Ponencia:
Lógica Matemática y el Método de George Polya para resolver problemas.

Autor: Dr. Franklin Galindo
Universidad Central de Venezuela.
14-01-2022. Día Mundial de la Lógica.
franklingalindo178@gmail.com

(1) El Método de George Polya para resolver problemas. Resumen:

- George Polya (1887-1985). Matemático (nació e Hungría). Generalizó su método para resolver problemas en cuatro pasos:

(1) Entender el problema

(2) Configurar un Plan

(3) Ejecutar el Plan

(4) Mirar hacia atrás (Reflexione y revise)

- Para más detalles sobre el método de Polya ver (por ejemplo) el texto "Precálculo. Matemáticas para el cálculo", de Stewar-Redlin-Watson, dicho libro se puede encontrar y bajar de la biblioteca digital de este blog de Lógica Matemática y Fundamentos de la Matemática:

http://logicamatematica-lm.blogspot.com/

- Vale la pena resaltar que Polya consideraba que para la enseñanza de las matemáticas es más importante el proceso de descubrimiento que resolver simples ejercicios.

Estrategias para resolver problemas.

George Polya (1887-1985). Nació en Hungría.
Consideraba que para la enseñanza de las matemáticas es más importante el proceso de descubrimiento que resolver simples ejercicios.

Generalizó su método de resolución en cuatro pasos:

1.- Entender el problema.
2.- Configurar un Plan.
3.- Ejecutar el Plan.
4.-Mirar hacia atrás. **(Reflexione y revise)**

(2) Algunos ejemplos de cómo aplicar el Método de Polya para resolver problemas de Lógica matemática elemental (entendiendo a la Lógica como ciencia de los razonamientos):

(2.1) En la Lógica proposicional, ¿cómo enfrentar el problema de la evaluación de un razonamiento en lenguaje natural?, es decir, ¿cómo determinar su validez o invalidez sin que se dé ningún dato adicional?

Respuesta: Después de modelarlo matemáticamente (formalizarlo, simbolizarlo, extraer su forma lógica) sugiero "el plan" de usar primero el método abreviado de tablas de verdad (Reducción al absurdo) o el método más eficiente de árboles semánticos).

Ejemplo 1 (Copi, Introducción a la Lógica):

1. Si los investigadores en lingüística están en lo correcto, entonces si hubo más de un dialecto en la Grecia antigua, entonces diferentes tribus descendieron del norte en diferentes momentos. Si diferentes tribus descendieron del norte en diferentes momentos, probablemente provenían del valle del río Danubio. Pero las excavaciones arqueológicas habrían revelado rastros de diferentes tribus en el sitio si es que diferentes tribus descendieron del norte en diferentes momentos y las excavaciones arqueológicas no han revelado estos rastros en el sitio. Por lo tanto, si hubo más de un dialecto en la Grecia antigua, entonces los investigadores en lingüística no están en lo correcto. (*C*, *M*, *D*, *V*, *A*)

1. 1. $C \supset (M \supset D)$
2. $D \supset V$
3. $(D \supset A) \cdot {\sim}A$
$\therefore M \supset {\sim}C$

El resultado de la evaluación es que el razonamiento es válido. Luego que se demuestra su validez usando el método abreviado o el método de árboles semánticos, vale la pena (“segundo plan”) demostrar su validez usando reglas de inferencia (deducción natural) para aprender útiles métodos de la demostración correcta.

Ejemplo 2 (Copi, Introducción a la Lógica):

*5. Si Franco es inteligente y estudia arduamente, entonces obtendrá buenas calificaciones y aprobará sus cursos. Si Franco estudia arduamente pero no tiene inteligencia, entonces sus esfuerzos serán valorados; y si sus esfuerzos son valorados, entonces aprobará sus cursos. Si Franco es inteligente, entonces estudiará arduamente. Por lo tanto, Franco aprobará sus cursos. (*I*, *E*, *C*, *A*, *V*)

5. $(I \bullet S) \supset (G \bullet P)$

$[(S \bullet {\sim}I) \supset A] \bullet (A \supset P)$

$I \supset S$

$\therefore P$

El resultado de la evaluación es que el razonamiento es inválido (Como lo dije anteriormente, sugiero “el plan” de hacer dicha evaluación por el método abreviado de tablas de verdad o por el método de árboles semánticos, y escribir la asignación que lo invalida. Y no hay más nada que hacer).

