVIII*, gepubliceerd door het Collegio Romano in 1619, met de observatie die gemeld worden in een door Galilei geschreven, maar onder een andere naam gepubliceerd bericht uit datzelfde jaar: *Discorso delle comete*. Ik werd hierop geattendeerd door de briefwisseling (1992) tussen J. Reignier en L.A. Schäffer, mij door prof. Reignier vriendelijk ter hand gesteld. Het artikel van het Collegio Romano werd door Schäffer uitgedeeld tijdens een seminarie over Galilei voor TENA (VUB) in 1993.*

¹³De vraag is terecht opgeworpen of dit proces geen afleidingsmaneuver was om Galilei, die door zijn Atomisme het voor de intellectuele strategie van de contrareformatiekerk essentiële dogma van de transsubstantiatie in gevaar had gebracht, buiten de wind te zetten? Deze stelling wordt uit de doeken gedaan in P. Redondi, *Galilei, ketter*, vert. W. De Boer, Agon, Amsterdam, 1989, hoofdstuk I. Zij wordt, ondanks dat ze door een nieuw ontdekt document uit de Vaticaanse archieven wordt gesteund, niet algemeen aanvaard.

¹⁴M. Jammer, *Concepts of Space. The history of theories of space in physics*, 3th ed., Dover Publications, New York, 1993 [1954], p. ix.

¹⁵T. S. Kuhn, *The structure of scientific revolutions*, University of Chicago Press, Chicago, 1962-1970; A. Koyré, *From the Closed world to the Infinite Universe*, Johns Hopkins University Press, 1976 [1957]; E.J. Dijksterhuis, *De mechanisering van het wereldbeeld*, 7th ed., Meulenhof, Amsterdam, 1996 [1950]; M. Jammer, *Concepts of Space. The history of theories of space in physics*, 3th ed., Dover Publications, N.Y., 1993 [1954]; B. Latour, *Wetenschap in actie* (vert. B. de Lange en T. Maters, Bert Bakker, Amsterdam, 1988.

to accept unquestioningly its main presuppositions (. . .) Modern thinkers have been so unanimous and so vigorous in their condemnations of the manner in which large propositions were imposed on innocent minds by external authority [in medieval philosophy] that it has been rather easily taken for granted that the propositions themselves were quite untenable, and that the essential assumptions underlying the new principle of freedom, the manner in which knowledge was successfully sought with its support, and the general implications about the world which seemed to be involved in the process are thoroughly well grounded. But what business have we to take all this for sound doctrine? Can we justify it? Do we know clearly what it means? Surely here is a need for a critical, historical study of the rise of the fundamental assumptions of modern thinking. At least it will compel us to replace this easy optimism with a more objective insight into our own intellectual postulates and methods.¹⁶

Vanuit een andere optiek komt de biophysica en feministe Evelyn Fox Keller tot een gelijkaardige conclusie *Maar al zijn we gevoeliger geworden voor de invloed van sociale en politieke krachten, ons begrip van hun feitelijke uitwerking op de totstandkoming van de wetenschappelijke theorie is niet verhelderd.*¹⁷ Desalniettemin laat de recente publicatie van de theologische manuscripten van Newton¹⁸ en de aan de gang zijnde publicatie van Leibniz' Verzameld Werk vermoeden dat we nog maar het topje van een enorme ijsberg te zien hebben gekregen. De verleiding blijkt desondanks groot om ook dan nog vol te houden dat dit slechts de kinderziekten waren van een wetenschap die zich naderhand volledig aan haar metafysische wortels heeft ontworsteld en aldus "volwassen" is geworden. De Eulers, Lagrange's en Laplace's onder ons hadden aan dergelijke atavistische denkkaders immers geen behoefte meer. Het beroemde antwoord van deze laatste op Napoleons vraag naar de plaats van God in de natuurkunde ("ik heb geen nood aan een dergelijke hypothese") wordt daarvan gezien als het ultieme bewijs.¹⁹ Men zou echter kunnen stellen dat ook deze emancipatie zelf een metafysisch gestructureerde denkdaad blijft, evenzeer als het atheïsme een geloofsdaad blijft. In het andere geval herleidt men de metafysisiek tot de loutere oppervlaktebetekenis van in se willekeurig gekozen ontologische bouwstenen voor de fundamenten waarmede het kennisgebouw kan worden opgericht. Deze kunnen veranderen of zelfs weggelaten worden. In de wetenschap beslist uiteindelijk altijd het experiment. Wij gaan ermee accoord dat het werkelijk nieuwe in de wetenschap niet te zoeken is in de redeneervormen, maar in deze nieuwe vorm van experimentele waarneming.²⁰ Wij zeggen daarentegen wel dat zowel deze keuze van bouwstenen als het opzetten en uitvoeren van een experiment de eigenlijke metafysische denkdaad reeds vooronderstellen, te weten een denkprocedure die de psychofysiologische realiteit van de scheiding tussen subject en object — tussen mens en wereld — in het zelfbewustzijn

*experimentele
bouwstenen*

¹⁶E.A. Burt, *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, Humanity Books, Amherst/N.Y., 1999 [1924], p. 17.

¹⁷E. Fox Keller, *Een wereld van verschil. Beschouwingen over sekse en wetenschap* (vert.), Meulenhoff, Amsterdam, 1987.

¹⁸Bezoek het Newton Project op: <http://www.newtonproject.ic.ac.uk/prism.php?id=1>

¹⁹*Sire, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse.* Geciteerd in: A. Koyré, *From the Closed world to the Infinite Universe*, Johns Hopkins University Press, 1976 [1957], p. 276.

²⁰T. S. Kuhn, *o.c.*, p. 25 sq.

gestalte geeft: het ontbinden van het voor den buitenstaander beangstigend paradoxale nu-Zijn in de abstracte extrema van Zijn en niet-Zijn. Logisch verschijnt deze procedurele sleutel als het beginsel van het verbod op tegenspraak. Het eigene van de moderne natuurwetenschap is dat dit cognitieve procédé uitgebreid zal worden tot het empirische domein, door middel van een standaardisering der onmiddellijke, zinnelijke werkelijkheidsgewaarwording die met die der werkelijkheidsarticulatie gelijkloopt, zodat (deictisch gestructureerde) gewaarwording “neutrale”, onpersoonlijke, derdepersoons waarneming wordt. Het kernidee is de waarneming zo te stabiliseren dat het experiment met zekerheid hetzelfde resultaat zou geven indien het door iemand anders uitgevoerd zou worden. Einstein, Podolski en Rosen hebben deze tegenfeitelijke definitie in hun beroemde EPR-artikel uit 1935 als uitgangspunt genomen. Een experiment geeft ons de elementen van de fysische werkelijkheid wanneer aan het volgende criterium voldaan is:

If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity.

Dit is principieel onmogelijk omdat de werkelijkheid voortdurend beweegt; men gaat daarom het waar te nemene zelf zodanig manipuleren dat een aantal doorheen deze veranderingen stabiele kenmerken prijsgegeven worden. Essentieel is dat hiertoe een stuk wereld afgezonderd wordt van de rest — de scheiding tussen “systeem” en “omgeving” die ook op conceptueel vlak in de natuurkunde een cruciale rol speelt²¹ — en vervolgens door een perceptieve *ontologische zeef* wordt gedraaid die een object teruggeeft met logisch praediceerbare eigenschappen: *The affirmations of the physicist in regard to a physical system are susceptible of being regulated by experiment. This control consists in general of a measurement the result of which is expressed by ‘yes’ or ‘no’.*²² Het stuk wereld wordt daartoe “geprepareerd”, hetzij in gedachten, hetzij feitelijk, door welbepaalde variabelen uit een in principieel onbeperkt aantal mogelijkheden te kiezen en een meetopzet te bouwen zodanig dat deze duidelijk meetbaar naar voor komen. Een waarneming die geen preparatie vergt is dan ook geen experiment!²³ Zoals gezegd maakt de experimentele waarneming dit waar door de scheiding tussen waarnemer en waargenomene, en de beperking van de gewaarwording tot een

preparatie-
procedure

²¹*In Newtonian particle mechanics, their distinction is absolute, once-and-for-all. System means some definite family of particles (...); environment is whatever else there may be in the world. (...) system (...) is described by phases or states; (...) environment is the seat of (external) forces, manifested in the equations of motion which is imposed on the states or phases that describe system. Environment is, further, the seat of whatever it is that sets initial conditions, initial configurations, and initial velocities. This apparently necessary and innocent partition of the world into system and environment (...) has had the most profound consequences for the notion of causality. For according to it, the realm of causality becomes bound irrevocably to what happens in system alone (...). Environment has become acausal.* R. Rosen, “The Roles of Necessity in Biology”, in: J. Casti & A. Karlqvist (ed.), *Newton to Aristotle. Toward a Theory of Models for Living Systems*, Birkhäuser, Boston etc., 1989, p. 18-19.

²²De onverbreekbare band tussen logische praediceerbaarheid van eigenschappen van een fysische systeem en experimentele teogankelijkheid van de ermee gerelateerde grootheden wordt onderzocht in C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, W. A. Benjamin Inc., Massachusetts, 1976, pp. 19-20.

²³“Gazing at the stars” is op zich geen experiment. Het wordt heel wat anders wanneer men een apparaat bouwt om dingen te zien die voor het gewone oog ontoegankelijk zijn. D.J. Moore, “On State Spaces and Property Lattices”, *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, Vol. 30, N1, pp. 61-83, 1999.

aantal controleerbare waarnemingskenmerken die kwantitatief kunnen worden uitgedrukt en die niet toevallig veranderlijken worden genoemd. De paradoxale gewaarwording wordt zodoende gediscrèteerd en eindig gemaakt, zodat de klassieke logica erop kan worden toegepast. Essentieel voor dit programma is dat de keuze van basisbouwstenen waarop de theorie zal steunen door deze waarnemingsstandaard wordt gevalideerd. Binnen de scheidingsontologie der klassieke metafysiek worden de uitgangspunten vastgelegd door deze logisch gestructureerde waarnemingsmethode. Deze werkwijze reduceert inderdaad de willekeur, evenwel zonder hem volledig weg te nemen. De gevolge waarnemingsprocedure kan in principe blindelings herhaald worden door elke voldoende onderlegde en uitgeruste kandidaat, op exact dezelfde manier die Leibniz voor ogen stond met zijn “raisonnements aveugles” in de *characteristica universalis*. Niettemin is het duidelijk dat er uitgangspunten moeten zijn die *niet* in de experimentele opzet zelf liggen besloten; anders zou elke experimentele waarnemer op een wel zeer flagrante manier in Meno’s kennisparadox terecht komen. Indien geen vooronderstellingen worden gemaakt over aard en wezen van het te onderzoeken deel der werkelijkheid dat op dat ogenblik nog onbekend is zou zelfs geen experimentele opzet kunnen worden uitgedacht. Zeggen dat deze berust op reeds voorafgaande experimenteel gevalideerde theoretische kaders is natuurlijk een cirkelredenering, of leidt tot een oneindige regressie, waardoor het empirische standaardiseringsproces opnieuw precies gelijkloopt met de problematiek die we tegenkwamen bij het standaardiseren van het eraan voorafgaande cognitieve proces. De grondvorm waarin het scheidingsbeginsel het latere Europese denken het diepgaandst heeft beïnvloed is de metafysica van Aristoteles, waarvan de klassieke logica uiteindelijk niets anders is dan het kentheoretische gezicht op juist dit cruciale punt. Het is een gemeenplaats in ons historisch zelfbeeld dat het ontstaan van de moderne wetenschappen gepaard ging met en kon plaatsvinden dankzij en door de vernietiging van het Peripatetische metafysische fundament van het kennisgebouw der middeleeuwse School. De naam van Descartes treedt hierbij nadrukkelijk op het voorplan. Onaangetast tot in den twintigsten eeuw bleef evenwel de Aristotelische logica als basis voor het geldig redeneren. Wij hebben in het vorige hoofdstuk trachten aan te tonen dat *het grondbeginselen van de syllogistische logica, het contradictieprincipe, zelf een ontologisch voorschrift codificeert*. Het voorschrift is dat denkprocessen tegen onze dagdagelijkse ervaring in zo worden gestandariseerd dat verandering en beweging eruit verwijderd worden, zodanig dat de

*logica: cognitief
en empirisch*

mogelijkheid de dingen in de wereld ondubbelzinnig te benoemen en *objectief* te classificeren wordt veiliggesteld. Natuurlijk blijven de verandering en beweging die we in de wereld gewaarworden ondertussen gewoon bestaan; ze moeten dus *naderhand en van buitenaf* op een gecontroleerde wijze opnieuw aan het denksysteem worden toegevoegd. In het geval van den Stagiriet bleef dat volledig binnen het ontologische bereik van zijn systeem, namelijk door den overgang van mogelijkheid naar werkelijkheid, van potentialiteit naar actualiteit. De scheiding van zijns- en kenleer in aparte disciplines verandert niets aan het feit dat de regels en voorschriften die het laatste regeren in het eerste gegrondvest zijn, en er om die reden niet enkel hun zin, maar ook hun reële toepasbaarheid aan ontlenen. Dus de Peripatetische metafysiek buitengooien komt erop neer de mogelijkheid tot verandering en beweging uit alle erop gebaseerde wereldbeschrijvingen buitengooien, tenminste zolang ge u van de Aristotelische logica blijft bedienen in het opbouwen van uw argumentatief systeem. Dit is nochtans

precies wat er gebeurt: (...) *fundamental physical theory at any time breaks up into three levels of increasing theoretical abstraction, generality and depth. 1) At the top, there are those statements which concern themselves directly with the distribution of matter as we see it around us: roughly speaking, the theory of Mechanics. (...) 2) This theory employs the concepts of a deeper Geometry, to tell us about what matter is distributed in: space. 3) Moreover, **underlying Geometry is a still deeper physical theory, seldom formulated explicitly; Geometry itself is after all an exercise in Logic, classically.***²⁴ Deze klassieke logica is de vertaling van de Euclidische meetkunde waarin aanvankelijk de toestandsbeschrijving van mechanische systemen gebeurde. De Euclidische meetkunde is perfect statisch, want er is geen dimensie van tijd. Het heeft lang geduurd veer men inzag dat het incorporeren van cinematische verschijnselen ook een verandering in geometrie met zich meebracht. De cinematica van de Newtoniaanse mechanica situeert zich niet in de Euclidische, maar in de Galileaanse meetkunde, een feit dat nog van belang zal blijken.²⁵ Het feit dat de logica zich doorheen den twintigsten eeuw ontwikkelde tot op axiomatisch ingevoerde procedures berustende, louter formele logische systemen doet hier dan ook niet echt ter zake: het ontologisch-procedurele uitgangspunt blijft in alle gevallen op een of andere manier overeind: *Every logician in the end divides propositions into those which are acceptable and those which are not.*²⁶ Immers, ook in deze inhoudelijk schijnbaar ledige vorm — de voorloper van de latere formalistische benadering van logische structuren in het algemeen — blijft Aristoteles' redeneerapparaat inhaerent bewegingsloos, of, volgens de traditionele opvatting, "Eleatisch".²⁷ **Ook deze "lege" logica omsluit een Eleatische ontologie** die alleen statische wereldbeschrijvingen toelaat; dus ook hier moet beweging aan worden toegevoegd, tenminste indien het redeneerapparaat bruikbaar wil zijn in de beschrijving van de werkelijke wereld. Vanuit dit gezichtspunt kunnen we het heftige debat dat gedurende de Vroegmoderne periode gevoerd werd tussen de verdedigers van Aristoteles' qualiteitenmetaphysiek en de voorstanders van atoomtheorieën van allerlei slag zien als een onenigheid (met zware theologische consequenties) over de manier waarop de ontologisch ontlede logica die de waarborg moet zijn voor de geldigheid van redeneringen, opnieuw in overeenstemming gebracht kon worden met de wereld zoals ze in onze zinnelijke gewaarwording gegeven is.²⁸ Dit gezichtspunt

"lege" logica?

²⁴D. Finkelstein, Matter, Space and Logic, Boston Studies in the Philosophy of Science, V, 1966.

²⁵G.G. Emch, *Mathematical and Conceptual Foundations of 20th-Century Physics*, North-Holland, Amsterdam &c, 1984, p. 91 sq.

²⁶R. L. Epstein, *The semantic foundations of Logic*, Vol. I, Kluwer academic publishers, Dordrecht, 1990, p. xix.

²⁷There is one "Law" at the basis of Aristotelian logic that at first glance seems to be irrelevant to the modern, formal one, c.q. the principle of the existence of objects of knowledge. This is exemplified by the fact that Aristotelian syllogism always starts with the assertion that something is, and that negation is only a secondary step in the process of reasoning. It should be noted that this idea of the priority of existence is originally clearly linked to the tertium non datur, and also that it has consequences for the status of "existence" in physics: from the very moment one starts to use classical logic for physical theorising, this principle reappears as a tacit, but certainly not neutral assumption with regard to the existence of "physical systems". See e.g., M. Ghins, "Empirical versus Theoretical Existence and Truth", *Foundations of Physics*, vol 30, 10, 2000. It is outside the scope of this contribution to dig deeper into this.

²⁸Daarmee is natuurlijk niet gezegd dat de deelnemers aan dit conflict het zelf zo zouden begrijpen. Een bijzonder verhelderende uiteenzetting van de theologische hete hangijzers die aan de orde waren in de discussie tussen Galilei en de wetenschappers onder de Jezuïeten is te vinden in P. Redondi, *o.c.*, p. 186 sq.

impliceert dat de metafysische grondstructuur die in de redeneerregels zelf ligt opgeslagen aanwezig blijft ook in de exacte wetenschappen, zij het dan op een meer discrete en minder duidelijk aanwijsbare, manier. Het mechanistische denkkader had de quantificeerbare grootheden ‘plaats’ en ‘tijd’ op den voorgrond geplaatst. Wij zullen dus van naderbij moeten gaan kijken naar de aard van ‘ruimte’ en ‘tijd’ in de verschillende Vroegmoderne opvattingen over de fundamentelementen der *nova scientia*, de nieuwe natuurphilosophie. Gezien de rol die deze twee concepten vanaf de klassieke periode spelen is de poging om in het reine te komen met de Voorsocratische paradoxen mag dat ons niet al te veel verbazen. Ons doel is evenwel niet al die verschillende conceptualisaties van basisbegrippen als ruimte en tijd in detail te bespreken of te vergelijken; daarover zijn reeds voldoende degelijke studies verschenen.²⁹ Onze bedoeling is te zien of het mogelijk is de wezenlijke kenmerken van een gemeenschappelijke onderliggende denkstrategie aan de oppervlakte te brengen die, naar analogie met wat we zagen voor de grondtrekken van de metafysische stelsels uit de Oudheid, al die pogingen verenigt. Op die manier zou het niet alleen mogelijk worden de klassieke natuurwetenschap een plaats te geven in de hoger geschetste wijsgerige ontwikkelingsgang, maar ook om na te gaan of dit enig licht kan werpen op de grondslagenproblematiek waarmee de hedendaagse natuurwetenschap kampt, en die op aantoonbare wijze aan de oudere problematieken gekoppeld is.³⁰ Ons argument zal ons ertoe leiden te besluiten dat dit inderdaad het geval is: de ontologische rol gespeeld door de Heraclietische en Eleatische laag in de werkelijkheid zal worden overgenomen door de alsmaar absoluter wordende begrippen ‘ruimte’ en ‘tijd’, vergezeld van een eraan aangepast modern materiebegrip. Ruimte en tijd worden gedesubstantialiseerd en het parallelisme ertussen wordt hersteld, zij het op een heel andere manier dan bij de Stagirit. We moeten ook de plaats van de nieuwe experimentele waarneming situeren tegen deze stabiliserende achtergrond: *The general validity of the principle that the universe presents the same aspect from every point (...) is accepted in modern physics as a necessary condition for the repeatability of experiments, since space and time are the only parameters which, at least in principle, are beyond the control of the experimenter and can not be reproduced at his will.*³¹ De formalisering van ook den empirischen component der “objectieve” werkelijkheidsgewaarwording stelde de Vroegmoderne natuurphilosophen in staat de zintuigelijke gewaarwording te structureren op dezelfde ontologische basis als de geformaliseerde logische denkwijze die haar vooraf ging. Daarom dat wij de episte-

parallelisme
ruimte & tijd

Over de achtergronden van Newton zie men b.v. B. J. T. Dobbs, *Newton's alchemy and his 'active principle' of gravitation*, in *Newton's scientific and philosophical legacy*, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988, p. 55 sq.) Een meer omvattende achtergrondstudie is S. Toulmin, *Cosmopolis, the hidden agenda of modernity*, University of Chicago Press, Chicago, 1984.

²⁹E.J. Dijksterhuis, *o.c.* en M. Jammer, *o.c.*

³⁰Een mooi voorbeeld daarvan is de doctoraatsthesis van D. Aerts, die handelt over de fundamentelementen van de quantummechanica, en die in haar titel naar een der paradoxen verwijst: D. Aerts, *The One and the Many*, PhD-thesis, Free University of Brussels (1981); gepubliceerd in *Found. Phys.* **12**, 1131, 1982. Een der grondleggers van de “School van Genève” in quantumfundamentelementen, C. Piron, gebruikt expliciet Aristotelische concepten om tot een coherente interpretatie te komen: C. Piron, “Le réalisme en physique quantique: une approche selon Aristote”, in: *The concept of physical reality. Proceedings of a conference organized by the Interdisciplinary Research Group, University of Athens*, 1983. Een overzicht van de filosofisch-conceptuele banden met de oude problematieken vanuit het Genève-standpunt wordt tenslotte wordt gegeven in K. Verelst en B. Coecke, *o.c.*

³¹M. Jammer, *Space*, p. 84.

ontologische
zeef

mologische revolutie die het gevolg van was van de opkomst der moderne wetenschap niet als het verlaten, maar als het volledig opsorpen van de metaphysica in de door haar gehanteerde procedures, cognitief en empirisch, zullen beschrijven. De verduisterde betrekking tussen denken en doen in de wetenschap laat dan toe van een logisch opgebouwde theorie te zien als een gestabiliseerde, voor quantificeerbare fenomenen bij benadering correcte *voorstelling* van de ontologische structuur der gegeven werkelijkheid, zowel empirisch als cognitief. Haar succesvolle toepassing op deze zelfde gereconstrueerde werkelijkheid is dan ook te danken aan het feit dat de in de zintuigen gegeven *deze wereld* aangepast wordt aan de structuur van de theorie, *niet* omgekeerd. In beide gevallen wordt de relatie echter bemiddeld door een verre van neutrale ontologische ingreep, dien wij in het voorgaande reeds hebben aangeduid als **de ontologische zeef**.³² De zekere basis voor kennis van de wereld is op een zodanige manier gelegd dat ontologie als “probleem” niet meer aanwezig is. In deze context neemt het kennisprobleem een hel andere, nieuwe vorm aan. Epistemologie, de kritische commentaar op de ontwikkeling der wetenschap binnen de grenzen die haar eigen procedureel kader haar oplegt, wordt meer en meer de wijsgerige discipline bij uitstek. Zij kan daarom beschouwd worden als een discipline niet zozeer zonder maar *buiten* de metaphysiek: zij voedt zichzelf stilzwijgend op de in de wetenschappelijke procedures gegeven ontologie. Het enige pijnpunt dat onverbiddelijk zichtbaar overblijft is de relatie tussen het waarnemend “subject” en de “objectieve” *buitenwereld*, - de fameuze discussie tussen de empiristen en de realisten - en kwestie die overduidelijk niet opgelost kan worden binnen dit denkraam: de relatie tussen kennis en werkelijkheid die in de discussie impliciet wordt verondersteld is immers vervangen door de betrekking tussen kennis en een *reconstructie* van de werkelijke wereld die bemiddeld wordt via een empirische procedure die een ontologisch voorschrift codificeert dat de betrekking tussen waarnemer en waargenomene herschept op een veel dieperliggend niveau. De scheiding tussen subject en object waarvan de aanvang zoals we zagen in de Oudheid te situeren is, wordt hierin pas voltrokken en voltooid.³³ We zullen in het hiernavolgende bekijken hoe de Vroegmoderne natuurphilosophen onder deze verstrengde voorwaarden het probleem aanpakten dat gerezen was na de ontleding van de Aristotelische logica, hoe zij met andere woorden deze logica opnieuw opvulde met een quantitative bewegingsontologie die de door haar gegenereerde wereldbeelden terug in overeenstemming zou brengen met de in onze zintuigen gegeven, veranderlijke werkelijkheid.

§2. VROEGMODERNE METAPHYSISCHE STRATEGIEËN.— De onderscheiden conceptuele strategieën die in de Oudheid door respectievelijk Plato en Aristoteles werden gehanteerd om het Voorsocratische paradoxaliteitsdenken, zoals geëxemplifieerd in *Zeno's megalai kai mikra*, onschadelijk te maken, impliceerden een tactische keuze voor de veelheids- dan wel bewegingsvariant van het probleem. De metaphysische stelsels die op grond van deze keuze werden ontwikkeld verschillen diepgaand van elkaar,

³²K. Verelst, “World Tree”

³³Het probleem van de status van den waarnemer komt in de hedendaagse natuurwetenschappen op meerdere manieren opnieuw aan de oppervlakte. Denk maar aan het meetprobleem in de quantummechanica en de signaaloverdracht tussen waarnemers in de relativiteitstheorie. Voor het ‘meetprobleem’ in QM raadplege men de collectie relevante artikels, bijeengebracht in J.A. Wheeler, W.H. Zurek, *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton, 1983.

en lagen aan de basis van een millenia omspannend debat in de Europese filosofie, de *Universalienstrijd*. Desondanks beantwoordden al deze stelsels ating zowel cognitief als empirisch tot het uiterste doortrok. Op basis van een vergelijkende studie van een zekere hoeveelheid relevant tekstmateriaal zullen wij in het hiernavolgende trachten aan te tonen dat deze metafysische tweespalt zich reproduceert in opvattingen over den aard van *ruimte* en *tijd* en het erbijpassende materiebegrip ontwikkeld in de natuurphilosophieën van Newton en Leibniz. Zowel Newton als Leibniz hadden de opvattingen van de Ouden in detail bestudeerd, en waren er in hun probleemstellingen wezenlijk door beïnvloed.³⁴ Het “mechanistische”³⁵ kader dat plots zo sterk op de voorgrond treedt behoeft inderdaad zelf een tenminste gedeeltelijke historiographische verklaring, zeker gezien de grandioze mislukking waarvan eerdere pogingen in de Oudheid het slachtoffer waren; men vergelijkte Cicero’s oordeel over de Atomisten: *Quamquam utriusque cum multa non probo, tum illud in primis, quod, cum in rerum natura duo quaerenda sint, unum, quae materia sit, ex qua quaeque res efficiatur, alterum, quae vis sit, quae quidque efficiat, de materia disseruerunt, vim et causa efficiendi reliquerunt.*³⁶ Door de vele perspectieven die op ‘de vroege Moderniteit’ kunnen worden ontwikkeld, wordt dat wel eens uit het oog verloren. M.D. Wilson zet de puntjes op de i in haar essay “Scepticism without Indubitability”: *It is also true that both Descartes and Locke speak of knowledge as requiring a “foundation” in indubitable ideas. Nevertheless, there is a crucial element missing from Rorty’s account of seventeenth-century concerns: an element that is also omitted or slighted by many other critics who either look back on the period (...). I have in mind the fact that the seventeenth-century contrast between ideas of sense and physical things at least partially derives from the conception of material reality provided by mechanistic science, and the disparity between this conception of reality and the seeming givens of ordinary perceptual experience.*³⁷ De gemeenschappelijke scheidingsontologie codificeert zich in het geval van Newton als het onderscheid tussen ‘absoluut’ en ‘relatief’; in het geval van Leibniz als het onderscheid tussen ‘mogelijkheid’ en ‘werkelijkheid’. De aandachtige lezer zal geen moeite hebben om hierachter de schimmige gestalten van Plato en Aristoteles te ontwaren, zij het “gerecast” voor de totaal nieuwe scène van de quantitative en experimentele natuurphilosophie. Deze eerstelijnsverbindingen dienen echter genuanceerd, omdat in Newtons absolute ruimte via het concept ‘plaats’ een duidelijk Aristotelisch, en in Leibniz ‘mogelijkheid’ als het ideële een duidelijk Platoon, aspect aanwezig is. Op dit naar mijn mening wezenlijke feit wordt door Downing sterk de nadruk gelegd: (...) *we suggest that Newton was first influenced by the tradition of Plato, but perhaps ended as an Aristotelian, whereas Descartes and Leibniz were closely allied with Aristotle as the foundation of their scholastic education,*

Newton:
absoluut/relatief

Leibniz:
mogelijk/werkelijk

³⁴Dit feit wordt, zeker in het geval van Newton, nog veel te weinig onder ogen gezien. Een grondige studie van de precieze antieke invloeden op Newton op basis van een Newtoniaanse sleuteltekst, het *Algemeen Scholium*, is te vinden in R. De smet en K. Verelst, “Newton’s Scholium Generale. The Platonic and Stoic legacy: Philo, Justus Lipsius and the Cambridge Platonists”, *History of Science*, xxxix, 2001.

³⁵Dijksterhuis bespreekt in de inleiding tot zijn belendste werk de terminologische complicaties die vasthangen aan deze term, men leze E.J.Dijksterhuis, *De mechanisering van het wereldbeeld*, Meulenhoff, Amsterdam, 1996 [1950], p. 2.

³⁶J. Martha (ed.), *Cicéron: De finibus bonorum et malorum*, Les Belles Lettres, Paris, 1967, i, 17ff.

³⁷M.D. Wilson, *Ideas and Mechanism. Essays on early modern philosophy*, Princeton University Press, Princeton, 1999, p. 3.

and later turned to Plato.³⁸ Newton heeft in zijn studentenjaren touwens een corpusculaire, “Epicureïsche” phase gekend. Men mag natuurlijk niet uit het oog verliezen dat ook Newton een in hoge mate scholastieke vorming had genoten.³⁹ De rol van Descartes, niet alleen als vernieuwer, maar ook als brug tussen heden en verleden, kan niet genoeg worden onderstreept. We kunnen onze benadering van de oorspronkelijke probleemstelling op dit moment recapitulieren als volgt: De Vroegmoderne natuurphilosophie ontworstelde zich in den loop van een proces dat voornamelijk door godsdienstige en sociaal-maatschappelijke krachten gestuurd werd, van haar Peripatetische metaphysische grondslagen. De maatschappelijke achtergrond wordt hier slechts aangeraakt voor zover ontontbeerlijk voor ’n goed begrip van den probematiek; dat wilt voornamelijk zeggen de impact van zekere theologische bronnen en doelstellingen of verwachtingspatronen. We mogen niet vergeten dat de door ons beschouwde periode de uitloper van de grote schisma’s en de godsdienstoorlogen is.⁴⁰ Het probleem van de zekerheid van kennis en de ermee samenhangende *ars inveniendi*, de “ratiocinatio” of kunst van het komen tot ware kennis door middel van van geldige redeneringen, moest immers van een nieuw fundament worden voorzien, zodat de verzoening der godsdiensten en de vrede onder de volkeren op een onomstotelijke grondslag voor eens en altijd kon worden gevestigd. Leibniz schrijft daarover dat ook buiten de wiskunde *La véritable méthode nous doit fournir un filum Ariadnes (...) qui conduise l’esprit comme font les lignes tracées en géométrie et les formes des opérations (...) en Arithmétique*.⁴¹ Welke vertrekpunten kunnen worden aanvaard? Welke *methode* moet worden gevolgd? De rhetorica, logica en metaphysica van de middeleeuwse School leidden niet tot het gewenste resultaat, want hoe zou er anders zoveel strijd en oneinigheid hebben kunnen komen? Het thema van het *Irenisme*, de verzoening der godsdiensten op basis van een onbetwistbaren en voor iedereen aanvaardbaren kern, lag al onze hoofdrolspelers zeer nauw aan het hart! Wat ons in de eerste plaats bezighoudt is een onderzoek van de wijze waarop deze omwenteling op metaphysisch vlak werd bewerkstelligd, en met behulp van welke conceptuele middelen de problemen die ze veroorzaakte werden aangepakt en opgelost door de hoofdrolspelers. Dit zou ons inziens zowel de historische oorsprongen als de onverwachte gevolgen van de wetenschappelijke omwenteling in een meer samenhangend licht kunnen plaatsen. Dit betekent dat de oude paradoxen, die in het classieke kader onschadelijk waren gemaakt, zowel inhoudelijk als formeel weer een centrale plaats zullen gaan opeisen. We zullen dan ook kijken naar de alternatieven die voor het verworpen Aristotelische begrip van verandering en beweging van stoffelijke lichamen, en van stoffelijkheid zelf, in de plaats kwamen, en hoe deze werden verzoend met de Eleatische ontologie die in het hart van het nu schijnbaar inhoudsloze Aristotelische logische redeneerapparaat opgeslagen ligt, zodanig dat de nieuwe wereldbeschrijvingen die op grond ervan werden opgebouwd, zelf in overeenstemming konden worden gebracht met de veranderlijkheid van de natuurlijke werkelijkheid. De

*methode voor
ars inveniendi*

³⁸B.H. Downing, *Eschatological Implications of the Understanding of Time and Space in the Thought of Isaac Newton*, Doctoral Thesis, University of Edinburgh, 1966, p. 5.

³⁹J.F. McGuire and M. Tamny, *Certain Philosophical Questions. Newton’s Trinity Notebook*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002 [1983], “commentary”, p. 19.

⁴⁰S. Toulmin, *cosmopolis. the Hidden Agenda of Modernity*, The University of Chicago Press, Chicago, 1990.

⁴¹Geciteerd in Y. Belaval, *Leibniz. Initiation à sa philosophie*, Vrin, 2005 [1952], pp. 152-154.

eerste cruciale stap werd gezet door **Galilei** in een poging om aanvankelijk slechts het gedrag van het licht, later dat van alle stoffelijke elementen uit te leggen⁴², en wel door het herintroduceren van het Democritisch Atomisme als verklaring voor zowel de samenhang in de materie als voor onze waarneming ervan. In dit model wordt ook voor de macroscopische, kwalitatieve veranderingen die we gewaarworden een quantitative verklaring vooropgesteld: verandering wordt herleid tot beweging van onzichtbaar kleine, ondeelbare lichamen die bewegen in een “ledige” ruimte. Over de aard van die leegte deden verschillende opvattingen de ronde; immers, het materiebegrip in de vroegmoderne periode was veel gedifferentieerder dan dat van ons.⁴³ Deze aanpak liet zich gemakkelijk verzoenen met hoger geschetste nieuwe opvatting over de beschrijving van fysieke fenomenen die overigens dezelfde filosofische wortels heeft: gedrag waargenomen onder standaardvoorwaarden levert de bouwstenen voor het wiskundig formuleren van natuurkundige wetmatigheden, welke voorspellingen dan zelf weer open staan voor verdere experimentele verificatie. Dit werd gecodificeerd door Galilei’s in zijn beroemde “dubbele methode”, die bestond uit *Metodo risolutivo* (een analytische methode gebaseerd op experimentele waarnemingen) en *metodo compositivo* (synthetische methode, uitgaande van de principes gevonden in de vorige stap wordt er voor de bestudeerde fenomenen d.m.v. voorspelling en verificatie getoond dat ze onderling consistent zijn, dat er met andere woorden een *theorie* mee kan worden opgebouwd.⁴⁴ Het Atomisme beschikt over een natuurlijke notie van niet-Zijn of *kenon* [leegte], de voorloper van onze luchtledige ruimte. Samen met het volstreekte Zijn van de onvergankelijke en onverwoestbare *a-tomoi* voldoet het als vanzelf aan de ontologische eisen opgelegd door het contradictieprincipe. Zo toegerust zou het dan ook de ideale kandidaat zijn om de inhoudelijke leegte, die in Aristoteles’ redeneerapparaat was achtergebleven, weer op te vullen, en aldus het verstoerde ontologische evenwicht metafysisch weer recht te trekken. Alleen waren er enkele serieuze tekortkomingen aan het Atomisme zelf, te weten de totale onduidelijkheid over den oorsprong der met de logica verzoenbare bewegingen waaraan de gepostuleerde deeltjes onderheving moeten zijn, of de onbeantwoorde vraag hoe de onzichtbare, quasi oneindig kleine atomen de zichtbare en tastbare dingen der zinnelijke werkelijkheid kunnen constitueren. Atomen zijn niet het equivalent van een wiskundig punt. Dit alles neemt niet weg dat Galilei’s Atomisme voor ons argument van het grootste belang is. En niet alleen omdat het wellicht de ware reden was voor zijn veroordeling door de Kerk, zoals Redondi overtuigend heeft aangetoond⁴⁵. De herinvoering van corpusculaire materietheorieën leverde immers het enige alternatief op voor **de Cartesische ontologie van de identiteit van ruimte en materie**. Deze gelijkstelling volgde voor Descartes uit de aanname dat *uitgebreidheid* en *plaats* de essentiële attributen zijn van de stoffelijke dingen⁴⁶. Voor Descartes is ruimte dan ook substantieel in den oorspronkelijken zin des woords: zij zorgt ervoor dat iets *is* wat het is, zij *individueert* het door middel van zijn plaats. Hij

experiment=
dubbele methode

Cartesische ontologie

⁴²P. Redondi, *o.c.* Hoofdstuk I.

⁴³Opvattingen over stoffelijkheid worden besproken in J. J. Poortman, *Ochêma: Geschiedenis en zin van het hylisch pluralisme*, Assen, 1954, i, 56, p. 31sq., vtn. 5, p. 31, en vt. 5, p. 45. De relevantie voor ons onderwerp wordt aangetoond in R. De smet en K. Verelst, *o.c.*, p. 4.

⁴⁴E.J. Dijksterhuis, *o.c.*, p. 259.

