Sistema Experto en Deducción Dentro de la Lógica Normal Trivalente

Gabriel Garduño Soto, [1]
David René Thierry García,[2]
Rafael Vidal Uribe,[1]
Hugo Padilla Chacón[3]

1. Antecedentes y problemas

Las lógicas multivaluadas ($n > 2$) tienen antecedentes históricos identificables en algunas discusiones clásicas, principalmente en relación con los problemas de las lógicas modales. Debe recordarse que el problema del "futuro-contingente" es planteado por Aristóteles. Los epicúreos, por su parte, discutieron y finalmente rechazaron el principio del tercero excluso. En la parte final de la Edad Media, Duns Scoto y Guillermo de Ockham reflexionaron sobre asuntos semejantes, en el siglo XV fue muy destacada la discusión que, al respecto, tuvo lugar en la Universidad de Lovaina, etcétera. Pero aparte de las aportaciones pioneras de Mac-Coll, Pierce y Vasil'ev, no es sino hasta el siglo XX cuando efectivamente se recuperan y atacan estos problemas desde un punto de vista moderno, con los trabajos de Łukasiewcz y de Post.

Algunas lógicas polivalentes, en especial las que adoptan un número impar de valores de verdad, presentan características muy singulares y dignas de atención: en ellas se ven violados principios o leyes altamente apreciados por los lógicos clásicos, tales como el principio del tercero excluso, el principio de identidad o la ley de la doble negación. Esta situación provoca alarma, y aún disgusto, en algunos lógicos, como es el caso de Quine (1970); o se le toma como algo necesario, y aún imprescindible, para atender problemas peculiares que escapan a la capacidad de la lógica clásica, como es el caso de Heyting (1931), o se ofrece un amplio abanico de posibilidades de interpretación, como es el caso de Rescher (1969). Pero cualquiera que sea el resultado final, si lo hay, de estas diversas posiciones, una cosa es segura; las lógicas polivalentes son tan estrictas, en tanto que cálculos, como la lógica clásica. El meollo de la discrepancia no se ubica en el aspecto formal de los cálculos, sino en la interpretación que se pueda dar a éstos. No es un asunto de validez formal, sino de interpretación o aplicabilidad. En el presente trabajo, en donde sólo consideramos una lógica normal trivalente en tanto que cálculo, prescindimos de pronunciarnos entorno a la discusión, aunque no podemos dejar de adelantar cierta simpatía por una interpretación probabilística.

Por otra parte, es digno de mención el fenómeno teórico que observamos actualmente, por cuanto se refiere al retorno de los viejos problemas filosóficos que como se mencionó anteriormente, preocupaban ya a Aristóteles y a los epicúreos; pues bien, el retorno de estos problemas "arqueológicos" se plantea en nuestros días desde una perspectiva perteneciente a otro nivel epistemológico, dados los avances teóricos alcanzados en lógica, en matemática y aún en las técnicas computacionales de que disponemos; éstas nos permiten retomar con seguridad el

[1] Facultad de Filosofía y Letras, UNAM. Colegio de Filosofía, División SUAFyL.
[2] Facultad de Economía, UNAM. División SUAE.
[3] Facultad de Filosofía y Letras, UNAM. División de Estudios de Posgrado.

tratamiento de algunos de estos viejos problemas. Del mismo modo, vemos cómo los intentos por superar las viejas incógnitas producen resultados que pertenecen por derecho propio al campo de la utilidad práctica.

En este último aspecto, la lógica trivalente ha servido de base para el desarrollo de productos aplicables al diseño de circuitos electrónicos Kusano (1988), Chew (1987), Serra (1987), utilerías de diagnóstico operativo para fallas en sistemas computacionales en paralelo Xu (1988) y asimismo, herramientas lógicas extendidas en forma trivalente para la optimización de programas elaborados dentro de la lógica bivalente Huang (1988). Así pues, vemos que en nuestros días, la lógica trivalente ha cobrado relevancia significativa en diversas áreas, especialmente en el terreno computacional.