Imagen gráfica de la estructura de un árbol semántico de un conjunto de proposiciones (Garrido, Lógica Simbólica), algunos suelen quedar con muchas ramas (algunos son “muy frondosos”)

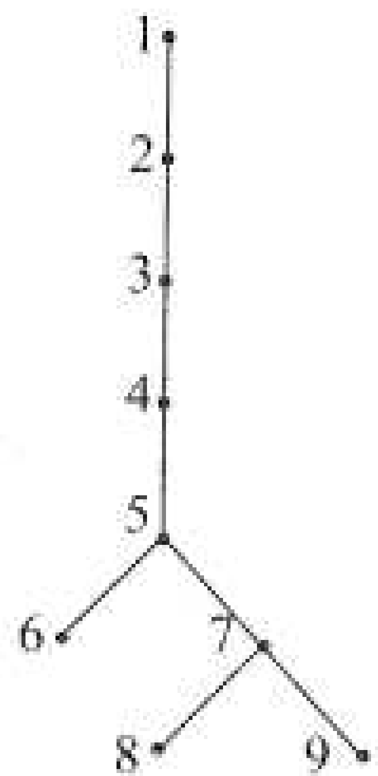
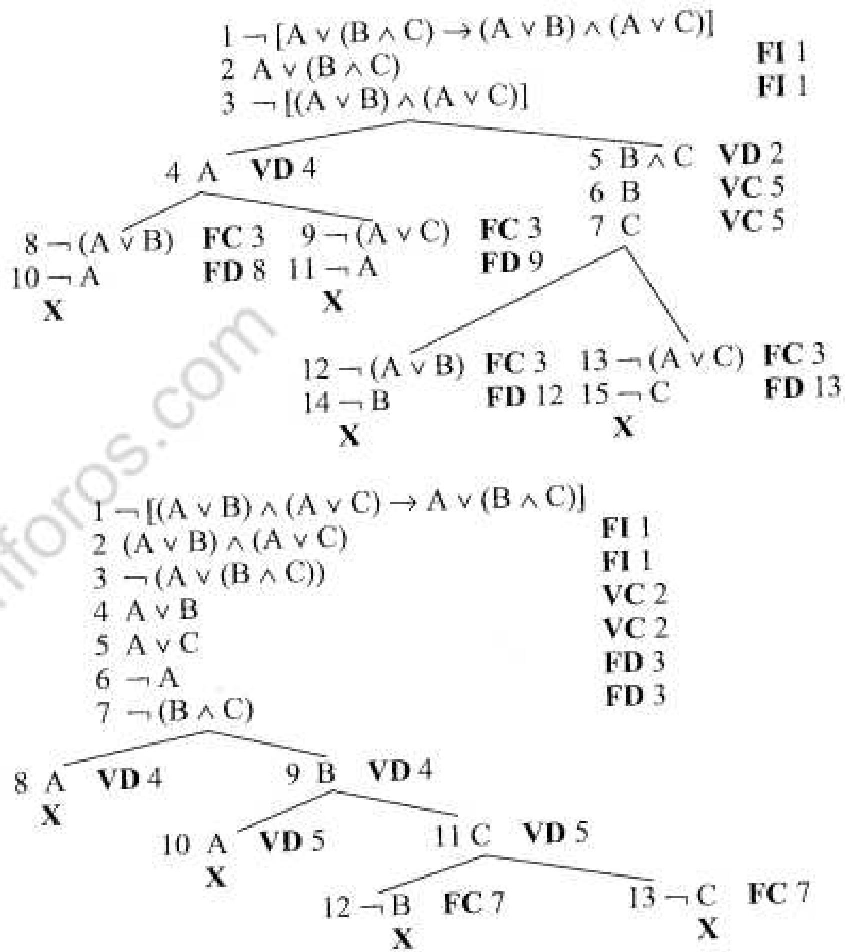


Imagen gráfica de los árboles semánticos de la prueba de que la propiedad distributiva de la disyunción en conjunción (Garrido, Lógica Simbólica)



(2.2) En Lógica proposicional, ¿cómo demostrar la validez de un razonamiento usando reglas de inferencia (deducción natural) una vez que uno sabe que dicho razonamiento es válido?

