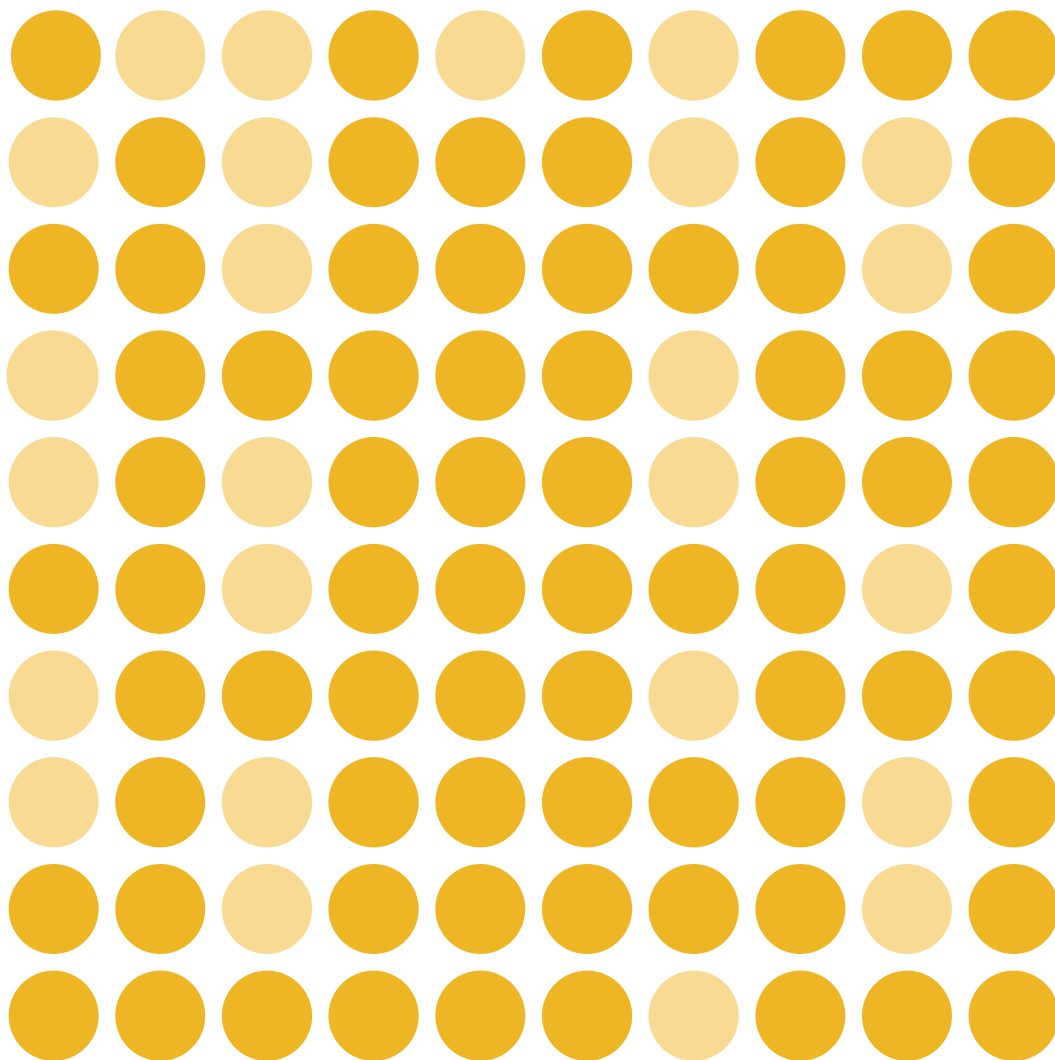


SieB

Ralf Krömer und Gregor Nickel (Hrsg.)

| Band 16 • 2022

Siegener Beiträge zur
Geschichte und Philosophie
der Mathematik



Mit Beiträgen von

S. Berendonk | H. Boehme | C. H. Hoffmann |

D. Koenig | J. Lemanski | J. Özel |

F. Pielsticker und I. Witzke | Š. Porubský |

D. Rami | R. Tobies

Ralf Krömer, Gregor Nickel (Hrsg.)

SieB

**Siegener Beiträge
zur Geschichte und Philosophie der Mathematik**

Band 16 (2022)

Mit Beiträgen von:

S. Berendonk | H. Boehme | C. H. Hoffmann | D. Koenig | J. Lemanski
J. Özel | F. Pielsticker und I. Witzke | Š. Porubský | D. Rami | R. Tobies

Ralf Krömer
Fachgruppe Mathematik
Bergische Universität Wuppertal
Gaußstraße 20
D-42119 Wuppertal
rkroemer@uni-wuppertal.de

Gregor Nickel
Departement Mathematik
Universität Siegen
Walter-Flex-Str. 3
D-57068 Siegen
nickel@mathematik.uni-siegen.de

Siegener Beiträge zur Geschichte und Philosophie der Mathematik Bd. 16 (2022)
Herausgeber: Ralf Krömer (Wuppertal) und Gregor Nickel (Siegen)

Rechte: bei den Herausgebern/den Autoren
universi – Universitätsverlag Siegen 2022



Umschlaggestaltung: Sebastian Schorcht
Druck: UniPrint, Universität Siegen
gedruckt auf holz- und säurefreiem Papier

ISSN: 2197-5590

Vertrieb:
universi – Universitätsverlag Siegen
Am Eichenhang 50
57076 Siegen
info@universi.uni-siegen.de
www.uni-siegen.de/universi

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
<i>Harald Boehme</i>	
Von Theodoros bis Speusippos. Zur Entdeckung des Inkommensurablen sowie der Seiten- und Diagonalzahlen	5
<i>Jasmin Özel</i>	
Diagrammatisches Denken bei Euklid	63
<i>Christian Hugo Hoffmann</i>	
Der Hauptsatz in der Ars conjectandi: Interpretationen von Bernoullis Beiträgen zu den Anfängen der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie	79
<i>Jens Lemanski</i>	
Schopenhauers Logikdiagramme in den Mathematiklehrbüchern Adolph Diesterwegs	101
<i>Dolf Rami</i>	
Frege über Merkmale von Begriffen	133
<i>Daniel Koenig</i>	
Der Raum als Reihenbegriff – Ernst Cassirers Deutung der Geometrieentwicklung des 19. Jahrhunderts	175
<i>Renate Tobies</i>	
Zum 100-jährigen Jubiläum des Ernst Abbe-Gedächtnispreises	199
<i>Štefan Porubský</i>	
Štefan Schwarz und die Entstehung der Halbgruppentheorie	221
<i>Stephan Berendonk</i>	
Ein dialektischer Weg zur Summe der Kubikzahlen	235
<i>Felicitas Pielsticker & Ingo Witzke</i>	
Devilish prime factorization – fundamental theorem of arithmetic	251
Adressen der Autoren	261

Frege über Merkmale von Begriffen

Dolf Rami

Zusammenfassung In diesem Aufsatz möchte ich zeigen, dass zwei in der Literatur vorgeschlagene Bestimmungen von Merkmalen von Begriffen bei Frege vor unterschiedlichen Schwierigkeiten stehen und entweder kontraintuitive Konsequenzen haben oder nicht auf die von Frege selbst ins Spiel gebrachten Beispiele von komplexen Begriffen sinnvoll anwendbar sind. Die erste Konzeption fasst Merkmale als analytische Komponenten von Begriffen auf, die zweite als definitorische Teilbegriffe. Ich werde zeigen, dass man nur die zweite Auffassung sinnvoll so modifizieren kann, dass man dadurch zu einer halbwegs angemessenen Bestimmung von Merkmalen von Begriffen gelangt, die mit Freges Erläuterungen und Beispielen übereinstimmt.

Abstract In this paper I want to show that two proposals to determine Frege's notion of a mark (Merkmal) of concepts that are made in the relevant literature face some serious interpretative and systematic problems. The first of these conceptions interprets *marks* as analytic components of a concept, the second as defining parts of a concept. I will show that only the second conception can be modified in a somehow meaningful way such that we get a conception of marks as result that fits with Frege's general characterizations and examples.

Frege unterscheidet in strikter und berühmter Weise zwischen den *Eigenschaften* und den *Merkmalen* von Begriffen. Die wichtigsten und bekanntesten Erläuterungen zu dieser Unterscheidung finden sich in Frege (1884) und Frege (1892) und sie lauten wie folgt:

Unter Eigenschaften, die von einem Begriffe ausgesagt werden, verstehe ich natürlich nicht die Merkmale, die den Begriff zusammensetzen. Diese sind Eigenschaften der Dinge, die unter den Begriff fallen, nicht des Begriffes. So ist „reckwinkelig“ nicht eine Eigenschaft des Begriffes „rechtwinkeliges Dreieck“; aber der Satz, daß es kein rechtwinkeliges,

geradliniges, gleichseitiges Dreieck gebe, spricht eine Eigenschaft des Begriffes „rechtwinkeliges, geradliniges, gleichseitiges Dreieck“ aus; diesem wird die Nullzahl beigelegt.¹

Nach meiner Redeweise kann etwas zugleich Eigenschaft und Merkmal sein, aber nicht von demselben. Ich nenne die Begriffe, unter die ein Gegenstand fällt, seine Eigenschaften, so dass

„ Φ zu sein ist eine Eigenschaft von Γ “

nur eine andere Wendung ist für

„ Γ fällt unter den Begriff des Φ “.

Wenn der Gegenstand Γ die Eigenschaften Φ , X und Ψ hat, so kann ich diese in Ω zusammenfassen, so daß es dasselbe ist, ob ich sage, Γ haben die Eigenschaft Ω oder ob ich sage, Γ habe die Eigenschaften Φ und X und Ψ . Ich nenne dann Φ , X und Ψ Merkmale des Begriffs Ω und zugleich Eigenschaften von Γ .²

Welche Thesen und Bestimmungen bezüglich des Begriffs eines Merkmals von Begriffen kann man aus diesen beiden Zitaten explizit extrahieren? In jedem Fall zumindest die folgenden:

- (T1) Zumindest manche Begriffe setzen sich aus (ihren) Merkmalen zusammen.
- (T2) Die Merkmale eines Begriffs treffen auf alle Gegenstände zu, die unter diesen Begriff fallen.
- (T3) Eigenschaften eines Gegenstands können zumindest unter bestimmten Umständen zu einem Begriff zusammengefasst werden, der diese Eigenschaften als Merkmal hat.³
- (T4) Eigenschaften, die von einem Begriff ausgesagt werden, sind keine Eigenschaften der Merkmale eines Begriffs, sondern der Gegenstände, die unter diesen Begriff fallen.

1. Frege (1884, §53).

2. Frege (1892, 201-202).

3. Frege verwendet durchgängig die Ausdrücke „Eigenschaft“ und „Begriff“ als füreinander austauschbar. Für ihn sind auch die Ausdrucksweisen „ x fällt unter den Begriff F “ und „ x hat die Eigenschaft F zu sein“ Varianten voneinander. Das ist allerdings völlig unproblematisch, weil Frege diese beiden Ausdrücke als technische Ausdrücke verwendet, ähnlich wie „Bedeutung“ oder „Gedanken“. Intuitiv mag man eine Unterscheidung zwischen Begriffen und Eigenschaften ziehen wollen. Aber unsere natürlichsprachliche Verwendung ist für Frege irrelevant und philosophisch gesehen, ist die betreffende Unterscheidung auch kontrovers und gar nicht leicht im Detail zu verteidigen.

Auf der Basis dieser Thesen erhält man eine relativ gute Abgrenzung zwischen *Eigenschaften* und *Merkmalen* von Begriffen, das Wesen von Merkmalen wird dadurch aber noch nicht hinlänglich genau bestimmt. D.h. es bleiben noch eine Menge von Fragen offen. Wichtige Fragen wie bspw. die folgenden:

- (F1) Haben nur komplexe Begriffe Merkmale?
- (F2) Ist jeder Begriff Merkmal seiner selbst?
- (F3) Sind universelle Begriffe, die auf alle Dinge zutreffen, Merkmale *jedes* Begriffs?
- (F4) Können auch widersprüchliche oder unmöglich erfüllbare Begriffe Merkmale haben?
- (F5) In welchem konkreten Sinn *setzen sich* manche Begriffe aus Merkmalen *zusammen*?

Eine vollständige Konzeption des Wesens von Merkmalen von Begriffen muss diese Fragen klar beantworten können. Es fragt sich allerdings, ob Frege über solch eine Konzeption wirklich verfügt, oder ob er zumindest Antworten auf manche der angeführten Fragen gegeben hat.

In der Literatur zum Thema gibt es unterschiedliche Angebote, Freges Ausführungen mit einer allgemeinen Konzeption von Merkmalen zu unterfüttern. Was aus den oben angeführten zwei Zitaten nicht klar hervorgeht, aber aus anderen Ausführungen von Frege zum Thema entnommen werden kann, ist der Umstand, dass Merkmale in irgendeinem Sinn *Teile* von komplexen Begriffen sind. Der Begriff eines Teils ist allerdings mehrdeutig und kann für verschiedene Arten der Zerlegung stehen. Die entscheidende Frage ist nun, in welchem Sinn Merkmale *Teile* von komplexen Begriffen sind. Die folgenden drei unterschiedlichen Antworten auf diese Frage scheinen mir die nennenswertesten zu sein.

- (K1) Merkmale sind metaphysisch-konstitutive Teilbegriffe von komplexen Begriffen.
- (K2) Merkmale sind analytische Konstituenten von Begriffen.
- (K3) Merkmale sind definitonische Teilbegriffe von komplexen Begriffen.

Die erste Auffassung wird in Künne (2010) diskutiert und als unangemessen verworfen. Die zweite Auffassung wird in Kutschera (1989) Frege zugeschrieben und in Künne (2010) Frege empfohlen. Die dritte Auffassung hat Gabriel (1980) zufolge Frege vertreten.

Ich werde die angeführten Auffassungen kurz darlegen und einer kritischen Prüfung unterziehen.

Bevor ich das tue, möchte ich noch kurz die Frage beantworten, warum das Thema

von Freges Konzeption von Merkmalen interessant ist. Die Auffassung, dass sich manche Begriffe in ihre Merkmale zerlegen lassen, ist eine sehr traditionelle Auffassung, die typischer Weise mit einer traditionellen Auffassung von Begriffen als mentalen Konzepten oder Universalien einhergeht. Frege selbst hat eine gänzlich andere, viel grobkörniger Auffassung der Individuation von Begriffen. Vor diesem Hintergrund ist es eine interessante Frage, wie er versucht die traditionelle Auffassung der Begriffsmerkmale, die für ihn philosophisch nützlich ist, mit seiner eigenen Konzeption der Begriffe vereinbar zu machen.

