UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

Rafael Cavalcanti de Souza

A Concepção Aristotélica de Demonstração Geométrica a partir dos *Segundos Analíticos*

Campinas
2022

RAFAEL CAVALCANTI DE SOUZA

A CONCEPÇÃO ARISTOTÉLICADE DEMONSTRAÇÃO GEOMÉTRICA A PARTIR *DOS SEGUNDOS ANALÍTICOS*

Dissertação apresentada ao Instituto de Filosofia e Ciências Humanas (IFCH) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Filosofia.

Supervisor/Orientador: Prof. Dr. Lucas Angioni

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO RAFAEL CAVALCANTI DE SOUZA, E ORIENTADA PELO PROF. DR. LUCAS ANGIONI

Campinas

2022

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas
Cecília Maria Jorge Nicolau - CRB 8/3387

So89c

Souza, Rafael Cavalcanti de, 1997-
A concepção Aristotélica de demonstração geométrica a partir dos Segundos Analíticos / Rafael Cavalcanti de Souza. – Campinas, SP : [s.n.], 2022.

Orientador: Lucas Angioni.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Aristóteles. 2. Teoria das demonstrações. 3. Geometria. 4. Silogismo. 5. Análise (Filosofia). 6. Causalidade (Filosofia). 7. Matemática. I. Angioni, Lucas, 1973-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: The Aristotelian conception of geometric demonstration from the Posterior Analytics
Palavras-chave em inglês:
Theory of demonstrations
Geometry
Syllogism
Analysis (Philosophy)
Causation (Philosophy)
Mathematics
Área de concentração: Filosofia
Titulação: Mestre em Filosofia
Banca examinadora:
Lucas Angioni [Orientador]
Breno Andrade Zuppolini
Mateus Ricardo Fernandes Ferreira
Data de defesa: 23-02-2022
Programa de Pós-Graduação: Filosofia

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)
- ORCID do autor: 0000-0003-1631-6272
- Currículo Lattes do autor: http://lattes.cnpq.br/1675821342168020

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA

A Comissão Julgadora dos trabalhos de Defesa de Mestrado, em sessão pública realizada em 23 de Fevereiro de 2022, considerou o candidato Rafael Cavalcanti de Souza aprovado.

Este exemplar corresponde à versão final da Dissertação defendida e aprovada pela Comissão Julgadora.

Prof. Dr. Lucas Angioni (orientador)
Prof. Dr. Breno Andrade Zuppolini
Prof. Dr. Mateus Ricardo Fernandes Ferreira

A Ata de Defesa, assinada pelos membros da Comissão Julgadora, consta no processo de vida acadêmica do aluno.

Ao meu irmão, João.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço aos membros da minha família, que sempre me ajudaram e apoiaram tanto no âmbito acadêmico, quanto no âmbito pessoal. Agradeço à minha mãe, Ana Cláudia Rocha Cavalcanti, e ao meu pai, Flávio Antônio Miranda de Souza, os meus maiores professores. Agradeço também aos meus irmãos, Filipe Cavalcanti de Souza e João Cavalcanti de Souza. Agradeço aos demais integrantes da minha família.

Agradeço ao Professor Lucas Angioni pela enriquecedora e atenciosa orientação, que foi fundamental ao desenvolvimento de toda a pesquisa, essa experiência foi extremamente importante para a minha formação acadêmica em sentido mais amplo também. Todas as propostas interpretativas que estou defendendo e assumindo nesta dissertação são frutos diretos das discussões realizadas em aulas ministradas pelo Professor Lucas Angioni e debatidas em seções de orientação. Agradeço aos membros do grupo de pesquisa MESA, no qual tive a oportunidade de aprender muito. Agradeço em especial ao Professor Breno Andrade Zuppolini e ao Professor Mateus Ricardo Fernandes Ferreira, por aceitarem participar da minha banca de defesa de mestrado, e agradeço também ao Professor Fernando Martins Mendonça por ter se disposto a participar da banca e pelos comentários realizados nas minhas apresentações no MESA.

Agradeço aos professores da minha graduação na UFPE. Em especial ao Professor Fernando Raul de Assis Neto, por ter me acolhido como orientando em minha primeira experiência de pesquisa acadêmica, e pelas diversas aulas e conversas que tivemos durante a minha formação acadêmica. Agradeço também ao Professor Marco Silva por ter me orientado durante a minha monografia e enfatizado na importância de pesquisar em equipe. Agradeço ao Professor Anastácio Borges de Araújo Júnior, por ter me apresentado a Filosofia Antiga.

Agradeço aos meus amigos, em especial a minha melhor amiga, Yasmim Ferber, que sempre foi extremamente gentil e me apóia há anos em tudo o que eu faço. Agradeço aos meus amigos Hugo Mota e Marciano Cavalcanti, que conheci em minha graduação e foram extremamente fundamentais para a minha formação acadêmica. Agradeço aos meus amigos do grupo intitulado de 'Cágados e Gatos Cotós', que são amigos que manterei carinho por toda a minha vida. Agradeço aos meus amigos que participam do grupo de estudos formado por alunos da pós-graduação e graduação de diversas Universidades, chamado de 'Grupo de Estudos de Conhecimento na Filosofia

Antiga'. Agradeço aos membros do grupo de Estudos da UFPE chamado de 'Nós Platônicos'. Agradeço aos integrantes do grupo da UNICAMP intitulado de 'Aleph', que me acolheram desde a minha primeira ida à UNICAMP. Agradeço aos meus amigos que usualmente chamo de 'Amigos do meu irmão mais velho'. Agradeço também aos meus amigos Dionatan Tissot, Benoit Loeuille e Matheus Lazzarotto, que me ajudaram em diversos momentos.

Agradeço à *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo* (FAPESP) e à *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* (CAPES), – Código de Financiamento 001, pela bolsa de mestrado e pelos recursos financeiros disponibilizados para as atividades de pesquisa (Processo FAPESP número: 2020/00155-8). Tais auxílios foram fundamentais ao desenvolvimento da pesquisa

RESUMO

Nos *Segundos Analíticos* I. 14, 79a16-21 Aristóteles afirma que as demonstrações matemáticas são expressas em silogismos de primeira figura. Apresento uma leitura da teoria da demonstração científica exposta nos *Segundos Analíticos* I (com maior ênfase nos capítulo 2-6) que seja consistente com o texto aristotélico e explique exemplos de demonstrações geométricas presentes no *Corpus*. Em termos gerais, defendo que a demonstração aristotélica é um procedimento de análise que explica um dado *explanandum* por meio da conversão de uma proposição previamente estabelecida. Em uma estrutura silogística, a proposição previamente estabelecida é a premissa maior e o termo mediador deve ser comensurado ao *explanandum*. O conjunto da premissa maior e da premissa menor (o *explanans*) é coextensivo ao *explanandum*, mas há uma assimetria intensional entre o *explanans* e o *explanadum*, de modo que apenas o primeiro explique o último. Por fim, defendo que o elemento identificado no termo mediador deve ser o mais apropriado para explicar precisamente o que certo *explanandum* é.

Palavras-chave: Demonstração, geometria, silogística, análise e causalidade.

ABSTRACT

In *Posterior Analytics* I. 14, 79a16-21 Aristotle states that mathematical demonstrations are expressed in first-figure syllogisms. I present a reading of the theory of the scientific demonstration set out in *Posterior Analytics* I (with greater emphasis on chapters 2-6) that is consistent with the Aristotelian text and explains examples of geometric demonstrations present in the *Corpus*. In general terms, I argue that the Aristotelian demonstration is a procedure of analysis that explains a given *explanandum* through the conversion of a previously established proposition. In a syllogistic structure, the previously established proposition is the major premise and the middle term must be commensurate with the *explanandum*. The conjunct of the major premise and the minor premise (the *explanans*) is coextensive with the *explanandum*, but there is an intensional asymmetry between the *explanans* and the *explanadum*, so that only the former explains the latter. Finally, I argue that the element identified in the middle term must be the most appropriate to explain precisely what a certain *explanandum* is.

Key-Words: Demonstration, geometry, syllogistics, analysis and causality.

Lista de Abreviações

A.Pr	*Primeiros Analíticos*
A.Po	*Segundos Analíticos*
Coment.	*Comentário Ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*
EE	*Ética a Eudemo*
EN	*Ética a Nicômaco*
Men	*Mênon*
Met.	*Metafísica*
Top.	*Tópicos*

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os *Segundos Analíticos* (doravante '*A.Po*') é uma das obras mais relevantes do *Corpus* aristotélico. Nos últimos anos houve um grande interesse entre os estudiosos em Aristóteles a respeito desta obra, mas, como é extremamente comum na literatura secundária, há pouco consenso acerca das principais teses do livro. Quando as questões são concernentes à filosofia das ciências matemáticas, as divergências são ainda mais gritantes, visto que os consensos aparentam realmente ser nulos.

A presente dissertação tem por objetivo expor uma leitura sobre a teoria da demonstração científica presente nos *A.Po*, aplicada ao conhecimento geométrico. Assumo uma leitura com teses heterodoxas concernentes à teoria da demonstração científica, mas sustento que essas teses fundamentam uma interpretação mais precisa e consistente com as evidências textuais das passagens em que Aristóteles faz considerações acerca das ciências matemáticas, com enfoque principal na geometria. Muito embora seja difícil até falar em uma "interpretação ortodoxa" sobre a filosofia da matemática aristotélica, certas teses causam os maiores embaraços aos especialistas no assunto. Entre essas teses estão as ideias de que (i) demonstrações geométricas possuam uma estrutura silogística e que (ii) existam explicações causais nas ciências matemáticas[1]. Apresento uma leitura que torne tais teses compatíveis com o projeto de Aristóteles em *A.Po*.

Vale destacar que não estou me comprometendo com a ideia de que demonstrações geométricas sejam efetivamente silogismos ou que todas as provas matemáticas presentes nos *Elementos* de Euclides, por exemplo, possam ser apresentadas, em todos os seus passos, em estruturas silogísticas. Meu escopo é estritamente exegético e restrito às obras de Aristóteles, ou seja, me proponho a interpretar o que Aristóteles estava efetivamente querendo dizer ao defender que certas demonstrações matemáticas seriam silogismos científicos. No entanto, essa restrição não impede que os resultados desta pesquisa sejam fecundos para questões mais gerais

---

[1] Barnes (1993, p. 162) afirma que a ideia de que demonstrações matemáticas sejam silogismos é falsa e julga que o aspecto causal não seja tão relevante às ciências matemáticas. Muito embora os termos 'silogismo' (συλλογισμός) e 'causa' (αἰτία) não estejam presentes em obras como os *Elementos*, não são termos estranhos aos matemáticos e filósofos gregos. Proclo explicitamente diz que existem silogismos de todos os tipos nos *Elementos*, incluindo aqueles que são fundamentados em causas (69. 9-13). A tese da causalidade, entretanto, não era ponto pacífico entre os matemáticos gregos, pois, como conta Proclo (202. 9-25), existiam os que concordavam (como Geminus e o próprio Proclo) e outros que discordavam (como Amphinomus).

sobre a filosofia da matemática e a história da geometria grega, visto que Aristóteles é um autor com grande relevância para as duas áreas[2].

Tais considerações sobre a aplicação da silogística estão intrinsecamente associadas com questões mais amplas sobre os *A.Po*. Entre as questões, a mais pertinente é sobre a noção de causalidade nas ciências matemáticas. Intérpretes, tais como Barnes (1993, p. 92-93), supõem que o critério mais relevante nas ciências matemáticas é a necessidade, e que a causalidade é fundamental apenas para ciências como a biologia. É comum também o pressuposto de que Aristóteles, em *A.Po*, menciona a necessidade dos objetos do conhecimento como sendo um reflexo de um pensamento de juventude de Aristóteles, pois ele ainda estaria comprometido com teses de Platão. Neste pressuposto, usualmente se está assumindo que Aristóteles julgava que apenas seres como as entidades matemáticas (e os da cosmologia e teologia) fariam parte de um domínio de "seres necessários", por não estarem sujeitos ao movimento. Não sustento esse pressuposto desenvolvimentista e penso que seja carente de fundamentação textual[3].

As divergências sobre questões acerca da natureza do conhecimento matemático tornam-se especialmente sensíveis devido à ausência de uma obra de Aristóteles dedicada exclusivamente à matemática[4]. Considerações concernentes às ciências matemáticas são significativamente extensas no *Corpus* aristotélico, mas a interpretação dessas passagens é ponto de polêmica, pois não são raros os casos em que não há um acordo nem sequer sobre o problema filosófico que Aristóteles esteja buscando esclarecer com os exemplos matemáticos. Em *Metafísica*[5] M 1-3, Aristóteles

---

[2] A maior fonte para a história da matemática pré-euclidiana é Proclo, mas suas obras são fontes secundárias, pois Proclo cita como fonte Eudemo (157.11, 250.20, 299.4, 352.15), um aluno de Aristóteles que havia escrito um livro sobre a história da matemática grega (no entanto, não temos registros da obra de Eudemo). Sabemos também, via Proclo (64-69), que Platão e Academia tiveram uma grande relevância para o desenvolvimento da matemática grega. No entanto, mesmo que seja possível encontrar nos diálogos platônicos relatos sobre o desenvolvimento da matemática, as obras aristotélicas possuem uma quantidade muito superior de passagens, por isso o conjunto das obras aristotélicas pode ser considerado a principal fonte primária sobre a história da matemática grega pré-euclidiana.

[3] Jaeger (1923) defendeu que havia um "desenvolvimento intelectual" do pensamento aristotélico e que os *Analíticos* seria uma obra de juventude de Aristóteles. Tal pressuposto interpretativo assume que a teoria da ciência desenvolvida nos *A.Po* seria incompatível com as obras científicas de Aristóteles, que estariam em um período de maturidade. Não entrarei nesta discussão, mas enfatizo que não assumo esse pressuposto e tomarei exemplos matemáticos de obras que são classificadas pelos intérpretes desenvolvimentistas como estando situadas nas "obras de maturidade", tais como a *Metafísica* e a *Ética a Eudemo*.

[4] O mais próximo seriam de uma obra sobre as ciências matemáticas seria o conjunto dos livros M e N da *Metafísicas*, mas, em verdade, Aristóteles está mais preocupado com questões de natureza metafísica, o debate acerca das entidades matemáticas não está sendo considerado em termos próprios às ciências matemáticas.

[5] Doravante '*Met*'.

desenvolve questões acerca da ontologia das entidades matemáticas. Intérpretes, tais como Bostock (2012, p. 471), defendem que Aristóteles, em seus comentários críticos ao Platonismo, não leva em questão pontos de natureza epistemológica. Mueller (1970, p. 156-157), porém, faz uma leitura contrária, ele afirma que Aristóteles estaria justamente buscando explicitar a distinção entre *questões de natureza epistemológica* e *questões de natureza ontológica*, distinção essa que Platão não havia realizado. Sustento que Mueller esteja correto nesta distinção e que, em verdade, considerações de "natureza epistemológica" estejam presentes primordialmente nos *A.Po*[6]. Não me proponho a desenvolver em maiores detalhes as questões concernentes à ontologia dos objetos matemáticos, me restrinjo a problemas relacionados ao conhecimento no domínio geometria.

O termo 'epistemologia', entretanto, ainda é demasiado amplo. No âmbito da epistemologia da geometria, existem duas linhas de investigação: (i) questões internas (o conhecimento das conexões entre definições, teoremas, e provas em um sistema geométrico); (ii) e questões externas (o conhecimento do mundo real extraído de um sistema geométrico)[7]. O enfoque dessa dissertação, de modo geral, são as questões de natureza interna, mais precisamente, é explicitar o que é uma demonstração geométrica e como os critérios apresentados na teoria da demonstração científica dos *A.Po* aplicam-se à geometria. Sendo assim, o tipo de conhecimento abordado será o conhecimento científico, ou seja, não se trata de um mero processo de justificação de crenças, mas um processo explicativo com requisitos sintáticos e semânticos (extensionais e intensionais) inseridos em um dado domínio científico. Em uma delimitação ainda mais específica, o problema filosófico demarcado aqui é uma questão da filosofia da ciência: *o problema da explicação científica*, isto é, a identificação de um *explanans* (o conjunto de sentenças articuladas para explicar um fenômeno) para um *explanandum* (enunciado do fenômeno a ser explicado).

Tal explicação científica é o resultado final de todo um processo investigativo. Este produto final, para Aristóteles, é um argumento que pode ser estruturado em uma figura silogística[8]. Em minha exposição, mostro como isso é realizado na geometria a

---

[6] Sendo assim, a crítica de Bostock seria descontextualizada, pois não é o caso que Aristóteles ignore as questões de natureza epistemológica, apenas que elas não são o tema que ele estava debatendo em *Met* M 1-3.
[7] Ver Gray e Ferreirós (2021).
[8] Ver Mendell (1998) e Angioni (2014).

partir dos critérios expressos nos *A.Po* e alguns exemplos empregados por Aristóteles ao longo do *Corpus*.

Em uma perspectiva mais ampla, o conhecimento, para Aristóteles, é um longo processo que se inicia na percepção e o seu estágio final é o que denominamos de 'conhecimento científico *sem mais*'. O conhecimento científico *sem mais* consiste no processo de conhecimento já inserido em um dado domínio científico, ou seja, as etapas heurísticas mais primitivas já foram realizadas. Tais etapas investigativas fazem parte do *conhecimento prévio* necessário para se realizar uma prova de um dado *explanandum*. Chamo de 'prova' todo processo dedutivo de um dado *explanandum*, e sustento que tais argumentos não precisam ser expressos em uma estrutura silogística[9].

No entanto, o que Aristóteles denomina de 'demonstração', em sentido estrito (71a17-22), é o processo de identificação de um elemento da prova que desempenha o papel explanatório mais fundamental. Esse item é o que ele denomina de 'princípio apropriado' ou 'causa primeira' de um dado *explanandum*. O *explanandum* possui uma estrutura predicativa (*A* atribui-se a *C*) e a causa é o termo mediador (*B*) que adequadamente explica o *explanandum*. Em uma estrutura silogística, o *explanandum* é a conclusão, e as premissas são as relações predicativas dos termos extremos (*A* e *C*) com o termo mediador (*B*). Sendo que a premissa maior é a relação predicativa em que *A* atribui-se a *B*, ao passo que a premissa menor é a relação predicativa em que *B* atribui-se a *C*.

Defendo também que os propósitos do silogismo científico são fundamentalmente analíticos, em sentido estrito[10]. Trata-se de uma análise demonstrativa cujo propósito é explicar por meio do elemento essencial — isto é, o princípio apropriado (*B*) — uma dada proposição (*A* atribui-se a *C*). Esse processo de análise é regressivo. Isto quer dizer que, mesmo havendo uma equivalência extensional entre *analysans* e *analysandum* (os termos empregados nas premissas e na conclusão são conversíveis entre si) o argumento deve ser estabelecido de tal modo que as premissas, que são epistemicamente prioritárias, expliquem a conclusão, que é epistemicamente posterior. Dito de outro modo, mesmo que premissas e a conclusão sejam mutuamente dedutíveis umas das outras, há uma assimetria intensional, porque apenas as premissas podem explicar a conclusão, e não vice-versa.

---

[9] Chamo de 'prova' o que Mendell (1998, p 194-196) denomina de 'demonstração euclidiana' e utilizo o termo 'demonstração' para o que ele denomina de 'demonstração aristotélica'.

[10] Ver Crubellier (2017).

Uma consideração metodológica pertinente a ser feita a respeito desta dissertação é que não utilizo muito os comentadores gregos mais tradicionais, pois, em sua maioria, eles se mostram bem ignorantes sobre as ciências matemáticas, visto que realizam leituras matematicamente erradas e sugerem diagramas problemáticos[11]. No entanto, isto não quer dizer que dispensarei textos gregos (isto é, além dos de Aristóteles). Analiso a forma como matemáticos (como Euclides), filósofos (como Platão) e comentadores que conheciam bem as ciências matemáticas (tais como Proclo) utilizam termos empregados por Aristóteles. O objetivo é fundamentar minhas propostas interpretativas na forma em que matemáticos e filósofos que possuíam maior conexão com Aristóteles[12] empregavam os conceitos presentes na teoria da demonstração científica dos *A.Po*.

Proclo é um comentador grego bem negligenciado pela literatura aristotélica[13]. Uma das prováveis razões para isso é o fato de que os seus comentários ao conjunto de obras aristotélicas chamado de '*Órganon*' foi perdido e restaram apenas alguns fragmentos[14]. Não utilizarei os fragmentos dos comentários acerca das obras de Aristóteles, mas sim a obra *Comentários Sobre o Primeiro Livro dos Elementos de Euclides* (doravante '*Coment*'). Além de esta obra ser uma das principais fontes sobre a história da matemática grega, ela é também uma das mais relevantes para se compreender o método de análise[15] e a teoria da demonstração euclidiana[16]. Por tais razões, Proclo possui relevância central entre os comentadores gregos aos objetivos desta dissertação.

Além do mais, defendo que a maioria dos intérpretes conflacionam dois problemas que, apesar de serem intrinsecamente conectados, são distintos. De um lado, há (i) o problema da fundamentação de um domínio científico, entendido em termos de

---

[11] Ver Mendell (1984).

[12] Por 'maior conexão' eu me refiro a coisas como proximidade histórica (por exemplo: Eudoxo e Teeteto, que eram próximos de Platão) ou relações mais indiretas (como Proclo). Em verdade, não temos registros primários de Eudoxo ou Teeteto, apenas os relatos de Proclo que são fundamentados em uma obra do aluno de Aristóteles, Eudemo, sobre a história da matemática (que também só temos registros por meio dos relatos de Proclo).

[13] Nos principais livros dedicados aos *Apo*: Barnes (1993) realiza nove menções sem grandes desenvolvimentos e sem mencionar os pontos destacados acima (p. 99, 103, 108, 113, 118, 123, 141, 185 e 190); Charles (2000) realiza somente duas breves menções (p. 36 e 270); e tanto Ferejohn (2013), quanto Bronstein (2016) não realizam nenhuma menção. O único autor que faz um número significativo de citações e realiza análises desenvolvidas é McKirahan (1992).

[14] Ver Helmig (2021) seção 1.2 Works (extant and lost).

[15] Nas traduções comentadas mais relevantes dos *A.Pr*: tanto Smith (1989), quanto Striker (2009) não fazem nenhuma menção às obras sobre o método de análise na matemática grega (isto é: as obras de Proclo e Pappus) em nenhum momento.

[16] Em especial *Coment* 206. 12-207.3, 209. 11-210.16.

identificação dos *elementos* indispensáveis à *disciplina em seu todo*. Do outro lado (ii), há o problema da fundamentação de uma dada proposição em um domínio científico, em termos de identificação do *elemento* essencial de *um dado problema específico*[17]. Esse duplo uso do termo 'elemento', que também está associado a um duplo uso do termo 'princípio'[18], apesar de não ser completamente ignorado pela tradição[19], não recebeu atenção proporcional à sua devida relevância.

As interpretações mais "ortodoxas", aqui chamadas de 'interpretações axiomatizantes'[20], tendem a focar em (i), ao passo que as mais "heterodoxas", aqui chamadas de 'explanatórias-causais'[21], tendem a focar em (ii). Defendo que Aristóteles nas passagens mais decisivas dos *A.Po* está fundamentalmente preocupado com (ii) e não (i)[22], e assim me alinho às interpretações explanatórias-causais. O referente do termo 'princípio' ser as proposições "*top most*" de um domínio científico faz sentido para os propósitos *sintéticos* de uma obra tal como os *Elementos* de Euclides, mas não para os propósitos analíticos de Aristóteles nos *Analíticos*[23]. Além do mais, se assumirmos que o termo 'princípio' é usado de modo a se referir ao item primeiro de um domínio científico conforme (i), a interpretação será inconsistente com os principais exemplos de demonstrações geométricas apresentadas por Aristóteles[24]; mas, se assumirmos que 'princípio' é usado de modo mais preciso para se referir aos princípios de um dado *explanandum*, é possível formular uma interpretação consistente com os

[17] Ver Angioni (2020).
[18] Em verdade, esse duplo uso do termo 'princípio' é algo comum nas ciências. O famoso *princípio de Arquimedes* é um teorema e não um axioma, por exemplo.
[19] Heath (1921).
[20] Autores que defendem essa posição: Barnes (1993, xii-xiii), Lee (1935), Heath (1921) Corcoran (2009).
[21] Apesar dos autores possuírem diferenças significativas entre si, eles concordam com esse pressuposto Angioni (2016), Kosman (1973), Burnyeat (1981), McKirahan (1992) e Brostein (2016).
[22] Vale destacar que não estou negando que (i) seja um problema que Aristóteles aborde nos *Analíticos*, visto que ele está diretamente associado ao problema do regresso, que é um problema próprio ao método de análise.
[23] Quem ressaltou que as interpretações tradicionais, como a de Barnes (1993), supõem que Aristóteles estivesse defendendo um método sintético nos *Analíticos* foi Mendell (1998, p. 198). De modo geral, uma obra como os *Elementos*, expõe de modo sistemático, o nexo entre proposições de um domínio científico, partindo de princípios mais gerais (os axiomas) em direção às proposições mais particulares (*top-down*). Do outro lado, o método analítico é utilizado para resolver problemas, explicar os *explananda*, isto é, se toma um dado *explanandum* específico como dado e investiga-se uma proposição previamente estabelecida que seja conversível com o *explanandum* (*bottom-up*). Sobre os métodos de análise e síntese na geometria grega, ver Knorr (1986, p. 348-360). Os dois métodos não são incompatíveis, em verdade, são complementares. No entanto, apesar de serem complementares, são distintos e supor que os *Analíticos* de Aristóteles seja uma obra com propósitos estritamente sintéticos torna o texto incoerente. Sobre este debate do método analítico nos *Analíticos*, ver Crubbelier (2017).
[24] *Met* Θ. 9, 1051a24-26; *EE* II. 6, 1222b31-41; *A.Po* II. 11, 94a27-36.

exemplos dados nos textos de Aristóteles[25]. A aparente vantagem que a leitura axiomatizante teria, é em termos de simplicidade, por assumir um único referente do termo 'princípio', se torna uma desvantagem em termos de acurácia, dando vantagem à interpretação explanatória-causal. Dito de outra maneira, assumir que o termo 'princípio' possui como referente os axiomas de um domínio científico tem a inconsistência textual como custo de uma suposta simplicidade.