Respuesta: Sugiero que (antes de empezar a aplicar reglas de inferencia sin ningún norte determinado que probablemente no conduzca nada, trabajo que se realiza sin pensar la mayoría de las veces) primero se analicen las premisas y la conclusión, y luego se piense en un plan para deducir la conclusión a partir de las premisas teniendo en mente las reglas de inferencia, y luego se ejecute dicho plan. Si funciona, bien, si no funciona, reflexionar el por qué no funciona, y proceder a elaborar otro plan, y así sucesivamente hasta logras hacer la prueba, si se puede (ojo: ¡tener presente que hay problemas abiertos en matemáticas!, los Teoremas de incompletitud de Gödel (1931) para la Aritmética, y el Teorema de indecibilidad de Church (1936) para la lógica de primer orden. Aunque la Lógica proposicional es decidible el método por deducción natural no lo es)

Analicemos los “planes demostrativos” de los siguientes cuatro ejemplos (Garrido, Lógica Simbólica):

Ejercicio 3.º Resolver, mediante el método de reducción al absurdo, el siguiente argumento

$$p \to \neg q, r \to q \vdash \neg(p \wedge r)$$

Derivación

$-1\ p \to \neg q$	
$-2\ r \to q$	
$\ulcorner 3\ p \wedge r$	
$4\ p$	**Simp_1 3**
$5\ r$	**Simp_2 3**
$6\ q$	**MP 2,5**
$7\ \neg q$	**MP 1,4**
$\llcorner 8\ q \wedge \neg q$	**Prod 6,7**
$9\ \neg(p \wedge r)$	**Abs 3-8**

Ejercicio 4.º Demostrar la siguiente fórmula

$$\vdash (p \to r) \wedge (q \to s) \to (p \wedge q \to r \wedge s)$$ [9]

Demostración

1	$(p \to r) \wedge (q \to s)$	
2	$p \wedge q$	
3	$p \to r$	Simp_1 1
4	p	Simp_1 2
5	r	MP 3,4
6	$q \to s$	Simp_2 1
7	q	Simp_2 2
8	s	MP 6,7
9	$r \wedge s$	Prod 5,8
10	$p \wedge q \to r \wedge s$	TD 2-9
11	$(p \to r) \wedge (q \to s) \to (p \wedge q \to r \wedge s)$	TD 1-10

Ejercicio 5.º Resolver el siguiente argumento:

Si los jóvenes socialistas alemanes apoyan a Brandt, entonces renuncian a su programa de reivindicaciones. Y si combaten a Brandt, entonces favorecen a Strauss. Pero una de dos: o apoyan a Brandt o lo combaten. Por consiguiente, habrán de renunciar a su programa de reivindicaciones o favorecer a Strauss.

Formalización [10]

A los jóvenes socialistas alemanes apoyan a Brandt;
R los jóvenes socialistas renuncian a sus reivindicaciones;
C los jóvenes socialistas alemanes combaten a Brandt;
F los jóvenes socialistas alemanes favorecen a Strauss

$$A \rightarrow R, C \rightarrow F, A \vee C \quad \vdash \quad R \vee F$$

Derivación [11, 12]

— 1	$A \rightarrow R$	
— 2	$C \rightarrow F$	
— 3	$A \vee C$	
┌ 4	A	
│ 5	R	**MP** 1,4
└ 6	$R \vee F$	**Ad$_1$** 5
┌ 7	C	
│ 8	F	**MP** 2,7
└ 9	$R \vee F$	**Ad$_2$** 8
10	$R \vee F$	**MP** 3,4-6, 7-9

Ejercicio 6.º Resolver el siguiente argumento.

Si dos gases tienen la misma temperatura, entonces sus moléculas tienen el mismo promedio de energía cinética. Volúmenes iguales de dos gases tienen el mismo número de moléculas. Las presiones de dos gases son iguales si es el mismo su número de moléculas y sus energías cinéticas son iguales. Por consiguiente, si dos gases tienen la misma temperatura y el mismo volumen, tienen la misma presión (ANDERSON-JOHNSTONE, *Natural Deduction*, p. 68).