1 Merkmale als metaphysisch-konstitutive Teile von komplexen Begriffen

Der Auffassung (K1) zufolge ist der Begriff der Bläue ein metaphysisch-konstitutiver Teil des Begriffs eines blauen Schals in einem analogen Sinn so wie ein blauer Legosteinein Teil einer Legokonstruktion aus mehreren unterschiedlichen Legosteinen sein kann. D.h. so wie sich eine Legokonstruktion aus Lego-Teilen metaphysisch zusammensetzt oder eine strukturierte Propositionen aus Propositionskomponenten, so setzt sich auch ein komplexer Begriff als metaphysischer Komplex aus anderen Begriffen zusammen. Merkmale sind daher Teile eines Begriffs in einem metaphysisch-konstitutiven Sinn. Dieses Verständnis von Merkmalen von Begriffen mag seit Locke die Standardauffassung unter Philosophen sein.⁴ Man findet sie wohl auch noch bei Kant und Bolzano.⁵ Allerdings kann diese Auffassung nicht sinnvoll von Frege übernommen werden, wie Künne meiner Ansicht nach überzeugend darlegt:

Seit 1890 versteht er [Frege] unter einem Begriff (offiziell) immer die Bedeutung eines einstelligen Prädikats, und diese Bedeutung ist in seinen Augen eine Funktion. Will er gewissen Funktionen nachsagen, dass sie aus Teilen zusammengesetzt sind? Und dass diese Teile selber wiederum Funktionen sind? Wohl kaum, und er sagt so etwas m. W. auch nie. Wenn man unter einem Begriff den Sinn eines einstelligen Prädikats versteht, dann ist die Rede von Teilbegriffen weniger problematisch, vielleicht sogar unproblematisch: Der Sinn von „ ξ ist schwarz“ ist eine Komponente des komplexen Prädikats „ ξ ist ein Pferd und ξ ist schwarz“ [.] Wenn Eigenschaften Begriffe im technischen Verstande dieses Wortes sind, dann ist der Sinn von „ ξ ist schwarz“ eine Art

4. Siehe dazu: Locke (1690, Buch 3, Kapitel 3).

5. Siehe dazu: Kant (1800, Buch 1, Abschnitt 1) und Bolzano (1837, Band 1, §73).

des Gegebenseins des Begriffs ξ *ist schwarz*. [...] Wenn man den Sinn eines monadischen Prädikats als ein Konzept bezeichnet, könnte die Neufassung dann so aussehen: ‚Die Merkmale eines Konzeptes K sind Konzepte, die Teile von K sind und unter die etwas fallen muss, wenn es unter K fallen soll?‘ Nein, denn die Relation des Fallens-unter besteht zwischen Gegenständen und Begriffen. Der mereologische Charakter müsste ganz aufgegeben werden. So wenig wie Teile eines Satzes Teile der Bedeutung des Satzes bedeuten [...], so wenig bedeuten Teile eines Prädikats Teile der Bedeutung des Prädikats.⁶

Kurz zusammengefasst lautet diese Kritik wie folgt: Begriffe sind für Frege ab 1890 Funktionen von Gegenständen in Wahrheitswerte. Eine Funktion ist metaphysisch gesehen eine unvollständige, aber einfache Entität. (Logisch gesehen können Funktionen durch bspw. das (boolesche) Produkt zweier einfacher Funktionen konstruiert werden.)

Funktionen setzen sich metaphysisch-konstitutiv nicht aus anderen Funktionen zusammen, sie haben für Frege auch nicht ihre Argumente oder Werte als metaphysische Teile.⁷

Vor diesem Hintergrund kann die Auffassung (K1) nicht sinnvoll auf den späteren Frege angewendet werden.

Soweit kann ich Künne zustimmen. Er unterstellt Frege allerdings *vor* 1890 eine Konzeption von Begriffen auf der Basis von (K1) explizit im Sinn gehabt zu haben.⁸ Ich bin mir nicht sicher, ob wir so weit gehen müssen, oder ob es dazu nicht eine durchgehende sinnvolle Alternative gibt. Ich glaube ich kann sinnvolle Alternativen dazu anbieten, die auf (K3) basieren.

2 Merkmale als analytische Komponenten

Eine andere Alternative besteht in (K2). Künne bringt diese selbst ins Spiel und bietet diese Frege an, ohne ihm diese Alternative explizit zuzuschreiben. Zuvor wurde diese Alternative schon in von Kutschera (1980) Frege explizit zugeschrieben:

6. Künne (2010, 219-220); siehe dazu auch: Künne (2001).

7. Nach einer reduktiven mengentheoretischen Auffassung von Funktionen, die Frege aber ablehnt, könnte man dafür argumentieren, dass Funktionen ihre Argumente und Werte als metaphysische Teile haben, weil Funktionen demnach Mengen von geordneten Paaren sind, die aus Argument-Wert-Paare bestehen.

8. Siehe dazu: Künne (2010, 219, 220).

Für einen einstelligen Begriff 1. Stufe F ist eine *Eigenschaft* von F ein einstelliger Begriff G 2. Stufe, der auf F zutrifft. Ein Merkmal von F ist dagegen ein (einsteiliger) Begriff G 1. Stufe, für den der Satz $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ analytisch gilt[.]⁹

Zum theoretischen Arsenal der GL [*Die Grundlagen der Arithmetik*], in denen Frege das Merkmalskonzept einführt, gehört nicht das Konzept der Notwendigkeit, aber das der analytischen Wahrheit. Mit seiner Hilfe könnte Frege die Erklärung des Merkmalskonzepts so formulieren: Die Merkmale eines Begriffs (erster Stufe) sind die Begriffe von denen gilt: es ist eine analytische Wahrheit, dass ein Gegenstand, wenn er unter jenen Begriff fällt, auch unter diesen fällt. Beim Beweis der Wahrheit, dass Bukephalos schwarz ist, wenn er ein Rappe ist, „stößt man . . . nur auf die allgemeinen logischen Gesetze und auf Definitionen“; also ist sie im Sinne von GL §3 analytisch.¹⁰

Auf den ersten Blick scheint man mit dieser Konzeption einen sehr guten Ersatz für (K1) gefunden zu haben. Aber ein genauerer Blick auf Freges Erläuterungen zum Begriff von Merkmalen und die von ihm gewählten Beispiele zeigt, dass es sich beim (K2) nicht wirklich um eine geeignete Ausbuchstabierung von Freges Konzeption von Merkmalen von Begriffen handelt.

Um diese Spannung feststellen zu können, müssen wir uns bestimmter Konsequenzen von (K2) bewusst werden.

Erstens folgt aus (K2), dass jeder Begriff ein Merkmal seiner selbst ist. Denn die Behauptung, dass für alle x gilt, dass wenn x F ist, dann ist x F , ist eine allgemeine logische Wahrheit und somit in Freges Sinn auch eine analytische Wahrheit.

Zweitens gilt als Konsequenz daraus, dass alle Begriffe und somit auch alle nicht-komplexen Begriffe zumindest sich selbst als Merkmal haben.

Drittens ist eine weitere Konsequenz von (K2), dass zumindest manche Begriffe, die auf alles zutreffen, Merkmale von *allen* Begriffen sind. Das Gesetz der Identität „Für alle x gilt: $x=x$ “ ist bei Frege ein logisches Gesetz. Wenn „Für alle x gilt: $x=x$ “ ein Gesetz der klassischen Logik ist, dann ist auch „Für alle x gilt: Wenn x F ist, dann $x=x$ “ für beliebige F eine logische Wahrheit. D.h. aber nun auch, dass der Begriff der Selbst-Identität als Konsequenz von (K2) ein Merkmal jedes Begriffs ist. Es ist nicht klar, ob man das ohne weiteres auf andere universelle Begriffe, die auf alles zutreffen, übertragen kann. Denn bei Frege ist der Satz „Für alle

9. Kutschera (1989, 100).

10. Künne (2010, 221).

x gilt: x ist ein Gegenstand“ keine logische Wahrheit. Darüber hinaus definiert Frege den Begriff des Gegenstands *nicht* mittels des Begriffs der Selbst-Identität. Daher ist aber auch „Für alle x gilt: Wenn x F ist, dann x ist ein Gegenstand“ für beliebige F weder eine logische noch eine analytische Wahrheit. Ähnliches gilt für den Begriff der Existenz, wenn dieser als universeller Begriff erster Stufe verstanden wird.^{11 12}

Eine weitere *vierte* Konsequenz besteht nun darin, dass alle logisch widersprüchlichen Begriffe nach dieser Auffassung Merkmale *aller* logische widersprüchlichen Begriffe sind. Das ergibt sich aus zweierlei: Erstens sind Sätzen der logischen Form „ $\forall x((\neg Fx \ \& \ Fx) \rightarrow (\neg Gx \ \& \ Gx))$ “ logische Wahrheiten im Rahmen der klassischen Logik, egal was wir inhaltlich für „F“ und „G“ einsetzen. Zweitens lassen sich Sätze dieser logischen Form aus allgemeinen logischen Gesetzen und Definitionen ableiten, weil sie selbst logische Wahrheiten sind und nach Frege alle logischen Wahrheiten auch analytische Wahrheiten sind.¹³

Eine *fünfte* damit enge verwandte Konsequenz besagt, dass *alle* Begriffe Merkmale aller widersprüchlichen Begriffe sind. Das ergibt sich erneut aus zweierlei: Erstens sind Sätzen der logischen Form „ $\forall x((\neg Fx \ \& \ Fx) \rightarrow Gx)$ “ logische Wahrheiten im Rahmen der klassischen Logik, egal was wir inhaltlich für „F“ und „G“ einsetzen. Zweitens lassen sich Sätze dieser logischen Form somit erneut aus allgemeinen logischen Gesetzen und Definitionen ableiten, weil sie selbst logische Wahrheiten sind und nach Frege alle logischen Wahrheiten auch analytische Wahrheiten sind.

Zumindest manche dieser Konsequenzen stehen in einer Spannung zu bestimmten Annahmen und Ausführungen von Frege. Darüber hinaus erweisen sich alle diese

11. Vgl. dazu: Frege (?1879-85[1969], 69-75).

12. Man könnte hier einwenden, dass es genau genommen bei Frege nur einen einzigen universellen Begriff gibt. Durch welchen Ausdruck dieser Begriff ausgedrückt wird, sollte aber irrelevant sein. In diesem Sinn sollte etwas entweder für alle Ausdrücke für universelle Begriffe gelten oder für keinen.

13. Interessant ist bei Frege, dass im Rahmen seiner Konzeption von analytischen Wahrheiten, logisch widersprüchliche Begriffe einen anderen Status haben als semantisch widersprüchliche Begriffe wie der Begriff eines „hölzernen Eisens“ oder eines „runden Vierecks“. Denn der Satz „Jedes hölzerne Eisen ist ein rundes Viereck“ ist weder intuitiv noch logisch wahr. D.h. die aufgezeigten Konsequenzen gelten nur für logisch widersprüchliche Begriffe, nicht aber für semantisch widersprüchliche. Die Sache würde sich ändern, wenn man analytische Wahrheit nicht wie Frege analysiert, sondern mittels des Begriffs von begrifflich möglichen Welten. D.h. ein Satz der Form „Alle F sind G“ wäre dann analytisch wahr, wenn er relativ zu allen begrifflich möglichen Welten wahr ist. Der Satz „Jedes hölzerne Eisen ist ein rundes Viereck“ ist auf der Basis einer solchen Analyse relativ zu allen begrifflich möglichen Welten in trivialer Weise wahr. D.h. er wird somit als analytisch eingestuft, was er intuitiv aber gar nicht ist. Auf einer solchen Grundlage würde sich die vierte und fünfte angeführte Konsequenz auch auf semantisch widersprüchliche Begriffe ausdehnen lassen. Freges Position hat gegenüber einer solchen Konzeption aber einen kleinen Vorteil.

Konsequenzen als kontraintuitiv, wenn man bestimmte Ausführungen von Frege zur Bestimmung des Merkmalbegriffs ernst nimmt.

Betrachten wir zuerst die folgenden wichtigen Ausführungen von Frege zur Bestimmung des Merkmalbegriffs:

Begriffe sind meist zusammengesetzt aus Theilbegriffen, den Merkmalen. *Schwarzes, seidenes Tuch* hat die Merkmale *schwarz, seiden und Tuch*. Ein Gegenstand, der unter diesen Begriff fällt, hat diese Merkmale als Eigenschaften.¹⁴

Wir sehen hier einen Begriff (der positiven Kubikzahl) zusammengesetzt aus Teilbegriffen (Kubikzahl und positiv). Diese nennen wir Merkmale jenes zusammengesetzten Begriffes.¹⁵

An diesen beiden Zitaten ist mehrerlei bemerkenswert: *erstens* drückt Frege sich nirgendwo anders so klar und deutlich aus, dass Merkmale *Teilbegriffe* von komplexen Begriffen sind, in einem noch zu klärenden Sinn von Teil. Auf der Grundlage beider Zitate können wir nun die folgende fünfte Kernthese von Frege zu Merkmalen aufstellen:

(T5) Merkmale sind Teilbegriffe von komplexen Begriffen.

Zweitens macht er hier die wichtige Einschränkung, dass nicht alle, sondern nur die meisten Begriffe Teilbegriffe bzw. Merkmale haben; *drittens* sind diese Bemerkungen aus den Jahren 1900 und 1914 und somit 10 bzw. 24 Jahre nachdem Frege sich Künne zufolge auf seine späte Begriffsauffassung festgelegt hat.

Die erste Beobachtung mag auf den ersten Blick Wasser auf Künnes Mühlen sein. Das ist aber nicht wirklich so, denn der Ausdruck „Teil“ ist mehrdeutig und er muss nicht zwangsweise als Teil in einem metaphysisch-konstitutiven Sinne gedeutet werden. Es gibt auch Teile in einem *logischen* oder *definitorischen* Sinn. D.h. Teile auf der Grundlage einer logischen oder definitorischen Zerlegung. Genau das betont Frege selbst wie folgt:

... denn Merkmale eines Begriffes sind Begriffe, die *logische* Teile jenes sind.¹⁶

14. Frege (1900 [1976], 150).

15. Frege (1914 [1969], 247).

16. Frege (1903, 273); meine Hervorhebung.

Unsere Aufgabe besteht nun darin zu klären, in welchen Sinn von *Teil* Frege nun Merkmale als Teilbegriffe von manchen Begriffen ansieht.

Geht man nun allein von der Annahme von Frege aus, dass Merkmale eines Begriffs nichts anderes als *Teilbegriffe* eines Begriffs sind, dann erweisen sich alle fünf angeführten Konsequenzen, der analytischen Auffassung von Merkmalen als kontraintuitiv. D.h. es macht auf dieser Grundlage wenig Sinn, (a) dass jeder Begriff Teilbegriff seiner selbst ist, (b) dass sogar nicht-komplexe Begriffe Teilbegriffe haben; (c) dass jeder universelle Begriff ein Teilbegriff jedes Begriffs ist, (d) dass jeder widersprüchliche Begriff ein Teilbegriff jedes logisch widersprüchlichen Begriffs ist und (e) dass jeder Begriff Teilbegriff jedes logisch widersprüchlichen Begriffs ist.

Frege sagt nicht explizit, welche Begriffe *keine* Teilbegriffe haben, aber auf der Basis aller Beispiele für Begriffe mit Merkmalen, die er in unterschiedlichen Schriften gibt und die allesamt komplexe Begriffe betreffen, scheinen *einfache* Begriffe wohl die Ausnahme darzustellen. Was auch die intuitiv naheliegendste Auffassung ist, wenn man wie Frege von einer fundamentalistischen Auffassung von Begriffen ausgeht. Was zu der folgenden Präzisierung von (T1) führt:

(T1*) Alle komplexen Begriffe und nur diese setzen sich aus (ihren) Merkmalen zusammen.

Wenn nun aber einfache Begriffe keine Teilbegriffe haben, dann ergibt sich daraus eine erste wichtige Spannung in Bezug auf (K2), denn laut (K2) kann jeder einfache Begriff sich selbst als Teilbegriff enthalten. Wenn aber einfache Begriffe nicht sich selbst als Teilbegriffe haben können, dann ist für Frege der Begriff eines Teilbegriffs der Begriff eines *echten* Teilbegriffs. Somit haben nicht nur einfache Begriffe keine Teilbegriffe, sondern obendrein hat auch kein komplexer Begriff sich selbst als Teilbegriff. Was intuitiv sehr sinnvoll ist. In diesem Sinn ist (K2) nicht nur in Bezug auf *einfache* Begriffe zu weit, sondern in Bezug auf *alle* Begriffe.