[25] Striker (2009, p. 189) explicitamente menciona que o termo 'princípio', quando o contexto é explicar uma conclusão, não necessariamente se refere aos axiomas de uma ciência. Malink (2017), apesar de não formular exatamente nestes termos, opera a mesma distinção.

I. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE OS PRIMEIROS ANALÍTICOS E O MÉTODO DE ANÁLISE NA GEOMETRIA GREGA.

Como defendeu Crubellier (2017, p. 29), o projeto de Aristóteles nos *Analíticos*, em resumo, é analítico, ou seja, explicar o que é o conhecimento científico a partir de um processo de análise. Em uma caracterização bem genérica, o processo de análise "pode ser definido como um processo de isolar ou retroceder ao que é mais fundamental por meio do qual algo, inicialmente tomado como dado, pode ser explicado ou reconstruído." (Beaney, 2021). A análise possui uma dupla função, de um lado, ela possui papel explanatório, de outro, ela pode ser utilizada de modo definicional, e as duas atividades possuem um papel fundamental nos *A.Po*[26].

Defendo que o processo que Aristóteles desenvolve nos *A.Po* I seja exatamente a descrição dos requisitos da identificação do elemento essencial que explique porque certa propriedade atribui-se a um tipo de sujeito. Em uma estrutura silogística, o elemento essencial é o termo mediador (*B*) que possui uma função causal de explicar a relação predicativa entre o sujeito (*C*) e o atributo (*A*). Tal princípio (*B*) não pode ser entendido fora de um contexto proposicional: o aspecto selecionado de *B* deve ser o mesmo aspecto que se está querendo explicar sobre *C*, ou seja, tal aspecto é o predicado *A*. Por isso, o termo 'princípio' pode referir-se tanto ao termo mediador '*B*', quanto à premissa maior '*A* atribui-se a *B*'[27], pois o aspecto relevante de *B* para a explicação é justamente *A*.

De tal modo, o *analysandum* (ou *explanandum*) pode ser formulado em uma proposição problemática do tipo "por que *A* atribui-se a *C*?" (Conclusão). O *analysans* (ou *explanans*), por sua vez, é o resultado do processo regressivo que explica o *explanandum* por meio de duas premissas, formulado deste modo "porque *A* atribui-se a

---

[26] O livro I é caracterizado por ser sobre a demonstração (ou explicação) científica e o livro II é dito ser sobre definições ou proposições de essências.

[27] Em um exemplo que será analisado posteriormente, o triângulo é empregado na causa para explicar porque a soma dos ângulos internos do quadrilátero (*C*) equivale a quatro ângulos retos (*A*). A explicação causal é que o quadrilátero (*C*) possui o dobro dos ângulos internos do triângulo (*B*), mas o dobro dos ângulos internos do triângulo (*B*) equivale a quatro ângulos retos. O aspecto selecionado do triângulo foi especificamente a sua soma dos ângulos internos e não outra propriedade que não fosse relevante à explicação. Sendo assim, a equivalência estabelecida entre o quadrilátero e os dois triângulos é em relação apenas à soma dos ângulos internos destas figuras. Seria falso, por exemplo, dizer: há uma equivalência entre dois triângulos e um quadrilátero, dois triângulos possuem seis lados, logo o quadrilátero possui seis lados. Este argumento está realizando uma falsa conversão, pois substitui de modo inadequado o referente da relação de equivalência.

B (Premissa maior) e *B* atribui-se a *C* (premissa menor)". A relação entre *analysans* e *analysandum* deve ser, na demonstração científica *sem mais*, de *um para um*, mas as premissas possuem uma prioridade explanatória em relação à conclusão.

Aristóteles afirma em *A.Po* I. 2, 71b16-19 que o conhecimento científico demonstrativo ocorre a partir do que ele denomina de 'silogismo científico'. O que provoca um maior estranhamento entre os intérpretes, contudo, é a afirmação de que as ciências matemáticas apresentam as suas demonstrações em uma estrutura silogística de primeira figura (*A.Po* I. 14, 79a16-21). Para um maior esclarecimento de tal afirmação, é necessário uma análise de pontos centrais dos *Primeiros Analíticos* (doravante '*A.Pr*'), tais como a distinção entre o *silogismo em geral* e a *demonstração*. Em seguida, apresento algumas considerações sobre a afirmação de que a demonstração é o resultado final de um procedimento investigativo, que depende de uma série de conhecimentos prévios. Por fim, realizo considerações acerca do procedimento da passagem de uma prova que utilize um diagrama particular, para uma demonstração universal.

I.1 Silogismo, Demonstração e Problemas.

Não pretendo realizar uma análise exaustiva, nem sequer muito detalhada, das questões pertinentes aos *A.Pr*. Faço um recorte estratégico dos pontos principais para o escopo da pesquisa. Um dos pontos mais importantes abordados é a distinção entre um mero argumento silogístico e uma demonstração (o silogismo científico). Neste primeiro momento, o enfoque é na distinção entre o aspecto dedutivo do argumento silogístico e a função de explicar problemas da demonstração científica.

Aristóteles inicia os *Analíticos* afirmando que a obra investiga sobre o que é a demonstração (ἀπόδεξις) e o conhecimento científico demonstrativo (ἐπιστήμη ἀποδεικτικός) (24a10-11). Em seguida, é apresentada a ferramenta utilizada para expressar as demonstrações, a estrutura silogística, e seus elementos constituintes[28]. O silogismo (συλλογισμός) é caracterizado por Aristóteles como sendo um argumento

[28] Um silogismo é constituído por três proposições: duas premissas e uma conclusão. Cada proposição é constituída de dois termos em uma relação predicativa. Um *termo* não precisa ser um *termo simples* (por exemplo: 'Sócrates', 'animal' e 'mortal'), pois *proposições bem determinadas* (por exemplo: 'a soma dos ângulos internos equivale a dois ângulos retos') também são consideradas termos (48a29-33). Cada proposição pode ser *afirmativa* ou *negativa* e quantificada como *universal* ou *particular*. Usualmente se representa os termos pelas letras '*A*' (termo maior), '*B*' (termo mediador) e '*C*' (termo menor). A conexão entre os termos ocorre pela expressão 'ser atribuído a' (ὑπάρχει). O verbo 'ὑπάρχει' expressa uma relação genérica que abarca as relações expressas pelas expressões 'é tal que', 'equivale a' e 'constrói-se a partir de', ver Mendell (1998) e Angioni (2014a).

dedutivo válido, ou seja, tal que a conclusão se segue necessariamente das premissas (24a18-22). Um dos primeiros aspectos distintivos apresentados é que todas as demonstrações são silogismos, mas nem todos os silogismos são demonstrações (25b29-31). De tal modo, a demonstração é um argumento dedutivo que possui uma série de requisitos para ser caracterizada enquanto tal. Esses requisitos, que são mais bem desenvolvidos nos *A.Po*, podem ser considerados semânticos, mas não apenas em termos extensionais, pois aspectos intensionais são indispensáveis.

Aristóteles diz que entre as figuras silogísticas, aquela que é mais apta para "produzir" conhecimento científico é a primeira[29], pois é a mais propícia para explicar o *porquê* (διότι). Para evidenciar isso, Aristóteles diz que a primeira figura é utilizada para expressar as demonstrações nas ciências matemáticas (*A.Po* I. 14, 79a16-24). Como já foi mencionado na Introdução, Barnes (1993, p. 162) diz que essa afirmação é, historicamente, falsa, pois a silogística era completamente ausente na matemática grega[30]. Barnes acrescenta que Aristóteles teria dito isso provavelmente por estar otimista com a teoria silogística que ele havia desenvolvido.

Defendo que essa polêmica afirmação aristotélica de que as demonstrações matemáticas são expostas em uma estrutura silogística de primeira figura deveria ser contextualizada com outras três passagens. A primeira está em *A.Pr* I. 4, 26b26-33, quando Aristóteles diz que é em um silogismo de primeira figura que se explicam os problemas (προβλήματα). A segunda, por sua vez, ocorre em *A.Pr* I. 38, 49a11-22, ao Aristóteles dizer que é em primeira figura que a análise (ἀνάλυσις) é feita[31]. Por fim, a terceira é em *A.Po* I. 12, 78a 6-13, em que Aristóteles diz que os matemáticos realizam a análise por meio do processo de conversão entre os termos do silogismo.

---

[29] A primeira figura é constituída da seguinte estrutura: *A* atribui-se a *B* (premissa maior); *B* atribui-se a *C* (premissa menor); e *A* atribui-se a *C* (conclusão).

[30] Vale destacar que Barnes ignora completamente quando Proclo diz que estão presentes silogismos de todos os tipos nos *Elementos*, incluindo os silogismos a partir da causa (αἰτία) e os a partir de um sinal (τεκμήριον) (69. 9-12). Alguém poderia afirmar que Proclo esteja utilizando o termo 'silogismo' em um sentido lato, sem compromissos com a teoria silogística presente nos *Analíticos*. Essa afirmação é extremamente implausível, visto que, nesta passagem, Proclo está realizando uma menção aos *A.Pr* II. 27, 70b1-3 e, quando Proclo retoma essa distinção entre os tipos de silogismo em 206.15, ele havia definido o que é uma demonstração em 206.12-15 de modo muito similar à definição aristotélica em *A.Po* I. 2, 71b9-12. No entanto, não desenvolverei mais aqui sobre este ponto, pois foge ao escopo estritamente exegético da obra aristotélica desta dissertação.

[31] Crubellier (2017) é um dos poucos que dá a devida atenção a essa passagem. Sobre o método analítico nos *A.Po* e na matemática grega, ver McKirahan (1992, p. 56-57). Striker (2009, p. 189, 213), apesar de não desenvolver uma comparação com o método analítico na matemática grega, indica uma leitura similar a que estou expondo. Heath (1921, p. 271-272) surpreendentemente faz considerações extremamente breves sobre a distinção do método analítico e do método sintético a partir da *EN* e *EE*, e não os *Analíticos*.

Nesse contexto, os silogismos em primeira figura possuem por finalidade expor a solução de problemas em um processo de análise, e é importante salientar que os termos do argumento podem se converter (ἀντιστρέφειν). Sendo assim, a passagem 79a16-21 deixa de soar tão absurda, visto que o método de análise era efetivamente como os matemáticos gregos resolviam os problemas e a conversão é algo fundamental nesse processo.

Um esclarecimento terminológico que é necessário ser realizado é que Aristóteles não utilizava a distinção entre problema (πρόβλημα) e teorema (θεώρημα) estabelecida por Pandrosion[32]. Nessa distinção, o termo 'problema' se refere a uma proposição que se investiga um procedimento de construção, tal como a Proposição I. 1 dos *Elementos*[33]. Já o termo 'teorema' se refere a um procedimento que busca explicar uma proposição por meio de uma hipótese, assim como a Proposição I. 32 dos *Elementos*[34]. Aristóteles chama todas as proposições passíveis de serem analiticamente demonstradas de 'problemas'[35], o que abarca tanto o que é denominado por Pandrosion de 'problema', quanto o que é chamado de 'teorema'[36], pois não há nenhuma ocorrência do termo 'teorema' nos *Analíticos*.

Um problema geométrico, tal como o *problema da quadratura do círculo*[37], deve ser respondido por meio de uma média proporcional a respeito da área dessas figuras[38]. O método analítico empregado pelos geômetras parte do problema e regressivamente busca identificar um princípio (ἀρχή), e a identificação do princípio ocorria ao se identificar (θεωρείν)[39] o que é (τί ἐστι) o atributo que se predica de um sujeito[40]. Um

---

[32] Pappus (3.30.3-7).

[33] Assim como Proclo afirma em *Coment* 81. 5-10 Euclides opera essa distinção. Quando se trata de um problema, entendido em termos produtivos, usualmente se termina a demonstração com 'isto é o que era para ser feito' e, no teorema, geralmente se termina com 'isto é o que era para ser provado'.

[34] Em verdade, a proposição I. 32 é uma proposição complexa e possui duas hipóteses que se convertem com dois explananda. Esse ponto será desenvolvido em maiores detalhes em VI.2.

[35] Ver *A.Po* II. 14 e 15.

[36] Pappus diz que "alguns antigos" chamam todas essas proposições de 'problemas' (προβλήματα) e outros chamavam todas as proposições de 'teoremas' (θεωρήματα). Segundo Proclo (78. 8-10), os membros da escola de Menaechmus, que foi um aluno de Eudoxo de Cnido, chamavam todos os objetos de investigação de 'problema'. Sobre a variedade de usos dos termos 'problema' e 'teorema' na matemática grega, ver *Coment* (75.5-81.23).

[37] O problema da quadratura do círculo consiste na construção de um quadrado com a mesma área que um círculo.

[38] Ver Knorr (1986, p. 348-360).

[39] Uma expressão que capta bem o sentido de θεωρείν é 'ter o momento heureca'. Comumente o termo 'θεωρείν' é traduzido pelo verbo 'contemplar', mas não é nem um pouco claro o que isso quer dizer. O verbo 'θεωρείν' marca a ação em que o cientista identifica a solução de um problema que estava sob investigação.

problema não se reduz a uma proposição problemática no sentido de uma indeterminação do valor de verdade da proposição, de modo que não é suficiente um argumento correto para se responder um problema. Um problema equivale a um *analysandum*, que deve ser explicado por um *analysans*. A solução de um problema envolve critérios definicionais, pois a explicação deve expressar exatamente *o que* o problema é[41]. Em termos extensionais, deve haver uma relação de um para um, entre *analysans* e *analysandum*, por isso deve haver uma conversibilidade entre os termos das premissas e da conclusão.

A quantificação de um problema é diferente do modo de quantificação pelo qual se usualmente quantifica uma proposição. Normalmente uma proposição é chamada de universal, se e somente se, em todas as instâncias de um sujeito (*S*), o predicado (*P*) é atribuído ao sujeito, por exemplo, é uma proposição universal "todo o triângulo isósceles possui a soma dos ângulos internos equivalente a 2R", pois *todo S é P*. Por outro lado, o problema "por que todo triângulo isósceles (*S*) possui a soma dos ângulos internos equivalentes a 2R?" é um problema particular, visto que os triângulos isósceles são apenas uma parte dos sujeitos que possuem 2R, pois todo triângulo em geral possui a soma dos ângulos internos iguais a 2R[42]. Dito de outro modo, tal problema é uma instância particular do problema universal "por que todo triângulo possui a soma dos ângulos internos iguais a 2R?"[43].

Um dos problemas geométricos apresentados por Aristóteles em *A.Pr* I. 24, 41b13-22 é a prova de que os ângulos da base de um triângulo isósceles são idênticos entre si. A prova mencionada por Aristóteles apresenta uma série de dificuldades interpretativas, mas é bem aceito entre os intérpretes que ele utiliza uma prova por proporção[44]. Aristóteles utiliza seis termos para apresentar o seu argumento, mas afirma que a demonstração (ἀπόδειξις) deve conter apenas três termos em uma estrutura silogística (25, 41b36-37).

---

[40] Ver *Coment* (80 15-20). A caracterização de Aristóteles do objeto do conhecimento demonstrativo geométrico em *A.Po* II. 8, 93a29 é estabelecida assim como os geômetras caracterizavam os problemas geométricos.

[41] Proclo 80-81.

[42] Aristóteles desenvolve essa distinção entre demonstração universal e demonstração particular em *A.Po* I. 24. A demonstração é particular quando possui um *explanandum* entendido nos termos em que foi anteriormente caracterizado o problema particular e possui um termo mediador conversível ao *explanandum*.

[43] Usualmente chamamos de 'proposição universal' quando ***P* atribui-se a todo *S***, mas um problema é chamado de 'universal' quando **todo *P* atribui-se a *S***.

[44] Heath (1921, p.338-339).

Em suma, o texto sugere que há um procedimento para transformar uma *prova* (com seis termos) em uma *demonstração* (com três termos), de modo que se pode afirmar que o silogismo é a ferramenta de exposição de demonstrações. Os silogismos em primeira figura são aqueles mais apropriados às demonstrações científicas, pois são os mais aptos para expressar uma análise demonstrativa de um problema. Um problema científico é uma questão que possui uma estrutura predicativa: a propriedade *A* atribui-se ao sujeito *C*? A demonstração é o resultado final de um processo investigativo que explica o problema por meio de um terceiro termo (*B*) que opera como termo mediador em premissas com os termos conversíveis com os termos da conclusão.

I.2 Investigação Científica e a Análise Demonstrativa.

Em *A.Pr* I. 30, 46a3-9 Aristóteles afirma que o método (μέθοδος)[45] que está sendo descrito é utilizado em todos os domínios, e destaca a filosofia (φιλοσοφία) e as ciências matemáticas (μάθημα). Tal método tem por escopo identificar três termos (*A*, *B*, *C*), entre uma quantidade maior de itens, e determinar as relações predicativas apropriadas, tendo em vista certo *problema* (a conclusão a ser explicada). O método utilizado nas ciências matemáticas para resolver problemas, como já foi dito, é o método analítico, que parte de um problema com a forma "o sujeito *C* possui a propriedade *A*?" e, de modo regressivo, identifica um princípio (ἀρχή). De modo similar, Aristóteles afirma que se deve encontrar (εὑρεῖν) os princípios universais dos silogismos (ἀρχαὶ τῶν συλλογισμῶν καθόλου) (46a11-12) e que o princípio investigado é na maioria das vezes próprio (ἴδιαι) a cada coisa (ἕκαστον) (46a17). Por fim, Aristóteles diz que, para verdadeiramente capturar os princípios de cada coisa, é necessário ter selecionado a coleção de itens relevantes do objeto que está sendo tratado na demonstração (46a18-27).

Em sua teoria da demonstração científica, desenvolvida nos *A.Po*, Aristóteles afirma diversas vezes que o conhecimento científico demonstrativo ocorre com a identificação do termo mediador do silogismo[46]. O termo mediador, em algumas passagens, é denominado de 'princípio' e recebe o adjetivo 'primeiro'[47]. Segundo Proclo em *Coment* (43 19-21), o método analítico tem por propósito identificar o

[45] Utilizando a variante *n* em 46a3.
[46] Ver *A.Po* 71b9-12; 73a22-24; 74b5-13; 74b14-18; 76a26-30; 79a16-24; 94a20-24; 100a27-29.
[47] Ver *A.Po* II. 17, 99a25, por exemplo.

princípio primeiro da demonstração. De modo semelhante, Pappus (7. 634.11-18) define que a análise é um modo de solucionar problemas que busca identificar o item previamente conhecidos que explica a conclusão, e tal item é o princípio da demonstração.

Segundo Proclo em *Coment* (210.17-25), Euclides não deixava explícito quais eram os princípios utilizados na demonstração e que muita experiência em como raciocinar como um geômetra era necessário para conseguir identificar tais princípios. Sendo assim, a compreensão exata da solução do problema é preciso identificar o nexo entre princípio e a conclusão do procedimento probatório. Esta conexão que permite a passagem de uma prova que recorre a um diagrama particular ser considerada válida universalmente.

I.3 Passagem do Particular ao Universal.

A passagem de um particular a um universal, como o procedimento heurístico que identifica um princípio universal, é chamada por Aristóteles de 'procedimento epagógico' ou 'indução' (ἐπαγωγή). Usualmente, supõe-se que esse procedimento é uma observação de vários casos particulares e uma generalização a partir da mera percepção empírica[48]. No entanto, Aristóteles diz que tal procedimento ocorre como foi exposto no argumento do *Mênon*[49]. Aristóteles, nos *Analíticos*, realiza duas menções ao *Mênon* de Platão. A primeira se refere à passagem do conhecimento de um caso particular a um conhecimento universal[50], que será abordado agora. A segunda, que será tratada em seguida, lida com a *Aporia de Mênon*[51]. A minha leitura do procedimento epagógico, no contexto do *Mênon*, segue a leitura de Mendell (1998, p. 211-114), isto é, o argumento que Aristóteles está mencionando é sobre a solução do *problema da duplicação do quadrado*[52] e a demonstração aristotélica, em sentido estrito, é apenas o núcleo explanatório do procedimento de prova.

Para solucionar o *problema da duplicação do quadrado*, Sócrates apresenta uma série de itens necessários para o começo da investigação[53] e, a partir de um quadrado particular com o lado equivalente à medida de dois pés, ele orienta o escravo de Mênon

[48] Bostock (2012, p. 479) e Barnes (1993, p 168).
[49] Uma caracterização similar é dada por Proclo em *Coment* 45. 18-46. 3
[50] *A.Pr* II. 21, 67a21-30.
[51] *A.Po* I. 1, 71a29.
[52] Este ponto foi primeiramente desenvolvido por McKirahan (1983).
[53] Tal como a definição do quadrado e a fórmula para calcular a área de um quadrado/retângulo.

a encontrar o quadrado que possua o dobro da área do quadrado de dois pés. O escravo testa uma série de hipóteses e, por fim, Sócrates mostra por meio de um argumento, com base na proporção da área dos quadrados construídos, que o quadrado que possui o dobro da área do quadrado inicial é o quadrado construído a partir da diagonal do quadrado inicial.

A representação de diagramas e a percepção possuem um papel fundamental no aprendizado, mas elas possuem apenas uma finalidade didática e heurística, visto que *para nós* o aprendizado é mais fácil assim[54]. Por outro lado, os raciocínios que fundamentam essa generalização parte de *definições*, *fórmulas* e *hipóteses*[55]. O teste de hipóteses, no procedimento epagógico, serve à identificação da demonstração. Mesmo com a utilização de um caso particular, a análise do objeto descobre a resposta ao problema por relações de razão (λόγος) entre atributos próprios aos quadrados[56] e, por isso, possuem validade universal.

O procedimento exato de como ocorre à identificação do princípio a partir de uma instância particular será exposto posteriormente no capítulo VI.

---

[54] *A.Pr* II. 23 36-37.
[55] No caso do *Mênon*, Sócrates apresenta a *definição* de Quadrado e Retângulo (82c1-2), a *fórmula* da área dos retângulos (82c5-8). As hipóteses testadas serão desenvolvidas posteriormente na dissertação.
[56] Não estou empregando os termos 'razão' e λόγος' de uma maneira misteriosa. Refiro-me a relação de razão empregada na matemática.

II. TRÊS PROBLEMAS DE ANÁLISE.

O terceiro capítulo dos *A.Po* lida com perspectivas que são distintas à teoria da demonstração científica aristotélica. De início, é importante enfatizar que I. 3 não lida com as três perspectivas epistemológicas do debate acerca do processo de *justificação de crenças*: fundacionalismo, coerentismo e infinitismo. Como já foi dito anteriormente, Aristóteles não está querendo caracterizar o conhecimento em geral, mas o conhecimento científico, de modo que a demonstração não consiste em uma justificação, mas uma explicação científica[57]. De tal modo, defendo que as discussões sobre as três perspectivas epistemológicas são inapropriadas, ao menos em termos epistemológicos tão gerais, para compreender o que está em jogo em *APo* I.3[58].

Como já exposto anteriormente, Aristóteles escolhe a silogística como ferramenta para expressar relações de análise demonstrativa. Tanto o problema da circularidade, quanto o do regresso são próprios ao procedimento de análise. Além do mais, a Aporia do Mênon, mencionado em *A.Po* I. 1, 71a29, também é um problema que emerge a partir de um tipo de identidade entre *analysans* e *analysandum*. De tal modo, situarei esses três problemas no contexto do procedimento de análise.

II.1 Aporia de Mênon (paradoxo da Análise[59]).

Aristóteles inicia o primeiro capítulo dos *A.Po* I mencionando o problema do conhecimento prévio, afirmando que para todo conhecimento racional é necessário algum conhecimento prévio para obtê-lo (71a1-9). Alguns autores, tais como Shorey (1889, p. 462), defendem que Aristóteles possuía o *Mênon* como pano de fundo nos *Analíticos*; de modo similar, Ross afirma que o problema do conhecimento prévio é central para o projeto do *A.Po* aristotélico, a passagem de um conhecimento a outro

---

[57] Como afirmou Goldin (2013, p. 200) uma *justificação* responde a questão “por que eu acredito que **p**?” e uma explicação responde a questão “por que p é o caso”. Sobre a distinção entre justificação e explicação, ver também Burnyeat (1981, 101) e Zuppolini (2020, p. 192).

[58] Não estou negando a possibilidade de debater tais perspectivas, apenas que elas já estão tão contaminadas por um debate distante das questões aristotélicas, que esse não seja o melhor pano de fundo. Por exemplo, Zuppolini (2020) faz uma sólida leitura da perspectiva aristotélica como sendo um fundacionalismo em termos de *explicações causais* e não *justificação de crenças*.

[59] Termo retirado de Moore (1942).

perpassa toda a obra (1964, p. 51-52)[60]; e Bronstein diz que a Aporia de Mênon é uma das questões mais importantes no *A.Po* (2016, p. 4-5)[61].

Tal aporia é apresentada por três perguntas feitas por Mênon em 80d5-8:

> "(i) E de que modo investigarás, Sócrates, aquilo que não sabes absolutamente o que é? (ii) Pois investigarás propondo-te investigar que tipo de coisa, entre as coisas que não conheces? (iii) Ou, ainda que, no melhor dos casos, a encontres, como saberás que isso é aquilo que não conhecias?" (tradução de Iglésias, com modificações)
>
> "(i) Καὶ τίνα τρόπον ζητήσεις, ὦ Σώκρατες, τοῦτο ὃ μὴ οἶσθα τὸ παράπαν ὅτι ἐστίν; (ii) ποῖον γὰρ ὧν οὐκ οἶσθα προθέμενος ζητήσεις; (iii) ἢ εἰ καὶ ὅτι μάλιστα ἐντύχοις αὐτῷ, πῶς εἴσῃ ὅτι τοῦτό ἐστιν ὃ σὺ οὐκ ᾔδησθα;" (80d5-8, texto de Burnet, 1903).

