

# ANALISIS FILOSOFICO

VOLUMEN IV, NUMERO 1  
MAYO 1984

## ARTICULOS Y NOTAS

- |    |  |                        |
|----|--|------------------------|
| 1  | <i>Lo indecible en Frege</i>   | L. Valdivia Dounce     |
| 19 | <i>Video meliora proboque; pero. . . Notas sobre el problema de la incontinencia</i> | Eduardo Rabossi        |
| 37 | <i>Supererogación y deber</i>  | Martín D. Farrell      |
| 45 | <i>Gentzen y la naturalidad de la deducción</i>                                      | Alberto Moretti        |
| 53 | <i>La teoría realista de los universales de D.M. Armstrong</i>                       | Nora Stigol de Hagelin |
| 63 | LIBROS   |                        |

SADAF

# ANALISIS FILOSOFICO

## CONSEJO DE DIRECCION

Eugenio Bulygin (Conicet, Univ. de Buenos Aires)  
Carlos Nino (Conicet, Univ. de Buenos Aires)  
Raúl Orayen (SADAF)  
Eduardo Rabossi (Conicet, Univ. Nac. de La Plata)  
Félix Schuster (IIF-SADAF y CLACSO)

## CONSEJO ASESOR (en formación)

## SECRETARIA DE REDACCION

Ma. Cristina González, Cecilia Hidalgo, Diana Maffía, Gladys Palau, Nora Stigol y Hugo Zuleta.

Análisis Filosófico se publica semestralmente en mayo y noviembre de cada año. Editor responsable: Eduardo Rabossi, Presidente de la Sociedad Argentina de Análisis Filosófico. Domicilio legal, Bulnes 642, 1176, Buenos Aires. Registro de Propiedad Intelectual Nro. 142.816. Copyright by Sociedad Argentina de Análisis Filosófico. Queda hecho el depósito que marca la Ley Nro. 11.723.

I.S.S.N. 0326-1301

Suscripciones, pedidos, colaboraciones e información:

ANALISIS FILOSOFICO

Bulnes 642

1176 - Buenos Aires

ANALISIS FILOSOFICO

## ARTICULOS Y NOTAS

### LO INDECIBLE EN FREGE\*

LOURDES VALDIVIA DOUNCE

If it follows from a philosophical doctrine that that doctrine cannot be intelligibly stated, surely that is a decisive refutation of the doctrine? (P. T. Geach "Saying and Showing in Frege and Wittgenstein" p. 54)

Mucho se ha escrito sobre las dificultades que presentan algunas de las nociones claves de la filosofía de Frege. Sin embargo, no ha merecido suficiente atención lo "indecible" en la teoría fregeana. Es este precisamente el objetivo de mi estudio. Mostrar que hay "indecibles" en la teoría fregeana, es de especial interés no sólo por las paradojas que plantea el hecho de que la teoría se impida a sí misma la formulación de algunas tesis generales que la constituyen, sino también porque al exhibir la existencia de ciertos "indecibles" y los principios teóricos de los que se desprenden, podemos arrojar luz sobre la raíz de algunas dificultades entrelazadas, que han sido comentadas por diversos autores.

Aunque ocasionalmente tomaré en cuenta escritos anteriores de Frege, me ocupó aquí especialmente de los trabajos de su etapa madura, que se presentan desde principios de la década de los noventa hasta el conocimiento de la paradoja de Russell.<sup>1</sup> Me basaré en los escritos de esta etapa

\* Agradezco al Prof. Raúl Orayen, la ayuda que me proporcionó en la elaboración, discusión y argumentación de este artículo. Al Prof. José Antonio Robles debo varias lecturas cuidadosas de versiones anteriores, por lo cual le estoy también agradecida.

<sup>1</sup> Las referencias bibliográficas completas se presentan al final en la bibliografía. En el texto citaré indicando sólo autores y títulos de las obras referidas, empleando la paginación de la edición mencionada en la bibliografía. Ocasionalmente emplearé abreviaturas, que también se detallan en la bibliografía.

para dar una sistematización de ciertas tesis fundamentales que subyacen a varios inconvenientes teóricos de la filosofía de Frege. Las dos primeras secciones se dedicarán a esta tarea. En las tres últimas presento tres problemas de las doctrinas de Frege, pero trato de mostrar, que lejos de estar aislados, todos ellos están estrechamente conectados con las distinciones categoriales básicas que trato de sistematizar en las dos primeras secciones. Cierro el artículo con algunas conclusiones y comentarios finales.

## 1. Ontología y semántica.

La relación que hay entre el lenguaje y aquello que comúnmente llamamos 'ontología', es fuente de perplejidades filosóficas, especialmente si partimos de la intuición ingenua, casi natural, de que el lenguaje es un fiel reflejo de la ontología. Frege no escapó al atractivo de esta intuición. Sus escritos reflejan una tendencia general, totalmente ingenua, a considerar que en efecto, a nuestras palabras corresponden entidades y más aún, que las cosas extralingüísticas y nuestras palabras se corresponden de una manera perfecta por lo que concierne a ciertas características estructurales. Así por ejemplo, a una expresión completa le corresponde algo completo, en tanto que a una expresión incompleta, algo incompleto<sup>2</sup>.

Diversos autores, entre ellos M. Dummett y A. Coffa<sup>3</sup>, han subrayado esta tendencia general de Frege que le permite el tránsito de lo lingüístico a lo ontológico. Frege lo lleva a cabo, en ocasiones, sin advertir el riesgo que conlleva. Por ejemplo, en *The Foundations of Arithmetic* (1884), nos dice:

When we speak of "the number one", we indicate by means of the definite article a definite and unique object of scientific study. There are no diverse numbers one, but only one. *In 1 we have a proper name, which as such, does not admit plural any more than "Frederick The Great" or "The chemical element gold"*. It is not accident, nor it is a notational inexactitude, that we write 1 without any stroke to mark differences. (el subrayado es mío)<sup>4</sup>

Así, del comportamiento lingüístico de la palabra 'uno', i.e., que no admite plural, Frege concluye que los números son *objetos*, no conceptos.<sup>5</sup>

<sup>2</sup> 'Completo' e 'incompleto' son nociones primitivas de la teoría fregeana, por tanto, no se definen rigurosamente dentro de ella, aunque se dan indicaciones intuitivas. Me ocupo de esto en la próxima sección.