Auch wenn Frege das explizit angelehnt hat, könnte man, wenn es gute Gründe dafür gäbe, den Begriff eines Teilbegriffs so aufweichen, dass er nicht nur echte, sondern auch unechte umfasst. Damit würden aber nur die Probleme (a) und (b) verschwinden; und ich sehe auch nicht wie man diese Aufweichung gut rechtfertigen könnte. Es scheint mir eine bloße ad-hoc Reaktion zu sein, um (K2) um jeden Preis zu verteidigen.

Ein weiteres interpretatorisches Problem der Konzeption (K2) besteht darin, dass es überhaupt keine Belege dafür in den Werken von Frege gibt. Künne scheint sich dieses Umstandes im Gegensatz zu von Kutschera bewusst zu sein. Er bietet Frege (K2) als Alternative zu (K1) an, die er zumindest dem frühen Frege vor 1890 zuschreibt. Werfen wir nun einen Blick auf die dritte Alternative, diesbezüglich

wird sich zeigen, dass es im Gegensatz zu (K1) und (K2) klare Belege für (K3) im Werk von Frege gibt.

3 Merkmale als definitonische Teilbegriffe

Wir haben gesehen, dass (K2) einige wichtige Vorzüge gegenüber (K1) hat, aber auch einige kontraintuitive Konsequenzen hat. Liefert die Auffassung (K3) hier vielleicht bessere Ergebnisse?

Gottfried Gabriel ist ein Vertreter dieser Auffassung. In einem Wörterbuchartikel zu Merkmalen bringt Gabriel Freges Konzeption von Merkmalen mit einer Konzeption von Teilbegriffen von Definitionen in Zusammenhang:

Meistens versteht man unter den Merkmalen eines Begriffs nicht beliebige, sondern diejenigen Oberbegriffe, die zur Definition [...] des Begriffs verwendet werden. [...]

Eine präzise Unterscheidung von <Eigenschaft> und <Merkmal> ist von G. FREGE [2] [= Frege (1884)] herausgearbeitet worden. Danach «kann etwas zugleich Eigenschaft und Merkmal sein, aber nicht von demselben». Die Begriffe, unter die ein Gegenstand fällt, sind Eigenschaften (des Gegenstandes). Gleichzeitig sind diese Eigenschaften Merkmale, aber nicht des Gegenstandes, sondern eines komplexeren Begriffes; z.B. fällt der Gegenstand Sokrates unter die Begriffe <vernünftig> und <Lebewesen>; Sokrates hat also die Eigenschaften, vernünftig zu sein und ein Lebewesen zu sein.¹⁷

Aus dem Zitat selbst geht nicht völlig eindeutig hervor, dass Gabriel Frege *selbst* die Position zuschreibt, dass Merkmale eines komplexen Begriffs diejenigen Oberbegriffe sind, welche den besagten komplexen Begriff definieren. Im Rahmen eines E-Mail-Austausches hat Gabriel seine Position zu Frege allerdings wie folgt präzisiert:

Merkmale eines Begriffs F sind diejenigen Begriffe, die den Begriff F definieren (vgl. meinen kurzen Artikel „Merkmal I“ im *Historischen Wörterbuch der Philosophie*).

17. Gabriel (1980, 1153-1154).

Bevor wir uns den Vorzügen und Nachteilen dieser Auffassung zuwenden, wollen wir sie im Detail etwas genauer betrachten. Zuerst möchte ich mich mit der Frage beschäftigen, ob es überhaupt Belege dafür gibt, dass Frege (K3) vertreten hat. D.h. inwiefern die textuelle Evidenz überzeugender und klarer ist als in Bezug auf (K1) und (K2). Ich werde zuerst drei solcher Belege anführen und einen vierten Beleg nennen und später im Detail erläutern.

Danach möchte ich mich der Frage zuwenden, welche Arten von Definitionen Frege unterscheidet und in welcher Form diese Teilbegriffe von komplexen Begriffen bestimmen. Es gibt verschiedene Arten von Definitionen mit unterschiedlichen logischen Formen. Nicht allen Arten von Definition sind geeignet Teilbegriffe von komplexen Begriffen zu bestimmen. Wir werden daher im Detail die Frage diskutieren, welche Einschränkungen hier notwendig sind.

3.1 Vier Belege in Freges Werken, Merkmale als definitonische Teilbegriffe zu verstehen

Es finden sich nur wenige Belege, die sich dafür ins Feld führen lassen, dass Frege (K3) selbst vertreten hat. Aber im Gegensatz zu den beiden anderen Alternativen, die sich gar nicht belegen bzw. teilweise widerlegen lassen und darüber hinaus auch mit gehörigen Problemen zu kämpfen haben, gibt es zumindest Belege für (K3).

Einen ersten kleinen indirekten Beleg für den engen Zusammenhang des Begriffs des Merkmals mit dem der Definition gibt der folgende Ausschnitt aus dem Inhaltsverzeichnis eines von Frege verfassten frühen Logik-Fragments:

D. Definition der Begriffe.

Durch Merkmale. Verwickeltere.¹⁸

Leider hat Frege diesen Abschnitt nie geschrieben. Aber durch die zitierte Inhaltsangabe wird ein enger Zusammenhang zwischen bestimmten Definitionen und Merkmalen nahegelegt.

Ein wichtigerer zweiter Beleg findet sich an einer eigentlich unerwarteten Stelle, nämlich im Vorwort der *Grundgesetze der Arithmetik* (1893):

Wenn man sagt: „Quadrat ist ein Rechteck, in dem zusammenstossende Seiten gleich sind“, so definiert man den Begriff Quadrat, indem man angibt, welche Eigenschaften etwas haben muss, um unter diesen

18. Frege (1879/1891, 1).

Begriff zu fallen. Diese Eigenschaften nenne ich Merkmale des Begriffes. Aber, wohl gemerkt, diese Merkmale des Begriffes sind nicht seine Eigenschaften. Der Begriff Quadrat ist nicht ein Rechteck, nur die Gegenstände, die etwa unter diesen Begriff fallen, sind Rechtecke, wie auch der Begriff schwarzes Tuch weder schwarz noch ein Tuch ist. Ob es solche Gegenstände giebt, ist durch die Definition unmittelbar noch nicht bekannt.¹⁹

In diesem Zitat führt Frege zwei Beispiele für explizite Definitionen an. Durch eine explizite Definition wird allgemein ein komplexer Begriff in seine ihn definierenden Teilbegriffe zerlegt. Das erste dieser beiden Beispiel definiert in dieser Weise den Begriff eines Quadrats:

(B1) Für alle x gilt: x ist ein Quadrat gdw. x ist ein Rechteck und x hat gleichlange zusammenstoßende Seiten.

Dieser Definition zu folge sind zwei Begriffe Teilbegriffe des Begriffs des Quadrats, nämlich den Begriff des Rechtecks und der Begriff von gleichlangen zusammenstoßenden Seiten; und damit auch Merkmale dieses Begriffs im Sinne Freges.

Das zweite Beispiel, das Frege zum Vergleich bringt, ist der komplexe Begriff eines schwarzen Tuchs. Man könnte nun auf den ersten Blick der Meinung sein, dass man diesen Begriff analog wie folgt durch eine Definition bestimmen kann:

(B2) Für alle x gilt: x ist ein schwarzes Tuch gdw. x ist ein Tuch und x ist schwarz.

Auf dieser Grundlage scheint es in Analogie zu (B1) sinnvoll zu sein als Teilbegriffe dieses komplexen Begriffs den Begriff des Tuches und den Begriff der Schwärze anzusehen. Wie wir später noch im Detail darlegen werden, ist es allerdings nicht ganz klar, ob man (B2) genau so wie (B1) als explizite Definition ansehen kann.

Darüber hinaus formuliert Frege in dieser Passage eine wichtige (notwendige) Bedingung, die korrekte Definitionen erfüllen müssen, die er an anderer Stelle auch als Bedingung von Merkmalen anführt:

Merkmal eines Begriffs ist eine Eigenschaft, die ein Gegenstand haben muss, wenn er unter den Begriff fallen soll.²⁰

Diese Parallele unterstreicht meiner Ansicht nach zusätzlich den engen Zusammenhang zwischen Merkmalen und Definitionen nach Frege.

19. Frege (1893, Vorwort, XIV).

20. Frege (1903, 373).

Ein dritter ähnlicher Beleg, der auf die These hinausläuft, dass explizite Definitionen durch ihre Art der logischen Zerlegung von Begriffen bestimmen oder zumindest angeben, was Merkmale eines Begriffs sind, können wir der folgenden Passage in Freges Kritik in Bezug auf Hilberts Auffassungen von Definitionen entnehmen:

Die Definition „Rechteck ist ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel“ können wir so umformen:

„Erklärung: Wir denken uns ebene Figuren, die wir Rechtecke nennen.

Axiom 1: Alle Rechtecke sind Parallelogramme.

Axiom 2: In jedem Rechtecke gibt es ein Paar Seiten, die senkrecht aufeinander stehen.“

[...]

Man kann annehmen, daß es sich nicht um die ganzen Axiome, sondern nur um diejenige ihrer Teile handele, welche Merkmale des zu definierenden Begriffes ausdrücken. In unserem Beispiel sind diese Merkmale *Parallelogramm* und *zwei aufeinander senkrechte Seiten habend*.²¹

Um diese Passage richtig zu verstehen, muss man den Diskussionskontext kennen. Hilbert hat in seinen Arbeiten eine alte in der Mathematik anerkannte Art der Definition auf der Basis neuer logischer Präzision wiederbelebt, nämlich die sogenannte implizite Definition durch Axiome. Dieser Auffassung zu folge, kann man durch Axiome, die einem bestimmten Begriffe in einer zentralen explanatorischen Rolle enthalten, implizit definieren. D.h. ohne diesen Begriff auf andere grundlegendere Begriffe zurückzuführen oder ihn als primitiv und unerklärbar anzusehen. Frege verteidigt demgegenüber eine konservativere philosophische Alternative, die strikt zwischen Axiomen und Definitionen unterscheidet und nur das als Definition verstehen will, was exakt dasselbe leistet, wie eine klassische explizite Definition. Vor diesem Hintergrund ist auch das angeführte Zitat zu verstehen. Frege führt in diesem Zitat nun zu Beginn ein weiteres, (B1) sehr ähnliches Beispiel einer Explizit-Definition an:

(B3) Für alle x gilt: x ist ein Rechteck gdw. x ist ein Parallelogramm und x hat mindestens einen rechten Winkel.

Auf dieser Grundlage betrachtet Frege nun Hilberts Methode der impliziten Definitionen durch Axiome und stellt dabei die Forderung auf, nur die Axiome in

21. Frege (1903, 322-324).

Betracht zu ziehen, die tatsächlich Merkmale des Begriffs des Rechtecks zum Ausdruck bringen. In Bezug auf Hilbert bedeutet dies, dass Frege der Auffassung ist, dass eine axiomatische Bestimmung eines Begriffs nur dann angemessen ist, wenn sie dieselben logischen Konsequenzen wie eine explizite Definition nach sich zieht. Man sieht hieran klar wie stark Frege davon überzeugt ist, dass nur explizite Definitionen echte Definitionen sind. Für unsere Zwecke ergibt sich aber aus diesem Zitat wiederum die Einsicht, dass Frege der Auffassung ist, dass eine korrekte explizite Definition eines (komplexen) Begriffs, diesen in seine Teilbegriffe (=Merkmale) (logisch) zerlegt. Man kann dieses Zitat somit als weiteren Beleg für (K3) werten.

Als vierten und letzten Belege möchte ich auf die Diskussion von aufbauenden Definitionen in Frege (1914) hinweisen. In diesem Zusammenhang führt Frege auch die Unterscheidung zwischen Merkmalen und Eigenschaften ein. In Frege (1914 [1969], 247) wird ein Beispiel für eine aufbauende Definition gebracht, die (B2) sehr stark ähnelt. Auf dieser Grundlage führt Frege dann den Begriff des Merkmals von Begriffen ein. Bevor wir diesen weiteren Beleg für (K3) genauer betrachten können, sollten wir uns zuerst Freges allgemeiner Unterscheidung zwischen *aufbauenden* und *zerlegenden* Definitionen zuwenden.

In jedem Fall gilt, dass die bisher betrachteten drei Belege, genügen, um zu zeigen, dass es im Gegensatz zu (K1) und (K2) einige klare Belege für (K3) in Freges Schriften gibt.

3.2 Freges Unterscheidung zwischen aufbauenden und zerlegenden Definitionen

In „Logik in der Mathematik“ (1914) zieht Frege die folgende berühmte Unterscheidung zwischen aufbauenden und zerlegenden Definitionen:

Wir haben also *zwei ganz verschiedene Fälle* zu unterscheiden:

1. Wir bauen einen Sinn aus seinen Bestandteilen auf und führen ein ganz neues einfaches Zeichen ein, um diesen Sinn auszudrücken. Man kann dies „aufbauende Definition“ nennen; wir wollen es aber lieber „Definition“ schlechtweg nennen.
2. Schon längst ist ein einfaches Zeichen im Gebrauch gewesen. Wir glauben seinen Sinn logisch zerlegen zu können und erhalten einen zusammengesetzten Ausdruck, von dem wir meinen, dass er denselben Sinn ausdrücke wie jener. Als Bestandteil eines zusammengesetzten

Ausdrucks lassen wir nur etwas gelten, was selbst einen anerkannten Sinn hat. [...] Zum Unterschied vom ersten Falle könnte man „zerlegende Definition“ sagen.²²

Bei beiden Arten von Definitionen handelt es sich um explizite Definitionen, welche in eine ähnliche Form gebracht werden können wie unsere Beispiele (B1) bis (B3). Die von Frege getroffene Unterscheidung entspricht in etwa der heute noch gängigen Unterscheidung zwischen stipulativen (=aufbauenden) und deskriptiven (=zerlegenden) Definitionen. Stipulative Definition legen die Bedeutung eines neuen Ausdrucks oder einen bekannten Ausdruck mit einer neuen Bedeutung fest. Frege beschränkt sich bei seiner Beschreibung auf die erste der beiden Optionen. Und wenn man die Sache aus der Perspektive seiner eindeutigen Begriffsschrift betrachtet, wo jedes Zeichen nur genau einen Inhalt hat, dann ist diese auch die einzig mögliche Option. Solche Definitionen sind vor allen in den Wissenschaften gebräuchlich, aber es gibt sie durchaus auch in alltäglicheren Zusammenhängen. Ein gutes Beispiel für eine stipulative Definition, stellt die einstmalige Einführung des Ausdrucks „UFO“ dar:

(B4) Für alle x gilt: x ist ein UFO =_{df.} x ist ein Flugobjekt von einem unbekanntem, nicht-identifiziertem Typ.

Andere bekannte Beispiele aus der Wissenschaft stellen beispielsweise Definitionen des Ausdrucks „Masse“ oder „Primzahl“ dar. Wie wir sogleich sehen werden, wirft das Beispiel in Frege (1914) für aufbauende Definitionen einige Fragen auf.

