

# Wittgenstein contra la Metamatemática

Axel Arturo Barceló Aspeitia

abarcelo@filosoficas.unam.mx

– un borrador muy viejo,  
pero que parece ser interesante para algunas personas –

En este capítulo retomo una pregunta importante que había quedado abierta al final del segundo capítulo: ¿cuáles son los límites del análisis? Sabemos que por obvias limitaciones materiales, todo análisis siempre será incompleto y por lo tanto, limitado. A estos límites les hemos llamado “metodológicos”, para distinguirlos de los *metafísicos*. Si el análisis tiene límites en este segundo sentido, aun si termináramos de analizar por completo un concepto, no podremos estar seguros de conocer todas sus propiedades esenciales (ya que hay propiedades de este tipo que no las capta ningún análisis) o de ser capaces de distinguirlo de todos los conceptos (pues lo que lo distingue de otros conceptos puede ser inanalizable). Comúnmente se dice que el análisis no nos da todo el *contenido* de los conceptos, sino sólo su *forma* lógica o estructura semántica. Por lo tanto, otra manera de reformular la pregunta por los límites del análisis es ¿cuál es la relación entre forma y contenido?

En vez de tratar de dar una respuesta completa y definitiva a esta pregunta, en este capítulo presentaré una de las características fundamentales de nuestras representaciones lingüísticas que presuntamente escapan a los alcances del análisis: su aplicabilidad. Empiezo dibujando a grandes trazos un retrato de la situación actual de la filosofía del lenguaje para luego dedicar la última y mayor parte del capítulo, a los argumentos de Wittgenstein en contra del principio de consistencia. Según Wittgenstein, la aplicabilidad de todo signo o lenguaje es independiente de su forma, en contra de lo que sostienen la metalógica y las metamatemáticas.

## A. Forma y Contenido

Sabemos que, como toda actividad humana y por obvias limitaciones de tiempo y recursos, todo análisis siempre será incompleto y por lo tanto, limitado. Además de estos límites prácticos, de los que hablaré un poco más al final del primer capítulo, vale la pena preguntarse si el análisis tiene otros límites, digamos *metafísicos*, es decir, preguntarse si una vez analizado por completo un concepto, algo de su contenido se nos sigue escapando. Por supuesto, la respuesta a esta pregunta dependerá de qué entendamos por el contenido de los conceptos. Por ello, exploraré aquí dos maneras en que se puede hablar del contenido de los conceptos: como significado, o como criterio de identidad. Dado que la cuestión es más bien terminológica, no me interesa decidir cuál de las dos es la manera correcta de hablar del contenido de los conceptos. Mas bien, me interesa determinar si el análisis es capaz de capturar la totalidad del contenido de los conceptos en cada uno de estos dos sentidos.

Una vez que tomamos a los conceptos como un tipo de representaciones, es difícil no identificar su contenido con aquello que representan. Sin embargo, es importante recalcar que, además de describir el mundo, los conceptos, las imágenes, los modelos científicos, y en general los distintos tipos de representaciones abstractas juegan un sinnúmero de funciones. Es por ello que su contenido no puede identificarse con su referencia. Es bien sabido que el contenido de los conceptos mentales no se extingue en su función referencial (Solomon et. al., 1999), sino que incluye también su relación cognitiva con otros conceptos y su relación con la acción. Igualmente, en la literatura contemporánea sobre modelos científicos, se reconoce que su papel va más allá de la mera descripción del mundo (Winsberg, 2001; Hartman, 1995; Wimsatt, 1987; Hacking 1983). Aun dentro de las teorías filosóficas del significado lingüístico, es una posición muy aceptada (pero no universalmente, cf. Davidson 1984 y Heim & Kratzer 1998) que el significado, por lo menos de algunas expresiones, no se agota en su referencia. Tanto inferencialistas (por ejemplo, Harman 1986, 1987 y Brandom 2001) como algunos neo-fregeanos (por ejemplo, Katz, 2004) y algunos

teóricos del significado como uso (Wittgenstein, 1988), reconocen que el sentido de nuestros términos va más allá de su función referencial.

Un estudio del análisis y la estructura de las representaciones como el que ofrezco debe reconocer la heterogeneidad de funciones y usos de las representaciones. Por lo tanto, si en algún momento hablo del “significado” de las representaciones, éste no debe entenderse exclusivamente en sentido referencial. Si bien muchas veces ilustraré las diferentes concepciones que reviso tomando como ejemplo el uso referencial de las representaciones, ello no significa que este análisis se restrinja a dicho uso. Dado que, como veremos a lo largo del libro, la sintaxis lógica está íntimamente ligada a la semántica, toda investigación sobre la estructura lógica de cualquier tipo de representación no puede sino ser también un estudio sobre el significado, uso o función de dichas representaciones. Por lo tanto, de la adopción de una concepción más general del significado resulta una concepción también más general de la sintaxis lógica. Es esta concepción más general la que me interesa.

Ahora bien, cuando existen este tipo de límites metafísicos, comúnmente se dice que el análisis no nos da todo el *significado* de los conceptos, sino sólo su *forma* lógica o rol inherencial.<sup>1</sup> Por lo tanto, otra manera de formular la pregunta por los límites del análisis es preguntándonos ¿cuál es la relación entre forma lógica y significado? Hoy en día, la respuesta estándar a esta pregunta se ubica en un punto medio entre dos extremos que llamaré “estructuralista” y “quietista”:

(E) Estructuralismo: el contenido de toda expresión de cualquier lenguaje está determinado por su forma lógica.

(Q) Quietismo: el contenido de una expresión es independiente de su forma lógica.

Para el estructuralista, el contenido de todo signo o concepto es completamente analizable. Una vez que hemos analizado por completo un concepto, proposición, o representación abstracta cualquiera, conocemos totalmente su contenido. Todo aspecto de su uso o su significado podría

---

<sup>1</sup> En este sentido, también se puede decir que la forma o estructura lógica de los conceptos es *parte* de su contenido, esa parte que Frege (1879) llamó su “contenido conceptual”. A esto me refería cuando, unos párrafos atrás, señalé que sintaxis Lógica y semántica estaban íntimamente ligados en la concepción de análisis que sostengo en este libro.

rastrearse a su forma lógica o rol inferencial. En este sentido, no hay diferencia entre forma lógica y contenido: cada una determina por completo a la otra. El contenido de toda representación está completamente determinado por sus relaciones lógicas con otras representaciones dentro de un lenguaje.

En el otro extremo, el quietista sostiene que ningún análisis de la estructura o forma lógica de un signo, concepto o expresión lingüística puede arrojar información alguna sobre su contenido. Llamo a esta posición “quietismo” pues se ciñe al *dictum* tractariano (Wittgenstein 1997a) de que el contenido de nuestras representaciones no puede ser descrito o analizado, sino que, a lo más, se muestra en su uso.