<sup>3</sup> Cf. Coffa, Alberto "Wholes and Holes in Frege's Concepts" pp. 5,6 y Dummett, Michael *Frege Philosophy of Language (Frege Philosophy, en adelante)* p. 55

<sup>4</sup> Frege, Gottlob *The Foundations of Arithmetic (Foundations, en adelante)* p. 49<sup>e</sup> Supra. Cf. también en esta obra, pp. 50<sup>e</sup>, 58<sup>e</sup>, 60<sup>e</sup> Supra, 68<sup>e</sup> Infra, 69<sup>e</sup>, 89<sup>e</sup>.

<sup>5</sup> Esta también es la interpretación de P. T. Geach en la p. 68 de "Saying and Showing in Frege and Wittgenstein", donde dice:

Frege's reason for treating numbers as objects namable by proper names is the *profound* grammatical similarity between talk about numbers and talk about the sort of objects to which we give ordinary proper names.

Análogo tránsito de lo lingüístico a lo ontológico hace Frege cuando concluye que las clases son *objetos*. Como señala Dummett<sup>6</sup>, no es porque Frege considere que las clases son *objetos* que él asigne la categoría de *nombre propio* a sus nombres; por el contrario, una vez que ha concluido que los nombres de clases se comportan como los nombres propios, sostiene que por ello las clases nombradas son *objetos*. En ocasiones, Frege confiesa explícitamente este tránsito de lo lingüístico a lo ontológico:

Sin duda, he usado la palabra 'parte' en un sentido especial. *A saber, he transcurrido la relación entre las partes y el todo de la oración a su denotación*, al llamar a la denotación de una palabra parte de la denotación de una oración, cuando la palabra misma es parte de la oración. Este modo de hablar puede, sin duda, ser objetado porque (...)<sup>7</sup> (el subrayado es mío)

Pero, pese a que advierte en ocasiones el tránsito, esto no impide que lo suponga a la vez "natural" como lo muestra el siguiente texto:

The peculiarity of functional signs, which we have called 'unsaturatedness' [incompletitud] *naturally* has something answering to it in the functions [plano ontológico] themselves.<sup>8</sup> (el subrayado es mío)

ni tampoco hace que deseche tal tendencia general; en efecto, no parece haber en los textos publicados de Frege, ningún "retroceso" en esta actitud.

Aunque la tendencia general a considerar que lenguaje y ontología se corresponden, no constituye una tesis de Frege, se puede sin embargo extraer una tesis fregeana explícita que puede contar como caso particular de la tendencia general. A esta tesis particular, la llamo yo 'el supuesto semántico ontológico', que formulo de la siguiente manera:

(SSO) A toda expresión semántica incompleta corresponde un denotado [*debeutung*] de la misma naturaleza; a toda expresión semánticamente completa corresponde un denotado de igual naturaleza.

En la formulación del (SSO) introduce las nociones de *completo e incompleto* de manera informal. En terminología fregeana suelen usarse 'saturado' y 'no saturado' para expresar las mismas ideas de manera alternativa. Frege asume que una expresión es incompleta, si contiene huecos a llenar, por ejemplo: ('\_\_\_ es verde', ' $\_ + 3 = 8$ ', ' $\_ + \_$ '. En contraste 'la silla es verde', ' $5 + 3 = 8$ ', ' $5 + 8$ ', son expresiones completas. El (SSO) está conectado con las distinciones categoriales de Frege. Por una parte, todas las expresiones completas forman la categoría lingüística de *nombre propio*, en tanto que todas las expresiones incompletas forman la categoría de *nombre de función*. De acuerdo con el (SSO) a estas catego-

<sup>6</sup> Dummett, Michael *Frege Philosophy*, p. 70.

<sup>7</sup> Frege, Gottlob "Sobre el Sentido y la Denotación" (*SD*, en adelante) p. 13.

<sup>8</sup> Frege, Gottlob "What is a Function?" p. 115.

rías lingüísticas corresponden dos familias excluyentes de denotados. En efecto, por este principio, los *nombres propios* (expresiones completas) denotan entidades<sup>9</sup> completas y, los *nombres de función* (expresiones incompletas) denotan entidades incompletas. Naturalmente, entidades completas e incompletas se excluyen mutuamente y, conjuntamente, agotan la ontología. Frege llama a las entidades del primer tipo, *objetos* en tanto que a las segundas, *funciones*. Frege piensa que la diferencia entre ambos tipos de entidades, es categorial. *Función* y *objeto* serían categorías exhaustivas y excluyentes, cualquier entidad<sup>9</sup> fregeana debería caer bajo una u otra, pero no en ambas. Como señala R. Orayen, estos supuestos sobre *objetos* y *funciones*

(...) permiten definir cualquiera de las dos categorías en términos de la otra.<sup>10</sup>

Ahora bien, el paso del (SSO) a las distinciones categoriales descriptas, impone una gran exigencia a la teoría pues las *funciones* y los *objetos* fregeanos son distintos en un sentido fuerte, conectados con el uso filosófico habitual de la palabra 'categoría':

(...) habitualmente, los filósofos usan la palabra 'categoría' en un sentido muy fuerte, y no meramente, para indicar una clase de objetos. Según la concepción usual, dos entidades pertenecen a la misma categoría cuando al reemplazar en una expresión significativa el nombre de una de ellas por el de la otra, se obtiene una expresión significativa. Además, dos entidades son de distintas categorías, cuando al reemplazar en una expresión significativa el nombre de una de ellas por el de la otra, se obtiene una expresión no significativa.<sup>11</sup>

Hasta aquí, he usado términos técnicos básicos de Frege sin mayores explicaciones. Veremos en la sección siguiente qué caracterizaciones ofrece Frege de ellos.