A aporia de Mênon surge a partir de um problema de identidade. Sócrates propõe que para o *analysans* dizer exatamente o que o *analysandum* é, deve haver algum tipo de identidade entre ambos, há uma relação de *um* para *um*[62], fundamentada em uma relação de essência (οὐσία)[63], e o *analysans* deve ter uma prioridade explanatória em relação *analysandum*[64].

No entanto, a Aporia de Mênon surge a partir do seguinte argumento: se há uma identidade entre o *analysandum* (*x*) e *analysans* (*y*), então, caso a pessoa não conheça *x*, então ela também não conheceria *y*, pois ambos são idênticos. Sendo assim, surgem os problemas de investigação descritos em 80d5-8: (i) se uma pessoa não conhece *x*, então como ela pode investigar pelo *y* que explica o que é *x*?; (ii) mas ela também seria ignorante sobre *y*, visto que *x* e *y* é a mesma coisa; se por acaso ela encontrasse *y*, ela não saberia que *y* explica *x*, pois ela não sabe o que *x* é.

A solução da aporia de Mênon mencionada por Aristóteles em 71b5-8 consiste em explicar qual é o tipo específico de identidade entre *x* e *y*. A aporia pressupõe uma identidade sem qualificação entre *x* e *y*, mas a identidade entre *analysans* e *analysandum* é qualificada. Dito de outra forma, é preciso esclarecer sob que aspecto *x* é igual a *y* e de que modo nós conhecemos *y* e de que modo nós não conhecemos *y*.

---

[60] Muito embora Ross não faça menção ao diálogo platônico, dada a menção do problema do conhecimento prévio e o contexto seja a passagem da indução para a demonstração, é evidente que ele esteja mencionando questões da *Aporia de Mênon*.
[61] Para uma análise mais ampla da Aporia de Mênon, ver Fine (2014).
[62] *Men* 75b10-11.
[63] *Men* 72b1.
[64] *Men* 75b4-7.

O elemento explanatório empregado no *analysans* deve se identificar com o aspecto que se pretende explicar do *analysandum*. Em termos predicativos, o elemento explanatório do *analysans* (*B*) deve possui o mesmo atributo (*A*) que é predicado do sujeito do *analysandum* (*C*), ou seja, o sujeito (ὑποκείμενον)[65] usado na premissa maior (*B*) deve ser comensurado ao sujeito da conclusão (*C*): ambos possuem *A* enquanto medida. O processo de identificação desse elemento explanatório, a causa, é chamado por Aristóteles de 'procedimento epagógico' (ἐπαγωγή). Uma descrição mais detalhada de como esse procedimento é realizado para solucionar o problema da duplicação do quadrado será desenvolvido posteriormente no capítulo VI.

Desse modo, a proposição '*A* atribui-se a *B*' deve ser uma proposição previamente conhecida, mas a pessoa que está investigando não sabia que ela era empregada como explicação causal do *analysandum*. É dessa forma que se conhece o *analysans*: ele é uma proposição que já havia sido adequadamente estabelecida, mas não se sabia dela enquanto *analysans* de um *analysandum* específico.

O segundo problema, o problema da circularidade, também surge a partir da identidade entre *analysans* e *analysandum*.

II.2 Problema de Circularidade da análise.

Dado que o *analysans* y é composto por duas premissas que deduzem o *analysandum* x, mas há uma correspondência de *um para um* entre x e y, então alguém poderia corretamente utilizar x como uma premissa para deduzir uma das premissas que constituem y. De tal modo, haveria uma espécie de circularidade no processo de análise.

Aristóteles faz menção ao problema da circularidade em *A.Po* I. 3, 72b15-18 ao mencionar a posição contrária à dele:

> "Outros, por sua vez, a respeito do conhecer cientificamente, concordam que (i) ele é possível apenas através de demonstração; mas (ii) estimam que nada impede haver demonstração de tudo, pois (iii) seria possível que a demonstração visse a ser circular, isto é, reciprocamente" (tradução de Angioni, com modificações, 2004)

[65] O termo 'ὑποκείμενον' não é estranho à matemática grega. Ele é empregado diversas vezes nos *Elementos* de Euclides, em especial no Livro XI com a função de fixar um referente, no contexto deste livro, usualmente um plano.

> "οἱ δὲ περὶ μὲν τοῦ ἐπίστασθαι ὁμολογοῦσι· δι' ἀποδείξεως γὰρ εἶναι μόνον· ἀλλὰ πάντων εἶναι ἀπόδειξιν οὐδὲν κωλύειν· ἐνδέχεσθαι γὰρ κύκλῳ γίνεσθαι τὴν ἀπόδειξιν καὶ ἐξ ἀλλήλων." (72b15-18, texto de Ross, 1964).

Tais autores[66] defendem que: (i) só há conhecimento demonstrativo, (ii) todo objeto passível de ser conhecido é demonstrável[67] e (iii) as demonstrações podem ocorrer de modo circular, ou seja, premissas e conclusão podem reciprocamente demonstrar umas as outras. Muito embora as três teses estejam conectadas, elas podem ser analisadas separadamente. O ponto (iii) é o mais relevante aos propósitos dessa dissertação.

Os autores que defendem (iii) não estão sustentando que a circularidade ocorre entre todos os termos do domínio científico, nem que ela ocorra com todos os termos empregados em um procedimento de prova, mas sim que as proposições empregadas em uma demonstração são mutuamente demonstráveis entre si. É verdade que podemos inverter a ordem entre premissas e conclusão e formarmos deduções corretas na análise demonstrativa. No entanto, para Aristóteles, demonstrações não se reduzem a deduções corretas: mesmo que todas as proposições sejam necessariamente verdadeiras e conversíveis entre si, isso não é condição suficiente para se ter uma demonstração em sentido estrito.

A solução do problema é dada por meio de uma assimetria intensional entre o *analysans* e o *analysandum*. Tal relação assimétrica é esclarecida por meio dos seis requisitos das premissas da demonstração científica e pela distinção do silogismo do *que* (ὅτι) e do silogismo do *por que* (διότι). Os seis requisitos esclarecem que as premissas devem ser explanatoriamente prioritárias em relação ao *analysandum*. O silogismo do *que* é o resultado final do procedimento epagógico, ao passo que a conversão entre premissa maior e conclusão do resultado do procedimento epagógico

---

[66] Concordo com Barnes (1976) que Menêcmo é provavelmente um dos autores que Aristóteles possuía em mente como defensor desta tese. Discordo radicalmente, contudo, que essa passagem seja uma evidência de uma tese que Aristóteles defendeu em seu período de juventude, pois apenas os exemplos matemáticos seriam conversíveis. Além de ser uma especulação sem evidências, a conversão entre premissas e conclusão não é algo exclusivo às ciências matemáticas para Aristóteles. Sobre a importância acerca do processo de conversão em outros domínios científicos ver: Lennox (1987), Ferejohn (2013) e Angioni (2018).

[67] (i) e (ii) são teses intrinsecamente relacionadas. Aristóteles julga que os princípios *de um domínio científico* são indemonstráveis e são conhecidos por compreensão (νοῦς), logo não é verdade que só há conhecimento científico demonstrativo, nem que tudo que é passível de se conhecer cientificamente é passível de demonstração. Vale destacar que a tese (a) de que os princípios *do domínio científico* são indemonstráveis não implica na afirmação de que (b) tudo aquilo que se chama de 'princípio' seja em si mesmo indemonstrável. A maioria das proposições geométricas, e os próprios exemplos aristotélicos, utilizam proposições demonstráveis enquanto princípios dos *explananda* específicos.

garante a demonstração, o silogismo do *por que*. Esses dois pontos serão posteriormente esclarecidos no capítulo V.

Por fim, dado que a concepção de análise envolvida na Grécia era regressiva, o *analysans* deve ser explanatoriamente prioritário em relação ao *analysandum*, então surge o problema do regresso ao infinito.

II.3 O Problema do Regresso ao Infinito.

Os filósofos que propõem que há um regresso ao infinito concordam com os que defendem a circularidade da prova no ponto de que só haveria conhecimento científico daquilo que pode ser demonstrado. No entanto, eles defendem que nada pode ser plenamente demonstrado, pois, para explicar itens explanatoriamente posteriores (ὕστερα), seriam necessários itens anteriores (πρότερα) e não haveria nada que impedisse que esse procedimento regressivo prosseguisse ao infinito (72b7-18).

O problema do regresso ao infinito pode ser caracterizado do seguinte modo: se para o *analysandum x*, é necessário um *analysans y*, então seria necessário um *analysans z* para explicar *y* enquanto *analysandum* e esse processo se repetiria infinitamente.

Aristóteles diz que isso é falso, pois existem princípios (ἀρχαί) chamados de ‘primeiros’ (πρῶτα), que não são passíveis de demonstração. Nesse contexto, Aristóteles evidentemente está se referindo aos princípios mais básicos e gerais de um domínio científico, mas isso de modo algum quer dizer que toda vez que Aristóteles utiliza os termos ‘ἀρχαί’ e ‘πρῶτα’ ele esteja necessariamente se referindo a tal tipo de princípio.

De certo modo, a razão de Aristóteles estar mencionando os primeiros princípios de um domínio científico é secundária, não tão central quanto os intérpretes axiomatizantes propõem. A menção a tal tipo de princípio é uma consequência do processo de análise. O foco de Aristóteles nos *A.Po* é descrever o procedimento de análise demonstrativa de um *explanandum* específico e esse procedimento leva ao problema do regresso ao infinito. Sendo assim, faz sentido que, neste contexto, Aristóteles mencione os princípios primeiros de um domínio científico, mas apenas como uma consequência do debate acerca da identificação de um princípio de um *explanandum*.

Tomemos um exemplo dado por Aristóteles em *A.Po* II. 11, 94a27-36 para esclarecer esse ponto. No problema "por que é reto (*A*) o ângulo inscrito em um semicírculo[68] (*C*)?" Aristóteles explica que isso é assim "porque R (*A*) é *a metade de 2R* (B)". A terminologia aristotélica possui suas estranhezas, mas o exemplo é matematicamente acurado e será mais bem elucidado posteriormente[69], mas, no geral, desde já ressalto o seguinte ponto: Aristóteles está usando a relação de 2 : 1 entre a soma dos ângulos internos do triângulo (como teorema já conhecido) e o ângulo inscrito em um semicírculo. Sendo assim, o teorema do 2R está sendo utilizado como princípio para explicar porque o ângulo inscrito em um semicírculo equivale a R. No entanto, o teorema do 2R é demonstrável e alguém poderia apropriadamente perguntar "mas por que o triângulo possui 2R?". E esse processo regressivo poderia continuar até os princípios primeiros da geometria. No entanto, toda vez que outra pergunta é feita, o *explanandum* em questão muda e a explicação da outra pergunta também é fundamentada em outro princípio. Dito de outra maneira, o teorema do 2R não deixa de ser o princípio (*B*) que explica a pergunta "por que é reto (*A*) o ângulo inscrito em um semicírculo (*C*)?", mas o princípio primeiro que explica o teorema do 2R não é o princípio primeiro do ângulo inscrito em um semicírculo[70].

Desse modo, o fato dos termos 'princípios' e 'primeiros' se referirem, no contexto do problema do regresso ao infinito, aos princípios de um domínio científico não interfere no fato que os dois termos possam ser empregados em relação a um *explanandum* específico, pois são termos cujo referente varia a depender do contexto[71]. Em verdade, em uma perspectiva analítica regressiva, o uso desses termos referente ao domínio está sendo utilizado em decorrência do uso referente a um *explanandum específico*.

---

[68] Aristóteles é extremamente sintético na formulação, uma descrição completa do sujeito seria algo como "o ângulo formado em um semicírculo a partir do encontro de duas retas que partem das bases do semicírculo".

[69] Em VI.3.

[70] Na teoria da demonstração aristotélica, não há transitividade do princípio primeiro. Tomemos o seguinte exemplo elucidativo: para Aristóteles, o pai *X* é princípio do filho *Y*, mas se *Y* for pai de *Z*, não podemos inferir que *X* é pai de *Z*. Ou seja, *X* é o princípio primeiro de *Y* e *Y* é o princípio primeiro de *Z*, mas *X* não é necessariamente o princípio primeiro de *Z*.

[71] Esse tipo de fenômeno semântico é muitas vezes chamado pela literatura de 'sentido geral' ou 'sentido absoluto' (referente ao domínio) e 'sentido particular' ou 'sentido relativo' (referente ao *explanandum*). Como é discutível se há ou não uma mudança de sentido ou o que ocorre a esse tipo de fenômeno semântico é apenas uma mudança na força contextual do uso do termo, eu prefiro fixar o referente com as expressões 'do domínio científico' e 'do *explanandum*'.

III. O CONHECIMENTO CIENTÍFICO *SEM MAIS*

Como já foi mencionado, não julgo que o sentido de ‘conhecer’ (ἐπίστασθαι) seja um sentido genérico de conhecimento, que capture todas as formas de conhecimento. O sentido de ‘conhecer’ é o de conhecimento científico, ou seja, não se identifica com o conhecimento prático ou o mero conhecimento proposicional, pois uma pessoa pode saber várias proposições verdadeiras de um dado domínio científico, mas não possuir a compreensão explanatória que é própria de um cientista. No entanto, o objeto em questão não se refere ao domínio científico como um todo, pois se trata, antes, do conhecimento demonstrativo que o cientista possui sobre uma dada proposição passível de demonstração. A demonstração (ἀπόδειξις), porém, não se refere a qualquer método probatório de uma proposição, como as provas por *redução ao impossível*[72] ou *por exaustão*[73], mas ao núcleo explanatório de uma prova direta por meio da causa (αἰτία). Isso não quer dizer que tais métodos probatórios não possuam valor epistêmico, apenas que esses métodos não se qualificam enquanto sendo o maior grau de rigor científico.

III.1 A Definição de Conhecimento Científico.

Aristóteles em *A.Po* I. 2, 71b9-12 apresenta a sua definição do conhecimento científico demonstrativo.

> (i) Julgamos conhecer cientificamente cada coisa, sem mais (e não de modo sofístico, por concomitância), (ii) quando julgamos reconhecer, a respeito da (a) explicação causal pela qual a coisa é, que ela é explicação causal disso, e que (b) isso não pode ser de outro modo (Tradução de Angioni, 2004b, com modificações).
>
> (i) Ἐπίστασθαι δὲ οἰόμεθ᾽ ἕκαστον ἁπλῶς, ἀλλὰ μὴ τὸν σοφιστικὸν τρόπον τὸν κατὰ συμβεβηκός, (ii) ὅταν τήν τ᾽ (a) αἰτίαν οἰώμεθα γιγνώσκειν δι᾽ ἣν τὸ πρᾶγμά ἐστιν, ὅτι ἐκείνου αἰτία ἐστί, καὶ (b) μὴ ἐνδέχεσθαι τοῦτ᾽ ἄλλως ἔχειν. (71b9-12, texto de Ross, 1964).

---

[72] Para uma análise detalhada sobre a *redução ao absurdo*, ver Malink (2020).

[73] O caso de *A.Po* 74a25-32, que será analisado posteriormente, é um claro exemplo de uma prova por exaustão.

De tal modo, podemos dividir a definição aristotélica do conhecimento científico demonstrativo em: (i) *definiendum* (conhecer cientificamente sem mais, em contraste com uma explicação por concomitância); e (ii) o *definiens*, que é caracterizado por duas cláusulas: (a) causalidade e (b) necessidade. Vale destacar que inserir o requisito da causalidade na definição do conhecimento científico, mesmo na matemática, não é uma peculiaridade aristotélica, pois, em outras obras relevantes para se compreender a demonstração na matemática grega, o requisito da causalidade é mencionado[74].

No *definiendum*, "conhecer cientificamente cada coisa, sem mais" (ἐπίστασθαι ἕκαστον ἁπλῶς), o verbo 'ἐπίστασθαι' (conhecer) se complementa pelo termo 'ἕκαστον', que é o objeto a ser explicado na demonstração científica. Tal objeto não se reduz a um sujeito (por exemplo: triângulos, quadriláteros, etc), mas a relações predicativas a serem explicadas (um *explanandum*), questões do tipo "por que o triângulo possui o predicado *X*?". O advérbio 'ἁπλῶς' (sem mais) qualifica o tipo de conhecimento enquanto o de maior teor epistêmico, que será especificado no *definiens*. Há também, um contraste entre tal tipo de conhecimento com as explicações por concomitância[75] (κατὰ συμβεβηκός), que são caracterizadas enquanto sendo o modo sofistico (σοφιστικὸν τρόπον) de explicar um objeto. Não há uma caracterização unitária acerca de uma explicação por um fator concomitante, só em termos negativos, ou seja, toda explicação que não se qualifique enquanto sendo o modo de se conhecer cientificamente *sem mais*[76].

Já no *definiens*, a primeira cláusula, da explicação causal (αἰτία)[77], se refere à causa que explica o que a "coisa" (πρᾶγμα) é. Assim como 'ἕκαστον' presente no

[74] Em *Men* 97e2-98a8, Platão apresenta a distinção entre a opinião correta (ὀρθὴ δόξα) e o conhecimento (ἐπιστήμη) pelo fato de que aquele que detém o conhecimento possui o cálculo de causa (αἰτίας λωγισμῷ). O que se repete várias vezes em *Fédon* 96a-102a, Sócrates afirma que conhecemos quando possuímos a causa. Em especial, Proclo em *Coment* 206.12-15 define a demonstração como sendo a explicação de cada *explananda* por meio de definições enquanto termos mediadores (ὁρισμῶν μέσων) e esclarece que o termo mediador é uma causa em 206.22-207.3.

[75] Utilizo a tradução de Angioni (2002, 2004) do termo 'συμβεβηκός' por 'concomitante' e não pelo termo 'acidente', pois esse último está muito associado, na literatura filosófica, com a noção de *contingência*. Os usos aristotélicos deste termo, contudo, não se reduzem as propriedades *não necessárias*, por exemplo, 2R é dito ser um tipo específico de predicado concomitante dos triângulos (*Met* Δ. 30, 1025a 30-34). Ver Angioni (2019, p. 362-372) para uma análise mais detalhada do uso aristotélico do termo 'συμβεβηκός'.

[76] Sobre a falta de unicidade, ver Barnes (1993, p. 89). Para uma análise mais detalhada e acurada dos usos aristotélicos do termo 'συμβεβηκός' em 71b9-12, ver Angioni (2012, 2016).

[77] Tanto o termo 'causa', quanto 'explicação' apresentam dificuldades na tradução do uso aristotélico da palavra 'αἰτία'. A tradução por 'explicação', como proposta por Moravcsik (1974), possui a vantagem de evidenciar a função de responder uma questão "por quê?", mas usualmente é associada com a ausência de uma descrição de propriedades reais. O termo 'causa' possui, no geral, um maior comprometimento em expressar relações reais, mas, em especial na matemática, essa terminologia é muito estranha e não auxilia muito a compreender o que Aristóteles está querendo dizer. Além disso, na metafísica

definiendum, ‘πρᾶγμα’ refere-se a um *explanandum*. Esse é o requisito mais polêmico em relação ao conhecimento no âmbito das ciências matemáticas entre os intérpretes aristotélicos; em verdade, até entre os filósofos e matemáticos gregos a ideia de que a causalidade fundamentava o conhecimento matemático era disputada.

A segunda clausula do *definiens*, a da necessidade, afirma que “isso não pode ser de outro modo” (μὴ ἐνδέχεσθαι τοῦτ’ ἄλλως ἔχειν), é consensualmente considerada como sendo relevante pelos intérpretes no âmbito das ciências matemáticas. O referente do termo ‘τοῦτο’ (“isso”), contudo, não é algo sobre o que haja acordo entre os estudiosos. Usualmente, se assume que ele retoma o termo ‘πρᾶγμα’ (coisa) e, a depender da interpretação do significado de ‘πρᾶγμα’, é possível supor que Aristóteles estaria defendendo que apenas sujeitos necessários (tais como as entidades das ciências matemáticas, cosmologia e teologia) seriam passíveis de conhecimento científico, o que entraria em contradição com a maioria dos exemplos em *A.Po* II. A maior parte dos intérpretes, porém, defende que ‘πρᾶγμα’ é a conclusão de um silogismo demonstrativo e que o que deve ser necessário é o valor modal da proposição presente na conclusão. A maioria dos intérpretes também defende que a cláusula da causalidade é independente da cláusula da necessidade, como se uma explicação causal de uma conclusão já fosse condição necessária e suficiente para se qualificar enquanto conhecimento científico sem mais. No entanto, sigo a interpretação de Angioni (2016), de que o referente do pronome ‘τοῦτο’ seja precisamente a sentença ‘ὅτι ἐκείνου αἰτία ἐστί’ (que ela é a explicação causal disso), ou seja, o que é necessário é a causa em relação ao *explanandum*. De tal modo, a cláusula da necessidade é um qualificador da causalidade.

Dessa forma, a relação de necessidade não se reduz a uma mera necessidade lógica ou uma necessidade metafísica[78]. Vale destacar que também não estou defendendo que basta que o valor modal das premissas seja necessário, o que além de ser uma tese falsa[79], é exegeticamente inadequada[80]. O conhecimento científico de uma

contemporânea, o termo ‘causa’ está associado apenas a critérios extensionais e o termo ‘explicação’ a questões intensionais. Concordo com Angioni (2018a), a causalidade em Aristóteles possui ambos os critérios. Optei por usar a expressão ‘explicação causal’ para enfatizar o caráter da resposta à pergunta “por quê?”, com critérios extensionais e intensionais, e com o poder de explicar propriedades reais. Para uma análise mais detalhada das opções de tradução de ‘αἰτία’, ver Bastos (2020, p. 10-11).

[78] Por ‘necessidade lógica’ quero dizer: a conclusão se seguir necessariamente das premissas; e por ‘necessidade metafísica quero dizer: não ser possível o sujeito *S* não possuir o predicado *P*. Sobre essa distinção, ver Angioni (2014, p. 89-90).

[79] A falsidade desta tese foi exposta por Barnes (1993, p. 126). Este ponto será desenvolvido no Capítulo VI.

[80] Ver Angioni (2014b).

proposição se dá quando a causa mais relevante é identificada e há a compreensão de que ela seja a causa.

III.2 Demonstração e Divisão.

Em 71b16-19 Aristóteles acrescenta que, se há outro modo de se conhecer cientificamente, será investigado posteriormente, ou seja, uma forma não demonstrativa de adquirir conhecimento, a compreensão (νοῦς). Não entrarei em maiores detalhes sobre a compreensão em Aristóteles, mas vale enfatizar a distinção entre o conhecimento demonstrativo e o método de divisão (διαίρεσις). A divisão é uma forma de analisar uma definição em gênero (γένος) e espécie (εἶδος), em que o gênero é uma definição previamente estabelecida[81]. É um procedimento investigativo necessário para que o nexo predicativo estabelecido seja apropriado e, apesar de também ser um instrumento de análise, diferentemente da análise por meio de um termo mediador, o método de divisão não possui valor probatório.

Ao se estabelecer, por exemplo, a definição de linha reta, é preciso ter definido o que são as linhas e a diferença específica que é caracterizada em ser reta, como ocorre na Definição 4 do livro I dos *Elementos*[82]. Para esses casos, a divisão produz conhecimento científico (pois não são passíveis de uma análise demonstrativa), mas quando utilizamos o método de divisão para, por exemplo, estabelecer a definição do *triângulo equilátero* como participante do gênero dos triângulos e com a diferença específica de possuir os lados equivalentes entre si, não dizemos que nós conhecemos *sem mais*. A divisão é insuficiente, pois a proposição "a equivalência entre os lados (*A*) atribui-se a um tipo específico de triângulo (*C*)" é passível de uma análise demonstrativa.

Essa diferença de método pode ser expressa no contraste em relação ao meio de se estabelecer a equivalência entre os lados na Definição 20 do Livro I dos *Elementos* e a Proposição I do mesmo livro. Na Definição 20, é realizada uma divisão exaustiva de todos os tipos de triângulos possíveis com recursão à Definição 19, que estabelece a definição de figura retilínea e determina a diferença do triângulo como sendo possuir

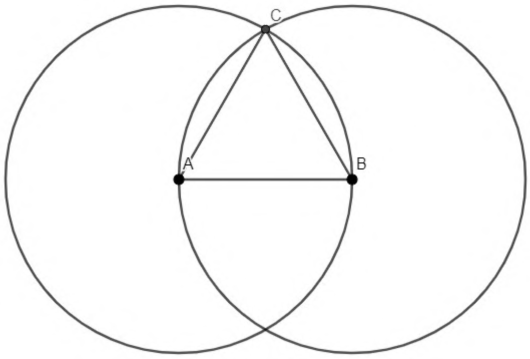
[81] Ver *Top* VI.6, 144b12–30 e *A.Po* II.13, 96a20–32.

[82] A definição de linha reta depende da definição de linha (definição 2), que depende da definição de ponto (definição 1).

apenas três lados[83]. De certo modo, é possível afirmar que há um tipo de conhecimento envolvido, pois foi apresentada a *definição nominal* do triângulo equilátero, mas não foi expressa por um termo mediador, a *causa essendi* da equivalência entre os lados, como é realizado na prova de construção da Proposição I.

Na demonstração, são construídos dois círculos congruentes a partir de uma reta AB, isto é, tomando A como o centro de um círculo, B como o centro de outro círculo e AB sendo o raio de ambos os círculos. Sendo o ponto C uma interseção entre as circunferências dos dois círculos, a reta AC é um raio do círculo que possui A como centro, de modo análogo, a reta BC é o raio do círculo que possui B como centro.