Hoy en día, sería difícil encontrar algún filósofo o lingüista que sostenga alguna de estas dos posiciones tan radicales.<sup>2</sup> Los impresionantes logros obtenidos en semántica formal a lo largo del último siglo serían increíbles si el quietista tuviera razón y el análisis semántico no tuviera sentido. Sin embargo, lo limitado de estos logros hace también poco plausible un análisis total como lo requiere el estructuralismo. Por lo tanto, la verdadera relación entre forma y contenido parece descansar en un punto medio entre el quietismo y el estructuralismo. Aunque siguen habiendo fuertes debates respecto a la relación entre forma lógica y contenido lingüístico, parece haber consenso respecto a ciertas tesis centrales no-controversiales:

1. Anti-estructuralismo. Forma lógica y contenido son cosas distintas. No todo el contenido de cualquier expresión de cualquier lenguaje está determinado por su forma lógica. Para conocer el contenido de por lo menos algunas expresiones de algunos lenguajes, es necesario *salir al mundo* a ver cómo se relaciona el uso de dicha expresión con el mundo en el que se usa.

---

<sup>2</sup>. A este respecto, Fiengo (2007), por ejemplo, llega a afirmar que “no hay nadie quién realmente crea que no hay aspectos del significado determinados gramaticalmente” (p. 14, traducción mía). Sin embargo, el quietismo respecto a representaciones mentales sigue muy vivo en el trabajo de gente como Jerry Fodor y Ernest Lepore (1992) y Ruth Millikan (2004). El antecedente clásico del quietismo es Stuart Mill (1874).

2. Formalismo. Existen lenguajes, como el de la matemática, donde el contenido de todas las expresiones está determinado por su forma lógica o rol inferencial. A estos lenguajes se les llama “lenguajes formales”.
3. Vocabulario lógico. El contenido de algunas expresiones (que existen en los lenguajes formales y en los no formales), y el de las expresiones lógicas, está determinado por su forma lógica.
4. Distinción Semántica / Pragmática. Parte del contenido del resto de las expresiones (es decir, las expresiones no lógicas de los lenguajes no formales), no está determinado, pero sí condicionado por su forma lógica. A esta parte del contenido se le llama “contenido semántico.” El resto, conocido comúnmente como “contenido pragmático”, aunque se derivara del contenido semántico, puede escapar de las restricciones impuestas por la forma lógica.<sup>3</sup>

Gran parte de la discusión filosófica actual alrededor del contenido lingüístico se ha dedicado a afinar cada uno de estos puntos. Por ejemplo, existen fuertes discusiones acerca de si el contenido pragmático postulado en (4) se deriva o no del contenido semántico. También se debate acaloradamente si una misma expresión puede tener como contenido semántico algo menos que una proposición y sin embargo, tener como contenido pragmático una proposición completa (Stanley, 2008). Por supuesto, también queda aún mucho trabajo que hacer en la búsqueda de criterios para determinar cuáles son las expresiones lógicas en el sentido de (3) (Gómez Torrente, 2000), etc.

Pese a que como ya he mencionado, es casi imposible encontrar quietistas o estructuralistas extremos en la filosofía del lenguaje actual, ambas posiciones no representan sino casos extremos de tendencias aún entre aquellos que aceptan las cuatro tesis arriba mencionadas. La vieja discusión entre los primeros filósofos analíticos y la filosofía del lenguaje ordinario (Soames 2003, v. II, 216),

---

<sup>3</sup>. En los estudios literarios, la distinción no se hace entre semántica y pragmática, sino entre semiología y retórica. Para un deconstructivista como Paul De Man (1990), por ejemplo, la teoría de actos del habla de Searle (1997) sigue siendo tan analítica como la semántica Tarskiana. Los verdaderos límites del análisis son los límites del uso literal (como insistiremos cuando hablemos de composicionalidad en la sección siguiente). Más aún que la pragmática, la retórica realmente se encuentra *mas allá* del análisis lingüístico.

puede interpretarse por ejemplo, como el choque de dos proyectos opuestos, pero eventualmente complementarios dentro de la filosofía del lenguaje del siglo veinte: el de la búsqueda de métodos de análisis cada vez más poderosos que den cuenta de cada vez más fenómenos semánticos; y el del reconocimiento de la complejidad de factores involucrados en la comunicación lingüística. Cada uno de estos proyectos busca explicar el contenido de nuestros signos (en uso) tomando en cuenta diferentes recursos y herramientas. Donde unos ven los efectos del contexto, implicaturas y otros fenómenos pragmáticos, los otros ven estructuras semánticas cada vez más complejas y sofisticadas. Así, cada vez que los herederos del lenguaje ordinario observan un fenómeno lingüístico claramente fuera de los límites del análisis formal, los continuadores del proyecto analítico ven en él un nuevo reto en la búsqueda de las estructuras semánticas que subyacen nuestro lenguaje. Gracias a este continuo juego de adversarios tenemos las teorías semánticas y pragmáticas tan avanzadas de hoy en día (Livingston 2004, 2006).

## **B. ¿Qué tanto restringe la forma lógica el significado de una expresión?**

El semanticismo se distingue del estructuralismo en no aceptar que el significado de todas las expresiones de cualquier lenguaje esté completamente determinado por su forma lógica. Pero, para no caer en el extremo quietista opuesto, debe reconocer una relación sustancial entre forma y contenido. La forma lógica debe *condicionar* por lo menos parte del contenido de nuestras representaciones. Es necesario, por lo tanto, contar una historia sobre este condicionamiento. La tradición semántica ha desarrollado al respecto tres principios que tratan de dar sustancia a esta relación. El más fuerte de ellos es el principio de composicionalidad, según el cual el contenido de toda expresión es una función del contenido semántico o significado convencional de sus partes y de la forma lógica que las compone. Una versión más atenuada de este principio establece que la forma lógica de una expresión determina el tipo de contenido que ésta pueda tener. Finalmente, el principio más débil de restricción formal del contenido lingüístico, se reduce a pedir que sólo las expresiones bien formadas tengan contenido.

**1. Composicionalidad Lógica.** La forma lógica de un concepto o proposición determina una función que va del contenido de sus constituyentes lógicos a su contenido como un todo. En otras palabras, la forma lógica determina la manera como el contenido de los constituyentes de un concepto se combina para dar su contenido total. Así, si uno conoce la forma lógica de un concepto y el contenido de sus constituyentes lógicos, tiene todo lo necesario para derivar el contenido de dicho concepto.<sup>4</sup>

Si unimos la tesis de composicionalidad con la distinción semántica/pragmática introducida en el inciso (3), tendremos que el contenido semántico de una expresión es aquella parte del contenido de toda expresión que se determina por el contenido de sus partes y la forma en que están compuestas. El resto, el contenido pragmático, requiere de otro tipo de conocimiento del mundo o de otras convenciones lingüísticas. Tomemos como ejemplo la expresión adjetival “no tiene comparación”. Si descomponemos la expresión en sus partes: “no”, “tiene” y “comparación”, y tomamos en cuenta la manera en que están compuestas, sabremos que este predicado expresa la propiedad de algo de ser único e incomparable. Sin embargo, los hablantes del español sabemos también que, comúnmente, cuando decimos de algo que no tiene comparación, no sólo decimos que es único, también lo alabamos. Esta segunda parte del contenido no está en el contenido que componen sus partes. Requiere que sepamos más sobre el uso de la expresión que la que nos proporcionan sus partes y su forma lógica.