## 2. Categorías semánticas y ontológicas.

Las categorías<sup>12</sup>: *nombre propio*, *objeto*, *nombre de función* y *función* son definicionalmente interdependientes. La noción de *nombre propio* se usa en la caracterización de *objeto*; estas dos categorías a su vez, permiten caracterizar *nombre de función* y, finalmente, de esta última se desprende la categoría de *función*. Comenzamos usando el criterio (C) para caracterizar *objeto*:

(C) El denotado, si lo hay, de una expresión saturada (*nombre propio*), es un objeto.

<sup>9</sup> 'Entidad' no es terminología fregeana. Tomo este término de Rulon Wells (que lo usa en su artículo "Frege's Ontology"), para facilitar mi exposición, aunque como veremos en la sección 5, no es una expresión adecuada.

<sup>10</sup> Orayen, Raúl *La Ontología de Frege*, Cuad. #3, p. 30.

<sup>11</sup> Orayen, Raúl *Op. cit.* p. 30

<sup>12</sup> De aquí en adelante usaré 'categoría' en el sentido fuerte descrito al final de la sección anterior.

aquí, 'expresión saturada' es la terminología fregeana para expresiones lingüísticas sin huecos; la aclaración 'si lo hay' se hace porque a pesar de que Frege olvida ponerla a veces<sup>13</sup>, se la debe interpolar debido a que él mismo reconoce que hay en los lenguajes naturales expresiones sin denotados<sup>14</sup>. La condición (C) permite hacer inferencias ontológicas a partir de lo lingüístico. Por ejemplo, Frege afirma categóricamente:

A statement contains no empty place, and therefore we must regard what it stands for as an object.<sup>15</sup> (el subrayado es mío)

Esto constituye una llana aplicación de (C) (recuérdese que una expresión sin lugares vacíos, es saturada). El criterio (C) se usa otras veces para caracterizar *nombre propio* (cf. nota 13); pero proporciona también el criterio lingüístico para caracterizar *objeto*, i.e. un *nombre propio* es una expresión saturada, y del (SSO) se desprende que si denota, aquello que denote será algo completo, i.e. un *objeto*.

Hablar de expresiones completas sugiere la existencia de expresiones incompletas, y en efecto, por medio de un contraste con la noción de expresión completa, Frege introduce intuitivamente la noción de expresión incompleta. El (SSO), aplicado a ellas, permite introducir en la ontología a las entidades incompletas, o funciones. Queda establecido entonces un paralelismo lingüístico-ontológico: a las categorías lingüísticas excluyentes de *nombre propio* y *nombre de función* (expresiones completas e incompletas, respectivamente), les corresponden las categorías ontológicas de *objeto* y *función* (entidades completas e incompletas, respectivamente).

Sin embargo, pese a la clara relación que guardan las categorías entre sí, las caracterizaciones que Frege proporciona, especialmente acerca de las categorías ontológicas, son meras aproximaciones no definiciones en sentido estricto. En repetidas ocasiones nos señala que desafortunadamente emplea metáforas o "definiciones aproximadas"<sup>16</sup> para orientar al lector sobre sus nociones básicas de 'incompleto' o 'insaturado' y 'completo' o 'saturado'<sup>17</sup>. Consideremos ahora una de las dificultades de las caracterizaciones hechas.

Frege realiza una caracterización lingüística parcial de *objeto* en términos de (C). Reformulando (C) de una manera que permita ver mejor su estructura lógica obtenemos:

(O) Si una expresión lingüística saturada *a* denota *x*, *x* es un objeto.

<sup>13</sup> Cf. Frege, Gottlob, "SD" p. 5: "(...) nombre propio /es aquel/ cuya denotación es, por tanto, un determinado objeto (...)

<sup>14</sup> Cf. Frege, Gottlob, "SD" pp. 10-11

<sup>15</sup> Frege, Gottlob "Function and Concept" ("FC" en adelante) p. 32

<sup>16</sup> Cf. Frege, Gottlob "On Concept and Object" ("CO" en adelante) p. 42 *In-fra* y también "FC" p. 32 *Supra*.

<sup>17</sup> Este hecho ha sido enfatizado por muchos autores. Cf. por ejemplo, Black, Max "Frege on Functions", Coffa, A. *Op. cit.*

Es evidente que el criterio (O) sólo establece condiciones suficientes para caracterizar *objeto*, puesto que hay más objetos que nombres para ellos<sup>18</sup>. Frege admite que los números reales son *objetos* y conoce la teoría cantoriana en la cual se prueba que hay más números reales que *nombres propios* para ellos, resultado que Frege acepta. Se sigue por tanto, que hay más *objetos* fregeanos que nombres para ellos<sup>19</sup>. Así, debido a que (O) no proporciona condiciones necesarias y suficientes, podrían ser útiles caracterizaciones adicionales de *objeto*. Frege nos ofrece una, a la cual llamo yo 'criterio de exclusión ontológica'; nos dice:

An object is anything that is not a function.<sup>20</sup> (O\*) Objeto es todo aquello que no sea una función.

*Prima facie*, (O\*) completaría la definición de la categoría de *objeto*, puesto que si hay más objetos que nombres para ellos, todo aquello que no fuese nombrado, caería bajo la categoría de *objeto* siempre que fuese ontológicamente distinto de una *función*. Diríamos por ejemplo, que alguna piedra no nombrada, puesto que no es una *función*, es un *objeto*. Evidentemente podemos llegar a esta conclusión, *pero sólo si podemos establecer que una piedra no nombrada no es una función*. La pregunta inmediata que surge es ¿qué es una función?<sup>21</sup>, pues para llevar a cabo esta "comparación" ontológica, requeriríamos de un criterio que nos permitiera identificar entre la fauna fregeana, estas "entidades". Desafortunadamente, Frege tampoco cuenta con ninguna definición estricta de *función*. En todo caso, sólo se puede intuir qué son las *funciones* a partir del (SSO). El camino a seguir es éste: hay expresiones con huecos que Frege llama 'no saturadas'. Frege aduce que a esta característica de 'no saturación' de las expresiones, debe corresponderle una característica similar en las entidades denotadas, esto es, no-saturación ontológica. Las *funciones* son precisamente, las entidades que tienen esta característica. Pero sólo una débil analogía permite intuir lo que esta propiedad definitoria sea.