⁴⁵P. Redondi, *o.c.*

⁴⁶A. Quinton, *The Nature of Things*, Routledge & Kegan Paul, London and Boston, 1973, pp. 46-50

Pierre
Gassendi

neemt eveneens aan dat hét wezenlijke kenmerk van stoffelijke lichamen hun *uitgebreidheid* is, zodat in zijn systeem materie en ruimte uiteindelijk samenvallen. Op deze wijze blijft ook Descartes volledig in overeenstemming met de ontologische restricties die volgen uit de procedures eigen aan de Aristotelische logica. Maar het feit dat het onmogelijk aan te tonen valt dat er dingen zijn met *alleen* deze “primaire” qualiteiten maakt zijn systeem onhoudbaar: ‘A good reason for this is the fact that we cannot measure primary qualities at all unless we can perceive secondary qualities. (...) This is the point of Berkeley’s argument that a material thing as conceived by Locke is an impossibility.’⁴⁷ De poging om het Atomisme zo te ontwikkelen dat het geloofwaardig werd als basis voor de nieuwe natuurwetenschappen werd uiteindelijk succesvol ondernomen door **Pierre Gassendi**, wiens belang voor het tot standkomen van het conceptuele kader der jonge natuurwetenschappen tegenwoordig danig onderschat wordt. Zijn eerste stap bestond uit een nominalistisch geïnspireerde kritiek van zowel Aristoteles’ als Descartes’ opvattingen, die erop neerkomt hun logico-ontologische categorieën door by “fysische” concepten te vervangen: geen substanties meer, maar hypothesen die waarnemingen helpen verklaren. Aristoteles’ ruimte-van-plaatsen moest eraan geloven omdat ze ws opgevat als een *accidens*, Peripatetisch gesproken een eigenschap die niet kan bestaan apart van de substantie waar ze bij hoort. Plaats bij Aristoteles is een *accidens*, net als kleur. Wij zouden zeggen: “een eigenschap”, maar volgens Aristoteles dan niet van een brok materie, maar van een wezenheid, een Vorm, een aandoening van de substantie die uitgedrukt wordt in het bekende maxime dat ze “het getal, de mate van de plaats” is. Gassendi was ervan overtuigd dat het Atomisme een straf genoeg gereedschap was om het Peripatetische bouwwerk voor eens en voor altijd omver te gooien, zonder te belanden in Cartesische “absurditeiten”⁴⁸ Daartoe draaide hij de ontologische hiërarchie van Aristoteles radicaal om maar zordge er, net als Descartes⁴⁹, wel zorgvuldig voor om binnen de ontologische lijnen, uitgezet door de logica, te blijven. Door de vernietiging van de Aristotelische categorieën “substantie” en “qualiteit” was de hele ontologische constructie gebaseerd op potentialiteit en actualiteit ingestort, en daarmee de mogelijkheid te garanderen dat verandering en beweging mogelijk zijn. Dus kon hij niet tevreden zijn met een loutere herneming van het antieke Atomisme, daar het de vraag naar den oorsprong van beweging onbeantwoord laat. Het invoeren van een Atomistische verklaring van aard en gedrag der materiedeeltjes noopte hem tot het formuleren van een totaal nieuw ruimteconcept. Gassendi voert de noodzakelijke metafysische ondescheidingen direct in op fysisch niveau.⁵⁰ *Il faut en effet,*

⁴⁷De Lockeaanse “primary qualities” van de materie zijn in feite niets anders dan een verdere specificatie van Descartes’ notie van uitgebreidheid; qui73, p. 49

⁴⁸O. R. Bloch, *La philosophie de Gassendi. Nominalisme, Matérialisme et Métaphysique*, Martinus Nijhoff, La Haye, 1971, p. 176.

⁴⁹A. Quinton, *o.c.*, p. 48.

⁵⁰Gassendi’s werk levert ons ironisch genoeg zelf het beste bewijs van de zelf ook weer metafysische aard van de basisconcepten en grondstructuren der exacte natuurwetenschap: *C’est l’idée qui nous paraît ressortir de la présentation de la première partie de la Physique dans le Syntagma, le De Rebus Naturae Universe. Cette ‘Physique’ fait immédiatement suite à la ‘Logique’ par quoi commence l’ouvrage (...). Il ne s’y trouve pas en effet de ‘Métaphysique’, et Gassendi s’en explique dès le début: ce n’est pas que la métaphysique soit sans objet, ou inaccessible, c’est qu’il n’y a pas de distinction entre physique et métaphysique (...). Ce sont donc bien des catégories physiques qui prennent ici la place de l’ontologie aristotélicienne, en même temps qu’elles reçoivent un contenu opposé à celles de la physique d’Aristote. L’atomisme sera la réalisation adéquate d’un tel projet, mais l’on a vu que celui-ci apparaît (...) à partir de*

*comme il le dira plus loin dans le Syntagma à propos du mouvement, faire une distinction radicale entre le mode d'existence des 'choses permanentes' et celui des 'choses successives', distinction à laquelle correspondent respectivement l'espace et le temps. (...) Espace et temps sont infinis, l'un selon les dimensions, l'autre selon la succession (...). Espace et temps ont des 'parties inépuisables', d'où la contingence de la situation du monde hic et nunc. Espace et temps sont enfin inaltérables et invariables quel qu'en soit le contenu: ... l'espace reste identique et immobile, comme le temps s'écoule toujours de même manière.*⁵¹ Ruimte is niet langer het "getal van de plaats". Ruimte, oneindig, deellbaar tot in het oneindige, en onberoerd door de materie is de zetel van de stabiele individualiteit der enkelingen. **Ruimte vormt de ware Heraclietische laag in de metafysische opzet der natuurwetenschap:** dingen nemen er positie in in terwijl zij zelf onbewogen blijft en identiek aan zichzelf. Ruimte gaat aan de het bestaan der stoffelijke dingen vooraf en is er de noodzakelijke voorwaarde voor, niet omgekeerd; zij vervult de rol voorheen opgenomen door de Aristotelische substantie. Het Atomisme, Eleatisch van nature, geeft zo een niet-qualitatieve uitleg voor de samenstelling en de beweging van de stoffelijke lichamen erin. Gassendi's grootste slag is echter het opzetten van een rigoureuus parallelisme tussen "absolute ruimte" en "absolute tijd". De conclusies bereikt over het ontologische statuut van de ruimte worden waar nodig overgedragen op den tijd. Tijd is niet langer het "getal van de beweging" zoals in het geval van Aristoteles. Het is beweging die afhangt vqn tijd, niet omgekeerd. **Tijd vormt de ware Heraclietische laag in de metafysische opzet der natuurwetenschap.** Gassendi bereikt alzo de voleinding van zijn speurtocht naar een stevige metafysische fundering voor de nieywe natuurwetenschappen: verandering is beweging, terwijl ruimte de *bestaanswijze* is der durende dingen; op exact dezelfde manier is tijd de *bestaanswijze* van opeenvolgende dingen.⁵² Hier vinden we een andere diepe reden voor zijn verwerping van de Cartesische ruimte-substantialiteit. De werkelijkheid van ruimte en tijd is extra-substantieel en extra-accidentieel. Zij bezitten dimensies en eigenschappen maar, door hun onlichamelijkheid, geen functies of qualiteiten.⁵³ Zo kan de dimensionaliteit van de ruimte samenvallen met die der stoffelijke lichamen zonder enige wederzijdse wisselwerking te veroorzaken. Dit alles maakt de weg vrij voor de *wiskundige* beschrijving van het gedrag van materiële voorwerpen in ruimte en tijd in termen van hun posities en snelheden, zoals reeds begonnen door Galilei. De onderliggende paradox was daarmee weliswaar terug geneutraliseerd, zonder daarom echter helemaal te verdwijnen. De ondeelbaarheid van het hoedanook eindige atoom en de oneindige deelbaarheid van de ruimte breken de onderlinge symmetrie tussen hun dimensionaliteiten, die nochtans een voorwaarde is voor hun ontologische complementariteit. De oneindige deelbaarheid van ruimte en tijd impliceren, zegt Gassendi, continuïteit. En continuïteit is een sleutelbegrip in de classieke mechanica, en tegelijkertijd de bron van een hoop problemen, zoals veel later opnieuw duidelijk zal worden bij de opkomst van de quantummechanica. Voor **Newton** leverde

*absolute ruimte
en absolute tijd*

la critique des 'formes substantielles', apporter une nouvelle conception du "mouvement naturel", ressusciter 'l'espace des Anciens' contre le 'lieu Aristotélicien', rétablir le 'vide' dans la Nature, proposer une nouvelle notion du "Temps" etc. (O. R. Bloch, o.c., pp. 172-173). Onze accentuering.

⁵¹O. R. Bloch, o.c., p. 179.

⁵²O. R. Bloch, o.c., p.179 sq.). Onze accentuering.

⁵³O.R. Bloch, pp. 177-181.

ruimte=
"being qua being"

Gassendi's voorstelling van zaken de perfecte ontologie ter oplossing van de problemen waarmee de mechanische beschrijving van natuurlijke fenomenen te kampen had. Dit blijkt klaar en duidelijk uit een handschrift dat geciteerd wordt door Koyré: *No being exists, or can exist, which is not related to space in some way. God is everywhere, created minds are somewhere, and body is in the space that it occupies; and whatever is neither everywhere nor anywhere does not exist. And hence it follows that space is an emanative effect of the primary existing being because, if an entity is being posited, space is being posited also. And the same can be said about duration; namely, both are affects or attributes, according to which is denominated the quantity of existence of any individual with respect to the amplitude of its presence and of its perseverance in being. Thus, the quantity of existing of God with respect to duration is eternal and with respect to space in which he is, infinite. And the quantity of existence of a created thing with respect to duration is as great as its duration since the beginning of its existence, and with respect to the amplitude of presence, as great as the space in which it is.*⁵⁴ Het citaat komt uit een belangrijk handchrift, "De Gravitatione et Aequipondio Fluidorum"⁵⁵ Merkwaardig genoeg laat Koyré de zin voorafgaand aan dit citaat weg, terwijl hij nochtans zeer veelzeggend is: *Space is a disposition of being qua being*, een bijna woordelijke verwijzing naar Aristoteles' definitie van het domein van onderzoek van de metaphysica... Het ruimte-tijd parallelisme is de wijze waarop Newton het gebrekkige Cartesische begrippenapparaat met een tijdscomponent vervolledigt en de metaphysisch noodzakelijke tweelagigheid herstelt. Bovendien worden beide fundamentele attributen — zij maken iets tot een zelf-standingheid, en zijn dus substantieel in den oorspronkelijken zin — op het juiste, dieperliggende ontologische niveau geplaatst vanwaar zij de causale keten logisch consistent kunnen voltooien. Op het belang van Descartes als vertrek- en referentiepunt voor zowel Newton als Leibniz in de ontwikkeling van hun (zeer verschillende) methodologie, (meta)physisch begrippenapparaat en religieuze opvattingen heeft B. E. Downing in zijn doctoraatsthesis uit 1966 gewezen. Ik zou daar nog aan toevoegen: en de wiskunde. Downing stelt zonder meer dat Descartes de band tussen de analytische opvatting van de ruimte in de Griekse Oudheid en de Vroegmoderne natuurphilosophie vormt.⁵⁶ De kritische reactie van Newton (empirisch) en Leibniz (rationalistisch) op Descartes' stelsel bepalen de twee hoofdwegen die de XVII-de eeuwse wetenschap zal inslaan, waarbij aanvankelijk Newtons benadering de overhand krijgt. Downing laat niet na op het "empirisme" van Newton te wijzen als doorslaggevende factor.⁵⁷ En inderdaad laat Newton niets onverlet om op waarneembare feiten te wijzen ter ondersteuning van zijn theoretische keuzen. Zo becritiseert hij al vroeg Descartes' begrip van den stoffelijken aether op grond van het feit dat we van den physischen weerstand die zulk een dicht medium zou moeten veroorzaken, nauwelijks iets gewaarworden. Hij zal deze critiek trouwens in het algemeen Scholium op een cosmologisch plan brengen door erop te wijzen dat deze theorie niet strookt met de verifieerbare planeetbanen. Leibniz vooronderstelling

⁵⁴*spatium sit entis primario existentis effectus emanativus*; A. Koyré, *Newtonian Studies*, Chapman & Hall, London, 1965, p. 89.

⁵⁵Uitgegeven door A. Rupert Hall en Mary Boas in de *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, Cambridge University Press, Cambridge, 1962. Het citaat bevindt zich op p. 136.

⁵⁶H.B. Downing, *o.c.*, p. 77 sq.

⁵⁷H.B. Downing, *o.c.*, p. 173 sq.

dat de redelijkheid van den cosmos de validiteit van correcte redeneringen erover waarborgt is circulair, een circulariteit die overigens wordt opgevangen door een epistemologische variant van den Eersten en Onbewogen Beweger, het principieel van de voldoende grond). Downings vertrouwen in Newtons wetenschappelijke superioriteit lijkt ons niettemin een beetje overdreven. Het empirisme lijdt immers zelf aan een zekere circulariteit, zoals we in de bovenstaande bespreking van de experimentele waarneming al aangaven. De door Leibniz geïnitieerde “rationele mechanica” zal op de lange termijn trouwens tenminste formeel de overhand krijgen en aan de basis liggen van de grote wetenschappelijke revoluties in de XX-ste: de Relativiteit en de quantummechanica. Dit wijst volgens ons eerder op de diepe verwantschap dan op het diepe verschil in wetenschappelijke waarde van beide conceptuele kaders: ze behandelen beiden dezelfde problemen, zijn beiden onvolledig, en vullen elkaar op een niet willekeurige manier aan. Wanneer het abstractieniveau van het beschouwde systeem stijgt omdat het verder weg van onze onmiddellijke gewaarwording is gelegen, wordt de impact van de experimentele ontologische zeef – de benodigde manipulaties om tot een interpreteerbaar meetresultaat te komen — zo groot dat het cognitieve niveau opnieuw de overhand krijgt. Een typevoorbeeld is de wildgroei aan cosmologische modellen die met de grootste serieus en voorzien van een indrukwekkend wiskundig apparaat als de ultieme wetenschappelijke voorstelling van *de* werkelijkheid worden gepresenteerd, omdat een afleiding in de zevenendertigste graad uit een of ander experiment het model ondersteunt. Een bloemlezing uit deze theorieën die de vergelijking maakt met de klassieke metafysische systemen zou wel eens bijzonder leerrijk kunnen zijn, en een illustratie voor het al even klassieke “niet veel nieuws onder de zon”. Bovendien is het probleem van de relatie tussen waarnemer en waargenomene opnieuw aan de oppervlakte gekomen in een van de recente wetenschappelijke omwentelingen, de quantummechanica. De moderne varianten van de scheidingsontologie leiden blijkbaar steevast tot een variant van het Cartesiaanse solipsisme... E. Schrödinger, die aan het tot stand komen van QM een belangrijke bijdrage heeft geleverd, wees nadrukkelijk op de metafysische wortels van de problematiek waarmee we in die tak van de wetenschap worden geconfronteerd: *Our helplessness vis-à-vis the continuum, reflected in the present difficulties of quantum theory, is not a late arrival, it stood godmother to the birth of science*⁵⁸. Newton vond een deel van zijn alternatief voor Descartes mechanisme dus bij Gassendi’s “fysische metafysiek”. Hij stelt, in nagenoeg dezelfde woorden als Gassendi⁵⁹, dat: *I. Tempus Absolutum, verum & mathematicum, in se & natura sua, sine relatione ad externum quodvis, aequabiliter fluit, alioque nomine dicitur Duratio (...)* *II. Spatium absolutum, natura sua sine relatione ad externum quodvis, semper manet simile & immobile (...)*.⁶⁰ “Tempus Relativum” en “Spatium

voldoende
grond
en
G.O.D.

⁵⁸E. Schrödinger, *Nature and the Greeks and Science and Humanism*, Canto, Cambridge University Press, 1996 [1954], p.161

⁵⁹Het verbaast ons dan ook niet dat Schrödingers verfijnde filosofische intuïties Gassendi’s belang al vroeg hebben onderkent. E. Schrödinger, *o.c.*, p. 75.

⁶⁰(Scholium bij de Definities.) Onze accentuering. In A. Mottes 1729 translation: *I. Absolute, true, and mathematical time, of itself, and from its own nature flows equably without regard to anything external, and by another name is called duration (...)* *II. Absolute Space, in its own nature, without regard to anything external, remains always similar and immovable.* I. Newton, *The Principia*, Prometheus Books, N.Y., 1995, p. 13. For the original, we used the variorum edition of Newtons Principia, edited by A. Koyr and I. B. Cohen, Isaac Newtons Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. The Third edition with variant readings,

Relativum” zijn wat voor de menselijke zintuigen toegankelijk is van deze absoluta. Zij zijn de gereedschappen die ons toelaten beweging te meten en te beschrijven *in concreto*, waardoor ze gemakkelijk met de ‘echte’ – absolute — ruimte en tijd verward worden. Newton zelf realiseerde zich maar al te goed dat beweging zelf een verklaring behoefde.⁶¹ Het fantastische parallellisme met de absolute en relatieve *tituli* van God zoals becommentarieerd in het Algemeen Scholium tot dit werk is slechts een van de meer flagrante redenen die ons toelaten te stellen dat Newtons absolute ruimte de wereldlijke gestalte van zijn G.O.D. is.⁶² Een andere is de impact ervan op de logische consistentie van zijn theorie. Newtons God, die als Eerste en Onbewogen Beweger de paradox veilig binnen zichzelf gesloten houdt, is even één en ongedeeld als de ruimte waarin alles zijn individuerende plaats heeft, en die de cosmos omvat; Hij is Één, enig en alomtegenwoordig: *Moreover, lest anyone should for this reason imagine God to be like a body, extended and made of divisible parts, it should be known that spaces themselves are not actually divisible, and furthermore, that any being has a manner proper to itself of being present in spaces. For thus the relation of duration to space is very different from that of body to space. For we do not ascribe various durations to the different parts of space, but say that all endure simultaneously.*⁶³ God bestaat niet uit delen. Het is duidelijk dat Hij met het actueel oneindige continuum samenvalt, dat volgens Newton ook niet deelbaar is, omdat hij slechts potentieel oneindige delingen aanneemt. Ook dit aspect vindt een rechtstreekse en onmiddellijke parallel in zijn theologie, want hierin ligt de wortel van zijn antitrinitarisme. Newton was, zoals sinds het werk van Manuel voldoende bekend geworden is⁶⁴, een aanhanger van een ketterse stroming binnen het Protestantisme die de drieënheden verwierp, het Arianisme. De Ene God staat garant voor de logische identiteit van de dingen in de wereld, voor de universaliteit van de natuurwetten, en voor voor het ware Christelijke geloof: *Here it is clear that the “one God or supreme Monarch” is not the three persons of the Athanasian Trinity, but the Father alone as in Jewish and Unitarian theology. The strict unity of the single divine Person (the Father) also ensures unity in creation. Newton pointedly stresses this in the General Scholium when he states that the stars are all “constructed according to a similar design and subject to the dominion of One.” Furthermore, as Manuel has observed, Newtons manuscripts show that he believed there to be a strong link between the growth of idolatrous polytheism (including the Trinity) and the corruption of natural philosophy.*⁶⁵ Koyré bespreekt enkel de metafysische kant van de zaak, evenwel zonder naar Gassendi te verwijzen, hoewel het verband mijns inziens duidelijk is.⁶⁶ Nochtans pleiten niet enkel de aanwijsbare parallellismen in hun beider opvattingen over ruimte en tijd in het voordeel van deze hypothese. Er is ook het idee

Cambridge University Press, Cambridge, 1972, pp. 46-47.

⁶¹ *What he proposed was an addition to the ontology of Nature.* R. S., Westfall, geciteerd in B.I. Cohen, *Third Law*, p. 51. Zie ook M. Jammer, *o.c.*, p. 101, B.I. Cohen, *Third Law*, p. 40.

⁶² H.B. Downing, *o.c.*, p. 184; R. De Smet en K. Verelst, *o.c.*, p. 5-6.

⁶³ I. Newton, “De Gravitatione”, in: *Philosophical Writings*, A. Janiak (ed.), Cambridge University Press, Cambridge, 2004, p. 26.

⁶⁴ F. Manuel, *The religion of Isaac Newton*, Oxford, 1974.

⁶⁵ S. Snobelen, “To discourse of God: Isaac Newtons heterodox theology and his natural philosophy”, preprint.

⁶⁶ Gassendi is blijkbaar niet erg populair, want ook McGuire en Tamny doen er alles aan om de invloed van Gassendistische concepten op Newton te minimaliseren. Notebook, “Commentary”, p.

dat de materie met “actieve principes” begiftigd zou zijn die die haar mechanische gedragingen mede bepalen, een idee dat ten minste gedurende een zekere periode de sympathie van Newton had.⁶⁷ Het Franse atomisme was wat dat betreft sterk door de oudere alchemische traditie beïnvloedt, ook al iets wat dat bekend in de oren klinkt.⁶⁸ Er zijn daarvoor trouwens in de bronnen aanwijzingen te vinden. Dat Newton reeds aan het begin van zijn studentencarrière met Gassendi’s opvattingen kennismaatte via een boek door Walter Charlton⁶⁹ kan worden opgemaakt uit de manuscripten uit die periode, waarvan een deel werd gepubliceerd als het “Trinity Notebook”⁷⁰ Het *Notebook* begint met uitgebreide citaten uit Aristoteles, die typisch en spijtig genoeg in de gepubliceerde versie niet mee werden opgenomen. Dat de lectuur van Aristoteles zowel direct als via contemporaine compendia Newtons opvattingen over atomen, “mathematical points”, continuïteit, en het Aristotelische ‘to nun’ (tijdsatoom) zoals ze naar voren komen in de daaropvolgende commentaren op Descartes, More, &c diepgaand heeft beïnvloed is nochtans overduidelijk, en blijkt ook uit de inleiding bij deze uitgave.⁷¹ Al toen hij de *Principia* schreef zocht hij naar een consistente verklaring voor het verschijnsel waarvan hij de effecten zo accuraat had weten te beschrijven. En voor deze verklaring keek hij, zoals zo dikwijls, naar de Oudheid. Het is niet zonder teleurstelling dat hij tot de vaststelling komt dat er geen bruikbare oplossingen voor dat probleem uit de Oudheid zijn overgeleverd.⁷² Na verschillende pogingen een coherent mechanistisch wereldbeeld te ontwerpen op basis van de veronderstelling van het bestaan van een materiële “aether” die zijn “krachten” door contact zou kunnen overdragen⁷³, zag hij zich gedwongen de onmogelijkheid daarvan te erkennen, omdat de effecten van ’n dergelijken aether op de planeetbewegingen niet vastgesteld kunnen worden. Aanvankelijk tegen zijn zin⁷⁴ aanvaardt hij de gevolgen van deze mislukking en stelt als alternatief voor dat “een allerfijnstoffelijksten Geest die alle lichamen doordringt” voor zowel inertie als zwaartekrachten verantwoordelijk is als een *actio in distans*: *Adjicere jam liceret nonnulla de Spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, & in iisdem latente; cujus vi & actionibus particulae corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, & continguae factae cohaerent; (...) Sed haec paucis exponi non possunt; neque adest sufficiens copia Experimentorum, quibus leges actionum hujus Spiritus accurate determinari & monstrari debent.*⁷⁵ Newtons G.O.D. zit bepaalt niet

⁶⁷B. J. T. Dobbs, Newton’s alchemy and his ‘active principle’ of gravitation, in Newton’s scientific and philosophical legacy, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988.

⁶⁸H. Hirai, *Le concept de semence dans les théories de la matière à la Renaissance*, Brepols, p. 464-466.

⁶⁹*Physiologia Epicuro-Gassendo-Charletoniana or a Fabric of Science Natural Upon the Hypothesis of Atoms*, gepubliceerd te Londen in 1654. Commentaar hierbij in J.-P. Aufray, Newton ou le Triomphe de l’alchimie, Le Pommier-Fayard, Paris, 2000, p. 221-22. Eveneens in R. Iliffe, *disciplines*, preprint.

⁷⁰CUL Add. MS 3996; voor de uitgave zie men *Notebook*.

⁷¹R. De Smet and K., Verelst, *o.c.*.

⁷²B.J.T. Dobbs, *o.c.*, p. 57.

⁷³B.J.T. Dobbs, *o.c.*, p. 57-58.

⁷⁴In een brief aan Bentley, 25 Feb. 1693, Aangehaald in B. I. Cohen, “Newton’s third law and universal gravity”, in: *Newton’s scientific and philosophical legacy*, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988, voetnoot 42, p. 52.

⁷⁵In de tweede uitgave van de *Principia*, uit 1713. Men raadplege I. Newton, *Opera quae extant omnia*, S. Horsley (ed.), Joannes Nichols, London, 1889., p. 173-174. Zie ook VARIO, pp. 759-765 [528 sq.]. Onze accentuering.

stillekes naar zijn Schepping te kijken, maar zorgt ervoor dat alles in beweging blijft en zich niet onregelmatig begint te gedragen. *The God of the General Scholium has a continuing and active relationship with His Creation. Leibniz had criticized Newton's physics for their supposed imperfections, which required God to intervene occasionally to set Nature back on course. Rather than backing away from this putative theoretical infelicity, Newton takes the high ground and affirms a God of dominion.* In deze opzet is **Kracht een noodzakelijk onstoffelijke verschijningsvorm van de ruimte**. Niet alleen is kracht een fysische werkelijkheid met een eigen ontologische statuut⁷⁶; om in staat te zijn de kloof tussen stoffelijke en onstoffelijk, tussen Zijn en niet-Zijn, te kunnen dichten, moet deze status haar plaats op een dieper niveau dan de verschijnselen waarvoor zij rekenschap geeft⁷⁷. Het is van het grootste belang in te zien dat Newton het samenvallen van God en ruimte nodig had om logisch consistent de zwaartekracht te kunnen funderen, op dezelfde manier als Aristoteles het Eerste en Onbewogen bewegende nodig had als grondslag voor niet-paradoxe beweging.⁷⁸ Hiermee komen we terug uit bij het oorspronkelijke vraagstuk: hoe verandering en beweging logisch consistent uitleggen in een wereld die als voornaamste kenmerk heeft dat zij *bestaat*? De ineenstorting van het Peripatetische systeem deed het probleem niet verdwijnen. Het blijkt het staketsel te zijn waarrond de conceptuele samenhang van de *Principia* is opgebouwd. Het is nu duidelijk dat voor Newton absolute ruimte en tijd de Peripatetische Eerste en Onbewogen Beweger moeten vervangen. Ook hier is een vroege invloed merkbaar aanwezig in het latere werk, een ander, minstens even belangrijk verband dat gelegd wordt door Koyré: *Rather, this curious parallelism of time and space which leads Newton to frame the concept of quantity (or magnitude) of presence that supplements the Cartesian conception of duration as quantity (or magnitude) of being. Curious, and important. Indeed, it seems to me that we can perceive its echo in the famous texts of the Principia in which Newton insists so strongly on God's being always (semper) and everywhere (ubique), not only by his action, but also by his substance. Where does the idea come from? Probably from Henry More, who criticized Descartes's contention that the world is only "indefinite" and not infinite.*⁷⁹ De laatste zinsnede is interessant, omdat ze direct het verband legt tussen de paradoxen der oneindigheid en het theologische aspect, en bovendien refereert aan de inherente moeilijkheden bij het formaliseren van het bewegingsprobleem, zowel in de logica als in de wiskunde. More schrijft: *How indeed could He communicate motion to matter, ... if He did not touch the matter of the universe in practically the closest manner, or at least had not touched it at a certain time? Which certainly He would never be able to do if He were not present everywhere and did not occupy all the spaces?, en I believe it to be clear that God is extended in His manner just because He is omnipresent and*

⁷⁶E. Dellian, "Inertia, the innate force of matter", in P.B. Scheurer and G. Debrock, o.c., p. 229.

⁷⁷J.E. McGuire and P.M. Rattansi, "Newton and the 'Pipes of Pan' ", *Notes and records of the Royal Society of London*, 21, 1966, p. 125.

⁷⁸(...) it is possible to see Newton's ideas as the "fruition of a long tradition" extending from Aristotle through Newton, a tradition in which Aristotle's finite plenum was slowly and by painful steps converted into the void, infinite, three-dimensional framework of the physical world required by classical physics. Newton's God-filled space was the penultimate development in the process by which concepts of space were developed by attributing to space properties derived from the Deity; **after Newton's time, the properties remained with the space while the Deity disappeared from consideration.** B.J.T. Dobbs, o.c., p. 60. *Onze accentuerend.*

⁷⁹Koyré, *Newtonian Studies.*, p. 89.

occupies intimately the whole machine of the world, as well as its singular particles. In het licht van de discussie in het *Notebook* is het volgende fragment bijzonder relevant: *For, to take away all extension, is to reduce a thing only to a mathematical point, which is nothing else but pure negation or non-entity; and there being no medium betwixt entity and non-entity, it is plain that if a thing be at all, it must be extended.*⁸⁰ Het lijkt er toch wel sterk op dat Newton in het Algemeen Scholium door deze teksten beïnvloed is geweest wanneer hij schrijft: *Adicere iam liceret nonnulla de Spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, et in iisdem latente; cuius vi et actionibus particulae corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, et contiguae factae cohaerent....* En waarvoor zorgt deze geest? In Boek II van de *Antidotus adversus Atheismum*⁸¹, zegt More expliciet: *Tam perspicua demonstratio est hoc Phaenomenon Gravitatis, quod sit Spiritus Naturae, quae vicaria vis Dei sit in motum materiae Universi*, een verhelderende uitspraak, omdat hij een verband legt tussen deze geest en de beweging van materiële lichamen. Dit bood voor Newton een alternatief voor de *aetherae particulae* uit de Cartesische wervelingentheorie, die onhoudbaar was gebleken. Niet alle phaenomenen zijn immers mechanisch (door contactkrachten) verklaarbaar, zoals was gebleken uit Descartes' falende theorie over de planeetbanen.⁸² Er moet dus nog een andere soort krachtwerking in het spel zijn die aan de dingen inhaerent is. J. P. Auffray legt juist daar de nadruk op: *Examinant fébrilement tous les documents qui possèdent, dans lesquels le terme serait susceptible d'apparaître, Newton rencontre vis sous la plume de Kepler, de Huygens, de Wallis et même sous celle de More: dans L'Immortalité de l'âme, ce dernier évoque 'une force ou qualité innée ... implantée dans les corps terrestres'. Cette phrase introduit l'expression vis insita pour représenter le concept.*⁸³ Ook hiervan vinden we weer de sporen in het Algemeen Scholium terug. Al zijn More's en Newtons opvattingen over de ruimte verre van dezelfde, een belangrijk kenmerk hebben ze gemeenschappelijk, en wel de ontologische band tussen God en ledige ruimte. In het *Enchiridion metaphysicum* More *expounded upon twenty titles or properties traditionally attributed to God but which are equally applicable to space.*⁸⁴ Het opmerkelijke parallelisme in de woordenschat die ook Newton gebruikt als hij over een van beiden spreekt, had in de literatuur best wat meer aandacht mogen krijgen.⁸⁵ Men kan zelfs spreken van een aequivalentie tussen de theologische en wetenschappelijke formuleringen terzake in Newtons werk. S. Snobelen spreekt in dat verband — verder bouwend op Downing⁸⁶ — over “Newtons epistemologisch dualisme”, dat inderdadd mooi met zijn ontologisch dualisme parallel loopt.⁸⁷ Een notitie uit de handschriften maakt dat wel heel duidelijk: (...) *only to signify that ubiquity or being in all*

⁸⁰J. Henry, “A Cambridge Platonists materialism: Henry More and the concept of soul”, *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, xlix, 1986, p. 176. De alchemische resonanties van dit thema worden uit de doeken gedaan in M. Eliade, *Histoire des croyances et des idées religieuses*, vol. iii, Paris, 1983, 266sq.

⁸¹cap. 2, Opera omnia, ii, 2, 58; voor een verdere bespreking verwijs ik naar R. De smet en K. Verelst, *o.c.*, p. 12.

⁸²Zie de vertaling door R. De smet en K. Verelst van het Algemeen Scholium, in appendix IV tot dit werk.

⁸³J.-P. Auffray, *Newton, ou le Triomphe de l'alchimie*, Paris, 2000, p. 147.

⁸⁴J. Henry, “Henry More and Newtons gravity”, *History of science*, xxxi, 1993, pp. 8397.

⁸⁵R. De Smet en K. Verelst, *o.c.*, p. 12.

⁸⁶H.B. Downing, *o.c.*, p. 210 sq.

⁸⁷S. Snobelen, “God of Gods, and Lord of Lords. The Theology of Isaac Newton's General Scholium to the Principia”, *Osiris*, 16, 2001.

*place or space & eternity or being in all duration are modes of the Ubi and Quando of a Being who is absolutely substantially & necessarily eternal & omnipresent (...). And jhe wch [?]; the Hebrews called God/locus ;Place;, the place in wch we live & move & have our being. (...)*⁸⁸ Dit fragment raakt overigens aan Downings opmerking dat het begrip ‘plaats’ in Newtons ruimteconcept onderschat wordt, terwijl het er juist de benodigde ‘relatieve’ dimensie aan geeft.⁸⁹ In het Scholium bij de definities in Boek I van de *Principia* worden we gewezen op het belangrijke verschil tussen “spatium absolutum, verum, et mathematicum” en “spatium relativum”; waarbij enkel de laatste kennen meetbaar is. Het Algemeen Scholium⁹⁰ van zijn kant spreekt over *God, which is a relative word, and has a respect to servants, as distinct from the absolute terms of eternal, infinite or perfect as titles which have no respect of servants.*⁹¹ Enkele fragmenten uit een nog spectaculairder voorbeeldje wil ik den lezer niet onthouden. Het stamt uit de de Keynes-collectie manuscripten die nu in de Universiteitsbibliotheek van Cambridge bewaard worden, en bevat Newtons persoonlijke versie van de geloofsbelijdenis (voor de volledige tekst wordt de lezer verwezen naar Appendix V):

*art. 1. there is **one** god the father eternal **everliving,, omnipresent**, omniscient, **almighty**, the maker of heaven & earth, & one mediator between god & man the man christ jesus.*

*art. 2. the father is the **invisible** god whom no eye hath seen or can see, **all other beings are sometimes visible**.*

*art. 3. the father hath **life in himself** & hath given the son to have life in himself.*

*art. 4. the father is omniscient & hath all knowledge of future things originally in his own breast, & communicates knowledge to the son of future things to the son jesus christ, & none in heaven or earth or under the earth is worthy **to receive knowledge** of future things **immediately** from the father except the lamb. and therefore the testimony of jesus is the spirit of prophesy & jesus is the word or prophet of god.,*

*art. 5. the father is **immoveable th no place being capable of becoming emptier or fuller of him** then it is by the **eternal necessity** of nature: **all other beings are moveable from place to place.**⁹²*

Let vooral op de congruentie van eigenschappen toegekend aan den Vader en de Ruimte. Zelfs het begrip “kracht” is theologisch geladen! Hoe valt dit in godsnaam (!) te rijmen met Newtons reputatie als de vader van de “objectieve” exacte wetenschap? Wat met het beroemde “Hypotheses non fingo”, gewoonlijk vertaald als “ik gebruik geen hypothesen”? Nochtans, de *Principia* begint en eindigt ermee! Het moet zijn dat het woord ‘hypothese’ hier een curieuze betekenis heeft. En inderdaad, *It was Alexandre*

geen hypothesen?

⁸⁸Cambridge University Library, Macclesfield MS. Add. 9597. Het afschrift is gemaakt door S. Snobelen, King's College, Halifax, Canada, met het oog op publicatie door het Newton Project. Hij stelde het me persoonlijk ter hand. Zie Appendix V.

⁸⁹H.B. Downing, *o.c.*, p. 22 sq., pp. 173-174.

⁹⁰Verwijzend naar VARIO, p. 528 sq. Zie Appendix IV.

⁹¹Zoals geciteerd en bebroken door L. Stewart, “Seeing through the Scholium: Religion and reading Newton in the eighteenth century”, *History of science*, xxxiv, 1996, pp. 12365.

⁹²Cambridge University Library, C.1710s-1720s, Keynes MS 8, medegedeeld door S. Snobelen, King's College, Halifax, Canada. Copyright The Newton Project.

*Koyré who first found that 'I feign' was used by Newton in English in the same context as 'fingo'.*⁹³ De correcte vertaling luidt dus: “ik vind geen hypothesen uit”; hypothesen dus in de betekenis van “uitvindzels”! Newtons hypothesen daarentegen zijn stevig gegrondvest in “copia experimentorum”, zoals hij in het Algemeen Scholium schrijft. De fameuze “Newtonian style” (om eens een gelukkige uitdrukking van Cohen te gebruiken) van natuurphilosophie bedrijven illustreert treffend de overgang van de classieke naar de natuurwetenschappelijke vorm van metafysisiek, de “proefondervindelijke filosofie” in het woordgebruik uit dien tijd. Newton bedoelt natuurlijk niet dat hij niet met hypothesen *werkt*, maar dat hun *oorsprong* anders is dan in het traditionele geval: de basis waarop zijn hypothesen tot stand komen is het experimentele bewijsmateriaal. Zie de polemiek tussen Newton en Cotes desbetreffend (Newton verstaat Cotes’ bedoeling verkeerd: Cotes gebruikt het woord “hypothese” correct (vanuit Newtoniaans standpunt), maar Newton, wantrouwig als altijd, *denkt* blijkbaar dat hij hem verwijt op de oude manier tot metafysische uitgangspunten voor zijn redeneringen te komen.⁹⁴ *Malgré le souci de Newton de fonder entièrement sa physique en procédant par induction à partir de la réalité mesurable, il restait dans sa théorie deux pièces essentielles qui ne pouvaient s'appuyer sur une quelconque expérience: le temps absolu et l'espace absolu, qu'il était nécessaire de postuler pour écrire de manière univoque l'équation fondamentale de la dynamique. Le cadre spatio-temporel où s'inscrit la théorie newtonienne témoignant ainsi de la présence divine dans le monde: "en existant toujours et partout", Dieu "constitue l'espace et la durée". Les héritiers oublieront l'aspect religieux d'un postulat qui paraissait le fondement indispensable de l'édifice théorique.*⁹⁵ Newtons werkwijze is dan ook niets minder dan een ten uitvoerlegging van het succesvolle metafysische programma voor een in alle zinnen des woords Nieuwe Tijd. De post-Newtoniaanse classieke mechanica zal echter, na door de achttiende eeuwse Verlichting gezuiverd te zijn van dergelijke “overbodige” hypothesen, de “causale paradox” die het gevolg is van haar metafysische circulariteit, noodgedwongen wegsteken door het gelijkstellen van “zwaarte” en “versnelling”.⁹⁶ Het hardnekkige probleem is de onmogelijkheid te *bewijzen* dat er een absoluut referentiestelsel bestaat, omdat de onstoffelijke parameters die ruimte en tijd bepalen principieel ontoegankelijk zijn voor experimentele waarneming. ‘t Is juist deze eigenaardige ontologische status *voorbij* het materiële die tegelijkertijd maakt dat de ruimte “onbeweeglijk en aan zichzelf gelijk” de herhaalbaarheid van experimentele waarnemingen garandeert. *The general validity of the principle that the universe presents the same aspect from every point (...) is accepted in modern physics as a necessary condition for the repeatability of experiments, since space and time are the only parameters which, at least in principle, are beyond the control of the experimenter and can not be reproduced at his will.*⁹⁷ Een betere manier om haar Eleatische én enigmatische karakter in het licht te stellen is wel moeilijk denkbaar. *The ideas of Leibniz were in harmony with the later analytical developments. Both the kinetic energy and the work of the acting forces could easily be generalized from one single particle to an arbitrary system of*

causale
paradox

⁹³I.B. Cohen, “Newton's Third Law and Universal Gravity”, in Scheurer & Debrock, p. 51.