De tal modo, foi construído um triângulo (*C*)[84] que possui os lados equivalentes entre si (*A*) *porque* possuem os lados comensurados aos raios dos círculos (*B*).



Dessa forma, é possível formar o seguinte silogismo:

Retas equivalentes (*A*) atribuem-se a raios de círculos congruentes (*B*)

Raios de círculos congruentes (*B*) atribuem-se a triângulos equiláteros (*C*)

Retas equivalentes (*A*) atribuem-se a triângulos equiláteros (*C*)

Apesar desse exemplo não estar presente em Aristóteles, ele é bem elucidativo sobre o método de divisão descrito em *A.Po* II 13, bem como sobre o modo pelo qual a divisão é empregada em *A.Po* I. 5, 74a37-74b4 e o modo como ela se conecta com a noção de demonstração científica. O foco da demonstração descrita no silogismo acima é explicar porque um tipo específico de sujeito (*C*) possui uma propriedade (*A*) por meio de um elemento explanatório (*B*). A equivalência entre raios de círculos

[83] "Figuras retilíneas são aquelas delimitadas por linhas retas, trilaterais aquelas por três, quadrilaterais aquelas por quatro, multilaterais aquelas encerradas por mais de quatro linhas retas" (tradução nossa).
[84] Estou usando as letras maiúsculas em itálico para me referir aos três termos do silogismo demonstrativo.

congruentes possui uma prioridade explanatória em relação à equivalência dos lados do triângulo equilátero[85].

Vale destacar também que esse é o único exemplo, em toda a dissertação, que é derivado imediatamente dos princípios primeiros de um domínio científico e ele nem sequer está presente no texto aristotélico. Apesar do procedimento de prova empregar o Terceiro e o Primeiro Postulado[86], e a Primeira Noção Comum[87], apenas a Definição I, 15[88] é selecionada enquanto o princípio do *explanandum*. Dito de outra maneira, tanto os lados do triângulo equilátero (*C*), quanto os raios da circunferência (*B*) podem ser idênticos sob o aspecto de serem retas equivalentes (*A*).

[85] A prioridade explanatória é entendida com uma anterioridade na história causal das proposições, estarem mais próximas dos axiomas do domínio científico. Isso, contudo, está longe de querer dizer que estar mais "próximo" ou ser um axioma qualifique enquanto sendo *a proposição explanatoriamente prioritária*, pois é necessário também o requisito da conversibilidade com a proposição do *explanandum* e o poder explanatório de dizer o que é o atributo da conclusão.

[86] "com qualquer centro e distância descrever um círculo" e "Postule-se que de qualquer ponto a qualquer ponto traçar uma linha reta".

[87] "itens iguais à mesma coisa são iguais entre si". Este princípio, também chamado de 'Princípio da Transitividade da Identidade' é um aspecto fundamental em todas as demonstrações euclidianas e aristotélicas, mas ele não possui, por si só, a capacidade de demonstrar nenhuma proposição em particular. Existem exceções em que não se aplica tal princípio, são os casos das "ciências subalternadas" apresentadas em *A.Po* I, 7. Nas ciências subalternadas, não se trata de uma predicação *per se* (que será apresentada no próximo capítulo da dissertação), nestes casos, o domínio de aplicação (o sujeito *C*) é extensionalmente inferior em relação aos termos presentes na premissa maior (*A* e *B*). Isto ocorre quando aplicamos um princípio por extensão, por exemplo, quando se utiliza uma proposição geométrica para explicar um fenômeno ótico.

[88] "Um círculo é uma figura plana cercada por uma linha (que é chamada de 'circunferência'), de modo que todas as linhas retas que caem sobre ela de um ponto entre as que estão dentro da figura (até a circunferência do círculo) são iguais entre si".

IV. O UNIVERSAL COEXTENSIVO.

Aristóteles afirma que o conhecimento científico *sem mais* deve universal. Neste capítulo exponho o que extensionalmente significa ser uma demonstração universal desenvolvida especialmente em *A.Po* I. 4-5. De modo geral, uma demonstração universal possui, no silogismo, os três termos conversíveis entre si, a universalidade é entendida em termos de coextensividade. De início, apresento os tipos de relações predicativas das proposições de uma demonstração científica. Por fim, desenvolvo a noção de universal coextensivo a partir dos três tipos de enganos que Aristóteles menciona em relação à identificação da demonstração científica.

IV.1 As Predicações: A Respeito de Todo, Per Se, Concomitante e Universal.

Aristóteles afirma que todo o conhecimento científico demonstrativo deve ser demonstrado universalmente. Como já foi dito, o termo ‘universal’ pode ser usado de modos distintos a depender do contexto. Por exemplo, um problema é considerado universal quando *P* atribui-se a todo *S* e somente a *S*, ou seja, o sujeito *S* deve instanciar, em certo domínio, todos os casos em que o predicado *P* ocorre. Tendo isso em vista, a distinção que Aristóteles faz em *A.Po* I. 4 entre predicações *a respeito de todo* (κατὰ παντὸς) e predicações *universais* (καθόλου) passa a fazer mais sentido. Aristóteles esclarece essa distinção a partir de outro tipo de relação predicativa, as predicações per se (καθ’ αὑτο).

O capítulo I. 4 é dedicado a desenvolver os tipos de relações predicativas em uma demonstração. Por isso, as premissas e a conclusão devem ser consideradas universais no sentido qualificado neste capítulo, para que a demonstração seja considerada universal. O sentido estrito de ‘universal’ desenvolvido em *A.Po* I. 4 é caracterizado pela oposição ao que ocorre por concomitância (κατὰ συμβεβηκός): é concomitante, *se e somente se*, não for universal em sentido estrito.

As predicações a *respeito de todo* são caracterizadas em 73a28-34 como a mera quantificação universal de uma proposição, ou seja, *P* atribui-se a todo *S*. O exemplo apresentado por Aristóteles é a relação predicativa “o ponto (*P*) atribui-se a toda linha (*S*)”. Vale destacar que Aristóteles é sensível ao contexto para determinar se algo é considerado um predicado ou um sujeito, visto que a ‘linha’ está sendo considerada como um sujeito, mas ela pode ser considerada enquanto um predicado a respeito de todos os triângulos, por exemplo.

Em seguida, Aristóteles expressa quatro tipos de predicações *per se* (καθ' αὑτο). Diferentemente da predicação *a respeito de todo*, que é caracterizada em termos meramente extensionais, as predicações *per se* possuem fundamentalmente um aspecto intensional. O contraste entre a predicação *concomitante* e a predicação *universal* é usualmente esclarecido por meio de um contraste entre aquilo que é *por concomitância* e aquilo que é *per se*.

Sendo assim, como ficará claro nos exemplos, a noção de uma predicação concomitante também não poderá ser entendida em termos meramente extensionais. Os usos que Aristóteles faz de 'συμβεβηκός' não se reduzem de modo algum a proposições contingentes[89], ou seja, tampouco se deveria entender em termos modais. A concomitância está mais relacionada à relevância que algo possui em um contexto explanatório: caso uma explicação não capture os itens mais relevantes (não siga os requisitos da demonstração científica), então ela é por concomitância.

Os dois primeiros tipos de predicados *per se* são apresentados em 73a34-73b3, usualmente chamado de '*per se*$_1$' e '*per se*$_2$'. Além do aspecto intensional, eles são marcados por uma relação de essência (οὐσία).

De um lado, uma predicação é chamada de '*per se*$_1$', *se e somente se*, o predicado *P* faz parte da essência do sujeito *S*. Os exemplos aristotélicos em 73a34-36 são "ao triângulo (*S*) se atribui a linha (*P*)" e "à linha (*S*) (se atribui) o ponto (*P*)". A linha não é simplesmente um item que pode verdadeiramente ser atribuído ao triângulo, pois é um elemento essencial na explicação do que é o triângulo (a figura retilínea de três lados).

De outro lado, a relação predicativa é chamada de '*per se*$_2$', *se e somente se*, o sujeito *S* faz parte da essência do predicado *P*. Em 73a36-73b3, Aristóteles exemplifica com uma série de casos. Os primeiros são os seguintes casos: "o reto e o curvo (*P*) se atribuem à linha (*S*)" e "impar e o par (*P*), ao número (*S*)". Muito embora 'ser reto' possa ser atribuído verdadeiramente a certo gênero de figuras ou sólidos, essa predicação é por extensão, ou seja, um triângulo é reto em virtude de ser limitado por linhas (que são retas). Os demais exemplos expostos são: "ser primo (*P*)" e "ser composto (*P*)" são outros *per se*$_2$ do "número (*S*)"; "ser equilátero (*P*)" e "ser oblongo

[89] Ver a nota 74.

(*P*)”, da “linha (*S*)”. Muito embora usualmente se predique o ‘ser equilátero’ de objetos como os *triângulos equiláteros*, *quadrados*, *losangos*, etc., eles são chamados de tal modo em virtude da relação de equivalência entre as linhas retas que constituem os seus lados: a predicação se dá primeiramente no nível das linhas e posteriormente, por extensão, no nível das figuras retilíneas.

Esses dois tipos de *per se* são fundamentais às demonstrações. Como já vimos, na Proposição I do Livro I dos *Elementos*, a equivalência entre os lados fez parte do *explanandum* em questão, ou seja, trata-se de uma predicação *per se*$_2$, e o fato das linhas serem elementos essenciais a certos itens da demonstração é um tipo de relação *per se*$_1$. No entanto, Aristóteles expõe mais dois usos da expressão ‘*per se*’ (καθ’ αὑτο) que possuem grande relevância para a sua teoria da demonstração: os itens chamados na literatura de ‘*per se*$_3$’ e ‘*per se*$_4$’.

O *per se*$_3$ se refere a termos *sortais* (73b5-8). O termo ‘branco’ possui um referente de modo dependente de outro objeto, pois a brancura só existe efetivamente quando é instanciada em um objeto, por exemplo, uma folha de papel. No entanto, nós podemos considerar o ser branco em si mesmo (καθ’ αὑτο). Isso está em contraste, por exemplo, ao caso em que atribuímos o branco (*A*) ao animal (*C*). Visto que algo não é branco em virtude de ser um animal, *ser branco* é concomitante (73b3-5). Mas podemos tomar o branco em abstrato e dizer, por exemplo, que o branco é a cor que mais reflete luz e menos retém calor. Vale destacar que esse tipo de consideração é fundamental para a ciência aristotélica, pois os objetos matemáticos, para Aristóteles, são entidades *sortais* que dependem de outros objetos para existirem efetivamente, mas podem (e devem) ser tomados de modo completamente independente dos objetos reais que podem os instanciar[90]. Vale destacar também que os sujeitos envolvidos nas demonstrações, seja na conclusão, seja nas premissas, não precisam ser objetos como *triângulos*, *quadrados* ou *círculos*. Alguns exemplos aristotélicos são: ‘o ângulo inscrito no arco de um semicírculo formado a partir do encontro de retas que partem da base do semicírculo’[91], ‘os ângulos em torno de um ponto’[92], ‘retas paralelas’[93].

---

[90] Ver *Met* M. 2, 1077b1-17 e M, 3 em geral. Acerca deste debate, ver Annas (2003, 148-152) e especialmente Katz (2019, 2021). Vale destacar que Annas (2003, p. 149-150) identifica que o termo ‘συμβεβηκός’ não é empregado em 1078a26-28 como significando uma propriedade contingente, mas sim é empregado para enfatizar que certo atributo não é relevante para a abordagem que está sendo analisada. Sigo a leitura de Angioni (2019, p. 362-372), que este não é um uso excepcional do termo, em verdade, a noção de *não ser relevante em um dado contexto* é justamente o núcleo semântico do termo.
[91] *A.Po* II. 11, 94a27-36.
[92] *Met* Θ. 9, 1051a24-25.
[93] *A.Po* I. 5, 74a13-16.

Por fim, o *per se*$_4$ introduz a noção de nexo causal (73b10-16). Aristóteles afirma que também se chama '*per se*' (καθ' αὑτό) aquilo que sucede a uma dada coisa em virtude dela mesma (δι' αὑτό). Aristóteles troca a preposição para 'διά' justamente para captar o elemento causal envolvido neste uso da expressão 'καθ' αὑτό'. O contraste estabelecido entre o *per se*$_4$ e o uso da expressão 'por concomitância' neste contexto envolve a distinção entre mera correlação e causalidade. Os exemplos aristotélicos são muito claros quanto à diferenciação, mas podem ser um pouco desorientadores, em certos aspectos. De um lado, o primeiro exemplo é o seguinte: caso ocorra um relâmpago enquanto alguém caminha, não há nexo causal entre o relampejar e o caminhar, ou seja, a relação entre o caminhar e o relampejar é de pura concomitância (73b11-13). De outro lado, o segundo exemplo é a morte que ocorre em virtude de algo ter sido abatido[94], ou seja, o abater causou a morte e morrer não é algo que ocorre por concomitância em relação ao fato de algo ser abatido (73b13-16). O que pode ser desorientador no exemplo é a relação por concomitância ocorrer entre itens completamente desconectados uns dos outros. No entanto, nos usos aristotélicos de 'por concomitância' (κατὰ συμβεβηκός), uma explicação ao modo sofístico, em contextos causais[95], itens chamados de 'concomitantes' podem não ser plenamente estranhos uns aos outros, mas são assim chamados precisamente por não possuírem um nexo causal relevante—, por exemplo, o fato de o círculo ser a figura com a maior área em termos proporcionais é irrelevante para explicar o problema da Proposição I. 1 dos *Elementos*, mesmo que um elemento do círculo (seu raio) seja utilizado enquanto princípio explanatório para explicar porque certo tipo de triângulo é equilátero. Caso alguém buscasse responder a questão "por que este tipo de triângulo é equilátero?" com a explicação "porque o círculo possui a maior área entre as figuras" estaria expondo uma explicação por concomitância, ao modo sofístico.

Aristóteles, em 73b16-18, afirma que se pode conhecer sem mais (ἁπλῶς ἐπιστητῶν) as relações *per se*$_1$ ou *per se*$_2$. Vale destacar que sujeitos das relações predicativas, da conclusão ou das premissas, podem ser substâncias sensíveis[96] ou termos sortais tomados em si mesmos (*per se*$_3$). Além do mais, Aristóteles afirma que cada

---

[94] Estou traduzindo 'ἀποθανεῖν' por 'abater' para ter a conotação de algo que implique necessariamente na morte de quem sofre, sendo a ação de receber um golpe fatal.

[95] A explicação da quadratura do círculo de Brisão, por exemplo: *Refutações Sofísticas* 171b16-18; *A.Po* I. 9, 75b37-76a2. Neste ponto, sigo a leitura de Mueller (1982, p. 161-164) de que Proclo oferece a melhor reconstrução do argumento de Brisão. Nessa leitura, o problema do argumento de Brisão é utilizar um princípio com uma extensão maior do que o *explanandum*. Para uma análise mais detalhada dos usos aristotélicos da expressão 'κατὰ συμβεβηκός' em contextos explanatórios, ver Angioni (2012).

[96] *A.Po* II. 17, 99a21–3.

explanandum é dependente de um *per se*$_4$ (δι' αὑτα) e é por necessidade (ἐξ ἀνάγκης), fazendo uma clara menção à definição expressa em 71b9-12.

Feitas essas distinções, Aristóteles realiza, em 73b25-74a3, a qualificação do sentido de 'universal' em contextos demonstrativos. Em 73b25-28, é especificado que um predicado é chamado de 'universal', *se e somente se*, for a respeito de todo (κατὰ παντὸς) e *per se* (καθ' αὑτό), e acrescenta que tudo que é assim denominado de 'universal' se atribui por necessidade às coisas (ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχει τοῖς πράγμασιν).

Em seguida, Aristóteles enfatiza o operador *enquanto* (ᾗ), que marca uma caracterização intensional da relação predicativa em questão. Os exemplos aristotélicos são: tanto o ponto, quanto o retilíneo são atribuídos à linha *enquanto* linha, ou seja, relações *per se*$_1$ ou *per se*$_2$ são relações predicativas que se atribuem a um sujeito *enquanto* tal tipo específico de sujeito (73b28-30). O último exemplo apresentado é o caso do atributo '2R' (*A*) que se atribui ao triângulo (*C*) *enquanto* triângulo (73b30-32). Aristóteles esclarece o que significa, em termos extensionais, a aplicação do operador *enquanto* retomando o modo pelo qual o adjetivo 'primeiro' foi usado para expressar um dos seis requisitos em 71b20-22: Aristóteles afirma que o sentido estrito de 'universal', no contexto demonstrativo, é um predicado afirmado daquele item de que ele se predica primeiramente. Em termos extensionais, ser chamado de 'primeiro', neste contexto, se remete à coextensividade na relação entre sujeito e predicado. Muito embora 2R (*A*) se atribua a algumas figuras (*C*), não se afirma a respeito de todas as figuras; de outro lado 2R (*A*) se atribui a todo triângulo isósceles (*C*), mas não enquanto isósceles.

De tal modo, o aspecto marcado pela expressão '*a respeito de todo*' (κατὰ παντὸς) determina que a extensão de aplicação do predicado não pode ser menor que a do sujeito; já o aspecto marcado pela expressão '*per se*' (καθ' αὑτό), na elucidação do que vem a ser *universal* em sentido estrito (no contexto demonstrativo), determina que a extensão de aplicação do predicado não seja maior do que a do sujeito. O 2R (*A*) se atribui ao triângulo (*C*) *enquanto* triângulo, pois há uma relação de coextensividade na relação predicativa e o sujeito foi, em termos intensionais, apropriadamente selecionado. Sendo assim, 2R é um predicado universal do triângulo em sentido estrito.

Aristóteles, em *Met* Δ. 30 1025a30-32, diz que o 2R é um atributo *per se* concomitante (καθ' αὑτὸ συμβεβηκός) do triângulo, pois se atribui ao triângulo em virtude do triângulo ser precisamente o que ele é, mas não está explícito na essência do triângulo (uma figura retilínea fechada de três lados), mas o triângulo é *tal que* ele necessariamente possui 2R. Zuppolini (2018a) defendeu que o *per se concomitante* são os atributos demonstráveis e são casos de *per se*$_2$. Defendo que essa leitura, além de exegeticamente apropriada, está em consonância com os usos de Proclo da expressão 'καθ' αὑτὸ συμβεβηκός'[97].

Em suma, o 'universal' (καθόλου) nesse contexto se refere àquilo que podemos denominar de 'universal coextensivo' ou 'universal comensurado', podendo se aplicar ao *explanandum*, sendo um tipo de relação *per se*$_2$. Os sujeitos das relações predicativas podem ser substâncias naturais ou termos sortais (no âmbito das ciências matemáticas, são sempre *sortais*, *per se*$_3$) e o nexo causal entre *explanans* e *explanandum* deve ser uma relação *per se*$_4$. Em termos semânticos, a coextensividade é necessária, mas não suficiente para estabelecer a relação entre os termos da demonstração científica. Os critérios semânticos serão mais desenvolvidos em seguida.

IV.2 Enganos no processo de captura da demonstração.

O quinto capítulo do primeiro livro dos *A.Po* desenvolve a noção de universal coextensivo, também chamado de 'primeiro universal' (πρῶτον καθόλου), por vias negativas, esclarecendo as "fontes de engano"[98] no conhecimento científico, isto é, quando uma pessoa julga conhecer cientificamente *sem mais*, mas ela não conhece efetivamente. São apresentados três exemplos matemáticos (74a13-32) e, de modo geral, os requisitos semânticos apresentados neste capítulo são estes: coextensividade entre os termos e adequação intensional do sujeito da conclusão. Tais requisitos são fundamentais para a compreensão do que Aristóteles compreende como sendo uma demonstração universal.

Primeiro Exemplo de Engano

O primeiro exemplo apresentado é um dos mais brevemente comentados pela literatura secundária[99]. O engano em questão é julgar ter identificado a explicação

---

[97] Ver *Coment* 33. 10-11; 58. 2, 9; 77. 11; e 79. 19; 234. 1.

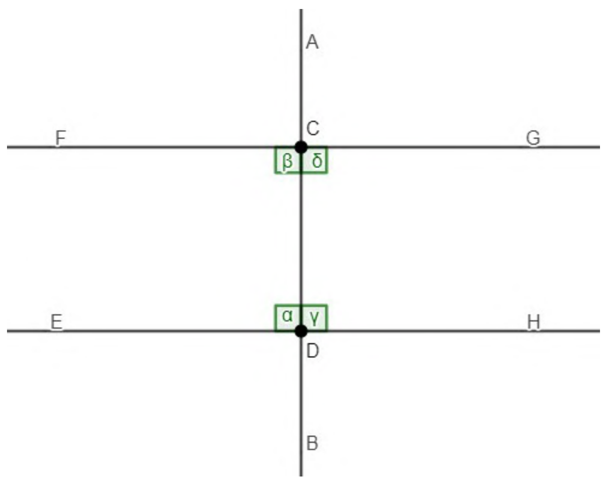
[98] Retiro essa expressão do título do artigo de Pieter Hasper '*Sources of Delusion in Analytica Posteriora* 1.5' (2006).

[99] Nem Barnes, nem Hasper fazem menção explícita ao aspecto causal. No entanto, alguns autores como Angioni (2016) e McKirahan (1992, p. 174) ressaltam o aspecto explanatório causal deste exemplo.

causal que seja universalmente primeira, mas, em verdade, trata-se de uma causa particular. Em 74a13-16 Aristóteles afirma que:

> "Se alguém fosse provar que as perpendiculares não se encontram, se poderia reputar que a demonstração é a respeito disso, por ser a respeito de todas as perpendiculares. No entanto, não é assim, dado que isso decorre, precisamente, não porque são iguais deste modo particular, mas enquanto são iguais de qualquer modo que seja" (tradução de Angioni, 2004).
>
> "εἰ οὖν τις δείξειεν ὅτι αἱ ὀρθαὶ οὐ συμπίπτουσι, δόξειεν ἂν τούτου εἶναι ἡ ἀπόδειξις διὰ τὸ ἐπὶ πασῶν εἶναι τῶν ὀρθῶν. οὐκ ἔστι δέ, εἴπερ μὴ ὅτι ὡδὶ ἴσαι γίνεται τοῦτο, ἀλλ' ᾗ ὁπωσοῦν ἴσαι" (74a13-16, texto de Ross, 1964).

Concordo com Barnes (1993, p. 124) quando ele diz que não é completamente claro qual teorema está sendo mencionado. Além do mais, o texto é extremamente sintético e informal, provavelmente direcionado aos alunos de Aristóteles, possuindo formulações obscuras e que provocam certa estranheza. No entanto, há consenso de que Aristóteles está afirmando que caso duas retas (FG e EH) sejam traçadas de modo perpendicular a uma reta arbitrária (AB), seria um engano julgar que elas (FG e EG) não se encontrem (são paralelas) por causa do fato de que os ângulos em torno dos pontos C e D sejam equivalentes de um modo específico em que: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = R$.

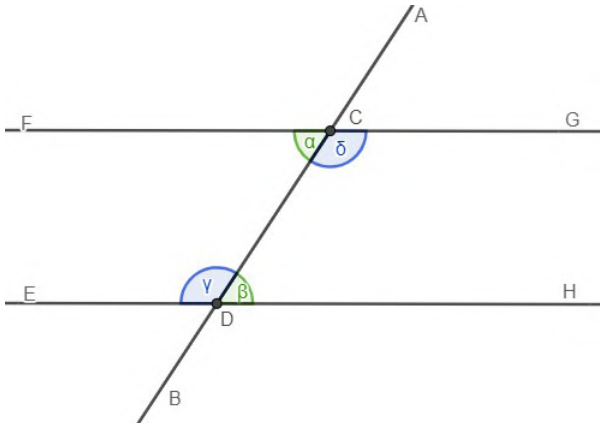


Os ângulos em torno de C será sempre equivalente aos ângulos em torno de D independente da reta AB ser perpendicular ou obliqua às retas FG e EH, visto que $\alpha = \beta$ e $\gamma = \delta$ (teorema dos ângulos alternos internos[100]). Diferente dos outros dois exemplos, Aristóteles está enfatizando explicitamente o elemento causal. O engano é supor que as retas FG e EH (*C*) não iriam se encontrar (*A*) em virtude do caso particular em que todas

[100] Proposição I. 29 dos *Elementos*.

as partes dos ângulos em torno de C e D possuam a mesma medida (*B*), pois a equivalência dos ângulos em torno de C e D independe do fato de que todas as partes sejam equivalentes a R. Dessa forma, trata-se de uma indução incompleta[101], pois o suposto princípio encontrado é um princípio particular, já que o fato dos ângulos serem iguais deste modo específico (todas as partes equivalerem a R) é razão suficiente para se deduzir que as retas não irão se encontrar, mas não é razão necessária[102]. Dito de outra maneira, o princípio selecionado deduz a conclusão, mas a conclusão não é necessariamente deduzida por esse princípio.

Uma demonstração apropriada pode ser mais bem representada no seguinte diagrama:



De tal modo, a causa universalmente primeira seria algo como "os ângulos formados nos pontos de interseção em relação a uma terceira reta são equivalentes" (*B*). Essa causa explica todos os casos em que as retas são paralelas. Podemos assim expressar em uma estrutura silogística (realizando certas abreviações de expressão como Aristóteles usualmente faz):

Não se encontrar (*A*) atribui-se à equivalência entre os ângulos (*B*)
Equivalência entre os ângulos (*B*) atribui-se às retas (*C*)
Não se encontrar (*A*) atribui-se às retas (*C*)

---

[101] Filopono na obra *In Analyticorum Posteriorum Aristotelis Libros* (p. 377) incorre justamente nesse tipo de engano ao interpretar a demonstração presente em *A.Po* II. 11, 94a27-36. Sobre esse tema e erros matemáticos que intérpretes clássicos cometeram, ver Mendell (1984).