Por tanto, pese a que Frege proporciona dos criterios para caracterizar *objeto*, aún empleando ambos, no podemos inferir claramente que un número sin numeral, una piedra sin nombre, son *objetos*. A falta de un nombre propio (O) es inaplicable y la exclusión ontológica, dudosa, plantea una empresa casi imposible. Tendríamos que "comparar" estas "entidades" no nombradas (piedras, números, etc.) con *funciones*, de las que tenemos una caracterización extremadamente débil. Si tenemos éxito, si

<sup>18</sup> Si todo *objeto* tuviera *nombre propio*, entonces, ser denotado por un *nombre propio*, sería una condición necesaria y suficiente para ser un *objeto*.

<sup>19</sup> Pedro Ramos presentó un argumento más simple que éste para mostrar que hay *objetos* sin nombre para Frege.

<sup>20</sup> Frege, Gottlob "FC", p. 32

<sup>21</sup> Me ocupo de esto en la sección 4 de este artículo.

realmente comparamos ambas cosas, entonces tenemos derecho a admitir números sin numeral, piedras sin nombre, etc., como *objetos* fregeanos. Naturalmente, si contáramos con una caracterización clara de todo aquello que sea una *función*, el criterio de exclusión ontológica sería suficiente para la caracterización ontológica de *objeto*. Pero Frege sólo nos ha hecho intuir que aquello que sea una *función* tiene ciertos rasgos ontológicos semejantes a los rasgos de los nombres de *función*: a saber, la incompletitud. Y, aparentemente, por razones semejantes a las aludidas en el caso de los *objetos*, tampoco podemos definir las *funciones* como los *denotados de las expresiones funcionales*, porque también puede aducirse que hay más *funciones* que nombres para ellas.<sup>22</sup>

### 3. El concepto caballo.

Para Frege, los predicados denotan [bedeuten]<sup>23</sup> conceptos. Así, '\_\_\_ es un caballo', '\_\_\_ es verde', son expresiones que denotan un concepto cada una. Estos conceptos son *funciones* proposicionales de un argumento (es decir, *funciones* de un argumento, cuyos valores son siempre valores veritativos). Supongamos ahora que queremos tomar uno de estos conceptos como una "entidad" de la cual deseamos afirmar algo, por ejemplo, afirmar acerca de la "entidad" denotada por la expresión '\_\_\_ es un caballo', que es una *función* de un argumento. Lo natural sería decir: el concepto *caballo* es una *función* de un argumento. Sin embargo, de acuerdo con las distinciones categoriales de la teoría fregeana, la expresión 'el concepto *caballo*' es una expresión saturada que cae bajo la categoría de *nombre propio* y nombra por tanto un *objeto* y no una *función*. En otras palabras, no podemos decir del concepto *caballo* que es una *función* proposicional, sino que deberíamos decir que es un *objeto*. Las distinciones

<sup>22</sup> Puede ofrecerse por ejemplo el argumento siguiente. Ya hemos visto que hay más números reales que nombres para ellos. De hecho, puede decirse algo más fuerte: hay más números reales que expresiones lingüísticas en un lenguaje dado, si el lenguaje tiene alfabeto contable y sólo admite concatenaciones finitas, como es el caso habitualmente. Pues bien, es fácil construir una familia de funciones puesta en correspondencia biunívoca con los números reales. Basta tomar, para cada número real  $r$ , una función de primer nivel de un argumento, cuyo valor para todo argumento es  $r$ . La familia así construída, tiene tantas funciones como números reales existen. Pero dijimos que hay más números reales que expresiones lingüísticas; luego, la familia descrita consta de más elementos que expresiones lingüísticas en un lenguaje dado. (Debo este argumento a los Profesores Raúl Orayen y José Antonio Robles; pero más adelante haré una salvedad al mismo).

<sup>23</sup> Algunos autores habían puesto en duda que Frege extendiera la distinción sentido-referencia a *nombres de función*, como predicados. Por ejemplo, W. Marshall en "Frege's theory of functions and objects" expresa esta duda. Por su parte, M. Dummett en "Frege on functions: A reply" y en "Note: Frege on functions" muestra que la duda de Marshall carece de fundamento.

categoriales prohíben nombrar entidades de una categoría mediante expresiones de una categoría que no les corresponde. Queda entonces la siguiente consecuencia paradójica: 'el concepto *caballo*' parece denotar una entidad reconocida por Frege, un concepto. Pero a pesar de que Frege en algún sentido admite tal "entidad", sus distinciones categoriales tienen la consecuencia de que cuando la queremos nombrar en la forma precedente, no lo logramos. Queremos nombrar un concepto mediante la expresión 'el concepto *caballo*', pero como es una expresión saturada, nombramos según Frege, un *objeto*.

Esta dificultad le fue señalada a Frege por Benno Kerry. Como es sabido Frege respondió a ella<sup>24</sup> de dos maneras a la vez. Por una parte, señalando que la palabra 'concepto' en su teoría, tenía un significado distinto al que Kerry le adjudicaba:

It seems to me that Kerry's misunderstanding results from his unintentionally confusing his own usage of the word 'concept' with mine.<sup>25</sup>

y por la otra, reafirmando la conclusión según la cual 'el concepto *caballo*' denota no un *concepto* sino un *objeto*. Frege consideró esta conclusión como una mera perplejidad, que surgía por el comportamiento de nuestro lenguaje. Reconoció que el volcán Vesubio es un volcán<sup>26</sup> en tanto que el concepto *caballo* no es un concepto. No podemos hacer referencia a los conceptos sujetos gramaticales, sólo podemos hacer referencia o de manera más precisa, "hablar acerca de conceptos", afirmando que algo cae o no bajo ellos.

Frege pudo responder a Kerry diciendo que este autor no estaba familiarizado con su terminología y que empleaba 'concepto' de otra manera<sup>27</sup>. Sin embargo, recientemente Milton Fisk y R. Orayen<sup>28</sup> han mostrado que la dificultad se presenta dentro de la misma teoría de Frege, sin violar el uso de su terminología técnica. Me interesa mostrar ahora, que la dificultad surge dentro de la teoría precisamente por las consideraciones categoriales de Frege.