Deskriptive Definitionen sind Bestimmungen der Bedeutung von Ausdrücken, die komplexe Begriffe ausdrücken und bereits einen etablierten Gebrauch haben. Bei Frege sind das Ausdrücke, die bereits im Gebrauch sind und einen Sinn ausdrücken, der sich logisch zerlegen lässt. D.h. *nur* etablierte Ausdrücke, die einen Sinn haben, der insofern komplex ist, als er sich logisch in unterschiedliche Bestandteile zerlegen lässt, können im Definiendum einer zerlegenden Definition auftauchen. Das wirft natürlich die Frage auf, welche Rolle die Sinne eines Ausdrucks genau bei einer zerlegenden Definition spielen. Begriffe sind für Frege ja die Bedeutungen von prädikativen Ausdrücken und nicht ihre Sinne. Die Sinne sind Arten des Gegebenseins der Bedeutungen. Welche Rolle spielen also die Sinne bei der Bestimmung der Merkmale von Begriffen? Mit dieser Frage müssen wir uns noch eindringlicher beschäftigen. In jedem Fall erfüllen unsere Beispiele (B1) und (B3) nicht nur die von Frege aufgestellte Bedingung, sondern gelten allgemein als gute Beispiele für zerlegende (=deskriptive) Definitionen.

22. Frege (1914 [1969], 227).

Darüber hinaus macht Frege in dem oben angeführten Zitat zwei weitere wichtige Feststellungen: *Erstens* macht er in Bezug auf beide Arten von expliziten Definitionen in dem angeführten Zitat die wichtige Einschränkung, dass es sich beim Definiendum um ein *einfaches* Zeichen handeln muss. Hier stellt sich nun die Frage, was Frege unter einem einfachen Zeichen genau versteht. Wie wir schon gesehen haben, stellt er in Frege (1914) Bedingungen für explizite Definitionen aus, die nur vor dem Hintergrund einer exakten Sprache wie seiner Begriffsschrift als vollständig angesehen werden können. Daher scheint es auch naheliegend „einfach“ im Sinne von „logisch einfach“ zu verstehen. D.h. das Definiendum einer expliziten Definition, die einen Begriff definiert, muss am besten durch ein einstelliges Prädikat im logischen Sinn repräsentiert werden können. Eindeutig erfüllen würden diese Forderung unsere Beispiele (B1), (B3) und (B4), wenn diese in der naheliegendsten Weise in Freges Begriffsschrift übersetzt würden.

Zweitens sind für Frege aufbauende Definitionen *Definitionen im eigentlichen Sinn*. Das zeigt sich durch seine Bemerkung im angeführten Zitat zu aufbauenden Definitionen: „wir wollen es aber lieber „Definition“ schlechtweg nennen“; und zusätzlich durch die folgende noch explizitere Behauptung:

Das ist eine Definition im eigentlichen Sinne, nämlich eine aufbauende Definition.²³

Was sind Freges Gründe für diese Bevorzugung aufbauender Definitionen? Der Hauptgrund dafür hat meiner Ansicht nach damit zu tun, dass man bei einer aufbauenden Definition sicher davon ausgehen kann, dass der erklärte Ausdruck denselben Sinn hat wie der erklärende Ausdruck. Wohingegen bei einer zerlegenden Definition diese Äquivalenz stets problematisch ist und „nur durch unmittelbares Einleuchten erkannt werden kann“.²⁴ Darüber hinaus interessiert sich Frege primär für Definitionen im Rahmen seiner Begriffsschrift und diese haben dort ausschließlich aufbauenden Charakter.

Damit haben wir nun die wichtigsten Kennzeichen von expliziten Definitionen nach Frege dargelegt.

Freges bemerkenswerte Ausführungen zu aufbauenden Definitionen und Merkmalen

Wir haben schon kurz daraufhin gewiesen, dass man in Bezug auf (B2) intuitiv Zweifel haben kann, ob es sich dabei wirklich um eine explizite Definition handelt.

23. Frege (1914 [1969], 228).

24. Frege (1914 [1969], 227).

Diese Zweifel wollen wir nun ausführlicher in Bezug auf dieses und ein anderes mit (B2) eng verwandtes Beispiel vertiefen. Frege verwendet dieses weitere Beispiel (a) um die Natur von aufbauenden Definitionen zu erläutern und (b) den Zusammenhang zwischen aufbauenden Definitionen und den Merkmalen von Begriffen aufzuzeigen. Er legt dieses Beispiel wie folgt dar:

Betrachten wir nun den Fall „8 ist eine Kubikzahl und 8 ist positiv“!

In diesem zusammengesetzten Satze wird etwas ausgesagt von der Zahl 8. Was ausser dem Zahlzeichen „8“ noch im Satze vorhanden ist, können wir als Zeichen eines Begriffes auffassen und dafür mittels einer Definition ein *neues* Zeichen einführen, etwa

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a ist eine Kubikzahl} \\ \text{und} \\ \text{a ist positiv} \end{array} \right\} = \text{a ist eine positive Kubikzahl.}$$

Hier erscheint links der Buchstabe „a“ zweimal. Dem steht nichts entgegen; aber auf der rechten Seite, wo der erklärte Ausdruck steht, darf „a“ nur einmal vorkommen. [...]

Wir sehen hier einen Begriff (der positiven Kubikzahl) zusammengesetzt aus Teilbegriffen (Kubikzahl und positiv). Diese nennen wir Merkmale jenes zusammengesetzten Begriffes.²⁵

Das Beispiel des komplexen Begriffes einer positiven Kubikzahl ist eine Variation eines Beispiels, welches in Frege (1903) diskutiert wird; nämlich des Beispiels einer positiven Quadratwurzel aus 4. Beide Beispiele sind strukturell verwandt mit dem bereits erwähnten und eingeführten Beispiel des Begriffes eines schwarzen Tuches.

Besonders bemerkenswert an diesem Zitat ist nun zweierlei: *erstens*, dass Frege darin das folgende Beispiel als Beispiel für eine aufbauende Definition anführt:

(B5) Für alle x gilt: x ist eine positive Kubikzahl gdw. x ist eine Kubikzahl und x ist positiv.

Zweitens ist bemerkenswert, dass er auf der Grundlage dieser aufbauenden Definition erklärt, worin die Merkmale des komplexen Begriffes einer positiven Kubikzahl bestehen. Damit liefert dieses Zitat nun den bereits zuvor kurz angesprochenen vierten Beleg für die Konzeption (K3).

25. Frege (1914 [1969], 247); meine Hervorhebung.

Was nun aber an (B5) besonders bemerkenswert und problematisch ist, darauf will ich nun im Detail eingehen. Die bisher betrachteten Beispiele von scheinbaren expliziten Definitionen lassen sich in zwei Klassen einteilen: (B1), (B3), (B4) sind völlig unproblematisch und erfüllen alle Kriterien für explizite Definitionen. (B2) und (B5) sind problematisch, und zwar aus den folgenden Gründen: Im Gegensatz zum (B1), (B3), (B4), handelt es sich bei (B2) und (B5) eher um *kompositionale* als um *begriffliche* Zerlegungen. D.h. durch solche Bi-Konditionale *kann* man lernen oder erfahren, welche kompositionale Struktur, die nominalen Konstruktionen „schwarzes Tuch“ und „positive Kubikzahl“ mit einem Nomen und einem Adjektiven haben.²⁶ Man kann die Wahrheit dieses Konditionals einsehen, ohne zu wissen, was „schwarz“, „positiv“, „Tuch“ und „Kubikzahl“ bedeuten, man muss nur wissen, um welchen Typ von Adjektiv es sich bei „schwarz“ und „positiv“ handelt. D.h. wenn man weiß, dass „schwarz“ und „positiv“ *intersektive* Adjektive sind und „Tuch“ und „Kubikzahl“ Nomen, dann weiß man auch, dass (B2) und (B5) wahr sind. Denn intersektive Adjektive bilden logisch gesehen eine Konjunktion des Inhalts des Adjektivs mit dem Inhalt des Nomens, mit dem das Adjektive kombiniert wird.

Man könnte nun diesem Problem durch die Annahme zu entgehen versuchen, dass die Intersektivität der in (B2) und (B5) verwendeten Adjektive als Teil ihrer Definitionen zu betrachten ist.²⁷ Wenn die Adjektive „schwarz“ und „positiv“ intersektiv sind, dann gibt es natürlich prädikative Verwendungen dieser Adjektive und Definitionen dieser Adjektive als Prädikate selbst wären denkbar. Die Intersektivität wäre dann eine Folge daraus, dass diese Adjektive eine prädikative Verwendung haben. Das ist aber ganz unabhängig davon, ob sie definiert werden können oder nicht. Daher ist die Intersektivität wohl kein *Teil* der betreffenden Definitionen. Und selbst wenn das so wäre, würde das nichts am epistemischen Status von (B2) und (B5) ändern, welcher diese von (B1), (B3) und (B4) unterscheidet.

Diese Status-Unterschiede zwischen unseren beiden Klassen von Beispielen zeigen sich noch an weiteren wichtigen Details. Während (B1), (B3), (B4), klarerweise in logischer Hinsicht *semantisch einfache* Ausdrücke als Definiendum enthalten, gilt das für (B2) und (B5) nicht. Das sieht man daran, dass man im Rahmen des Ausdrucks „seidenes Tuch“ oder „positive Kubikwurzel“ die beiden semantischen Konstituenten dieses Ausdrucks unterschiedlich modifizieren kann. Es besteht ein wesentlicher semantisch Unterschied zwischen den folgenden drei Modifikationen: „x ist ein möglicherweise schwarzes Tuch“ „x ist möglicherweise ein schwarzes Tuch“,

26. Solche kompositionalen Konditionale wie (B2) sind auch nicht in jedem Fall wahr, sondern nur im Fall sogenannter *intersektiver* Adjektive. Die Konstruktion „halluzinierter Drache“ enthält kein intersektives Adjektiv. Daher ist das folgenden, (B2) analoge Konditional als falsch zurückzuweisen: Für alle x gilt: x ist ein halluzinierter Drache gdw. x halluziniert (von jemandem) ist und x ein Drache ist. In diesem Sinn ist (B2) auch nicht völlig trivial.

27. Dieser Einwand geht auf einen anonymen Gutachter zurück.

„x ist möglicherweise ein Tuch, welches schwarz ist“. In ganz ähnlicher Weise besteht auch ein wichtiger semantischer Unterschied zwischen „schwarzes angebliches Tuch“ und „angeblich schwarzes Tuch“. Das zeigt, dass es sich bei dem Ausdruck „ist ein seidenes (schwarzes?) Tuch“, um einen semantisch komplexen Term handelt. Selbiges gilt in genau gleicher Weise für den Ausdruck „ist eine positive Kubikzahl“ oder das oben von Frege angeführte weitere Beispiel: „blaues seidenes Tuch“. Solche unterschiedlichen semantischen Modifikationen sind in Bezug auf die Ausdrücke „ist ein UFO“, „ist ein Rechteck“ oder „ist ein Quadrat“ nicht möglich. Das zeigt, dass die ersten Beispiele semantisch komplex sind und die zweiten nicht, und sie deshalb auch eine unterschiedliche logische Form haben müssen.

Auf den ersten Blick und auf der Basis einer groben formalen Repräsentation mag es so erscheinen, dass die betrachteten Ausdrücke *alle* logisch einfach sind. Das wird auch durch den Umstand unterstrichen, dass alle angeführten Ausdrücke nur eine Argumentstelle haben, was man als Hinweis für ihre logische Einfachheit werten könnte. Der Schein trügt hier. Dieser Umstand ist nicht hinreichend dafür, dass ein Ausdruck wirklich auch logisch einfach ist. Und die unterschiedlichen Möglichkeiten der semantischen Modifikation zeigen, wo hier ein Unterschied liegen muss.

Wie lässt sich dieser wichtige Unterschied formal-semantisch realisieren? Eine sehr naheliegende Möglichkeit dem Umstand Rechnung zu tragen, dass bspw. „ist ein schwarzes Tuch“ ein ein-stelliges, aber dennoch semantisches komplexes Prädikat ist, besteht darin, von einem Abstraktionsoperator wie bspw. dem berühmten Lambda-Operator Gebrauch zu machen. Der Operator „ λy “ erlaubt es uns, ein-stellige und doch komplexe Prädikate zu bilden. D.h. wir bilden die Prädikate „ $\lambda y[(\text{schwarz}(y) \ \& \ \text{Tuch}(y))](x)$ “ und „ $\lambda y[(\text{positiv}(y) \ \& \ \text{Kubikzahl}(y))](x)$ “, welche die beiden geforderten Eigenschaften in Bezug auf (B2) und (B5) liefern. Auf dieser Grundlage erhalten (B2) und (B5) nun die folgenden logischen Formen:

$$(B2L) \ \forall x \ \lambda y[(\text{schwarz}(y) \ \& \ \text{Tuch}(y))](x) \leftrightarrow (\text{schwarz}(x) \ \& \ \text{Tuch}(x))$$

$$(B5L) \ \forall x \ \lambda y[(\text{positiv}(y) \ \& \ \text{Kubikzahl}(y))](x) \leftrightarrow (\text{positiv}(x) \ \& \ \text{Kubikzahl}(x))$$

Diesen logischen Formen kann man nun zum Kontrast die logischen Formen von (B1), (B3) und (B4) gegenüberstellen:

$$(B1L) \ \forall x (\text{Quadrat}(x) \leftrightarrow (\text{Rechteck}(x) \ \& \ \text{gleichseitig}(x)))$$

$$(B3L) \ \forall x (\text{Rechteck}(x) \leftrightarrow (\text{Parallelogramm}(x) \ \& \ \text{rechtwinklig}(x)))$$

$$(B4L) \ \forall x (\text{UFO}(x) \leftrightarrow (\text{Flugobjekt}(x) \ \& \ (\text{unbekannt}(x) \ \& \ \text{unidentifiziert}(x))))$$

In einer klassischen Prädikaten-Logik erster Stufe, die um die Lambda-Abstraktion erweitert wird, sind die Formeln (B2L) und (B5L) logische Wahrheiten. Es gibt umgekehrt keine sinnvollen Versionen der Prädikaten-Logik, die (B1L), (B3L) und

(B5L) als logische Wahrheiten ausweisen. Daraus ergibt sich nun auch klar, warum (B2L) und (B5L) keine logischen Formen von expliziten Definitionen haben. Explizite Definitionen sollen echte rein begriffliche Zerlegungen liefern und wie Frege selbst betont, müssen sie daher (a) sowohl logische einfach Ausdrücke als Definiendum haben als auch (b) hinsichtlich ihrer logischen Form nicht tautologisch, sondern nur begrifflich wahr sein.

Dieser Unterschied hinsichtlich der logischen Form der beiden Klassen von Beispielen erklärt nun auch den bereits aufgezeigten epistemischen Unterschied zwischen (B1) und (B2). Es gibt aber auf dieser Grundlage noch weitere wichtige epistemische Unterschiede, die sich aus dem aufgezeigten formalen Unterschied ergeben.