La regla de composicionalidad, por supuesto, tiene sus excepciones. En muchos casos, ninguna parte del contenido comunicado por el uso de una expresión puede rastrearse a sus partes o a la manera en que éstas se componen. Cuando alguien dice sentir “mariposas en el estómago”, nada de lo que nos comunica proviene de la composición del contenido semántico con las palabras: “mariposas”, “en”, “el”, “estómago.” Sería absurdo tratar de analizar tal uso partiendo de la

---

4. Este no es el principio de composicionalidad debatido por Cummins, Perry, Recanatti, etc., ya que no reifere a la composición de las partes sintacticas, sino la composición de los componentes logicos.

contribución semántica de cada uno de los componentes. No tiene sentido preguntarse, por ejemplo, qué tipo de mariposas se suelen tener en el estómago.<sup>5</sup>

Ejemplos similares abundan en el lenguaje natural. Por eso, comúnmente se distingue entre el uso *literal* de una expresión y otros usos lingüísticos (metafóricos, irónicos, etc.). Se supone que solamente en los usos literales, el contenido semántico es parte del contenido comunicado. La controversia empieza cuando nos preguntamos qué tanto de nuestro uso lingüístico es literal en este sentido. Para el quietista, casos como el de “mariposas en el estómago” no son excepcionales, sino la regla misma del uso del lenguaje. Es inútil seguir la estructura del lenguaje como una guía para el uso o significado de sus expresiones.<sup>6</sup> Para el quietista, ni siquiera en el lenguaje científico, la forma lógica determina o constriñe el contenido de nuestras representaciones. Si queremos saber cómo se usa una representación, debemos ir directamente a su uso.

**2. Tipificación.** La forma lógica de una expresión determina el *tipo* de contenido que ésta puede tener.

Este segundo principio sostiene que los tipos lógicos (o gramaticales, en el sentido amplio que por ejemplo, les daba Wittgenstein) corresponden con tipos semánticos. En otras palabras, no cualquier contenido es apropiado para cualquier signo. El contenido de una expresión debe respetar, por lo menos, su forma lógica. Expresiones de formas lógicas similares no pueden sino tener contenidos similares; es decir, del mismo tipo.

Los contenidos semánticos pueden dividirse en tipos de diferentes maneras, dando pie a distintas formas de interpretar el principio de tipificación. En su versión metafísica más conocida – sostenida en algún momento por Russell y Frege –, la forma lógica de una expresión determina el tipo de objeto al que ésta se refiere. De esta manera, las categorías lógicas corresponden también a categorías ontológicas. Un adjetivo, por ejemplo, no puede referirse a un objeto o a un hecho,

---

<sup>5</sup> Esto no significa, sin embargo, que el contenido semántico o significado convencional de la palabra “mariposa” no juegue ningún papel en determinar el contenido comunicado

<sup>6</sup> Aun en los casos en que signo y significado parecen mostrar una estructura similar, dicha similitud es un mero accidente sobre el que no debe generalizarse.

solamente a un concepto o propiedad (o en su defecto, a conjuntos de objetos). Un nombre propio, en cambio, sólo puede referirse a un objeto. Expresiones del mismo tipo lógico se refieren a objetos del mismo tipo ontológico.

El principio de tipificación cobra mayor sentido en el seno de las semánticas formales desarrolladas por Tarski (1933) y la escuela lógica polaca (aunque están presentes también en Ramsey, 1931; Russell, 1919; y Carnap, 1928). El concepto técnico de *interpretación* en la lógica contemporánea no es sino una especificación formal de este principio para lenguajes formales (Barceló, 2007). La teoría de tipos semánticos es un desarrollo más sofisticado de este mismo principio para lenguajes naturales (Gamut 1993). En ambos casos, la intuición general es que podemos estudiar ciertas propiedades generales de todas las interpretaciones posibles de un lenguaje, atendiendo solamente a su forma lógica. Fuera del ámbito estrictamente lingüístico, la idea de que la estructura de nuestras representaciones es una buena guía para el tipo de objeto representado y que los diferentes sentidos que le podamos dar a una representación deben compartir ciertos rasgos estructurales generales, sigue viva en el estudio estructural de las representaciones científicas (Balzer y Moulines, 1996).

**3. Consistencia.** Las expresiones cuya forma lógica es deficiente no pueden tener contenido. Estar bien formado es condición de posibilidad de tener contenido. Por lo tanto, las expresiones malformadas no pueden expresar nada con sentido.

Según el principio de consistencia, las expresiones *malformadas* no pueden interpretarse y por lo tanto, tampoco pueden significar nada con sentido ni tener ninguna aplicación. El análisis formal, por lo tanto, puede decirnos si una expresión puede o no tener contenido. Si no puede tener contenido o significado con sentido, tampoco puede decirse ni hacerse nada con ella. Por lo tanto, es inservible.

Este principio se puede formular, tanto en el nivel de expresiones como en el de lenguajes, teorías o cálculos. Al igual que una expresión malformada, un lenguaje mal estructurado desde el punto de vista lógico, no puede tener ningún contenido. Esto significa que tampoco se le puede dar

un uso comunicativo. A este tipo de lenguajes se les llama “inconsistentes”. También se les llama “inconsistentes” a las teorías y a los cálculos con este mismo defecto. Por ello se dice que es importante demostrar la consistencia (es decir, la no inconsistencia) de un lenguaje, teoría o cálculo para fundamentar su uso o aplicación. Por lo tanto, otra manera de formular el principio de consistencia sería decir que la aplicabilidad de un lenguaje o signo es una de sus propiedades formales. En otras palabras, la distinción bien-formado/mal-formado (para expresiones) o consistente/inconsistente (para lenguajes, teorías o cálculos) corresponde a la distinción aplicable/inaplicable.

Tan sólo Wittgenstein (Wittgenstein, 1988, §290), ha rechazado enfáticamente la idea de que la aplicabilidad (entendida como consistencia) sea una propiedad formal de las representaciones. Para el filósofo alemán, preguntarse por la aplicabilidad de un signo es, o bien absurdo (porque es condición necesaria de todo signo el tener alguna aplicación o uso) o bien una cuestión empírica (porque la única manera de saber si algo tiene uso o aplicación es yendo a ver si la gente efectivamente le puede dar uso o le encuentra alguna aplicación). Según Wittgenstein, es imposible separar, ni siquiera analíticamente, al signo de su aplicación o uso. Dado que no hay una relación *externa* entre una representación y su uso, la forma lógica de un lenguaje o expresión particular no puede restringir el uso que se le puede dar y mucho menos, nos puede *prohibir* usarla. Las observaciones de Wittgenstein sobre la consistencia y la aplicabilidad son fascinantes, pero complejas. Por ello, me detendré más en ellas.