[102] Assim como McKirahan (1992, p. 174) afirma que a objeção de Aristóteles não ocorre porque a conclusão seja falsa, mas por se julgar que as retas não se encontram por causa do fato do ângulo formado ser equivalente à R.

Diferentemente da primeira explicação, a segunda possui uma causa conversível com o *explanandum*, pois toda vez que a equivalência seja deste modo, as retas não irão se encontrar, e, além disso, todas as vezes que as retas não se encontrarem, os ângulos também serão equivalentes deste modo.

Os demais exemplos não são acerca do *explanans* universalmente primeiro, mas sobre o *explanandum* universalmente primeiro. Uma demonstração é chamada de 'universal', *se e somente se*, possui tanto o *explanans*, quanto o *explanandum* qualificados como sendo universalmente primeiros.

Segundo Exemplo de Engano

O segundo exemplo, assim como o terceiro, tem por foco esclarecer precisamente a adequação extensional do sujeito da conclusão, isto é, o domínio completo de predicação de uma propriedade. Aristóteles faz menção ao teorema do *alternando* (Proposição V. 16 dos *Elementos*). Segundo Aristóteles, antes da prova universal, haviam sido realizadas demonstrações particulares da alternância entre magnitudes proporcionais.

> "E também se poderia julgar que o proporcional é alternado para número *enquanto número*, para linhas *enquanto são linhas*, para sólidos *enquanto são sólidos*, para tempo *enquanto são tempos*, como outrora se provava separadamente, sendo possível provar a respeito de todos por uma única demonstração" (tradução de Angioni com modificações indicadas pelo tradutor, 2004).
>
> "καὶ τὸ ἀνάλογον ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ᾗ ἀριθμοὶ καὶ ᾗ γραμμαὶ καὶ ᾗ στερεὰ καὶ ᾗ χρόνοι, ὥσπερ ἐδείκνυτό ποτε χωρίς, ἐνδεχόμενόν γε κατὰ πάντων μιᾷ ἀποδείξει δειχθῆναι" (74a18-20, texto de Ross, 1964).

Muito embora não haja nenhuma menção ao procedimento de prova, o foco em questão é explicitamente o domínio apropriado da relação de alternância de magnitudes proporcionais. O teorema do *alternando* diz que caso haja uma relação de proporção entre quatro itens[103], ou seja, se o primeiro está para o segundo, assim como o terceiro

---

[103] Vale destacar que muito embora sejam necessários quatro fatores para se estabelecer uma relação proporcional, o número mínimo de termos necessários é três (Definição 8 do Livro V dos *Elementos*), pois pode haver a repetição de um dos termos ($\alpha : \beta :: \beta : \gamma$), em que o termo '$\beta$' ocupa dois fatores distintos.

está para o quarto, então o primeiro está para o terceiro, assim como, o segundo está para o quarto ($a : b :: c : d \Rightarrow a : c :: b : d$). Eis um exemplo com números proporcionais:

$$(1 : 2 :: 3 : 6 \Rightarrow 1 : 3 :: 2 : 6).$$

Esta mesma relação ocorre para linhas, tempos e sólidos proporcionais. Em verdade, a alternância ocorre para mais casos do que os citados por Aristóteles, por exemplo, a soma dos ângulos internos de figuras retilíneas (o triângulo : 2R :: o quadrilátero :: 4R ⇒ triângulo : quadrilátero :: 2R : 4R).

O engano é supor que um caso particular seja o domínio apropriado de aplicação da relação de alternância e isso é marcado pelo operador 'enquanto' (ᾗ). Os números proporcionais se alternam, mas isso não ocorre em virtude de serem números. Este segundo exemplo é bem similar ao terceiro, mas uma das diferenças maiores é que os domínios particulares de predicação do segundo exemplo são objetos de disciplinas científicas distintas, ao passo que, no terceiro, os domínios particulares são tipos específicos de objetos de um mesmo domínio científico. Segundo Aristóteles, até certo momento na história das matemáticas, não havia uma denominação única para os objetos que abarcavam *números*, *comprimentos*, *tempos* e *sólidos* e, por serem diferentes em *forma* (εἴδει διαφέρειν ἀλλήλων)[104], as provas eram feitas separadamente[105]. No entanto, ainda em seu tempo, foi realizada uma demonstração universal (74a23-25) por Eudoxo de Cnido, um membro da Academia que foi aluno de Platão e provavelmente professor de Aristóteles[106].

Terceiro Exemplo de Engano

---

[104] Hasper (2006, p. 266) afirma que o fato deles serem diferentes em *forma* equivaleria (ou seria razão suficiente) a dizer que não haveria um *gênero* único. No entanto, Aristóteles em *Met* Δ. 6, 1017a1-2 explicitamente diz que isso não é o caso. Possuir a mesma forma implica em possuir o mesmo gênero, mas a inversa não é verdadeira, mas possuir o mesmo gênero implica em ser idêntico por analogia (ou por proporção). No entanto, uma análise mais detalhada acerca dessas passagens é necessária.

[105] Intérpretes divergem a respeito de se essa passagem pode ou não ser utilizada enquanto evidência sobre a matemática pré-euclidiana. De um lado, autores como Heath (1949, p. 43-44); Knorr (1975, p. 270, 285, 337, 341-342); Ross (1949, p. 525); Barnes (1993, p. 123); Lennox (1987, p. 115) defendem que seja uma evidência para a história da matemática pré-euclidiana. De outro, Hasper (2006) defende que não é uma evidência para a história da matemática pré-euclidiana. Não irei me comprometer com esse debate. Para uma análise panorâmica sobre a discussão ver a seção 'Universal Mathematics' em Mendell (2019).

[106] Ver *Coment* 67.2-68-4.

Neste terceiro exemplo, Aristóteles é mais explícito acerca da coextensividade entre sujeito e predicado da conclusão da demonstração científica e acrescenta que o sujeito deve ser intensionalmente apropriado. Aristóteles menciona uma prova por exaustão de todos os tipos particulares de triângulos e diz que ela não é qualificada para ser considerada enquanto sendo uma forma de se conhecer cientificamente *sem mais*. Em 74a25-32 é afirmado que:

> Por isso, se alguém provar a respeito de cada triângulo (ou com uma única demonstração, ou com diversas) por que cada um possui dois ângulos retos – separadamente, o equilátero, o escaleno e o isósceles – ainda não saberá por que o triangulo tem ângulos iguais a dois retos (a não ser pelo *modo sofistico*), que isso se atribui a todos triângulos, mesmo se não houvesse outro triângulo além destes. Pois, neste caso, ele não saberia *enquanto é triângulo*, nem que *todo triângulo*, a não ser por contagem; mas pela forma, não saberia que todo triângulo, mesmo se não existisse nenhum que ele não conhecesse (Tradução de Angioni, 2004, grifo nosso e modificações autorizadas pelo tradutor).
>
> διὰ τοῦτο οὐδ’ ἄν τις δείξῃ καθ’ ἕκαστον τὸ τρίγωνον ἀποδείξει ἢ μιᾷ ἢ ἑτέρᾳ ὅτι δύο ὀρθὰς ἔχει ἕκαστον, τὸ ἰσόπλευρον χωρὶς καὶ τὸ σκαληνὲς καὶ τὸ ἰσοσκελές, οὔπω οἶδε τὸ τρίγωνον ὅτι δύο ὀρθαῖς, εἰ μὴ τὸν σοφιστικὸν τρόπον, οὐδὲ καθόλου τριγώνου, οὐδ’ εἰ μηδὲν ἔστι παρὰ ταῦτα τρίγωνον ἕτερον. οὐ γὰρ ᾗ τρίγωνον οἶδεν, οὐδὲ πᾶν τρίγωνον, ἀλλ’ ἢ κατ’ ἀριθμόν· κατ’ εἶδος δ’ οὐ πᾶν, καὶ εἰ μηδὲν ἔστιν ὃ οὐκ οἶδεν. (74a25-32, texto de Ross, 1964, modificado: lendo manuscrito *n* na linha 29).

O fato de Aristóteles afirmar que, caso uma generalização fosse realizada a partir de uma prova exaustiva, então se conheceria apenas “pelo modo sofístico” (σοφιστικὸν τρόπον) (74a28-29) não implica que ele julgue que esse procedimento seja incorreto[107], apenas que ele não seja o tipo mais elevado de conhecimento científico. Aristóteles julga que provas diretas que identifiquem o princípio apropriado são epistemicamente superiores às provas por exaustão. O “modo sofístico” refere-se a uma explicação por concomitância (κατὰ συμβεβηκός), que não está fundamentado em predicações *per se* (καθ’ αὑτό)[108].

[107] Por ‘incorreto’ quero dizer um argumento que seja inválido e/ou composto por uma premissa falsa. Para uma análise mais detalhada de casos em que o argumento é correto, mas mesmo assim é qualificado como sendo por concomitância ou ao modo sofístico, ver Angioni (2012, 2016).

[108] Heath (1981, p. 135-136) apresentou três provas que “explicam” por que o 2R atribui-se a cada um dos triângulos particulares. Um ponto que Heath não afirma, contudo, é que todos os procedimentos de prova apresentados por ele incorrem em uma petição de princípio. Como Aristóteles não menciona que haja uma petição de princípio, não irei desenvolver sobre esse ponto aqui.

O sujeito selecionado deve possuir o grau apropriado de generalidade em relação ao predicado, o que equivale, em termos extensionais, à coextensividade entre o sujeito e o predicado da conclusão. No entanto, apesar de necessário, tal requisito semântico não é suficiente para haver demonstração sem mais, visto que mesmo que alguém selecionasse um sujeito complexo, como a conjunção exaustiva de todos os tipos particulares de triângulos (equilátero, isósceles ou escaleno), tal sujeito em questão ainda seria considerado um concomitante, pois 2R atribui-se a cada um desses tipos, mas não em virtude dessas propriedades particulares. Dito de outra maneira, não é em virtude de possuir os três lados, ou os dois, ou nenhum, equivalente entre si, que esses tipos particulares de triângulo têm 2R. Essas relações de equivalência ou diferença entre os lados não são relevantes para a figura retilínea possuir a soma dos ângulos internos equivalentes a 2R. Pondo em outros termos, o predicado 2R (*A*) não se atribui *per se* (καθ’ αὑτό) a um sujeito do tipo ‘os triângulos equiláteros, isósceles e escalenos’ (*C*), logo. é uma relação predicativa por concomitância (κατὰ συμβεβηκός) e, por isso, uma tentativa de explicação com base nessa relação predicativa é qualificada como sendo ao modo sofístico (σοφιστικὸν τρόπον).

2R é uma propriedade que se segue necessariamente de uma figura retilínea fechada ser constituída de três lados. Essa relação é elucidada a partir do processo de subtração (ou abstração) (ἀφαίρεσις) de propriedades descrito em 74a38-74b4:

> “Por exemplo, dois ângulos retos se atribuirão ao triângulo isósceles de bronze, mas também se forem subtraídos o *ser de bronze* e o *isósceles*. Mas não se atribuirão, se se subtrair *figura* ou *limite*. Mas dois ângulos retos não se atribuem a figura ou limite primeiramente. Ora, a qual item, então, se atribuem primeiramente? Com efeito, se é ao triângulo, é devido a ele que se atribuem também aos demais, e é a respeito dele que a demonstração é universal” (tradução de Angioni, 2004)
>
> “οἷον τῷ ἰσοσκελεῖ χαλκῷ τριγώνῳ ὑπάρξουσι δύο ὀρθαί, ἀλλὰ καὶ τοῦ χαλκοῦν εἶναι ἀφαιρεθέντος καὶ τοῦ ἰσοσκελές. ἀλλ' οὐ τοῦ σχήματος ἢ πέρατος. ἀλλ' οὐ πρώτων. τίνος οὖν πρώτου; εἰ δὴ τριγώνου, κατὰ τοῦτο ὑπάρχει καὶ τοῖς ἄλλοις, καὶ τούτου καθόλου ἐστὶν ἡ ἀπόδειξις” (74a38-74b4, texto de Ross, 1964).

Aristóteles apresenta um experimento mental que, por meio do método de divisão, busca selecionar a propriedade mais relevante que expressa o aspecto em virtude do qual 2R é predicado. Um objeto com forma de um triângulo isósceles constituído de bronze possuirá a soma dos ângulos internos (aproximadamente) equivalentes a 2R, mas o fato de ser constituído de bronze é completamente irrelevante, tanto que o *ser de bronze* pode ser subtraído e não afetará o fato que qualquer objeto que possua a forma de um triângulo isósceles possuir 2R. Como já foi dito, o *ser isósceles* também é concomitante, pois não tem identidade extensional com 2R e não é em virtude de possuir dois lados equivalentes entre si que um triângulo tem 2R. De modo similar, o fato de *ser uma figura* ou *ser limitado* também não são coextensivos com 2R, pois não são todas as figuras ou objetos dotados de limites que possuem a soma dos ângulos internos equivalentes a 2R. No entanto, tais atributos, diferentemente do *ser isósceles* ou *ser de bronze*, são condições necessárias à ocorrência da propriedade 2R, pois não podem ser subtraídos sem que o triângulo deixe de ser precisamente o que ele é. No vocabulário aristotélico, *ser uma figura* ou *ser limitado* não são os itens *primeiros*: o item *primeiro* é o triângulo em geral.

De tal modo, o objeto da demonstração universalmente primeira é a relação predicativa '2R (*A*) atribui-se ao triângulo (*C*)'. Usualmente, os intérpretes supõem que tal operação de divisão garante o conhecimento científico, ou afirmam que tal procedimento mais uma prova, como exposto na proposição I, 32 dos *Elementos*, forneceriam são as condições necessárias e suficientes para se ter conhecimento científico *sem mais*[109]. No entanto, em sua maioria, eles não explicam exatamente como a proposição I, 32 se conecta com a teoria da demonstração aristotélica, nem como a cláusula da causalidade seria satisfeita. Tais intérpretes podem julgar que a ausência do requisito da causalidade não seja um problema, pois concordariam com Barnes (1993, p. 92-93) na ideia de que somente a necessidade seria fundamental para se possuir conhecimento científico nas ciências matemáticas. Apesar de essa ideia evitar o embaraço de explicar o que é uma explicação causal nas matemáticas, ela não possui evidências textuais e possui a dificuldade exegética de não ser acurada em relação a diversas passagens[110].

---

[109] Em verdade, os intérpretes não apresentam explicitamente essa formulação, mas Lear (1982, p. 171) afirma que possuir 2R é uma consequência lógica de ser um triângulo e que isso poderia ser provado por meio da proposição I. 32 dos *Elementos*. Barnes (1993, p. 86, 185) e Hasper (2011, p 173) aparentam seguir o mesmo caminho, ao realizarem menções à prova euclidiana, mas não são nem um pouco claros em relação a como eles entendem que a Proposição I. 32 se articula com a teoria aristotélica.

[110] Em *A.Po* 71b9-12; 73a22-24; 74b5-13; 74b14-18; 76a26-30; 79a16-24; 94a20-24; 100a27-29 Aristóteles afirma que o conhecimento científico ocorre quando se identifica a causa primeira do silogismo científico e não há nenhuma passagem que afirme que as ciências matemáticas devam ser uma exceção.

Outra abordagem propõe que a causa dos triângulos (*C*) possuírem a soma dos ângulos internos equivalentes a 2R (*A*) é a forma do triângulo (*B*)[111]. De tal modo, o requisito causal seria satisfeito por meio da essência do tipo de sujeito envolvido nas relações predicativas, de tal forma que as causas seriam as essências de objetos como *linhas*, *triângulos*, *polígonos*. Essa leitura, apesar de prover alguma explicação ao requisito da causalidade, possui uma série de dificuldades. A primeira dificuldade é que ela inconsistente com certas passagens[112] e é incapaz de distinguir *explananda* que envolvam o mesmo tipo de sujeito, por exemplo, todos os diferentes tipos de propriedades do triângulo seriam explicados pelo mesmo elemento causal[113]. Sigo a interpretação que enfatiza o predicado da demonstração como fator decisivo no *explanandum*: a causa deve explicar o que é o atributo que se predica do tipo de sujeito em questão[114].

[111] Tese usualmente aceita entre os intérpretes aristotélicos e explicitamente formulada no Modelo 1 de Bronstein (2016). Vale destacar que Bronstein tem reformulado alguns pressupostos e também não estou negando que em alguns exemplos a causa possa ser a essência do sujeito.
[112] Ver *APo* II. 90a4-18; 93a21-24; 94a3-7; 94a27-36; 98b33–8; 99a21–9.
[113] Por exemplo: tanto a área do triângulo, quanto a soma dos ângulos internos do triângulo seriam explicadas pelo mesmo elemento causal.
[114] Esta leitura é defendida por Angioni (2014b, 2016).

V. ASSIMETRIA INTENSIONAL DA EXPLICAÇÃO CAUSAL.

Para Aristóteles, os critérios extensionais, apesar de necessários, não são suficientes para se qualificar uma demonstração científica. Este ponto é expresso especialmente nos seis requisitos das premissas das demonstrações científicas e na distinção do silogismo do *que* e o silogismo do *por que*. As premissas empregadas no silogismo científico devem possuir uma assimetria intensional em relação à conclusão.

V.1 Os Seis Requisitos das Premissas da Demonstração Científica.

Em I. 2, 71b20-33, Aristóteles apresenta seis requisitos que as premissas devem satisfazer para serem premissas de uma demonstração científica. Concordo com Angioni (2012) que tais requisitos retomam tanto a definição do conhecimento científico em 71b9-12, quanto à afirmação de 71b17-19 de que as demonstrações são silogismos científicos. Em 71b 20-22 Aristóteles diz:

> "é necessário que o conhecimento científico demonstrativo provenha de itens (i) verdadeiros, (ii) primeiros, (iii) imediatos, (iv) mais cognoscíveis que a conclusão, (v) anterior a ela e sejam (vi) causa dela" (tradução de Angioni, 2004b).
>
> ἀνάγκη καὶ τὴν ἀποδεικτικὴν ἐπιστὴμην ἐξ (i) ἀληθῶν τ' εἶναι καὶ (ii) πρώτων καὶ (iii) ἀμέσων καὶ (iv) γνωριμτέρων καὶ (v) προτέρων καὶ (vi) αἰτίων τοῦ συμπεράσματος (71b 20-22, texto de Ross, 1964).

Logo em seguida, Aristóteles afirma que os princípios apropriados (ἀρχαὶ οἰκεῖαι) seguem esses requisitos (71b22-23) e são apropriados os princípios que garantem que o silogismo seja qualificado enquanto científico, ou seja, como uma demonstração (71b23-25).

As interpretações mais tradicionais supõem que os três primeiros requisitos podem ser entendidos independentemente da relação com a conclusão de um silogismo[115]. O pressuposto principal consiste em entender que os termos 'primeiros' (πρώτων) e 'imediatos' (ἀμέσων) na linha 71b20 se referem aos termos primitivos de um domínio científico, os axiomas de um domínio científico. Julgo que seja um erro

---

[115] Por exemplo: Ross (1949, p. 509), Barnes (1993, p. 93) e até mesmo McKirahan (1992, p. 24). No entanto, esse pressuposto remonta comentadores antigos como Filopono.

supor que o referente de ‘primeiros’ e ‘imediatos’ nesse contexto sejam os axiomas de uma disciplina. No entanto, não discordo que o requisito das premissas serem verdadeiras possa ser tomado independente de uma conexão com a conclusão, mas vale destacar que serem verdadeiras é um requisito que Aristóteles enfatiza em relação ao processo de análise, pois um argumento válido com premissas falsas pode deduzir uma conclusão verdadeira (*A.Pr* II. 2, 53b8-10)[116], mas por meio de premissas falsas, não é possível realizar a análise, pois, no procedimento de análise, as premissas são conversíveis entre si (*A.Po* I. 12, 78a6-13). Sendo assim, defendo que apenas o requisito das premissas serem verdadeiras independa da conclusão e todos os demais requisitos estão sendo caracterizado em relação à conclusão.

Uma das principais razões para tais intérpretes julgarem que o termo ‘primeiro’ se refira aos axiomas de uma ciência é que em 71b26-27 Aristóteles diz que é preciso proceder “a partir dos primeiros indemonstráveis” (ἐκ πρώτων δ’ ἀναποδείκτων). O sentido usual do termo ‘indemonstrável’ é de uma proposição que em si mesma não pode ser deduzida corretamente (Ou seja, se não há um conjunto de proposições verdadeiras do qual ela seja consequência lógica) ou sem incorrer em uma petição de princípio. Apesar de essa leitura ser, aparentemente, a “mais natural”, há boas razões para julgar que ela não seja a mais adequada[117].

Primeiramente, vários usos do termo ‘primeiro’ em Aristóteles, em contextos demonstrativos, não se referem a itens *primitivos* de um domínio científico, mas sim ao item mais *prioritário* em termos de relevância explanatória. Um dos usos mais decisivos ocorre em 72a5-6 quando Aristóteles diz que “e ‘a partir de primeiros’ é ‘a partir de princípios apropriados’, pois entendo ‘primeiros’ e ‘princípios’ como o mesmo” (ἐκ πρώτων δ’ ἀναποδείκτων, ὅτι οὐκ ἐπιστήσεται μὴ ἔχων ἀπόδειξιν αὐτῶν), retomando a noção de princípio apropriado mencionada em 71b22-23, a qual qualifica as premissas que satisfazem os seis requisitos, incluindo o sexto, ser causa do *explanandum*. Tudo isso indica que o termo ‘primeiro’ é utilizado, neste contexto, em relação a um dado *explanandum* qualquer, mas não em relação às proposições primitivas de um domínio científico.

Outros usos do termo ‘primeiro’ em contexto explanatório ocorrem em *A.Po* I. 13, 78a25 e 78b4, como adjetivo do termo ‘αἴτιον’, introduzindo a noção de causa

---

[116] Um exemplo: P1: Edson Arantes do Nascimento (*B*) possui a soma dos ângulos internos equivalente a 2R (*A*); P2: todo triângulo é Edson Arantes do Nascimento; C: todo triângulo (*C*) possui a soma dos ângulos internos equivalente a 2R (*A*).

[117] Para uma exposição muito mais detalhada das razões da inadequação, ver Angioni (2012).

primeira (πρῶτον αἴτιον) e em II. 17, 99a25 Aristóteles utiliza a expressão 'primeiro mediador' (πρῶτον μέσον) para qualificar o tipo de causa que explica o *por que*, após ter se identificado *que* é[118]. Nesses contextos, o termo 'primeiro' é empregado para qualificar o elemento explanatório enquanto o mais relevante. Apesar de esse item ser considerado primeiro em termos explanatórios, ele é o último item a ser identificado na investigação científica.

Similar ao requisito das premissas serem itens primeiros, o requisito de serem imediatos (ἀμέσων) também é usualmente entendido enquanto sendo um axioma de uma disciplina. O termo 'ἄμεσον' significa de modo mais geral: *sem mediador*. Em 72a7-8 Aristóteles diz que "Princípio de demonstração é proposição imediata; e imediata é aquela à qual não há nenhuma anterior" (tradução de Angioni, 2004). De modo quase unânime, a literatura aristotélica interpreta que quando Aristóteles está falando que não há premissa nenhuma anterior, ele esteja querendo dizer que: se *x* é uma premissa imediata, então não há nenhuma premissa anterior a *x*[119]. Barnes (1993, p. 94) entende que se a proposição *x* é imediata, *sse*, não há nenhum termo mediador que possa demonstrar *x*. Apesar de essa leitura ser extremamente aceita entre os intérpretes, ela possui um dilema. Ela deve (i) negar que as premissas do silogismo científico sejam consideradas imediatas[120] ou (ii) propor que a teoria da demonstração aristotélica seria extremamente "míope", incapaz de demonstrar nenhum teorema que não fosse uma consequência imediata dos axiomas de um domínio científico. Independente do lado escolhido, ambos levam a inconsistências textuais. É provável que a tradição tenha preferido (i) justamente para evitar (ii).

Uma interpretação alternativa havia sido apresentada por Porchat (2000, p. 94). Ser imediata, nessa leitura, significa ser a "causalidade próxima da coisa a demonstrar". Sendo assim, quando Aristóteles diz que não há uma premissa anterior, ele está mencionando em relação ao *explanandum*, isto é, não há nenhum termo mediador entre o *explanans* e o *explanandum*. Essa interpretação, contudo, só foi realmente desenvolvida e suportada com a interpretação de diversas passagens em Angioni (2012). Angioni defendeu que imediata é a premissa para a qual não há nenhum termo mediador

[118] Em verdade, os quatro tipos de questões desenvolvidas em *A.Po* II são: *que* (ὅτι) ou *se* (εἰ) é, e *por que* (διότι) ou *o que é* (τί ἐστι) (89b37-90a2). Dado que o escopo da dissertação enfatiza em *A.Po* I, me restrinjo somente ao por que e o que para elucidar a distinção desenvolvida em *A.Po* I 13 sobre o silogismo do *que* e do *por que*. Para uma análise mais detalhada das quatro questões, ver Zuppolini (2018b).

[119] Esta leitura está presente, por exemplo, em Filopono 24.14 Segundo Filopono, ser "primeiro e imediato" significa ser uma proposição em si mesma indemonstrável e autoevidente.

[120] Em 48a 33 '2R atribui-se ao triângulo' é chamada de "imediata", apesar de ser demonstrável.

que seja mais relevante em termos explanatórios para se explicar porque certo atributo se predica a um tipo específico de sujeito. Essa linha interpretativa possui a vantagem de compatibilizar a tese de que as premissas de um silogismo científico podem ser qualificadas enquanto sendo imediatas e não restringir a quantidade de teoremas que a teoria aristotélica da conta de explicar a um número extremamente baixo[121].