Ein weiterer Unterschied besteht darin, dass jemand bspw. den Ausdruck „Quadrat“ sinnvoll verwenden kann und Gegenstände unter den Begriff eines Quadrates korrekt einordnen kann, ohne dass er in der Lage wäre, eine korrekte zerlegende Definition dieses Begriffs zu geben oder die betreffenden Teilbegriffe einer solchen Definition anzuführen. Jemand, der in einer Welt leben würde, in der es nur Quadrate und keine anderen Rechtecke gibt, mag von dem Begriff eines Rechtecks noch nie etwas gehört haben, aber dennoch in der Lage sein, den Begriff des Quadrats auf alle Quadrate richtig anzuwenden. Umgekehrt scheint es unmöglich zu sein, den Ausdruck „schwarzes Tuch“ korrekt zu verwenden, ohne zu wissen, dass dieser als semantische Konstituenten die Prädikate „ist schwarz“ und „ist ein Tuch“ hat. Man kann auch den dadurch ausgedrückten Begriff nur sinnvoll anwenden, wenn man über die Teilbegriffe *Tuch* und *schwarz* verfügt. Das sind weitere wichtige intuitive epistemische Unterschiede zwischen unseren zwei Klassen von Beispielen, die sich auf der Grundlage der von uns unterschiedenen Arten von logischen Formen leicht erklären lassen.

Die aufgezeigten Unterschiede legen nicht nur gravierende semantische Unterschiede zwischen zwei Klassen von Beispielen von Frege offen, sie zeigen obendrein, dass sich Bi-Konditionale, die (B2) und (B5) hinreichend ähnlich sind, nicht als explizite Definitionen verstehen oder in solche überführen lassen. Damit müssen wir aber auch *a fortiori* Freges Einschätzung zurückweisen, dass es sich bei (B5) um eine *aufbauende* (explizite) Definition handelt.

Es lässt sich noch ein weiterer speziellere Grund gegen genau diese Einschätzung von Frege anführen. Die Wahrheit von (B2) basiert rein auf einer Festsetzung der Bedeutung bezüglich der logischen Zeichen, nicht aber auf einer Festsetzung in Bezug auf das Definiendum. Wenn (2) eine Festsetzung wäre, dann würde es auch zusätzliche Stipulationen für Ausdrücke wie „schwarzer Schal“, „seidenes Tuch“ bedürfen, damit diese bedeutungsvoll sind. Das wäre aber eine völlig unproduktive, unangemessene Beschreibung der semantischen Rolle intersektiver Adjektive.

Solche Adjektive können mit beliebigen anderen Adjektiven dieser Art und bestimmten Nomen zu sinnvollen komplexen Ausdrücken kombiniert werden. Diese semantische Produktivität kann durch den Rückgriff auf eine Vielzahl von Festsetzungen nicht sinnvoll erklärt werden.

Die aufgezeigte Fehleinschätzung von Frege hat nun aber gewichtige Auswirkungen in Bezug auf (K3). Die Begriffe, die durch die Vorderglieder der Bi-Konditionale (B2), (B5) und mit ihnen verwandter Bi-Konditionalen ausgedrückt werden, sind aber zweifelsohne komplexe Begriffe. Wenn unsere Einschätzungen in Bezug auf (B2) und (B5) richtig sind, dann er gibt sich der Umstand, dass diese Begriffe Teilbegriffe haben allerdings nicht daraus, dass es eine explizite Definition gibt, welche diese Begriffe als Teilbegriffe enthält. Zumindest aber sind (B2) und (B5) *keine* Kandidaten für explizite Definition, die diese explanatorische Rolle zur Bestimmung der Teilbegriffe eines komplexen Begriffs erfüllen können.

Interessanterweise ergibt sich daraus aber kein schwerwiegendes Problem für (K2). Denn unsere Analyse von (B2) und (B5) weist diese als Tautologien aus; und Tautologien sind laut Frege eine Unterklasse der analytischen Wahrheiten. Auf dieser Grundlage lassen sich die Teilbegriffe der im Vorderglied von (B2) und (B5) ausgedrückten Begriffe als analytische Teilbegriffe auffassen, weil entsprechende Konditionale aus dem Vorderglied und einem konjunktiven Teil der Hinterglieder von (B2) und (B5) sich somit ebenso als Tautologien erweisen. In Bezug auf Beispiele wie (B1), (B3) und (B4) könnte man auf dem Hintergrund von (K2) nun auch den Umstand ins Feld bringen, dass diesen Bi-Konditionalen echte explizite Definitionen entsprechen und dass man daher analoge analytisch wahre Konditionale aus diesen Definitionen ableiten kann.

Man könnte hier allerdings etwas penibel zweierlei einwenden. *Erstens* hat Frege Begriffsschrift keine Lambda-Abstraktion enthalten. D.h. die Begriffsschrift enthält zwar unterschiedliche Abstraktionsoperatoren, aber keinen, der die exakte Funktion der Lambda-Abstraktion erfüllt. Vor diesem Hintergrund sind (B2) und (B5) im strengen Sinn keine logischen Wahrheiten der Begriffsschrift. Man müsste zur Rettung von (K2) für die betrachteten Fälle die Begriffsschrift zumindest um die Lambda-Abstraktion erweitern. *Zweitens* fasst Frege genau genommen nur aufbauenden Definitionen als Definitionen im eigentlichen Sinn auf. Man kann sich jetzt darum streiten, ob man nicht nur (B4) als aufbauenden Definition verstehen kann, sondern auch (B1) und (B3). Man könnte (B1) und (B3) als stipulative Definitionen mathematischer Terme verstehen. Aber selbst, wenn man diese Option einräumt, dann bleibt immer noch das Problem, dass es andere klarere Beispiele für komplexe Begriffe gibt, die sich zerlegend definieren lassen, die auf der Grundlage einer strikten Frege'schen Auffassung von Definitionen ausgeschlossen werden

müssten. Das betrifft vor allem das Beispiel, welches Künne selbst ins Spiel bringt, nämlich die Definition eines Rappens als ein schwarzes Pferd. Hierbei handelt es sich klarerweise um eine zerlegende Definition. Es ist aber fragwürdig, ob Frege solche Definitionen im weiten Sinn im Rahmen seiner Analyse von analytischen Wahrheiten mitaufgenommen hätte. In jedem Fall zeigen diese Ausführungen, dass die Beispiele (B2) und (B5) sowohl für (K2) und (K3) problematisch sind, weil sie in beiderlei Hinsicht Änderungen erfordern. Allerdings scheinen die Probleme für (K3) von substantiellerer Natur zu sein.

Auf einen interessanten empirischen Aspekt möchte ich noch im Zusammenhang mit unserem Problem hinweisen: Frege führte überwiegend Beispiele für komplexe Begriffe, die den durch (B2) und (B5) ausgedrückten komplexen Begriffen sehr ähnlich sind, zur Erläuterung des Merkmalbegriffs ins Feld.²⁸ Hier seien dazu einige einschlägige Zitate aus verschiedenen Schriften nach 1891 angeführt:²⁹

Betrachten wir hierzu ein Beispiel! Statt zu sagen:

„2 ist eine positive Zahl“ und

„2 ist eine ganze Zahl“ und

„2 ist kleiner als 10“,

können wir sagen

„2 ist eine positive ganze Zahl kleiner als 10“

Hier erscheinen

eine positive Zahl zu sein,

eine ganze Zahl zu sein,

kleiner als 10 zu sein

als Eigenschaften des Gegenstandes 2, zugleich aber als Merkmale des Begriffs

*positive ganze Zahl kleiner als 10.*³⁰

Aber, wohl gemerkt, diese Merkmale des Begriffes sind nicht seine Eigenschaften. Der Begriff Quadrat ist nicht ein Rechteck, nur die Gegenstände, die etwa unter diesen Begriff fallen, sind Rechtecke, wie auch der Begriff schwarzes Tuch weder schwarz noch ein Tuch ist. Ob es solche Gegenstände gibt, ist durch die Definition unmittelbar noch nicht bekannt.³¹

28. Mit der Ausnahme einer Stelle in Frege (1893) wo er sowohl (B1) als auch (B2) als Beispiele anführt, sind es in anderen Zusammenhängen *immer* strukturähnliche Beispiele wie (B2).

29. Die relevanten Beispiele wurden von mir durch Unterstreichung markiert.

30. Frege (1892, 202). Dasselbe Beispiel findet sich in Frege (1891/92 [1969, 122]).

31. Frege (1893, Vorwort, XIV).

Begriffe sind meist zusammengesetzt aus Theilbegriffen, den Merkmalen. *Schwarzes, seidenes Tuch* hat die Merkmale *schwarz, seiden* und *Tuch*.³²

Wir können statt „2 ist eine Quadratwurzel aus 4 und 2 ist positiv“ sagen „2 ist eine positive Quadratwurzel aus 4“, und wir haben als Merkmale des Begriffes *ist eine positive Quadratwurzel aus 4* die beiden Teilbegriffe *ist eine Quadratwurzel aus 4* und *ist positiv*.³³

[...] von dem Begriffe *blaues seidenes Band* sind *Blau, Seiden, und Band* Merkmale, nicht Eigenschaften, weil der Begriff weder *blau, noch seiden, noch ein Band* ist.³⁴

Man könnte diese Datenlagen nun so interpretieren, dass sich Frege bei seiner Fehleinschätzung in Bezug auf (B5) in Frege (1914) so sicher war, dass er auf dieser Grundlage Teilbegriffe, die sich durch aufbauende Definitionen wie (B5) ergeben, als die sichersten und besten Beispiele zur Bestimmung von Merkmalen von komplexen Begriffen ansah. Dafür scheint auch seine bereits angeführte Einschätzung in Frege (1914) zu sprechen, die besagt, dass wir nur auf der Grundlage einer aufbauenden Definition mit Sicherheit die Teilbegriffe eines komplexen Begriffs bestimmen können. Andererseits könnte man aber auch auf die Idee kommen, dass es vielleicht einen allgemeineren Sinn einer logischen Zerlegung von Begriffen gibt, den Frege im Sinne hatte bei seiner Konzeption von Teilbegriffen, welche die logische Zerlegung mittels Definitionen als nur eine von mehreren möglichen Optionen ansieht. Auf diese Möglichkeit werden wir noch zu sprechen kommen. Vordergründig sieht es so aus, dass die herausgearbeitete Fehleinschätzung von Frege in Bezug auf (B5) Folgen für die sachliche Korrektheit von (K3) hat. Damit ist allerdings die interpretatorische Korrektheit von (K3) keineswegs in Frage gestellt.

[3.2.2] Das genaue Verhältnis zwischen expliziten Definitionen und Merkmalen von Begriffen

Bevor wir uns der Frage zuwenden werden, ob man (K3) so verändern oder verallgemeinern kann, dass man auch Problemfälle wie (B2) und (B5) in den Griff bekommt, möchte ich (K3) in diesem Abschnitt präzisieren und mit anderen Bedenken und Problemen konfrontieren.

32. Frege (1900 [1976], 150).

33. Frege (1903, 373).

34. Frege (1919 [1976], 154).

An *erster* Stelle möchte ich die Frage diskutieren, ob jedes Prädikat, welches im Definiens einer expliziten Definition vorkommt und einen Begriff ausdrückt, als Ausdruck eines Merkmals des definierten Begriffs angesehen werden sollte oder nicht. Selbst wenn man Definitionen wie Frege zuerst auf explizite Definitionen und dann im engeren Sinn sogar auf aufbauende explizite Definitionen einschränkt, dann gibt es unter diesen verbleibenden Definitionen eine Vielzahl von Varianten mit unterschiedlichen möglichen logischen Formen. Die angeführten Beispiele waren allesamt *konjunktive* Definitionen oder *konjunktive* kompositionale Zerlegungen. Sollen wir daher (K3) auf Definitionen einer bestimmten logischen Form einschränken? Das man hier wohl eine weitere Einschränkung vornehmen muss, darauf weist bereits die zitierte Inhaltsangabe aus einem frühen Fragment von Frege mit dem Titel „Logik“ hin, wo Frege zwischen Definitionen durch Merkmale und anderen Definitionen unterscheidet:

D. Definition der Begriffe.

Merkmale. Verwickeltere.³⁵

Die entscheidende Frage ist nun, wie diese Einschränkung genau aussehen soll. Eines geht aus dem Zitat hervor, dass Frege nur eine bestimmte *Teilklasse* aller Definitionen als Definition mittels Merkmale ansieht und, dass er davon eine zweite Klasse von Definitionen gibt, die keine Definitionen durch Merkmale sind, wo sich meiner Ansicht nach, um *logisch* verwickeltere Definitionen handelt. Bei dieser zweiten Klasse handelt sich auch um die philosophisch gesehen weitaus fruchtbareren Definitionen und einige prominente Beispiele dieser Klasse finden sich bspw. in „Grundlagen der Arithmetik“. Was sind nun aber Definitionen durch Merkmale?

Um dieses Problem etwas genauer zu veranschaulichen, werfen wir einen Blick auf die folgende korrekte explizite Definition des Begriffs eines Wochentags:

(B6) $\forall x(x \text{ ist ein Wochentag gdw. } x \text{ ist ein Montag } \vee x \text{ ist ein Dienstag } \vee x \text{ ist ein Donnerstag } \vee x \text{ ist ein Freitag } \vee x \text{ ist ein Samstag } \vee x \text{ ist ein Sonntag}).$

Im Gegensatz zu allen anderen bisher angeführten expliziten Definitionen handelt es sich bei dieser expliziten Definition, um keine *konjunktive*, sondern eine *disjunktive*. Aber im Falle solcher korrekten disjunktiven expliziten Definitionen macht es keinen Sinn, die Begriffe, die im Definiens verwendet werden als Teilbegriffe oder Merkmale des definierten Begriffs zu verstehen. Ein Teilbegriff oder ein Merkmal ist für Frege eine Eigenschaft, die ein Gegenstand haben muss, wenn er unter den Begriff fallen soll“. Dabei handelt es sich aber nur um eine *notwendige* Bedingung. Man könnte diese Bedingung in Bezug auf (B6) natürlich dadurch erfüllen, indem man die gesamte Disjunktion im Definiens zum Ausdruck eines Begriffs verwendet.

35. Frege (1879/1891, 1).

Der dadurch ausgedrückte disjunktive Begriff ist aber kein Teilbegriff des Begriffs eines Wochentags, sondern mit diesem ko-extensional. D.h. ein echter *Teilbegriff* G eines komplexen Begriffs F muss obendrein eine weitere Bedingung erfüllen, dass alles was unter F fällt, auch unter G fällt, aber nicht umgekehrt.

Vor dem Hintergrund dieses Problems ist also die von Gabriel getroffene Bestimmung von (K3) genauer zu präzisieren. Zu diesem Zweck scheint es zu genügen, den Begriff des *Teilbegriffs einer konjunktiven expliziten Definition* ins Spiel zu bringen. Das sind die Begriffe, die durch die Konjunkte des Definiens einer solchen expliziten Definition ausgedrückt werden. Zumindest in Anwendung auf alle bis hierhin betrachteten Beispiele für expliziten Definitionen scheint dieses Kriterium die richtigen Resultate zu liefern. Vielleicht gibt es aber auch konjunktive Definitionen, die auf dieser Grundlage kontraintuitive Resultate liefern?

Um dieses Problem zu vertiefen, werfen wir einen Blick auf die folgende scheinbare explizite Definition des Begriffs eines Bruders eines Königs:³⁶

(B7) Für alle x gilt: x ist ein Bruder eines Königs gdw. es gibt ein y: x ist ein Geschwister von y & y ist ein König & x ist männlich.

Dieses Bi-Konditional ist eine interessante Mischung aus einer kompositionalen Zerlegung und einer expliziten Definition. Sie lässt sich aus den folgenden beiden Bi-Konditionalen herleiten:

(B7*) Für alle x gilt: x ist ein Bruder eines Königs gdw. es gibt ein y: x ist ein Bruder von y & y ist ein König.

(B7**) Für alle x gilt: x ist ein Bruder gdw. es gibt ein y: y ist ein Geschwister von x und x ist männlich.