## **II. Wittgenstein contra la consistencia**

Pese a que como he dicho, el quietismo es una posición poco socorrida en estos años, tal vez no haya mejor manera de arrojar luz sobre el semanticismo que analizando los argumentos en su contra. En el resto del capítulo presentaré mi interpretación de los argumentos que Wittgenstein plantea a lo largo de su obra en contra del principio de consistencia. Antes de hacer una reconstrucción como la que me propongo a continuación, hay que reconocer, por supuesto, que

Wittgenstein no mantuvo una posición estable con respecto a los límites del análisis a lo largo de su vida. Aunque fluctuó entre el estructuralismo y el quietismo, siempre mantuvo una actitud escéptica frente a las tendencias formalistas y estructuralistas en filosofía de las matemáticas de por ejemplo, Ramsey (1931), Russell (1919) y Hilbert (1899).<sup>7</sup> Desde el *Tractatus* (1997a) hasta sus últimos escritos, su obra está llena de argumentos y tesis anti-estructuralistas y hasta quietistas. Desde su distinción entre decir y mostrar, hasta su concepción de juegos del lenguaje, pasando por los argumentos en contra del lenguaje privado y sus críticas a la aritmética de manzanas de Ramsey, muchas de las tesis y los argumentos centrales del pensamiento wittgensteineano se dirigen a dirimir la cuestión de los límites del análisis semántico. Desafortunadamente, no puedo mostrar aquí cómo esta preocupación aparece continuamente en toda la obra del filósofo vienés, aunque sí puedo presentar sus observaciones sobre la consistencia como un ejemplo claro de sus tendencias quietistas extremas.

El transfondo de las observaciones de Wittgenstein (Wittgenstein, 1992, II, §§12-15, III, §§12, 15 y 17; Wittgenstein, 1975, X y Apéndice II, Wittgenstein 1983, §11 y notas de Waissmann del 17 y 28 de diciembre de 1930) es una crítica profunda a la concepción ingenua de los signos, como separados de su uso y que por lo tanto deben ligarse a él de alguna manera. En palabras de Bill Hart, “Wittgenstein does not try to bridge the gap [between the representation and its use]; his question might rather have been what gives us the idea that there is a *gap* here? (Hart, 1990, p. 213)”. Los signos para Wittgenstein, no pueden concebirse independientemente de su uso. Contra la manera de hablar de algunos formalistas, no hay tal cosa como signos no-interpretados. La

---

<sup>7</sup> Definir los límites del análisis era una cuestión clave para diversos proyectos filosóficos en filosofía de las matemáticas durante la primera mitad del siglo XX (área en la que Wittgenstein concentró la mayor parte de su trabajo filosófico). Para el logicismo, era importante reducir la semántica a la lógica, para que todo enunciado verdadero en virtud exclusiva del significado de sus términos, fuera también una verdad lógica analítica. Sólo así podría sostenerse que existía un solo tipo de necesidad: la lógica. Para el proyecto formalista de Hilbert también era necesario que el análisis de la estructura lógica de un sistema formal determinara todas sus propiedades semánticas (incluyendo su consistencia). Finalmente, años después, el estructuralismo también buscaría la reducción de las propiedades semánticas del lenguaje matemático a sus propiedades estructurales, es decir, sintácticas. Para todos estos proyectos, el éxito dependía de la posibilidad de reducir el análisis semántico al lógico-sintáctico. En el caso de Wittgenstein, es claro que sus críticas van dirigidas a Russell, Ramsey y Hilbert, y aunque Wittgenstein no parece haber conocido las propuestas estructuralistas posteriores, es también claro que sus críticas serían problemáticas también para éste.

interpretación -el uso, la aplicación- no añade nada *extra* al lenguaje que éste no tuviera siempre. Una representación es tal porque precisamente representa o tiene algún contenido, o algún sentido en nuestra vida; es decir, algún uso o aplicación. El análisis de un lenguaje no puede revelarnos su conexión con el mundo o su papel en nuestra vida, porque éstos no forman parte de su estructura. No podemos saber que un lenguaje es un lenguaje por sus meras relaciones lógicas. La forma lógica de un signo no determina que sea un signo. No podemos determinar mediante el análisis si algo es una representación o no.

El punto de partida del argumento de Wittgenstein en contra de la noción de consistencia son sus observaciones sobre seguir una regla (Kripke, 1982). Recordemos que la conclusión principal de aquel argumento era que es imposible describir la manera en que se debe interpretar un signo. Como toda relación interna para Wittgenstein, la relación entre signo e interpretación – significado, contenido o aplicación- no puede sino mostrarse en el uso. Es absurdo, por lo tanto, tratar de hacer una teoría o un análisis de la interpretación. Dado que la metalógica y la metamatemática presumen perseguir precisamente esto, no pueden ser sino empresas absurdas y sin sentido (Wittgenstein, 1992, II, §12).

Sin metalógica ni metamatemática --es decir sin una teoría de la interpretación-- el proyecto semanticista se tambalea. Sin una teoría de la interpretación, no podemos dar una teoría composicional del significado ni una teoría de tipos semánticos. Sin metalógica ni metamatemática no podemos realizar tampoco pruebas de consistencia. Sin pruebas de consistencia, tampoco podemos fundamentar la matemática, ni la lógica como quieren los logicistas; ni la matemática finita, como quieren los finitistas (con Tarski y Hilbert al frente).<sup>8</sup>

Es aquí dónde quiero empezar mi historia; en el momento en que Wittgenstein quiere mostrar que la pérdida de la metamatemática y sus pruebas de consistencia no es una gran pérdida para la lógica ni para las matemáticas (ni mucho menos para el estudio filosófico del significado).

---

<sup>8</sup>. Sin una teoría de la interpretación, por supuesto, tampoco tendremos una teoría semántica de la consecuencia lógica. Las definiciones tarskianas de verdad y consecuencia lógica para lenguajes formales se vuelven sinsentidos bajo la perspectiva wittgensteineana.

La tesis filosófica que Wittgenstein quiere entonces disolver es aquella que sostiene que es importante determinar de manera formal si un lenguaje, cálculo o teoría lógica o matemática es *inconsistente*. Según el principio de consistencia, un lenguaje inconsistente es inaplicable. Para Wittgenstein, sin embargo, la mera noción de “aplicabilidad” le parece ya un sinsentido. Para el filósofo vienés, si uno quiere saber si un sistema de representaciones tiene aplicación o no, tiene que *ver* si efectivamente se aplica o no. Si uno quiere saber si un sistema es aplicable, no tiene más que intentar aplicarlo. En última instancia, lo que determina si nuestros signos tienen aplicación no es ninguna de sus propiedades lógicas, sino nuestras necesidades prácticas y la manera en que nos ingeniamos para usar el lenguaje. En resumidas cuentas, la aplicación se encuentra más allá del análisis lógico.

### **A. Consistencia y aplicación**

Las observaciones de Wittgenstein empiezan con un análisis de la noción metalógica de “consistencia”. La palabra alemana para la consistencia, “*Widerspruchfreiheit*”, significa literalmente “ausencia de contradicción”. El principio de consistencia, por lo tanto, parece sostener que para que un lenguaje, cálculo o teoría tenga aplicación, debe estar ausente de toda contradicción. El siguiente paso es por lo tanto, determinar (1) qué es una contradicción y (2) cómo puede estar contenida o no en un lenguaje, teoría o cálculo. Sólo una vez que sabemos qué significa decir que un lenguaje (teoría o cálculo) contiene una contradicción, podemos determinar si efectivamente (3) podría dañar el lenguaje (teoría o cálculo) al grado de hacerlo inconsistente.