Sigo a leitura que a premissa da demonstração científica é imediatamente próxima em relação ao *explanandum*. Nesse sentido, quando a premissa é dita ser 'indemonstrável' não significa dizer que ela mesma não seja passível de ser demonstrada, mas sim que a demonstração foi finalizada e não é mais passível de se perguntar "por que?" sem que haja uma substituição do *explanandum* em questão. O silogismo que expõe o *porquê* é a última etapa do processo explanatório e após a identificação dele, não há mais o que explicar. Para esse ponto ficar mais claro, é preciso elucidar a distinção aristotélica do *silogismo do que* e o *silogismo do porquê.*

V.2 Silogismo do *que* e Silogismo do *porque*.

Aristóteles afirma que o *silogismo do porque* parte das premissas imediatas que possuem causa primeira e a conclusão é conversível com a premissa maior (78a22-28). A conversão da premissa maior com a conclusão do silogismo do porque é o *silogismo do que*. O *silogismo do que*, por sua vez, parte da conclusão do *silogismo do porque*, que é anterior para nós, isto é, o *silogismo do que* parte do *explanandum* como *um fato* e o *silogismo do porque* deduz o *explanandum* a partir *da causa*.

Tomemos o exemplo do Eclipse lunar 93a29-93b7. Aristóteles diz que quando investigamos a questão: *por que* o eclipse (*A*) atribui-se à Lua (*C*)?, nós devemos investigar o que é o mediador (*B*). Que a Lua (*C*) fica sem luz (*A*) é algo *que* já se sabe, mas para se saber exatamente *o que é* (τί ἐστι) o eclipse lunar, é preciso saber explicar o

[121] Uma possível dificuldade para essa interpretação é que em 72a14-18 em que o termo 'imediata' se refere ao "princípio silogístico" (ἀρχῆς συλλογιστικῆς) e em seguida há uma caracterização do que Aristóteles quer dizer com o termo 'axioma' (ἀξιόμα). Isso leva os intérpretes a defenderem que uma proposição imediata é um axioma e 'axioma' significaria um termo primitivo de um sistema demonstrativo. No entanto, essa leitura leva aos problemas supra mencionados. De modo geral, leio que Aristóteles 72a14-18 esteja mencionando um tipo de premissa imediata que é pressuposto em todos os tipos de conhecimentos científico, por exemplo, certos princípios lógicos como o *Princípio de Não Contradição* e a *Transitividade da Identidade* ou definições que abarcam todos os objetos de um domínio científico, como a definição de *ponto* na geometria. Tais princípios, apesar de estarem envolvidos em todas as demonstrações, não podem ser o princípio apropriado de nenhum *explanandum*, pois, devido ao nível altíssimo de generalidade, não são aptos a ser um elemento explanatório de uma proposição passível de análise, visto que eles não podem ser conversíveis com nenhuma proposição particular de um domínio. Uma leitura mais detalhada dessa passagem pressupõe uma análise de *A.Po* I. 7, 38-75b2.

explanandum “por que o eclipse (*A*) atribui-se à Lua (*C*)?”. Dito de outra maneira se trata do método de análise, investigamos o princípio que explica um problema. Aristóteles apresenta três possíveis candidatos ao termo mediador: interpolação da Terra (*B**)[122], rotação da Lua (*B**)[123] ou extinção (*B**)[124] (93b5-6). Aristóteles diz que a real explicação (λόγος) do eclipse (*A*) é a interpolação da Terra (*B*) (93b6-7).

Silogismo do *que* do Eclipse lunar
Eclipse (*A*) se atribui à lua (*C*)
Interposição da Terra (*B*) se atribui à lua (*C*)
Eclipse (*A*) se atribui à interposição da Terra (*B*)

As etapas heurísticas que determinam como a *interposição da Terra* (*B*) é provada como sendo uma melhor explicação do que *rotação da Lua* (*B**) ou *extinção* (*B**) não são mencionadas. O procedimento de identificação de qual é a explicação causal primeira é o procedimento epagógico (ἐπαγωγή). Essa estrutura silogística exposta no silogismo do que é o que Aristóteles chama de ‘silogismo a partir da indução’ (*A.Pr* II. 23, 68b15-29)

Silogismo do *porque* do eclipse:
Eclipse (*A*) se atribui à interposição da Terra (*B*)
Interposição da Terra (*B*) se atribui à lua (*C*)
Eclipse (*A*) se atribui à lua (*C*)

Em *A.Pr* II. 23, 68b30-37 Aristóteles já havia mencionado os cinco últimos requisitos das premissas da demonstração expostas em *A.Po* I, 2, 71b20-22 e indiretamente faz referência ao primeiro. Para a premissa maior ser conversível com a conclusão é necessário que as premissas sejam verdadeiras[125], por isso o primeiro requisito é indiretamente mencionado. Em 68b30-31 Aristóteles afirma que o silogismo a partir da conversão da premissa maior em conclusão da indução completa é o tipo de

---

[122] ‘interpolação da Terra’ é uma espécie de abreviação do evento complexo da Terra se localizar entre o Sol e a Lua, impedindo que a luz solar atinja a Lua *por causa da interpolação da Terra*.
[123] A explicação chamada de ‘rotação da Lua’ pressupõe que a Lua possui luz própria em uma parte e outra parte não possua luz própria. O eclipse lunar ocorreria por causa *da rotação da Lua* e seria quando apenas o lado escuro da Lua estivesse “virado” em direção da Terra.
[124] A “extinção” é uma explicação que pressupõe também que a Lua possui luz própria, mas essa iluminação é consequência da Lua acender sua luz e a ausência de luz decorre da extinção dela.
[125] *A.Po* I. 12, 78a6-13.

silogismo da premissa *primeira* e *imediata* (ἔστι δ' ὁ τοιοῦτος συλλογισμὸς τῆς πρώτης καὶ ἀμέσου προτάσεως). Então ele afirma que esse silogismo explica por meio do termo mediador, a relação predicativa A atribui-se a C, é a *causa da conclusão* (68b32-35). Por fim, Aristóteles afirma que a indução parte do que é anterior *para nós*, mas o silogismo da conversão da indução é *anterior* e *mais cognoscível* por natureza (68b35-37). Essa distinção entre ser *anterior para nós* e *anterior por natureza* feita em 68b35-37 é retomada em *A.Po* I. 2, 71b33-72a5 nos requisitos das premissas da demonstração científica.

Sendo assim, o silogismo do *porquê*, a demonstração científica, é o ultimo estágio da investigação científica. O conhecimento do silogismo do que procede a partir da conversão de um silogismo do *que*. O silogismo do *que*, por sua vez, é o resultado de um procedimento epagógico. E o procedimento epagógico tem por propósito identificar qual é a causa primeira, imediata, anterior à conclusão e mais cognoscível por natureza, ou seja, o princípio apropriado.

VI. PRINCÍPIO NECESSÁRIO

Aristóteles inicia *A.Po* I. 6 dizendo que o conhecimento demonstrativo (ἀποδεικτικὴ ἐπιστήμη) procede a partir de princípios necessários (ἐξ ἀναγκαίων ἀρχῶν) e são necessários os atributos que se atribuem às coisas *per se* (καθ' αὑτα ὑπάρχοντα ἀναγκαῖα τοῖς πράγμασιν) (74b5-7). Em seguida, ele afirma que o silogismo científico (ἀποδεικτικὸς συλλογισμός) procede a partir de princípios necessários (74b8-11). Por fim, Aristóteles estabelece um contraste entre aquilo que é por concomitância e o que é necessário (74b11-12).

O contraste estabelecido entre as noções de *por concomitância* e *por necessidade*, como já foi argumentado, não se reduz à distinção entre proposições contingentes e proposições necessárias. O contraste é entre uma explicação inadequada e uma explicação apropriada. Uma explicação é adequada (ou plenamente adequada) quando possui o *explanandum* que seja universalmente primeiro e o *explanans* também seja universalmente primeiro, como foi estabelecido em *A.Po* I. 5. O 'princípio necessário' é um termo mediador necessário (75a13) e aparece nas premissas necessárias (89a4).

Em 74b15-18 Aristóteles afirma que:

> "Portanto, é preciso que tal silogismo proceda a partir de itens necessários. Pois, a partir de itens verdadeiros, é possível fazer um silogismo sem demonstrar, mas a partir de itens necessários, não é possível fazer silogismo a não ser demonstrando, pois isso que é próprio da demonstração" (tradução de Angioni, 2004).
>
> "ἐξ ἀναγκαίων ἄρα δεῖ εἶναι τὸν συλλογισμόν. ἐξ ἀληθῶν μὲν γὰρ ἔστι καὶ μὴ ἀποδεικνύντα συλλογίσασθαι, ἐξ ἀναγκαίων δ' οὐκ ἔστιν ἀλλ' ἢ ἀποδεικνύντα· τοῦτο γὰρ ἤδη ἀποδείξεώς ἐστιν" (74b15-18, texto de Ross, 1964).

As leituras tradicionais interpretam que o uso relevante do termo 'necessidade' nos *A.Po* seria meramente o de proposições necessariamente verdadeiras[126]. Se esse fosse o caso, Barnes (1993, p. 126) estaria certo ao dizer que Aristóteles defenderia uma afirmação falsa:

"se *P* é inferido de Π, e Π é necessário, então *P* está demonstrado".

[126] Esse pressuposto é basicamente unanimemente aceito entre os intérpretes.

Angioni (2014b, p. 90) chamou isso de ‘BFP’ (Barnes’s False Proposition). Aristóteles estaria defendendo que um argumento tal como “todo ser humano (*C*) é necessariamente mamífero (*B*); todo mamífero (*B*) é necessariamente mortal (*A*); logo, todo ser humano é necessariamente mortal (*A*)” teria todas as características suficientes para ser uma demonstração científica, o que obviamente contradiz tudo aquilo que estava sendo desenvolvido nos demais capítulos[127].

Sigo integralmente a leitura defendida por Angioni (2014)[128]. Como já foi afirmado previamente, essa interpretação defende que a cláusula da necessidade exposta na definição do conhecimento científico *sem mais*, em 71b9-12, é um qualificador do requisito da causalidade. As diferenças da minha exposição serão basicamente de vocabulário: a causa necessária é o *elemento essencial* que explica o porquê de certa propriedade atribuir-se a um tipo de sujeito, e o processo que identifica esse elemento essencial equivale ao que chamo de ‘análise demonstrativa’.

A premissa maior é uma proposição conversível com o *explanandum* e que, independente do procedimento de prova, necessariamente irá fundamentar a relação explanatória. Não me deterei em uma análise minuciosa das passagens de *A.Po* I. 6, irei expor como tal procedimento de análise ocorre na prática na demonstração, por exemplo, no exemplo do teorema do 2R e como todas as diferentes provas se fundamentam no mesmo elemento, o princípio necessário, que é precisamente o que se pretende identificar para se conhecer cientificamente *sem mais*.

É fundamental enfatizar que sigo a leitura de Mendell (1998, p 211-214) de que aquilo que é denominado ‘demonstração aristotélica’ é o núcleo explanatório do que pode ser chamado de ‘demonstração euclidiana’ (que eu denomino de ‘prova’). Uma demonstração euclidiana possui uma série de etapas dedutivas que fazem parte do que Aristóteles denomina de ‘procedimento epagógico’ (ἐπαγωγή). Certos itens, como os diagramas selecionados e os argumentos empregados no procedimento epagógico, podem variar conforme a prova realizada, mas o núcleo explanatório não pode ser de outro modo.

---

[127] Os três tipos de enganos expostos na segunda seção do capítulo IV desta dissertação são claros exemplos de argumentos corretos e com premissas necessariamente verdadeiras, mas que não são qualificados enquanto uma demonstração.

[128] Para um maior aprofundamento da discussão, ver Angioni (2020).

VI.1 Investigação do Princípio Necessário: Indução Completa da Duplicação do Quadrado.

Assim como nas ciências naturais, é necessário um procedimento investigativo nas ciências matemáticas. No entanto, o matemático não realiza sua pesquisa por meio de uma investigação empírica. Aristóteles não realiza uma descrição detalhada de como os matemáticos fazem essa investigação, ele apenas diz que todo conhecimento demonstrativo depende do procedimento epagógico (ἐπαγωγή), ou usualmente chamado de 'indução'. O termo 'indução' é problemático, pois ele usualmente remete à *indução enumerativa*, um raciocínio indutivo que realiza a generalização a partir da observação de casos particulares. O procedimento epagógico, nos *Analíticos*[129], se refere ao raciocínio que leva a um princípio universalmente primeiro e que, no caso das matemáticas, consiste em um raciocínio dedutivo[130]. A única passagem em que Aristóteles faz alguma indicação de como esse procedimento deve ser realizado é uma menção em *A.Pr* II. 21, 67a21-30 à explicação no *Mênon*. Defendo que Aristóteles esteja se referindo ao método de solução do problema como descrito em *Mênon* 82b85b.

Como já foi mencionado, o problema geométrico descrito no *Mênon* consiste em explicar a questão: como construir um quadrado$_2$ (Q_2) que possua o dobro da área do quadrado$_1$ (Q_1)?. Aquilo que se almeja identificar no processo investigativo é a explicação causal (*B*) do problema, nesse caso, o porquê de o dobro da área de Q_1 (A) atribuir-se a Q_2. Dito de outro modo, o "ponto de partida" é a conclusão e o "ponto de chegada"[131] são as premissas do silogismo, com maior ênfase na premissa maior, pois é nela que ocorre o processo de conversão. Trata-se de um procedimento analítico, de investigação do princípio apropriado.

Dessa forma, mesmo que o diagrama de Q_2 seja a última etapa do uso dos diagramas, isso não impede que, em termos investigativos, postular a proposição "o dobro da área de Q_1 (*A*) atribui-se a Q_2 (*C*)" seja o primeiro passo. Os diagramas auxiliam no teste de hipóteses e na identificação do elemento que explique a propriedade de possuir o dobro da área de Q_1. O primeiro diagrama empregado é o

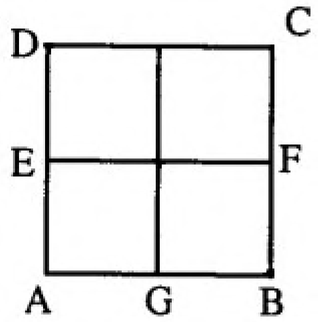
---

[129] *A.Pr* II. 21. 67a23; *A.Po* I. 1. 71a21.

[130] Chamar um raciocínio dedutivo de 'indução' pode soar estranho, mas isso é relativamente comum na matemática. O *axioma da indução*, *provas por indução e a indução matemática*, por exemplo, são raciocínios dedutivos.

[131] Refiro-me aqui à distinção aristotélica de *anterior para nós* e *anterior por natureza*. O "ponto de partida" do procedimento investigativo é *anterior para nós* e *posterior por natureza*, já o "ponto de chegada" é *posterior para nós* e *anterior por natureza*.

diagrama de um quadrado arbitrário que possui cada lado equivalente a 2 pés (doravante, ‘P’), que representa Q_1 (o quadrado ABCD).



Q_1

Dado que cada lado de Q_1 equivale a 2P e sua área equivale a $4P^2$, logo a área de Q_2 equivale a $8P^2$. As hipóteses subsequentes buscam identificar qual o elemento de Q_2 (*C*) que explique porque ele possui $8P^2$ (*A*). O escravo de Mênon assume a hipótese de que Q_2 (*C*) possui o lado equivalente a 4P (*B**). No entanto, se atribui $16P^2$ (*A**) ao lado 4P (*B**). Desse modo, Q2 não pode possuir o lado equivalente a 4P.

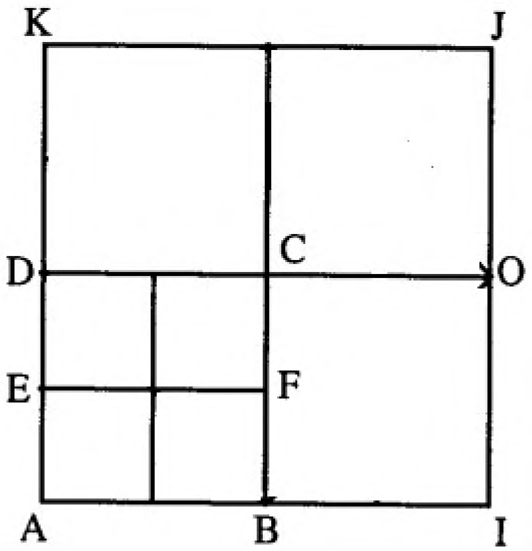


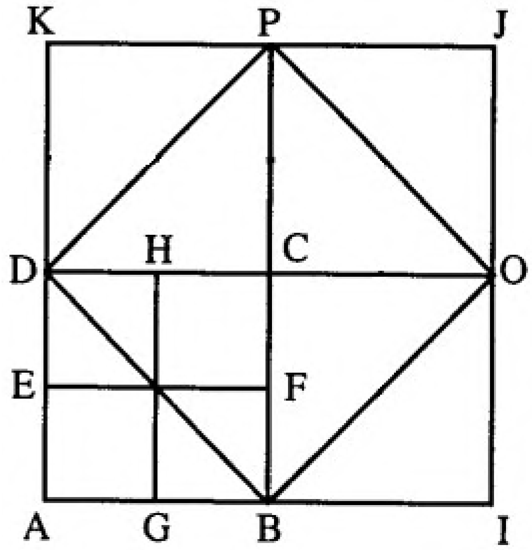
Diagrama da Hipótese 1

Sócrates enfatiza que o quadrado AIJK possui o quádruplo da área do quadrado ABCD[132]. A segunda hipótese assume que, caso fosse construído um quadrado com o

[132] *Men* 83e5.

lado equivalente a 3P (*B**), ele possuiria a área equivalente a $8P^2$ (*A*). No entanto, o quadrado (*C**) com o lado de 3P (*B**) possui a área equivalente a $9P^2$ (*A**)[133]. Logo, a segunda hipótese também é falsa[134].

Por fim, Sócrates indica que, caso a reta DB fosse traçada, iria formar dois triângulos que dividem a área do quadrado ABCD ao meio, e diz que essa reta é chamada de 'diagonal'. Se o procedimento fosse realizado outras vezes, traçando as retas BO, OP e PD, seria construído um quadrado DBOP, que terá a metade da área de AIJK.



Investigação Completa do Quadrado$_2$

Sócrates então faz o seguinte argumento: Se o quadrado AIJK possui o quádruplo da área de ABCD e o quadrado DBOP possui a metade da área do quadrado de AIJK, então DBOP possui o dobro da área de ABCD. Como o raciocínio empregado é estabelecido pela relação de razão (λόγος)[135] entre as áreas dos quadrados, fundamentada no lado dos quadrados, então esse procedimento não é válido apenas para os quadrados ABCD e DBOP, mas sim para todo e qualquer quadrado.

De tal modo, a primeira etapa foi postular que "O dobro da área (*A*) atribui-se ao Q_2 (*C*)", a segunda foi assumir como hipótese que "A diagonal de Q_1 (*B*) atribui-se ao Q_2 (*C*)". No entanto, dado que não se sabe o valor da diagonal, não é possível

---

[133] Como o diagrama da segunda hipótese não é útil para identificar o elemento que explica o problema, não coloquei aqui o diagrama.

[134] Vale destacar que quando eu digo que "uma hipótese é falsa", eu não estou me referindo ao valor de verdade da proposição, mas ao fato de que ela não explica o problema.

[135] Um argumento fundamentado em relações de razão entre três (ou mais) termos é um argumento pela proporção entre dos itens.

simplesmente aplicar a fórmula da área do quadrado ($a = l^2$)[136]. De tal modo, foi preciso realizar o argumento por proporção descrito no parágrafo anterior para se concluir que o dobro da área de Q_1 (A) atribui-se à diagonal de Q_1 (B), que é justamente o que se procurava identificar. O argumento descrito faz parte do procedimento epagógico, ou seja, identificar qual o princípio universalmente primeiro ($d^2 = 2a$)[137].

Esse argumento utilizado no procedimento epagógico não é necessário, visto que alguém poderia, por exemplo, estabelecer o argumento por meio da área dos triângulos (DBC, COB, OCP e PDC), pois cada um deles possui a metade do quadrado ABCD[138]. No entanto, a diagonal (B) é o elemento essencial que explica o porquê Q_2 (C) possui o dobro da área de Q_1 (A). Não estou fazendo a afirmação absurda que Q_2 necessariamente precise ser construído a partir de uma reta traçada a partir dos vértices opostos de Q_1, mas que os lados de Q_2 necessariamente serão equivalentes à diagonal de Q_1.

Sendo assim, a indução completa pode ser expressa pelo seguinte silogismo:

Indução Completa do Problema da Duplicação do Quadrado

O dobro da área de Q_1 (A) atribui-se ao Q_2 (C)

A diagonal de Q_1 (B) atribui-se ao Q_2 (C)

O dobro da área de Q_1 (A) atribui-se à diagonal de Q_1 (B)

Dessa forma, é possível realizar a conversão descrita em *A.Pr* II. 23,68b15-29:

Demonstração do Problema da Duplicação do Quadrado

O dobro da área de Q_1 (A) atribui-se à diagonal de Q_1 (B)

A diagonal de Q_1 (B) atribui-se ao Q_2 (C)

O dobro da área de Q_1 (A) atribui-se ao Q_2 (C)

Esse mesmo tipo de procedimento ocorre com as diversas provas do teorema do 2R e todas essas provas se fundamentam em um mesmo princípio, uma reta equivalente

---

[136] Sendo '*a*' a *área do quadrado* e '*l*' o *lado do quadrado*.

[137] Sendo '2*a*' o dobro da área e 'd^2' o valor da diagonal ao quadrado.

[138] Utilizando também a área dos triângulos, alguém poderia, por exemplo, calcular com a área dos quadrados KPCD e COBI. O que é uma instância particular do teorema de Pitágoras, pois a equivalência entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos está sendo estabelecida em virtude de atributos do quadrado e não dos retângulos, os triângulos em questão são isósceles retângulos e não simplesmente retângulo, ou seja, caso a universalização do Teorema de Pitágoras fosse feita a partir deste exemplo, seria uma indução incompleta.

à diagonal do quadrado Q_1. Este procedimento epagógico pode ser "transportado" do caso particular ao universal, pois os raciocínios empregados são predicados *per se* do quadrado (*per se*$_1$: *as linhas que constituem os lados dos quadrados*; e *per se*$_2$: *a área do quadrado*). O aspecto em que os quadrados construídos são comparados é o mesmo, a relação entre o lado do quadrado e a sua área, são objetos homogêneos[139]. Apesar do fato de que, na matemática grega, a diagonal do quadrado ser incomensurada com a base do quadrado, as áreas produzidas pela base e a diagonal do quadrado são sim comensuradas.

VI.2 Demonstração do 2R

O teorema do 2R é um dos objetos de demonstração mais mencionado por Aristóteles. Tal exemplo é também comumente mencionado pelos intérpretes, mas usualmente em termos bem genéricos, sem realizar menção às teses da causalidade e da silogística. Estou plenamente em acordo com a leitura de Mendell (1984, 1998) acerca dos detalhes matemáticos da demonstração e a forma como este exemplo se conecta com a teoria da demonstração aristotélica. Apesar de ele ser extensivamente citado nos *Analíticos*[140], sua demonstração está presente em *Met* Θ. 9, 1051a24-26:

> (i) Por que o triângulo tem dois ângulos retos? (ii) Porque os ângulos em torno de um ponto são iguais a dois retos. (iii) Se a paralela ao lado fosse projetada, para quem o percebesse seria diretamente evidente por que. (Tradução de Angioni, 2004a).
>
> (i) διὰ τί δύο ὀρθαὶ τὸ τρίγωνον; (ii) ὅτι αἱ περὶ μίαν στιγμὴν γωνίαι ἴσαι δύο ὀρθαῖς. (iii) εἰ οὖν ἀνῆκτο ἡ παρὰ τὴν πλευράν, ἰδόντι ἄν ἦν εὐθὺς δῆλον διὰ τί. (1051a24-26, texto de Ross, 1949).

Em (i) Aristóteles apresenta o *explanandum* 'por que 2R (*A*) se atribui ao triângulo (*C*)?". O *explanans* é apresentado em (ii) apenas enquanto a premissa maior,

---

[139] O chamado 'princípio da homogeneidade' está presente na Def. V. 3 dos *Elementos*: "Razão é um tipo de relação entre **itens do mesmo gênero** de acordo com suas magnitudes" (Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν **ὁμογενῶν** ἡ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις). Este princípio é fundamental para todas as provas euclidianas, ver o terceiro capítulo de Mueller (1981). Defendo que o mesmo princípio esteja sendo defendido em *A.Po* I. 7, 75a38-39 e caracterizado como a relação de possuir o mesmo predicado em *Met* Δ. 6, 1016b31-1017a3. Em uma estrutura silogística, isso quer dizer que *B* é homogêneo a *C*, se e somente se, atribui-se *A* a ambos.

[140] É o exemplo mais mencionado nos *Analíticos*: 48a33, 48a36, 66a14, 67a13, 67a16, 67a17, 67a20, 67a25, 71a20, 71a27, 73b31, 73b33, 73b40, 74a14, 74a26, 74a39, 76a6, 84b7, 85b5, 86a25, 87b36, 90a33, 90b9, 91a4, 93a35 e 99a20.