Ähnlich wie (B2) und (B5) enthält das Beispiel (B7*) ein einstelliges, aber semantisch komplexes Prädikat. Will man die logische Komplexität von (B7*) angemessen darstellen, muss man wieder von der Lambda-Abstraktion Gebrauch machen und auf dieser Basis „ist ein Bruder eines Königs“ als einstelliges, komplexes Prädikat analysieren.

Im Gegensatz dazu scheint (B7**) allerdings eine echte explizite Definition zu sein. Sie unterscheidet sich aber von unseren bisher betrachteten Beispielen in einem *kleinen* Detail. Das Definiens von (B7**) ist zwar auch eine Konjunktion, aber diese hat ein Glied, das logisch komplex ist. Das ist ein kleiner Unterschied, der kaum ins Gewicht fällt. Das besagte Prädikat „es gibt ein y: y ist ein Geschwister

36. Ein anonymer Gutachter hat mich auf das Beispiel „Vater des Königs“ verwiesen und dafür argumentiert, dass der Begriff des Königs in einer bestimmten Weise zur Definition dieses Begriffs gebraucht wird, aber intuitiv nicht als Merkmal dieses Begriffs durchgehen soll. Ein ähnliches Beispiel findet sich in Siebel (2011, 101), nämlich das Beispiel „Sohn eines Junggesellen“.

von x “ ist einstellig, aber semantisch komplex. Würde man sich nur auf explizite Definitionen im engeren Sinn beschränken, dann würde von den drei zuletzt angeführten Bi-Konditionalen nur (B7**) darunterfallen. Versteht man (K3) daher auf dieser Grundlage, dann würde nur (B7**) als Bestimmung davon gelten, was ein Merkmal eines komplexen Begriffs ist, nicht aber (B7*) und (B7). In Bezug auf (B7*) ist das nicht überraschend, es handelt sich nur um ein weiteres neues Beispiel für das im letzten Abschnitt aufgeworfene Problem. Aber intuitiv scheint (B7) zumindest große Ähnlichkeiten mit einer Definition zu haben und es fragt sich, ob man den Begriff einer Definition nicht so weit fassen sollte, dass auch Bi-Konditionale wie (B7) darunterfallen.

Das Beispiel (B7*) wirft aber auch ein neues Problem auf, welches die Ausweitung einer Bestimmung von Merkmalen in Bezug auf kompositionale Zerlegungen betrifft. (B7*) hat im Hinterglied zwei Konjunkte, aber nur *eines* dieser beiden Konjunkte scheint tatsächlich ein Merkmal des Begriffs eines Bruders eines Königs auszudrücken. Der Begriff des Bruders ist klarerweise ein Merkmal des Begriffs des Bruders eines Königs. In einem kompositionalen Sinn ist natürlich auch der Begriff des Königs ein Teil des Begriffs eines Bruders eines Königs, aber im klassischen Sinn und auch in dem Sinn, den Frege zu verteidigen sucht, ist der Begriff des Königs kein Merkmal des Begriffs eines Bruders eines Königs. Warum ist das so? Die Erklärung liefert erneut die bereits zuvor zitierte Bedingung von Frege:

Merkmal eines Begriffes ist eine Eigenschaft, die ein Gegenstand haben muß, wenn er unter den Begriff fallen soll.³⁷

Bezüglich paradigmatischer expliziter Definitionen wie (B7**) ergibt sich diese Konsequenz automatisch aus ihrer logischen Struktur. D.h. wenn wir es mit einer *reinen* konjunktiven expliziten Definition zu tun haben, dann ergibt sich aus diesem Status und aus der Struktur automatisch, dass die Konjunkte Merkmale ausdrücken, die Eigenschaften von Gegenständen sind, die unter den explizit definierten Begriff fallen.

Anders ist die Sache, wie wir gesehen haben, bei bestimmten kompositionalen Zerlegungen wie (B7*). Dieses Bi-Konditional enthält Konjunkte, die Begriffe ausdrücken, welche die von Frege aufgestellte notwendige Bedingung nicht erfüllen. Der Begriff des Königs ist kein Merkmal des Begriffs eines Bruders eines Königs. In diesem Sinn scheint das angeführte Problem vor allem ein Problem in Bezug auf die Generalisierung von (K3) hinsichtlich anderer möglicher logischer Zerlegungen zu sein. Es ist aber kein Problem für (K3) in seinem Kern. Um in dieser Hinsicht

³⁷. Frege (1903, 373).

Klarheit zu schaffen und Beispiele wie (B6) auszuschließen genügt es, (K3) derart zu präzisieren:

(K3*) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es eine *konjunktive* explizite Definition D von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte des Definiens von D ausgedrückt wird.

Wenn man allerdings den Begriff der expliziten Definition so erweitern möchte, dass auch (B7) darunter fallen soll, dann genügt (K3*) nicht und müsste wie folgt ergänzt werden:

(K3**) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es eine *konjunktive* explizite Definition D von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte des Definiens von D ausgedrückt wird und alle Gegenstände, die unter G fallen auch unter F fallen.

D.h. wir müssten relativ zu einem solch loseren Verständnis dann Konjunkte ausschließen, welche *ausschließlich* andere Variablen enthalten als die Hauptvariable, über welche die gesamte Äquivalenz quantifiziert.

Wie wir aber später sehen werden, ist eine solche Ausweitung nicht nötig, wenn man es durch eine Verallgemeinerung von (K3*) schafft, kompositionale Zerlegungen zur Bestimmung von Merkmalen einzubeziehen. Dann kann man sagen, dass (B7) keine echte explizite Definition ist, und trotzdem gibt es dann einen Weg zu erklären, warum der Begriff des Bruders ein Teilbegriff des Begriffs des Bruders eines Königs ist. Dazu aber im nächsten Hauptabschnitt mehr.

An *zweiter* Stelle möchte ich nun eine Frage diskutieren, die durch das Beispiel (B7) schon leicht angedeutet wurde. Es kann unterschiedliche korrekte Definitionen von Begriffen geben, die unterschiedlich komplex sind und unterschiedliche Begriffe im Definiens enthalten. Wir können bspw. den Begriff eines Quadrats durch (B1) definieren, aber die folgende alternative Definition ist ebenso korrekt:

(B8) Für alle x gilt: x ist ein Quadrat gdw. x ist ein Parallelogramm und x ist gleichseitig und x ist gleichwinkelig.

Diese Definition ist ebenso korrekt wie (B1), aber sie greift (a) auf andere Begriffe im Definiens zurück als (B1), nämlich den Begriff des Parallelogramms und den Begriff der Gleichwinkeligkeit und (b) enthält das Definiens von (B8) mehr Teilbegriffe als das Definiens von (B1), nämlich drei statt zwei.

Wie soll man damit auf der Grundlage von (K3*) umgehen? Soll man annehmen, dass komplexe Begriffe *relativ* zu unterschiedlichen möglichen korrekten Definitionen unterschiedliche Merkmale haben können? D.h. sollen wir (K3*) durch eine re-

lativierte Version ersetzen? Oder sollen wir alternativ die Formulierung von (K3*) so präzisieren, dass alle Merkmale zu allen möglichen Definitionen gleichwertig als absolute Merkmale eines Begriffs zählen? Die Relativierung würde nur dann Sinn machen, wenn es unvereinbare, aber korrekte Definitionen gibt, die auf ganz unterschiedlichen Voraussetzungen basieren. Unsere beiden Beispiel-Definitionen haben allerdings nur eine unterschiedliche Analysetiefe. Und selbst wenn wir ein und denselben Begriff in zwei ganz unterschiedlichen Weisen logisch zerlegen würde, würde nichts dagegen sprechen die Teilbegriffe beider Zerlegungen als absolute Merkmale anzusehen, weil es ja nicht darum geht die absoluten metaphysischen Konstituenten eines Begriffs zu bestimmen, sondern nur seine logischen Teile. Wenn man sich von dieser Idee löst, dass explizite Definitionen einen Begriff in seine metaphysischen Bestandteile zerlegen, dann spricht nichts gegen die folgende Nachbesserung von (K3*), welche als Teilbegriffe unterschiedlicher mögliche Definitionen eines komplexen Begriffs als Merkmale dieses Begriffs versteht:

(K3***) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es mindestens eine *konjunktive* explizite Definition D von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte des Definiens von D ausgedrückt wird.

An *dritter* Stelle möchte ich die Frage diskutieren, inwiefern der Begriff des Sinns bei der Definition von Merkmalen von Begriffen bei Frege eine Rolle spielt oder spielen soll. Begriffe sind ja, wenn sie von Frege als Funktionen von Gegenständen in Wahrheitswerte aufgefasst werden, ziemlich grob-körnige Entitäten³⁸ und man könnte auf dieser Grundlage die Frage aufwerfen, ob es vor diesem Hintergrund überhaupt Sinn macht im alltäglichen oder klassisch philosophischen Sinn von *Merkmalen von Begriffen* zu sprechen. Künne führte auf der Grundlage einer solchen Überlegung den folgenden Einwand gegen die Idee ins Feld, dass Frege'sche Begriffe Merkmale in dem intuitiven Sinn haben:

Nach der Einführung der Sinn/Bedeutung-Distinktion müsste die Merkmalslehre revidiert werden. Wenn man den Sinn eines monadischen Prädikats als Konzept bezeichnet, könnte die Neufassung dann so aussehen: „Die Merkmale eines Konzepts K sind Konzepte, die Teile von K sind und unter die etwas fallen muss, wenn es unter K fallen soll“? Nein, denn die Relation des Fallens-unter besteht zwischen Gegenständen und *Begriffen*. Die mereologische Charakterisierung müsste ganz aufgegeben werden.³⁹

38. Begriffe werden auf dieser Basis rein extensional individuiert. Prädikate mit der gleichen Extension (Frege'schen Bedeutung) drücken dieselben Begriffe nach Frege aus.

39. Künne (2010, 220); siehe dazu auch: Künne (2001).

Künne formuliert diesen Einwand auf der Grundlage der bereits verworfenen Idee, dass Teile eines Begriffs oder Konzepts metaphysisch konstitutive Teile sind. Klar ist natürlich, dass wenn Begriffe keine *Konzepte* im Sinne Kühnes sind, man in keinem direkten Sinn die Teile der Begriffe über die Teile der Konzepte bestimmen kann. Aber es gibt eine andere Möglichkeit, wenn man von einem abgeschwächten logischen Begriff der Zerlegung Gebrauch macht, auf den wir bereits verwiesen haben. Diese Art der Zerlegung bringt Frege in einem bereits angeführten Zitat zu zerlegenden Definitionen derart ins Spiel:

Wir glauben seinen Sinn logisch zerlegen zu können und erhalten einen zusammengesetzten Ausdruck, von dem wir meinen, dass er denselben Sinn Ausdrücke wie jener.⁴⁰

Sinne spielen daher zumindest im Rahmen von zerlegenden Definitionen eine wichtige Rolle. Aber natürlich geht es auch bei der aufbauenden Definition primär um den Sinn von Ausdrücken, der diesen erst durch eine Definition zugeordnet wird:

Das Zeichen, das bis dahin keinen Sinn hatte, bekommt durch die Definition den Sinn jenes zusammengesetzten Ausdrucks.⁴¹

Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, dass Frege immer primär von Definitionen von *Zeichen*, nicht aber von Definitionen von *Begriffen* spricht:

Die Definition hat also eigentlich nur mit den Zeichen zu tun.⁴²

Das liegt sicher an seiner Bevorzugung zerlegender Definitionen, bei denen es ja primär um die Zuordnung eines Sinnes zu einem neuen einfachen Zeichen geht. Erlauben uns diese Beobachtungen nun Kühnes Voraussetzungen zu verwerfen und auf dieser Basis eine neue Version seines Einwands zu formulieren? Diese neue Version könnte vor diesem neuen Hintergrund wie folgt lauten: Eine logische Zerlegung der Sinne eines einfachen prädikativen Ausdrucks ist sowohl auf der Grundlage einer zerlegenden aber auch auf der Basis einer bereits etablierten aufbauenden Definition möglich bzw. gegeben. Wenn Definitionen aber Zerlegungen in Bezug auf die Sinne von Prädikaten darstellen, dann bestimmen Definitionen im eigentlichen Sinn nicht *Teilbegriffe*, sondern Teilsinne. Daher scheint (K3) verfehlt zu sein.

Es besteht meiner Ansicht nach aber eine plausible Möglichkeit, diesen verbesserten Einwand zu entkräften.

40. Frege (1914, 227).

41. Frege (1914, 229).

42. Frege (1914, 224).

Bevor Frege zwischen dem Sinn und der Bedeutung von prädikativen Ausdrücken unterschieden hat, hatte er auch noch *keine* funktionale Auffassung von Begriffen als Funktionen von Gegenständen in Wahrheitswerte. Beide Innovationen wurden von Frege zumindest in seinen Schriften mehr oder weniger simultan eingeführt. Diese beiden Innovationen scheinen auch systematisch Hand in Hand zu gehen. Frege verteilt auf dieser Grundlage die explanatorischen Rollen, die vor ihm oft mit Begriffen allein verbunden wurden, auf Begriffe und Sinne. Das hat natürlich zur Folge, dass Frege'sche Begriffe nicht mehr Begriffe im zuvor philosophisch gebräuchlichen Sinn sind. Dennoch redet Frege scheinbar noch im klassischen Sinn vor und nach diesen Innovationen von Merkmalen von Begriffen. Bevor er seine berühmte Sinn/Bedeutung-Unterscheidung gezogen hat, scheint er Begriffe so verstanden zu haben, dass sie einige Rollen von Sinnen auch übernommen haben. Interessanterweise sind aber alle Zitate, die wir als Beleg für (K3) angeführt haben, aus Schriften, die nach der Einführung dieser Unterscheidung verfasst wurden.

Wie ist das zu erklären? Wenn man Begriffe als Funktionen von Gegenständen in Wahrheitswerte auffasst, dann kann man auf dieser Basis natürlich auch Begriffe konjunktiv definieren. Allerdings gibt es auf dieser Grundlage für jeden einzelnen Begriff eine große Vielzahl von Begriffen, deren logische Konjunktion uns erlauben würde, den betreffenden Begriff konjunktiv zu definieren. D.h. es gibt eine große Zahl von Funktionen, deren Konjunktionen dieselben Wahrheitswerte liefert. Nimmt man diese Vielzahl an Möglichkeiten auf der Basis von (K3) ernst, dann würde das mit einer Inflation des klassischen Begriffs eines Merkmals eines Begriffs einhergehen. Diese Inflation will Frege aber anscheinend vermeiden und so nimmt er wohl den Begriff des Sinnes als regulative Größe hinzu bei der Bestimmung von Merkmalen. D.h. in Freges Begriffsschrift drückt jedes prädikative Zeichen nur genau einen Sinn aus, und wenn wir nun im Rahmen der Begriffsschrift nur solche Definitionen zulassen, welche komplexe Sinne logisch zerlegen und bei der Bestimmung von Merkmalen von Begriffen wiederum auf diese Sinnzerlegungen zurückgreifen, dann können wir den Begriff des Merkmals eines Begriffs in einer relativ klassischen Weise einschränken, ohne ihn dadurch völlig inflationär zu machen. Frege schafft es also mit Hilfe von expliziten Definitionen die explanatorische Rolle von Sinnen für die Bestimmung der Merkmale von Begriffen fruchtbar zu machen. Die Sinne sind regulative Elemente bei solchen Definitionen, die mögliche konjunktive Definitionen von komplexen Begriffen sinnvoll einschränken; und Frege damit erlauben, am klassischen Begriff des Merkmals von Begriffen festzuhalten, trotz neuer funktionaler Auffassung von Begriffen.