Siguiendo la presentación de Orayen, más breve y precisa que la de

<sup>24</sup> Frege, Gottlob "CO"

<sup>25</sup> Frege, Gottlob "CO" p. 42

<sup>26</sup> Frege, Gottlob "CO" p. 46

<sup>27</sup> Aunque en 1892 responde en estos términos, desde 1884 Frege sostenía ya esta distinción categorial, en *Foundations* dice:

The business of general concept word is precisely to signify a concept. Only when conjoined with the definite article or a demonstrative pronoun can it be counted as a proper name of a thing, but in that case it ceases to count as a concept word. The name of a thing is a proper name. (p. 63<sup>e</sup>)

<sup>28</sup> Cf. Fisk, Milton "A Paradox in Frege's Semantics" y Orayen, Raúl *La Ontología de Frege*, Cuad. #4. p. 19. Generalmente se ha dado poca importancia a este problema, pero ambos autores sin embargo, vislumbraron perfectamente una grave dificultad.

Fisk, podemos presentar la dificultad como sigue: '\_\_\_ es un *caballo*' denota un concepto fregeano; en ese caso, no se ve razón alguna por la cual la descripción 'el concepto denotado por la expresión "\_\_\_ es un *caballo*"', no denote un concepto. Si la expresión *a* denota *x*, parece que la descripción 'el denotado de *a*' denota el mismo *x*. Sin embargo, la descripción 'el concepto denotado por la expresión "\_\_\_ es un *caballo*"' no tiene huecos. El hueco de '\_\_\_ es un *caballo*' quedó encerrado entre las comillas que forman el *nombre propio* de una entidad lingüística. En ocasiones semejantes, Frege acepta que los huecos de una expresión no provocan la existencia de huecos en otra expresión en la que la primera figure entre comillas. Por ejemplo:

A similar thing happens when we say as regards the sentence 'this rose is red': The grammatical predicate 'is red' belongs to the subject 'this rose'. Here the words 'The grammatical predicate 'is red'' are not a grammatical predicate but a subject. By the very act of explicitly calling it a predicate, we deprive it of this property.<sup>29</sup>

En el caso presente, la expresión con las comillas es el *nombre propio* de una entidad lingüística, y no contiene huecos por más que esta última los contenga. Así pues, Frege debe admitir que la descripción de nuestro ejemplo es saturada, y que denota un *objeto*. Esto es paradójico porque la expresión había sido construida de manera tal que *tenía que denotar un concepto*. Es en este momento interesante señalar que la paradoja resulta del (SSO), pues este supuesto proporciona la premisa de que una misma entidad no puede ser denotada por una expresión saturada ('el concepto denotado por la expresión "\_\_\_ es un *caballo*"') y una no saturada ('\_\_\_ es un *caballo*'), lo cual se sigue del (SSO) y la tesis de que entidades saturadas y no saturadas son excluyentes. Llegamos así a la afirmación paradójica de que expresiones como 'el concepto *caballo*', etc., no nombran conceptos. Es este el primer "indecible" al que nos llevan las distinciones categoriales de Frege: existe un concepto denotado por la expresión '\_\_\_ es un caballo', pero si lo queremos nombrar para afirmar algo de él, por ejemplo, que es una *función* de un argumento, *no* podemos. Si no se postula el (SSO) obviamente esto no se seguiría, pues expresiones de categorías lingüísticas distintas, estarían "autorizadas" a nombrar lo mismo, y una expresión completa estaría "autorizada" a nombrar algo incompleto.

<sup>29</sup> Frege, Gottlob "CO" p. 46 nota a pie de página.

## 4. Identidad de funciones.

If a concept fundamental to a mighty science gives rise to difficulties then it is surely an imperative task, to investigate it more closely until those difficulties are overcome; (...) (Frege, G. *The Foundations of Arithmetic*, p. IIe)

La noción de *función* es obviamente fundamental en la teoría fregeana, ya que sólo *funciones* y *objetos* conforman su ontología. Cabe preguntarse entonces qué utilidad tiene tal noción en el marco teórico de Frege. La respuesta a este interrogante debe buscarse en el marco de los objetivos generales de su labor teórica. El objetivo último de Frege era brindar un fundamento adecuado de la aritmética. Parte de la tarea a desarrollar era la formulación de una ontología que permitiera la construcción de las entidades aritméticas. Es sabido que con la ayuda de los diversos tipos de entidades que postuló en sus trabajos (*funciones*, *wertverlaufe*, valores de verdad, etc.). Frege pudo realizar tal construcción. El concepto de *función* de Frege, está inmerso, pues, en un contexto teórico dentro del cual contribuye al logro de un objetivo importante. Pero podemos preguntarnos ahora si este concepto que tiene estas importantes funciones no presenta serias dificultades. En caso de que tales dificultades existan, podríamos preguntarnos luego si hay conceptos alternativos que pudieran desempeñar la tarea del que nos ocupa ahora, sin sus dificultades.

En 2 argumenté que la teoría fregeana sólo proporciona condiciones suficientes para la caracterización de *objeto*, mediante el criterio lingüístico (O). Señalé luego que se podía completar tal criterio con otro, (O\*), al que llamé de 'exclusión ontológica'. Pero el segundo criterio es oscuro. Lo entenderemos cabalmente si sabemos previamente qué es una función. Pero al intentar explicar esta noción, Frege sólo puede usar metáforas vagas basadas en una oscura analogía con características lingüísticas. Esto lo hemos comentado al final de la sección 2.