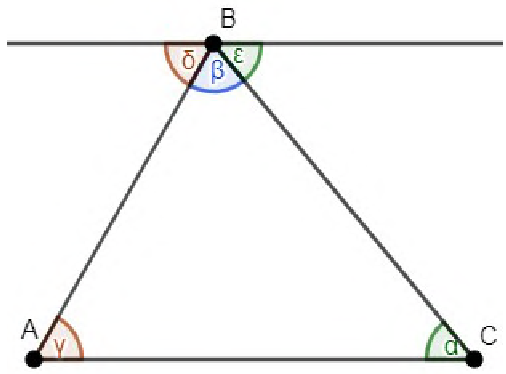
‘porque 2R (*A*) atribui-se aos ângulos em torno de um ponto (*B*)”. Dado que todos os três termos do silogismo estão presentes, a premissa menor é facilmente explicitada por meio da relação predicativa entre o termo menor e o mediador, “os ângulos em torno de um ponto (*B*) atribuem-se ao triângulo (*C*)”. Forma-se, assim o seguinte silogismo:

Silogismo do 2R
2R (*A*) atribui-se aos ângulos em torno de um ponto (*B*)
Os ângulos em torno de um ponto (*B*) atribuem-se ao triângulo (*C*)
2R (*A*) atribui-se ao triângulo (*C*)

O diagrama exato mencionado em (iii) é discutível e há controvérsias entre os intérpretes, mas o diagrama não faz parte da demonstração em sentido estrito. Uma das funções do diagrama é tornar evidente a premissa menor, auxiliando a compreensão da demonstração e é útil para tornar mais clara a conversão entre os termos da hipótese (premissa maior) com os da conclusão. A construção da paralela não é necessária em todos os procedimentos de prova, mas todos os procedimentos de prova podem ser reduzidos ao silogismo do 2R. Explicarei em maiores detalhes esses pontos a partir de três procedimentos distintos de provas.

Prova Pitagórica

Mendell (1984) defende que Aristóteles, em *Met* Θ. 9, 1051a24-26, estaria fazendo menção à Prova Pitagórica. Além de eu concordar com ele, ressalto que essa prova é a mais simples de todas e por tais razões inicio por ela. Neste exemplo, usarei o método analítico, em que se assume que o *explanandum* é o caso e se investiga pela proposição que seja conversível com ele e que opera como premissa maior no *explanans*.



Assumindo que os ângulos do triângulo (α, β e γ) equivalem a 2R, o procedimento de análise busca identificar a premissa que possua um sujeito comensurado ao *analysandum* (2R atribui-se a α + β + γ) e que seja explanatoriamente prioritária. Dada a simplicidade da prova, o conhecimento prévio mais relevante para se completar a prova é o teorema dos ângulos alternos internos[141]: por meio dele, se prova que δ = γ e = ε =α. Visto que β é comum ao triângulo e aos ângulos δ, β e ε, dessa forma, se os ângulos α, β e γ (*C*) equivalem a 2R (*A*), então δ, β e ε (*B*) equivale a 2R (*A*), pois α, β e γ (*C*) equivalem a δ, β e ε (*B*). Forma-se, assim, o seguinte silogismo:

Silogismo a partir da Indução Completa do 2R:

2R (*A*) = ângulos α, β e γ (*C*)

Os ângulos α, β e γ (*B*) = aos ângulos δ, β e ε (*C*)

2R (*A*) = aos ângulos δ, β e ε (*B*)

A indução é dita ser ‘completa’, pois as partes de (*C*) equivalem às partes de (*B*). Dado que se trata de uma relação de equivalência, as premissas e a conclusão são conversíveis e a inversão da síntese pode ser realizada. Visto que o método de análise parte do *explanandum* e busca identificar o princípio que opera no *explanans*, no procedimento de síntese, se forma o seguinte silogismo:

Silogismo Científico do 2R

2R (*A*) atribui-se aos ângulos δ, β e ε (*B*)

Os ângulos α, β e γ (*C*) atribuem-se aos ângulos δ, β e ε (*B*)

[141] Evidentemente mais conhecimento prévio é necessário, como a definição de ponto, linha, linha reta, triângulo, ângulos retos, alguns postulados, algumas noções comuns, um conjunto de teoremas necessário para se demonstrar o teorema dos ângulos alternos internos, etc.

2R (*A*) atribui-se aos ângulos α, β e γ (*C*)

Esse silogismo é o mesmo argumento que a explicação presente em *Met* Θ. 9, 1051a24-26: os ângulos δ, β e ε são *os ângulos em torno de um ponto* e os ângulos α, β e γ são os ângulos do *triângulo*, independente do tipo específico de triângulo. As demais provas, apesar de possuírem diagramas distintos ao exemplo aqui exposto e requisitarem mais conhecimento prévio, se fundamentam neste mesmo princípio.

Prova Euclidiana

Os principais pontos já foram esclarecidos com o exemplo anterior, de modo que o leitor que se sentir entediado com as provas geométricas poderá pular esses outros dois exemplos sem uma perda significativa no conteúdo. No entanto, como já foi dito previamente, a prova euclidiana é frequentemente mencionada pelos estudiosos de Aristóteles, mas em termos demasiados genéricos. Por isso, julguei que seria um bom acréscimo para a literatura explicar esse procedimento de prova. Além do mais, pouco se menciona (em verdade, nunca vi nenhum intérprete mencionar) que Euclides apresenta, no final do procedimento de prova, exatamente o mesmo argumento que Aristóteles em 1051a24-25. Diferentemente da prova anterior, para manter o modo de apresentação euclidiano, o resultado da demonstração será exposto por meio do método sintético, ou seja, o argumento dedutivo partirá das premissas explanatoriamente prioritárias até o *explanandum*.

Usualmente, se divide uma "demonstração euclidiana" em três partes: a *proposição* (que anuncia o problema ou teorema a ser provado), a *demonstração* (o procedimento de prova) e a *conclusão* (aquilo que se pretendia provar). Em verdade, essas são as partes essenciais para a solução de qualquer teorema ou problema[142]. No entanto, a Proposição I. 32 possui um total de seis partes e a proposição, a demonstração e a conclusão são complexas, pois cada uma tem duas sub-partes.

As seis partes são: (I) Proposição (πρότασις); (II) Exposição (ἔκθεσις); (III) Delimitação (διορισμός); (IV) Construção (κατασκευή); (V) Demonstração (ἀπόδειξις); e (VI) Conclusão (συμπέρασμα)[143].

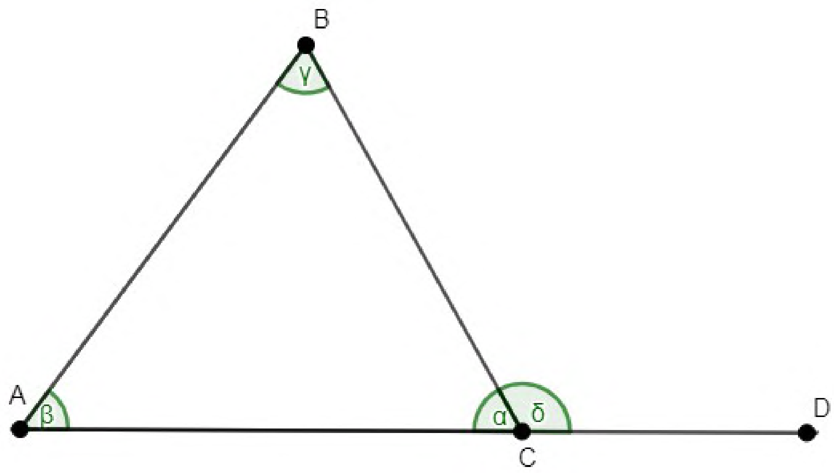
[142] Ver *Coment* 203. 15-18.
[143] *Coment* 203. 1-15.

Proposição (πρότασις): (i) Após um dos lados de qualquer triângulo ser estendido, o ângulo externo é igual ao ângulo interno mais o oposto; e (ii) os três ângulos internos do triângulo são iguais a dois ângulos retos[144].

A Proposição é uma proposição complexa: a primeira parte (i) afirma que o ângulo adjacente suplementar de qualquer ângulo do triângulo (no diagrama abaixo ‘δ’) equivale aos outros ângulos do triângulo (β e γ). O teorema do 2R, em verdade, só é apresentado na segunda parte (ii), ou seja, que os ângulos do triângulo (α, β e γ) equivalem a 2R. Uma vez provado que (i) é o caso, pode-se imediatamente converter (i) na demonstração de (ii).

Exposição (ἔκθεσις): Deixe haver um triângulo ABC, e deixe um lado dele, AC, ser estendido[145].

A função da exposição é apresentar as características do diagrama da demonstração. Apesar da exposição ser de um objeto particular, suas caracterizações não devem restringir-se a peculiaridades do diagrama, mas sim às características mais gerais que garantem a universalidade da prova.



Delimitação (διορισμός)[146]: (i) Digo que o ângulo externo a α (δ) equivale aos ângulos internos e opostos (β e γ) e que (ii) os três ângulos do triângulo (α, β e γ) equivalem a 2R[147].

---

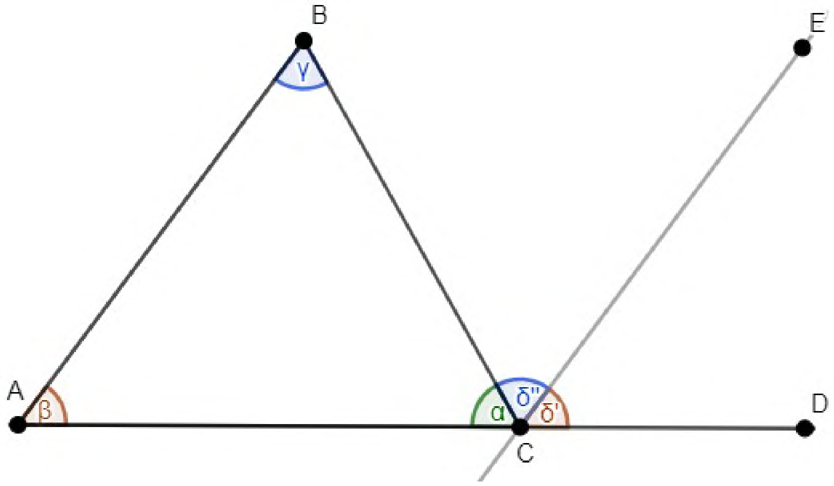
144 Estou tomando de base a tradução do inglês de Mendell, mas devido às diferenças de notação, realizo alterações no texto. (i) Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ (ii) αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

145 Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

146 Proclo (66-67) afirma que esse método foi desenvolvido por membros da Academia de Platão e que foi empregado por Eudoxo no teorema do alternando ($a : b :: c : d \Rightarrow a : c :: b : d$) mencionado por Aristóteles

A delimitação serve para especificar os *explananda* em questão. Por ‘especificar’, quero dizer: formular/ identificar o *explanandum* com mais acurácia. O *explanandum* apropriado do teorema do 2R foi exposto em (ii)[148].

Construção (κατασευή): Deixe a paralela à reta AB ser projetada coincidindo com o vértice C para formar a reta CE[149].



Além do prolongamento da reta AC descrito na exposição, essa prova precisa de uma construção complementar para que a demonstração da primeira parte da proposição seja realizada. O ângulo δ foi dividido em duas partes δ’ e δ” e o objetivo da primeira demonstração é expor que γ = δ’ e β = δ”.

Demonstração 1 (ἀπόδειξις): Dado que a reta CE é paralela à reta AB, então γ = δ”, pois são ângulos alternos (I. 29[150]). Mais uma vez, já que AB é paralela a CE e CD passa por ela, então β = δ’, pois são ângulos internos e opostos (I. 29). Dessa forma, β + γ = δ[151].

em *A.Po* I. 5, 74a17-25. Além de especificar o *explanandum*, Proclo (66-67) diz que a delimitação serve para identificar quais são os problemas passíveis de serem investigados ou não.

[147] λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ have been produced to D. I say that the external angle ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

[148] Angioni (2019) defendeu que este procedimento de depuração dos *explananda* era fundamental e que havia sido apresentado por Aristóteles em *A.Pr* I. 30. Tal leitura se torna ainda mais forte à luz do procedimento de delimitação (διορισμός).

[149] Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος. ἡ ΓΕ.

[150] “A reta caindo em retas paralelas faz os ângulos alternados iguais entre si e o ângulo externo igual ao ângulo interno e oposto e dos mesmos lados e os ângulos internos e dos mesmos lados iguais a dois ângulos retos”

[151] “Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς. ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ”.

Demonstração 2: Já que α é um ângulo comum, então α + δ = α + β + γ, mas α + δ = 2R. Sendo assim, α + β + γ = 2R[152].

Conclusão (συμπέρασμα): (i) O ângulo externo de um triângulo é equivalente aos dois ângulos internos e opostos (δ = α + β) e (ii) a soma dos ângulos internos do triângulo equivale a dois ângulos retos (α + β + γ =2R).

De tal modo, ao inserirmos as metavariáveis da silogística[153], é perceptível que o argumento presente na Demonstração 2 utiliza os mesmos elementos que o silogismo presente em *Met* 1051a24-25:

Demonstração 2
α + δ (*B*) = 2R (*A*)
α + δ (*B*) = α + β + γ (*C*)
α + β + γ (*C*) = 2R (*A*)

Assim como no exemplo anterior, a prova euclidiana possui uma série de etapas inferenciais que podem ser reduzidas ao silogismo científico descrito por Aristóteles. A assim chamada 'demonstração 1' é um argumento que busca identificar o princípio que explica o teorema do 2R, faz parte do procedimento epagógico do teorema do 2R. Uma vez exposta a equivalência entre o ângulo externo suplementar de α (δ) e os demais ângulos internos do triângulo (β e γ), torna se evidente a equivalência entre a soma dos ângulos internos do triângulo e os ângulos em torno de um ponto. Sendo assim, o termo mediador (*B*), mais uma vez, é *os ângulos em torno de um ponto*, neste caso, o vértice C. Dado que o procedimento de prova explica a relação entre os ângulos formados a partir do encontro de três linhas, o procedimento é universalmente válido independente do vértice escolhido no diagrama ou particularidades a respeito do tamanho das retas

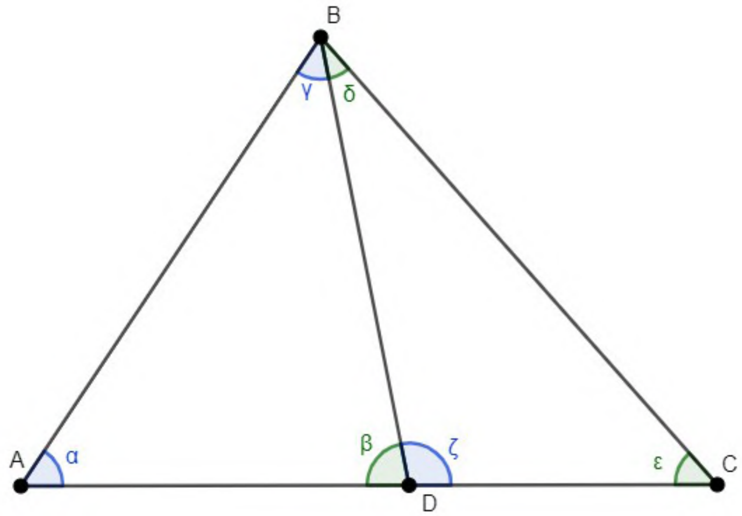
---

[152] "Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ (*B*) τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν (*C*). ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ (*B*) δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν (*A*)· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ (*C*) ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν (*A*)". Acrescentei as letras '*A*' '*B*' '*C*' para tornar mais clara a semelhança com o argumento aristotélico.
[153] Utilizo a expressão 'metavariáveis', pois os procedimentos de prova utilizam variáveis representadas pelas letras minúsculas do alfabeto grego. As letras gregas representam as partes dos termos da explicação silogística.

utilizadas, ou seja, trata-se da explicação da soma dos ângulos internos do triângulo *enquanto* triângulo.

Terceira prova

Uma vez estabelecida a Demonstração 1 da Proposição I. 32, o procedimento de conversão da Demonstração 1 na Demonstração 2 pode ser realizado de uma maneira distinta. Isso pode ser evidenciado no seguinte diagrama:



Neste exemplo, se explica que α + γ = ζ e δ +ε = β (Demonstração 1 da Proposição I. 32). Essa relação de equivalência ocorre independentemente da posição em que o ponto D se localize na reta AC e também independe do lado do triângulo que foi escolhido. Dessa forma, essa outra prova também consiste fundamentalmente em explicar porque a soma dos ângulos internos do triângulo equivale a 2R por meio da relação de equivalência entre os ângulos internos do triângulo e os *ângulos em torno de um ponto* (*B*), neste caso, D.

Sendo assim, independentemente das particularidades das provas expostas, as três podem ser reduzidas ao silogismo exposto por Aristóteles em *Met* 1051a24-25. Defendo que esse seja o sentido preciso de conhecer cientificamente *sem mais* que Aristóteles apresenta em 71b9-12, ao afirmar que se conhece cientificamente cada coisa (πρᾶγμα), quando se reconhece a causa necessária da coisa.

Neste exemplo, a “coisa” é a proposição 2R (A) atribui-se ao triângulo (C) e a causa necessária é o ângulo em torno de um ponto (*B*). A premissa maior (*A*) atribui-se a (*B*) é conversível com a conclusão (*A*) atribui-se a (*C*), mas o fato que os ângulos em torno de um ponto possuem 2R é explanatoriamente prioritário[154] e explica porque o triângulo possui 2R.

VI.3 Silogismo do ângulo em um semicírculo

Aristóteles em *A.Po* II. 11, 94a27-36 apresenta o único exemplo de demonstração geométrica explicitamente em uma estrutura silogística. O exemplo busca explicar o problema: por que R (*A*) atribui-se ao ângulo formado em um semicírculo a partir de duas retas que partem da base do semicírculo (*C*)? A explicação causal apresentada por Aristóteles é o termo mediador: *a metade do 2R* (*B*). Formando assim o seguinte silogismo:

Silogismo do Ângulo em um semicírculo
R (*A*) atribui-se à metade do 2R (*B*)
Metade do 2R (*B*) atribui-se ao ângulo em um semicírculo (*C*)
R (*A*) atribui-se ao ângulo em um semicírculo (*C*)

Essa demonstração pressupõe uma série de conhecimentos previamente disponíveis. No entanto, o elemento fundamental é uma conversão do teorema do 2R. Isso quer dizer que a explicação causal, o princípio apropriado, é uma proposição em si mesma demonstrável, pois há um termo mediador que explique porque os triângulos possuem 2R, como foi apresentado na seção anterior.

Barnes (1993, p. 227) aparenta se surpreender com diversos aspectos desse exemplo. O primeiro é que essa demonstração é uma exemplificação de uma explicação causal material, o que não deveria causar nenhum espanto, pois 'matéria' em Aristóteles não possui apenas o sentido de *matéria física*[155]. Aristóteles evidentemente está

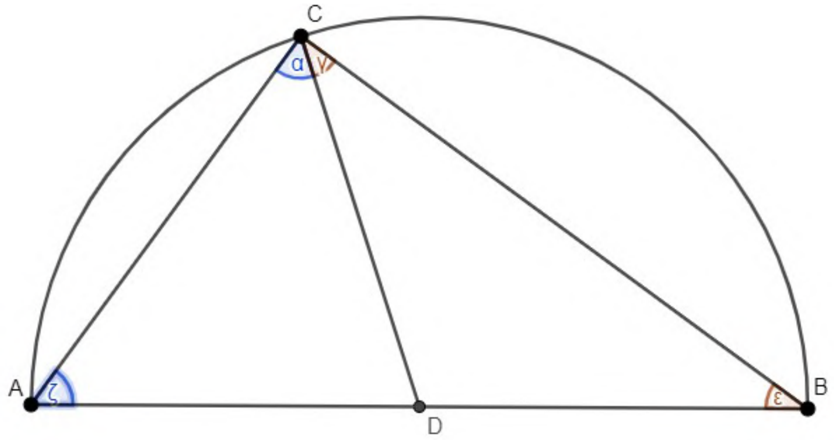
---

[154] Alguém poderia afirmar que a '2R (*A*) atribui-se aos ângulos em torno de um ponto (*B*)' é uma proposição indemonstrável em uma das acepções tradicionais (em hipótese alguma ela poderia ser considerada indemonstrável no sentido de não poder ser deduzida corretamente, visto que as premissas do silogismo são conversíveis), pois é uma consequência direta da Definição I. 10 dos *Elementos*. No entanto, o conjunto de premissas do silogismo não pode ser estabelecido independente de proposições previamente demonstradas. Sendo assim, julgo que, mesmo para este exemplo, a concepção de Porchat (2001) e Angioni (2012) seja mais apropriada, visto que a demonstração não se segue apenas a partir de axiomas da geometria.

[155] Em *Met* 1037a4-5 Aristóteles menciona que 'matéria' pode referir-se a objetos não sensíveis, no contexto da relação parte e todo (exemplo: a relação entre o semicirculo e o círculo); em 1045a33-5, Aristóteles menciona a 'matéria inteligível' como gênero de uma definição (exemplo: figura plana é matéria do círculo) matéria dos objetos matemáticos; em 1084b28-9, Aristóteles diz que a unidade é a

tomando esse exemplo como sendo um dos sentidos do termo 'elemento' em *Met* Δ. 3, 1014a35-1014b3 e M. 9, 1086a21-1086b13, em que o termo mediador possui uma função explanatória em um silogismo[156]. Barnes também menciona que Aristóteles dá "pistas" de uma formulação não silogística da demonstração, por meio de relações de equação, que seria como os geômetras efetivamente realizariam as demonstrações. No entanto, o que Barnes muito provavelmente não percebeu é que se levarmos a sério a noção de universal coextensivo, desenvolvida principalmente em *A.Po* I. 4-5, é que todo silogismo científico nas ciências matemáticas será uma relação de equação.

O diagrama dessa demonstração é elucidado em *Met* Θ. 9, 1051a27-29[157]:



Visto que AD, DC e DB são raios do semicírculo, e AD e DC são lados do triângulo ACD, então ele é um triângulo isósceles. Do mesmo modo, o triângulo CBD é isósceles, pois possui dois lados equivalentes ao raio do semicírculo. Sendo ACD isósceles, então $\alpha = \zeta$ (Proposição I. 5[158]). Pela mesma razão, $\gamma = \varepsilon$. Sendo que ζ, $\alpha + \gamma$ e ε são os ângulos do triângulo ABC, mas $\alpha + \gamma = \zeta + \varepsilon$. Desse modo, $\alpha + \gamma$ equivale à metade dos ângulos do triângulo ABC, e os ângulos de qualquer triângulo equivale a 2R.

Sendo assim, $\alpha + \gamma$ (*C*) equivale à metade do 2R (*B*), mas a metade do 2R (*B*) equivale a R (*A*), logo $\alpha + \gamma$ (*C*) equivale a R (*A*) (o silogismo exposto em *A.Po* II. 11, 94a27-36).

"matéria" dos números. Sobre esse tema ver Annas (2003, p. 30-33), Mueller (1970) e a seção 7.5 de Mendell (2019).

[156] Ver Malink (2017).

[157] Tanto no teorema do 2R, quanto no do ângulo em um semicírculo, que são mencionados nos *A.Po*, pressupõem os diagramas que são mencionados em *Met* Θ. 9, 1051a24-29. Isso, no mínimo, deveria levantar suspeitas acerca do pressuposto de que os *Analíticos* era uma obra de juventude e que a *Met* uma obra de maturidade e incompatível com os *Analíticos*.

[158] Teorema mencionado por Aristóteles em *A.Pr* I. 24, 41b13-31.

Algum intérprete poderia dizer que a premissa maior ‘R (*A*) atribui-se à metade do 2R (*B*)’ é algo autoevidente e ela seria entendida como sendo imediata no sentido de Filopono. No entanto, ela só é reconhecida enquanto premissa maior quando se é identificado que há uma relação de 2 : 1 entre os ângulos internos do triângulo e o ângulo em um semicírculo. Essa relação de razão é necessária para que haja a conversão do teorema do 2R como sendo o princípio para explicar porque R atribui-se ao ângulo em um semicírculo. Ou seja, não se trata de modo algum de algo autoevidente.

O teorema do 2R também é utilizado enquanto explicação causal para explicar porque o quadrilátero possui a soma dos ângulos internos equivalentes a 4R.

VI.4 Silogismo da Soma dos Ângulos Internos do Quadrilátero

O último exemplo analisado nesta dissertação é exposto na *Ética a Eudemo* II. 6 (doravante ‘*EE*’). Aristóteles apresenta um exemplo de demonstração geométrica e diz que esse exemplo segue o modelo exposto nos *Analíticos*. Nesta última seção, exponho como esse exemplo está em conformidade com a interpretação que estou defendendo.

Em *EE* II. 6, 1222b31-41 Aristóteles diz que:

> (i) Se, tendo o triângulo dois ângulos retos, é necessário o quadrilátero ter quatro ângulos retos; é evidente que o triângulo ter dois ângulos retos é a causa disso. (ii) Se o triângulo muda, é necessário também o quadrilátero mudar, por exemplo, se, o triângulo tivesse três, o quadrilátero teria seis, e, se quatro, oito. (iii) E se não mude, e é deste modo, é necessário aquilo ser deste modo. E é evidente que, a partir dos *Analíticos*, o que estamos lidando é necessário; (iv) Nesse momento não podemos dizer precisamente se é assim ou se não é, a não ser o que foi dito. (v) Portanto se não possuir outra causa do triângulo ser assim, ele deve ser um princípio e causa do que se segue. (tradução nossa).