⁹⁴A. Koyré, “Newtonian Studies”, p. 273-282.

⁹⁵L. Verlet, *La malle de Newton*, NRF (Gallimard), 1993, p. 246.

⁹⁶E. Dellian, *o.c.*, p. 228.

⁹⁷M. Jammer, *Space*, p. 84.

particles.⁹⁸ Het in wezen Leibniziaans karakter van wat later “rationele” of “analytische” mechanica genoemd zal worden scheen een aanvaardbaar — want mechanisch — alternatief te leveren, waarin tegelijkertijd nagenoeg dezelfde klasse van concrete problemen als in de “Newtoniaanse” of “vectoriële” mechanica konden worden behandeld.⁹⁹ Het *principe van de minste weerstand* geeft een beschrijving van fysische systemen door een zekere grootte te minimaliseren die de “actie” van het beschouwde systeem weergeeft. Dit gebeurt door het systeem te beschouwen *alsof het een punt-massa ware* die zich doorheen een **plenum** voortbeweegt. De deeltjes die dit plenum maken blijven onderling gescheiden van elkaar, al staan ze wel in direct onderling contact. De wiskundige voorstelling van deze “phaseruimte” toont ons kracht *alsof* zij de reële manifestatie van haar n-dimensionele geometrie ware.¹⁰⁰ Maar deze op het eerste gezicht zuiver formele aanpak verbergt de Cartesisch-Leibniziaanse ontologie van de onwerkelijkheid der ruimte, bij Descartes omdat ruimte volledig samenvalt met materie als zuivere uitgebreidheid; bij **Leibniz** omdat ruimte niet meer is dan de betrekkingen tussen de voorwerpen die ‘erin’ zitten. Het relationele aspect komt bij Newton weliswaar ook aan bod door de notie “plaats”, maar de orde op devdelen van absolute ruimte en tijd is onveranderlijk “in der eeuwigheid en oneindigheid”¹⁰¹ Leibniz stelt daarentegen: *Mais on se trompe en voulant s’imaginer un espace absolu qui soit un tout composé de parties; il n’a rien de tel, c’est une notion qui implique contradiction, et ces tous infinis, et leurs opposés infiniment petits ne sont de mise que dans le calcul des Géomètres, tout comme les racines imaginaires de l’Algèbre.*¹⁰² We zagen evenwel reeds dat Newton de ruimte wel als actueel oneindig, maar niet zonder meer als actueel oneindige deelbaar opvat. Alleszins komt het ook bij Leibniz erop aan dingen die, wanneer ze niet worden uiteengehouden contradicties veroorzaken, op een verschillend ontologisch niveau te plaatsen. Daarmee stapt ook hij op een wezenlijke manier af van een grondgedachte van Decartes’ mechanica: dat het oneindige ten hoogste onbepaald kan zijn.¹⁰³ Zelfs al hebben wij geen directe toegang tot het “infini incomparable”, dan nog bestaat het voor het oog van god en hebben wij, dank zij de redelijkheid zijner schepping en mits het correcte gebruik van een goede (dus de zijne) *ars inveniendi*, er toch in zekere mate toegang toe: *La propriété fondamentale que la réflexion Leibnizienne attribue à l’être est son caractère de non-contradiction, qui seul lui permet de pouvoir être pensé. Ainsi l’essence des choses coïncide avec leur possibilité. “L’essence au fond n’est autre chose que la possibilité de ce qu’on propose.” En ce sens, l’être se définit par une propriété purement logique, bien que la possibilité elle-même trouve son fondement métaphysique dans l’existence de Dieu: “ipsa rerum possibilitas, cum actu non existunt, realitatem habet undatam in divina existentia: nisi enim deus existeret, nihil possibile foret, et possibilia ab aeterno sunt in ideis Divina Intellectus.” Il s’ensuit que dans le domaine des mathématiques, qui*

⁹⁸C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*, Dover, N.Y., 1986 [1970], p. 344.

⁹⁹C. Lanczos, *o.c.*, p. xxi.

¹⁰⁰C. Lanczos, *The variational principles of mechanics*, fourth ed., Dover publications, New York, 1970, p. 13. Zie ook appendix III.

¹⁰¹VARIO, vol. I, pp. 48-50. Ook: *Notebook*, pp. 72-73.

¹⁰²A. Lamarra, “Leibniz on Locke on Infinity”, in: *L’Infinito in Leibniz. Problemi e Terminologia*, A. Lamarra (ed.), Edizioni dell’Ateneo, Leibniz Gesellschaft, Hannover, 1986, p. 189.

¹⁰³Y. Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Gallimard, Paris, 1960, p. 275-276.

*est le royaume de l'idéalité pure, soumis au seule principe d'identité, l'existence coïncide avec la possibilité.*¹⁰⁴ Men zal zich niet verbazen over de vaststelling van onze auteur: *Si le système de Leibniz est pour une grande part aristotélicien quant à la forme (...) il doit beaucoup plus à Platon dans son fond.*¹⁰⁵ Het tegelijkertijd ontologische en epistemologische verschil tussen relatief en absoluut van Newton wordt bij Leibniz het ontologische/epistemologische verschil tussen mogelijkheid en werkelijkheid. En de wereld der mogelijkheden is uiteindelijk bepalend voor de zijnswijze der concrete dingen; voor de mens betekent zij een ruimte van oneindig veel mogelijke perspectieven, terwijl zij tegelijkertijd actueel aanwezig is voor het oog van God. De combinatoriek in haar tegelijkertijd analytische en synthetische aspect is de kenwijze waarover de eindige mens beschikt om deze ruimte van perspectieven cognitief ten dele te bestrijken. *Puisque l'expression est la loi fondamentale de l'être, ce qu'un esprit fini, lié à la particularité de ses points de vue, peut connaître par la pensée symbolique et qui se résout ainsi en un système de relations, c'est pourtant aussi l'être même.*¹⁰⁶ Dit komt ook terug op het niveau van de natuurkundige toepassing van Leibniz' wiskunde: de rectificatie van een kromme tot een rechte kan vanuit oneindig vele perspectieven bekeken worden: *on parvient à la correspondance un-multiple: l'ensemble des courbes peuvent être projetées en un point.*¹⁰⁷ Dat de basisgrootheid die bij Leibniz het dynamische gedrag van een fysisch systeem beschrijft, de *vis viva* of levenskracht¹⁰⁸, voorgesteld wordt als een *scalair* is duidelijk van veel meer dan louter formeel belang; het is een consequentie van zijn ontologisch standpunt. Deze verbanning van het niet-Zijn — onder de gedaante van het **vacuum**, de ledige ruimte — uit de natuurkunde opent de mogelijkheid de ruimte te behandelen als een louter "relativistisch" phaenomeen, een standpunt dat later door Einstein onderschreven zou worden in den context van zijn Speciale Relativiteitstheorie.¹⁰⁹ Maar het probleem van de oorsprong van kracht en beweging bleef daarin evengoed onopgelost. Erger nog, de analytische mechanica mist een voor de handliggende manier om te voorzien in een stabiliserend referentiestelsel waarin experimentele waarneming mogelijk is. De Newtoniaanse mechanica bezat met haar expliciet ontologische invulling van de "absolute ruimte" wel een dergelijk stabiliserend kader. De veerschijnselen kunnen worden gered door te stellen dat het heelal gezien vanaf eender welk punt hetzelfde aanzicht biedt (isotropie), op een paar "plaatselijke onregelmatigheden" (massa's)¹¹⁰ na. Alleen kan deze ad hoc hypothese binnen de ontologische setting eigen aan het logische denkkader — het kader van de scheiding tussen Zijn en niet-Zijn, tussen systeem en omgeving, tussen oorzaak

¹⁰⁴H.H. Knecht, *La Logique chez Leibniz. Essai sur le rationalisme baroque*, L'Age D'Homme, Lausanne, p. 229.

¹⁰⁵H.H. Knecht, *o.c.*, p. 31. We hebben gezien dat Downing tot diezelfde conclusie komt.

¹⁰⁶G.G. Granger, "Philosophie et mathématique Leibniziennes", *Revue de Métaphysique et de Morale*, **86**, 1981, p. 8.

¹⁰⁷M. Serres, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, PUF, Paris, 2001 [1968], p. 161.

¹⁰⁸Op een constante na gelijk aan onze cinetische energie. Tesaamen met de arbeidskracht of potentiële energie zijn dit de twee fundamentele scalaire grootheden op dewelke de studie van evenwicht en beweging in analytischen zin berust. C. Lanczos, *o.c.*, p. xxi).

¹⁰⁹"The introduction of a "luminiferous ether" will prove to be superfluous inasmuch as the view here to be developed will not require an "absolutely stationary space" provided with special properties, nor assign a velocity-vector to a point of the empty space in which electromagnetic processes take place." ein52, p. 38.

¹¹⁰M. Jammer, *o.c.*, p. 84

en gevolg — moeilijk anders dan door de Goddelijke interventie gerechtvaardigd worden, wat voor Leibniz geen probleem is, maar wel voor zijn opvolgers in de school van de rationele mechanica. Zeggen dat het begrip “absolute ruimte” overbodig is *omdat* de natuurwetten invariant zijn onder transformaties van coördinatenstelsels¹¹¹ komt neer op het omkeren van de argumentatieketen. Het zou ondertussen moeten duidelijk zijn dat het hele metafysische opzet van de natuurwetenschappen zo is dat zij deze eigenschap wel moeten hebben. Ook in deze vorm blijft de causale redenering zonder G.O.D. dus circulair. Wij zien dus dat de strategie door Leibniz aangewend weliswaar in haar inhoudelijke en methodische vertrekpunten danig van die van Newton verschilt, ja er zelfs de tegenpool van is. Dit neemt niet weg dat haar onderliggende structuur — de scheidingsontologie; het in de gedaante van de wiskunde optredend, op quantificeerbare grootheden toepasbare redeneerapparaat; het parallellisme ontologie/theologie — exact met die van Newton overeenkomt. Het mag dan ook geen verbazing wekken dat de toch wel zeer verschillende wiskundige modelisaties, waartoe beide systemen aanleiding geven, in de praktijk equivalent zijn. Zij trachten immers beiden een antwoord te formuleren op paradoxale bewegingsprobleem. Wij zullen in de volgende paragraaf zien hoe deze paradox zowel in de vectorële als de analytische (of rationele) mechanica op een hanteerbare, maar duidelijke, manier aanwezig blijft waardoor deze benaderingen aanvaardbaar “werken”, zolang aan de eindige oppervlakte maar consistentie wordt gegarandeerd. Anders gesteld: wij gaan kijken naar hoe Newton en Leibniz omgaan met infinitesimalen.

§3. VROEGMODERNE WISKUNDIGE STRATEGIEËN.— Terwijl Newtons nieuwe methode de natuurphilosophie revolutioneerde, en voor eeuwen de standaard zou worden voor ‘goede wetenschappelijke praktijk’, zou hij op het vlak van de wiskundige weergave ervan al snel het pleit verliezen van zijn grote opponent. En toch zijn de wiskundige instrumenten die Newton en Leibniz de intellectuele vaders zijn onderling perfect vertaalbaar! Dit is, in het licht van onze analyse, opzijn minst mekwaardig te noemen. Inderdaad, als procedures metafysische determinanten zijn, hoe kan dan de formele uitdrukking van een welbepaald systeem zo gemakkelijk worden overgedragen op een ander dat er sterk van verschilt? Op een of andere manier sleept men toch noodgedwongen een deel van de conceptuele lading waarvan zij de dekmantel is onvermijdelijk mee. Al te eenvoudige overdraagbaarheid lijkt in tegenspraak met het hoger gestelde, of toch ten minste een verzwakking ervan. Ik denk echter niet dat deze conclusie noodzakelijk volgt. Niet alleen omdat wij reeds aantoonde dat deze verschillen zelf weer teruggaan op een gemeenschappelijk diepe scheidingsontologie (formeel gecodificeerd in grondregels van de classieke logica), maar ook omdat de formele taal zelf, de wiskunde, in die periode een stille revolutie onderging die parallel loopt aan hetgeen we zagen gebeuren in de natuurphilosophie. Dat betekent dat er in de wiskunde van die dagen aanwijzingen van het aan den dag treden van een nieuwe, verdergaande fase in de ontplooiing van de scheidingsontologie zouden moeten te vinden zijn. Dit is inderdaad het geval, en wel op zo’n wijze, dat het verdwijnen van het wiskundige aspect van Newtons ooit zo succesvolle aanpak er grotendeels door verklaard kan worden.

¹¹¹R. Harré, “The redundancy of Spacetime: Relativity from Cusa to Einstein”, in D. Aerts, ed. *Einstein Meets Magritte: White Book*, Kluwer Academic Publishers, 1998., p. 1

Het is zelfs verdedigbaar dat het aanvankelijke succes van zijn wiskundige kader in het uiteindelijke succes van de analytische mechanica een doorslaggevende rol gespeeld heeft. Ik ga er dus nu kort op in. Alles draait hierbij om rond de voorrang van de logica of de wiskunde als basisdiscipline van de *ars inveniendi*, de kunst van het geldig redeneren, en van het statuut van het formele symbool op zich. Inderdaad behoorde in de Oudheid en tot ver in de Renaissance de ‘kunst van het vinden’ tot de rhetorica, en was de rhetorica zelf van veel meer dan louter welsprekendheid.¹¹² Ook hier weer begint ons verhaal met een welbepaalde persoon en een welbekend gegeven: het wiskundige werk van Descartes. Hij staat inderdaad aan het begin van een volslagen nieuwe weg, een nieuwe *methode* van wiskundige *inventio*: de intrede van het symbool als zelfstandig denkelement in de constructie van een bewijs. Met betrekking tot Descartes is dit waar op twee verschillende manieren: *the algebrisation of geometry developed in Descartes’ work, together with the entrance of the infinite, represents the most important event in seventeenth-century mathematics*.¹¹³ Ten eerste (en daar komen we nog op terug) door zijn algebraïcisering van de meetkunde, tot dan toe het domein bij uitstek van het synthetische bouwen met in de intuïtie gegeven wiskundige voorwerpen,¹¹⁴ en van de synthetische redeneringen op grond van het “bewijs uit het ongerijmde”, zoals gebruikelijk was voor het vinden van de “quadratuur” van een gegeven kromme — het regematige veelvlak dat de kromme het dichtst benadert.¹¹⁵ Essentieel is tot dan toe de *voorstelbaarheid* van het beredeneerde, en vele bewijzen zijn in feite eenvoudig van een tekening af te lezen. Descartes’ algebraïsche standpunt legt daarentegen de nadruk op de reductie van een complex concept tot eenvoudige wiskundige bouwstenen: de getallen, die in het algemeen door letters gesymboliseerd worden. De bijbehorende bewijstechniek is navenant: direct, gebaseerd op expliciete constructie van het gezochte of gewenste object.¹¹⁶ Niet alleen objecten, maar ook bewerkingen met objecten worden geformaliseerd, zodat de voor ons zo vertrouwde wiskundige grondvorm van de *vergelijking* in het middelpunt komt te staan. Men kan letterlijk zeggen dat de *rhetorische structuur* van de wiskunde verandert: daar waar men vroeger in woorden een beschrijving zou geven van een in principie eenvoudig voorstelbare werkwijze die, eveneens in principie, voor iedereen toegankelijk is, wordt nu de wiskunde voer voor specialisten, een technische kunde die voor het oog van den leek even onfeilbaar als onbegrijpelijk tot resultaten komt. *Érigé sur des fondements combinatoires non explicités, ce système d’écriture présentait, au XVIIIe siècle, des mécanismes entièrement neufs*

van meetkunde
tot algebra

een symbolische
revolutie

¹¹²M. Fumaroli, “Le crépuscule de l’enthousiasme, in: *Héros et Orateurs*, Droz, Genève, 1996.

¹¹³P. Mancosu, *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, Oxford University Press, Oxford, 1996, p. 84.

¹¹⁴D.T. Whiteside, “Patterns of Mathematical thought in the Later Seventeenth Century”, *Archive for the History of Exact Sciences*, 1, 1960-61, pp. 179-388.

¹¹⁵Het komt erop neer dat men bewijst dat een door veelhoekjes begrensde, benaderende oppervlak niet *kleiner* kan zijn dan een gegeven oppervlak, en langs de andere kant dat een benaderende veelhoek niet *groter* kan zijn dan hetzelfde gegebene. Dit werd “dubbele reductie naar het ongerijmde” genoemd, en was het kenmerk bij uitstek van de uit de klassieke Oudheid gekomen “uitputtingsmethode”. Men hield in de grondslagecontroverses vaak staande dat deze methode logisch consistenter was dan de methode der infinitesimalen. Ik hoef den lezer wellicht niet te wijzen op den paradox van het Grote-en-Kleine, die in de uitputtingsmethode op wel twee verschillende manieren aanwezig is! Voor het bewijs met dubbele reductie, zie D. Bessot *et al.*, *Aux Origines du Calcul Infinitésimal*, Ellipses, Paris, 1999, p. 79 sq.

¹¹⁶P. Mancosu, *o.c.*, p. 83.

*au regard des écritures rhétoriques antérieures des mathématiques grecque (...)*¹¹⁷ De analogie met de nieuwe vorm van waarnemen springt onmiddellijk in het oog. Zowel Descartes als Newton hielden er overigens heel duidelijke opvattingen op na over het gesloten, of op zijn minst uiterst selectieve, karakter van den groep der ingewijden. Deze opvatting had bij beiden overigens een politiek-theologische component: men moet voorkomen dat technieken die toelaten om tot absoluut zekere waarheden te komen in handen vallen van eender wie, het gemakkelijk beïnvloedbare, onmondige plebs, bijvoorbeeld, of de goddelozen die er misbruik van zouden maken tegen het ware Christelijke geloof! *There is one final important association between Newton's theology and his natural philosophy. Newton was adamant that in religion and philosophy the more difficult truths were to be handled only by the mature, experienced and adept. Drawing his basic framework for this from Hebrews 5, Newton made a firm distinction between "milk for babes" and "meat for elders." This distinction is similar to the Erasmian division between fundamenta (fundamentals) and adiaphora (indifferent things) (...)*¹¹⁸ Deze opheffing van de wiskundige redenering wèg uit het domein der meetkundige intuïtie naar een niveau van symboolmanipulatie tout court zie ik als het rationalistische equivalent van het verder doortrekken van het scheidingsbeginsel, maar dan nu op het epistemologische vlak. Hoewel er daarvoor reeds aanzetten toe geweest waren, toch kan men zeggen dat *Descartes' geometry overtook the theory of proportions. From this new viewpoint ratios are considered as quotients, proportions as equations. Consequently, direct multiplications of ratios, even noncontinuous ratios, is allowed. (...) Note that in the Géométrie multiplication of two segments is not an area, as it should in the Euclidean tradition, but another segment: multiplication is thus a closed operation for segments. Homogeneity of dimensions is not a constraint for the formation of ratios.*¹¹⁹ De definitieve doorbraak in de richting van een puur formel opgevatte combinatoriek komt er evenwel pas met Leibniz. Het is dan ook niet toevallig dat het juist zijn benadering van de infinitesimaalrekening is die blijvend zal doorwerken: *Ni Descartes, ni bien entendu Cardan, ne considérèrent qu'ils puissent recevoir des suggestions provenant du texte symbolique!*¹²⁰ (...) *la faculté d'autonomie (locale et momentanée) du registre combinatoire, par rapport à celui des significations et qu'on observera pour la première fois dans l'œuvre de Leibniz.*¹²¹ We mogen echter niet vergeten dat aan Engelse kant ook iemand aanwezig was die een aanzet in die richting heeft gegeven, en die Newtons wiskunde sterk heeft getekend: John Wallis. *For Wallis, numbers are the product of abstraction and are understood as symbols apart from things countable. He argues not only that numbers compose a system of symbolic representation, but also that the representations are themselves mathematical objects.* Ook hier zien we het ondubbelzinnig aan den dag treden van het onderscheid tussen voorstelling en feitelijkheid, in Wallis' concrete geval m.b.t. de oneindige deelbaarheid van een gegeven eenheid. De materialistische filosoof Thomas Hobbes verwerpt dan weer een van de belangrijkste zeventiende eeuwse bijdragen aan de ontwikkeling

¹¹⁷M. Serfati, *La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Pétra, Paris, 2005, p. 5.

¹¹⁸S. Snobelen, "God of Gods, and Lord of Lords".

¹¹⁹GUIC, pp. 127-128.

¹²⁰M. Serfati, *o.c.*, p. 7.

¹²¹M. Serfati, *o.c.*, p. 6.

van de infinitesimaalrekening als *so covered with a scab of symbols that I had not the patience to examine whether it bee well or ill demonstrated*.¹²² Het bezwaar is voornamelijk dat de causale transparantie van de gebruikte werkwijze verloren gaat, en zij dus vol onontdekte of zelfs onontdekbare strijdigheden kan blijven zitten. Hobbes doet er nog een flink schepje bovenop waar hij schrijft: *Symbols are poor unhandsome, though necessary scaffolds of demonstration; and ought no more to appear in public, than the most deformed necessary business which you do in your chambers*.¹²³ Joseph doet deze kritiek van Hobbes lacherig af als “louter aesthetisch”, maar dit berust ons intzies op een onderschatting van de nieuwe, filosofisch gestuurde, rol van zowel de algebraïsche kijk op meetkundige problemen, als op die van het ermee samenhangende formalisme. Rupert Hall zegt daarover in zijn werk over de wetenschappelijke omwenteling: *The question whether or not our knowledge of the universe can be ‘mathematized’ (to use Alexandre Koyré’s word) is metaphysical (...)*¹²⁴

De “quadratuur” van krommen, het karakteriseren van het oppervlak opgespannen door een gegeven functie aan de hand van het meest nabije regelmatige veelvlak of andere bekende meetkundige figuur, was hét probleem voor de wiskunde aan het begin van de zeventienden eeuw. Het vond zijn toepassing in talloze concrete gevallen in de astronomie, ballistiek, handel... Tot dan toe was dit probleem altijd aangepakt met de Archimedese uitputtingmethode, waarbij met een veelvlak met een aantal zijden zo groot als men belieft, maar in beginsel eindig, wordt gewerkt. De hele aanpak steunt zoals gezegd op een bewijsmethode vanuit het ongerijmde met “dubbele herleiding”, waarbij men aantoonde dat een bepaalde oplossing niet kleiner kan zijn dan een bepaalde ondergrens en niet groter dan een bepaalde bovengrens, waaruit enigheid van de oplossing volgt. De gebruikte grootheden moeten dan wel aan het axioma Archimedes dat we reeds eerder bespraken voldoen. Wanneer men echt overgaat naar de echte limiet, t.t.z., infinitesimale in plaats van eindige grootheden, dan komt de conceptuele basis om de methode veilig toe te passen te vervallen. De nieuwe methode was evenwel bijzonder succesvol gebleken. Men diende desondanks de veronderstelling van oneindige deelbaarheid van een kromme of een vlak in infinitesimale onderdelen met de grootste omzichtigheid te hanteren.¹²⁵ Bovendien waren ondertussen nog andere paradoxen van het oneindige aan het licht gekomen: *In 1630, Galileo noted the “paradox” that the squares of the positive integers can be placed in 1-1 correspondence with all positive integers, contrary to the axiom of Euclid that the whole is greater than any of its proper parts, i.e. parts not the whole*.¹²⁶ Men probeerde aanvankelijk onder het dilemma uit te komen door de aard van de delen waaruit het te beschrijven object verondersteld werd te bestaan, in het ongewisse te laten. De Euclidisch-Archimedese verhoudingentheorie was immers een gemeenplaats en een wetenschappelijke standaard. Bonaventura Cavalieri had als eerste ingezien dat er met de Griekse verhoudingenmethode iets niet helemaal in den haak was. Waarom staan de lichamen die door rotatie van een vlak rond een as in andere verhoudingen tot elkaar dan de oorspronkelijke vlakken? Zo staat bi-

¹²²T. Hobbes, *Six Lessons to the Savilian Professors of Mathematics*, 5, [1656], in D. Joseph, *o.c.*, p. 177.

¹²³T. Hobbes, *Six Lessons*, 3, [1656], geciteerd in D. Joseph, *o.c.*, p. 177.

¹²⁴A. Rupert Hall, *The Revolution in Science 1500-1750*, Longman, London, 1983 [1954], p. 285.

¹²⁵D. Bessot *et al.*, *Origines*, p. 99 sq.

¹²⁶S. C. Kleene, *Mathematical Logic*, Dover, N.Y., 1967, pp. 175-176; P. Mancosu, *o.c.*, p. 119 sq.

voorbeeld een rechthoekige eenheidsdriehoek tot een eenheidsvierkant in de verhouding 1 : 2, maar de eruit ontstane kegel en cylinder in de verhouding 1 : 3.¹²⁷ Zijn oplossing in zijn *Geometria indivisibilibus continuorum nova quodam ratione promota* uit 1638 was dat “al de vlakken” van de cylinder *wel* in dezelfde verhouding staan tot “al de vlakken” van den kegel. Hij beschouwt een meetkundige figuur dus als in zekeren zin “opgebouwd” uit ondeelbare lijnen. Deze “ondeelbarenmethodiek” verschilt van de oude Archemideïsche methode doordat zij zich bewust niet uit spreekt over de aard van deze ondeelbaren zelf; meer bepaald wordt nergens expliciet gezegd dat zij eindige elementen zijn waaruit de figuur wordt *samengesteld*, noch over de grootte van hun aantal, terwijl wij ondertussen weten dat “ondeelbaar” zelf een paradoxaal geladen grensbegrip is. Cavalieri had hiervoor een pragmatische oplossing: *Instead of simply taking indivisibles as infinitely small components of finite magnitudes, Cavalieri sought to introduce indivisibles as a new species of magnitude which could be brought within the purview of the classical theory of ratios.*¹²⁸ Het probleem duikt dan wel weer op in 'n anderen vorm; immers, er moeten verhoudingen worden bepaald tussen *alle* lijnen waaruit figuren bestaan, en we weten al dat de totaliteit van een oneindige collectie zelf ook weer een paradoxaal geladen begrip is (zie de afbeelding hieronder).

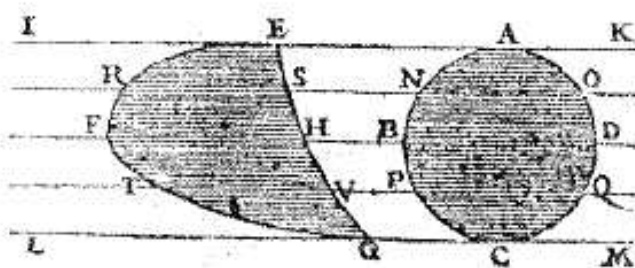


Fig. 1. — From B. Cavalieri, *Exercitationes Geometricae Sex*, op. cit., p. 4.

Figuren bestaande uit ondeelbaren vergelijken¹²⁹

Hier botsen we de op eerste nroegmoderne variant van de antieke poging **onder den veelheidsparadox uit te komen door het invoeren van een eenparige, continue beweging**: *In Cavalieri's terminology, “all the lines” of the plane figures ABCD and EFGH are produced by the transit of the line LM (called the regula) through the figures. Significantly, Cavalieri avoids the question whether there are an infinite number of indivisibles produced by the transit of the regula LM or whether these indivisibles are infinitely small when compared with the figures, apparently hoping that his method would be acceptable on any resolution of the problems surrounding the infinite. He speaks vaguely of an “indefinite” number of lines contained within a figure, and stresses that the ratios can be compared either “collectively” (as one collection of*

¹²⁷P. Mancosu, p. 39.

¹²⁸D. Joseph, *Of analytics and indivisibles: Hobbes on the methods of modern mathematics*, *Revue d'histoire des sciences*, XLVI, 2/3, 1993, p. 163.

¹²⁹B. Cavalieri, *Exercitationes Geometricae Sex*, in D. Joseph, o.c., pp. 163.

indivisibles to another), or “*distributively*” by comparing corresponding lines.¹³⁰ Hij schijnt er daarbij van uit te gaan dat continue beweging zelf een onproblematisch begrip is waarmee de oneindigheidsparadoxen kunnen worden omzeild; een keuze waarin de Aristotelische invloed zich opnieuw laat gelden. En ook hier weten we dankzij Zeno dat dit eigenlijk niet het geval is. De methode “werkt” echter — de paradox die eigen is aan veelheid en beweging zit er immers nog steeds in — en zal, vooral in de handen van meer radicale navolgers, vele vruchtbare resultaten opleveren, zeker vanaf het moment dat zij in een echte theorie van infinitesimalen wordt omgevormd, waarbij de namen Newton en Leibniz onmiddellijk in het oog springen. Wij zullen dadelijk opnieuw zien dat de door hen gekozen verschillende oplossingsstrategieën aanleiding gaven tot een beroemd geworden grondslagenstrijd. Het loont de moeite stil te staan bij een voorloper van dit conflict tussen twee van de belangrijkste overgangsfiguren in deze ontwikkeling, namelijk Hobbes en Wallis. Het nemen van de verhouding tussen oneindige reeksen van lijnstukjes zal door Wallis, uitgaande van enkele voorbeelden van oneindige reeksen met eindige sommen, “door inductie” ongegeneerd veralgemeend worden, zoals te zien is in de volgende afbeelding:

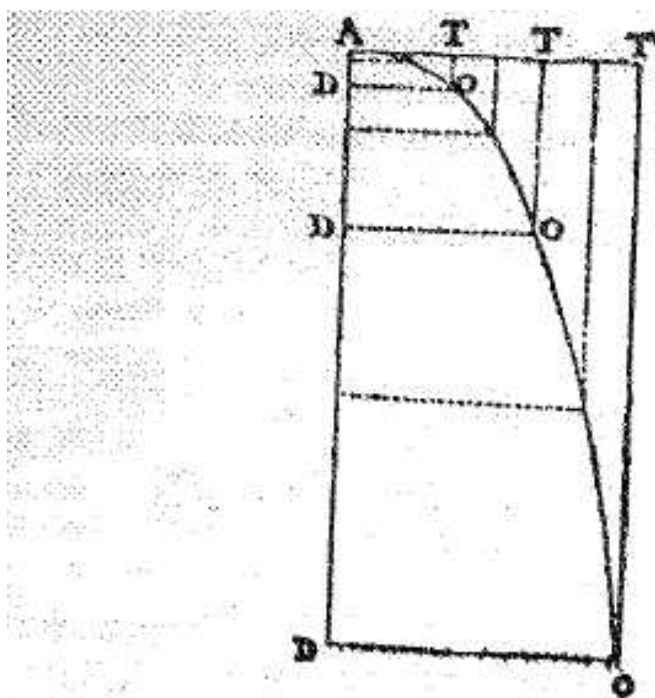


Fig. 2. — From J. Wallis, *Arithmetica Infinitorum*, op. cit., p. 183.

De quadratuur van de parabool¹³¹

¹³⁰D. Joseph, *o.c.*, pp. 163-164.

¹³¹J. Wallis, *Arithmetica Infinitorum*, in D. Joseph, *o.c.*, pp. 165.

ondeelbaren-
methode

Wallis beschouwt zijn figuur zonder meer als samengesteld uit een oneindigeheid aan als discrete elementen opgevatte, niet verder deelbare lijnen waartussen verhoudingen bepaald kunnen worden — de verhoudingen geven de punten op de gezochte kromme (deze methode zal verder ontwikkeld worden tot de methode waarbij het gedrag van de kromme bepaald wordt door den tangens in elk punt) — en past complexloos rekenkundige werkwijzen toe op meetkundige problemen. Hij neemt gewoon aan dat het aantal lijnstukken dat vergeleken moet worden oneindig groot is.¹³² Dit komt volgens hem neer op het bepalen van de som van een oneindige reeks met een eindige uitkomst (men ziet hier reeds een intuïtief aanvoelen van het latere convergentieconcept). Alleen vallen hier vanuit het standpunt van de wiskundige strengheid heel wat bezwaren tegen in te brengen: *his use of the method of indivisibles departs from the classical approach to geometry because it fails to observe the distinction between discrete and continuous magnitudes*¹³³, een onderscheid dat direct was voortgekomen uit de oude pogingen de veelheidsparadox ongedaan te maken. Bovendien zondigt hij tegen de traditionele regel dat tussen oneindigheden geen verhoudingen gedefinieerd kunnen worden. Hobbes' critiek vertrekt vanuit zijn strict materialistische filosofie, die hem ertoe brengt een, om het in hedendaagse termen te zeggen, finitistisch programma voor de wiskunde op te zetten. Alle grootheden zijn eindig, en aangezien de meetkunde de wetenschap is die grootheden (lichamen, tijdsspannen,...) bestudeerd door meting en vergelijking gaat zij aan de rekenkunde vooraf, die er als een afgeleid onderdeel op moet steunen: *any given continuous magnitude can be divided into any number of equal parts, with its ratio to any other magnitude remaining unchanged, it is manifest that arithmetic is contained in geometry*.¹³⁴ Hij trekt hieruit de consequentie dat ook de wiskundige concepten van Euclides zelf onbruikbaar zijn: punten en lijnen moeten een eindige uitgebreidheid bezitten; iets dat geen grootte heeft is niets, dus zijn onuitgebreide ondeelbaarheden een absurditeit: *That which is indivisible is no quantity; and if a point be not quantity, seeing it is neither substance nor quality, it is nothing. And if Euclid had meant it so in his definition, [...] he might have defined it more briefly, but ridiculously, thus, a point is nothing*.¹³⁵ Zijn oplossing bestaat er deels uit een epistemologische draai aan het probleem te geven: een punt is deelbaar, maar wij hoeven aan die delen geen aandacht te besteden wanneer wij het gebruiken in een bewijs. Anderzijds duikt ook hier weer de beweging op als constructief procédé, maar nu in een causaal, mechanisch verband: wanneer er niets te bewegen valt, kunnen er ook geen grotere gehelen mee worden beschreven. Wallis daarentegen koos voor de paradoxale weg met zijn niet nul zijnde oneindige kleine infinitesimalen. De infinitesimalen combineren als het ware de eigenschappen van de delingen-en-delen (de groten-en-kleinen of *megala-kai-mikra* bij Zeno. Het mag ons niet verbazen dat Hobbes het van Wallis op zijn zenuwen kreeg.

¹³²Het is trouwens Wallis die het symbool ' ∞ ' voor 'oneindig' in de wiskunde introduceert. Zie F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Dover, N.Y., 1993 [1929], vol. ii, p. 44.

¹³³D. Joseph, *o.c.*, pp. 165-166.

¹³⁴T. Hobbes, *Examinatio et emendatio mathematicae hodiernae*, 1, [1660]. Gecit. in D. Joseph, *o.c.*, p. 168.

¹³⁵T. Hobbes, *Six Lessons*, 1, geciteerd in D. Joseph, *o.c.*, p. 169.

Het is een gemeenplaats te zeggen dat de infinitesimaalrekening in haar ‘classieke’ formuleringen min of meer gelijktijdig en onafhankelijk van elkaar tot stand kwam in de werken van Newton en Leibniz. Een even classieke vaststelling is dat de grondslagen van de methode vanuit logisch oorpunt onbevredigend bleven, en pas in den negentienden eeuw van een stevige basis werden voorzien door Cauchy’s limietbegrip en Weierstrass’ ϵ - δ -definities.¹³⁶ Wij laten in het midden of deze hedendaagse voorstelling echt zo vrij is van problemen als men graag wil doen geloven, en bepalen ons tot het nagaan of, en zo ja, hoe, in de twee vroegmoderne stelsels de paradoxen van Zeno werkzaam zijn. Want dit is natuurlijk ons vermoeden: aangezien beide methoden onbetwistbaar ‘werken’ voor de beschrijving van beweging, moeten de paradoxen nog ergens in het formalisme verscholen zitten, op een logisch gecamoufleerde manier. Voor Newton is het eenvoudig om aan te tonen dat de problemen van deelbaarheid en oneindige grootte van in den beginne aan de basis liggen van zijn wiskundige en wetenschappelijke activiteit. In het *Trinity notebook*, geschreven in 1664 kort voor hij zijn eerste ontwerpen van de infinitesimaalrekening op papier zette, vinden we bijvoorbeeld volgende passage: *Suppose it be divided in two. What will be between those two parts? Not body since it is all in the two halves. (...) But again, now matter is divided, if two parts of matter of the least size were separating and distant one from another the space of half their diameter they will not then touch, for then their semidiameter will be but as a Math[ematical] point & their diameter a two Mathematical points together i.e. as nothing (...).*¹³⁷ Dit behoeft geen verdere commentaar. Newtons inspiratie komt aanvankelijk duidelijk voort uit zijn Aristotelische en Atomistische bronnen. Na een periode waarin hij onder invloed van Wallis en Barrow ongegeneerd speelde met oneindigheden, kiest Newton uiteindelijk op filosofische en theologische gronden voor een potentieel oneindige visie op de wiskunde¹³⁸, en ontwikkelt in zijn *Tractatus de Quadratura Curvarum*¹³⁹ op basis van de “methodum rationum primarum & ultimarum” (of methode van aanvankelijke en uiteindelijke verhoudingen; in feite de limiet van de differentie van twee variabelen, uitgeschreven als een reeks, en waarbij $\Delta t \rightarrow 0$) zijn fluxionenleer.¹⁴⁰ Daarin wordt de “equable flow of Time” (gelijkmatige vloeijing van tijd) formeel voorgesteld door de continue stroming van een geprivilegieerde parameter. Tijd is inderdaad cruciaal in heel zijn opzet. Hier komt de betekenis van zijn absolutistische ruimte- en tijdsopvattingen goed uit: tijd, als absoluut attribuut van God, biedt de achtergrond waartegen wij in onze berekeningen de verandering die in fysische processen optreedt aan de hand van variabelen, in exacte onderlinge verhoudingen kunnen stellen tegenover elkaar. In de *De Gravitatione* schrijft hij dat trouwens heel expliciet: *For we do not ascribe various durations to the different parts of space, but say that all endure sumultaneously. The moment of duration is the same at Rome and at London, on the earth and on the stars, and through-*

¹³⁶R. Courant and F. John, *Introduction to Calculus*, vol. I, Wiley/Interscience, 1965, pp. 95-97.