En este punto, podría pensarse que estamos exigiendo demasiado a la teoría de Frege. Al final de cuentas, a toda teoría se le debe permitir que no defina rigurosamente algunas nociones primitivas, *porque no se puede definir todo*. En la teoría de conjuntos *no se define* la noción de conjunto, y ello no suele suscitar objeciones. Esta consideración es justa. Pero debe advertirse una diferencia teórica importante. La teoría de conjuntos da condiciones de identidad sumamente claras de los conjuntos, y esto hace a esas entidades muy manejables en la teoría matemática. De

manera similar, si Frege no nos diera una definición de función, pero sí criterios de identidad claros de estas entidades, nuestras quejas perderían peso. Para ver la actitud de Frege ante este problema consideremos un ejemplo y el análisis que Frege hace de él. Tomemos la fórmula

$$(1) (x^2 - 4x) = x(x - 4)$$

Podemos interpretar que (1) afirma algo acerca de dos funciones matemáticas, mencionadas a izquierda y derecha del signo de identidad (la mencionada a la derecha, por ejemplo, es la función que aplicamos a un número cuando le restamos 4 y lo multiplicamos por sí mismo). ¿Qué afirma (1) de las dos funciones consideradas? En un punto coinciden tanto Frege, como los matemáticos, los de su época y los contemporáneos: (1) afirma que las dos funciones consideradas *dan el mismo valor* (o resultados) cuando son aplicadas *al mismo argumento*. Pero los matemáticos extraen de esta interpretación de (1) una consecuencia que Frege rechaza: que las dos funciones son idénticas. Esto se debe a que el criterio de identidad usual para funciones de los matemáticos establece que dos funciones son idénticas cuando dan los mismo valores para los mismos argumentos. Puede verse que (1), en la interpretación cuantificacional descrita, afirma exactamente eso de las dos funciones consideradas. Frege aclara el significado de (1) de manera totalmente acorde con la interpretación cuantificacional que hemos dado, pero rechaza explícitamente que de tal interpretación se infiera una identidad de funciones. En sus palabras:

If we write  $(x^2 - 4x) = x(x - 4)$  we have not put one function equal to another, but only the values of one equal to those of the other.<sup>30</sup> (el subrayado es mío)

Hay en la ontología de Frege entidades que se consideran idénticas cuando dos *funciones* tienen los mismos valores para los mismos argumentos, pero no son las *funciones* sino los *Wertverlaufe* de las mismas (en inglés, *value ranges*, según la traducción de Geach y Black), que se podrían describir como las extensiones de las *funciones* consideradas. Por eso Frege dice de la expresión (1) que

I express this as follows: the function  $x(x - 4)$  has the same range of values as the function  $x^2 - 4x$ .<sup>31</sup>

De tal identidad de *Wertverlaufe* no se sigue en absoluto, como ya aclaramos, la identidad de las *funciones* mencionadas. Pero ¿cuál es la razón por la que Frege no usa un criterio de identidad difundido entre los matemáticos, cómodo y claro? La razón descansa en su noción de identidad y en sus distinciones categoriales. La identidad es para Frege una relación entre *objetos*, que cada *objeto* tiene consigo mismo y con ningún otro. Pero si un predicado puede predicarse de *objetos*, según las tesis categoriales, no

<sup>30</sup> Frege, Gottlob "FC" p. 26

<sup>31</sup> Frege, Gottlob "FC" p. 26

puede predicarse de *funciones*. Esta tesis es muy fuerte. En los textos que Frege publicó durante su vida no aparece explícitamente, aunque sí es una consecuencia de tesis que sostiene claramente acerca de la identidad y las distinciones categoriales. Pero además aparece explícitamente en uno de los trabajos póstumos. Dice Frege:

And in the same way the relation of equality, by which I understand complete coincidence, identity, can only be thought of as holding for objects, no concepts. ("Comments on Sense and Meaning", p. 120)

Las distinciones categoriales han llevado a Frege, en este caso, a una dificultad grave: que no existe ni siquiera *la posibilidad* de dar un criterio de identidad para una de sus entidades básicas. Si hemos de conceder importancia al aforismo de Quine "No entity without identity", entonces con toda claridad vemos ahora, que la carencia de criterios de identidad sumerge a esta entidad en una oscuridad abismal.<sup>32</sup>

Como decía Frege refiriéndose a otros conceptos (Cf. el epígrafe de esta sección), si un concepto fundamental como el de *función* tiene problemas tan graves, entonces seguramente estamos frente a la imperiosa tarea de investigarlo cuidadosamente, hasta que aquellas dificultades desaparezcan. Pero, lejos de esclarecer esta noción, el estudio cuidadoso nos muestra, cada vez con más fuerza, que las *funciones* se pierden en la oscuridad ontológica fregeana.

Sin las distinciones categoriales, Frege hubiera podido aceptar el criterio de identidad de funciones más usual. Por ejemplo, como sugiere Rulon Wells<sup>33</sup>, podría haber sostenido que las expresiones ' $x(x-4)$ ' y ' $x^2-4x$ ' denotan la misma función, aunque cada una de ellas o cada *nombre de función*, expresan distintos sentidos. Así la solución natural se llevaría a cabo reemplazando las *funciones* fregeanas por sus extensiones (a eso equivaldría asumir el criterio usual de identidad). El mismo Frege advirtió esta vía de solución, aunque evidentemente no optó por ella debido a sus distinciones categoriales, basadas en el (SSO)<sup>34</sup>. El segundo "indecible" en la teoría fregeana, es pues, la formulación de criterios de identidad para *funciones*. Vale la pena agregar que esta oscuridad en que quedan sumidas las *funciones* por carencia de criterios de identidad, no está compensada por una utilidad que resulte de tratarlas de esa forma. Todas las construc-

<sup>32</sup> Si la noción de identidad no es aplicable a funciones, el argumento ofrecido en la nota 22, a pesar de su plausibilidad, no es válido en la teoría fregeana, porque supone aplicar la noción de correspondencia biunívoca entre funciones y otras entidades, y ello supone a su vez que la identidad puede aplicarse a las funciones. El argumento debe considerarse, pues, como una argumentación que sólo da, "desde afuera" de la teoría, razones intuitivas para pensar que hay, en algún sentido, más funciones que nombres para ellas.

<sup>33</sup> Wells, Rulon "Frege's Ontology" p. 8, nota.

<sup>34</sup> Frege, Gottlob "Comments on Sense and Meaning" pp. 121-122

ciones de los números que Frege llevó a cabo con su aparato conceptual, fueron hechas después, en otras teorías en las que la noción de función se trata de una manera puramente extensional, es decir con el criterio de identidad usual. La oscuridad no se debe pues a una utilidad de tratarlas así, sino a un apego muy rígido a todas las consecuencias de sus tesis categoriales.