> (i) εἰ γὰρ ἔχοντος τοῦ τριγώνου δύο ὀρθὰς ἀνάγκη τὸ τετράγωνον ἔχειν τέτταρας ὀρθάς, φανερὸν ὡς αἴτιον τούτου τὸ δύο ὀρθὰς ἔχειν τὸ τρίγωνον. (ii) εἰ δέ γε μεταβάλλει τὸ τρίγωνον, ἀνάγκη καὶ τὸ τετράγωνον μεταβάλλειν, οἷον εἰ τρεῖς, ἕξ, εἰ δὲ τέτταρες, ὀκτώ. (iii) κἂν εἰ μὴ μεταβάλλοι, τοιοῦτον δ᾽ ἐστί, κακεῖνο τοιοῦτον ἀναγκαῖον εἶναι. (iv) δῆλον δ᾽ ὃ ἐπιχειροῦμεν ὅτι ἀναγκαῖον, ἐκ τῶν ἀναλυτικῶν: (iv) νῦν δ᾽ οὔτε μὴ λέγειν οὔτε λέγειν ἀκριβῶς οἷόν τε, πλὴν τοσοῦτον. (v) εἰ γὰρ μηθὲν ἄλλο αἴτιον τοῦ τὸ τρίγωνον οὕτως ἔχειν, ἀρχή τις ἂν εἴη τοῦτο καὶ αἴτιον τῶν ὕστερον. (texto de Walzer e Mingay, 1991)

Em (i) Aristóteles apresenta o triângulo enquanto sendo um elemento causal da explicação do porque o quadrilátero possui 4R. Em seguida, Aristóteles elucida que há uma relação de 1 : 2 entre a soma dos ângulos internos do triângulo e a soma dos ângulos internos do quadrilátero. Essa relação de razão é explicitada em (ii), caso o triângulo possua 3R, então o quadrilátero terá 6R, a relação de razão se mantém. Sendo assim, o *explanandum* em questão é: por que 4R (A) atribui-se ao quadrilátero (*C*). O *explanans* exposto é que: 4R (A) atribui-se ao dobro do triângulo (*B*). Podemos assim construir o seguinte silogismo:

Silogismo do 4R

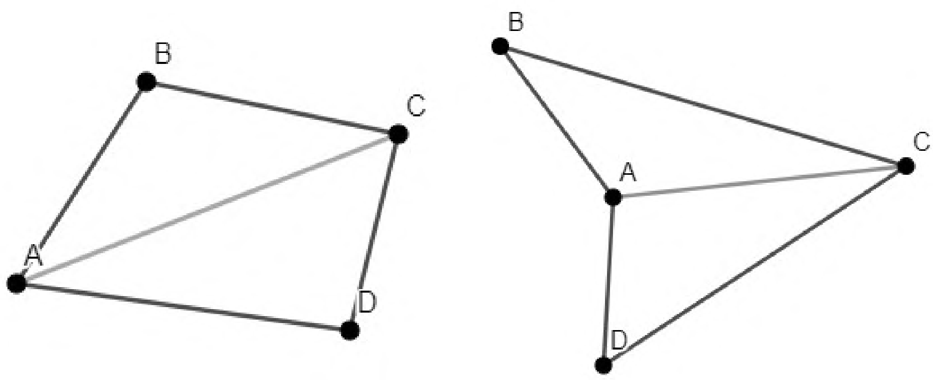
4R (A) atribui-se ao dobro do triângulo (*B*)

Dobro do triângulo (*B*) atribui-se ao quadrilátero (C)

4R (A) atribui-se ao quadrilátero (C)

Quando Aristóteles menciona o triângulo enquanto causa, ele evidentemente está se referindo especificamente em relação à soma dos ângulos internos do triângulo, visto que é justamente a respeito desse aspecto que se está analisando o quadrilátero e é exatamente nessa propriedade que há a equivalência entre um quadrilátero e dois triângulos[159].

No trecho (iii), Aristóteles menciona os *Analíticos* para se referir à noção de necessidade, defendo que o que seja necessário seja justamente a relação causal. Este ponto pode ser expresso pelos seguintes diagramas:



Independente de o quadrilátero ser côncavo ou convexo, ele pode ser dividido em dois triângulos que possuem os seus ângulos internos equivalentes a soma dos ângulos internos do quadrilátero. A reta que divide o quadrilátero necessariamente

[159] Aristóteles está assumindo um princípio apresentado em *Timeu* 53c, que afirma que todas as figuras retilíneas são compostas de triângulos.

precisa ser uma diagonal, para que a soma das partes dos ângulos dos triângulos formados seja equivalente a soma dos ângulos internos do quadrilátero.

Quando em (iv) Aristóteles afirma que ainda não é possível afirmar que é desse modo, provavelmente ocorre pelo fato de que a demonstração do 2R não havia sido mencionada nesse contexto. Sendo assim, só seria possível afirmar com precisão uma vez que a demonstração do 2R tivesse sido estabelecida.

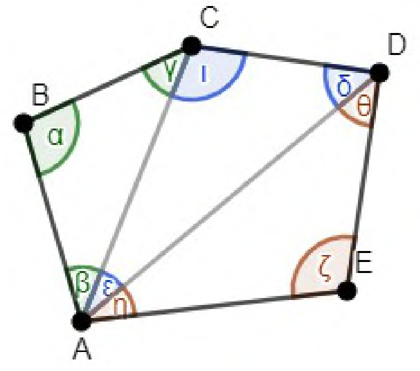
Por fim, Aristóteles afirma em (v) que "se não possuir outra causa do triângulo ser assim", defendo que ele esteja se referindo em relação ao *explanandum* em questão e não ao fato do triângulo possuir 2R, visto que o teorema do 2R é o maior exemplo aristotélico de proposição demonstrável e Aristóteles indica em (ii) que a demonstração do 2R não havia sido estabelecida. Desse modo, o triângulo é dito ser princípio e causa do que se segue. Esse ponto gera embaraços a Woods (1992, p. 118), pois ele assume o pressuposto tradicional de que o termo 'princípio' deva referir-se aos axiomas de um domínio científico e o teorema do 2R não é um axioma, mas está sendo chamado de 'princípio'. De outro lado, caso seja assumido que Aristóteles esteja usando o termo 'princípio' como foi defendido nesta dissertação, não há nenhuma estranheza nesse uso do termo e ele está em plena conformidade com a teoria da demonstração científica exposta nos *A.Po*, ponto que é afirmado por Aristóteles em (iii).

Por fim, quando Aristóteles diz em (v) que o triângulo é causa e princípio do que se segue, é provável que ele não esteja se referindo exclusivamente ao quadrilátero, mas sim a todas as figuras retilíneas. Afirmo isso, pois Aristóteles em *A.Po* II. 17, 16-23 menciona o fato de que a soma dos ângulos externos de qualquer figura retilínea equivale a 4R[160], o que pressupõe a universalização da soma dos ângulos internos das demais figuras retilíneas[161]. De tal modo, não parece razoável supor que Aristóteles esteja mencionando apenas o quadrilátero.

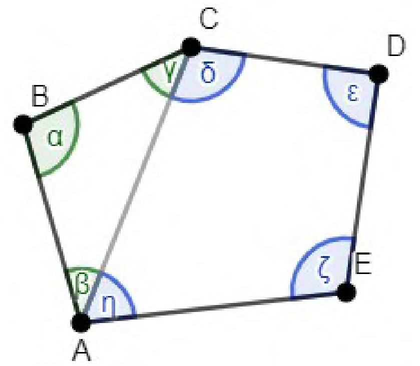
Tomemos outro problema, como o seguinte: "por que atribui-se 6R ao pentágono?". O triângulo também será utilizado na explicação causal, pois há uma razão de 1 : 3 entre a soma dos ângulos internos do triângulo e do pentágono. Isso se torna mais evidente no seguinte diagrama:

[160] Segundo Proclo (383 3-5), a causa seria: 2R vezes o número de lados menos a soma dos ângulos internos. O procedimento de prova e redução para uma figura silogística seria demasiado extenso, então não utilizei esse exemplo na dissertação.

[161] Sendo n o número de lados do polígono: $(n - 2) \times 2R$ é igual a quantidade de ângulos retos do polígono. A formulação tradicional da soma dos ângulos internos é uma simplificação dessa fórmula: 2n – 4 é igual a quantidade de ângulos retos da figura. Segundo Heath (1921, p. 143- 144), essa universalização é provavelmente pitagórica.



Alguém poderia objetar afirmando que o triângulo, nesse exemplo, não é um princípio necessário, pois seria possível realizar o mesmo cálculo a partir da adição da soma dos ângulos internos do triângulo e do quadrilátero, assim como está representado no diagrama seguinte:



No entanto, independente do procedimento de contagem, o que fundamenta a argumentação é a soma dos ângulos internos do triângulo, a soma dos ângulos internos do triângulo é utilizado como um intervalo de medida comum a todas as figuras retilíneas. Sendo assim, o termo mediador que explica porque 6R (*A*) atribui-se ao pentágono (*C*) é: *o triplo do triângulo* (*B*). Formando assim o seguinte silogismo:

Silogismo do 6R

6R (*A*) atribui-se ao triplo do triângulo (*B*)

O triplo do triângulo (*B*) atribui-se ao pentágono (*C*)

6R (*A*) atribui-se ao pentágono (*C*)

De tal modo, o teorema do 2R, ao ser identificada a relação de razão apropriada, pode ser utilizado para explicar a soma dos ângulos internos de toda e qualquer figura retilínea fechada. A rigor, o silogismo do 4R e silogismo do 6R não utilizam um termo mediador idêntico, sendo possível identificar *explanantia* diferentes aos *explananda* distintos, por meio da relação de razão apropriada que permita a conversão da soma dos ângulos internos do triângulo com a soma dos ângulos internos da figura retilínea em questão. De tal modo, tanto os requisitos semânticos da coextensividade e da assimetria intensional, quanto o requisito sintático de ser um argumento em uma estrutura silogística de primeira figura são satisfeitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aristóteles defende nos *A.Po* que uma demonstração científica pode ser estruturada em um argumento silogístico em primeira figura. Defendi que a primeira figura, para Aristóteles, é uma estrutura silogística apta para expressar um procedimento de análise com poder demonstrativo, que explica um dado *explanandum* a partir de uma proposição previamente estabelecida, por meio da conversão da conclusão com a premissa maior.

Um *explanandum* equivale a um *problema*, isto é, uma pergunta com a seguinte estrutura: por que *A* atribui-se a *C*? O *explanans* equivale ao conjunto da premissa maior (*A* atribui-se a *B*) e a premissa menor (*B* atribui-se a *C*). Essa explicação científica é o resultado final de todo um processo investigativo. Esse procedimento investigativo realiza um teste de hipótese que busca provar o *explanandum*. No âmbito da geometria, o processo de prova utiliza como recurso heurístico (e/ou didático) um diagrama particular para identificar qual é o elementos mais relevante no procedimento de prova. Uma vez identificado qual o elemento mais fundamental, a universalização é realizada a partir de um argumento, em uma estrutura silogística, que utiliza tal elemento como um termo mediador.

Defendi também que três problemas próprios ao método de análise estão presentes nos *A.Po*. O primeiro problema é a Aporia de Mênon, o segundo é a circularidade do processo de análise e o terceiro é o problema do regresso ao infinito. Os dois primeiros problemas emergem a partir da equivalência entre o *explanandum* e o *explananas*. Na Aporia, essa equivalência é exposta sem qualificação, mas o termo mediador (*B*) é equivalente ao sujeito da conclusão (*C*) apenas sob o aspecto (*A*) que se busca explicar. Dada a equivalência entre os termos, as premissas do *explanans* podem ser corretamente deduzidas a partir da conclusão. No entanto, as premissas devem possuir uma prioridade explanatória em relação com a conclusão. Essa prioridade, contudo, faz com que o método de demonstração seja regressivo (para se demonstrar um *explanandum*, é preciso um *explanans* anterior), o que faz com que surja o problema do regresso ao infinito. Aristóteles defende que esse regresso não ocorre ao infinito, pois certas proposições em um domínio científico são em si mesmo indemonstráveis, que são chamados também de ‘princípios’, mas de um *domínio científico*. Defendo, contudo, que o referente do termo ‘princípio’ não seja necessariamente aos termos primitivos de um domínio científico, em verdade, na maioria dos casos, o referente do termo 'princípio' é o elemento mais relevante na explicação de um *explanandum*.

Defendi que em *A.Po* I. 2, 71b9-12 Aristóteles expõe a definição do conhecimento científico *sem mais*. O conhecimento científico *sem mais* é um tipo de conhecimento com o maior nível epistêmico, que é adquirido quando alguém identifica a causa necessária de um dado *explanandum*. Nos *A.Po*, Aristóteles menciona outros métodos de análise, tal como a divisão. A divisão tem o poder de estabelecer as definições de proposições indemonstráveis e de identificar os *explananda* apropriados para serem demonstrados, mas ela não possui um valor probatório, como possui a demonstração. Conhecer a demonstração de cada objeto é conhecer a causa necessária desse objeto.

Aristóteles defende que é preferível ter conhecimento universal a possuir conhecimento particular. Defendi que o sentido estrito de 'universal', no âmbito demonstrativo, não se reduz ao quantificador de uma proposição, mas sim ao sentido estrito de universal coextensivo. Para uma demonstração ser qualificada como sendo *universalmente primeira*, ela deve ser um silogismo cujos termos do argumento sejam conversíveis entre si. Caso tal requisito extensional não seja satisfeito, a explicação em questão incorre em algum dos três enganos apresentados em *A.Po* I. 5. Além do mais, o sujeito (*C*) selecionado na conclusão deve ser intensionalmente adequado de modo que seja precisamente em virtude do sujeito ser exatamente o que ele é que o predicado (*A*) se atribua ao sujeito, por exemplo, é especificamente em virtude do triângulo (*C*) ser uma figura retilínea fechada, que 2R (*A*) seja um predicado que se atribui ao triângulo *per se*.

No entanto, a identificação do sujeito apropriado e a coextensividade entre os termos do silogismo, apesar de serem condições necessárias, são insuficientes para que a explicação seja qualificada enquanto um conhecimento científico *sem mais*. Deve haver uma assimetria intensional entre as premissas e a conclusão. Além disso, o termo mediador presente nas premissas deve ser o princípio apropriado que adequadamente explica o que o *explanandum* é. Essa assimetria intensional se expressa na distinção entre o *silogismo do que* e o *silogismo do porque*. O *silogismo do que*, parte do *explanandum* como um dado e deduz o *explanans*. Já o *silogismo do porque*, é a conversão entre a premissa maior e a conclusão do *silogismo do que*.

O *silogismo do que* parte do que é "anterior para nós" e busca identificar o que é "anterior por natureza", isto é, a identificação do princípio primeiro e imediato, o princípio apropriado. O silogismo do que é atingido a partir do procedimento epagógico, que realiza um teste de hipóteses e busca identificar o termo mediador que apropriadamente explica o *explanandum*. No caso do *Problema da Duplicação do Quadrado*, por exemplo, a análise do problema é realizada quando se identifica que o quadrado (*C*) que possui o dobro da área de um quadrado arbitrário (*A*) é construído a partir da diagonal do quadrado arbitrário (*B*). Uma vez identificado o princípio apropriado, a prova realizada no procedimento epagógico pode ser reduzida aos três termos da demonstração, formando o *silogismo do que*. A demonstração propriamente científica é a conversão entre a premissa maior e a conclusão do *silogismo do que*. Caso esse procedimento tenha sido adequadamente realizado, o termo mediador é o fundamento explanatório do *explanandum*, independente do procedimento de prova realizado. No caso do teorema do 2R, por exemplo, independentemente do procedimento de prova ter sido o pitagórico ou o euclidiano, os ângulos em torno de um ponto (*B*) é o elemento explanatório empregado para explicar o *explanandum*: 2R (*A*) atribui-se ao triângulo (*C*).

Desse modo, a demonstração aristotélica desenvolvida nos *A.Po*, no âmbito da geometria, é fundamentalmente analítica, consiste explicar um dado *explanandum* a partir de um *explanans* previamente estabelecido, que possua como princípio apropriado o elemento mais importante empregado nos procedimentos de prova. O *explanans* é o conjunto da premissa maior e a premissa menor, e o *explanandum* é a conclusão. O elemento empregado no termo mediador é a causa necessária que explica o que é o *explanandum*.

BIBLIOGRAFIA

I. EDIÇÕES CRÍTICAS E TRADUÇÕES DE OBRAS GREGAS

ANGIONI, L. (2002). "Aristóteles: Segundos Analíticos, Livro II". Campinas: IFCH/UNICAMP.

ANGIONI, L. (2004a). "Aristóteles: Metafísica, Livros IX e X". Campinas: IFCH/UNICAMP.

ANGIONI, L. (2004b). "Aristóteles: Segundos Analíticos, Livro I". Campinas: IFCH/UNICAMP.

BARNES, J. (1993). "Aristotle, Posterior Analytics". Clarendon Press, 2ª edição.

BURNET, J. (1903) "Platonis Opera, vol. III". Oxford: Clarendon Press.

HEIBERG, L. (1969). "Euclidis Elementa". Leipzig: B. G. Teubner. Editado por E. S Stamatis, J. L. Heiberg.

FRIEDLEIN, G. (1967) "Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii". (Series: Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana), Leipzig: Teubner.

HEATH, T. (1926). "The Elements of Euclid. 3 vols". 2nd. ed. Eng. trans. with comm. T.L. Heath. Cambridge: Cambridge U. P., (reprint: New York, Dover, 1956).

Hultsch, Fridericus. (1876). "Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt". Apud Weidmannos.

IGLÉSIAS, Maura. (2001). "Mênon". São Paulo: Edições Loyola.

MORROW, G. (1992). "A Commentary on the First Book of Euclid's Elements. Trans. with intro. and notes by Glenn R. Morrow". Forward by Ian Mueller. Princeton: Princeton University Press.

ROSS, W. (1949). "Aristotle's Metaphysics Volume II: A Revised Text with Introduction and Commentary". Oxford University Press.

ROSS, W. (1964). "Aristotle's Prior and Posterior Analytics: A Revised Text with Introduction and Commentary". Oxford University Press.

WALZER, R; MINGAY, J. (1991). "Ethica Eudemia: A Revised Text with Introduction and Commentary". Oxford University Press.

WOODS, M. (1992). "Eudemian Ethics BOOKS I, II, and VIII Translated with a Commentary". Clarendon Press, 2ª edição.

II. LITERATURA SECUNDÁRIA

ANGIONI, Lucas. (2012). “Os seis requisitos das premissas da demonstração científica em Aristóteles (Segundos Analíticos I 2)”. Manuscrito 35, n. 1, p. 7-60.

__________. (2014a). “Demonstração, Silogismo e Causalidade”. In: ANGIONI, L. (ed.). Lógica e Ciência em Aristóteles. Campinas, PHI, p. 61-120.

__________. (2014b). “Aristotle on Necessary Principles and on Explaining X Through the Essence of X”. Studia Philosophica Estonica 7, n. 2, p. 88-112.

__________. (2016). “Aristotle’s Definition of Scientific Knowledge (APo 71b9-12)”. Logical Analysis and History of Philosophy 19, p. 140-166.

__________. (2018a). “Causality and Coextensiveness in Aristotle’s Posterior Analytics 1.13”. Oxford Studies in Ancient Philosophy 54, p. 159-185.

__________. (2018b). “Geometrical premises in Aristotle’s Incessu Animalium and kind-crossing”. ANAIS DE FILOSOFIA CLÁSSICA, vol. 12 nº 24, p. 53-71.

__________. (2019). “WHAT REALLY CHARACTERIZES EXPLANANDA: PRIOR ANALYTICS, I,30**”.** EIRENE. STUDIA GRAECA ET LATINA, LV, 2019, 147–177.

__________. (2020). “Aristóteles e a Necessidade do Conhecimento Científico”. Discurso p. 193-238.

BARNES, Jonathan. (1976). “ARISTOTLE, MENAECHMUS, AND CIRCULAR PROOF”. The Classical Quarterly , Volume 26 , Issue 2, pp. 278 – 292.

__________. (1985). “Aristotle's Arithmetic”. Revue de Philosophie Ancienne 3: 97-133.

__________. (1969). “Aristotle's Theory of Demonstration”. Phronesis 14: 123-52. Revised in Articles. Vol. 1, ed. Barnes et al., 65-87.

__________. (1981). “Proof and the Syllogism”. In Berti (1981), 17-59.

BASTOS, Davi. (2020). “A Teoria da Demonstração Científica de Aristóteles em Segundos Analíticos 1.2-9 e 1.13”. Archai 30:e03021.

BEANEY, Michael. (2021) "Analysis". *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2021/entries/analysis/>.

BOSTOCK, David. (2012). “Aristotle’s philosophy of mathematics”. In: Christopher Shields (Ed.) The Oxford Handbook of Aristotle. Oxford University Press, p. 465-491.

BRONSTEIN, David. (2016). “Aristotle on Knowledge and Learning”. Oxford, Oxford University Press.

BURNYEAT, Myles. (1981). “Aristotle on Understanding Knowledge”. In Berti, E.(ed.), pp.97-140.

BYRNE, Patrick. (1997). Analysis and Science in Aristotle. State University of New York Press

CORCORAN, John. (2009). “Aristotle’s Demonstrative Logic”. History and Philosophy of Logic, 30:1, pp. 1-20.

CRUBELLIER, Michel. (2011). “Du Sullogismos au syllogism”. Source: Revue Philosophique de la France et de l'Étranger, T. 201, No. 1, L'ORGANON D'ARISTOTE, p. 17-36.

___________________. (2017). “The programme of Aristotelian analytics”. Revista de Humanidades de Valparaíso, No 10, p. 29-59.

FEREJOHN, Michael. (2013). “Formal Causes: Definition, Explanation, and Primacy in Socratic and Aristotelian Though”. Oxford University Press.

FINE, Gail. (2014) *The Possibility of Inquiry: Meno’s Paradox from Socrates to Sextus*. Oxford: Oxford University Press.

GRAY, Jeremy e FERREIRÓS, José (2021). “Epistemology of Geometry”. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2021 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/fall2021/entries/epistemology-geometry/>.

HASPER, Pieter. (2006). “Sources of delusion in Analytica Posteriora I 5”. Phronesis 51, p. 252-284.

____________. (2011). “BEING CLEAR ABOUT THE EXPLANATION: A MATHEMATICAL EXAMPLE IN ARISTOTLE, METAPHYSICA Θ.9, 1051A26-9”. Classical Quarterly 61.1, p. 172–177

HEATH, Thomas. (1921). “A History of Greek Mathematics, Volume I: from Thales to Euclid”. Nova Iorque: Dover Publications.

HELMIG, Christoph and Carlos Steel. (2021). "Proclus", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/fall2021/entries/proclus/>.

_____________. (1949). "Mathematics in Aristotle". Oxford: Oxford University Press.

KATZ, Emily. (2019). "Geometrical Objects as Properties of Sensibles: Aristotle's Philosophy of Geometry". Phronesis**.**

KNORR, Wilbur. (1975). "The Evolution of the Euclidean Elements". Synthese Historical Library 15. Dordrecht: Reidel.

_________. (1986). "The Ancient Tradition of Geometric Problems". Boston: Birkhäuser, (reprint, New York: Dover).

_________. (1991). "What Euclid Meant: On the Use of Evidence in Studying Ancient Mathematics**".** Science and Philosophy in Classical Greece, p. 119-163.

LEE, Desmond. (1935). "Geometrical Method and Aristotle's Account of First Principles". Classical Quarterly 29: 113-123.

LEAR, Jonathan. (1982). "Aristotle's Philosophy of Mathematics". The Philosophical Review, Vol. 91, No. 2, p. 161-192, Apr.

LENNOX, James. (1987). "Divide and Explain: The Posterior Analytics in Practice". In: GOTTHELF, A.; LENNOX, J. G. (eds.). Philosophical Issues in Aristotle's Biology. Cambridge, Cambridge University Press, p. 90-119.

MALINK, Marko. (2017). "Aristotle On Principles As Elements". Oxford Studies in Ancient Philosophy 53, p. 163-213.

_____________. (2020). DEMONSTRATION BY REDUCTIO AD IMPOSSIBILE IN POSTERIOR ANALYTICS. Oxford Studies in Ancient Philosophy Volume LVIII. Edited by: Victor Caston, Oxford University Press.

MCKIRAHAN, Richard. (1992). "Principles and Proofs: Aristotle's Theory of Demonstrative Science"**.** Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

___________________. (1983). "Aristotelian Epagoge in Prior Analytics 2. 21 and Posterior Analytics 1. 1". Journal of the History of Philosophy, Volume 21, Number 1, January, pp. 1-13.

MENDELL, Henry. (1984). "Two Geometrical Examples from Aristotle's Metaphysics". Classical Quarterly 34, 359-72.

______________. (1998). "Making sense of Aristotelian demonstration". In: Oxford Studies in Ancient Philosophy, vol. 16, p. 161-225.

______________. (2007). “Two Traces of Two-Step Eudoxan Proportion Theory in Aristotle: a Tale of Definitions in Aristotle, with a Moral”. Archive for History of Exact Sciences volume 61, p. 3–37.

______________. (2019). “Aristotle and Mathematics”. Stanford Encyclopedia of Philosophy (http://plato.stanford.edu/entries/aristotle-mathematics/).

MORAVCSIK, Julius. (1974). “Aristotle on Adequate Explanations”. Synthese 28, p. 3-17.

MUELLER, Ian. (1970). “Aristotle On Mathematical Objects”. Archiv für Geschichte der Philosophie 52 (2):156-171.

. (1981). “Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements”. Cambridge: MIT Press.”

____________. (1982). “Aristotle and the Quadrature of the Circle”. In: KRETZMANN, N. (ed.), Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought, Cornell: Cornell University Press, p. 146-164

PORCHAT, Oswaldo. (2000). “Ciência e Dialética em Aristóteles”. São Paulo: Ed. UNESP.

STEINKRÜGER, Philip. (2018). “Aristotle on Kind-Crossing”. Oxford Studies in Ancient Philosophy 54, p. 107-158.

HELMIG, Christoph e STEEL, Carlos. (2021). “Proclus”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/fall2021/entries/proclus/>.

ZUPPOLINI, Breno. (2018a). “Aristotle on Per Se Accidents”. Ancient Philosophy 38, n. 1, p. 113-135.

_______________. (2018b). “Explanation and Essence in Posterior Analytics II 16-17”**.** Archai (24), p. 229-264.

_______________. (2020). “Comprehension, Demonstration, and Accuracy in Aristotle”. Journal of the History of Philosophy. Journal of the History of Philosophy, Volume 58, Issue 1, January, 2020, p 29-48.