Die Lösung unserer Modifikation von Künnes Einwand erfordert somit die folgende zweite Reformulierung von (K3*):

(K3****) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es mindestens eine *konjunktive* explizite Definition D von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte des Definiens von D ausgedrückt wird und durch diese konjunktive Definition von F der Sinn von F logisch zerlegt wird.

Um daher sowohl die klassische Rolle von Definitionen von Begriffen als auch den klassischen Inhalt des Begriffs eines Merkmals eines Begriffs zu retten, vertritt Frege meiner Ansicht nach die Auffassung, dass Definitionen Zerlegungen von Begriffen im Rückgriff auf die Zerlegung von Sinnen liefern, die Arten des Gegenbenseins dieser Begriffe sind. Vor dem Hintergrund der Idee einer logischen Zerlegung durch Definitionen, im Gegensatz zu einer metaphysisch-konstitutiven, erscheint eine solche eher *projektive* Auffassung der Merkmale von Begriffen im Rückgriff auf die Sinne, welche diese präsentieren, nicht abwegig zu sein.

An *vierter* Stelle will ich nun die Frage besprechen, ob die Bevorzugung von aufbauenden Definitionen gegenüber zerlegenden berechtigt ist und ob Frege daher eigentlich nur ein sehr eingeschränktes Verständnis von Merkmalen von Begriffen hatte. Wir haben dieses Problem schon im Zusammenhang mit (K2) kurz aufgeworfen. Wenn man (K3*) und seine Varianten auf Definitionen im eigentlichen Sinn nach Frege, nämlich aufbauende Definitionen einschränkt, dann haben viele komplexe Begriffe keine Merkmale im Sinne von (K3). Meiner Ansicht nach sollte man Frege diesbezüglich nicht allzu streng nehmen. Ihm ging es vor allem darum, im Rahmen einer Begriffsschrift auch in Bezug auf Definitionen Eindeutigkeit und Präzision zu erzielen. Daher sind für solche Zwecke nur aufbauende Definitionen als echte Definitionen zugelassen, weil nur für solche die Wahrheit der Äquivalenz verbürgt und klar einsichtig ist. Wenn es also Frege im engen Sinn nur darum geht, Begriffe zu erfassen, die im Rahmen der Begriffsschrift zugelassen sind, dann genügt die eingeschränkte Auffassung von Definitionen und (K3*) (oder eine der besprochenen Varianten) ist dann auf dieser Grundlage völlig ausreichend. Wenn es aber auch darum geht, andere *alltägliche* Begriffe zu erfassen und deren Merkmale zu beschreiben, dann scheint es vor diesem Hintergrund auch völlig legitim zu sein, den Begriff der Definition auf zerlegende Definitionen auszuweiten. Die betreffende Einschränkung verfolgt einen ganz bestimmten auf die Begriffsschrift beschränkten Zweck und stellt somit kein echtes Problem für die intuitive Korrektheit von (K3*) dar.

4 Merkmale als Teilbegriffe logischer Zerlegungen

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, dass (K3) dreier unterschiedlicher Anpassungen bedurfte, um zumindest eine halbwegs angemessene Auffassung von Merkmalen nach Frege zu liefern. Mittels dieser Anpassungen konnten wir einige der aufgeworfenen Probleme ausräumen. Es verbleibt aber noch ein zentrales Problem übrig, nämlich, dass (K3****) zu eng ist, weil es auch komplexe Begriffe gibt, die sich nicht explizit definieren lassen, wie es sich bezüglich der von Frege bevorzugten Beispiele für komplexe Begriffe gezeigt hat. Als Lösung haben wir die Möglichkeit einer Generalisierung von (K3****) ins Auge gefasst. Freges scheinbarer Fehler besteht darin, logische Zerlegungen von Begriffen auf Definitionen eingeschränkt zu haben. Bi-Konditionale wie (B2) und (B5) sind, wie wir gesehen haben, zwar keine expliziten Definitionen, aber dennoch logische Zerlegungen eines Begriffs. D.h. der maßgebliche Oberbegriff zur Bestimmung von Merkmalen nach Frege ist der Begriff einer konjunktiven logischen Zerlegung. Definitionen sind eine Variante dieser Art, kompositionale Zerlegungen eine zweite wichtige unabhängige Variante. Wenn man diesen Verallgemeinerungsschritt akzeptiert, dass es eine gemeinsame Überkategorie von Definitionen und kompositionalen Zerlegungen gibt, dann kann man auf dieser Basis (K3****) so generalisieren, dass Problemfälle wie (B2) und (B3) damit ausgeräumt werden. Im Gegensatz zu den angeführten vier Belegen für (K3) gibt es auch die folgende Stelle in Frege (1903), die man so lesen kann, als würde sie der angestrebten Generalisierung das Wort reden:

Was von den Begriffen gilt, gilt auch von den Merkmalen; denn Merkmale eines Begriffs sind Begriffe, die logische Teile jenes sind. Wir können statt „2 ist eine Quadratwurzel aus 4 und 2 ist positiv“ sagen „2 ist eine positive Quadratwurzel aus 4“, und wir haben als Merkmale des Begriffes *ist eine positive Quadratwurzel aus 4* die beiden Teilbegriffe *ist eine Quadratwurzel aus 4* und *ist positiv*. Wir können diese auch Eigenschaften der Zahl 2 nennen und demgemäß sagen: Merkmal eines Begriffes ist eine Eigenschaft, die ein Gegenstand haben muß, wenn er unter den Begriff fallen soll.⁴³

In dieser Passage erläutert Frege den Begriff des Merkmals anhand der für ihn üblichen und für (K3) problematischen Beispiele. Aber er stellt hier keine enge Verbindung zu Definitionen her und verwendet stattdessen den allgemeineren Begriff der logischen Zerlegung. Darüber hinaus stellt er in dem Zitat eine wichtige notwendige Bedingung für logischen Zerlegungen auf, die als Bestimmungen von

43. Frege (1903, 373, meine Hervorhebung).

Merkmale fungieren, die wir bereits anhand von einschlägigen Beispielen diskutiert haben.

Wenn man dieses Zitat als Leitschnur für die besagte Generalisierung nimmt, dann erfordert dies die folgenden Schritte: Der erste Schritt in diese Richtung besteht in der Ersetzung des Begriffs der Definition in (K3*) durch den Begriff der logischen Zerlegung. Zusätzlich müssen wir aber sowohl die oben angeführte notwendige Bedingung für Zerlegungen mit dem erforderlichen Zweck anführen als auch die im letzten Abschnitt ausgeführten Anpassungen von (K3*). Das Resultat ist die folgende neue Formulierung einer Frege'schen Auffassungen von Merkmalen:

(K3⁺⁺) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es mindestens eine wahre *konjunktive logische Zerlegung* Z von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte von Z ausgedrückt wird und durch Z der Sinn von F logisch zerlegt wird und alle Gegenstände, die unter G fallen auch unter F fallen.

Diese Formulierung von Freges Auffassung von Merkmalen würde, wenn man sie ohne den dargelegten Diskussionskontext betrachtet, vielleicht einerseits ad hoc erscheinen, aufgrund der zwei zusätzlich „angehängten“ Bedingungen, und andererseits auch etwas inhaltsarm erscheinen, wegen der exzessiven Verwendung des Begriffs der logischen Zerlegung. Wenn man aber akzeptiert, dass es zwei fundamental unterschiedliche Arten der logischen Zerlegung von Begriffen gibt, wie wir hier aufgezeigt haben, nämlich *Definitionen* und *kompositionale Zerlegungen*, und wenn man darüber hinaus erkennt, dass die Rückkoppelung an den Sinnbegriff bei der Merkmalbestimmung der Frege'schen logischen Vereinfachung des Begriffs eines Begriffs auf der Basis seiner funktionalen Auffassung geschuldet ist und konjunktive kompositionale Zerlegung nicht zwangsweise zur Zerlegung in Merkmale führen, dann erscheint (K3⁺⁺) gar nicht mehr so abwegig und konstruiert. Aber natürlich muss man einräumen, dass (K3) auf der Grundlage von (K3⁺⁺) etwas seine Anziehungskraft gegenüber (K2) verliert. In jedem Fall zeigt es, dass eine Frege'sche Analyse von Merkmalen sich *sachlich* als ein doch relativ verzwicktes Vorhaben erweist, selbst wenn es an der *interpretatorischen* Richtigkeit von (K3) wenig Zweifel gibt.

Mit dieser Erweiterung sind wir nun in der Lage, alle von Frege vorgeschlagenen Beispiele von komplexen Begriffen samt ihren Merkmalen zu erfassen. Diese modifizierte Version von (K3) ist zwar versteckt disjunktiv, aber sie scheint wohlbegründet und nicht ad hoc zu sein. Auf ihrer Basis scheint sich der Merkmalbegriff in der von Frege intendierten Weise systematisch erfassen zu lassen.

4.1 Universelle Begriffe als Merkmale?

Zum Abschluss möchte ich noch zu der ganz am Anfang und im Zusammenhang mit (K2) aufgeworfenen Frage zurückkommen, inwiefern universelle Begriffe, die auf alles zutreffen, Merkmale von Begriffen sein können. Wir müssen hier zuerst zwei Sinne von universellen Begriffen unterscheiden: Im Rahmen einer Ontologie ohne Typen-Hierarchien trifft ein solcher Begriff auf allen Entitäten zu, die angenommen werden, ob diese Einzeldinge, Eigenschaften, Sachverhalte etc. sind, ist dann egal. In einer Ontologie mit Typen-Hierarchien wie bei Frege, wo strikt zwischen Entitäten verschiedener Stufen unterschieden wird, wobei die Stufe der Gegenstände die Stufe 0 darstellt, die Stufe der Funktionen von Gegenständen der Stufe 0 in Gegenstände dieser Stufe die Stufe 1 darstellt, usw., gibt es nur *relative*, universelle Prädikate, die relativ zu einer bestimmten Stufe auf alle Entitäten zutreffen. Das Prädikat „ist ein Gegenstand“ ist beispielsweise ein Prädikat, welches auf alle und nur die Gegenstände auf der Stufe 0 zutrifft.

Kann nun ein solches relatives universelles Prädikat wie „ist ein Gegenstand“ nach Frege Merkmal eines komplexen Begriffes sein? Die Frage ist auch deshalb in Bezug auf (K3) relevant, weil Frege sie selbst in einer relativ frühen Schrift thematisiert, nämlich in Frege (?1882?). Dort erörtert er u. a. die Frage, welche Gründe es dafür gibt anzunehmen, dass es sich bei dem Begriff, der durch „existiert“ ausgedrückt wird, um einen universellen Begriff erster Stufe handelt. Frege versucht zu zeigen, dass ein solcher Begriff, obwohl inhaltlich redundant, dennoch eine bestimmte expressive Funktion bei der Umformung von Sätzen der Form „Es gibt Fs“ in äquivalente Sätze der Form „Einige F sind G“ oder „Fs sind G“ haben kann.⁴⁴ In der folgenden Passage kontrastiert er diese Interpretation von „existiert“ mit einer Interpretation, die „existiert“ als Prädikat auffasst, das auch nur auf eine echte Teilmenge aller Gegenstände zutreffen kann. In diesem Zusammenhang fragt er auch nach der Rolle beider Begriffe als *Merkmale* von anderen Begriffen:

Sobald man aber dem Worte „existieren“ einen Inhalt gibt, der von einem ausgesagt wird, kann dieser Inhalt auch zum Merkmal eines Begriffes gemacht werden, unter den das einzelne fällt, von dem das existieren ausgesagt wird. Wenn man z.B. alles in zwei Klassen teilt,

1. Was in meinem Geiste ist, die Vorstellungen, Gefühle etc.
- und
2. Was ausser mir ist,

und von dem Letzteren sagt, es existiere, so kann man als Merkmal des Begriffes Centaur die Existenz auffassen, obwohl es keine Centauren

44. Siehe: Rami (2018, 2021).

gibt. Ich würde nichts als Centaur anerkennen, was nicht ausser meinem Geiste wäre[.]

Der Inhalt des Wortes „existieren“ kann nicht gut zum Merkmal eines Begriffs genommen werden, weil „existieren“ keinen Inhalt hat, [so wie] es in dem Satze „Menschen existieren“ gebraucht wird.⁴⁵

Frege vertritt in dieser Passage die Auffassung, dass ein Begriff der Existenz erster Stufe, der durch das Prädikat „existieren“ ausgedrückt wird, als ein Merkmal des Begriffs *Centaur* fungieren kann, wenn dieser ein diskriminierender Begriff erster Stufe ist, der zwischen rein mentalen Gegenständen und Gegenständen, die sich außer einem Subjekt in der Wirklichkeit befinden, unterscheidet. D.h. dieser Begriff schränkt auf dieser Grundlage den Begriff eines Centauren auf wirkliche Gegenstände außer mir ein und in diesem Sinn hat der Ausdruck „existiert“ „einen Inhalt“. Wenn man allerdings wie Frege selbst der Auffassung ist, dass der Begriff der Existenz, der durch „existiert“ ausgedrückt wird, ein universeller Begriff ist, der auf alle Gegenstände zutrifft und somit für Frege „keinen Inhalt“⁴⁶, dann kann man diesen Begriff *nicht gut* in derselben Weise als Merkmal eines Begriffs wie bspw. des Begriffs eines Centauren verwenden. Frege bleibt uns eine genaue Begründung dafür schuldig. Er scheint aber davon auszugehen, dass nur nicht-universelle Begriffe (derselben Stufe) als Merkmale von Begriffen fungieren können, was sich aus der folgenden Passage ergibt, wenn man „x hat einen Inhalt, der von einem einzelnen ausgesagt wird“ so versteht, dass es zumindest notwendig äquivalent mit „x drückt einen nicht-universellen Begriff aus“ ist:

Sobald man aber dem Worte „existieren“ einen Inhalt gibt, der von einem einzelnen ausgesagt wird, kann dieser Inhalt auch zum Merkmal eines Begriffs gemacht werden, unter den das einzelne fällt, von dem das existieren ausgesagt wird. Frege (?1882?, 74).

Warum hängt der Umstand, ob ein Begriff als Merkmal fungieren kann, davon ab, ob der Begriff universell ist oder nicht? Lässt sich Freges dargelegte Auffassung begründen? Wie sieht die Sache auf der Grundlage von (K3⁺⁺) aus?

Wenn man die Sache auf der Grundlage von (K3*) und seinen besprochenen Varianten betrachtet, könnte man folgende Begründung in Betracht ziehen: Bei dem Begriff eines Centauren handelt es sich, wenn er Merkmale hat, um einen komplexen Begriff, der durch den atomaren Ausdruck „Centaur“ repräsentiert wird.

45. Frege (?1882?, 74).

46. Siehe dazu: „Wenn man die Sache ganz allgemein machen will, muss man einen Begriff aufsuchen, der allen Begriffen übergeordnet ist. Ein solcher Begriff, wenn man es so nennen will, kann gar keinen Inhalt mehr haben [;] [...] denn jeder Inhalt kann nur in einer gewissen Beschränkung des Umfangs bestehen.“, in: Frege (?1882?, 71)

Ein Begriff *F* kann auf dieser Grundlage nur ein Merkmal dieses Begriffs werden, wenn es eine sinnvolle aufbauende oder zerlegende Definition gibt, die diesen Begriff zur Definition des Begriffs *Centaur* verwendet. Ein diskriminierender Begriff der Existenz erster Stufe kann als Merkmal fungieren, weil er eine erklärende Rolle im Rahmen einer solchen Definition übernehmen kann. Ein universeller Begriff der Existenz hätte allerdings eine völlig *redundante* Rolle in einer solchen Definition und kann daher weder im Rahmen einer gehaltvollen aufbauenden noch einer gehaltvollen zerlegenden Definition des Begriffs *Centaur* verwendet werden. Vor diesem Hintergrund kann ein universeller Begriff „nicht gut als Merkmal eines Begriffs“ wie des Begriffs eines Centauren fungieren.