## 5. Cuantificación universal.

Frege nos proveyó de una lógica rigurosa, vigente hasta nuestros días. Uno de sus aportes lo constituye, sin lugar a dudas, el cuantificador universal. Generalmente, el cuantificador universal, en sentido estricto, recorre —como su nombre lo indica— todas las entidades del universo. Es por tanto de esperarse, que mediante el cuantificador universal, la teoría fregeana recorra irrestrictamente su universo ontológico.

En las secciones anteriores, he dicho que la ontología fregeana se agota en *objetos* y *funciones*. En repetidas ocasiones usé el término 'entidad' para referirme a cualquier cosa que cayese bajo alguna de sus dos categorías ontológicas, indistintamente. Cabe ahora señalar que este término es una "simple manera de hablar", útil para la presentación de las tesis fregeanas, pero no es un término adecuado. No sólo eso: *no hay ningún término que permita englobar todo aquello que Frege placidamente admite en su universo ontológico*. La razón es muy simple: todo lo que se predica de una cosa, sea verdadero o falso, se puede predicar de todas las cosas de la misma categoría y sólo de ellas. Así, nada predicable de un *objeto* puede ser predicado significativamente de una *función*. No puede por tanto, haber ninguna afirmación general que se aplique, en sentido estricto, tanto a *objetos* como a *funciones*. Incluso las funciones de distinto número de lugares de argumento, o de distintos niveles, son irremplazables unas por otras, por pertenecer a categorías distintas<sup>35</sup>. Por ejemplo, nos dice Frege:

(...); for a function of one argument is essentially so different from one with

<sup>35</sup> Para fines expositivos, traté a las *funciones* como si pertenecieran a una y la misma categoría. Pero en sentido estricto, Frege distingue entre categorías diferentes de funciones, de la siguiente manera. Funciones de primer nivel, cuando el lugar de argumento toma como argumento el sentido o la referencia de un nombre propio; funciones de segundo nivel, cuando el lugar de argumento toma como argumento una función de primer nivel; los cuantificadores son nombres de función de segundo nivel, y sus referencias y sentidos, son funciones de segundo nivel. También hay nombres de función de nivel "heterogéneo" —terminología mía— i. e. de dos lugares de argumento, donde un lugar toma como argumento un objeto, en tanto que el otro toma una función de primer nivel.



two arguments than the one function cannot occur as an argument in the same place as the other.<sup>36</sup>

La consecuencia formal de esto, es que si en un lugar de argumento puede figurar el nombre de una entidad de una categoría, no puede figurar el nombre de una entidad de una categoría distinta. Pero entonces, no puede haber afirmaciones generales sobre todas las entidades del universo fregeano. Una afirmación de ese tipo tendría la estructura<sup>37</sup>  $(x) Fx$  donde el cuantificador se concibe como una función de funciones, y 'Fx' es la función a la que se aplica. Pero si  $x$  toma *objetos* como argumentos, no puede tomar *funciones* como tales. Y, si toma *funciones* de una categoría, no puede tomar *funciones* de otra. Luego, la fórmula vista, no se puede usar para cuantificar sobre todo el universo fregeano. Podríamos preguntarnos ¿trae esto algún problema? La respuesta inmediata es, sí. Hay algunas afirmaciones que no se pueden formalizar. Piense el lector cuidadosamente cómo formalizar oraciones como:

Todo aquello que no sea una *función*, es un *objeto*.

Todo aquello que sea una *función* es o bien de uno o bien de dos argumentos.

La primera oración cuantifica intuitivamente sobre *todas las entidades*; en tanto que la segunda, sobre *todas las funciones*. Pero no hay una variable que pueda tomar *todas* las "entidades" o *todas* las *funciones* como valores. Por tanto, algunas afirmaciones generales de la teoría, son informalizables. Este es el tercer "indecible" en la teoría fregeana.

### Conclusiones.

He tratado de mostrar tres dificultades de Frege y su conexión con algunas tesis básicas que las provocan. Todas ellas, en última instancia, se derivan del hecho de que, por el (SSO) y las distinciones categoriales, hay expresiones lingüísticas que, en contra de nuestras intuiciones, no pueden utilizarse para ciertos propósitos: no podemos nombrar los conceptos para hacer afirmaciones de ellos, no podemos formular criterios de identidad para *funciones*, ni hacer afirmaciones generales sobre todas las entidades admitidas.

En la literatura filosófica poco se ha tratado el problema de los "indecibles" fregeanos, en general, se ha subestimado, creo, la importancia de las consecuencias que estos tienen para la teoría. P. T. Geach, por ejemplo, en "Saying and Showing in Frege and Wittgenstein" señala algunas dificultades

<sup>36</sup> Frege, Gottlob "FC" p. 40

<sup>37</sup> Por comodidad empleo la notación moderna y no la de Frege. Acerca de la notación e ideas de Frege sobre cuantificación, véase Robles, José Antonio "La generalidad múltiple y la cuantificación en la lógica de Frege", donde se encontrará una clara y concisa explicación de los temas mencionados.

tades semejantes a las que yo planteo acerca del concepto *caballo*. Geach se plantea el problema expresado por la pregunta que tomé de epígrafe al inicio de mi artículo. Pero su respuesta tiende a presentar los "indecibles" como algo natural en una teoría de este tipo, y señala algunas influencias interesantes de estos aspectos de la teoría de Frege sobre Wittgenstein. Por otra parte, M. Dummett y E. Martin<sup>38</sup> consideran algunos problemas conectados con el de la sección 3, aunque no idénticos a estos. Mi problema fue que expresiones de distintas categorías debieran nombrar una y la misma entidad y el de ellos es otro, a saber, el hecho de que Frege no puede especificar la referencia de las expresiones predicativas. En otras palabras, no hay manera de llenar el blanco de la siguiente fórmula:

(2) '\_\_\_ es un caballo' denota a \_\_\_

pues sea cual fuere el signo que se introduzca en '\_\_\_', no se obtiene una oración verdadera. El dilema es: si en '\_\_\_', se introduce una expresión con huecos, el reemplazo obtenido es una oración abierta, que como tal no es ni verdadera ni falsa. Si en '\_\_\_' introducimos un *nombre propio* entonces no podremos denotar una *función*, por tanto, no puede denotar lo mismo que lo que '\_\_\_ es un caballo' denota, y la oración completa es falsa.