Respecto a la primera pregunta, Wittgenstein distinguirá tres maneras en que se habla comúnmente de contradicciones: como un tipo de acto del habla, como un tipo de expresión, un tipo de fórmula, o un tipo de regla. Los lenguajes y las teorías pueden contener contradicciones de carácter distinto: un lenguaje puede contener una contradicción si su gramática permite formar expresiones contradictorias. Una teoría puede además, contener una contradicción entre sus teoremas. Wittgenstein mostrará que en ninguno de los dos casos el lenguaje o la teoría pierden

sentido o aplicabilidad. El español, por ejemplo, es un lenguaje que contiene expresiones contradictorias y sin embargo, tiene muchos usos y aplicaciones. El mismo cálculo proposicional también contiene fórmulas como " $p \& \neg p$ " entre las fórmulas bien formadas de su lenguaje. Tampoco queremos decir que el cálculo proposicional es un sinsentido o que su lenguaje es inaplicable. Igualmente, teorías con teoremas contradictorios pueden tener aplicación o no. Depende de nosotros si se la encontramos o no. Además, si los teoremas contradictorios nos causaran efectivamente problemas a la hora de querer aplicar una teoría o cálculo, sería fácil evitar las contradicciones sin tener que deshacernos de la teoría por completo.

Finalmente, Wittgenstein considera la posibilidad de que un lenguaje, cálculo o teoría sea inconsistente por contener contradicciones entre sus reglas. De esta manera, podemos hablar de una práctica inconsistente como aquella cuyas reglas se contradicen entre sí. Pero tampoco hay nada que temer a la contradicción entre las reglas. Basta tomar una decisión sobre cuál de las reglas seguir. No es necesario deshacerse de la práctica completa. Basta evitar las contradicciones.

## **B. ¿Qué es una contradicción?**

Pasemos, pues, a la cuestión (1) de qué es una contradicción. Intuitivamente, sabemos más o menos qué es una contradicción: el acto de contradecir. Pero para contradecir, es necesario que haya alguien a quien contradecir, aunque sea a uno mismo. Uno no contradice simplemente, sino que siempre contradice a alguien (o a sí mismo). Contradecir a alguien es afirmar lo contrario de lo que otro afirma. Contradecirse a uno mismo es retractarse; es decir, afirmar lo contrario de lo que antes se afirmaba. Contradecir, por lo tanto, es uno de los usos del lenguaje. Algo que hacemos con palabras.

Sin embargo, cuando los (meta)lógicos hablan de contradicciones, se refieren comúnmente a otro tipo de cosas, como formulas del tipo " $p \& \neg p$ ". Tal parece por lo tanto, que para ellos las contradicciones son un tipo de expresiones, no un tipo de actos del habla. Para que esté justificado llamarles "contradicciones" es necesario que haya una relación entre estas expresiones y las

acciones que describimos en el párrafo anterior. Para no confundirnos, llamemos “*a*-contradicciones” a los actos de contradecir y “*e*-contradicciones” a las expresiones que preocupan a los metalógicos. Ahora, preguntémonos qué relación puede haber entre las expresiones que llamamos “*e*-contradicciones” y los actos del habla que llamamos “*a*-contradicciones.” La primera hipótesis que se me ocurre es que cada vez que hay una *a*-contradicción –es decir, cada vez que contradecimos–, usamos una *e*-contradicción. Sin embargo, esto no puede ser, pues podemos usar cualquier tipo de expresión para contradecir a alguien. Podemos simplemente decir que “no” o que “sí”. Depende de lo que el otro (o nosotros mismos) hayamos afirmado con anterioridad. Tal vez la relación sea la inversa: cada vez que afirmamos una *e*-contradicción, ejecutamos una *a*-contradicción. Si esta segunda hipótesis es correcta, hay expresiones que uno no puede afirmar sin contradecirse o contradecir a alguien más. A este tipo de expresiones los metalógicos las llaman “contradicciones” (y nosotros “*e*-contradicciones”).

Un problema con esta segunda hipótesis es que determina una clase muy amplia de *e*-contradicciones. Hay muchísimas cosas que si yo las afirmara ahora, seguramente estaría contradiciendo a alguien que ha afirmado ya lo contrario. Bajo este criterio, casi todos los enunciados que componen este libro serían *e*-contradicciones. Es necesario por lo tanto, reducir el dominio de las *a*-contradicciones. Una tercera hipótesis posible sería entonces sostener que las *e*-contradicciones son expresiones que uno no puede afirmar sin contradecirse. El problema sigue siendo que uno mismo ha afirmado tantas cosas en el pasado que es muy difícil determinar qué cosas podemos afirmar sin contradecirnos a nosotros mismos. Además, circunscribir así la noción de “*e*-contradicción” al emisor, haría de la contradicción un concepto sustancialmente sensible al contexto. No habría *e*-contradicciones, sino sólo *e*-contradicciones para mí y *e*-contradicciones para ti. Si queremos una noción de *e*-contradicción que no varíe de sujeto a sujeto, es necesario circunscribir más las *e*-contradicciones a aquellas que *nadie* en *ninguna circunstancia*, puede afirmar sin contradecirse. Así definida, la noción de “*e*-contradicción” se vuelve suficientemente estrecha. Como dijimos anteriormente, para que haya una *a*-contradicción es necesario que haya

alguien a quien contradecir, y para que este alguien pueda ser contradicho, debe haber afirmado algo a lo que nos podamos oponer. En particular, para que podamos contradecirnos, tendríamos que haber afirmado algo de lo que nos estemos retractando. Sin embargo, esta última hipótesis nos exige encontrar expresiones que le permitan a uno contradecirse incluso antes de no haber dicho nada. La única manera en que esto es posible es si uno se contradice en el acto mismo de afirmar la *e*-contradicción. Afirmar una *e*-contradicción, por lo tanto, debe ser un acto en donde se afirme algo y su contrario a la vez.

El lector inmediatamente ha de estar pensando en enunciados como “llueve y no llueve aquí en este momento” o “Juan está en su casa, pero no está en su casa”. Sin embargo, también podríamos incluir enunciados como “Juan está soltero y casado” o “Gabriel mide 1.72 m y menos de 1.5 m”. Las *e*-contradicciones, por lo tanto, serían una especie de imagen especular, o la negación si se quiere hablar así, de los enunciados analíticos (en el sentido amplio en que hemos caracterizado la analiticidad en este libro).