¹³⁷I. Newton, *The Trinity Notebook: Questiones, “Of first matter”*, J.M. McGuire and M. Tamny (eds.), Cambridge University Press, Cambridge &c., pp. 336-342.

¹³⁸Wat de methodologie betreft staat dit uitstekend beschreven in F. De Gandt, “Le style mathématique des *Principia* de Newton”, *Revue d’Histoire des Sciences*, **39**, 1986, pp. 195-222.

¹³⁹Gepubliceerd als annex tot de *Optica* in de Latijnse vertaling door S. Clarke, in de editie uit 1706.

¹⁴⁰GUIC., p. 17 sq.

out all the heavens.¹⁴¹ Omdat er op een absolute manier Tijd bestaat, kan de natuur-philosoof in zijn berekeningen van een willekeurig gekozen, gelijkmatig vloeiende, meetbare, relatieve grootheid gebruikmaken om het tijdsfluxion als eenheid van aangroeiing te definiëren. Ten opzichte van dit “eerste increment” worden dan alle andere, niet eenparige aangroeiingen \dot{x} uitgezet: *I consider time as flowing or increasing by continual flux & other quantities as increasing continually in time & from the fluxion of time I gave the name of fluxions to the velocities with which all other quantities increase (...) I expose time by any quantity flowing uniformly & represent its fluxion by a unit, and the fluxions of other quantities I represent by any other fit symbols.*¹⁴² Inderdaad, zij die van het bestaan van potentiële oneindigheid uitgaan, moeten zich om op paradoxvrije manier processen te kunnen beschrijven terugtrekken op de wallen van de eenparige en continue beweging. Newton zal daarom in de *Quadratura* een idee dat al bij Aristoteles voorkomt terug opnemen en in zijn infinitesimaalrekening van een stevige formele ondergrond voorzien, namelijk dat krommen en vlakken niet zijn opgebouwd uit een oneindigheid aan lijnen, maar dat krommen ontstaan uit de eenparige beweging van punten, respectievelijk vlakken uit de beweging van krommen, en volumineuze lichamen uit de beweging van vlakken, naar analogie met de beweging van fysische lichamen: *Quantitates Mathematicas non ut ex partibus quam minimis constantes, sed ut motu continuo descriptas hic considero. Lineae describuntur ac describendo gererantur non per appositionem partium vel per motum continuum punctorum, superficies per motum linearum, solida per motum superficierum, anguli per rotationem laterum, tempora per fluxum continuum, & sic in caeteris.*¹⁴³ Wanneer hij in de *Quadratura* zijn afgeleiden formeel uitschrijft aan de hand van reeksontwikkelingen blijkt echter dat er nog een adder zit onder het infinitesimale gras: *Fluat quantitas x uniformiter & invenienda sit fluxio quantitatis xn. Quo tempore quantitas x fluendo evadit x + 0, quantitas xn evadet [x + 0]ⁿ, id est per methodum serierum infinitarum, xn + n.0.xⁿ⁻¹ + nn - x/20.0.xⁿ⁻² + &c.*¹⁴⁴ De “nullen” die daar in de vloeiende incrementen opduiken zijn immers niet gelijk aan 0!¹⁴⁵ De grootheden die hem hierbij voor ogen staan zijn meetkundig, niet algebraïsch. De objecten waarvan in de “method of ultimate ratios” sprake zijn meetkundige grootheden voortgebracht door ’n continue stroming. Het wordt nog duidelijker door een tekening uit de *Quadratura*:

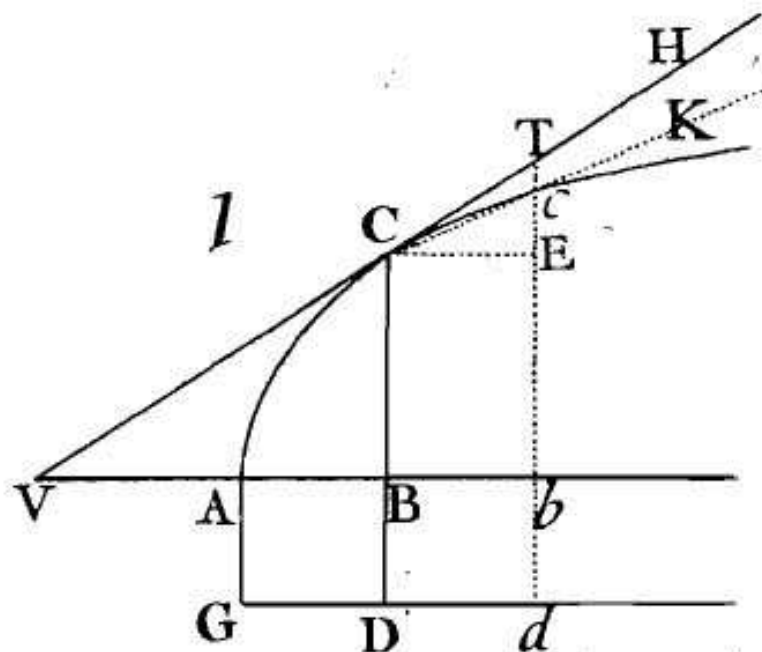
¹⁴¹I. Newton, “De Gravitatione”, *o.c.*, p. 26.

¹⁴²Geciteerd in A. Leshem, *Newton on Mathematics and Spiritual purity*, Kluwer, Dordrecht &c., 2003, p. 42.

¹⁴³*De Quadratura Curvarum*, gepubliceerd bij Clarke’s Latijnse vertaling van de *Opticks*, 1706; *Mathematical quantities I here consider not as consisting of least possible parts, but as described by a continuous motion. Lines are described, and by describing generated, not through the apposition of parts but through the continuous motion of points, surface-areas are through the motion of lines (...)* Het vertaalde fragment is geciteerd naar D.T. Whiteside, *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, vol. 8, Cambridge University Press, Cambridge, p. 123.

¹⁴⁴I. Newton, “De Quadratura Curvarum”, *o.c.*.

¹⁴⁵*Notebook*, “commentary”, p. 110.

Fluxionen en infinitesimalen¹⁴⁶

Newtons methode van “first and ultimate ratios” is dus te zoeken naar de limiet waarnaar de verhouding tussen twee *fluents* of vloeiende grootheden (integralen) streeft wanneer ze tegelijk verdwijnen of nul worden.¹⁴⁷ De quadratura-figuur voegt ter berekening van de benodigde verhoudingen onder de abscisse twee hulprechthoeken toe. In Newtons redenering geven het zeer, maar *niet* oneindig, kleine tijdsfluxion Bb en het afgeleide fluxion Cc de congruente driehoek CEc. Men heeft de congruentie dus nodig voor het bepalen van de “ratios”. Newton laat geen gelegenheid onverlet om erop te wijzen dat zijn methode daarom met die der Ouden in overeenstemming is. In de *Quadratura* zegt hij bijvoorbeeld:

*In finite quantities, however, to institute analysis in this way and to investigate the first and last ratio of nascent or vanishing finites is in harmony with the geometry of the ancients, and I wanted to show that in the method of fluxions there should be no need to introduce infinitely small figures in geometry.*¹⁴⁸

¹⁴⁶I. Newton, *De Quadratura Curvarum*, o.c..

¹⁴⁷Newton voert dit begrip voor het eerst in in het opstel getiteld *Geometria curvilinea*, dat te vinden is in volume 4 van de *Mathematical Papers*. Zie ook GUIC, P. 33.

¹⁴⁸Geciteerd in D.T. Whiteside, *The Mathematical Papers*, vol. 8, p. 129.

increment = in-
finitesimaal

Het fluxionenformalisme is equivalent met de differentiaal- en integraalrekening ontworpen door Leibniz (zie verder) *wanneer men x behandelt als een infinitesimaal*.¹⁴⁹ Op deze basis werden reeds aan het begin van den achttienden eeuw “vertalingen” van tractaten over fluxionen naar tractaten over differentialen gemaakt en terug. Men ziet op de tekening trouwens de fijne stippellijn die de infinitesimale afname van het verschil tussen de karakteristieke driehoek van de te benaderen kromme en de echt congruente driehoek CTE weergeeft: *These figures (...) are not static, as in classic geometry: they must be conceived to be ‘in motion’*.¹⁵⁰ Newtons claim in de *Quadratura* dat hij geen infinitesimalen gebruikt — *volui ostendere quod in Methodo Fluxionum non opus sit figuras infinite parva in Geometriam introducere* — komt daarmee wel op losse schroeven te staan.¹⁵¹ Als klap op de vuurpijl wordt juist deze figuur door Mancosu¹⁵² gebruikt voor een bespreking van de oneindige veelhoekenmethode op basis van een postulaat van de Marquis de L’Hospital, een volgeling van Leibniz! Daar is de infinitesimaal bewegende benaderingsrechte die bij Newton de infinitesimaal voorstelt er wel uit verdwenen, en is er een Leibniziaanse karakteristieke driehoek in de plaats gekomen. De tegelijkertijd theologische en (meta)fysische scheiding tussen ‘absoluut’ en ‘relatief’ is in zijn wiskunde blijkbaar niet te handhaven. Het is dit feit dat Berkeley scherp en met duidelijk veel *goesting* aan het licht brengt in zijn *Infidel Analyst*.¹⁵³ De lezer merke op dat aan de titel alleen al te zien is dat ook Berkeley weer in de eerste plaats door theologische motieven bewogen wordt. Guicciardini’s voorstelling¹⁵⁴ (zie hieronder) komt veel dichterbij de waarheid. Zijn figuur geeft de continue stroming van een punt weer. De methode van “first and ultimate ratio’s” berust op *Principia*, lemma 1: *Grootheden en ook verhoudingen van grootheden die “binnen eender welke eindigen tijd” constant naar gelijkheid toe bewegen, en die voor het einde van die tijdsperiode elkaar zo dicht benaderen dat hun verschil kleiner is dan eender welk gegeven getal, worden uiteindelijk gelijk*.¹⁵⁵ In Newtons opinie voldoen zij aan het axioma van Archimedes¹⁵⁶; toch gedragen zij als infinitesimalen.¹⁵⁷ Leshem ziet dit over het hoofd; haar bespreking van Newtons methode¹⁵⁸ klopt dus wel met zijn intenties, maar niet met de feiten...

¹⁴⁹GUIC, p. 251.

¹⁵⁰GUIC, p. 32.

¹⁵¹Een grondige bespreking der tangensmethode in D.T. Whiteside, “Mathematical Thought”, p. 248 sq.

¹⁵²*o.c.*, p. 152-154. zie verder in deze tekst.

¹⁵³<http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Berkeley/Analyst/Analyst.html>

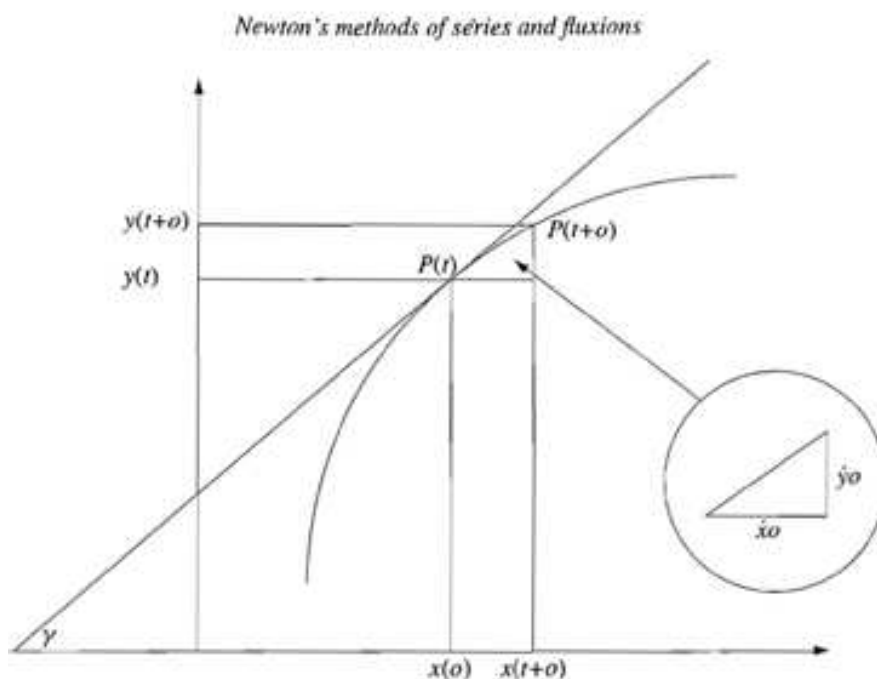
¹⁵⁴GUIC, p. 24.

¹⁵⁵VARIO, p. 73, vgl. GUIC. p. 43.

¹⁵⁶D. Bertoloni Meli, *Equivalence and Priority. Newton versus Leibniz*, Clarendon, Oxford, 1993, p. 91.

¹⁵⁷Westfall wijst er trouwens op dat Newton op vele plaatsen in de *Principia* als het hem uitkomt gewoon naar het veelhoekenmodel overstapt. R.S. Westfall, *Force in Newton’s Physics: the science of dynamics in the seventeenth century*, Elsevier, Amsterdam en New York, 1971.

¹⁵⁸A. Leshem, *o.c.*, p. 44-46.



De “characteristieke driehoek” bij Newton.¹⁵⁹

Dit mag ons, gezien onze uitgangshypothese, niet te zeer verbazen: beide beantwoorden immers aan dezelfde *diepe ontologie*, die juist in de paradoxen van het oneindige en de beweging aan de orde is. Ik ben het dan ook *niet* eens met Guicciardini's stellingname, dat de methoden ontwikkeld door Newton en Leibniz, ondanks hun formele aequivalentie, praktisch gezien niet aequivalent zijn, omdat hun auteurs *held very different values and different expectations (...) the two mathematicians shared a common mathematical tool but used it for different purposes*.¹⁶⁰ Ik ga er natuurlijk mee accoord dat zij over een heel aantal onderwerpen van het grootste belang er zeer verschillende standpunten op nahielden, maar deze onderscheiden bevinden zich allemaal binnen het raamwerk van de metafysische scheidingsontologie. Ik heb juist proberen aan te tonen dat, hoewel hun verschillende wiskundige methoden op een beslissende manier mee gevormd zijn door hun verschillende specifieke metafysische uitgangspunten — essentieel: de keuze voor de discrete, combinatorische kant van de paradox (de megalá) en aan de andere voor de meetkundige, continue kant (de mikra) — de grondstructuur van hun formeel begrippenapparaat toch overeenkomt juist omdat ze (tot op zekere hoogte succesvol) hetzelfde nastreven: een methode vinden voor het verwerven van zekere kennis over deze wereld. Dit achtten zij de eerste en noodzakelijke voorwaarde om tot meer inzicht te komen omtrent Gods bedoelingen met Zijn schepping doorheen zijn werken, en alzo tot het bepalen van de juiste en voor iedereen aanvaardbare grondbeginselen voor een opnieuw eengemaakte Christelijke religie een kwestie

¹⁵⁹GUIC, p. 24.

¹⁶⁰GUIC, p.136.

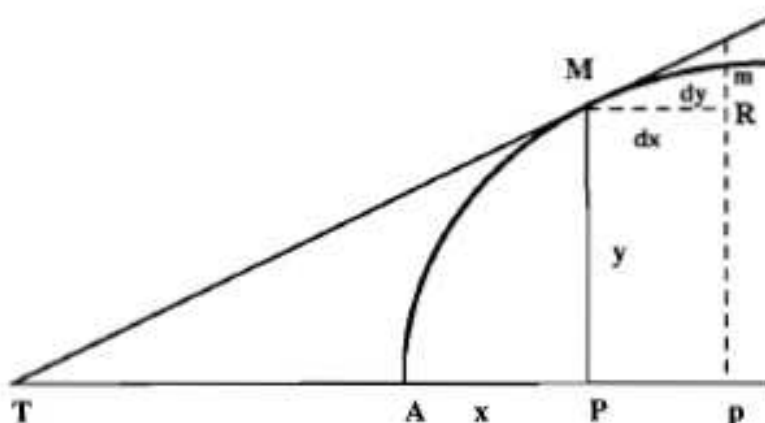
die urgent geworden was sinds de godsdienstoorlogen en de instorting van oude zekerheden waarmede die gepaard zijn gegaan. Het ziet er dus naar uit dat de door Newton en Leibniz gehanteerde methoden, ondanks hun filosofisch en formeel zo verschillende uitgangspunten, op elkaar kunnen worden teruggevoerd als het om de paradoxen van het oneindige of de bewegingsparadoxen gaat. In het licht van de hedendaagse opvattingen over de wiskunde lijkt dit misschien een platitude, maar dat is het alles behalve, *juist omdat* de beide methoden intrinsiek zo verschillend zijn. De verklaring moet volgens ons gezocht worden in het feit dat er een onderliggende gemeenschappelijke structuur aan het werk is, te weten: binnen de grenzen uitgezet door de scheidingsontologie die inhaerent is aan de logica omgaan met de veelheids- en bewegingsparadoxen, op een manier die de verschijnselen adequaat beschrijft. Ik denk dat men veilig kan stellen dat Newtons aanpak a priori vanuit de *mikra*, het continue, het meetkundige vertrekt, en het ontbrekende aspect der *megala* toevoegt onder de vorm van zijn eindige pseudo-infinitesimalen, waardoor de beide soorten oneindigheid in de relatie absoluut/relatief is zijn systeem aanwezig zijn zonder de logische consistentie te verstoren. Dit is erg verwant aan de relatie ideeënwereld/verschijnselenwereld bij Plato. Leibniz daarentegen vertrekt van een meer dynamische visie die werkt op basis van relaties tussen discrete grootheden en algebraïsche combinatoriek. Bij hem is er eveneens een Platoonse achtergrond, nu van perspectivische mogelijkheden.¹⁶¹ Laten we nu kijken hoe het bij hem met Zeno's oneindigheden en de relatie ertuseen gesteld is. Een volledige bespreking van Leibniz' subtiele opvattingen over het oneindige valt buiten het bestek van dit proefschrift. Ik verwijs naar de in de bibliographie vermelde *gradaties van oneindigheid* uitgebreide (en lang niet altijd eensgezinde!) literatuur terzake. In het hiernavolgende bepaal ik mij tot een beknopte bespreking van hetgeen noodzakelijk is voor ons onderwerp. Leibniz aanvaardt uitdrukkelijk *gradaties van oneindigheid*. Hij maakt en zorgvuldig onderscheid tussen "oneindig" en "onbepaald": *Ce qui est valable en ce qui concerne un nombre, cela n'est pas valable à l'égard d'un nombre infini. "Certe indefinitus terminorum numerus est finitus, non ergo infinitus" ou "en tout cas un nombre indéfini de termes est fini, donc il n'est pas infini"*.¹⁶² Dit komt niet helemaal neer op het onderscheid tussen het (aftelbare) potentieel en het (overaftelbare) actueel oneindige, omdat hij ook zegt dat het actueel oneindige *opgevat als reëel uit delen bestaand* een absurditeit is, omdat het tot contradicties leidt. (briefwisseling met Varignon, Bernoulli, infinito, p. 37). We zagen dat dit inderdaad het geval is! Dit geldt ook, zegt hij, voor oneindig kleine grootheden, voor infinitesimalen. Daarom plaatst hij beiden in het rijk van het mogelijke, het ideële, de wiskunde: *Leibniz had clearly asserted the existence of a hierarchy of infinite numbers* (in the 1696 issue of the *Acta Eruditorum*).¹⁶³ Leibniz' methode bestaat essentieel uit een consequente toepassing van het oneindige veelhoeken-idee, waarbij de delen van de kromme expliciet als infinitesimalen worden gezien.

¹⁶¹H.B. Downing, *o.c.*, p. 5.

¹⁶²E. Knobloch, "L'Infini dans les mathématiques de Leibniz", *L'Infinito*, p. 37.

¹⁶³P. Mancosu, *o.c.*, p. 164.

Philosophy of Mathematics



164

Stel dat de bestudeerde kromme een parabool is. We zullen stellen dat de “driehoek”¹⁶⁵ MRm met als schuine zijde een stukje van de parabool, slechts infinitesimaal verschilt van het driehoekje waarin deze ingeschreven is, en dat congruent is met de grote driehoek TPM. de congruentie laat toe verhoudingen tussen de lengten van zijden $x : y$ en $dx : dy$ te bepalen. Het verschil tussen ywee punten geeft informatie over de kromme (vandaar het gebruik van oneindige reeksen). De verlenging van een van de zijden van zulk een karakteristiek driehoekje¹⁶⁵ geeft de tangens aan de kromme in een punt. Men bepaalt de kromme niet direct door de tangens (de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de kromme in een punt, die samenvalt met de schuine zijde), maar met behulp van den subtangens TP, het segment van de abscisse afgesneden door de loodlijn in het beschouwde punt. Aangezien de driehoek rechthoekig is, zijn deze methoden natuurlijk aequivalent.¹⁶⁶ Leibniz zal nu niet enkel stellen dat het aantal driehoekjes oneindig en dus oneindig klein is, hij zegt ook dat ze zo moeten zijn terwille van de logische consistentie van de theorie! In een onuitgegeven manuscript luidt het dat de directe bewijsmethode bedrieglijk is. Men moet redeneren vanuit het absurde als men op een zeker fundament wil staan om te werken met infinitesimalen. Leibniz keert het traditionele bewijs tegen dit argument om: het is juist omdat infinitesimalen kleiner zijn dan elk reëel getal, dat het mogelijk is te bewijzen dat de benaderingsfout kleiner zal zijn dan welk gegeven getal ook...¹⁶⁷

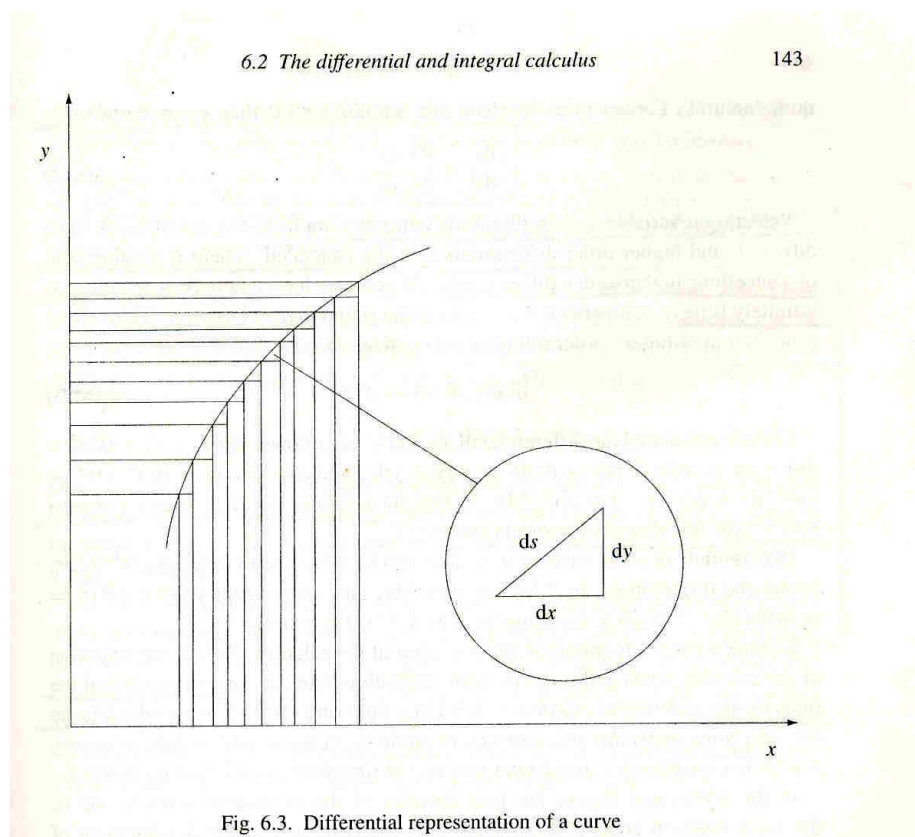
*caracteristieke
driehoek*

¹⁶⁴N. Guicciardini, *Reading the Principia*, p. 143.

¹⁶⁵Dit idee ontleende Leibniz aan Pascals *Lettres de A. Dettomville*, uit 1659.

¹⁶⁶P. Mancosu, p. 153.

¹⁶⁷G.W. Leibniz, “De infiniti et indefiniti differentiae”, aangehaald in E. Knobloch, “L’infini dans les mathématiques de Leibniz”, in: *L’infinito*, p. 37.



168

Laten we eens kijken naar Guicciardini's samenvatting van Leibniz' procedure. Er zijn, volgens hem, bij de Leibnizianse voorstelling van een kromme C , drie belangrijke aspecten in het geding:

(1) The symbols d and \int , applied to a finite quantity x , generate an infinitely little and an infinitely great quantity respectively. So, if x is a finite angle or a finite line, dx and $\int x$ **are, respectively, an infinitely little and an infinitely great angle or line**. So the two symbols d and \int change the order of infinity but preserve the geometrical dimensions. Notice that Newton's dot symbol does not do that. If x is a finite flowing line, \dot{x} is a finite velocity.

(2) Since geometrical dimension is preserved, the symbols d and \int can be iterated so that higher order infinitesimals and higher order infinities are obtained. So ddx **is infinitely little compared with dx , and $\int \int x$ is infinitely great compared with $\int x$** . A hierarchy of infinitesimals and infinities is thus obtained. (...).¹⁶⁹

¹⁶⁸N. Guicciardini, *Reading the Principia*, p. 143.

¹⁶⁹GUIC, p. 142.

3) The representation of the curve C in terms of differentials can be achieved in a variety of ways.

Het laatste punt is eigenlijk een variant op het thema van het Ene en het Vele zoals we het reeds tegenkwamen in de discussie over Leibniz' perspectivisme. Punt 1) bijzonder interessant omdat het de inverse operaties 'afleiden' en 'integreren' met de twee aspecten van Zeno's paradox gelijkstelt. Vinden wij daarin ook effectief sporen van de twee Zeno-cardinaliteiten terug? Het lijkt mij van wel, wanneer we rekening houden met Leibniz' begrip *onvergelijkbaarheid*: Onvergelijkbare getallen zijn getallen die geen gemeenschappelijke maat hebben, m.a.w., de irrationalen uit de traditie. Meetkundig komen daarmee punten en eindige lijnstukjes overeen. Bij gebrek aan de notie "cardinaliteit" vervullen de infinitesimalen daartussen blijkbaar een verbindende rol. Men kan in de ondeelbaren- of de veelhoekenmethode immers geen punten of eindige lijnstukken gebruiken. Ge zoudt onmiddellijk in een van de extreme aspecten van Zeno's paradox belanden, het oneindig grote of het oneindig kleine, maar *niet* beide tegelijk, terwijl alleen zij samen een echt eindig ding kunnen opleveren. Leibniz noemt de infinitesimaal dan ook "la ligne interminée", en het is heel instructief om van nabij zijn pogingen tot definitie van deze vreemde entiteit te volgen. Zijn eerste poging plaatst het onbepaalde lijnstuk tussen de grootst en de kleinst mogelijke lijnen:

*La ligne terminée est d'une certaine manière dans le milieu entre la ligne la plus petite et la ligne la plus grande: c'est-à-dire la ligne vraiment interminée: **linea minima – linea terminata – linea maxima.***

't Is dus in feite de paradoxale entiteit waarin het Grootste en het Kleinste samenvallen. Met deze formulering zou Zeno ongetwijfeld zeer tevreden zijn geweest. Niet zo Leibniz. Onbevredigd met deze flagrante paradox gooit hij het over een andere boeg: het onbepaalde lijnstuk is een wiskundig object van een eigensoortige orde, en moet noch als deel (van een eindig lijnstuk), noch als geheel (van punten) worden opgevat.

La grandeur d'une ligne interminée est aussi peu le sujet des considérations géométriques que la grandeur d'un point. On additionne ou soustrait en vain même infiniment de points. Une ligne interminée répétée à volonté peut aussi peu effectuer ou épuiser une ligne interminée.¹⁷⁰

De onbepaalde lijn — de infinitesimaal — legt de formele verbinding tussen beide werelden, zonder er zelf toe te behoren. Ik ben geneigd te zeggen dat ze de cardinaliteitssprong uit Zeno's procedure 3 vertegenwoordigt. En evenmin als een onbepaalde lijn een lijn is, is een cardinaliteitssprong een cardinaliteit.

§4. EN OPNIEUW ZENO.— Met dit alles in het achterhoofd rijst als vanzelf de vraag of het mogelijk is om een direct verband te leggen tussen infinitesimalen en Zeno's paradoxen zoals wij die hebben geanalyseerd. Om het een beetje stout te formuleren: zijn er aanwijzingen over hoe 'n door Zeno zelf uitgedachte calculus eruit zou zien? We zagen alleszins dat in Zeno's procedure als vanzelf de notie 'infinitesimaal' opduikt. We weten dat infinitesimalen in soorten bestaan, en dat de keuze voor

¹⁷⁰E. Knobloch, "L'infini dans les mathématiques de Leibniz", in: *L'infinito*, p. 40.

Nieuwentijt

een bepaalde soort sterk het theoretisch kader kan bepalen. Laten we dus om te beginnen eens zien aan welke voorwaarden Zeno-infinitesimalen zouden moeten moeten voldoen. We zoeken naar een begrip dat infinitesimalen als echte wiskundige objecten behandelt en niet louter als de logische consequentie van de invoering van een speciale operator, zoals in het geval van Robinson (we behouden wel zijn notie van ‘hyperrealiteit’). Dit volgt uit het feit dat ze moeten kunnen dienen om de “gaten te dichten” in Zeno’s continuüm. Bovendien zijn deze gaatjes noodzakelijkerwijze kleiner dan welk reëel getal ook. Welnu, dergelijke infinitesimalen werden in de periode die het onderwerp van dit hoofdstuk uitmaakt in de infinitesimaalrekening ingevoerd door **Bernard Nieuwentijt**, een zeventiende-eeuwse Nederlandse wiskundige en theoloog.¹⁷¹ Hij verdedigt zijn opvatting van infinitesimalen in een grondslagdiscussie met Leibniz, die plaatsvond in den loop van de jaren 1694-1696, over veronderstelde inconsistenties in diens versie van de infinitesimaalrekening. Nieuwentijts kritiek op Leibniz was in wezen gegrond in een andere visie op de wiskunde van ‘oneindig’, dus, zoals al in het bovenstaande ter sprake kwam, over dé centrale notie waar het in de wiskunde uit die periode om draaide.¹⁷² Technisch gezien had zijn kritiek vooral betrekking op Leibniz’ gebruik van hogere orde differentiaal¹⁷³, en lijkt dus aan te sluiten bij Berkeley’s aanval op de Newtonianen in de *analyst*.¹⁷⁴ Hij brengt tegen Leibniz o.m. in dat er geen gradaties zijn in oneindigheid. Nieuwentijts kritiek heeft echter fundamenteel andere gronden omdat hij, in tegenstelling tot deze laatste, het gebruik van het potentieel oneindige niet verwerpt, integendeel zelfs het actueel oneindige aanvaardt! Nieuwentijts aanpak geeft een heel ‘moderne’ indruk. Hij was niet tevreden met het *ad hoc* karakter van de benadering waarop veel oplossingen in de analyse van zijn tijd steunden. Hij stelt zich expliciet ten doel een logisch consistente grondslag voor de infinitesimaalrekening te ontwikkelen, waarin alle stellingen uit één grondaxioma worden afgeleid, waarbij krommen als oneindige veelhoeken beschouwd worden. Zijn bedoelingen zijn daarbij in de eerste plaats systematisch en didactisch; inderdaad in zijn *Anbalysis infinitorum* het eerste systematische leerboek dat over de infinitesimaalrekening wordt gepubliceerd, nog vóór het beroemde werk van de L’Hospital.¹⁷⁵ Het staat vast dat hij het werk van Barrow kende en gebruikte, maar met Leibniz’ aanpak maar in contact kwam tijdens het schrijven van zijn eigen werk. Zijn grondaxioma formuleert hij als volgt:

*alles wat, vermenigvuldigd met een oneindig groot getal, geen gegeven [eindig] getal oplevert, hoe klein ook, kan niet onder de zijnden worden gerekend, maar moet in de meetkunde worden beschouwd als een louter niets.*¹⁷⁶

¹⁷¹Ik kwam zijn naam voor het eerst tegen bij J. L. Bell, “Infinitesimals and the Continuum”, *Mathematical Intelligencer*, 17, 2, 1995, vtn 2. Meer uitleg in J.L. Bell, *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy*, Polimetria, Milano, 2005. Een grondige bespreking in den context van de historische periode in P. Mancosu, *o.c.*, pp. 156-164.

¹⁷²R.H. Vermij, “Bernard Nieuwentijt and the Leibnizian Calculus”, *Studia Leibnitiana*, XXI/1, 1989, p. 69-86.

¹⁷³R.H. Vermij, *Secularisering en natuurwetenschap in de zeventiende en achttiende eeuw: Bernard Nieuwentijt*, Rodopi, Amsterdam, 1991, p. 24 sq.

¹⁷⁴GUIC, pp. 199-200.

¹⁷⁵B. Nieuwentijt, *Analysis infinitorum seu curvilinearum proprietatis ex polygonorum naturadeductae*, Amsterdam, 1695.

¹⁷⁶Geciteerd in R.H. Vermij, “secularisering”, p. 71.

Merk wel op dat de infinitesimaal zelf *niet* nul is! Zijn infinitesimalen zijn dus grootheden die expliciet *niet* aan het Archimedeïsche axioma voldoen. Het tweede axioma stelt dat elke eindige grootheid in een oneindig aantal oneindig kleine grootheden kan worden onderverdeeld. Op basis hiervan ontwikkeld hij een variant op de oneindige veelhoekenmethode, waarbij het berekenen van den (sub)tangens van een kromme centraal staat. Wanneer men een infinitesimaal beschouwd als een breuk $\frac{a}{m}$, met $m \rightarrow \infty$ ¹⁷⁷ en a eindig, dan kunnen op grond van het bovenstaande axioma de zijde van een karakteristieke driehoek die de gezochte kromme (op een infinitesimaal verschil na) als schuine zijde heeft, eraan worden gelijkgesteld. Dit noemt hij “reductio ad infinitesimas” door de substitutie $x = x - \frac{h}{m}$. Deze punten worden geacht ook aan de vergelijking van de kromme te voldoen. Machten van termen met infinitesimalen kunnen worden geschrapt. Waarom? Alles draait rond de ontologische status van infinitesimale grootheden: bestaan ze werkelijk in het ‘echt’, of zijn het louter technisch handige ficties die eindige benaderingen representeren? In het laatste geval worden enkel potentiële oneindigheden aangenomen, zoals vereist in Archimedes’ meetkundige uitputtingsmethode, waar zowel Newton als Leibniz zo graag naar verwijzen om aan te tonen dat hun eigen methoden ermee in overeenstemming zijn.¹⁷⁸ Nieuwentijts critiek is dat dergelijke benaderingen onvoldoende rigoureuus zijn, en nooit tot een exacte definitie van infinitesimaal kunnen leiden. Ze zijn met andere woorden ongeschikt om als basis te dienen voor geldige logische deducties. Op basis van zijn grondaxioma kunnen daarentegen exacte rekenregels voor het oneindige opgesteld worden. Er kan bijvoorbeeld bewezen worden dat het product van twee infinitesimalen nul moet zijn. inderdaad, zij $\frac{a}{m}$ een infinitesimaal. Dan zal het bijvoorbeeld het kwadraat $(\frac{a}{m})^2$ vermenigvuldigd met het oneindig grote getal m geen eindig resultaat opleveren omwille van de m die in den noemer overblijft. Dus volgens het grondaxioma is dit product te beschouwen als gelijk aan 0.¹⁷⁹ Alles wat over de rand van de wiskundige zichtbaarheid blijft vallen zal *niets* zijn. Zijn definitie voor infinitesimalen is dan ook als volgt: *Si pars qualibet data minor $\frac{b}{m}$ ducatur in se ipsam, vel aliam qualibet data minorem $\frac{c}{m}$, erit productum $\frac{bb}{mm}$ seu $\frac{bc}{mm}$ aequale nihilo seu non quantum. [wanneer een zeker infinitesimaal deel [van een zijde; we denken in termen van meetkunde!] $\frac{b}{m}$ op zichzelf wordt toegepast, of een ander infinitesimaal deel $\frac{c}{m}$, dan zal het product the product $\frac{bb}{mm}$ of $\frac{bc}{mm}$ gelijk zijn aan nul, oftewel geen grootheid bezitten.]*¹⁸⁰ Alhoewel ze zelf *verschillend* zijn van nul is hun kwadraat zo klein dat het in het niets verdwijnt. Een eenvoudige wiskundige intuïtie van dit idee kan verkregen worden door te kijken naar het kwadraat van eender welke eindige breuk, zeg $\frac{1}{4}$. Een zestiende deel is inderdaad heel wat kleiner dan een vierde deel! Een ander voorbeeld is het kwadraat van het decimaal getal 0,0001. Vergeet niet dat Nieuwentijts het bestaan van het actueel oneindige aanneemt. Zodus wordt het infinitesimaal zijn van iets een definieerbare eigenschap.