2. Algunas características de una lógica normal trivalente

En una lógica trivalente se introduce un valor intermedio entre los valores clásicos de "verdad" y "falsedad". El significado de este tercer valor forma parte de la discusión a que antes se ha hecho referencia. No lo discutiremos. En muchas de las presentaciones de las lógicas polivalentes se utiliza el 1 para representar el valor máximo, y el 0 para representar el valor mínimo; es costumbre representar los valores intermedios ya sea con números fraccionarios, ya sea con otros números enteros distintos de 0 y de 1. En el siguiente punto, *Notación*, estableceremos la convención que se adopta en este trabajo. Pero aparte de las discusiones semánticas y de interpretación que pueden aparecer con la introducción de este tercer valor es éste, y sólo éste, el culpable final de que en una lógica trivalente resulten productos dubitables – o indeseables – desde el punto de vista clásico. Desde una perspectiva puramente formal, no es difícil de entender la razón de que esto acontezca. Es bien conocido el hecho de que en la construcción de una matriz global, dentro de la lógica bivalente, la combinatoria de valores para los renglones está dada por 2^N y la combinatoria de valores para las columnas está dada por 2^{2^N}, en donde N es el número de variables. Esto hace que para cada columna y cada renglón haya otra columna y otro renglón diferentes de los primeros que representan sus negaciones. En cambio, en una lógica trivalente las combinatorias correspondientes están dadas por 3^N y por 3^{3^N}, y en virtud de que estas combinatorias son impares siempre habrá una columna y un renglón que no tendrán otra columna y otro renglón distintos que representen sus negaciones. Por ello, esa columna y ese renglón representarán, al mismo tiempo, una combinatoria y su propia negación. Y esto irremediablemente acontecerá en toda lógica normal polivante con un número impar de valores.

A una lógica polivalente se le denomina "normal" cuando la definición de los operadores es la misma que la empleada en una lógica bivalente. La lógica trivalente de que nos ocupamos es una lógica "normal" en el sentido antes mencionado. Para esta lógica normal se adoptan las siguientes definiciones de los operadores, las cuales coinciden con las de la lógica bivalente:

2.1. $-P$ Mx - P

2.2. P & Q Min (P, Q)

2.3. $P \vee Q$ Mx (P, Q)

2.4. P Q Min (Mx, Mx + Q - P)

2.5. P Q Mx - | P - Q |

En lo anterior, Mx: valor máximo; Min: valor mínimo. El sujetarse a las anteriores definiciones significa que la lógica normal trivalente de que nos ocupamos coincidiría con la lógica clásica si se prescindiera del tercer valor. Esta lógica, cuando toma en cuenta el tercer valor, coincide con las lógicas trivalentes de Lukasiewicz y de Reichenbach. En cambio, difiere de otras lógicas trivalentes, como las de Kleene, Bochvar, Heyting, etc., cuyos operadores no atienden a las definiciones señaladas.

3. Notación

Los tres valores veritativos que se manejarán, serán simbolizados por 2 (para el valor máximo); por 1 (para el valor intermedio), y por 0 (para el valor mínimo). La traducción de estos valores a una notación en la que se prefiera representar el valor máximo con 1, el valor intermedio con una fracción, y el valor mínimo con 0, no tiene dificultad: bastará con dividir los valores propuestos entre el valor máximo para obtener los valores 1, $\frac{1}{2}$, 0, como es usual en otras notaciones. Por razones de operatividad, en este trabajo se emplea la simbolización primeramente señalada.

Por su parte, cuando una variable, digamos *P*, adquiere el valor máximo, será simbolizada por *P* misma; cuando adquiera el valor intermedio, sera simbolizada por ~*P* (*P* barrada), y cuando cobre el valor mínimo, sera simbolizada por —*P* (no *P*) . En virtud de que los resultados del sistema se ofrecen en forma normal disyuntiva, se advierte que los sumandos lógicos irán antecedidos por la valuación correspondiente: *a*) cuando la valuación del sumando sea el valor máximo, el número 2 antecederá al sumando; *b*) cuando la valuación del sumando sea valor intermedio, aparecerá el sumando como tal, y *c*) cuando la valuación del sumando sea la mínima, el sumando no aparecerá. Este modo de representar ls fórmulas normales disyuntivas en una lógica trivalente ha sido desarrollado de manera específica para el presente sistema. Es totalmente eficaz y, creemos, suficiente claro.

4. Observaciones sobre el enfoque teórico del sistema

La lógica normal trivalente que se estudió en el nivel teórico, o nivel *T*, fue posteriormente mapeada en un segundo nivel metateórico, *MT*. Se logró que cada situación y problema del nivel *T* quedara reflejado en un correspondiente situación y problema del nivel *MT*. se procuró, y obtuvo, que el nivel *MT* no sólo asumiera un papel descriptivo con respecto del nivel *T*, como por lo general acontece, sino que fuera tan operativo como este último. De esta manera, se consiguió una interacción que, en principio, permite resolver problemas tan grandes y tan complejos como se quiera del nivel *T*. Esta interacción permite lo siguiente: *a*) plantear las situaciones y los problemas en el nivel *T*; *b*) analizar las situaciones y resolver los problemas en el nivel *MT*, y *c*) ofrecer el resultado del análisis de las situaciones o la solución de los problemas en el propio nivel *T*.