Sin embargo, no es claro que sea de esto de lo que hablan los metalógicos cuando hablan de contradicciones. La fórmula “ $p \& \neg p$ ”, es un claro ejemplo de lo que se llama “contradicción” en metalógica, pero no parece ser una *e*-contradicción en nuestro sentido. Si no solemos afirmar fórmulas del cálculo proposicional, es difícil usarlas para contradecir a alguien más o a nosotros mismos. Más bien, fórmulas como “ $p \& \neg p$ ” no son, en sentido estricto, *e*-contradicciones sino que expresan la forma lógica de *e*-contradicciones. Tenemos entonces, un tercer sentido de “contradicción”, que no es acto, ni expresión, sino fórmula. Llamemos “*f*-contradicción”, entonces, a fórmulas como “ $p \& \neg p$ ” que expresan la forma lógica de *e*-contradicciones.<sup>9</sup>

Según la explicación que dimos en el capítulo cuarto, una expresión tiene la forma lógica expresada por la fórmula “ $p \& \neg p$ ” si por ejemplo, es la conjunción de una proposición cualquiera y su negación. La conjunción de una proposición y su negación es siempre una *e*-contradicción,

---

<sup>9</sup>. Si esto es así, entonces no es cierto que estas *f*-contradicciones no tengan sentido o contenido. Expresan la forma lógica de *e*-contradicciones. Ése es su contenido.

porque afirmar una conjunción equivale a afirmar de manera simultánea cada uno de sus conjuntos; y al afirmar simultáneamente algo y su negación efectuamos una *a*-contradicción. De ahí que cualquier expresión de la forma expresada por esta fórmula sea una *e*-contradicción. En general esto es lo que significa que una fórmula del cálculo lógico sea una *f*-contradicción (Wittgenstein, 1976, p. 231, apud; Hertzberg, 2006, p. 172)

Si esta es la manera en que entendemos las *f*-contradicciones, hemos de aceptar que dichas fórmulas no son contradictorias en sí mismas, sino en virtud del carácter *e*-contradictorio de las expresiones cuya forma lógica expresan (que a su vez, también se deriva de las *a*-contradicciones de las que forman parte). Es un error pensar por ejemplo, que la fórmula “ $p \& \neg p$ ” es contradictoria simplemente porque determina una función constante que da falso para cualquier argumento o porque su tabla de verdad termina en una columna de ‘*F*’s. Estas son las técnicas que se usan en el cálculo de predicados para caracterizar a las *f*-contradicciones. Sin embargo, sin una conexión sustancial entre estas fórmulas y expresiones genuinas del lenguaje natural, las *f*-contradicciones no serían más que cualquier otro tipo de fórmula (Wittgenstein, 1988, §290). Lo que las hace *f*-contradicciones, reitero, es que expresan la forma lógica de *e*-contradicciones

También es un error pensar que una fórmula es *f*-contradictoria porque todas sus interpretaciones lo son. Aunque se suele hablar así en metalógica, hablar de las múltiples interpretaciones de un signo es un abuso del término “interpretación”. Cada signo con sentido tiene una sola interpretación. Cuando decimos, por ejemplo, que un signo podría haber significado diferentes cosas, no hablamos con propiedad. Signos con diferente significado son siempre signos distintos. Ni siquiera podemos hablar de las diferentes *re*interpretaciones de un signo (contra Etchemendy, 1999), pues cada *re*interpretación nos daría un signo distinto. Es un sinsentido decir que la palabra “perro” podría haber significado *gato* en vez de *perro*, o que podemos *re*interpretarla así. La hipotética palabra “perro” que significa *gato* no es la misma pero con otro significado, que nuestra palabra “perro” (que significa *perro*). A lo más, podríamos decir que ambas palabras son homófonas, pero no que son la misma con diferente significado.

Nótese también que la manera en que hemos caracterizado a las  $f$ -contradicciones requiere que sean fórmulas de algún cálculo lógico; es decir, que sean capaces de expresar formas lógicas. Esto excluye a todo otro tipo de fórmulas, incluyendo las de las matemáticas. Las fórmulas matemáticas ocupan un extraño limbo entre las fórmulas lógicas y las expresiones del lenguaje natural. Como las primeras, pertenecen a un cálculo formal, pero no expresan formas lógicas. En consecuencia, no pueden ser  $f$ -contradicciones. Sin embargo, tampoco pueden ser  $e$ -contradicciones ya que no pueden ser afirmadas, por lo menos no en el mismo sentido que las expresiones del lenguaje natural.<sup>10</sup> Esto significa que no puede haber fórmulas matemáticas contradictorias. No hay contradicciones matemáticas. Los lenguajes de los cálculos matemáticos, por lo tanto, no pueden ser inconsistentes.

### ***C. Presencia y ausencia de contradicciones***

Tras distinguir los tres sentidos en que se puede hablar de contradicciones, podemos ya aclarar de qué manera un lenguaje, cálculo o teoría puede contener contradicciones de uno u otro tipo. Es difícil imaginar algún sentido en el que un lenguaje o una teoría puedan contener  $a$ -contradicciones; es decir, actos del habla contradictorios. Sin embargo, sí pueden contener expresiones. Podemos decir, por ejemplo, que un lenguaje  $L$  contiene una expresión  $e$ , si y sólo si  $e$  es una expresión en dicho lenguaje  $L$ ; es decir, si  $e$  está bien formada según la gramática de  $L$ . El inglés, por ejemplo, tiene la expresión “the Secret Gospel of Thomas” porque es una expresión bien formada según la gramática de tal lenguaje.

En este sentido, un lenguaje es inconsistente si contiene expresiones contradictorias; es decir,  $e$ -contradicciones. Al contrario, en un lenguaje consistente no se pueden formar  $e$ -contradicciones. En el caso de teorías y cálculos matemáticos, las expresiones bien formadas son fórmulas, de ahí

---

<sup>10</sup>. Esta última, por supuesto, es una de las tesis más controversiales de Wittgenstein. De cualquier manera, no es fundamental para el resto del argumento. Si se quiere, se puede pensar las fórmulas matemáticas de manera similar a los enunciados del lenguaje natural (de tal manera que sí puedan ser  $e$ -contradictorios). Así se recuperan intuiciones como la de que alguien que afirma que  $\forall x(x \notin \emptyset)$  y quien afirma que  $\exists x(x \in \emptyset)$ , por ejemplo, están en  $a$ -contradicción mútua. Si se quiere, entonces, el resto de lo que digamos sobre el lenguaje natural puede decirse también sobre los lenguajes matemáticos.

que no puedan contener sino *f*-contradicciones. Para todo otro tipo teorías, la inconsistencia consiste en contener teoremas *e*-contradictorios. Sólo así podemos hablar de teorías, lenguajes o cálculos con presencia o ausencia de contradicción.

#### **D. Aplicabilidad e inconsistencia**

Una vez que sabemos qué significa que una teoría, cálculo o lenguaje contenga contradicciones o no, podemos ver si efectivamente la presencia de contradicciones en ellos no les permite tener uso o aplicación. En primer lugar, consideremos aquellos lenguajes que permiten formar expresiones *e*-contradictorias. Como ejemplo, ya mencionamos al español (que contiene *e*-contradicciones como “no tengo ganas de salir, pero sí quiero salir”), pero podríamos haber mencionado cualquier otro lenguaje natural. Podemos contradecirnos en cualquiera de ellos. Sin embargo, no queremos decir que el español es un lenguaje sin aplicación o uso. De ahí que no podamos aceptar que la presencia de contradicciones en un lenguaje, en este sentido, lo haga inaplicable. Si esto dice el principio de consistencia, dicho principio es absurdo.