¹⁷⁷Uit de definities op p. 1 van zijn boek is het ondubbelzinnig duidelijk dat hij echte infinitesimalen op het oog heeft: m is “data major” = “infinitam” en b/m “data minor” = “infinitesimam”.

¹⁷⁸N. Guicciardini, *o.c.*, p. 164 sq.

¹⁷⁹R.H. Vermij, “*Leibnizian Calculus*”, p. 72. Een detailstudie van Nieuwentijts methode vergeleken met de andere toenmalige wiskundige practijken in H. Weissenborn, *Die Prinzipien der höheren Analysis in ihrer Entwicklung von Leibniz bis auf Lagrange, als ein historisch-kritischer Beitrag zur Geschichte der Mathematik*, H.W. Schmidt, Halle, 1856.

¹⁸⁰B. Nieuwentijts, *Analysis infinitorum*, Praefatio, lemma 10.

Dit soort getallen worden *nulmachtig* of *nihilpotent* genoemd. Hierin ligt de oorsprong van zijn kritiek op Leibniz' hogere ordedifferentialen.

Ik stel voor deze nihilpotente getallen *Nieuwentijfinfinitesimalen* te noemen. Laten we nu in wat mer detail gaan kijken naar de eigenschappen van de verzameling der Nieuwentijfinfinitesimalen \mathbb{B} ('B' van Bernard).¹⁸¹ We beschouwen \mathbb{B} als een vlak $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ waarin het getal (a, b) uit een reële component a en een hyperreële component b bestaat. Het laatste getal is de coefficient van de infinitesimaal h . Optelling van twee zulke hyperreële getallen gebeurt componentsgewijze: $(a + bh) + (c + dh) = (a + b) + (c + d)h$. Voor de vermenigvuldiging hebben we: $(a + bh) \cdot (c + dh) = ac + adh + bhc + bdh^2 = ac + (ad + bc)h$, of $(a, b)(c, d) = (ac, ad + bc)$. Met andere woorden, we vermenigvuldigen $a + bh$ en $c + dh$ als veeltermen in de veranderlijke h , met $h^2 = 0$. Dit blijft natuurlijk gelden voor alle veelvouden van h^2 . We zagen reeds dat ons getal $(0, 1)$ zo klein is dat, hoewel zelf verschillend van 0, zijn kwadraat gelijk is aan 0.¹⁸²

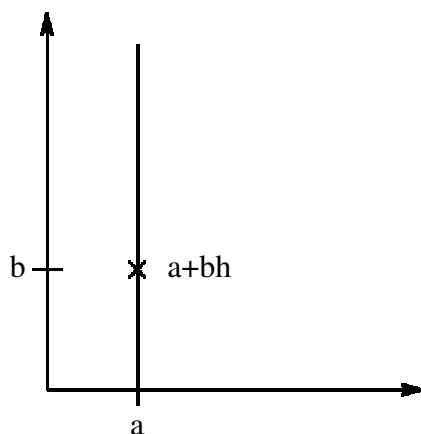


Figure 6.1: het nihilpotente getal $a + bh$

aan elke bh een unieke positie toe op de rechte parallel aan de ordinaal door a . Deze parallelle rechten bezetten op hun beurt unieke plaatsen toegekend door a op de abscisse. De orderrelatie voldoet aan de voorwaarde voor totale orde: $\forall h_r \in \mathbb{B} : (a, b) \leq (c, d)$ or $(c, d) \leq (a, b)$. De totale orde op \mathbb{B} zal door het *eerste verschil* worden bepaald, zodat ze bovendien ook nog lexicographisch is. Dit is in overeenstemming met wat we vonden voor Zenogewijze deling. Het is verder mogelijk om \mathbb{R} in te bedden in \mathbb{B} door middel van de injectie $\iota : \mathbb{R} \hookrightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} : r \mapsto h_r$ with $h_r = (r, 0)$. Deze inbedding bewaart de orde. Keren we nu terug naar onze oorspronkelijke vraag: gegeven dat de lexicographische orde die $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ regeert verhindert dat de dubbelpunten $d < d'$ van

Dankzij deze eigenschappen is \mathbb{B} een commutatieve ring met eenheidselement, die een algebra vormt over het lichaam \mathbb{R} . Deze \mathbb{R} -algebra is dan het ringtheoretisch quotient $\mathbb{R}[h]/(h^2)$ van $\mathbb{R}[h]$. $\mathbb{R}[h]$ is de veeltermring in de veranderlijke h , waarbij (h^2) , het ideaal voortgebracht door h^2 , uitgedeeld wordt, zodat de ring $\mathbb{R}[h]/(h^2)$ ook echt de ring der nulmachtige getallen is. De voorstelling in het vlak $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ laat ons toe een meetkundige interpretatie aan $h_r = a + bh$ met $r \in \mathbb{R}$ te geven, zoals te zien is in de figuur. Deze figuur geeft verder ook bijkomende informatie over de ordetopologie op \mathbb{B} . Het hyperreële deel b kent

*IP comple-
teert \mathbb{R}*

¹⁸¹Ik dank de initiële suggestie dat duale of nihilpotente getallen de meest geschikte soort infinitesimalen waren voor mijn doelstellingen aan Didier Deses (VUB). Met betrekking tot hun algebra deed W. Lowen (Paris VII) vele nuttige suggesties.

¹⁸²De deling kan met behulp van de adjunct als het omgekeerde van de vermenigvuldiging gedefinieerd worden, waarbij er zorg voor moet worden gedragen dat $b \neq 0$.

samen te vallen, hoe kunnen we de gaten die erdoor in \mathbb{P} aanwezig zijn opvullen? Ons antwoord is dat de gaten gedicht worden omdat de Nieuwentijfinfinitesimalen er precies tussenin liggen. Dit antwoord impliceert dat het mogelijk moet zijn op de een of andere manier een leefbare completie van $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$ in \mathbb{B} te bouwen, en te tonen dat het resultaat aequivalent blijft met \mathfrak{J} . We botsen hier onmiddellijk op een probleem, omdat het aantal punten a op de abscisse overaftelbaar is, terwijl we slechts over een aftelbaar aantal plaatsen (d, d') beschikken om de loodrechte *priemen*¹⁸³ uit onze meetkundige voorstelling van $a + bh$ in te voegen. Laten we in eerste aanleg dit probleem gewoon terzijde schuiven en willekuerig veronderstellen dat niet elk punt a op de abscisse het vermogen heeft een hyperreële monade voort te brengen.¹⁸⁴ Wat gebeurt er wanneer we, volledig in overeenstemming met onze meetkundige eisen, een priem D_i tussen de leden van elk dubbelpunt (d_i, d'_i) steken? Deze constructie brengt inderdaad het Euclidische vlak voort, dankzij een op het eerste gezicht onwaarschijnlijk THEOREMA S dat werd bewezen door W. Sierpiński, en dat zegt:

*Sierpiński's
theorem*

het vlak is een som van een aftelbaar oneindig aantal krommen.

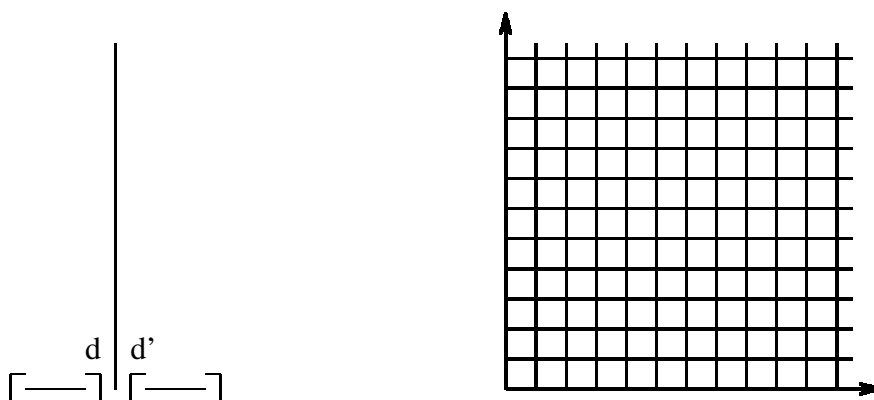


Figure 6.2: De nulmachtige getallen completeren $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$ in \mathbb{B}

Sierpiński bewees bovenal dat S *aequivalent is met CH!*¹⁸⁵ Aangzien we zelf reeds aangetoond hebben dat \mathfrak{J} aequivalent is met CH , zal hier dus de aequivalentie van S met \mathfrak{J} volstaan om de levensvatbaarheid van onze constructie te bewijzen. We gaan hier niet *in extenso* de toepasbaarheid van Sierpiński's constructie op ons geval bespreken; dat is werk voor een gespecialiseerd artikel.¹⁸⁶ Ons resultaat wordt aldus bevestigd in de twee richtingen van het argument: van \mathfrak{J} naar CH ; en van CH , via het Zenovlak

¹⁸³Omwille van de in de *Philebus* gesuggereerde veralgemening van Zeno's deling over de priemgetallen stel ik voor deze ordinale rechten aldus te benoemen.

¹⁸⁴De lezer zal spoedig appreciëren dat deze terminologie, die ik aan Robinsons basiswerk ontleen, hier zeer toepasselijk is, en bovendien ook een passend erbewijs aan hem. Cfr. A. Robinson, *o.c.*, p. 57.

¹⁸⁵Het volledige bewijs is te vinden in W. Sierpiński, *Hypothèse du Continu*, Z. Subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Warsawa/Lwów, 1934, pp. 9-12 [Reprinted by Chelsea Publishing Company 1956].

¹⁸⁶Sierpiński bewijst eerst het zwakkere theorema S^* : *De verzameling van de punten van het vlak is zelf de som van twee verzamelingen waarvan de ene ten hoogste aftelbaar is op elke rechte parallel aan de ordinaat,*

Zenovlak

dat uit S oprijst terug naar \mathfrak{Z} . Onze uitgangshypothese, namelijk dat enkel op de *loci* (d_i, d'_i) het reële deel a het vermogen heeft een hyperreële monade voort te brengen die met een priem D_i samenvalt, voldoet aan de eisen levensvatbaarheid en aequivalentie, en kan bijgevolg worden aanvaard. Onze inbedding zal er nu als volgt uitzien: $\epsilon : \mathbb{P} \hookrightarrow \mathbb{P} \times \mathbb{P} : r \mapsto h_r$ with $h_r = (r, 0)$; zij bewaart de orde. Het is echter niet duidelijk wat dit betekent in termen van het gedachtenexperiment dat de kern van Zeno's procedure uitmaakt. Om zicht te krijgen op de "fysische" betekenis van dit wiskundig model zouden we de meetkundige gevolgen ervan moeten nagaan. Er zal blijken dat deze ons terugvoeren naar de bewegingsparadoxen, en aldus ons op de bronnen gebaseerde methodologische beginsel van de eenheid van Zeno's paradoxen op een onverwachte manier bevestigen.

MEETKUNDIGE IMPLICATIES.¹⁸⁷ In het hiernavolgende zullen we een beknopt overzicht geven van de meetkundige gevolgen van onze Zenorepresentatie \mathfrak{Z} . Ook hier weer zal volstaan worden met een beargumenteerde schets van de wiskundige ideeën, en de gedetailleerde uitwerking ervan naar later verschoven. Om kort te gaan: de meetkunde van \mathfrak{Z} werpt een verhelderend licht op Zeno's paradoxen vanuit een natuurkundig perspectief, en laat toe de standaardopvatting van de bewegingsparadoxen binnen het bereik van ons model \mathfrak{Z} te brengen. Om te beginnen een richtinggevende bemerking. We zullen gaan werken in den geest van het befaamde *Erlanger Programm*, geformuleerd door F. Klein in 1872.¹⁸⁸ In plaats van ons te richten op meetkundige objecten op zich zullen we ons concentreren op objecten die onder de actie van een groep van transformaties invariant blijven. De algebraïsche uitdrukking voor Nieuwentijtfinitesimalen is een eerste orde veelterm, de vergelijking van een Euclidische rechte. Zulk een veelterm $a + \eta b$ kan ook gezien worden als een punt (a, b) in een tweedimensionale ruimte. Het nut van een dergelijke voorstelling wordt duidelijk uit het voorbeeld van de complexe getallen $g = a + ib$, met $i^2 = -1$ for $\eta = i$; hun meetkundige voorstelling is de complexe gedaante van het Euclidische vlak met zijn bijbehorende statische, Euclidische meetkunde. Noemen we $a + \eta b$ een tweedimensionaal getal¹⁸⁹ en vragen we ons af voor welke *andere* waarden van η er een meetkundige representatie bestaat.¹⁹⁰ Is er een kandidaat die zich aandient als de representant van onze Nieuwentijtfinitesimalen $g = a + hb$; $h^2 = 0$, met $\eta = h$? Alhoewel niet zo bekend is er inderdaad een: de **Galileaanse meetkunde**.¹⁹¹ Dit is de meetkunde waarin de beweging van lichamen *qua beweging* in de klassieke mechanica wordt beschreven, en hij is (uiteraard, zouden we moeten zeggen) niet-Euclidisch! We zien verder dat de eerste orde veelterm die elk

de andere ten hoogste aftelbaar op elke rechte parallel aan de abscisse. Deze voorwaarde is in ons geval duidelijk vervuld. Volsta het op te merken dat de 'kleuring' der punten die in Sierpiński's opzet noodzakelijk is, op een natuurlijke manier voorhanden is door de *canonieke keuzen* die de orde op \mathbb{P} bepalen.

¹⁸⁷P. Cara (VUB) and F. Buekenhout (ULB) hebben mij in vele uren vruchtbare discussie enorm geholpen bij de ontwikkeling van de ideeën die hier zullen worden uiteengezet. Het was trouwens P. Cara die mij op het bestaan van de Cremonameetkunde wees.

¹⁸⁸F. Klein, "Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen", *Mathematische Annalen*, **43**, p. 63 sq., 1893.

¹⁸⁹Een suggestie die ik dank aan K. Lefever.

¹⁹⁰G.G. Emch, *Mathematical and Conceptual Foundations of 20th-Century Physics*, North-Holland, Amsterdam &c, 1984, p. 91 sq.

¹⁹¹I.M. Yaglom, *A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis*, Springer-Verlag, N. Y., 1979.

Nieuwentijtgetal beschrijft de lineaire vergelijking is van een eenparig rechte lijnige beweging in de Euclidische ruimte. De overgang van statisch naar to cinematisch is niet zo onschuldig als hij op het eerste zicht lijkt, omdat het door de introductie van *tijd* is dat men formeel beweging verkrijgt. Dit opent de poort naar limietachtige benaderingen van processen van verandering en beweging, en dus naar de traditionele visie op de bewegingsparadoxen. Euclidische meetkunde geeft ons enkel de beschrijving van de momentane toestand van een deeltje. Als we nu het hyperreële deel *bh* de snelheidscomponent van de Galileaanse transformatie $x' = x + vt$ (met *h* als Galileaanse tijd *t*) laten voorstellen, dan zien we dat alleen op de *loci* van de *dubbels* de hyperreële monaden het vermogen hebben de benodigde ruimtetijdelijke wereldlijn voort te brengen: het idee is dat er hier een soort *actie* mee gemoeid is. We zagen ook dat we desondanks het Euclidische vlak terugkrijgen. Wanneer de *bh*-coördinaat op de tijdsas ener hyperreële monade verschilt van 0 zal de overgang van Euclidische naar Galileaanse meetkunde plaatsgrijpen. Anders gezegd, het ding dat op deze coördinaten zit begint te bewegen. Alleen is deze manier van bouwen van de Galileaanse meetkunde een beetje vreemd, omdat zij lijkt te impliceren dat punten kunnen transformeren in rechten of krommen in het algemeen. Er bestaat evenwel een meetkunde waarin bepaalde punten onder specifieke voorwaarden kunnen ontploffen tot “hogere orde” punten, t.t.z., tot rechten of zelfs tot krommen in het algemeen. Dit is de **meetkunde van Cremona**¹⁹², de meetkunde der birationale transformaties van het vlak. We zullen nu de basisideeën ervan samenvatten en bij analogie van redenering aannemelijk maken dat er redelijke hoop is dat hij de geschikte meetkundige beschrijving kan geven van de transformaties die impliciet in Zeno’s procedure liggen opgeslagen.

Galileaanse
meetkunde

Zij een *birationale transformatie* φ een birationale functie van de coördinaten van x , waarbij $\varphi : V \rightarrow V' : x \rightarrow x'$. De functie φ is niet overal gedefinieerd omdat de noemer op sommige punten nul zal worden en er singulariteiten zullen ontstaan. Daarom hebben niet alle punten een beeld onder de transformatie; deze zijn dan ook niet invariant. Zij worden singuliere punten genoemd; we kunnen erover denken als ‘zwarte’ of ‘onzichtbare’ punten. We bevinden ons hier in het rijk van de algebraïsche meetkunde. Om van de delingen door nul verlost te geraken werken we bij voorkeur in het gecompleteerde, projectieve vlak. Daarin kan de transformatie beschreven worden in termen van homogene veeltermen in de coördinaten van x .¹⁹³ Singuliere punten worden gecaracteriseerd door hogere orde ‘punten’ of benaderingen in hun infinitesimale omgevingen. Zulke punten kunnen dan beschouwd worden als getransformeerd in krommen door deling door nul. Zij worden voorgesteld door veeltermen van orde n , op dezelfde manier als men in de analyse functies benadert door middel van Taylor expansies.¹⁹⁴ In ons geval zullen alle benaderingen eerste orde veeltermen zijn die Nieuwentijtinfinitesimalen voorstellen op elke *locus* waar een dubbel $[d_i, d'_i]$ bestaat, en zodoende punten in rechten transformeren. Fysisch gesproken komt dit neer op afleiden; wat nog een bijkomend argument is om te stellen dat het traditionele, tijdsaf-

meetkunde van
Cremona

¹⁹²F. Enriques, *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*, N. Zanichelli Editore, Bologna, 1915.

¹⁹³In dat geval ook kunnen ze simpleweg rationaal worden. J. Tits, *The Cremona Plane*, Lecture notes by H. Van Maldeghem and F. Buekenhout, VUB-ULB, 1999.

¹⁹⁴F. Enriques, *o.c.*, vol. II, p. 327 sq.

fijnstructuur
Zenoboom

hankelijke perspectief op de bewegingsparadoxen in onze aanpak besloten ligt. Dankzij Sierpiński's theorema is ons gecompliceerde vlak een speciaal geval van het projectieve vlak over de quotientring der nihilpotente getallen \mathbb{B} ; we zullen het $P_2(\mathbb{B})$ noemen.¹⁹⁵ de Cremonameetkunde is geaxiomatiseerd door J. Tits in de context van de incidentiemeetkunde, waarin meetkundige eigenschappen uitgedrukt worden als symmetrische relaties van doorsnede en inclusie.¹⁹⁶ In elk "zwart punt" definieert Tits een benaderingsboom die veel gemeenschappelijk heeft met (\mathcal{Z}, \leq) . Dus het singuliere punt blijkt verre van leeg te zijn, in tegendeel. Het is een in hoge mate gestructureerde entiteit. Deze bomen zijn het fundament waarop het Cremonavlak geconstrueerd kan worden als een *gebouw*, incidentiegeometrisch gesproken. Zij vertegenwoordigen dunne deelmeetkunden en worden *appartementen* genoemd.¹⁹⁷ Wat is de precieze aard van deze appartementen? Gezien de sterke analogie tussen de structuren in de axiomatisatie van Tits en de semitralies die voortvloeien uit onze Zeno-benadering, stelt F. Buekenhout het volgende theorema voor:

Het 'dunne' Zenovlak (de kleine Zenotralie \mathcal{Z}) geeft ons de [aequivalentieklasse van] appartementen in het gebouw dat gevormd wordt door het Cremonavlak.

opnieuw de
classieke
mechanica?

Er moet natuurlijk nog rigoureuus bewezen worden dat dit theorema houdt en dus het gewenste verband legt. Indien het zou werken zou dat betekenen dat de "Zenorechte" identiek is aan de Cremonarechte. In dat geval kunnen we met behulp van een soort "Zenomicroscoop" van zeer nabij kijken naar de Nieuwentijtfinitesimalen die verre van structuurloos blijken te zijn, en de Zenoboom fractaalsgewijs in hun fijnstructuur lijken te herhalen. Dit roept onmiddellijk reminiscenties op aan de eerder besproken Platofractaal. Wellicht is dit een eerste stap in de richting van meer inzicht in den oorsprong van de cardinaliteitssprong die zo wezenlijk is in Zeno's paradoxale procedure. De vraag blijft dan wel hoe de birationale transformaties eruit moeten zien onder dewelke de Nieuwentijtfinitesimalen invariant zijn. Dit vraagstuk oplossen zou als het goed is ons terugbrengen bij de Galileaanse meetkunde, en dus bij de classieke mechanica, waar Zeno's bewegingsparadoxen ook echt thuishoren. Zo zouden we de cirkel van ons onderzoek rond maken door te tonen dat Zeno's paradoxen niet enkel onderhuids in onze fysieke modelisaties aanwezig blijven, maar ook dat zij als basis kunnen dienen voor een werkbaar alternatief voor de bestaande fysieke theoriën over beweging. Voorlopig is dit echter toekomstmuziek.

¹⁹⁵F. Buekenhout and P. Cameron, "Projective and Affine Geometry over Division Rings", in F. Buekenhout (ed.), *Handbook of Incidence Geometry*, Elsevier, Amsterdam, 1995, pp. 27-62.

¹⁹⁶J. Tits: *Théorie des groupes*, Collège de France, Résumé des cours et travaux, 1998-1999.

¹⁹⁷In Tits' oorspronkelijke woordenschat waren dat de "squelettes" en de "ossuaires"!

HOOFDSTUK 7

BESLUIT

§1. GESCHEIDEN ZIJN IS WAARGENOMEN WORDEN.— Ik heb in dit proefschrift, naar ik hoop overtuigend, aangetoond dat de *paradoxe grondstructuur* van onze werkelijkheid, **zijn en niet zijn**, door Zeno zo helder naar voren gebracht als *veelheid* en *beweging*, in elk metafysisch gestructureerd wereldbeeld — ook dat der exacte wetenschappen — volledig aanwezig blijft, zij het op een (deels) geneutraliseerde manier. Beweging is de weg die openblijft wanneer men het oneindige wil vermijden. Het ziet er dus naar uit dat ook de de door Newton en Leibniz gehanteerde methoden, filosofisch en formeel zo verschillend, als het op de oneindigheidsparadoxen aankomt op elkaar kunnen worden teruggevoerd. Dit mag ons, gezien onze uitgangshypothese, niet verbazen: beide beantwoorden immers aan dezelfde *diepe ontologie*, die die de logische kern bevat nodig om meta-fysisch in het reine te komen met de paradoxen van het vele (oneindige) en die der beweging. Ik ben het dan ook *niet* eens met Guicciardini's stellingname, dat de methoden ontwikkeld door Newton en Leibniz, ondanks hun formele aequivalentie, praktisch gezien niet equivalent zijn, omdat hun auteurs *held very different values and different expectations (...) the two mathematicians shared a common mathematical tool but used it for different purposes*.¹ Het achterliggende idee hier komt er in feite op neer dat voor de formele structuur van hun theorieën de inhoud van hun denkkaders er in in wezen niet toe doet, daar ze toch beiden op weliswaar door hun conceptuele achtergrond getekende varianten van “een gemeenschappelijk wiskundig gereedschap” gestoten waren. 't Is uiteindelijk enkel voor het *gebruik* dat ze ervan maken dat deze denkkaders wel degelijk relevant zijn. Ik ga er natuurlijk mee accoord dat zij over een heel aantal onderwerpen van groot belang er zeer verschillende standpunten op nahielden, maar deze onderscheiden bevinden zich allemaal binnen het raamwerk van de metafysische scheidingsontologie. Ik heb juist proberen aan te tonen dat, hoewel hun *verschillende* wiskundige methoden op een beslissende manier mee gevormd zijn door hun *verschillende* specifieke metafysische uitgangspunten — in essentie komen die neer op aan de ene kant de keuze voor de discrete, combinatorische kant van de paradox (de *punten*, *mikra*) en

¹GUIC, p.136; verder ook p. 253.

aan de andere voor de meetkundige, continue kant (de *lijnstukjes, megalā*)² — juist omdat ze (tot op zekere hoogte succesvol) hetzelfde nastreven, de grondstructuur van hun formeel begrippenapparaat in het gebruik van het paradoxale begrip ‘infinitiesmaal’ toch samenvalt. We zagen dan ook dat deze methoden, ondanks hun verschillen, formeel in elkaar omgezet kunnen worden. Beide kanten pretenderen nochtans een logisch verantwoorde methode te hebben gevonden voor het verwerven van zekere kennis over deze veelvuldige en beweeglijke, en dus *paradoxale* werkelijkheid, aan de ene kant door het gebruik van infinitesimalen te verwerpen, aan de andere door hen tot ‘ficties’ te verklaren. Als geschoolde metaphysici en goede christenen zagen zij de ultieme Garant voor identiteit en zekerheid *achter* de dingen gelegen. Hoewel de mens als eindig scheepsel onherroepelijk te kort schiet voor de oneindigheid van G.O.D., is door een juist inzicht in de door de Schepper gegarandeerde relatie tussen scheepsel en schepping ware kennis over de schepping via de wereld der verschijnselen niet alleen wenselijk, maar ook mogelijk. Voor Newton wordt dien band samengevat in de relatie **absoluut/relatief**, voor Leibniz in de relatie **mogelijkheid/werkelijkheid**. De methodologische instrumenten die daarmee gepaard gaan zijn respectievelijk **meetbaarheid** en **bewijsbaarheid**; de (ana-chronistisch gesproken) wetenschappelijke disciplines **natuurkunde** en **wiskunde**. *Beiden* hielden rekening met de waarneembare verschijnselen, maar niet op dezelfde manier. Dit uit zich in de verschillende visie op de causale relatie die er bestaat tussen deze verschijnselen: voor Newton kracht, het dynamische effect van ’n god die Zijn schepping beheerst; tegenover het cinematische optimalisatieprincipe bij Leibniz, dat staat voor een God die zijn schepping met rede(n) bestuurt. Zekere kennis over de wereld achtten zij de eerste en noodzakelijke voorwaarde om tot meer inzicht te komen omtrent Gods bedoelingen met Zijn schepping doorheen zijn werken, en alzo tot het bepalen van de juiste en voor iedereen aanvaardbare grondbeginselen voor een opnieuw eengemaakte Christelijke religie en moraal, een kwestie die urgent geworden was sinds de godsdienstoorlogen en de instorting van oude zekerheden waarmede die gepaard waren gegaan. Leibniz probeert zijn *characteristica*, zijn bewijsmethode, toe te passen op geloofszaken, om te *faire finir les controverses*.³ Hij neemt actief deel aan diplomatieke onderhandelingen om interreligieuze gesprekken op gang te brengen, overigens zonder veel succes. Newton was ervan overtuigd dat hij met de experimentele filosofie die hij ontwikkelde zowel voor de studie van de Natuur als van de Schriftuur de sleutel bezat tot de poort naar ware kennis van Gods schepping — *Deus ex operibus cognoscitur*⁴, en alzo kon bijdragen aan het herstel van de oorspronkelijke religieuze wijsheid (*prisca theologia*) die verloren was gegaan.

Wij hebben evenwel gezien dat deze zoektocht naar zekerheid gepaard gaat met een scheidende ingreep wèg van de concrete ervaring, een ingreep die vooral op het empirische niveau een beweging verder zette die reeds door de metafysiek van de

²Dat zij dit tenminste in zekeren zin ook zo zagen, blijkt uit de briefwisseling tussen Leibniz en Varignon, een Franse Newtoniaan. Leibniz zegt daarin zelfs dat het veelhoekenmodel *verkiezlijck* is boven het continue model; hij noemt het niet “meer waar”. GUIC, p. 155.

³Hij ontwerpt daartoe zijn *Démonstrations catholiques*. Geciteerd in Y. Belaval, *Leibniz, Initiation à sa philosophie*, Vrin, 2005 [1952], pp. 152-154.

⁴I. Newton, Cambridge University Library MS Add. 3965, section 13. Aangehaald in J.E. McGuire, “Newton on place, time, and God: an unpublished source”, *History of Science*, I, 1 1978, pp. 118-19.

Oudheid — de stelsels van Plato en Aristoteles — in gang was gezet. De grondvorm van deze scheiding is het contradictieprincipe, het uiteenhalen van de *coïncidentia oppositorum*, het samenvallen der tegendelen van zijn en niet-zijn dat zich voordoet in het hier-en-nu, en dat beweging en veelheid eerst mogelijk maakt. Deze ingreep — ik noem hem de *ontologische zeef* — scheidt de mens van de werkelijkheid, subject van object, aanvankelijk enkel in gedachten, later ook in de gewaarwording, en is enkel mogelijk wanneer er een fundament gevonden wordt voor de kennis over de werkelijkheid opgevat als bestaande buiten de mens om. Hij brengt een verschuiving met zich mee van den eersten persoon naar den derden, van het 'ik' naar het 'ego', een doos die met 'indrukken' kan worden gevuld. In het pre-wetenschappelijke tijdperk gebeurt de vastlegging van die fundamentele *binnen de gegeven scheidingsontologie* schijnbaar willekeurig, waardoor er "philosophische" (= metafysische) scholen bestaan die elkaar doorheen de geschiedenis der wijsbegeerte zullen blijven bekampen. Op het niveau van de *diepe ontologie* is deze "Universaliënstrijd" de verderzetting van de aanvankelijke keuze voor een veelheids- (Plato) of een bewegingsstrategie (Aristoteles) in de strijd tegen de paradox. Maar dan nog kunnen binnen deze beide grondstromen vele onderling zeer verschillende keuzen voor basisbouwstenen worden gemaakt, zodat de gevonden 'werkelijkheidsbeschrijvingen' vanuit het standpunt der zekerheid uiteindelijk geen blijvende voldoening schenken. Dit dilemma zou gedurende eeuwen worden opgelost door de verzoening van de metafysisch met de waarheidsgronden van een op openbaring gegrondveste Christelijke monotheïstische theologie, al was ook dat weer grotendeels schone schijn, omdat de filosofische onenigheden onderhuids in de verschillende theologische scholen bleven doorwerken, en een niet-verwaarloosbaar aandeel hadden in de grote schismata die de Kerk in den loop van haar bestaan hebben ge(k)raakt. Nadat en ook omdat het unieke leergezag van de Romeinse Kerk gedurende de Renaissance definitief verloren was gegaan, stelde zich het probleem van de zekerheid als basis van de kennis nodig voor het stellen van juiste handelingen in een veelvuldige, chaotische, bijna letterlijk in omwenteling verkerende, paradoxale werkelijkheid met meer kracht dan ooit tevoren. Niet verdwenen echter was de metafysische matrix waarbinnen de oude stelsels hadden gefunctioneerd, althans niet geheel. Het scheidingsprincipe dat denkpatronen codificeert onder den vorm van geldige redeneringen, de logica, bleef ongeschokt op zijn plaats. De zoektocht naar basisbouwstenen in den geest of in de religie was gediscredeerd, en werd verplaat naar het terrein van de waarneming. Niet dat er tevoren niet werd 'waargenomen', heel veel en heel nauwkeurig zelfs, maar zonder een vast, betrouwbaar systeem, in het beweeglijke hier-en-nu. De grote stap in wat men later de "wetenschappelijke revolutie" is gaan noemen werd gezet door het standaardiseringsproces dat opgeslagen ligt in het PC uit te breiden van het denken naar de gewaarwording, die daardoor pas echt "experimentele waarneming" wordt. Met andere woorden, een experiment is een ontologische zeef, een logische redenering tastbaar gemaakt via de *preparatie* van een stuk van de werkelijkheid opdat het *herhaalbaar* en *meetbaar* zoude worden. De betreffende **preparatieprocedure** is bijgevolg essentieel voor een goed begrip van eender welk experiment.⁵ Zekere

⁵*In each of those experiments, a preparation of a system was followed by a test, and the result of this test was assumed to depend on the mode of preparation.* R.I.G. Hughes, *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*, Harvard, University Press, Cambridge, Mass., 1989, p. 85. Zie vooral ook D.J. Moore, "On State Spaces and Property Lattices", *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, bf 30, 61, 1999.

veronderstellingen over den aard der wereld waren en zijn daartoe natuurlijk nog altijd noodzakelijk, want niemand kan iets bouwen in het niets, maar deze beperkten zich tot — opnieuw! — een keuze voor veelheid of (continue) beweging bij het opzetten van 'n ontologisch stabiele scene waarop waarnemers en waarnemingen kunnen bestaan — het Leibniziaanse *plenum* versus het Newtoniaanse *vacuum* — die tegelijkertijd fungeert als bemiddelaar voor de ultieme causale oorzaak van de waarneembare verandering en beweging die in deze wereld aanwezig zijn. Aangevuld met een 'fysische' verklaring van de materie, het Atomisme, kon zo het statische, Eleatische skelet dat van de Peripatetische wereldbeschouwing was overgebleven, opnieuw van vlees worden voorzien en tot een wereld-beeld worden dat de belofte in zich draagt van universele geldigheid. Dit beeld zou onverkort stand houden tot aan het eind van den negentienden eeuw, en zijn belangrijkste kenmerk, de logische diepteontologie, laat ook in de meest geavanceerde disciplines, waarin de oude logische dichotomie tussen het grote (discrete) en het kleine (continue) op onoverkomelijke problemen (paradoxen!) is gestoten, nog steeds haar invloed gelden: *Incidentally, it would seem that the recourse to three-valued logic, sometimes proposed as means for dealing with the paradoxical features of quantum theory, is not suited to give a clearer account of the situation, since all well-defined experimental evidence, even if it cannot be analysed in terms of classical physics, must be expressed in ordinary language making use of common logic.*⁶ Dit op zich zeer belangrijke feit laten wij hier verder rusten.⁷

§2. ONTWERP ENER OMKERINGSEPISTEMOLOGIE.— Als deze analyse klopt, betekent dit dan niet onvermijdelijk dat de resultaten van de natuurwetenschappen “irreëel” zijn in een of andere zin? En is dit niet flagrant in strijd met de fundamentele juistheid van methode van een discipline waarvan wij toch dagelijks de successen kunnen vaststellen? Ik denk niet dat dit de enige mogelijkheid is. Indien dat zo ware, zou ik mijn resultaat zelf als waardeloos beschouwen, omdat het niet stand zou houden in het licht van zoveel feitelijk bewijsmateriaal. Dat neemt niet weg dat, als bovenstaande analyse zelfs maar gedeeltelijk klopt, het succes der exacte wetenschappen zelf een verklaring behoeft, en dan in de eerste plaats met betrekking tot de experimentele procedure. Aan het slot van dit proefschrift zal ik een schets geven van een weg dien

⁶N. Bohr, *Dialectica*, 1, 317, 1948, cited in J.M. Rauch and C. Piron, "What is 'Quantum Logic'", in: P.G.O. Freund, C.J. Goebel and Y. Nambu, *Quanta*, Chicago University Press, 1970.

⁷Hoewel ik hiet toch vermelden dat er in het fundamenteelonderzoek binnen de exacte wetenschappen een denkrichting bestaat in de quantumlogica, de School van Genève, die wellicht niet al haar beloften heeft ingelost, maar die naar mijn mening wel werk heeft geleverd van het grootste filosofische belang, door de band tussen de noties "experimenteel waarneembare eigenschap" en "logisch praedicaat" formeel en ondubbelzinnig in het licht te stellen. De basisideeën gaan terug op een artikel van B. Birkhoff en J. Von Neumaan, "The Logic of Quantum Mechanics", *annals of Mathematics*, 37, pp. 823-843. waar voor het eerst wordt voorgesteld de *logische structuur* van verschillende soorten experimenten te vergelijken. Een axiomatische benadering hiervan wordt ontwikkeld in C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, W.A. Benjamin Inc, Massachusetts, 1976. De problematiek van de veelheidsparadox komt in deze context boven water in D. Aerts, *The One and the Many*, PhD-thesis, Free University of Brussels, 1981. *Found. Phys.* 12, 1131, 1982. Een ernstige poging om het verband tussen (meetbare) eigenschappen en ontologische toestanden te formaliseren is Coecke and I. Stubbe, "On a Duality of Quantaes emerging from an Operational Resolution", *Int. J. Theor. Phys.*, 38, p. 3269. 1999. De eerste poging de hele aanpak filosofisch te kaderen tenslotte S. Smets, *The Logic of Physical Properties in Static and Dynamic Perspective*, PhD-thesis, VUB, 2001. Deze School (ook via *life* contact met de betrokkenen) aan de vorming van mijn eigen ideeën wezenlijk bijgedragen.

hiertoe bewandeld kan worden. Indien de exacte wetenschappen een metaphysische discipline zijn en blijven, dan zijn zij dat toch wel op een heel bijzondere manier. Laat ik hieronder om te beginnen aangeven waarin dat verschil precies zit:

★ **Een (classiek) metaphysisch wereldbeeld** is een verklaring van de werkelijkheid die als uitwendig ervaren wordt, en voorgesteld onafhankelijk van deze ervaring. Het wereldbeeld wordt gebouwd met behulp van:

- a) willekeurige praemissen met betrekking tot de stabiele wezenskern der dingen;
- b) een cognitieve procedure die uitdrukt wordt aan de hand van logische redeneerregels, en die een onzichtbare Eleatische ontologie omvat. Ik noem dit *de eerste ontologische zeef* (OZ1);
- c) een G.O.D. die op een of andere manier voor de oorzaak van verandering en beweging moet zorgen. Deze heeft de paradoxale grondstructuur opgeslorpt en zo buiten het wereldbeeld gebracht, zodat het logisch consistent kan blijven.