Für explizite Definitionen gibt es bestimmte Normen der Korrektheit. Ein berühmtes Beispiel für solche Normen ist die Norm der *Zirkularität*: Eine Definition, die einen Begriff in expliziter oder implizierter Weise durch diesen Begriff selbst definiert, ist zirkulär und als unangemessen abzulehnen. Darüber hinaus gibt es auch die Norm der *Redundanz*: Eine angemessene Definition sollte im Definiens keine Ausdrücke enthalten, auf die verzichtet werden kann. D.h. Ausdrücke, die man weglassen kann, ohne an der Korrektheit der Definition etwas zu ändern. Jetzt gibt es aber wohl einen entscheidenden Unterschied zwischen einer Definition, welche die Norm der Zirkularität verletzt und einer, welche die Norm der Redundanz verletzt. Im ersteren Fall handelt es sich um keine Definition im eigentlichen Sinn mehr, im zweiten Fall scheint aber die Definition an sich korrekt zu sein, nur etwas zu umständlich formuliert zu sein. D.h. wenn die Frage, ob ein Begriff ein Merkmal eines Begriffs ist, nur davon abhängig wäre, ob eine Definition so einfach wie möglich formuliert ist, dann scheint der Unterschied zwischen dem Merkmal-sein und dem Nicht-Merkmal sein in einem solchen Fall als zu beliebig und unwesentlich zu erscheinen. Deshalb scheint die vorgebrachte Begründung nicht sehr überzeugend zu sein.

Man kann die vorgebrachte Begründung, aber noch aus einer anderen Perspektive rechtfertigen, die Frege womöglich im Sinne hatte, und die von Freges Unterscheidung von echten Begriffen und Quasi-Begriffen Gebrauch macht. Echte Begriffe diskriminieren und unterscheiden Klassen von Entitäten. Quasi-Begriffe treffen unterscheidungslos auf alles zu. Jetzt könnte man die Auffassung vertreten, dass eine Definition eines echten, unterscheidenden komplexen Begriffs eine logische Zerlegung in unterscheidende Teilbegriffe dieses Begriffs sein muss, weil diese sonst keine echte logische *Zerlegung* wäre. D.h. wir hätten dann noch die zusätzliche notwendig Bedingung für logische Zerlegungen zu bedenken, dass wenn der zu definierende Begriff *F* nicht auf alle Dinge zutrifft, die Teilbegriffe, in die dieser Begriffe logisch zerlegt werden kann, auch nicht auf alle Dinge zutreffen dürfte. Vielleicht noch einleuchtender ist dieses Prinzip in Bezug auf aufbauende

Definitionen, wenn man die Idee des *Aufbaues* eines diskriminierenden komplexen Begriffs aus Teilbegriffen, die ebenso diskriminieren, besonders ernst und wörtlich nimmt. Es fehlt den universellen Begriffen in beiden Fällen einfach die erforderliche *explanatorische* Rolle und eine logische Zerlegung, die von einem Begriff Gebrauch macht, der das nicht leisten kann, was er soll, ist somit unangemessen.

Aber selbst, wenn man diesen neuen Rechtfertigungsversuch etwas besser als den zuerst angeführten Versuch findet, dann bleibt immer noch ein Problem in Bezug auf logische Zerlegungen, die kompositionale Zerlegungen sind. Hier scheint es keine guten Gründe zu geben, konjunktive kompositionale Zerlegungen zur Bestimmung von Merkmalen auszuschließen, die komplexe Begriffe in (a) einen oder gar (b) zwei universelle Begriffe zerlegen, wie die folgenden Beispiele zeigen:

(B9) Für alle x gilt: x ist ein roter Gegenstand gdw. x rot ist und x ein Gegenstand ist.

(B10) Für alle x gilt: x ist ein existierender Gegenstand gdw. x existiert und x ein Gegenstand ist.

Wenn wir wie Frege annehmen, dass „existiert“ ebenso wie „ist ein Gegenstand“ für einen universellen Begriff steht, dann ist nur (B9) ein Beispiel der Art (a) und (B10) ein Beispiel der Art (b). D.h. selbst wenn wir annehmen, in Bezug auf Definitionen eine gangbare Möglichkeit gefunden zu haben, universelle Begriffe als Teilbegriffe von definierten komplexen Begriffen auszuschließen, dann bräuchten wir noch einen *weiteren* aber ähnlichen Grund, um kompositionale Zerlegungen bei der Bestimmung von Merkmalen von komplexen Begriffen auszuschließen, die universelle Begriffe enthalten.

Man könnte wie folgt argumentieren: Definitionen liefern die *paradigmatischen* Bestimmungen für Teilbegriffe von komplexen Begriffen. Kompositionale Zerlegungen liefern nicht zwingenderweise die Teilbegriffe eines komplexen Begriffs. Frege hat selbst eine Bedingung in Bezug auf kompositionale Zerlegungen erkannt, die notwendig ist, um auf deren Grundlage die Teilbegriffe eines komplexen Begriffs zu identifizieren⁴⁷, er hat aber die Möglichkeit von kompositionalen Zerlegungen mit universellen Begriffen übersehen. Kompositionale Zerlegungen liefern uns nur dann Teilbegriffe, wenn sie Definitionen hinreichend ähnlich sind. D.h. neben der Bedingung, dass dieselben Gegenstände zwingend unter einen Begriff und seine Merkmale fallen müssen, gibt es eine weitere wichtige Bedingungen, welche die besagte Ähnlichkeit garantiert: Nur solche kompositionalen Zerlegungen, die in eine angemessene aufbauende Definition überführt werden können, wobei man den

47. Ein Begriff G ist nur dann Merkmal eines Begriffs F , wenn alles was unter F fällt, auch unter G fällt.

ein-stelligen, aber semantisch komplexen Ausdruck im Vorderglied einer kompositionalen Zerlegung mit einem ein-stelligen, semantisch einfachen Ausdruck ersetzt, sind echten expliziten Definitionen hinreichend ähnlich und können daher zur Bestimmung von Merkmalen von komplexen Begriffen herangezogen werden. Wenn wir diese zusätzlich modale Bedingung, welche eine nähere Heranführung der kompositionalen Zerlegungen an explizite Definitionen vollzieht, (K3**) hinzufügen, dann gelangen wir zu der folgenden angepassten Bestimmung von Merkmalen nach Frege im Lichte aller bisher diskutierten Beispiele:

(K3⁺⁺⁺) Der Begriff G ist ein Merkmal des komplexen Begriffs F gdw. es mindestens eine wahre *konjunktive* logische Zerlegung Z von F gibt, relativ zu der der Begriff G von einem der Konjunkte von Z ausgedrückt wird, durch Z der Sinn von F logisch zerlegt wird und alle Gegenstände, die unter G fallen auch unter F fallen und Z lässt sich in eine korrekte aufbauende Definition eines einfachen Ausdruck „H“ überführen.

Dieses Kriterium würde (B9) und (B10) bei der Bestimmung von Merkmalen aus unterschiedlichen Gründen ausschließen: Wenn wir annehmen, dass (B10) nur Prädikate für universelle Begriffe enthält, dann würden bezüglich (B10) die beiden Teilbegriffe im Hinterglied, aus denen ein neuer Begriff aufgebaut werden soll, genau dieselbe Extension haben wie der aufzubauende Begriff selbst. Damit erfüllen diese Begriffe aber nicht die für aufbauende Definitionen notwendige explanatorische Rolle. D.h. es liegt hier keine echte Konstitution durch *beide* Teilbegriffe vor. Und eine aufbauende Definition, die nur durch einen Teilbegriff konstituiert wird, gibt es nicht.

Der zweiten Beispielfall (B9) kann auch nicht in eine angemessene aufbauende Definition überführt werden. Das liegt in diesem Fall daran, dass der betreffende aufzubauende Begriff zwar ein diskriminierender Begriff nach Frege ist, aber dieser dieselbe Extension hat wie einer der beiden Begriffe aus denen er begrifflich aufgebaut werden soll, nämlich wie der Begriff der Röte, würde hier keine angemessene aufbauende Definition vorliegen. Und zwar aus dem Grund, dass hier nur einer der beiden verwendeten Begriff eine konstituierende Rolle hätte; man aber nicht durch einen einzigen Begriff mit einer explanatorischen Rolle einen neuen Begriff durch eine aufbauende Definition einführen kann. Aufbauende Definitionen erfordert immer mindestens zwei unterschiedliche Begriffe, die den neuen aufzubauenden Begriff *konstituieren*.

Ich gebe zu, dass (K3⁺⁺⁺) etwas gezwungen erscheinen mag. Dieser Eindruck lässt sich aber meiner Ansicht vor dem Hintergrund von zwei Grundannahmen von Frege soweit entkräften, dass es nicht völlig unplausibel ist, zumindest Frege diese Konzeption als eine Konzeption in seinem Sinne anzubieten. *Erstens* hat Frege,

wie unsere angeführten Belege zeigen, einen klaren Zusammenhang zwischen Definitionen und Merkmalen gesehen. Für ihn konstituieren die Teilbegriffe expliziter Definitionen die Merkmale von komplexen Begriffen. Leider hat er aber übersehen, dass nicht alles, was er für eine explizite Definition hält, wirklich eine solche ist. *Zweitens* favorisiert Frege aufbauende gegenüber zerlegenden Definitionen. D.h. in seinem Denken, auch über Merkmale, spielen diese Definitionen eine paradigmatische Rolle. Vor diesem Hintergrund ist (K3⁺⁺⁺) somit vielleicht gar nicht so abwegig.

4.2 Unerfüllbare Begriffe und ihre Merkmale

Ein Problem von (K2) bestand darin, dass dieser Auffassung zu Folge (a) widersprüchliche Begriffe sich als Merkmale aller widersprüchlichen Begriffe erwiesen haben und (b) alle Begriffe Merkmale aller widersprüchlichen Begriffe sind, was sicher kein intuitiv akzeptables Resultat ist. Wie sieht es nun aber mit widersprüchlichen oder unerfüllbaren Begriffen auf der Grundlage von (K3⁺⁺) oder (K3⁺⁺⁺) aus? Komplexe widersprüchliche Begriffe wie der Begriff eines weißen Rappens stellen weder auf der Grundlage von (K3⁺⁺) noch (K3⁺⁺⁺) ein Problem dar. Da beide Auffassungen feinkörniger als (K2) sind, teilen sie keines der Probleme von (K2). Nur durch eine korrekte Definition oder Zerlegung lizenzierte Teilbegriffe sind Merkmale von komplexen Begriffen. Das gilt genauso für widersprüchliche wie für nicht widersprüchliche komplexe Begriffe. Darüber hinaus gibt es weder auf der Grundlage von (K3⁺⁺) noch auf der von (K3⁺⁺⁺) Probleme mit widersprüchlichen Begriffen und deren Teilbegriffen. Intuitiv würde man sagen, dass *nur* der Begriff der Weiße und der Begriff des Rappens Teilbegriffe des Begriffs eines weißen Rappens sind, und nicht alle Begriffe oder alle beliebigen widersprüchlichen Begriffen. Das liegt auch daran, dass auf der Grundlage von (K3⁺⁺⁺) aufbauende Definitionen aus nicht-widersprüchlichen aber unvereinbaren Begriffen völlig angemessen sind, weil es völlig angemessen ist zu sagen, dass der Begriff der Weiße und der Begriff des Rappens zusammen den Begriff eines weißen Rappens konstituieren. In dieser Hinsicht ist somit (K3) nicht nur interpretatorisch angemessener als (K2) in Bezug auf Freges eigene Sicht, sondern auch sachlich angemessener.

Unsere Untersuchungen haben gezeigt, wie schwierig es ist, eine allgemein akzeptable Konzeption von Merkmalen von Begriffen zu formulieren, die alle Ausführungen von Frege zu diesem Thema ernst nimmt, für wahr hält und philosophisch halbwegs akzeptabel ist. Es hat sich allerdings gezeigt, dass es sinnvolle Modifikationen von (K3) gibt, die dem Geiste von Freges intendierter Konzeption von Merkmalen näher kommen als (K3) selbst.

Literatur

- Bolzano, B. (1837): *Wissenschaftslehre*, Band I, Sulzbach: Seidelsche Buchhandlung.
- Frege, G. (1879/1891): „Logik“ in: Hermes, H.; Kambartel, F. und Kaulbach, F. (Hrsg.): *Nachgelassene Schriften*, Hamburg: Meiner, 1-8.
- Frege, G. (?1882?[1969]): „Dialog mit Pünjer über Existenz“, in: Hermes, H.; Kambartel, F. und Kaulbach, F. (Hrsg.): *Nachgelassene Schriften*, Hamburg: Meiner, 60-75.
- Frege, G. (1884 [1987]): *Grundlagen der Arithmetik*, Stuttgart: Reclam.
- Frege, G. (1891/92 [1969]): „Über den Begriff der Zahl“, in: Hermes, H.; Kambartel, F. und Kaulbach, F. (Hrsg.): *Nachgelassene Schriften*, Hamburg: Meiner, 81-127.
- Frege, G. (1892 [2008]): “Über Begriff und Gegenstand”, in: Patzig, G. (Hrsg.): *Funktion, Begriff, Bedeutung*, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 47-60.
- Frege, G. (1914 [1969]): „Logik in der Mathematik“, in: Hermes, H.; Kambartel, F. und Kaulbach, F. (Hrsg.): *Nachgelassene Schriften*, Hamburg: Meiner, 219-270.
- Frege, G. (1976): *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hrsg. von: Gabriel, G.; Hermes, H.; Kambartel, F., Thiel, C.; und Veraart, Hamburg: Meiner.
- Gabriel, G. (1980): „Merkmal“, in: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, Band 5, 1153- 1154.
- Kant, I. (1800): *Logik*, Akademieausgabe, Band IX, Berlin: de Gruyter.
- Künne, W. (2001): „Constituents of Concepts: Bolzano vs. Frege“, in: Albert Newen, Ulrich Nortmann & Rainer Stuhlmann-Laeisz (Hg.), *Building on Frege. New Essays on Sense, Content, and Concept*, CSLI Publishing: Stanford, 267-286.
- Künne, W. (2010): *Die Philosophische Logik Gottlob Freges*, Frankfurt am Main: Klostermann.
- Locke, J. (1690 [1895]): *An Essay Concerning Human Understanding*, Oxford: Oxford University Press.
- Rami, D. (2021): "Notions of Existence in Frege," *Journal of the History of Analytic Philosophy*, Vol 9. Nr. 8.

Rami, D. (2018): *Existenz und Anzahl. Eine kritische Untersuchung zu Freges Konzeption der Existenz*, Paderborn: mentis

Siebel, M. (2011): „‘It falls somewhat short of logical precision’. Bolzano on Kant’s Definition of Analytic Judgements“, *Grazer Philosophische Studien*, 82, 91-127.

von Kutschera, F. (1989): *Gottlob Frege*, Berlin: de Gruyter.