Dummett advierte también la dificultad que origina los planteos críticos de la sección 3: que expresiones de categorías distintas deberían denotar lo mismo. Sin embargo la solución de Dummett ante esta dificultad, difícilmente puede considerarse adecuada; en última instancia consiste en transformar una descripción definida sin huecos, a saber

(3) 'lo que "es un caballo" denota'

es una expresión incompleta en la que introduce deliberadamente un hueco, como

(4) '\_\_\_ es lo que "es un caballo" denota'

De acuerdo con Dummett es claro que (4) ya no presenta problema alguno (es una expresión incompleta, —incompletada *ad hoc*— que denota una entidad incompleta). Pero, ¿qué ocurre respecto de la expresión original (3)? No ha desaparecido la paradoja de que (3) es saturada y debería denotar algo saturado, por el (SSO) y no saturado por los supuestos generales acerca de la denotación de los predicados. Si dictaminamos que la expresión completa está mal formada por alguna razón (que no es la solución de Frege respecto al concepto *caballo*) tenemos un nuevo supuesto *ad hoc*: la solución consiste en prohibir, sin razones claras, el uso de una expresión que trae molestas consecuencias, consecuencias que Frege congruentemente aceptó.

<sup>38</sup> Cf. Martin, E "Frege's problem with 'the concept horse' " y Dummett, M. "The Reference of Incomplete Expressions" en *Frege Philosophy*

Por las razones señaladas a lo largo de mi discusión sobre estos problemas, creo que las dificultades son más serias que lo que han reconocido autores simpatizantes de Frege<sup>39</sup>. Creo que indican aspectos de una teoría que constituyen defectos de la misma. El estudio de Frege puede enseñarnos el peligro de postular un paralelismo lingüístico-ontológico demasiado rígido (SSO) o formular tesis categoriales tan severas que nos impidan después formular nuestra propia teoría. La moraleja sería: "habiendo experimentado en cabeza ajena", tener cuidado al teorizar sobre lenguaje y ontología, o distinciones entre categorías.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSOFICAS,  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

#### BIBLIOGRAFIA

- BLACK, Max "Frege on Functions", incluido en Klemke (ed.), *Essays on Frege* (ver)
- COFFA, Alberto "Wholes and Holes in Frege's Concepts", trabajo distribuido en el Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México, en julio de 1982.
- DUMMETT, Michael "Frege on Functions: a Reply", incluido en Klemke (ed.), *Essays on Frege* (ver)
- Frege: Philosophy of Language, (Frege Philosophy)* Duckworth, Londres, 1973.
- "Note: Frege on Functions", incluido en Klemke (ed.), *Essays on Frege* (ver)
- FISK, Milton "A Paradox in Frege's Semantics", incluido en Klemke (ed.) *Essays on Frege* (ver)
- FREGE, Gottlob "Comments on Sense and Meaning", incluido en Hermes, H. et al. (ed.), *Frege: Posthumous Writings* (ver)
- "Function and Concept" ("FC"), incluido en Geach y Black, (ed.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege* (ver)
- "On Concept and Object" ("CO"), incluido en Geach y Black, (ed.), *Translations from...* (ver)
- "Sobre el Sentido y la Denotación" ("SD"), incluido en Simpson, Thomas M. (ed.), *Semántica Filosófica: problemas y discusiones*, (ver)
- The Foundations of Arithmetic, (Foundations)*, Basil Blackwell, Oxford, 1970.
- "What is a function", incluido en Geach y Black, *Translations...* (ver).
- GEACH, Peter "Saying and Showing in Frege and Wittgenstein" en *Acta Philosophica Fenica*, Vol. 28, No. 1-3, Essays on Wittgenstein in Honor of G.H. Von Wright, North-Holland Publishing Co., 1976

<sup>39</sup> Pedro Ramos me ha señalado que el tipo de dificultades que muestro en este ensayo se extiende a otros conceptos usados por Frege, multiplicando los problemas. Por ejemplo, si Frege acepta que hay una relación básica de nombrar entre *nombres propios* y *objetos*, la *misma* relación, de acuerdo con sus teorías, no puede valer entre otras expresiones lingüísticas y *funciones* (porque el segundo argumento de la relación considerada, sería a veces un objeto y a veces una función). Sin embargo, Frege no hace una distinción explícita entre dos relaciones de nombrar distintas, y emplea el mismo verbo para ellas. (Acerca del uso uniforme de la terminología de Frege, cf. los textos citados en la nota 23.)

- GEACH, Peter y BLACK, Max (ed.) *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Basil Blackwell, Oxford, 1970.
- HERMES, Hans et al. (ed.) *Gottlob Frege: Posthumous Writings*, Basil Blackwell, Oxford, 1979
- KLEMKE, E. D. (ed.) *Essays on Frege*, University of Illinois Press, Urbana, Chicago y Londres, 1968
- MARSHALL, William "Frege's Theory of Functions and Objects", incluido en Klemke (ed.), *Essays on Frege* (ver)
- MARTIN, JR., Edwin "Frege's problem with 'The Concept Horse'", en *Crítica*, Revista Hispanoamericana de Filosofía, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, Vol. V/No. 15/México, Septiembre 1971
- ORAYEN, Raúl *La Ontología de Frege*, Cuadernos 3 y 4 del Instituto de Lógica y Filosofía de las Ciencias, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina, 1972.
- ROBLES, José Antonio "La generalidad múltiple y la cuantificación en la lógica de Frege", en *Episteme*, Revista de las Academias de Filosofía del Instituto Politécnico Nacional, Año 2, No. 4, México, Septiembre, 1980.
- SIMPSON, Thomas Moro *Semántica filosófica: problemas y discusiones*, Siglo XXI Argentina, Buenos Aires, 1973.
- WELLS, Rulon "Frege's Ontology", incluido en Klemke (ed.), *Essays on Frege* (ver)