Podríamos debilitar un poco el principio de consistencia de tal manera que no sea todo el lenguaje, sino las expresiones *e*-contradictorias las que no tuvieran uso ni sentido. Sin embargo, una vez más iríamos en contra de la evidencia empírica. Es tal la heterogeneidad de usos que tiene nuestro lenguaje, que entre ellos hay muchos en los que hacemos uso de *e*-contradicciones: por ejemplo, en pruebas de reducción al absurdo, chistes, textos filosóficos, etc. (Hertzberg 2006). Aun si incluyéramos lenguajes formales, como el del cálculo proposicional (que contiene como fórmula bien formada a la célebre “ $p \& \neg p$ ”), no podríamos sostener que el lenguaje del cálculo proposicional es inaplicable, ni que fórmulas *f*-contradictorias como “ $p \& \neg p$ ” no tienen sentido. Por el contrario, las usamos continuamente: en clase de lógica (por ejemplo, para ilustrar *f*-contradicciones), en pruebas por reducción al absurdo, etc. Una vez más, la presencia de contradicciones no causa gran daño al lenguaje.

Tras haber desmantelado la noción metalógica de lenguaje inconsistente, podemos pasar a investigar la inconsistencia de teorías. Nuestra conclusión de las secciones anteriores fue que una

teoría es inconsistente si incluye *e*-contradicciones (o *f*-contradicciones si la teoría es lógica formal, aunque seguiré hablando por el momento sólo de *e*-contradicciones) entre sus teoremas. Lo que nos queda por hacer es determinar si teorías con teoremas *e*-contradictorios son efectivamente inaplicables.

El punto de partida del argumento de Wittgenstein es la noción misma de teorema. Recordemos que una expresión en el lenguaje de una teoría, se vuelve teorema cuando se prueba dentro de la misma; es decir, cuando se muestra que la expresión se sigue de los axiomas o leyes básicas de la teoría. Esto significa que una teoría se vuelve inconsistente cuando se deriva de ella una *e*-contradicción de sus axiomas. La pregunta relevante es entonces ¿qué puede pasar cuando se deriva una *e*-contradicción que dañe de tal manera la teoría que la vuelva inaplicable? La respuesta estándar es señalar que una vez que hemos derivado una *e*-contradicción, podemos derivar cualquier cosa de ella. Esto significa que a partir de la derivación de la *e*-contradicción, cualquier expresión del lenguaje puede demostrarse y ser teorema. Dado que una parte fundamental del sentido de toda teoría es distinguir, dentro de las expresiones del lenguaje, teoremas de no-teoremas; una teoría en la que todo es un teorema deja de tener sentido.

Supongamos, por mor del argumento –responde Wittgenstein– que efectivamente éste sea el problema que puede traer la inconsistencia a una teoría. Si es así, advierte el filósofo vienés, el daño no es irremediable. Por el contrario, es fácil de neutralizar. Si el riesgo es que gracias al teorema contradictorio, cualquier cosa se puede derivar de él, pues entonces basta evitar el riesgo y no usar dicho teorema en nuestras demostraciones. Es más, si el problema es que hay teoremas contradictorios, es decir, que hayan probado *e*-contradicciones, la solución es evitar probarlas. ¡Si quieres evitar teoremas contradictorios, simplemente no los demuestres. Demostrar, después de todo, es algo que hacemos nosotros. Es nuestra responsabilidad, no la de la teoría o del lenguaje.

Algo similar se puede decir sobre las *e*-contradicciones. Si afirmar un tipo de expresión nos hace contradecirnos y efectivamente creemos que hay algo malo en contradecirnos, no hay que afirmar dicho tipo de expresiones. Si ya sabemos que hay expresiones contradictorias, hay que

evitar afirmarlas, Como actos del habla, las *a*-contradicciones son nuestra responsabilidad, no la de lenguaje. Somos nosotros quienes nos contradecemos

Supongamos, además, que alguien, tal vez con mala leche, no tomara esta precaución y de todas maneras derivara cierta *f*-contradicción o afirmara una *e*-contradicción. Basta dar lo que Tomasini llama “la respuesta sensata”: “no habría que hacerles mucho caso (Tomasini, 2003, p. 78)”:

...no intentaremos hacerle ver que está en un error. Más bien, nuestra respuesta sería algo como: ‘Por favor, sé un poco más serio’ o ‘¿Estás tratando de burlarte de mí?’ o ‘Deja de decir tonterías’, etc., o simplemente no le prestamos atención... (Tomasini, 2003, p. 86)

Por supuesto, podría replicarse que Wittgenstein está malentendiendo la noción de “teorema” relevante y que basta que una expresión sea *demostrable* dentro de la teoría, para que sea un teorema. Así, aunque no los demostremos, tales teoremas seguirán, de alguna manera, *ahí escondidos*. El reto para el metalógico es explicar qué daño pueden hacer estos teoremas mientras sigan *escondidos*; es decir, mientras no los demostremos y ni siquiera sepamos que pueden demostrarse. A falta de un contrargumento por parte del metalógico, podemos asumir que mientras están escondidas, las contradicciones son inofensivas. El consejo de Wittgenstein en este caso es simple: si no hacen daño mientras están escondidas, entonces dejémoslas ahí. Que una fórmula sea demostrable en una teoría no nos obliga a demostrarla. De tal manera que no debemos temer que *salga de repente* (es decir, sin que la saquemos intencionalmente, por así decirlo). En resumen, si pudiéramos identificar las expresiones dañinas, llamémoslas “contradicciones” o no, nada nos impediría simplemente evitarlas en el uso.

### **E. Inconsistencia de reglas**

Finalmente, un cálculo, teoría o lenguaje puede contener una contradicción, no entre sus expresiones bien formadas, ni entre sus teoremas, sino entre sus *reglas de uso*. De esta manera, un cálculo, lenguaje o teoría sería inconsistente si existiese una contradicción entre sus reglas. Por lo dicho dos secciones atrás, sabemos sin embargo, qué significa que un acto del habla o una expresión sean contradictorios, mas no tenemos ni la menor idea de qué puede significar que una *regla* sea contradictoria. Podría llegarse a pensar que una regla es contradictoria si no se puede seguir. Pero esto es claramente absurdo. Hablar de reglas que no se pueden seguir es un sinsentido. Que algo sea una regla *es* que pueda seguirse (Wittgenstein, 1992, III, §14, II, 614 y siguientes). Que una teoría contenga una contradicción entre sus reglas no puede significar por lo tanto, que alguna de sus reglas sea contradictoria. Es necesario que la contradicción surja del conjunto de reglas que gobiernan la teoría, lenguaje, etc. Es posible que, por ejemplo, dos o más reglas sean inconsistentes *entre sí*; es decir, que cada una de ellas nos conmine a actuar de maneras incompatibles. Es posible que no podamos seguir una regla sin desobedecer otra. Sin embargo, aún en este caso Wittgenstein cree que la contradicción entre dos reglas no hace inaplicable a la práctica que las contiene a ambas. Una vez más, la solución se encuentra en manos de los usuarios: No tenemos más que optar por la regla que seguiremos (y al tomar dicha decisión, establecemos una nueva regla).