5. Productos del sistema

Hasta ahora, el sistema es capaz de:

5.1. Determinar si una fórmula planteada con cualquier número y combinación de los operadores lógicos tradicionales, y con variables afirmadas, barradas o negadas, es una fórmula bien formada (*wff*) o no.

5.2. Determinar en deducción axiomática si una *wff* es o no un teorema de la lógica axiomatizada normal trivalente.
5.3. Determinar en deducción natural (se emplea el término “deducción natural” en contraposición a “deducción axiomática”) si en un conjunto de premisas alguna o algunas de ellas son redundantes en relación con los demás, ya sea por equivalencia semántica o por deducibilidad.
5.4. Determinar en deducción natural si de un conjunto dado de premisas se deduce o no una determinada *wff* propuesta como conclusión.
5.5. Obtener en deducción natural **todas** las conclusiones semáticamente distintas que pueden derivarse de un conjunto de premisas dado.
5.6. Obtener, en un enfoque de deducción natural, **todos** los conjuntos de premisas semánticamente distintos de los cuales puede deducirse una *wff* propuesta como conclusión.
5.7. Transformar una *wff* con cualquier número y combinación de los operadores lógicos tradicionales, y con cualquier modalidad en sus variables –afirmadas, barradas o negadas–, en una fórmula normal disyuntiva.

Los resultados en los casos 5.5 y 5.6 –y obviamente, 5.7– se expresan en forma normal disyuntiva con las características señaladas en el punto 3.

6. Sistema y programación

En el nivel *MT* se emplean en grandes números, cuya representación debe ser completa. En este nivel no resultan útiles ni enfoques de redondeo, ni representaciones en notación científica ni sistemas logarítmicos. Desde un punto de vista teórico, no existen limitantes. Sin embargo, por el empleo y características de los grandes números en el nivel *MT*, la exhibición operativa del sistema encuentra dificultades cuando se usan equipos de cómputo del tipo *PC*. Este obstáculo quizá se logre vencer con la utilización de alguna utilería especialmente desarrollada para realizar operaciones aritméticas con números grandes en procesadores con 16 o 32 bits, como el Paquete *Miracle*, que utiliza el lenguaje *C* y se anuncia comercialmente (*Byte,* Septiembre,1990.) que no hemos experimentado. Por ahora, el sistema se ha desarrollado en un *mainframe* –el equipo *IBM* - 4381– utilizando la utilería de aplicación llamada *REDUCE* 3.1, implementado en el lenguaje *LISP* de *The Rand Corporation*, ©1984.

A falta de condiciones adecuadas para su presentación operativa en equipos de cómputo, el sistema puede mostrarse en videograbación, diapositivas o en presentación *demo*, sin proceso real.

Septiembre de 1990.

Referencias

- “A Portable *C* Library for Number-Theory and Cryptography Applications”, en *Byte*, Sep., 1990, p. 64IS-8.

- Chew B.P. *et al*.: “On the Design of CMOS Ternary Logic Circuits Using T-Gates.” *Int. J. Electron*. 63, (2), 229-239, Aug. 1987.

- Kusano C. *et al*.: “Multiple-Valued Logic Application of a Triple Well Resonant Tunneling Diode.” *IEEE Trans. Electron. Devices* 35, (12), 2453, Dec. 1988.

- Heyting, A.: “Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik”, en *Erkennthis*, 2, 1931.

- Huang Zhihai et al.: “B-Ternary Logic and Evaluation of Binary Logic Programs.” *Proc. VIII Int. Symp. Multivalued Logic.* Palma de Mallorca, España, Mayo 24-26, 1988. pp. 376-380.

- Nepeyvoda N.N.: “Constructive Logical Tools. I. Generalized Notion of Logical Calculus.” *Sov. J. Comput. Syst. Sci.* 26, (2), 129-138, Mar.-Apr. 1988.

- Quine, W. V.: *Philosophy of Logic*. Prentice-Hall, New Jersey, 1970. Cap. 6.

- Rescher, Nicholas: *Many-valued Logic*. McGraw-Hill, New York, 1969. Cap. 2.

- Serra M.: “Applications of Multi-Valued Logic to Testing of Binary and MVL Circuits.” *Int. J. Electron*. 63, (2), 197-214, Aug. 1987.

- Xu Jie et al.: “Three Valued System Diagnosis and Parallel Recovery.” *Proc. VIII Int. Symp. Multivalued Logic.* Palma de Mallorca, España, Mayo 24-26, 1988. pp. 178-185.

- Yamamoto Y. *et al*.: “Meaningful Special Classes of Ternary Logic Functions - Regular Ternary Logic Functions and Ternary Majority Functions.” *IEEE Trans. Comput.* 37, (7), 799-806, Jul. 1988.