★ **Een (classieke) wetenschappelijke theorie** (in den strikten zin van een wiskundig model, gebaseerd op experimentele waarnemingen, en met voorspellende kracht) is een *specifiek soort* metaphysisch gestructureerde beschrijving en verklaring van (een stuk van) de werkelijkheid, die wordt gebouwd met behulp van:

- a) een empirische waarnemingsprocedure die gerealiseerd wordt in een experimentele opzet die een *preparatie* van het waar te nemen stuk werkelijkheid met zich meebrengt, en die een verborgen ontologie codificeert die overeenkomt met deze aanwezig in de logische redeneerregels: *The affirmations of the physicist in regard to a physical system are susceptible of being regulated by experiment. This control consists in general of a measurement the result of which is expressed by 'yes' or 'no'*.⁸ De gegevens die aldus worden verzameld dienen als basisbouwstenen voor het te bouwen wereldbeeld, in de plaats van willekeurige praemissen. Ik noem dit de *tweede ontologische zeef* (OZ2);
- b) een logisch opgebouwd redeneersysteem dat in de gedaante van de wiskunde verschijnt, en dat een verborgen Eleatische ontologie omvat. De stilzwijgende vooronderstelling is hier dat *wiskunde en logica samenvallen*. De paradoxale structuren nodig voor het beschrijven van de beschouwde systemen worden door het wiskundig formalisme opgeslorpt en logisch gecamoufleerd (ondertussen is onherroepelijk bewezen dat (classieke) logica en wiskunde *niet* samenvallen) (OZ1);
- c) een G.O.D. die de oorzaak van mechanisch opgevatte, quantitative beweging moet verklaren. Vanaf de Verlichting wordt die meestal vervangen door een aequivalentieprincipe, zoals de aequivalentie tussen zwaartekracht en versnelling. Er is dan geen ontologisch extern causaal beginsel meer nodig, maar het model zelf wordt op een fundamentele manier circulair.

⁸C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, W. A. Benjamin Inc., Massachusetts, 1976, pp. 19-20.

Dus de uitgangspositie is: de ontologie van de gegeven, “natuurlijke” werkelijkheid en degene die voortkomt uit de logische reconstructie ervan die voortkomt uit de toepassing van de cognitieve en empirische procedures der exacte wetenschappen kloppen *niet* met elkaar, omdat de eerste ontologisch paradoxaal is, en de tweede niet. Ik heb voorgesteld om de ontologische verschuiving die hier optreedt te karakteriseren door te zeggen dat het te bestuderen ding passeert door een **ontologische zeef**, in feite de logische grondstructuur eigen aan elke meetopzet, en die ik in specifieke gevallen zie werken als een **experimentele zwarte doos**. De mate van aantasting van het oorspronkelijke systeem is dan een functie van de zwarte doos eigen aan de meetopstelling in kwestie. Indien men de doos zou kunnen modelleren, zou het mogelijk zijn tot op zekere hoogte de mate van verstoring door het meetapparaat exact te bepalen. Dit betekent dus *niet* dat wat er uit het meetapparaat komt “irreëel” is. Het betekent dat de band tussen het waargenomen en het stuk van de wereld waar dit oorspronkelijk deel van uitmaakte niet op een directe, maar op een indirecte wijze met elkaar in verband staan, en dat dit verband — de transformatie die een ding in de wereld maakt tot een object met praediceerbare eigenschappen — in beginsel formeel uitdrukbaar is.⁹ En we weten ook hoe de transformatie gericht is: van paradoxaliteit naar logicaliteit. We hebben ook aanwijzingen over haar grootte, haar impact. Aangezien experimenten gemodelleerd worden naar de wereld die we zintuiglijk kennen en waar we toegang toe (moeten!) hebben om iets te meten zullen de experimenten op dingen die uit zichzelf al veel op klassiek-logische objecten lijken weinig (maar altijd wel iets) door de set up worden aangetast. De mate van preparatie nodig om de meting te kunnen doen zegt ons iets over de mate van afwijking tussen het oorspronkelijke ding en het meetbare object. Let wel, dit is niet de gewone “meetfout”! Ik zal aan de hand van een voorbeeld uitleggen wat ik precies bedoel. Stel dat ik u blinddoek en u meeneem naar een wei (ge weet niet waar ge naartoe gaat). Ik laat u graven op een bepaalde plaats in de grond en ge vindt daar een patat dien ge niet ziet, enkel voelt). Ik geef u een mes, een kookpot met water, op een gasvuurtje en een pureestamper, en vertel u precies wat ge moet doen. Het resultaat is puree. Ik neem uw blinddoek af, en wat ge ziet is puree. Gij concludeert daarop dat de wereld daar waar ge gegraven hebt, bestaat uit puree! Het voorbeeld is nauwelijks overdreven; dit is wat er gebeurt in de normale experimentele praktijk. er wordt op geen enkele structurele manier rekening gehouden met de *ingreep* die uitgaat van het meetapparaat. Nochtans zouden ge kunnen zeggen: de puree komt toch uit de patat, dus wat is het probleem? Inderdaad. Er is een werkelijke band tussen de eigenschappen van de puree en de patat; geel zijn, b.v., of: eetbaar zijn. Meer zelfs, ge kunt er *zeker* van zijn dat, telkens ge deze reeks handelingen herhaalt, er puree te voorschijn zal komen. Het is met andere woorden zéér verleidelijk te denken dat de andere eigenschappen van de patat er niet toe doen en verwaarloosd kunnen worden. En dat is ook wat er in experimentele omgevingen constant gebeurt *zonder* zich daar theoretisch expliciet rekenschap van te geven. Ge moogt alleen niet uit het oog verleizen dat welke eigenschappen verwaarloosbaar zullen zijn in hoge mate bepaald wordt door de opzet van uw

⁹Aanzetten daartoe werden gepresenteerd in K. Verelst, S. Smets, H. Amira, “On Experimental Observations and Physical Properties: Aspects of the Measurement Process in the Context of Operational Quantum Logic”, *biannual meeting of the International Quantum Structures Association (IQSA)*, Vienna, Austria, July 1th-7th, 2002. K. Verelst, “Reverse Epistemology and Quantum Measurement”, *CLEA Foundations lecture 57*, Brussels, VUB, May 31, 2006.

apparaat... Essentieel is ook dat het proces *niet* omkeerbaar is. Probeer maar eens terug aardappelen te bekomen uit een kom puree! Desalniettemin vertelt een preoefopstelling waarvan we mits enige ervaring weten dat ze ons in gelijke omstandigheden altijd hetzelfde resultaat zou opleveren ons wel degelijk iets over de werkelijkheid, en wel over één van haar stabiele karakteristieken in die omstandigheden op die plaats. Dit, zeg ik, zijn voorbeelden de *werkelijkheidselementen* die Einstein, Podolski en Rosen bedoelden in hun roemruchte EPR-artikel:

*If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity.*¹⁰

Let op de voorwaardelijke wijs. Het argument is tegenfeitelijk; het is niet *nodig* het experiment ook echt te doen. Welnu, hoe kunnen we hiermee werken, rekening houdend met de zwarte doos en de ontologische zeef? Ik stel voor dit aan te pakken met wat ik **omkeringsepistemologie** wil noemen. In plaats van te redeneren van het vraagteken naar het resultaat, redeneren we omgekeerd: van het resultaat naar de vraag: “Hoe zou het stuk natuur er hebben kunnen uitzien dat gegeven volgende (precies beschreven) manipulaties, dit resultaat oplevert? Dat kunnen meerdere dingen zijn, natuurlijk. In ons voorbeeld zou een pakje frieten dat daar door een hond begraven was hetzelfde resultaat hebben opgeleverd. Het antwoord bestaat dus uit een *ontologisch spectrum*, een waaier van mogelijkheden die dit als resultaat zouden hebben gehad. Om de hoeveelheid mogelijkheden te beperken zou men de ontologische spectra van verschillende experimenten met dat stuk werkelijkheid kunnen vergelijken, en door eliminatie dichter in de buurt komen van het oorspronkelijke ding. Men zal, zou gauw de zintuigen geen rechtstreekse toegang tot het stuk werkelijkheid meer hebben, nooit helemaal *zeker* zijn van het antwoord, al is men *wel* zeker van een aantal eigenschappen — werkelijkheids-elementen — die het ding heeft.

Waarom beschrijf ik deze situatie hier zo uitvoerig? Omdat ik denk dat, als het dit is wat we eigenlijk doen in onze wetenschappelijke experimenten, iets dergelijks ook geldt voor het cognitieve niveau. Uit dit onderzoek is immers gebleken dat de procedure die we toepassen in het experiment een onto-logische doorslag is van wat we doen als we logisch redeneren. Het bestudeerde wordt door een ontologische zeef gedraaid die een object teruggeeft met logisch praediceerbare eigenschappen. Dit werkt in vele gevallen uitstekend wanneer het bestudeerde ding eindig is, en discreet. Niet zo wanneer we te maken hebben met veelheid en beweging. Bovendien kan dit gemakkelijk omslaan; denk maar aan de vaagheidsparadoxen, waar we soms ook te maken met systemen die eindig zijn en discreet. Het lijkt erop dat deze ontologische brekingsindex verantwoordelijk is voor de explosie aan complexiteit die we krijgen wanneer we met (zelfs geavanceerde) logische middelen greep proberen te krijgen op een verschijnsel als de natuurlijke taal. Mijn vermoeden is dat dit verklaart kan worden doordat grenzen in natuurlijke phaenomenen werken als paradoxen die in zekeren zin “bemiddelen”

¹⁰A. Einstein, B. Podolski, N. Rosen, “Can Quantummechanical Description of Physical Reality be considered Complete?”, *Physical Review*, 47, 777-80, 1935.

tussen de meer duidelijke onderdelen van het systeem. Een grens is een paradox, omdat iets dat op de grens staat er niet volledig binnen is, maar ook niet volledig buiten; m.a.w., de uitgesloten Derde geldt er niet. Zij zijn te vergelijken met het interstitieel weefsel in een levend organisme: als de spieren en de beenderen onmiddellijk op elkaar zouden komen, zouden ze zeer snel verslijten, en bovendien zou het wezen sterven van pijn. Het wezen dissecterend komt overeen met de actie van de ontologische zeef. Inderdaad zult ge op die manier veel over het wezen te weten komen, en wel dingen waarvan ge anders geen vermoeden zou kunnen hebben, maar het is wel dood... Het is een analogie, maar wel een instructieve. Ik haal dit aan omdat ik in mijn inleiding heb gewezen op het feit dat het uitschakelen van paradoxen dikwijls gepaard gaat met een vorm van geweld. En het blijkt, alle vormen van technologisch succes en "welvaart" ten spijt, duidelijk uit de natuurlijke en geestelijke impasses, om niet te zeggen catastrophes, die onze metafysisch gefundeerde maatschappijvorm veroorzaakt, dat de procedures waarop zij zichzelf baseert zeker niet zonder meer veralgemeenbaar zijn. Nu wil de zaak het zo dat het tot de kern van het zelfbesef dat met die procedures gepaard gaat behoort dat ze wel degelijk universele geldigheid bezitten. Wat ik uiteindelijk in dit proefschrift heb willen doen is bijgevolg tweërlei: in de eerste plaats door een bijdrage te leveren tot het verhelderen van de historisch gegroeide ontologische specificiteit van deze procedures hun aanspraak op algemeengeldigheid te deconstrueren (om dat modieuze woord ook maar eens te gebruiken), zonder afbreuk te doen aan hun aanspraak op geldigheid... binnen welbepaalde grenzen. Het belangrijke is daarbij dat die grenzen aanwijsbaar en beschrijfbaar zijn. Ten tweede, door het ontwerpen van een wiskundige representatie, niet voor een logisch *model* van veelheid en beweging, maar direct voor de paradoxen van veelheid en beweging zelf, aan te tonen dat iets als een *paradoxaliteitsrekening*¹¹ in beginsel mogelijk is. En daarmee vind ik vanuit een heel ander perspectief aansluiting bij het motto van Asenjo¹² aan het begin van dit proefschrift, zodat de cirkel ook in dit geval gesloten is. Het verder uitspitten van de mogelijkheden van dit verband is een van de vele onderwerpen die nog klaar liggen voor onderzoekswerk in de toekomst.

¹¹De term stamt van Louis Kauffman, Chicago University. Wij discussieerden tijdens de conferentie "Einstein meets Magritte" die aan de VUB in juni 1995 plaatsvond, over dit concept.

¹²Uit Graham Priest, R. Routley and J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989.

HOOFDSTUK 8

APPENDICES

APPENDIX I

HET INTUITIONISME

Het intuitionisme gaat terug op het werk van den Nederlandsen wiskundige L.E.J. Brouwer. Ik bespreek hier kort de belangrijkste uitgangspunten van deze wiskundige stroming, niet alleen omdat de ‘received view’ op wiskunde en logica (en vooral het verband tussen die twee) door de intuitionisten doortastend in vraag wordt gesteld, maar ook omdat de algebra en de semantiek die op grond van deze stroming werden ontwikkeld, in den quantumlogica interessante nieuwe perspectieven hebben geopend. En op quantumlogica zal ik nog terug moeten komen in een later hoofdstuk van dit proefschrift. In Brouwers opvatting dienen in de wiskunde enkel die objecten toegelaten te worden die geconstrueerd kunnen worden d.m.v. een expliciet bewijs. Maar bijvoorbeeld het TND doet een uitspraak over *alle* logisch-wiskundige uitspraken, ook deze voor dewelke geen ‘constructief’, d.w.z., volgens een stapsgewijs navolgbaren en voltooibaren gedachtengang, bewijs geleverd kan worden. Dit heft gevolgen voor de *negatie*; de negatie van de begatie van een eigenschap geeft u niet zomaar de eigenschap terug; “niet” in een uitspraak betekent enkel en alleen dat de uitspraak in kwestie onwaar is in den zin dat “If we suppose the truth of p , we are led to a contradiction”¹ Er zijn, samengevat, drie voor ’n traditionelen wiskundige aanvaardbare theorema’s die de intuitionist op gelijkaardige gronden verwerpt: 1) de Uitgesloten Derde [$\sim (P \wedge \sim P)$]; 2) de dubbele negatie ($\sim \sim P$); 3) de eerste wet van De Morgan [$\sim (P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$].² Om dezelfde reden vinden ook het inductieprincipe en het begrip ‘oneindig’ geen genade. Tenslotte wordt ook het ‘bewijs uit het ongerijmde’ verworpen — daarin wordt immers doelbewust vertrokken van hypothesen die in beginsel niet constructief realiseerbaar zijn.³ De wiskunde ontstaat in intuïtieve inzichten die in een “taalgebouw” worden uitgedrukt; het is van belang op te merken dat voor Brouwer de inzichten en hun talige uitdrukking *niet* samenvallen! (...) *de oer-intuïtie der wiskunde (...) als het van qualiteit ontdane substraat van alle waarneming van verandering, een eenheid van continu en discreet, een mogelijkheid van samendenken van meerdere eenheden, verbonden door een “tussen”, dat door inschakeling van nieuwe eenheden, zich nooit uitput.*⁴ De poging van de ‘logistici’ om de wiskunde los van elke intuïtie zuiver formeel herop te bouwen, komt erop neer de kar te willen spannen voor het paard: *Er zijn elementen van bouwning (...) die bij mededeling door een enkele klank weerklank moeten vinden: (...) klanken als “continu”, “discreet”, “eenheid”, “nog eens”, “enzovoort” zijn onherleidbaar. Een logische opbouw der wiskunde onafhankelijk van de intuïtie is onmogelijk, daar op die manier slechts een taalgebouw wordt verkregen, dat van de eigenlijke wiskunde onherroepelijk gescheiden blijft (...)*⁵ Hierin klinkt duidelijk de invloed door van de Franse wis- en natuurkundige

¹A. Heyting, *Intuitionism. An Introduction*, North-Holland, Amsterdam & London, 1971, p. 18.

²L.E.J. Brouwer, “Over de grondslagen der wiskunde. Academisch Proefschrift [1907]”, in D. Van Dalen, *L.E.J. Brouwer en de grondslagen der wiskunde*, Epsilon, Utrecht, 2001, pp. 5-6.

³L.E.J. Brouwer, “Proefschrift”, pp. 108-109.

⁴L.E.J. Brouwer, “Proefschrift”, p. 43.

⁵L.E.J. Brouwer, “Proefschrift”, p. 37.

H. Poincaré, naar wien door Brouwer op verschillende plaatsen in zijn doctoraat wordt verwezen. Poincaré's critiek bracht Russell tot het grondbeginsel van zijn typentheorie; we komen daart in den hoofdtekst nog op terug. Logische redeneringen vormen van het wiskundige bouwen en redeneren slechts een subcategorie; de wiskunde is onafhankelijk van de logische wetten, niet omgekeerd: *het intuïtief logisch redeneren is dát bijzonder wiskundige redeneren dat overblijft, als men bij het bekijken der wiskundige systemen zich uitsluitend beperkt tot de relaties van geheel en deel*⁶ We bekijken nu meer in detail een toepassing. De fundamentele noties zijn een *species* [soort], een *sequence* [rij] en zoals gezegd een *tree* [boom] of *spread* [spreiding]. Species zijn het intuïtionistisch analogon voor verzamelingen. Een natuurlijk getal bouwen wil nu zeggen opeenvolgend de natuurlijke getallen van 1 tot n opbouwen; deze getallen vormen dan de species n .⁷ Een sequentie is een afbeelding, *i.e.* a **process** which associates with every natural number a mathematical object belonging to a certain species X : $(\mathbb{N})X : \mathbb{N} \longrightarrow X$.⁸ Deze sequenties worden ingevoerd als gereedschap ter ontwikkeling van een intuïtionistische reële getallenleer te ontwikkelen. Per definitie is de reële getallengenerator $\langle r_n \rangle_n$ een rij van rationale getallen als

$$\bigwedge^k \bigvee^n \bigwedge^m (|r_n - r_{m+n}| < 2^{-k});$$

with $n, m, k \in \mathbb{N}$. Dit is de intuïtionistische variant van de definitie voor een Cauchy-rij van rationale getallen, maar dan zo opgevat dat de opeenvolging van termen door een *voortschrijdingwet*⁹ gegeven is.¹⁰ Een aequivalentierelatie tussen elke $\langle r_n \rangle_n \sim \langle s_n \rangle_n$ kan als volgt worden geconstrueerd:

$$\bigwedge^k \bigvee^n \bigvee^m (|r_{n+m} - s_{n+m}| < 2^{-k})$$

Deze aequivalentieclassen worden *reële getallen* genoemd. Door het aantonen van een enige en ondubbelzinnige relatie tussen deze objecten en de verzameling der natuurlijke getallen kan aftelbaarheid worden gegarandeerd. Een *spreiding* $Spr a$ is een wetmatige (constructieve) functie met volgende eigenschappen:

$$\begin{aligned} a0 &\neq 0 \\ \bigvee^n \bigvee^m (a(n * m) &\neq 0 \rightarrow an \neq 0) \\ \bigvee^n \bigvee^x (an &\neq 0 \rightarrow a(n * \langle x \rangle) \neq 0) \end{aligned}$$

waarbij $*$ de ketenoperatie is, en $\langle x \rangle$ een segment van een gegeven rij. $Spr a$ kan eindig zijn of niet. Given a map ξ , the species X can be **represented** by a spread with an equivalence relation \sim if $\langle a, \xi \rangle$ is a spread, and if X^* , the species of equivalence classes with respect to \sim can be mapped bi-uniquely (injectively) onto X . So X can be represented by $\langle a, \xi \rangle$ via its partition X^* . De relatie tussen deel en geheel is dus volkomen bepaald. Gegeven een afbeelding ξ kan de species X **voorgesteld** worden door een spreiding d.m.v. een aequivalentierelatie \sim als $\langle a, \xi \rangle$ een spreiding is, en X^* , de species van aequivalentie classen voor \sim injectief ("bi-uniquely") afgebeeld

⁶L.E.J. Brouwer, "Proefschrift", p. 109.

⁷A. Heyting, *o.c.*, p. 39.

⁸A. Troelstra, *Principles of Intuitionism*, Springer, Berlin/Heidelberg, 1969, p. 16.

⁹L.E.J. Brouwer, "Proefschrift", pp. 43-45.

¹⁰A. Heyting, *o.c.*, pp. 16, 34.

kan worden op X . Dus X kan worden voorgesteld door $\langle a, \xi \rangle$ via haar partitie X^* . *The spread represents a set of nodes of a growing "tree" of finite sequences of natural numbers, with branches directed downwards; the topmost node corresponds always with the empty sequence.*¹¹

Tenslotte kan binnen dit kader een alternatief voor de gelijkheidsbetrekking worden geformuleerd. Gelijkheid steunt immers slechts op een bewijs uit het ongerijmde, dat door de intuïtionisten verworpen wordt. Men zal in de plaats daarvan de notie *apartliggendheid* van twee welbepaalde getallen invoeren: voor (reële getalgeneratoren a en b geldt dat a apart ligt van b , $a + + + + b$ als er n en k gevonden kunnen worden zodanig dat $|r_{n+p} - s_{n+p}| > 1/k$ voor alle p .¹² Het verschil met den delingsboom voor \mathfrak{Z} is nu dat in Zeno's geval de apartliggendheidsbetrekking op de delingsplaatsen (de dubbels $[d, d']$), ook geldt voor $1/m$, met $m \rightarrow \omega$, waardoor de breuk een infinitesimaal wordt: het getal verschilt van 0 hoewel het niet meer voldoet aan de Archemideïsche eigenschap.

¹¹A. Troelstra, *o.c.*, p. 52.

¹²A. Heyting, *o.c.*, p. 19.

APPENDIX II

CARDINALITEIT EN ORDINALITEIT

Formeel gezien komt symmetrische tweedeling neer op een verdubbeling van het aantal delen in elke generatie, d.w.z. dat wanneer generatie x n delen telt, generatie $x + 1$ er 2^n zal tellen. De vraag is nu hoe groot n wordt. We weten: alleszins 'oneindig' groot ($n \rightarrow \infty$). We hebben echter ook gezien dat het absurd is te veronderstellen dat ∞ door opeenvolgende stappen of tellingen bereikt kan worden; de logische fout die Bernoulli tot grote verontwaardiging van Leibniz maakte. Het oneindige is in die opvatting altijd slechts potentieel, nooit actueel. Zeno's deling 'door en door' kan echter moeilijk anders dan als 'actueel oneindig' opgevat worden. Hij zegt immers: *En voor een uitstekend [deel] geldt dezelfde redenering: want ook iets ervan zal grootte hebben, en enigermate uitsteken. Het is hetzelfde dit een keer te zeggen en het altijd opnieuw te zeggen.* Vandaar dat de voor de handliggende wiskundige voorstelling van een actueel oneindig proces, de sommatie over een oneindige reeks, niet op Zeno's constructie toepasselijk is: hem staat geen stapsgewijze benadering van het oneindige, maar eerder een simultane mentale ingreep voor ogen. Wij passen dergelijke procédés ook toe in de meetkunde. Kunnen we er een formele gedaante aan geven, één die op basis van Zeno's tekst verdedigbaar is? Het antwoord is ja. Een stuk uit het fragment geeft ons een ondubbelzinnige aanwijzing voor Zeno's bedoelingen: *Want geen dergelijk [deel] zal juist daar laatst zijn, en zonder betrekking tot een ander zijn.*¹³ Er ligt altijd nog iets tussen de resultaten van een deling n , en de bekomen delen liggen bovendien in een unieke volgorde t.o.v. elkaar, hoe groot n ook moge zijn. Een geordende¹⁴ verzameling die aan deze eigenschap voldoet noemen we *dicht*. Een voorbeeld is de verzameling der breuken, de *rationale getallen* $\in \mathbb{Q}$. Het mooie is nu dat een dergelijke verzameling noodzakelijkerwijze een minstens aftelbaar oneindig aantal elementen bevat. Dit kan door contrapositie eenvoudig bewezen worden. Immers, zij (X, \leq) een geordende *eindige* verzameling die aan de dichtheidseigenschap voldoet. Zij heeft een telbaar aantal elementen $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, met $n \in \mathbb{N}$. De orderrelatie maakt dat $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \dots \leq a_n$. Tussen a_1 en a_2 ligt geen enkel ander element meer uit onze verzameling. Het is duidelijk dat er tussen geen enkel tweetal van de aldus geordende elementen nog andere aanwezig zijn, in tegenspraak met onze uitgangshypothese. QED. Uit deze interpretatie volgt dus dat Zeno's deling tot in het oneindige op zijn minst een actueel, aftelbaar oneindig aantal rationale delen als resultaat heeft. Nu, welke modelisaties kent de wiskunde voor dergelijke oneindige tweedeling? Zij kan afgebeeld worden op de *machtigheidstralie* voor \mathbb{N} , de verzameling der natuurlijke getallen. Die geeft alle mogelijke deelverzamelingen weer die ge met behulp van

de verzameling der delen is dicht...

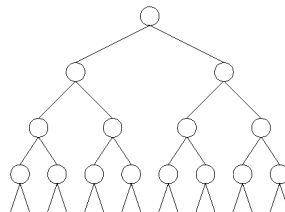
...en dus oneindig

¹³Men vergelijk de vertaling van dit fragment in H.D.P. Lee, *o.c.*, p. 21.

¹⁴De totale orderrelatie ' $a \leq b$ ' heeft volgende eigenschappen: $\forall x, y, z \in X : x \leq y \vee y \leq x$; $x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ en $x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$. De totale orde in ons geval is een onmiddelijk gevolg van het delingsproces (de orde is noodzakelijkerwijze lineair (maatstok!) en we gaan ervan uit dat niemand de bekomen stukken 'door elkaar' komt smijten.) 'Stricte' orde ($x < y \Leftrightarrow x \leq y \wedge x \neq y$) is geen voorwaarde, omdat de stok klieven op een plaats waar hij al gebroken is een nuloperatie is die geen effect zal hebben.

twee soorten
oneindigheid

de natuurlijke getallen kunt bouwen (zie afbeelding). Het is niet moeilijk in te zien dat deze tralie evengoed een celdeling met oneindig veel nakomelingen zou kunnen voorstellen; we zitten nog altijd in het aftelbare geval. Is het nu afgelopen? Het antwoord is dat Zeno's tweedeling niet alleen oneindig is, maar ook 'door en door'. Zij stopt dus niet aan de rationale getallen. Wat zou er gebeuren als we na zoveel delingen als er natuurlijke getallen zijn, nóg eens aan een tweedeling onderwerpen (een gevaarlijke voorstelling trouwens, want zij geeft bijna onvermijdelijk een indruk van tijdsverloop)? We hebben gezien dat in dat geval het aantal bekomen stukken $2^{\mathbb{N}}$ moet bedragen. Maar wat kan de betekenis zijn van $2^{\mathbb{N}}$? Het lijkt vanzelfsprekend dat het hier ook een oneindig aantal betreft, zelfs een 'grotere' oneindigheid dan die van \mathbb{N} . Is dat mogelijk? Bestaat er, met andere woorden, een hiërarchie van oneindigheden, waarvan de eerste stap genomen wordt bij den overgang van de eindige breuken (rationale getallen) naar de oneindige breuken (irrationale getallen)? De wiskundige G. Cantor beantwoorde deze vraag positief, en heeft aan het eind van den negentienden eeuw de rekenkunde van 'oneindig' opgebouwd waarin bewezen dat er verschillende soorten oneindigheid bestaan, die hij onderscheidde als '**cardinale**' en '**ordinale**' oneindigheid. 'Cardinaliteit' ("getal") heeft betrekking op *hoeveel* elementen een verzameling bevat; 'ordinaliteit' ("aantal") slaat op de manier waarop deze elementen geordend zijn. (zie kader¹⁵). Hij toonde aan dat \mathbb{N} en \mathbb{Q} dezelfde cardinaliteit hebben. Het oneindige *aantal* elementen van deze verzamelingen noemde hij ω ¹⁶, het oneindige *getal* \aleph_0 (Aleph 0). We zagen al dat $2^{\mathbb{N}} = 2^{\aleph_0}$. Tweedelen komt dus neer op deelverzamelingen nemen; wanneer het aantal delingen \mathbb{N} bedraagt zal het uiteindelijke aantal delen bijgevolg gelijk zijn aan 2^{\aleph_0} .



¹⁵Er is een enorme inleidende literatuur ter beschikking m.b.t. getaltheorie en verzamelingenleer. Hier volgt een zeer persoonlijk gekleurde selectie. Absoluut niet wiskundig ingestelde mensen vinden hun gading in: "A la Découverte de l'Algèbre". p. 115 sq. Analysten zullen tevreden zijn met wat ze vinden in "The foundations of Analysis: A Straightforward Introduction. Book I: Logic, Sets and Numbers". Algebristen of topologen vergenoegen zich met de presentatie in D. Dugundji, "Topology" en filosofen en andere gewone mensen ten slotte lezen P.R. Halmos "Naive Set Theory" of P.J. Cameron's "Sets, Logic and Categories". Het laatste boekje, wil ik suggereren, is briljant én leesbaar.

¹⁶Het is van belang erop te wijzen dat de notie 'het oneindigste', die naar analogie met het eindige ordinaalgetal verleidelijk lijkt, niet correct is. We zouden dan immers vervallen in de 'fout van Bernoulli'. ω maakt zelf geen deel uit van \mathbb{N} noch \mathbb{Q} , maar vormt voor die verzamelingen het *supremum*. Ik kom daar verder in dit hoofdstuk nog op terug.

Afbeelding 1: de ‘powerset’-tralie voor \mathbb{N} is een weergave van Zeno’s ‘tweedeling tot in het oneindige’

De grafiek wordt powerset of machtigheidstralie genoemd en geldt voor alle processen die verlopen volgens de verhouding 2^n . Het cruciale punt is hier zoals gezegd dat $n \leq \omega$, waarbij de gelijkheid wel degelijk wordt bereikt. Anders gezegd: het aantal elementen van de ‘onderste’ rij = \aleph_0 en wordt opnieuw verder gedeeld. Laten we nu eerst nader bekijken hoe Cantor het bestaan van verschillende soorten oneindigheid bewijst. De toegepaste methode heet ‘diagonalisering’; ik geef een lichtjes aan onze noden aangepaste versie (het bewijs in zijn originelen vorm komt nog ter sprake).¹⁷ Het is bekend dat de reële getallen “binair” geschreven kunnen worden, d.w.z., als een rij van nullen en enen. Laten we een lijst opstellen van alle denkbare decimale getallen in hun binair vorm $0,1001101\dots$, d.w.z., van de elementen van het eenheidsinterval $r \in [0, 1]$:

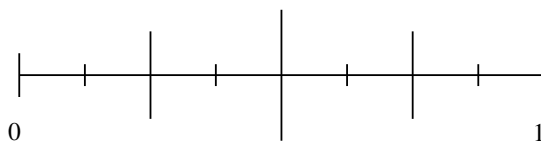
0, 100110...
 0, 010001...
 0, 110100...
 0, 011101...

We kunnen deze getallen van een nummer voorzien, wat betekent dat de lijst een aftelbaar oneindig aantal elementen bevat, t.t.z., $|\mathbb{N}|$. Toch is het eenvoudig om een nieuw getal te bouwen dat nog niet in den lijst voorkomt: vervang de binairen op de (onderstreepte) ‘diagonale’ plaatsen door hun alternatief, en ge hebt een getal dat op minstens één plaats van elk ander getal in den lijst verschilt. We zijn er dus blijkbaar *niet* in geslaagd alle $r \in [0, 1]$ op de lijst te zetten. Verder wordt elk getal voorgesteld door \mathbb{N} binairen achter de komma, en voor elke plaats zijn er twee mogelijkheden. Het totaal aantal mogelijke verschillende combinaties bedraagt dus $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. Stel $2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\}$. De cardinaliteit van het Cartesisch product is precies gelijk aan $2^{\mathbb{N}}$. We weten dat $2^{\mathbb{N}} = 2^{\aleph_0}$. De cardinaliteit van $[0, 1]$ is m.a.w. *groter* dan die van \mathbb{N} . Onze zaak zou rond zijn indien we konden aantonen dat het getal 2^{\aleph_0} inderdaad de cardinaliteit is van \mathbb{R} , de verzameling der *reële* getallen, zodat in $[0, 1]$ evenveel getallen zouden zitten als in de gehele verzameling \mathbb{R} . Het is op meetkundige gronden niet moeilijk om dit aan te tonen: er bestaat een bijectie $f(x) = \tan \pi(x - \frac{1}{2})$ van $[0, 1]$ naar \mathbb{R} .¹⁸

Om in te zien wat er eigenlijk gebeurt passen we dit delingsprocédé toe op een eenheidslengtemaat, die we bekomen door de lengte van een willekeurig eindig, uitgereid lichaam gelijk te stellen aan 1, en Zeno’s deling tot in het oneindige uit te voeren:

¹⁷Deels gebaseerd op de versie in D. Baetens, *Logicaboek*, Garant, Leuven, 1992/1999, p. 51.

¹⁸P.J. Cameron, *o.c.*, p. 128.



Afbeelding 2: De maatstok komt overeen met het eenheidsinterval

We gebruiken hier dus een soort van ‘gesimplifieerde’ Cantorverzameling (in den zin dat we ook aan $2^{\mathbb{N}}$ als cardinaliteit geraken, maar niet de extra topologie meesleuren), die we bekomen door het lijnstuk $[0,1]$ systematisch te tweedelen en elk deel binair te nummeren. We krijgen alle $2^{\mathbb{N}}$ getallen uit $[0, 1]$ met die ambiguïteit dat alle “snijpunten” - de rationale veelvouden van $1/2$ - dubbel aanwezig zijn, een keer benaderd langs de “linkerkant” en een keer langs de “rechterkant”.¹⁹ De ambiguïteit die hierdoor ontstaat vormt echter geen probleem: het aantal punten dat zich in dien toestand bevindt, bedraagt nooit meer dan $|\mathbb{N}|$, en $|2^{\mathbb{N}}| - |\mathbb{N}| = 2^{\mathbb{N}}$. Dit lijkt een nadeel maar is het niet: voor de cardinaliteit speelt het geen rol en het laat toe de *gesloten* delen te nemen: onze maatstok heeft immers wel degelijk een begin en een eindpunt aan al zijn mogelijke delen, en wel zodanig dat die voor opeenvolgende delen “hetzelfde” zijn. Zo wordt ook duidelijk dat we wel degelijk met twee verschillende cardinaliteiten te maken hebben die gelijktijdig optreden: het resultaat van Zeno’s deling is niet zondermeer gelijk aan de Euclidische rechte. En als we dan overgaan van $[0,1]$ naar $\mathbb{I}\mathbb{B}$ - zoals gezegd via de tangensfunctie - dan hebben we zelfs overschot, we kunnen twee punten (0 en 1) wegsnijten en nog genoeg overhouden voor alle elementen van \mathbb{R} (in het andere geval krijgen we $\overline{\mathbb{R}}$).²⁰

In de wiskunde zijn er begrippen en technieken ontwikkeld speciaal om met het moeilijke begrip ‘oneindigheid’ op een min of meer veilige manier om te gaan. De wegbereider voor de rekenkunde van ‘oneindig’ was de Duitse wiskundige Georg Cantor. Hoewel zijn werk en wat eruit volgde verderop in dit hoofdstuk meer in detail ter sprake komen, zullen we hier in het kort reeds enkele kernbegrippen aanreiken, opdat de lezer de bespreking van Zeno’s paradoxen probleemloos zoude kunnen blijven volgen. Hoe raar het op het eerste gezicht ook klinkt, het begrip *verzameling* is eigenlijk een ondefinieerbaar (want problematisch) concept in de wiskunde. Frege lanceerde het idee dat het mogelijk is aan elke eigenschap (elk *praedicaat*) een verzameling te koppelen waar alle elementen inzitten die de eigenschap bezitten (die aan het praedicaat voldoen). Dit wordt het *comprehensieaxioma* genoemd. Voor een praedicaat $P(x)$ en een verzameling V geldt: $\exists V \forall x : x \in V \equiv P(x)$. In woorden: voor elk praedicaat P bestaat er een verzameling V van alle objecten x die aan P voldoen. Men zegt dat de verzameling de uitbreiding of *extensie* is van het praedicaat. We zullen nog zien dat dit schijnbaar zo voor de hand liggende idee al tot onoverkomelijke problemen leidt. Men heeft dan ook een batterij *axiomas* (aan te nemen uitgangspunten) opgesteld om met

¹⁹Bijvoorbeeld 0,10000... en 0,01111...