Formalización [13]

T	tener la misma temperatura;
E	tener idéntico promedio de energía cinética;
V	tener volúmenes iguales;
M	tener el mismo número de moléculas;
P	tener presiones iguales;

$$T \rightarrow E,\ V \rightarrow M,\ M \wedge E \rightarrow P \ \vdash \ T \wedge V \rightarrow P$$

Derivación [13]

–	1 $T \rightarrow E$	
–	2 $V \rightarrow M$	
–	3 $M \wedge E \rightarrow P$	
┌	4 $T \wedge V$	
│	5 T	**Simp$_1$ 4**
│	6 E	**MP 1,5**
│	7 V	**Simp$_2$ 4**
│	8 M	**MP 2,7**
│	9 $M \wedge E$	**Prod 8,6**
└	10 P	**MP 3,9**
	11 $T \wedge V \rightarrow P$	**TD 4-10**

(2.3) En Lógica de primer orden con predicados poliádicos, ¿cómo demostrar la validez de un razonamiento usando reglas de inferencia (deducción natural) una vez que uno sabe que dicho razonamiento es válido?

Respuesta: Sugiero hacer de igual manera que en lógica proposicional, es decir, que primero se analicen las premisas y la conclusión, y luego se piense en un plan para deducir la conclusión a partir de las premisas teniendo en mente las reglas de inferencia, y luego se ejecute dicho plan. Si funciona, bien, si no funciona, reflexionar el por qué no funciona, y proceder a elaborar otro plan, y así sucesivamente hasta logras hacer la prueba, si se puede (ojo: ¡tener presente que hay problemas abiertos en matemáticas!, los Teoremas de incompletitud de Gödel (1931) para la Aritmética, y el Teorema de indecibilidad de Church (1936) para la lógica de primer orden)

Analicemos el siguiente ejemplo de demostración de validez (Garrido, Lógica Simbólica), y veamos su plan demostrativo:

Veamos una ley previa de distribución de cuantificadores (distribución del cuantificador universal en una fórmula condicional) antes de pasar al razonamiento y a su demostración de validez:

Ley de distribución del cuantificador universal en implicación:

$$(A \longrightarrow \forall x Px) \longleftrightarrow \forall x (A \longrightarrow Px)$$

Condición de la Ley: La variable x no puede aparecer libre en la fórmula A.

Ejercicio 2.° Resuélvase el siguiente argumento: Si dos líneas cualesquiera son perpendiculares a una tercera, entonces son paralelas entre sí. Si una línea es perpendicular a otra, entonces es perpendicular a la primera. Por tanto, si dos líneas cualesquiera no son paralelas, no se da el caso de que haya una tercera que sea perpendicular a ambas (ANDERSON-JOHNSTONE, *Natural deduction*, p. 223).

Formalización

Lx	x es una línea
Rxy	x es perpendicular a y
Pxy	x es paralela a y

$$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \wedge Ly \wedge \bigvee z(Lz \wedge Rxz \wedge Ryz) \rightarrow Pxy))$$

$$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \wedge Ly \wedge Rxy \rightarrow Ryx)$$

$$\therefore \bigwedge x \bigwedge y(Lx \wedge Ly \wedge \neg Pxy \rightarrow \neg \bigvee z(Lz \wedge Rzx \wedge Rzy))$$

$$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \land Ly \land \neg Pxy \to \neg \bigvee z(Lz \land Rzx \land Rzy))$$