La solución de Wittgenstein no se aplica solamente a prácticas lingüísticas, sino a cualquier tipo de actividad regida por reglas. Supongamos que alguien pertenece a algún club con reglas más o menos estrictas y que al leer el reglamento del mismo, se encuentra con una contradictoria. Sería absurdo concluir que es imposible obedecer las reglas del club y por lo tanto, decir que dicho club en realidad no existe. Tal vez lo mejor sería concluir que el reglamento está mal. La contradicción probablemente proviene de una errata en el reglamento, no de un error en el proceder del club. Sería absurdo decir que una de las reglas que rigen al club es contradictoria. Como las reglas contradictorias no se pueden seguir, ninguna actividad humana puede regirse por reglas inconsistentes. Si la práctica existe, sus reglas son consistentes. Si parece que nos encontramos con

una regla contradictoria en el reglamento de una práctica existente, el error puede resultar de la manera en que se compiló el reglamento.<sup>11</sup> ¿Qué se debe hacer entonces? Probablemente sólo haya que corregir dicho error, y eso puede consistir únicamente en tachar la regla contradictoria del reglamento. Ni la persona que encontró el error ni ningún otro miembro del club debe cambiar su manera de proceder. Las reglas que siempre han regido su compartimiento en el club siguen igual. La regla tachada era una regla que nadie nunca había seguido, ¡pues era imposible seguirla! Por lo tanto, eliminarla del reglamento, no cambia nada, más que lo que está escrito en el propio reglamento. Era una regla que nunca rigió nada y en ese sentido, tampoco era *realmente* una regla del club.<sup>12</sup>

Lo mismo sucede en el caso de las matemáticas. Supongamos que alguien llegase a descubrir una contradicción entre las reglas de la aritmética. Sería absurdo concluir que es imposible hacer aritmética o que la aritmética no existe. A lo más, podríamos concluir que las reglas que pensábamos que eran de la aritmética no lo son. Así como hubo un error al transcribir las reglas del club en un reglamento, hubo un error a la hora de hacer explícitas las reglas de la aritmética. Pero la aritmética debe seguir igual. Así como es absurdo imaginarse que algún día se encontrará una regla contradictoria del béisbol o del trompo, es también absurdo imaginarse una regla aritmética contradictoria. Si estamos siguiendo reglas, éstas son siempre consistentes.

Sería un poco distinto si en vez de una regla contradictoria, encontráramos un par tal que ambas se pudieran seguir, pero no de manera conjunta. Supongamos que en el reglamento del club estuviera escrita la regla de que debemos inclinarnos hasta poner la frente en el piso cuando saludemos al presidente del club y que también estuviera escrita otra regla que dijera que debemos

---

<sup>11</sup>. Es decir, el error debió de haber surgido por la manera en que nos hemos representado las reglas de dicha práctica, no por las reglas mismas

<sup>12</sup>. La única razón por la cual esto nos suena extraño, es porque la palabra “regla” es ambigua en nuestro lenguaje. A veces la usamos para hablar de aquellas expresiones que aparecen en los reglamentos, y otra veces la usamos para referirnos a aquello que rige una práctica; lo que las reglas en el primer sentido tratan de expresar. Las reflexiones de Wittgenstein nos tratan de llamar la atención sobre que no hay reglas inconsistentes en este segundo sentido. Las reglas contradictorias son, a lo más, expresiones del primer tipo que no logran expresar reglas en el segundo sentido.

saludar a todo miembro del club mirándolo a los ojos. Como el presidente del club es también miembro del club y no es posible tener la frente en el piso y mirar a los ojos a alguien al mismo tiempo, tal parece que el reglamento nos está pidiendo algo imposible. En este caso, la corrección es apenas más complicada que en el caso anterior, ya que será necesario borrar por lo menos una de las reglas en cuestión. Tal vez esto cambie la manera de proceder en el club, pero el club no tiene que desaparecer bajo dicha contradicción. En cualquier caso, es nuestra decisión seguir esta regla o aquella. Una vez más, seguir una regla es algo que nosotros hacemos y como tal, es nuestra responsabilidad, no del lenguaje.

## F. Conclusiones

Algunos intérpretes han leído estos pasajes de Wittgenstein como si el filósofo alemán quisiera argüir que las contradicciones no existen (Pataut 2001). Y en algún sentido tienen razón: no existen el tipo de contradicciones que *asustan* a los metalógicos y metamatemáticos: aquellas que hacen a los lenguajes o cálculos inaplicables. Pero la palabra “contradicción” se usa de muchas otras maneras, tanto en lógica como en el habla diaria, y estas otras *contradicciones* por supuesto que existen. Pero su existencia (o ausencia) en un cálculo, teoría o lenguaje, no dice nada sobre su aplicabilidad. La forma lógica de un lenguaje o expresión en particular no restringe el uso que se le puede dar a una contradicción y mucho menos, nos *prohíbe* a usarla, como sostienen los formalistas respecto a las expresiones y lenguajes malformados.

La noción de “contradicción” que Wittgenstein critica es la noción asumida en las metamatemáticas y en las pruebas de consistencia. Wittgenstein cree que no existen las contradicciones como un tipo particular de expresiones cuya forma lógica las hace a ellas y a todo lenguaje que las contenga, inaplicables. Esta es la tesis semanticista que le parece absurda a Wittgenstein. Pero, evidentemente, esto no tiene nada que ver con el sentido más coloquial de contradicción al cual apelamos comúnmente cuando decimos que alguien se contradice o que algo que alguien dice es contradictorio (porque afirma algo y a la vez su contrario). La palabra

“contradicción” tiene un sentido genuino en nuestro lenguaje ordinario, y el abuso de dicho término en metamatemática no ha llevado, según Wittgenstein, sino a confusiones filosóficas considerables.<sup>13</sup>

### **Conclusions in English**

Some interpreters have read these passages of Wittgenstein as if the German philosopher had argue that contradictions do not exist (Pataut 2001). And in some sense they are right: there are no contradictions of the kind that scare meta-logicians and meta-mathematicians: those that make languages or calculi inapplicable. But the word "contradiction" is used in many other ways, both in logic and in everyday speech, and contradictions of these other sorts certainly exist. But its existence (or absence) in a calculation, theory, or language, says nothing about its applicability. The logical form of a particular language or expression does not restrict the use that can be given to it, much the less does it prohibits us from using it, as the formalists maintain with respect to ill-formed expressions and languages.

The notion of "contradiction" that Wittgenstein criticizes is the notion generally assumed in meta-mathematics and, in particular, in consistency proofs. Wittgenstein believes that contradictions do not exist as a particular type of expressions whose logical form makes them and any language that contains them, inapplicable. This is the thesis that seems absurd to Wittgenstein. But this obviously has nothing to do with the more colloquial sense of contradiction to which we commonly appeal when we say that someone contradicts himself or that something that someone says is contradictory (because he affirms something and at the same time his opposite). The word "contradiction" has a genuine meaning in our ordinary language, and the abuse of this term in meta-mathematics has led, according to Wittgenstein, to considerable philosophical confusions.

---

<sup>13</sup>. Lo mismo debe decirse de palabras como “consistencia”, “fundamentos”, y “metamatemática” que parecían sugerir conexiones conceptuales (entre forma y contenido) que, según Wittgenstein, no existen.