²⁰Aristoteles en later Newton spreken expliciet over dat dubbel gebruik van snijpunten. Aristoteles in zijn bespreking van Zeno; Newton in een van zijn vroegste notaboeken: *Quaestiones quaedam philosophicae*, ontstaan kort voor hij zijn versie van de infinitesimaalrekening op papier zette. Later zal Newton in zijn *De Quadratura Curvarum* zijn infinitesimale procedure om vlakken te vinden uit lijnen en volumes uit vlakken beschrijven in termen die bijna letterlijk overeenkomen met een uitspraak gelijkwaardig aan CH. Ik kom er nog op terug.

verzamelingen proper te kunnen werken. We zullen verder ook nog zien dat dit allemaal lukt... zolang we braaf binnen onze vastgelegde conceptuele omheining blijven. Dat blijkt echter niet altijd te kunnen, en de paradoxenproblematiek is een typevoorbeeld van een ambetant geval. Voor het ogenblik nemen wij een verzameling intuïtief toch aan als een collectie die gedefinieerd wordt door een eigenschap gemeenschappelijk aan al haar leden of *elementen* en benoemen haar met een schuine hoofdletter $A, B, E \dots$. De betrekking tussen een voorwerp en de verzameling waarvan het deel uitmaakt heet *lidmaatschapsrelatie* en wordt weergegeven met het symbool \in . Nemen we twee voorbeeldverzamelingen: $A = \{\text{tien appels}\}$ en $B = \{\text{de twintig leerlingen van de klas}\}$. De elementen van B kan ik ordenen naar grootte. ‘Cardinaal’ en ‘ordinaal’ zijn aan Cantors verzamelingenleer ontleende begrippen. *Cardinaliteit* drukt de grootte van een verzameling uit door het aantal elementen dat ze bevat. Het wordt bepaald door telling (tellen is immers niets anders dan op eenduidige wijze een natuurlijk getal plakken op een ding uit een hoop). *Ordinaliteit* beduidt niet de grootte maar de *orde* waarin de elementen voorkomen, hetgeen in de omgangstaal uitgedrukt wordt door het rangtelwoord. Het *cardinaalgetal* van $A = 10$, dat van $B = 20$. In het geval van A heeft het geen zin om over ordinaliteit te spreken, terwijl in het geval van B men zou kunnen zeggen dat het *ordinaalgetal* van de grootste leerling “twintigste” is. Twee verzamelingen zijn *aequivalent* (gelijkwaardig) als ze hetzelfde cardinaalgetal hebben; ‘10’ is dus de cardinaliteit van alle verzamelingen met tien elementen. In het geval van eindige verzamelingen is dit alles dus zonder probleem. Het zal duidelijk zijn dat een getal zelf geen verzameling is, maar een *verzameling van verzamelingen!*

Maar hoe zit het in het oneindige geval? Kennen we oneindige verzamelingen? Zeker wel: de verzameling der natuurlijke getallen \mathbb{N} is oneindig, want het is onmogelijk tot het laatste natuurlijk getal door te tellen — aangenomen dat we oneindig veel tijd zouden hebben! Ge kunt immers *altijd* zeggen: ik doe er nog eentje bij. Cantor ontdekte dat ∞ (oneindig) een aan de getallen verwante verzameling is, want ge kunt ermee optellen, vermenigvuldigen, machtsverheffen &c. Het is evenwel een eigenaardig getal: al die operaties zullen het niet groter of kleiner maken! En toch bestaan er oneindigheden die *groter* zijn als andere. Oneindigheid is blijkbaar een mooi maar ook een griezelig begrip. Wat is nu het cardinaalgetal van een oneindige verzameling? Laten we opnieuw \mathbb{N} nemen. Deze verzameling heeft geen maximaal element, omdat ge ‘tot in het oneindige’ kunt blijven doortellen. Traditioneel zou men zeggen dat \mathbb{N} *potentieel oneindig* is. Cantor ontdekte evenwel dat \mathbb{N} toch een bovengrens heeft, die echter net buiten \mathbb{N} gelegen is. Hij noemde deze bovengrens of *supremum* ω . Door het bestaan van ω heeft het zin om over de *totaliteit* van \mathbb{N} als gegeven te spreken; in traditionele termen is \mathbb{N} *actueel oneindig*. Maarrr... Neem de verzameling der even natuurlijke getallen. Zij heeft geen maximaal element omdat ge tot in het oneindige even getallen kunt blijven opgeven; zij heeft echter wel een bovengrens, nl. ω . Wilt ge dus eerst de even gevolgd door de oneven getallen tellen m.b.v. de natuurlijke getallen, dan zullen uw natuurlijke getallen al ‘op’ zijn voor ge maar aan uw eerste oneven getal toekomt; het eindresultaat = 2ω . En toch komen zowel de even als de oneven getallen uit \mathbb{N} ! De volgorde waarin de natuurlijke getallen zelf geteld worden is dus van belang, waardoor we weten dat ω een ordinaalgetal moet zijn. Let wel: ω en 2ω *verschillen in grootte niet van elkaar!* Zij vertegenwoordigen hetzelfde cardinaalgetal

\aleph_0 (Aleph 0), een van Cantor afkomstige Hebreeuwse naam). Er blijft nog de vraag wat de cardinaliteit is van \mathbb{R} , de verzameling der reële getallen. Cantor vond een antwoord m.b.v. het begrip *machtsverzameling*. Ik kan een verzameling V opdelen in stukken: haar *deelverzamelingen*. Als ik al die deelverzamelingen opnieuw in een verzameling samensteek (met de lege verzameling en de oorspronkelijke verzameling V erbij), dan heb ik de machtsverzameling $\mathcal{P}(V)$ gebouwd (\mathcal{P} voor ‘power, puissance’). Als er n elementen in V zitten zal het aantal deelverzamelingen 2^n zijn. Het aantal deelverzamelingen van $\mathbb{N} = 2^{\aleph_0}$. Cantor heeft met zijn beroemde diagonaliseringsargument (dat verderop nog zal worden besproken) bewezen dat 2^{\aleph_0} *groter* is dan \aleph_0 en gelijk is aan \aleph_1 (Aleph 1). Deze \aleph_1 is zelf gelijk aan $|\mathbb{R}|$, het aantal reële getallen. Men maakt dan ook het onderscheid tussen *aftelbare* en *overaftelbare* oneindigheden. Anders gezegd: de natuurlijke getallen vormen een ‘discreet’, de reële een ‘continu’ ensemble: wanneer de getallen op een rechte lijn worden voorgesteld, blijven er tussen de natuurlijke getallen gaten over en tussen de reële niet. De stap van \aleph_0 naar \aleph_1 wordt in één keer gezet. Het feit dat er niets ‘tussen’ die twee cardinaliteiten ligt ($2^{\aleph_0} = \aleph_1$) staat bekend als Cantors **Continuumhypothese (CH)**.

APPENDIX III

IETS OVER RATIONELE MECHANICA

De cinematische benadering van natuurkundige problemen, waarvan de aanzet was gegeven door Descartes, zal door Leibniz zowel filosofisch als wiskundig worden bijgestuurd en verdergezet. Fermats formulering van het beginsel van de minste weerstand — de oermoeder van alle latere minimalisatieprincipes — geeft de doorslag. De door Leibniz geïnspireerde correctie van Newtons energiebegrip door Mme Duchatelet effent het pad naar een volledige integratie van de twee theoretische kaders. Het is een enigzins verbazend, maar onomstotelijk feit dat, ondanks zijn enorme invloed, Newtons weg noch formeel, noch filosofisch de toekomstige ontwikkelingen in de natuurkunde het sterkst heeft bepaald. Inderdaad, zeker de algebraïsch gefundeerde eenmaking die het gevolg was van de wiskundige bijdragen van Euler — o.a. machtsreeksen van transcendente functies — maakten dat Newtons vectoriële, in feite traditioneel meetkundige aanpak definitief tot het verleden ging behoren.²¹ De rationele mechanica beschrijft systemen alsof ze zich als puntmassa's bewegen, gehoorzaamend aan een minimalisatiebeginsel in een, weliswaar geabstraheerd, plenum, de *configuratieruimte*, en wel zodanig dat een bepaalde grootte, de totale energie van het systeem, behouden blijft. *The ideas of Leibniz were in harmony with the later analytical developments. Both the kinetic energy and the work of the acting forces could easily be generalized from one single particle to an arbitrary system of particles.*²² Wanneer een boek over tafel wordt verschoven beweegt het hele boek tegelijkertijd, hoewel het in feite uit een enorme hoeveelheid minuscule deeltjes bestaat. Die deeltjes staan blijkbaar in vaste verhoudingen tot elkaar, zodat enkel een aantal eenvoudige basisbewegingen met het gehele boek — verschuiven, omdraaien — mogelijk zijn. In de rationele of analytische mechanica wordt een macroscopisch fysisch systeem \mathcal{S} dan ook opgevat als bestaande uit een aantal subsystemen ('puntdeeltjes') N , die door hun bewegingen het gedrag van het gehele systeem volledig bepalen. Aan elk puntdeeltje worden cartesische positiecoördinaten x_i, y_i, z_i toegekend ($i = 1, 2, \dots, N$). Gelukkig kunnen we meestal met een beperkt aantal punten het hele systeem beschrijven; het minimale aantal daarvoor nodig bepaald het aantal *vrijheidsgraden* waarover een systeem beschikt. Het is duidelijk dat we de totale beweging — de kinematica van het beschouwde systeem — kennen wanneer de posities van die punten bekend zijn in functie van de tijd t . Voor het bepalen van de betreffende dynamica — de verandering van beweging onder invloed van uitwendige factoren, 'krachten', zoals we hebben gezien — is er echter meer nodig. De wiskundige relatie die de versnellingen in verband brengt met de posities en snelheden relevant voor ons systeem, noemen we de *bewegingsvergelijking* van het systeem. De Newtoniaanse bewegingsvergelijking $F = m\ddot{x}$ is immers een tweede-graadsdifferentiaalvergelijking, zodat we niet alleen de aanvangsposities, maar ook de aanvangssnelheden nodig hebben als beginvoorwaarden ter oplossing van dit probleem. Een bijkomende moeilijkheid is dat we te maken hebben met vectoriële grootheden,

²¹En wel vanaf de verschijning van Eulers werl in 1736. GUIC, chapter I.

²²C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*, Dover, N.Y, 1986 [1970], p. 344.

krachten en versnellingen. Ook dit probleem kan binnen het analytische kader worden opgelost d.m.v. de variatierekening. *The mathematical problem of minimizing an integral is dealt with in a special branch of the calculus, called "calculus of variations."* (...) *We can restrict our mathematical experiment to such paths as are infinitely near to the actual path. A tentative path which differs from the actual path in an arbitrary but still infinitesimal degree, is called a "variation" of the actual path, and the calculus of variations investigates the changes in the value of an integral caused by such infinitesimal variations of the path.*²³ Tenslotte, rekening houdend met de rol van de massa m als evenredigheidsconstante, geven we de voorkeur niet aan de loutere snelheid maar aan de vectoriële grootte *hoeveelheid van beweging* of impuls $p = mv$. Wanneer we gebruik maken van een aantal door Newton gepostuleerde fundamentele eigenschappen van ruimte en tijd — homogeniteit en isotropie — dan kan het dynamische gedrag van fysische systemen ook beschreven kan worden in termen van functies die gedurende de beweging een bepaalde waarde behouden. Dergelijke functies worden 'eerste integralen'²⁴ genoemd, en de waarden die ze uitdrukken 'behouden grootheden'.

$$f(q_1, \dots, q_k, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_k) = \text{constant} \quad (8.1)$$

De beweging van het systeem wordt geregeerd door het principe van het *behoud van energie*, dat stelt dat het verschil tussen kinetische en potentiële energie een constante is: $L = T - V$.²⁵ We noemen L de *Langrangiaan* van het beschouwde systeem. Dit is de benadering van de Leibnizianse of 'analytische' mechanica, in tegenstelling tot Newton's vectoriële aanpak. In de negentiende eeuw werd de analytische aanpak door Hamilton tot wat ik gemakshalve maar de klassieke formulering van de klassieke mechanica zal noemen, ontwikkeld. Er wordt gewerkt met veralgemeende coördinaten q_i , zodat het gebruikte referentiestelsel gedefinieerd kan worden in functie van \mathcal{S} en we niet gebonden zijn aan de beperkingen van de gewone, Euclidische ruimte. Met behulp van zekere cinematische voorwaarden kan het aantal *vrijheidsgraden* (toestandsonafhankelijke parameters) k van het beschouwde systeem worden bepaald, en daarmee ook het aantal dimensies van de abstracte ruimte waarin het zal worden beschreven. De totale energie E staat in functie van deze coördinaten q_i en hun afgeleiden: $E = L(q_1, \dots, q_k, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_k)$. Het precieze verband tussen deze energie E en de posities en impulsen uit de Newtoniaanse benadering wordt door volgende relatie gegeven:

$$E = L(q_1, \dots, q_k, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_k) = H(q_1, \dots, q_k, p_1, \dots, p_k) \quad (8.2)$$

Het verband tussen de tijdsafgeleiden \dot{q} en de "veralgemeende impulsen" p is:

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \quad (8.3)$$

De functie H is de *Hamiltoniaan* van \mathcal{S} . Zij geeft het verschil tussen potentiële en kinetische energie over het geheel van het systeem weer, en geeft zo uitdrukking aan

²³C. Lanczos, *o.c.*, p. xxiv.

²⁴L. Landau & E. Lifchitz, *Physique Théorique. Tome 1: Mécanique*, Editions Mir, Mocsou, 1964/1988, p. 44.

²⁵H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass. etc., 1950, pp. 18, 30.

het principe van het behoud van energie. We beschrijven het gedrag van ons systeem als de baan van een punt in een ruimte met $q - p$ coördinaten, de *phaseruimte*. Een toestand $\omega(q,p)$ is een punt op die baan. De meetbare grootheden positie q en impuls p — waartoe andere grootheden in principe herleidbaar zijn — worden weergegeven door deelruimten van de $2k$ -dimensionele phaseruimte (\mathfrak{R}^N) waarin de toestanden ω van \mathcal{S} als punten worden beschreven.

APPENDIX IV

SCHOLIUM GENERALE

Isaac Newton

Hypothesis Vorticum multis premitur difficultatibus. Ut Planeta unusquisque radio ad Solem ducto areas describat tempori proportionales, tempora periodica partium Vorticis deberent esse in duplicata ratione distantiarum a Sole. Ut periodica Planetarum tempora sint in proportione sesquuplicata distantiarum a sole, tempora periodica partium vorticis deberent esse in sesquuplicata distantiarum proportione. Ut Vortices minores circum Saturnum, Iovem et alios Planetas gyrati conserventur, et tranquille natent in Vortice Solis, tempora periodica partium Vorticis solaris deberent esse aequalia. Revolutiones Solis et Planetarum circum axes suos, quae cum motibus Vorticum congruere deberent, ab omnibus hisce proportionibus discrepant. Motus Cometarum sunt summe regulares, et easdem leges cum Planetarum motibus observant, et per Vortices explicari nequeunt. Feruntur Cometae motibus valde eccentricis in omnes clorum partes, quod fieri non potest, nisi vortices tollantur. Proiectilia, in aere nostro, solam aris resistantiam sentiunt. Sublato Aere, ut fit in Vacuo Boyliano, resistantia cessat; siquidem; pluma tenuis et aurum solidum aequali cum velocitate in hoc vacuo cadunt. Et par est ratio spatiorum caelestium, quae sunt supra Atmosphaeram Terrae. Corpora omnia in istis spatiis liberime moveri debent; et propterea Planetae et Cometae, in orbibus specie et positione datis, secundum leges supra expositas, perpetuo revolvi. Perseverabunt quidem in orbibus suis per leges gravitatis, sed regularem orbium situm primitus acquirere per leges hasce minime potuerunt. Planetae sex principales revolvuntur circum Solem in circulis Soli concentricis, eadem motus directione, in eodem plano quamproxime. Lunae decem revolvuntur circum terram, Iovem et Saturnum in circulis concentricis, eadem motus directione, in planis orbium Planetarum quamproxime. Et hi omnes motus regulares originem non habent ex causis Mechanicis; siquidem Cometae in orbibus valde eccentricis, et in omnes clorum partes libere feruntur: quo motus genere Cometae per orbis Planetarum celerrime et facillime transeunt; et in Apheliis suis ubi tardiores sunt et diutius morantur, quam longissime distant ab invicem, ut se mutuo quam minime trahant. Elegantissima haecce Solis, Planetarum et Cometarum compages non nisi consilio et dominio Entis intelligentis et potentis oriri potuit. Et si stellae fixae sint centra similium systematum, haec omnia, simili consilio constructa, suberunt Unius dominio: praesertim cum lux Fixarum sit eiusdem naturae ac lux Solis, et systemata omnia lucem in omnia invicem immittant. Et ne Fixarum systemata per gravitatem suam in se mutuo cadant, hic eadem immensam ab invicem distantiam posuerit. Hic omnia regit, non ut Anima mundi, sed ut universorum (Id est Imperator universalis) Dominus. Et propter dominium suum dominus Deus Pantokravtwr dici solet. Nam Deus est vox relativa, et ad servos refertur: et deitas est dominatio Dei, non in corpus proprium, uti sentiunt quibus Deus est anima mundi, sed in servos. Deus summus est Ens aeternum, infinitum, absolute perfectum sed Ens, utcunque perfectum sine dominio, non est Dominus Deus. Dicimus enim Deus meus, Deus vester, Deus Israelis, Deus deorum, et Dominus dominorum: sed non dicimus Aeternus meus, Aeternus vester, Aeternus Israelis, Aeternus deorum; non dicimus Infinitus meus; perfectus. Hae appellationes relationem

non habent ad servos. Vox Deus passim significat Dominum: sed omnis Dominus non est Deus. Dominatio Entis spiritualis Deum constituit, vera verum, summa summum, ficta fictum. Et ex dominatione vera sequitur Deum verum esse vivum, intelligentem et potentem; ex reliquis perfectionibus summum esse vel summe perfectum. Aeternus est et Infinitus, omnipotens et Omnisciens; id est durat ab aeterno in aeternum, et adest ab infinito in infinitum: omnia regit; et omnia cognoscit, quae fiunt aut fieri possunt. Non est aeternitas et infinitas, fed aeternus et infinitus; non est duratio et spatium, sed durat et adest. Durat semper et adest ubique et existendo semper et ubique, durationem et spatium constituit. Cum unaquaeque spatii particula sit semper et unumquodque durationis indivisibile momentum ubique certe rerum omnium Fabricator ac Dominus non erit nunquam, nusquam. 'Omnis anima sentiens diversis temporibus, in diversis sensuum, et motuum organis eadem est persona indivisibilis. Partes dantur successive in duratione, co-existentes in spatio, neutrae in Persona hominis, seu principio eius cogitante; et multo minus in substantia cogitante Dei. Omnis homo, quatenus res sentiens, est unus et idem homo durante vita sua in omnibus et singulis sensuum organis. Deus est unus et idem Deus semper et ubique. Omnipraesens est non per virtutem solam, sed etiam per substantiam: nam virtus sine substantia subsistere non potest. In ipso continentur et moventur universa, sed sine mutua passione. Deus nihil patitur ex corporum motibus: illa nullam sentiunt resistentiam ex omnipraesentia Dei. Deum summum necessario existere in confesso est: et eadem necessitate semper est et ubique. Unde etiam totus est sui similis, totus oculus, totus auris, totus cerebrum, totus brachium, totus vis sentiendi, intelligendi, et agendi, sed more minime humano, more minime corporeo, more nobis prorsus incognito. Ut caecus non habet ideam colorum, sic nos ideam non habemus modorum quibus Deus sapientissimus sentit et intelligit omnia. Corpore omni et figura corporea prorsus destituitur; ideoque videri non potest, nec audiri, nec tangi, nec sub specie rei alicuius corporei coli debet. Ideas habemus attributorum eius, sed quid sit rei alicuius substantia minime cognoscimus. Videmus tantum corporum figuras et colores; audimus tantum sonos; tangimus tantum superficies externas; olfacimus odores solos; et gustamus sapes intimas substantias nullo sensu nulla actione reflexa cognoscimus; et multo minus ideam habemus substantiae Dei. Hunc cognoscimus solummodo per proprietates eius et attributa, et per sapientissimas et optimas rerum structuras et causas finales, et admiramur ob perfectiones; veneramur autem et colimus ob dominium. Colimus enim ut servi; et Deus sine dominio, providentia, causis finalibus nihil aliud est quam Fatum et Natura. A caeca necessitate metaphysica quae utique eadem est semper et ubique, nulla oritur rerum variatio. Tota rerum conditarum pro locis ac temporibus diversitas, ab ideis et voluntate Entis, necessario existentis, solummodo oriri potuit. Dicitur autem Deus per allegoriam videre, audire, loqui, ridere, amare, odio habere, cupere, dare, accipere, gaudere, irasci, pugnare, fabricare, condere, construere. Nam sermo omnis de Deo a rebus humanis per similitudinem aliquam desumitur, non perfectam quidem, sed aliqualem tamen. Et haec de Deo de quo utique ex Phaenomenis disserere, ad Philosophiam Naturalem pertinet. Hactenus Phaenomena caelorum et maris nostri per vim gravitatis exposui; sed causam gravitatis nondum assignavi. Oritur utique haec vis a causa aliqua, quae penetrat ad usque centra Solis et Planetarum, sine virtutis diminutione; quaeque agit non pro quantitate superficialium particularum, in quas agit (ut solent causae mechanicae) sed pro quantitate materiae solidae et cuius actio in immensas distantias undique extenditur, decrescendo

semper in duplicata ratione distantiarum. Gravitas in Solem componitur ex gravitatibus in singulas Solis particulas et recedendo a Sole decrescit accurate in duplicata ratione distantiarum ad usque orbem Saturni ut ex quiete Apheliorum Planetarum manifestum est ad usque ultima Cometarum Aphelia, si modo Aphelia illa quiescant. Rationem vero harum Gravitatis proprietatum ex Phaenomenis nondum potui deducere, et hypotheses non fingo. Quicquid enim ex phaenomenis non deducitur, Hypothesis vocanda est; et hypotheses seu Metaphysicae, seu Physicae, seu Qualitatum occultarum, seu Mechanicae in Philosophia experimentalis locum non habent. In hac Philosophia Propositiones deducuntur ex phaenomenis et redduntur generales per inductionem. Sic impenetrabilitas, mobilitas, impetus corporum, et leges motuum et gravitatis innotuerunt. Et satis est quod Gravitas revera existat, et agat secundum leges a nobis expositas, et ad corporum caelestium et maris nostri motus omnes sufficiat. Adicere iam liceret nonnulla de Spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, et in iisdem latente; cuius vi et actionibus particulae corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, et contiguae factae cohaerent; et corpora Electrica agunt ad distantias maiores, tam repellendo quam attrahendo corpuscula vicina; et Lux emittitur, reflectitur, refringitur, inflectitur, et corpora calefacit; et Sensatio omnis excitatur; et membra Animalium ad voluntatem moventur, vibrationibus scilicet huius Spiritus, per solida nervorum capillamenta, ab externis sensuum organibus ad cerebrum, et a cerebro in musculos, propagatis. Sed haec paucis exponi non possunt; neque adest sufficiens copia Experimentorum, quibus leges actionum huius Spiritus accurate determinari et monstrari debent.

Finis Principiorum

ALGEMEEN SCHOLIUM

Isaac Newton

Vertaald door R. De Smet en K. Verelst

De wervelingenhypothese gaat onder vele problemen gebukt. Opdat elke afzonderlijke planeet via haar straal tot de zon getrokken, oppervlakken zou beschrijven die evenredig zijn met de omlooptijd, hadden de periodieke tijden van de delen der werveling in dubbele verhouding moeten staan tot de afstanden tot de zon. Opdat de periodieke tijden van de planeten anderhalf keer in verhouding zouden staan tot hun afstand tot de zon, hadden de periodieke tijden van de wervelingen in de verhouding anderhalf moeten staan tot de afstanden. Opdat de kleinere wervelingen rond Saturnus, Jupiter en de andere planeten hun omloopbanen zouden behouden, en onverstoord zouden blijven drijven in de werveling van de zon, hadden de periodieke tijden van de delen der zonnewerveling gelijk moeten zijn. De omwentelingen van de zon en de planeten om hun assen die met de bewegingen der wervelingen dienen samen te vallen, wijken van al deze verhoudingen af. De bewegingen van de kometen zijn uiterst regelmatig, en gehoorzamen aan dezelfde wetten als de planeetbewegingen, en kunnen niet verklaard worden door wervelingen. De kometen verplaatsen zich met sterk eccentrische bewegingen door alle delen van het uitspansel, wat niet kan gebeuren, tenzij de wervelingen worden opgeheven. Projectielen voelen in onze lucht enkel weerstand van de lucht. Wanneer de lucht weggelaten wordt, zoals het geval is in het Boyliaanse vacuum, dan houdt de weerstand op, want in dit luchtledige vallen een donzig pluimje en een solied stuk goud met dezelfde snelheid. Hetzelfde principe geldt voor de hemelse ruimten die zich boven het aardoppervlak bevinden. Alle lichamen moeten zich in deze ruimten volstrekt vrij bewegen; en daarom zullen de planeten en kometen volgens de hoger uiteengezette wetten in banen, naar soort en positie gegeven, eeuwigdurend rond-draaien. Zij zullen dit weliswaar in hun banen blijven doen volgens de wetten van de zwaartekracht, maar zij zullen in eerste aanleg onmogelijk de regelmatige plaats van hun banen volgens deze wetten hebben verkregen. De zes hoofdplaneten wentelen zich rond de zon in cirkelvormige concentrische banen ten overstaan van de zon, in dezelfde bewegingsrichting en in ongeveer hetzelfde vlak. De tien manen wentelen zich rond de aarde, Jupiter en Saturnus in concentrische cirkels, in dezelfde bewegingsrichting en in ongeveer hetzelfde vlak. En al deze regelmatige bewegingen vinden hun oorsprong niet in mechanische oorzaken; de kometen verplaatsen zich immers in sterk eccentrische banen door alle delen van het uitspansel: door bewegingen van deze aard doorkruisen zij bijzonder snel en gemakkelijk de planeetbanen; en in hun aphelia, waar ze trager zijn en zich langer ophouden verkrijgen ze de grootst mogelijke onderlinge afstand, zodat ze elkaar zo weinig mogelijk onderling aantrekken. Juist dit allerverfijndste bouwwerk van zon, planeten en kometen kon nooit ontstaan tenzij naar plan en gebod van een intelligent en machtig Wezen. En indien de vaste sterren de centra zijn van gelijkaardige stelsels, dan zullen deze allen, geconstrueerd volgens een gelijkaardig plan, aan het gebod van Een enkele onderworpen zijn, vooral omdat het licht der vaste sterren van dezelfde aard is als dat der zon, en alle stelsels wederkerig licht uitstralen. En opdat de stelsels der vaste sterren niet door hun zwaartekracht op elkaar zouden vallen, heeft deze hen op onderling reusachtige afstanden uit elkaar geplaatst. Deze

regeert over alles, niet zoals de Ziel der wereld, maar als de Heer van alles wat bestaat en wegens zijn heerschappij wordt hij gewoonlijk Heer God Pantokrator (Albeheerser) genoemd. Want het woord God is overdrachtelijk en heeft betrekking op dienaren en de goddelijkheid is de Heerschappij van God niet over zijn eigen lichaam, zoals zij menen die God als de ziel van de wereld beschouwen, maar over zijn dienaren. De opperste God is een wezen dat eeuwig is, oneindig, uiterst volmaakt. Maar een wezen zonder heerschappij, hoe volmaakt ook, is niet de Heer God. Wij zeggen immers mijn God, Uw God, God van Isral, God der goden en Heer der heren, maar wij zeggen niet mijn Eeuwige, Uw Eeuwige, Eeuwige van Isral, Eeuwige der goden; wij zeggen niet mijn oneindige, mijn perfecte. Deze benamingen hebben geen betrekking op dienaren. Het woord God betekent vaak heer, maar niet elke heer is God. De heerschappij van een spiritueel wezen maakt het tot een God, de ware heerschappij tot een ware God, de opperste tot een opperste God, de valse tot een valse God. En uit de ware heerschappij volgt dat de ware God levend is, intelligent en machtig. Uit de overige elementen van zijn volmaaktheid volgt dat hij de opperste is, m.a.w. uiterst volmaakt. Hij is eeuwig en oneindig, almachtig en alwetend; dat betekent dat hij duurt vanaf de eeuwigheid tot in de eeuwigheid en aanwezig is vanaf het oneindige tot in het oneindige: hij heerst over alles en weet alles wat er gebeurt of kan gebeuren. Hij is niet de eeuwigheid en de oneindigheid, maar hij is eeuwig en oneindig; hij is niet de duur en de ruimte, maar hij duurt en is aanwezig. Hij duurt steeds en is overal tegenwoordig en door steeds en overal te bestaan bepaalt hij duur en ruimte. Aangezien elk deeltje van de ruimte altijd is en elk ondeelbaar ogenblik van de duur overal is, zal de schepper en de Heer van alle dingen onmogelijk nooit zijn, onmogelijk nergens zijn. Elke ziel die percipieert op verschillende tijdstippen en in de verschillende organen van zintuiglijkheid en beweging, maakt dezelfde ondeelbare persoon uit. Deeltjes volgen elkaar op in de duur en coïscideren in de ruimte; geen van beide is het geval in de persoon van de mens of in zijn denkend beginsel en nog veel minder in de substantie van de denkende God. Elke mens, voor zover als hij een wezen is dat percipieert, is n en dezelfde mens gedurende gans zijn leven in al zijn zintuigen en in elk afzonderlijk. God is n en dezelfde God, steeds en overal. Hij is alomtegenwoordig niet alleen in zijn uitwerking maar ook in zijn substantie; want uitwerking kan niet bestaan zonder substantie. In hemzelf zitten alle dingen vervat en zij bewegen er zich in, maar zonder wederzijdse beïnvloeding. Want God ondergaat niets vanwege de bewegingen van lichamen. Zij van hun kant ervaren geen enkele weerstand van de alomtegenwoordigheid Gods. Het staat buiten kijf dat de opperste God noodzakelijkerwijze bestaat en volgens dezelfde noodzaak steeds en alomtegenwoordig is. Daarom is hij ook volkomen zijns gelijke, gans oog, gans oor, gans brein, gans arm, gans kracht om te voelen, te begrijpen en te handelen; maar allerminst op de wijze van de mens, allerminst lichamelijk, op een wijze die voor ons volkomen onbekend is. Zoals een blinde geen idee heeft van kleuren, zo hebben wij geen idee van de manieren waarop de allerwijste God alles aanvoelt en begrijpt. Hij is verstoken van elk lichaam en elke lichamelijke vorm en daarom kan hij noch gezien noch gehoord noch aangeraakt worden en moet hij ook niet vereerd worden onder de vorm van een of ander lichaam. Wij bezitten wel ideeën van zijn eigenschappen, maar wij kennen allerminst de substantie van welke zaak ook. Wij zien slechts de vormen en de kleuren van de lichamen; wij horen slechts hun geluiden; raken slechts hun uiterlijke oppervlakte aan, ruiken slechts hun geuren en proeven enkel hun smaak. Via geen enkel

gevoel, via geen enkele weloverwogen handeling kennen wij hun meest innerlijke substantie; des te minder hebben wij een idee van de substantie van God. Hem kennen wij enkel via zijn eigenschappen en kenmerken en via de uiterst vernuftige en uitstekende structuren der dingen en hun finale oorzaken. Wij bewonderen hem om de perfectie; wij aanbidden en vereren hem echter om zijn heerschappij. Als dienaren vereren wij hem immers en een God zonder heerschappij, voorzienigheid en finale oorzaken is niets anders dan het Noodlot en de Natuur. Uit de blinde metafysische noodwendigheid, die hoedanook steeds en overal de zelfde is, ontstaat geen variatie der dingen. De ganse verscheidenheid der dingen die ondergebracht zijn in ruimte en tijd is enkel kunnen tot stand komen uit de ideeën en de wil van een Wezen dat noodzakelijkwijze bestaat. Allegorisch zegt men echter dat God ziet, hoort, spreekt, lacht, liefheeft, haat koestert, verlangt, geeft, ontvangt, zich verheugt, vertoornd is, vecht, verwekt, sticht, construeert. Want in verband met God putten wij elk woord uit een zekere analogie met menselijke toestanden, niet perfect weliswaar, maar toch enigszins gelijkend. Deze dingen had ik over God te vertellen; het is nu de taak van de natuurfilosofie hierover verder uit te weiden zich baserend op de natuurfenomenen. Tot hiertoe heb ik de fenomenen van de hemel en onze zee verklaard via de invloed van de gravitatie, maar de oorzaak van de zwaartekracht heb ik niet aangeduid. In elk geval vindt deze kracht haar oorsprong in een oorzaak die doordringt tot in de kern van de zon en de planeten, zonder vermindering van haar invloed. Zij is niet actief in verhouding tot de kwantiteit van de deeltjes aan de oppervlakte van de dingen waarin zij werkzaam is (zoals de mechanische oorzaken dat plegen te doen), maar in verhouding tot de kwantiteit van hun vaste materie. Haar invloed strekt zich in alle richtingen uit over immense afstanden, steeds gradatief afnemend met het dubbele van de afstand. De zwaartekracht van de zon resulteert uit de verschillende zwaartekrachten van haar verschillende deeltjes en wanneer men zich verwijderd van de zon neemt haar zwaartekracht exact af met het dubbele van de afstand tot de baan van Saturnus - zoals duidelijk blijkt uit de rust van de aphelien van de planeten- en tot de uiterste aphelien van de kometen, indien die aphelien tenminste in rust zijn. De reden echter van deze eigenschappen van de zwaartekracht heb ik uit de natuurfenomenen nog niet kunnen afleiden en ik vind desbetreffend geen hypothesen uit. Alles wat immers niet afgeleid wordt uit de natuurfenomenen moet men een hypothese noemen en hypothesen of ze nu metafysisch van aard zijn, fysisch, betrekking hebben op de occulte eigenschappen of mechanisch zijn, horen niet thuis in de experimentele filosofie. In deze filosofie worden vooronderstellingen afgeleid uit de natuurfenomenen en via inductie veralgemeend. Aldus lieten de ondoordringbaarheid, de beweeglijkheid, de slagkracht van lichamen en de wetten van de bewegingen en de zwaartekracht zich noteren. En het mag volstaan dat de zwaartekracht werkelijk bestaat en werkzaam is volgens de wetten die door ons werden uiteengezet en dat zij voldoende is ter verklaring van alle bewegingen van de hemellichamen en onze zee. Ik had hier nu nog enkele woorden kunnen wijden aan die uiterst subtiele geest die doordringt in vaste lichamen en zich erin verschuilt, door wiens kracht en inwerking deeltjes van lichamen elkaar op minieme afstanden aantrekken en eens in elkaars nabijheid gekomen gaan samenklitten; woorden ook aan het feit dat elektrisch geladen lichamen op grotere afstanden actief zijn zowel in het afstoten als aantrekken deeltjes in hun buurt. Ook licht wordt uitgezonden, gereflecteerd, gereflecteerd, gebroken en het warmt lichamen op. Elke gewaarwording wordt opgewekt en de lichaamsdelen van de dieren

bewegen zich volgens hun wil ongetwijfeld door de trillingen van deze geest wanneer zij via de solide banen van de zenuwen vanaf de uiterlijke zintuigen naar de hersenen en van de hersenen naar de spieren uitgezonden zijn. Maar het is onmogelijk om deze fenomenen in enkele woorden uiteen te zetten en er zijn niet voldoende experimentele gegevens voorhanden waarmee men de wetten van de werking van deze geest accuraat moet bepalen en aantonen.

Het einde der beginselen

APPENDIX V

MACCLESFIELD NEWTON PAPERS

CUL MS. Add. 9597 Macclesfield Shelf 3/ Box 4 Newton autographs²⁶

127a:

not in the sense that qualities are spoken of bodies ;often ascribed to; finite & created beings by Logitians & Metaphysicians (for they consider space & duration as quantities) but wth relation rather to the Prdicaments of ubi & quando <applied to Gods ubiquity & eternity, infinity of presence &[?] or presence to all places &>, & only to signify that duration is ternity of duration & infinity of space are consequently ;modes of the ubi & quando of a Being is presence in all places; of a Being who is absolutely & substantially ;& necessarily; ternal & in f? omnipresent. But because this language may be apt to be taken in another sense I have ?? <by unwary people> to prevent its coming into use I have changed it in this edition.

not in the sense that quanlities are ascribed to finite & created beings by Logitians & Metaphysicians (for <they> consider space & duration <not as qualities but> as quantities <& not as qualities> but with relation to the prdicaments of Ubi & Quando applied to Gods ubiquity & ternity, & only to signify that infinity of pre ubiquity or being in all place or space & eternity or being in all duration are modes of an[?] of the Ubi & Quando of a Being who is absolutely substantially & necessarily eternal & omnipresent, & ;that they are in this sense; proper to him alone & that duration space & duration <but> in respect of bodies[?] <space & duration> are only ????? of their ??? <places are ??? & ???> <places> in wch they <bodies> may be or capacities of their being in them And in this respect <he wch[?]> the Jews Hebrews called God, locus <Place>, the place in wch we live & move & have our being. God hath not his attributes of te omnipresence & eternity from the creatur{res}[?] but from his own eter omnipresent ?? necessarily existent nature: And by & in him the creatures live & move & have their being. Because God is not the obj.

²⁶Communicated By S. Snobelen, King's College, Halifax, Canada. Copyright The Newton Project.

ISAAC NEWTONS TWELVE ARTICLES ON GOD AND CHRIST

C.1710s-1720s

KEYNES MS 8, KINGS COLLEGE, CAMBRIDGE²⁷

art. 1. there is one god the father eternal +everliving,, omnipresent, omniscient, almighty, the maker of heaven & earth, & one mediator between god & man the man christ jesus.

art. 2. the father is the invisible god whom no eye hath seen or can see, all other beings are sometimes visible.

art. 3. the father hath life in himself & hath given the son to have life in himself.

art. 4. the father is omniscient & hath all knowledge of future things originally in his own breast, & communicates knowledge to the son of future things to the son +jesus christ, & none in heaven or earth or under the earth is worthy to receive knowledge of future things immediately from the father except the lamb. +and therefore the testimony of jesus is the spirit of prophesy & jesus is the word or prophet of god.,

art. 5. the father is immoveable th no place being capl+a,ble of becoming emptier or fuller of him then it is by the eternal necessity of nature: all other being are moveable from place to place.

art. 6. all the worship (whether of prayer praise or thi+a,nks giving wch was due to the father before the coming of christ is still due to him. christ came not to diminish the worship of his father.

art. 7. a prayers are most prevalent when directed to the father in the name of ye son.

art. 8. we are to return thanks to ye father alone for creating us & giving us food & raiment & other blessings of this life & whatsoever we are to thank him for or desire that he would do for us we ask of him immediately in the name of christ.

art. 9. we need not pray to christ to intercede for us. if we pray the father aright he will intercede.

art. 10. it is not necessary to salvation to direct our prayers to any other then ye father in ye name of the son.

art. 11. to give the name of god to angels or kings is not against ye first commandment. to give the worship of the god of the jews to angels or kings is against it. the meaning of the commandment is to+h,ou shalt worship no other gods but me.

art. 12. to give glory christ & the holy ghost to us there is but one god ye father of whom are all things +& we of him,, & one lord jesus christ by whom are all things & we byhim. and each have their proper worship we are that is, we are to worship the father alone as god almighty & the lor jesus alone as the lord the messiah the king of t great king the ?? lamb of god who was slain & hath redeemed us wth his blood & was made us kings & priests.

²⁷Communicated By S. Snobelen, King's College, Halifax, Canada. Copyright The Newton Project.