Derivación

1	$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \land Ly \land \bigvee z(Lz \land Rxz \land Ryz) \to Pxy)$	
2	$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \land Ly \land Rxy \to Ryx)$	
3	$La \land Lb \land \neg Pab$	
4	$Lc \land Rca \land Rcb$	
5	$La \land Lb \land \bigvee z(Lz \land Raz \land Rbz) \to Pab$	**EG² 1**
6	$Lc \land La \land Rca \to Rac$	**EG² 2**
7	La	**Simp$_1$ 3**
8	$Lc \land Rca$	**Simp$_1$ 4**
9	$La \land Lc \land Rca$	**Prod 7,8**
10	$Lc \land La \land Rca$	**CC 9**
11	Rac	**MP$_2$ 6,10**
12	$Lc \land Lb \land Rcb \to Rbc$	**EG 2**
13	Lc	**Simp$_1$ 4**
14	$La \land Lb$	**Simp$_1$ 3**
15	Lb	**Simp$_2$ 14**
16	Rcb	**Simp$_2$ 4**
17	$Lc \land Lb$	**Prod 13, 15**
18	$Lc \land Lb \land Rcb$	**Prod 17, 16**
19	Rbc	**MP 12, 18**
20	$Rac \land Rbc$	**Prod 11, 19**
21	$Lc \land Rac \land Rbc$	**Prod 13, 20**
22	$\bigvee z(Lz \land Raz \land Rbz)$	**IP 21**
23	$La \land Lb \land \bigvee z(Lz \land Raz \land Rbz$	**Prod 14, 22**
24	Pab	**MP 5, 23**
25	$\neg Pab$	**Simp$_2$ 3**
26	$Pab \land \neg Pab$	**Prod 24, 25**
27	$\neg(Lc \land Rca \land Rcb)$	**Abs 4-26**
28	$La \land Lb \land \neg Pab \to \neg(Lc \land Rca \land Rcb)$	**TD$_1$ 3-27**
29	$\bigwedge x \bigwedge y \bigwedge z(Lx \land Ly \land \neg Pxy \to \neg(Lz \land Rzx \land Rzy))$	**IG 28**
30	$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \land Ly \land \neg Pxy \to \bigwedge z \neg(Lz \land Rzx \land Rzy))$	**I Dist 29**
31	$\bigwedge x \bigwedge y(Lx \land Ly \land \neg Pxy \to \neg \bigvee z(Lz \land Rzx \land Rzy))$	**I DP 30**

(2.4) Algunas recomendaciones sobre la aplicación de la reglas (métodos demostrativos) de "Eliminación del cuantificador existencial" y "Eliminación del cuantificador universal".

Sugerencia: Primero eliminen el cuantificador existencial y luego eliminen el cuantificador universal, no al revés como en estas demostraciones que se presentan a continuación (en mi opinión esa manera de proceder es contra-intuitiva):

Las demostraciones de la validez de los razonamientos (c) y (d) de los cuatro que se presentan a continuación no deberían de hacerse de esa manera (por ser contra-intuitivas), tampoco debería hacerse de esa manera las demostraciones de la validez de los razonamientos (a) y (b), pues también creo que no es la forma más natural de proceder

Ejercicio 3.º Fundamentar los cuatro esquemas de argumento siguientes:

a)
$$\begin{array}{ll} & \bigwedge x(Rx \rightarrow \neg Qx) \\ & \bigwedge x(Px \rightarrow Qx) \\ \therefore & \bigwedge x(Px \rightarrow \neg Rx) \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} & \bigwedge x(Rx \rightarrow Qx) \\ & \bigwedge x(Px \rightarrow \neg Qx) \\ \therefore & \bigwedge x(Px \rightarrow \neg Rx) \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} & \bigwedge x(Rx \rightarrow \neg Qx) \\ & \bigvee x(Px \wedge Qx) \\ \therefore & \bigvee x(Px \wedge \neg Rx) \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} & \bigwedge x(Rx \rightarrow Qx) \\ & \bigvee x(Px \wedge \neg Qx) \\ \therefore & \bigvee x(Px \wedge \neg Rx) \end{array}$$

Solución

a)

–	1 $\bigwedge x(Rx \to \neg Qx)$	
–	2 $\bigwedge x(Px \to Qx)$	
	3 $Ra \to \neg Qa$	**EG 1**
	4 $Pa \to Qa$	**EG 2**
	5 Pa	
	6 Qa	**MP 4, 5**
	7 $\neg Ra$	**MT 3, 6**
	8 $Pa \to \neg Ra$	**TD 5-7**
	9 $\bigwedge x(Px \to \neg Rx)$	**IG 8**

b)

–	1 $\bigwedge x(Rx \to Qx)$	
–	2 $\bigwedge x(Px \to \neg Qx)$	
	3 $Ra \to Qa$	**EG 1**
	4 $Pa \to \neg Qa$	**EG 2**
	5 Pa	
	6 $\neg Qa$	**MP 4, 5**
	7 $\neg Ra$	**MT 3, 6**
	8 $Pa \to \neg Ra$	**TD 5-7**
	9 $\bigwedge x(Px \to \neg Rx)$	**IG 8**

c)

–	1 $\bigwedge x(Rx \to \neg Qx)$	
–	2 $\bigvee x(Px \wedge Qx)$	
	3 $Ra \to \neg Qa$	**EG 1**
	4 $Pa \wedge Qa$	
	5 Pa	**$Simp_1$ 4**
	6 Qa	**$Simp_2$ 4**
	7 $\neg Ra'$	**MT 3, 6**
	8 $Pa \wedge \neg Ra$	**Prod 5, 7**
	9 $\bigvee x(Px \wedge \neg Rx)$	**IP 8**
	10 $\bigvee x(Px \wedge \neg Rx)$	**EP 2, 4-9**

d)

–	1 $\bigwedge x(Rx \to Qx)$	
–	2 $\bigvee x(Px \wedge \neg Qx)$	
	3 $Ra \to Qa$	**EG 1**
	4 $Pa \wedge \neg Qa$	
	5 Pa	**$Simp_1$ 4**
	6 $\neg Qa$	**$Simp_2$ 4**
	7 $\neg Ra$	**MT 3, 6**
	8 $Pa \wedge \neg Ra$	**Prod 5, 7**
	9 $\bigvee x(Px \wedge \neg Rx)$	**IP 8**
	10 $\bigvee x(Px \wedge \neg Rx)$	**EP 2, 4-9**

(2.5) Algunas recomendaciones para demostrar que un argumento es válido en la Lógica de primer orden con identidad (=).

Recomendación: Para la relación de identidad (entre individuos) use las propiedades fundamentales de la identidad como reglas de inferencia: Reflexividad, Simetría, transitividad y sustitución. A continuación se presentan, en forma de reglas de inferencia, algunas de estas leyes (Copi, Lógica Simbólica):

Id. $$\begin{array}{l}\Phi\mu\\ \nu = \mu\\ \hline \therefore \Phi\nu\end{array}, \qquad \begin{array}{l}\Phi\mu\\ \sim\Phi\nu\\ \hline \therefore \sim(\nu = \mu)\end{array}, \qquad \begin{array}{l}\nu = \mu\\ \hline \therefore \mu = \nu\end{array}, \qquad \text{y} \qquad \begin{array}{l}p\\ \hline \therefore \mu = \mu\end{array}$$

Ejemplo de la demostración de la validez de un razonamiento usando leyes de identidad (Copi, Lógica Simbólica): ¿cuál es el plan demostrativo?

Una tercera ilustración es la que provee el argumento:

> **Sólo un hombre calvo porta una peluca. Kaplan es un hombre que porta una peluca. Este hombre no es calvo. Por lo tanto, este hombre no es Kaplan.**

Usando los símbolos "t", "k", "Mx", "Bx", "Wx", para abreviar "este hombre", "Kaplan", "x es un hombre", "x es calvo" y "x porta una peluca", podemos simbolizar este argumento y demostrar su validez como sigue:

1.	$(x)[(Mx \cdot Wx) \supset Bx]$	
2.	$Mk \cdot Wk$	
3.	$\sim Bt$	$/ \therefore \sim(t = k)$
4.	$(Mk \cdot Wk) \supset Bk$	1, UI
5.	Bk	4, 2, M.P.
6.	$\sim(t = k)$	3, 5, Id.

Ejemplo del uso de la relación de identidad para formalizar (modelar) proposiciones numéricas (Copi, Lógica Simbólica):

Hay cuando menos dos solicitantes.

necesitamos el signo de identidad al escribir

$$(\exists x)(\exists y)[Ax \cdot Ay \cdot x \neq y]$$

Poniendo juntas las notaciones para "al menos uno" y "a lo más uno" tenemos un método para simbolizar las proposiciones numéricas definidas. Así, el enunciado

Hay un libro sobre mi escritorio.

que significa *exactamente* uno, se simboliza, usando "Bx" por "x es un libro" y "Dx" por "x está sobre mi escritorio", como

$$(\exists x)\{Bx \cdot Dx \cdot (y)[(By \cdot Dy) \supset y = x]\}$$

Ejemplo del uso de la relación de identidad para formalizar (modelar) proposiciones que contienen descripciones definidas, método de Russell, (Copi, Lógica Simbólica):

El autor de *Waverley* fue un genio.