LIJST VAN SIGLA

FTG = Van Heyenoort [140]
DK = Diels & Kranz [95]
K & K = Kneale and Kneale [1962] [159]
GA = Cantor [70]
GUIC Guicciardini [133]
OCH I/II = Poortman [1954/1958] [202]
BPPM = Benacerraf and Putnam [52]
PLG I = Benvéniste [1966] [53]
PLG II = Benvéniste [1974] [54]
KRS = Kirk, Raven and Schofield [156]
LEE = Lee [171]
LK = Russell [223]
SHYP = Poincaré [1902] [199]
SVAL = Poincaré [1905] [200]
STF = Stanford Encyclopaedia [288]
VARIO Variorum [17]
VLAS = Vlastos [278]

BIBLIOGRAPHIE

- [1] PRIMAIRE BRONNEN

- [2] A. Arnauld et P. Nicole, *La Logique ou L'Art de Penser*, Flammarion, Paris, 1970, [1662].
- [3] Aristotele, *Metaphysics*, Books I-IX, transl. H. Tredennick, Harvard University Press, Harvard, 1933 [1996].
- [4] Aristotele, *Physics*, Books I-VIII, transl. P.H. Wicksteed and F.M. Cornford, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1933 [1995].
- [5] B. Cavalieri, *Geometria indivisibilibus continuorum nova quodam ratione promota*, Bononiae, 1638.
- [6] B. Cavalieri, *Excercitationes Geometriae Sex*, Bononiae, 1647.
- [7] *Corpus dei papiri filosofici Greci e Latini* (CPF, 3 vols.), Academia Toscana di Scienze e Lettere "La Colombaria".
- [8] N. De Cusa, *Opera omnia*, E. Hoffmann et R. Klibansky (eds.), Lipsiae, In Aedibus Felicis Meiner, 1932 [Editio princeps].
- [9] Descartes, *Regulae ad directionem ingenii*, éd. Adam et Tannery, vol. X, p. 362 sq., Cerf, Paris, 1897-1913.
- [10] H. Diels, *Doxographi Graeci. Collegit recensuit prolegomenis indicibusque instruxit*, W. De Gruyter, Berolini et Lipsiae, 1929.
- [11] H. Diels und W. Kranz, *Fragmente der Vorsokratiker*, Weidmann, Dublin, Zürich, 1996 [1951].
- [12] T. Hobbes, *The English Works of Thomas Hobbes of Malmesbury*, Sir W. Molesworth (ed.), 11 vols., London, 1839-1845.
- [13] T. Hobbes, *Opera Philosophica*, Sir W. Molesworth (ed.), 5 vols., 1839-1845.
- [14] G.W. Leibniz, *Opuscules Philosophiques Choisis*, P. Schrecker (ed.), Vrin, 1969.

- [15] J.-P. Migne: *Collection integrale et universelle des orateurs sacrés*, 166 vols., Paris, 1844-1856.
- [16] I. Newton, *Optice sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus et coloribus lucis libri tres*, Latine reddidit S. Clarke, Londini, 1706.
- [17] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, The Third Edition with Variant Readings*, A. Koyré and I.B. Cohen [& A. Whitman] (eds.), Cambridge University Press, Cambridge, 1972.
- [18] I. Newton, *Philosophical Writings*, A. Janiak (ed.), Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [19] I. Newton, *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, D.T. Whiteside (ed.), 8 vols., Cambridge University Press, Cambridge, 1967-1981.
- [20] I. Newton, *Certain Philosophical Questions. Newton's Trinity Notebook*, J.F. McGuire and M. Tamny (eds.), Cambridge University Press, Cambridge, 2002 [1983].
- [21] I. Newton, *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, A. Rupert Hall en Mary Boas (eds.), Cambridge University Press, Cambridge, 1962.
- [22] I. Newton, *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, D.T. Whiteside (ed.), vol. 8, Cambridge University Press, Cambridge.
- [23] I. Newton, *Opera quae extant omnia*, S. Horsley (ed.), Joannes Nichols, London, 1889.
- [24] B. Nieuwentijt, *Analysis infinitorum seu curvilinearum proprietatis ex polygonorum naturadeductae*, Amsterdam, 1695.
- [25] Pindarus, *Pythiques*, A. Puech (ed.), Les Belles Lettres, Paris, 1966.
- [26] Plato, *Collected Works in Twelve Volumes* H.N. Fowler (ed.), Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1914 [1999].
- [27] Plato, *Plato. Verzameld Werk*, X. De Win (vert.), De Nederlandsche Boekhandel/Ambo, Antwerpen, 1980.
- [28] Simplicius, *In Aristoteles physicorum libros quattuor priores et posteriores commentaria*, H. Diels (ed.), 2 vols., W. De Gruyter, Berolini, 1882-1895.
- [29] J. H. Wallis, *Opera Mathematica*, 3 vols., Oxford, 1693-1699.

SECUNDAIRE LITERATUUR

- [30] S. Abramsky and A. Jung, "Domain Theory", in *Handbook for Logic in Computer Science*, S. Abramski, D. M. Gabbay and T.S.E. Maibaum [eds.], Clarendon Press, Oxford, 1994.

- [31] A.W.H. Adkins, *Merit and Responsibility. A study of Greek Values*, Oxford (geen jaartal).
- [32] A.W.H. Adkins, *From the Many to the One. A study of personality & views of human nature in the context of ancient Greek society, values & beliefs*, London, 1970.
- [33] D. Aerts, *The One and the Many*, PhD-thesis, Free University of Brussels (1981); *Found. Phys.* **12**, 1131, 1982.
- [34] D. Aerts, ed. *Einstein Meets Magritte: White Book*, Kluwer Academic Publishers/VUBPress, 1998.
- [35] Aerts, D., Broeckaert, J., Smets, S., A Quantum Mechanical Description of the Liar Paradox, lecture at the International Quantum Structures Association, Atlanta, Oct. 1997.
- [36] G Agamben, *Enfance et histoire*, Payot, Paris, 2000 [1978].
- [37] 1997 G. Agamben, *Le langage et la mort*, Christian Bourgois, Paris, [1982].
- [38] R.E. Allen and D.J. Furley, eds., *Studies in Presocratic Philosophy*, vol. 2, Routledge and Kegan Paul, London, 1973.
- [39] G.E.M. Anscombe, "The First Person"; in: S. Guttenplan (ed.), *Mind and Language*, Clarendon, Oxford, 1975.
- [40] Arendt, H., *The life of the mind. One / Thinking. One-volume Edition*. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers. San Diego, N.Y., London, 1978.
- [41] A. Aspect et. al., *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804, 1982. M. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston Etc., 1988.
- [42] J.-P. Aufray, *Newton ou le Triomphe de l'alchimie*, Le Pommier-Fayard, Paris, 2000.
- [43] A.J. Ayer, *Language, Truth and Logic*, Pinguin Books, 2001 [1936].
- [44] S. Axters O.P., *Scholastiek Lexicon*, Geloofsverdediging, Antwerpe., 1937.
- [45] D. Baetens, *Logicaboek*, Garant, Leuven, 1999 [1992].
- [46] Y. Belaval, *Leibniz. Initiation à sa philosophie*, Vrin, 2005 [1952].
- [47] Y. Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Gallimard, Paris, 1960.
- [48] J. L. Bell, "Infinitesimals and the Continuum", *Mathematical Intelligencer* , **17**, 2, 1995.
- [49] J.L. Bell, *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy*, Polimetrica, Milano, 2005.

- [50] J.L. Bell, *Oppositions and Paradoxes in Mathematics and Philosophy*, [forthcoming in *Axiomathes*].
- [51] Belnap, "A useful four-valued logic", in: *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, J.M. Dunn and G.Epstein (eds.), D. Reidel, Dordrecht-Boston, 1977.
- [52] P. Benacerraf & H. Putnam, *Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1964 [1991].
- [53] E. Benvéniste, *Problèmes de linguistique générale*, Gallimard, Paris, 1974.
- [54] E. Benvéniste, *Problèmes de linguistique générale*, Gallimard, Paris, 1966.
- [55] J. Bernadete in zijn boek *Infinity*, Clarendon Press, Oxford.
- [56] D. Bertoloni Meli, *Equivalence and Priority. Newton versus Leibniz*, Clarendon, Oxford, 1993.
- [57] D. Bessot *et al.*, *Aux Origines du Calcul Infinitésimal*, Ellipses, Paris, 1999.
- [58] G. Birkhoff and J. von Neumann, *Ann. Math.* **37**, 823, 1936.
- [59] M. Black, 'Achilles and the Tortoise', *Analysis*, **XI**, 1950.
- [60] O. R. Bloch, *La philosophie de Gassendi. Nominalisme, Matérialisme et Métaphysique*, Martinus Nijhoff, La Haye, 1971.
- [61] J.M. Bocheński, *Formale Logik*, Karl Alber, Freiburg & München, 1978 [1956].
- [62] N. Bohr, *Dialectica*, **1**, 317, 1948.
- [63] J. Bollack, H. Wismann, *Héraclite ou la séparation*, Editions de Minuit, Paris, 1972.
- [64] A.P. Bos, *De ziel en haar voertuig. Aristoteles' psychologie geherinterpreteerd*, Damon, Leerde, 1999.
- [65] J.N. Bremmer, *The Early Greek Concept of the Soul*, Princeton University Press, Princeton, 1983.
- [66] L.E.J. Brouwer, "Over de grondslagen der wiskunde. Academisch Proefschrift [1907]", in D. Van Dalen, *L.E.J. Brouwer en de grondslagen der wiskunde*, Epsilon, Utrecht, 2001.
- [67] F. Buekenhout (ed.), *Handbook of Incidence Geometry*, Elsevier, Amsterdam, 1995.
- [68] E.A. Burt, *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, Humanity Books, Armherst/N.Y., 1999 [1924],
- [69] J. Campbell, *The Masks of God*, volume I, Primitive Mythology, Arkana, Penguin Books, N.Y., 1991.

- [70] G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, E. Zermelo Ed., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1932 [1962].
- [71] R. Carnap, "Empiricism, Semantics, and Ontology", in *The Philosophy of Science*, R. Boyd, Philip Gasper, and J. D. Trout ed., MIT press, Cambridge, Massachusetts, 1992 [1991].
- [72] H. N. Castañeda, "Plato's theory of relations", in *Exact Philosophy*, Mario Bunge ed., D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1973.
- [73] M. Clark, *Paradoxes from a to z*, Routledge, London and New York, 2002.
- [74] B. Coecke and I. Stubbe, "On a Duality of Quanta emerging from an Operational Resolution", *Int. J. Theor. Phys.* **38**, 3269, 1999.
- [75] B. Coecke, 'Categorical Description of Compoundness', Preprint, FUND-DWIS, Free University of Brussels (1998).
- [76] B. I. Cohen, Newton's third law and universal gravity, in Newton's scientific and philosophical legacy, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988.
- [77] M. Conché, *Epicure. Lettres et maximes*, PUF, Paris, 1987.
- [78] M. Conche, *Parménide. Le Poème: Fragments*, PUF, 1999.
- [79] M. Conche, *Héraclite. Fragments*, PUF,
- [80] M. Conche, *Épicure. Lettres et Maximes*, PUF, Paris, 1999.
- [81] F.M Cornford, "Mysticism and Science in the Pythagorean Tradition", *The Classical Quarterly*, **16**, 1922, 137-150.
- [82] I.P. Couliano, *Eros et Magie à la Renaissance*, Flammarion, Paris, 1984.
- [83] L. Couloubaritsis, *La Physique d'Aristote*, Ousia, Bruxelles, 1997.
- [84] L. Couloubaritsis, *Aux origines de la philosophie européenne*, De Boeck, Bruxelles, 1992.
- [85] I.M. Crombie, *An Examination of Plato's Doctrines. Volume II: Plato on Knowledge and Reality*, Routledge, London, 1963.
- [86] A. Damasio, *Descartes' Error*, Avon Books, N.Y., 1994.
- [87] W. Daniel, "Bohr, Einstein and Realism", *Dialectica* **43**, 1989.
- [88] D. Davidson, *Essays on Actions and Events*, Oxford University Press, Oxford, 1980.
- [89] G. Deleuze, *Logique du sens*, Minuit, Paris, 1969.

- [90] E. Dellian, "Inertia, the innate force of matter", in *Newton's scientific and philosophical legacy*, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988.
- [91] R. De Smet en K. Verelst, "Newtons Scholium Generale. The Platonic and Stoic legacy: Philo, Justus Lipsius and the Cambridge Platonists", *History of Science*, xxxix, 2001.
- [92] H. Dethier, *Het Gezicht en het Raadsel. Grote stromingen der wijsbegeerte van de oudheid tot heden*, VUBPress, Brussel, 1995.
- [93] H. Dethier, *De beet van de adder. Deel 3: De Tafel van Smaragd. Filosofieën van de Eros en het Goudland*, VUBPress, Brussel, 1997.
- [94] J. De Vries en F. De Tollenaere, *Etymologisch Woordenboek*, Het Spectrum, Utrecht.
- [95] H. Diels and W. Kranz, *Fragmente der Vorsokratiker*, erster Band, Weidmann, Dublin, Zürich, 1951 [1996].
- [96] H. Diels, *Doxographi Graeci. Collegit recensuit prolegomenis indicibusque instruxit*, W. De Gruyter, Berolini et Lipsiae, 1929.
- [97] H. Diels, *Simplicii in Aristotelis physicorum libros quattuor priores et posteriores commentaria*, 2 vols., W. De Gruyter, Berolini, 1882-1895.
- [98] E. J. Dijksterhuis, *De mechanisering van het wereldbeeld*, 7th ed., Meulenhof, Amsterdam, 1996 [1950].
- [99] M. Dixsaut, *Métamorphoses de la dialectique dans les dialogues de Platon*, Vrin, Paris, 2001.
- [100] B.J.T. Dobbs, Newton's alchemy and his 'active principle' of gravitation, in *Newton's scientific and philosophical legacy*, ed P. B. Scheurer and G. Debrock, Kluwer academic publishers, Dordrecht, London, 1988.
- [101] B.H. Downing, *Eschatological Implications of the Understanding of Time and Space in the Thought of Isaac Newton*, Doctoral Thesis, University of Edinburgh, 1966.
- [102] J. Van Eck, *De jacht op de sofist*, Kok Agora, Kampen, 1992.
- [103] M. Eliade, *Le chamanisme et les techniques archaïques de l'extase*, Payot, Paris, 1974 [1951].
- [104] M. C. Eliade, *Traité d'histoire des religions*, Editions Payot, Paris, 1949.
- [105] G.G. Emch, *Mathematical and Conceptual Foundations of 20th-Century Physics*, North-Holland, Amsterdam &c, 1984.
- [106] A. Einstein, B. Podolski, N. Rosen, "Can Quantummechanical Description of Physical Reality be considered Complete?", *Physical Review*, 47, 777-80, 1935.

- [107] F. Enriques, *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*, N. Zanichelli Editore, Bologna, 1915.
- [108] R. L. Epstein, *The semantic foundations of Logic*, Vol. I, Kluwer academic publishers, Dordrecht, 1990.
- [109] H. Feigl and W. Sellars, *Readings in Philosophical Analysis*, Appleton Century Crofts, N.Y., 1972 [1949].
- [110] D. Finkelstein, *Matter, Space and Logic*, Boston Studies in the Philosophy of Science, V, 1966.
- [111] W.D. O'Flaherty, *Women, Androgynes and other mythical Beasts*, University of Chicago Press, Chicago, 1980.
- [112] P. Foucart, *Les Mystères D'Éleusis*, Pardès, Puiseaux, 1999 [1914].
- [113] E. Fox Keller, *Een wereld van verschil. Beschouwingen over sekse en wetenschap* (vert.), Meulenhoff, Amsterdam, 1987.
- [114] B.C. van Fraassen, *Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford, 1991.
- [115] H. Fränkel, *Wege und Formen frühgriechischen Denkens*, 3th ed., C.H. Beck, München, 1968 [1955].
- [116] M. Frede, *Essays in Ancient Philosophy*, Clarendon, Oxford, 1987.
- [117] D. Frede, "Aristoteles und die 'Seeschlacht'. Das Problem der Contingentia Futura in De Interpretatione 9", *Hypomnemata*, **27**, 1970.
- [118] P.G.O. Freund, C.J. Goebel and Y. Nambu, *Quanta*, Chicago University Press, 1970.
- [119] P. Feyerabend, *Conquest of Abundance. a tale of Abstraction versus the richness of Being*, University of Chicago Press, Chicago and London, 1999.
- [120] K. Von Fritz, *Schriften zur griechischen Logik*, problemata, Friedrich Frommann Verlag, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1978.
- [121] K. Von Fritz, "Nous, noein, and their derivatives in pre-Socratic philosophy", in Mourelatos, A. P. D., *The Pre-Socratics, a collection of critical essays*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1993 [1974].
- [122] M. Fumaroli, "Le crépuscule de l'enthousiasme, in: *Héros et Orateurs*, Droz, Genève, 1996.
- [123] M. Fumaroli, *L'Age de L'Éloquence*, Droz, Genève, 2002 [1980].
- [124] D.J. Furley, *Two Studies on the Greek Atomists*, Princeton, Princeton, 1967.
- [125] M. Ghins, "Empirical versus Theoretical Existence and Truth", *Foundations of Physics*, vol 30, 10, 2000.

- [126] C. Gill, *Personality in Greek Epic, Tragedy, and Philosophy*, Clarendon Press, Oxford, 1998 [1996].
- [127] H. von Glasenapp, *Indische Geisteswelt. Glaube Dichtung und Wissenschaft der Hindus*, Holle Verlag, Baden-Baden.
- [128] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1950.
- [129] L. Graham and J.-M. Kantor, *Name Worshipers. Russian religious mystics and French rationalists: Mathematics 1900-1930*, American Academy of Arts and Sciences, Bulletin, vol. LVIII, nr 3, pp. 12-18.
- [130] G.G. Granger, "Philosophie et mathématique Leibniziennes", *Revue de Métaphysique et de Morale*, **86**, 1981, pp. 1-37.
- [131] G.G. Granger, *La pensée de l'espace*, Odile Jacob, Paris, 1999.
- [132] A. Grünbaum, *Modern Science and Zeno's Paradoxes*, Allen & Unwin, London, 1968.
- [133] N. Guicciardini, *Requing the Principia, The Debate on Newton's Mathematical Methods for NATural Philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003, [1999].
- [134] G. Günther, "Cybernetic Ontology and Transjunctional Operations", BCL publication 68. Photomechanically reproduced from *Self-organizing Systems*, 1962, Yovits, Jacobi and Goldstein Eds., Washington D.C., Spartan Books, 1962,
- [135] P. R. Halmos, *Naive Set Theory*, Van Nostrand, Princeton etc., 1960.
- [136] R. Harré, "The redundancy of Spacetime: Relativity from Cusa to Einstein", in D. Aerts, ed. *Einstein Meets Magritte: White Book*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [137] F. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Chelsea Publishing Compnay, N.Y., [Amerikaanse herdruk, 1949.
- [138] M. Heidegger, *Einführung in die Metaphysik*, Max Niemeyer Verlag, 2nd ed., Tübingen, 1957.
- [139] M. Heidegger, *Basic Questions of Philosophy. Selected "Problems" of "Logic"*, Indiana University Press, Bloomington & Indianapolis, 1994.
- [140] J. Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1967.
- [141] K. Held, *Trefpunt Plato. Een filosofische reisgids door de antieke wereld*, Rainbow, Amsterdam, 1995.
- [142] A. Heyting, *Intuitionism. An Introduction*, North-Holland, Amsterdam & London, 1971.

- [143] H. Hirai, *Le concept de semence dans les théories de la matière à la Renaissance*, Brepols.
- [144] N. Huggett, *Space from Zeno to Einstein. Classic Readings with a Contemporary Commentary*, MIT Press, Cambridge Mass., 1999.
- [145] R.I.G. Hughes, *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*, Harvard, University Press, Cambridge, Mass., 1989.
- [146] W.J.B. Hus, *Grammatica Grieks*, Prisma/Het Spectrum, Utrecht, 1991.
- [147] M. Jammer, *Concepts of Space. The history of theories of space in physics*, 3th ed., Dover Publications, N.Y., 1954, 1993.
- [148] J.M. Jauch and C. Piron, *Helv. Phys. Acta* **36**, 827, 1963.
- [149] J.M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, 1968.
- [150] Jauch, J. M. and Piron, C., "On the structure of quantal proposition systems", *Helvetica Physica Acta*, **42**, 1969.
- [151] Jaynes, J., *The origin of consciousness in the breakdown of the bicameral mind*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1976.
- [152] W.E. Johnson, *Logic*, Part I, Chapter IX: "the determinable", Cambridge, 1921.
- [153] C.H. Kahn, *The Verb "Be" in Ancient Greek*, Reidel Publishers, Dordrecht-Boston, 1973.
- [154] F. Klein, "Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen", *Mathematische Annalen*, **43**, p. 63 sq., 1893.
- [155] Kirk, G. S., *Heraclitus. The Cosmic Fragments*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975.
- [156] G.S. Kirk, J.E. Raven and M. Schofield, *The Presocratic Philosophers. A critical History with a Selection of Texts*, Cambridge University Press, Cambridge, 1957 [1983].
- [157] S. C. Kleene, *Mathematical Logic*, Dover, N.Y., 1967.
- [158] F. Klein, "Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen", *Mathematische Annalen*, **43**, p. 63 sq., 1893.
- [159] W. Kneale & M. Kneale, *The Development of Logic*, Clarendon Press, Oxford, 1984 [1962].
- [160] H.H. Knecht, *La Logique chez Leibniz. Essai sur le rationalisme baroque*, L'Age D'Homme, Lausanne, 1981.
- [161] A. Koyré and I.B. Cohen, *Isaac Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, The Third Edition (1726) with variant readings*, Cambridge University Press, Cambridge, 1972.

- [162] A. Koyré, *Newtonian Studies*, Chapman & Hall, London, 1965.
- [163] A. Koyré, *From the Closed world to the Infinite Universe*, Johns Hopkins University Press, 1976 [1957].
- [164] M.K. Krizan, "A Defense of *Diairesis* in Plato's *Gorgias*, 463e5-466a3", *Philosophical Inquiry*, XII(1-2), pp. 1-21.
- [165] K. Kuratowski and M. Mostowski, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam, 1968.
- [166] C. Lanczos, *The variational principles of mechanics*, Dover publications, New York, 1986 [1970].
- [167] L. Landau & E. Lifchitz, *Physique Théorique. Tome 1: Mécanique*, Editions Mir, Mocsou, 1988 [1964].
- [168] H.D.P. Lee, *Zeno of Elea. A Text, with Translation and Notes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1936.
- [169] E.N. Lee, A.P.D. Mourelatos and R.M. Rorty (eds.), *Exegesis and Argument. Phronesis Supplementary Volume I*, N.Y., Humanities Press, 1973.
- [170] A. Leshem, *Newton on Mathematics and Spiritual purity*, Kluwer, Dordrecht &c., 2003.
- [171] J. Lukasiewicz, *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, trans. J.M. Bochenski, Georg Omls Verlag, Hildesheim etc., 1993.
- [172] G. Luck, *Arcana Mundi. Magic and the Occult in the Greek and Roman Worlds*, A collection of Ancient Texts, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1985.
- [173] S. Mac Lane, *Categories for the working Mathematician*, Springer, 1971.
- [174] P. Mancosu, *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*, Oxford University Press, N.Y., 1996.
- [175] J. Mansfeld, *Het leerdicht en de paradoxen. Parmenides, Zeno: fragmenten*, Agora editie, Kampen, 1988.
- [176] J. Martha (ed.), *Cicéron: De finibus bonorum et malorum*, Les Belles Lettres, Paris, 1967.
- [177] M. Pera and W.R. Shea (eds.), *Persuading Science. The Art of Scientific Rhetoric*, Science History Publ., Canton Mass., 1991.
- [178] J. Mansfeld, *Het leerdicht en de paradoxen. Parmenides en Zeno*, Agora editie, Kampen, 1988.
- [179] Th. McEvilley, *The Shapes of Ancient Thought*, Allworth Press, N.Y., 2002.

- [180] J. E. McGuire and P. M. Rattansi, "Newton and the 'Pipes of Pan' ", *Notes and records of the Royal Society of London*, **21**, 1966.
- [181] J.E. McGuire, "Newton on place, time, and God: an unpublished source", *History of Science*, **1**, 1 1978.
- [182] W.L. McLaughlin en S.L. Miller de grond ingeboord in hun artikel "An Epistemological Use of Non-Standard Analysis to Answer Zeno's Objections against Motion", *Synthese*, 1992, **92**,
- [183] D.J. Moore, "On State Spaces and Property Lattices", *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, **30**, 61-83, 1999.
- [184] M.E. Moore, "A Cantorian Argument against Infinitesimals", *Synthese*, **133**, 2002,
- [185] Mourelatos, A. P. D., *The Pre-Socratics*, a collection of critical essays, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1974, 1993.
- [186] F. Muller en J.H. Thiel, *Beknopt Grieks-Nederlands Woordenboek*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1984 [1933].
- [187] W. Nestlé, *Vom Mythos zum Logos*, 2 ed., Kroner, Stuttgart, 1975.
- [188] J. von Neumann, *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1955.
- [189] M. Nussbaum, *Cultivating humanity. A classical defense of reform in liberal education*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1997
- [190] R.B. Onians, *The Origins of European Thought*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994 [1951].
- [191] H. Oosthout, *Aristoteles. De Getallen en de dingen. De Boeken M en N van de Metafysica. Deel 2: Boek N*, Klement, Kampen, 2004.
- [192] G.E.L. Owen, "Plato on Non-being", *Plato: a Collection of Critical Essays*, vol. i, G. Vlastos ed., Anchor/Doubleday, N.Y., 1971.
- [193] A. Pichot, *La naissance de la science. 2. Grèce présocratique*, Gallimard, 1991.
- [194] Piron, C., *Un nouveau regard sur le monde physique*, preprint, Geneva, 1996.
- [195] C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, W.A. Benjamin Inc, Massachusetts, 1976.
- [196] C. Piron, "Le réalisme en physique quantique: une approche selon Aristote", in: *The concept of physical reality. Proceedings of a conference organized by the Interdisciplinary Research Group*, University of Athens, 1983.
- [197] C. Piron, *Mécanique Quantique Bases et Applications*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanes, 1990.

- [198] C. Piron, 'Quantum Mechanics and Relativity: two failed revolutions' in D. Aerts, ed. *Einstein Meets Magritte: White Book*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [199] H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968 [1902].
- [200] H. Poincaré, *La valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1970 [1905].
- [201] H. Poincaré, "Les Derniers Efforts des Logisticiens", in *Science et Méthode*, Kimé, Paris, 1998 [1908], p. 167.
- [202] J.J. Poortman, *Ochēma. Geschiedenis en zin van het hylisch pluralisme*, Van Gorcum, Assen, 1954, vol I, II
- [203] G. Priest, *In Contradiction*, Martinus Nijhoff, Dordrecht etc., 1987,
- [204] G. Priest, "Paraconsistent Logic", *Handbook of Philosophical Logic*, 2nd ed., Kluwer, Dordrecht etc., 2002.
- [205] H. Putnam, *Philosophy of Logic*, Allen & Unwin, London, 1971.
- [206] A. Quinton, *The Nature of Things*, Routledge & Kegan Paul, London and Boston, 1973.
- [207] W.V.O Quine, *The Ways of Paradox and other Essays*, Harvard, Cambridge, Mass., 1976.
- [208] S. Radhakrishnan, *The principal Upanishads*, HarperCollins Publishers, New Delhi, 1953/1994.
- [209] C. Ramnoux, *La Nuit et les Enfants de la Nuit dans la tradition grecque*, Flammarion, Paris, 1986.
- [210] J.E. Raven, *Pythagoreans and Eleatics: An Account of the Inteaaction Between the Two Opposed Schools During the Fifth and Early Fourth Centuries B.C.*, Cambridge University Press, Cambridge, 1948.
- [211] P. Redondi, *Galilei, eretico*, Einaudi, Turino, 1983.
- [212] P. Redondi, *Galilei, ketter*, vert. W. De Boer, Agon, 1989 [1983].
- [213] H. Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic*, Free Press, 1947.
- [214] K. Reinhardt, *Parmenides un die Geschichte der griechischen Philosophie*, Vittorio Klostermann, Frankfurt A/M, 1977 [1959].
- [215] N. Rescher, R. Brandom, *The logic of inconsistency. A study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology*, Basil Blackwell, Oxford, 1980.
- [216] K. Riezler, *Parmenides, Text, Übersetzung, Einführung und Interpretation*, Vittorio Klostermann, Frankfurt a. M., 1970.

- [217] L. Robin, *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. Étude Historique et Critique*, Georg Olms Verlag [reprint 1908], Hildesheim, 1963.
- [218] R. Rosen, The Roles of Necessity in Biology, in: Newton to Aristotle. Toward a Theory of Models for Living Systems, Birkhäuser, Boston &, 1989.
- [219] R. Rucker, *Infinity and the Mind. The Science and Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press, Princeton, 1995 [th ed. 1982].
- [220] A. Rupert Hall, *The Revolution in Science 1500-1750*, Longman, London, 1983 [1954].
- [221] B. Russell, *Geschiedenis der Westerse filosofie*
- [222] B. Russell, *The Principles of Mathematics*, Routledge, London, 1996 [1903].
- [223] B. Russell, *Logic and Knowledge*, Routledge, London and New York.
- [224] M. Sainsbury, *Paradoxes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [225] W. C., Salmon (ed.), *Zeno's Paradoxes*, Hackett, Indianapolis, 2001 [1970].
- [226] E. Schrödinger, *Space-Time Structure*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985 [1950].
- [227] E. Schrödinger, *Nature and the Greeks and Science and Humanism*, Canto, Cambridge University Press, 1996 [1954].
- [228] J. Searle, *The mystery of Consciousness*, The New York Review of books, N.Y., 1997.
- [229] M. Serfati, "Quasi-ensembles d'ordre r et approximations de répartitions ordonnées", *Math. Inf. Sci. hum.*, **143**, 5-26, 1998.
- [230] M. Serfati, *La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Ed. Pétra, 2005.
- [231] M. Serres, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, PUF, Paris, 2001 [1968].
- [232] W. Sierpiński, *Hypothèse du Continu*, Z Subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Warszawa/Lwów, 1934, pp. 9-12 [Reprinted by Chelsea Publishing Company 1956].
- [233] K. Simons, "The Diagonal Argument and the Liar", *Journal of Philosophical Logic*, **19**, 1990,
- [234] R. De Smet and K. Verelst, "Newtons Scholium Generale. The Platonic and Stoic legacy: Philo, Justus Lipsius and the Cambridge Platonists", *History of Science*, xxxix, 2001.

- [235] S. Smets, *The Logic of Physical Properties in Static and Dynamic Perspective*, PhD-thesis, VUB, 2001.
- [236] P. Smith en O.R. Jones, *The Philosophy of Mind. An Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [237] B. Snell, *Die Entdeckung des Geistes, Studien zur Entstehung des europäischen Denkens bei den Griechen*, 8th ed., Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975/2000 [1946].
- [238] B. Snell, "Aischylos und das Handeln im Drama", *Philologus*, Supplementband 20, 1-164.
- [239] S. Snobelen, "To discourse of God: Isaac Newtons heterodox theology and his natural philosophy", preprint.
- [240] S. Snobelen, "God of Gods, and Lord of Lords. The Theology of Isaac Newton's General Scholium to the Principia", *Osiris*, **16**, 2001.
- [241] G. Spencer Brown, *Laws of Form*, George Allen and Unwin, London, 1969.
- [242] P. St. Denis and P. Grim, "fractal Images of Formal Systems", *Journal of Philosophical Logic*, **25**, pp. 181-122, 1997.
- [243] J. Stenzel, *Studien zur Entwicklung der Platonischen Dialektik von sokrates zu Aristoteles*, Teubner, Leibzig und Berlin, 1931.
- [244] J. Stenzel, *Zahl und Gestalt Bei Platon und Aristoteles*, Teubner, Leipzig, 1933 (2nd ed.).
- [245] D.F.M. Strauss, "Contradiction and Antinomy, a purely logical distinction?", Paper prepared for the PSSA Conference, January 2005.
- [246] D.F.M. Strauss, "the Ontological Status of the Principle of the Excluded Middle", *Philosophia Mathematica II*, **6**, 1, 1991.
- [247] P. Suppes and S. Hill, *First Course in Mathematical Logic*, Dover, N.Y., 1964,
- [248] P. Tannery, "Le concept scientifique du continu. Zenon d'Eleee et Georg Cantor", *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, **20**, 385-416, 1885.
- [249] A. Tarski, "The Concept of Truth in Formalised Languages", in: *Logic, Semantics, Metamathematics, Papers from 1923 to 1938*, trans. J.H. Woodger, Clarendon Press, Oxford, 1956.
- [250] A. Tarski, *Inleiding tot de logica en tot de methodenleer der deductieve wetenschappen*, vert. E.W. Beth, Noord-Hollandsche Uitgeversmaatschappij, Amsterdam, 1964 [1953].
- [251] J. Thomson, 'Tasks and Super-Tasks', *Analysis*, **XV**, 1954.

- [252] J. Tits: *Théorie des groupes*, Collège de France, Résumé des cours et travaux, 1998-1999.
- [253] J. Tits, *The Cremona Plane*, Lecture notes by H. Van Maldeghem and F. Buekenhout, VUB-ULB, 1999.
- [254] S. Toulmin, *Cosmopolis, the hidden agenda of modernity*, University of Chicago Press, Chicago, 1984.
- [255] Tredennick, H., *Aristotle. Metaphysics*, books I-IX, Loeb XVII, Loeb Classical Library, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1996.
- [256] A. Troelstra, *Principles of Intuitionism*, Springer, Berlin/Heidelberg, 1969.
- [257] M. Tyles, *The Philosophy of Set Theory. An Historical Introduction into Cantor's Paradise*, Dover, N.Y. 2004
- [258] J.-P. Van Bendegem, "Inleiding in de verzamelingenleer, het keuze-axioma en de continuümhypothese", *Simon Stevin*, **56** (supplement), 1985.
- [259] J.-P. Van Bendegem, *Inleiding tot de moderne logica en wetenschapsfilosofie: een terreinverkenning*, VUBPress, Brussel, 1991.
- [260] G. Van de Vijver (ed.), *New Perspectives on Cybernetics*. Dordrecht, Kluwer Academic, 1992
- [261] J. Verdenius, "Archaïsche Denkpatronen I", *Lampas*, **2**, 1970.
- [262] J. Verdenius, "Archaïsche denkpatronen 2", *Lampas*, **3**, 98-113, 1970.
- [263] J. Verdenius, "Archaïsche Denkpatronen 3", in: *Lampas*, **5**, 1972.
- [264] K. Verelst, *Het tot stilstand brengen van de wereldstroom. Aspecten van de scheiding tussen denken en doen en de invloed van het ontologie/epistemologiedilemma op de Europese wetenschappelijke en maatschappelijke praktijk*, licentiaatsthesis VUB, 1993-1994.
- [265] K. Verelst and B. Coecke, "Early Greek Thought and Perspectives for the Interpretation of Quantum Mechanics: Preliminaries to an Ontological Approach", in: G. C. Cornelis, S. Smets and J.P. Van Bendegem, *Metadebates on Science*, VUB-Press and Kluwer Ac. Pub., Brussels-Dordrecht, 163-195, 1999.
- [266] K. Verelst, S. Smets, H. Amira, "On Experimental Observations and Physical Properties: Aspects of the Measurement Process in the Context of Operational Quantum Logic", *biannual meeting of the International Quantum Structures Association (IQSA)*, Vienna, Austria, July 1th-7th, 2002.
- [267] K. Verelst, "Concerning the Ontology of the world Tree", in: F. Elders, *Visions of Nature. Studies on the Theory of Gaia and Culture in Ancient and Modern Times*, VUB-Press, 96-122, 2004.

- [268] K. Verelst, "Reverse Epistemology and Quantum Measurement", *CLEA Foundations lecture 57*, Brussels, VUB, May 31, 2006.
- [269] K. Verelst, "Zenos Paradoxes. A Cardinal Problem. I. On Zenonian Plurality", in: *Paradox: Logical, Cognitive and Communicative Aspects. Proceedings of the First International Symposium of Cognition, Logic and Communication, Series: The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication, Vol. 1*, University of Latvia Press, Riga, 2006.
- [270] C. Vergeer, *Als een akker in de winter. Over het denken van Herakleitos van Efese*, doctoraal proefschrift, Universiteit van Amsterdam, Amsterdam, 1987.
- [271] C. Vergeer, *Op de grond geschreven. Over het begin van de filosofie*, Damon, Best, 1996.
- [272] C. Verhoeven, *Heraclitus. Spreuken*, Ambo Klassiek.
- [273] C. Verhoeven, *Het besef*, Boom, Meppel, 1993.
- [274] R.H. Vermij, "Bernard Nieuwentijt and the Leibnizian Calculus", *Studia Leibnitiana*, XXI/1, 1989.
- [275] R.H. Vermij, *Secularisering en natuurwetenschap in de zeventiende en achttiende eeuw: Bernard Nieuwetijt*, Rodopi, Amsterdam, 1991.
- [276] J.-P. Vernant, *Mythe et pensée chez les Grecs*, Maspero, Paris, 1965.
- [277] G. Vlastos (ed.), *Plato: a collection of Critical Essays*, vol I, Doubleday, 1971.
- [278] G. Vlastos, *Studies in Greek Philosophy. Vol. I: The Presocratics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1993.
- A. Wheeler and H.Z. Wojciech (eds.), *Quantum Theory and Measurement*, J. Princeton University Press, Princeton, 1983.
- [279] A.N. Whitehead, *Essays in Science and Philosophy*, Philosophical Library, New York, 1947.
- [280] D.T. Whiteside, "Patterns of Mathematical thought in the Later Seventeenth Century", *Archive for the History of Exact Sciences*, **1**, 1960-61, pp. 179-388.
- [281] S. Yablo, "A reply to new Zeno"(!) en verscheen in *Analysis*, vol. **60**, 2000.
- [282] I.M. Yaglom, *A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis*, Springer-Verlag, N. Y., 1979.

INTERNETSITES

- [283] D. Braun, "Indexicals", STF, Fall 2001 Edition, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/fall2001/entries/indexicals/>.

-
- [284] J. Garson, "Modal Logic", STF (Winter 2003 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/win2003/entries/logic-modal/>.
- [285] N. Huggett, "Zeno's Paradoxes", STF, <http://plato.stanford.edu/archives/fall2002/entries/paradox-zeno/>.
- [286] *Infidel Analist*, <http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Berkeley/Analyst/Analyst.html>.
- [287] <http://www.newtonproject.ic.ac.uk/prism.php?id=1>
- [288] <http://plato.stanford.edu/>