$$(\exists x)\{(x \text{ escribió } Waverley) \cdot (y)(y \text{ escribió } Waverley \supset y = x) \cdot (x \text{ fue un genio})\}$$

Para finalizar esta sección es importante resaltar que la Lógica de primer orden con predicados poliádicos (relacionales) y la relación de identidad, es muy útil para formalizar teorías matemáticas y estudiar sus fundamentos (Ver, por ejemplo, los textos de “Teoría de Modelos” de Chang y Keisler, y de María Manzano. También ver los textos de “Teoría de conjuntos” de Jech y de Kunen). También es útil en inteligencia artificial. Y también vale la pena resaltar que la Lógica proposicional tiene importantes aplicaciones en Electrónica digital, etc.

(2.6) Algunas recomendaciones para demostrar que un argumento es inválido en la Lógica de primer orden con predicados poliádicos e identidad.

<u>Recomendación</u>:

Use estructuras (interpretaciones) finitas (mientras se pueda), la idea es que en la estructura que se construya las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa. La forma general de una estructura es la siguiente:

$$\mathfrak{C} = \langle C, < S^{\mathfrak{C}}_{\mu} >_{\mu\in\delta}, < g^{\mathfrak{C}}_{\beta} >_{\beta\in\gamma}, < d^{\mathfrak{C}}_{\theta} >_{\theta\in\zeta} \rangle.$$

(Para este tema ver el texto “Lógica para principiantes” de María Manzano y Antonia Huertas.)

Para fabricar estructuras es importante saber (al menos) teoría elemental de conjuntos, por ejemplo, los capítulos 1-7 del texto “Teoría de conjuntos y temas afines” de Seymour Lipschutz, dichos capítulos son: (1) Conjuntos y subconjuntos, (2) Operaciones fundamentales con conjuntos, (3) Conjuntos de números, (4) Funciones, (5) Conjuntos producto y grafos de funciones, (6) Relaciones, y (7) Complementos a la teoría de conjuntos.

Ejemplo: Demuestre que el siguiente razonamiento es inválido usando estructuras (Ejercicio resuelto por el preparador de Lógica (UCV) Francisco Blanco):

6. $\forall x\, [Mx \rightarrow (Nx \wedge Ox)]$

$\exists x\, (Px \wedge Nx)$

$\exists x\, (Px \wedge \neg Ox)$

$\vdash \forall x\, (Mx \rightarrow \neg Px)$

Estructura que invalida el razonamiento:

$\mathcal{A}$: $\langle A, M^{\mathcal{A}}, N^{\mathcal{A}}, O^{\mathcal{A}}, P^{\mathcal{A}}\rangle$, donde $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $M^{\mathcal{A}} = \{2,4,6\}$, $N^{\mathcal{A}} = \{2,3,4,5,6\}$, $O^{\mathcal{A}} = \{2,4,5,6\}$,

$P^{\mathcal{A}} = \{1,2,3\}$. Nótese que, en esta estructura, las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa.

Premisa 1: $\forall x \in A\, [\, x \in M^{\mathcal{A}} \rightarrow (x \in N^{\mathcal{A}} \wedge x \in O^{\mathcal{A}})]$ **Verdadera**

Premisa 2: $P^{\mathcal{A}} \cap N^{\mathcal{A}} \neq \varnothing$ **Verdadera**

Premisa 3: $P^{\mathcal{A}} \cap O^{\mathcal{A}'} \neq \varnothing$ **Verdadera**

Conclusión: $M^{\mathcal{A}} \cap P^{\mathcal{A}} = \varnothing$ **Falsa**

Notar que para evaluar un razonamiento en la lógica de primer orden con identidad sin ningún dato, puede ser algo bastante complicado, tanto sintácticamente (usando reglas de inferencia o árboles semánticos) como semánticamente (usando estructuras). Esto lo certifican los Teoremas de incompletitud de Gödel (aplicados a la T. Conjuntos) y el Teorema de Indecibilidad de Church.

Conclusión:

En el quehacer cotidiano del Lógico la creatividad debe de estar presente (necesariamente), como también ocurre en el quehacer cotidiano del matemático, científico, filósofo, etc. Es en este contexto que propongo a los Lógicos emplear el método de Polya para ayudarnos en nuestras investigaciones.

FIN

¡GRACIAS!