DES OBJETS CONTRADICTOIRES SANS CONTRADICTION

UNE APPLICATION DE LA THÉORIE DES OBJETS ABSTRAITS D'EDWARD ZALTA

Thibaut GIRAUD
(EHESS)

Le but de cet article est de montrer de quelle façon on peut admettre l'existence d'objets contradictoires dans le cadre d'une logique qui reste classique[1], en particulier sans renoncer au principe de non-contradiction. Je recourrai pour cela à la théorie objets abstraits d'Edward Zalta[2] dont la logique repose sur une distinction entre *deux modes de prédication*. Je défendrai la pertinence d'une telle distinction pour étudier les propriétés des objets abstraits en général, et je montrerai comment cette approche permet de traiter de façon cohérente le cas d'objets contradictoires tel que le rond-carré.

1. Une contradiction immédiate

Envisageons la propriété d'être rond et la propriété d'être carré, et pensons à un objet qui possède ces deux propriétés : nous pouvons dire de cet objet qu'il est rond, qu'il est carré, qu'il est l'exemple favori de Meinong, etc.. On sait que cette façon de concevoir l'*objet* est caractéristique du meinongianisme et du néo-meinongianisme[3], et qu'elle soulève d'évidentes difficultés : comment peut-on admettre un objet comme le rond-carré (fût-ce comme simple objet de pensée) sans admettre que des contradictions sont vraies à son sujet ? En effet, le rond-carré est rond et n'est pas rond à la fois. Il semble à première vue qu'il faille choisir entre les objets contradictoires et le principe de non-contradiction.

Exprimons ceci plus rigoureusement. Supposons un objet a qui soit à la fois rond et carré ; on notera R la propriété d'être rond et C la propriété d'être carré. On a donc :

(1) $Ra \& Ca$

1. Par *classique* je n'entends pas seulement la logique classique du premier ordre ; la logique sur laquelle je vais m'appuyer est une logique du second ordre que l'on peut néanmoins considérer comme *classique* au sens où elle est conforme à certaines propriétés caractéristiques de la logique classique, en particulier le principe de non-contradiction et le principe du tiers-exclu. Cf. Gabbay, Dov, 1994, "Classical vs non-classical logic", paru dans D.M. Gabbay, C.J. Hogger, & J.A. Robinson, (éd.), *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, volume 2, chapitre 2.6, Oxford University Press.
2. Cf. Zalta 1983, 1988, 1999.
3. Cf. Meinong 1999, Routley 1980, Parsons 1980.

Admettons par ailleurs que les ronds ne sont pas carrés, et que les carrés ne sont pas ronds. C'est-à-dire que l'on suppose admis le principe suivant :

(2) $x\ (Rx \rightarrow \sim Cx)\ \&\ (Cx \rightarrow \sim Rx)$

Après quelques étapes évidentes, on tirera de 1 et 2 :

(3) $Ra\ \&\ \sim Ra$

Contradiction sans appel. En suivant ainsi l'approche la plus évidente en logique du premier ordre, les objets contradictoires comme le rond-carré sont des objets dont on ne peut pas parler sans immédiatement se contredire. À moins de renoncer à 2, on ne voit pas comment éviter cet écueil.

La solution sera d'exprimer 1 d'une façon plus subtile, à l'aide d'un langage un peu plus riche. Pour l'instant, cela semble difficile à envisager : on ne voit pas comment exprimer autrement le fait qu'un objet soit à la fois rond et carré. Pour le comprendre, il faut d'abord nous pencher plus précisément sur ce que signifie la notion même d'objet contradictoire.

2. Qu'est-ce qu'un objet contradictoire ?

On sait ce qu'est une contradiction en logique : au sens le plus strict, c'est une proposition de forme 'A & ~A'. (En un sens plus large, c'est toute proposition dont on peut dériver une proposition de cette forme.) Ce qu'est un objet contradictoire est plus obscur. Si les objets contradictoires sont des objets à propos desquels il y a des contradictions vraies, il est trivial qu'on ne peut pas tolérer de tels objets sans renoncer par là même au principe de non-contradiction. Mais ce n'est pas la façon la plus naturelle de comprendre la notion d'objet contradictoire ; il semble plutôt qu'un objet contradictoire soit un objet aux propriétés contradictoires. Reste la question de savoir ce que sont des propriétés contradictoires.

De la même façon que deux propositions sont dites contradictoire si l'une est la négation de l'autre (ou si l'une implique la négation de l'autre), on est tenté de penser que deux propriétés sont contradictoires si l'une est (ou implique) la négation de l'autre. Ce qui pose une nouvelle question : que signifie pour une propriété d'être la négation d'une autre propriété ?

Par exemple, quelle est la négation de la propriété d'être rond. La réponse la plus naturelle est : la propriété de ne pas être rond. Cette propriété est une propriété complexe. On peut l'exprimer en logique en introduisant l'opérateur lambda qui permet la construction de prédicats complexes :

$[\lambda x\ \ \varphi x]$ prédicat complexe qui désigne la propriété d'être un x tel que φ.

Ceci permet d'écrire des formules comme celles-ci :

$[\lambda x \sim Fx]a$ a exemplifie la propriété de ne pas être F
$[\lambda x\ Fx \,\&\, Gx]b$ b exemplifie la propriété d'être F et G

Donc, la négation d'une propriété F, c'est cette propriété complexe : $[\lambda x \sim Fx]$, la propriété de ne pas exemplifier F. Un objet aux propriétés contradictoires, c'est donc un objet possédant au moins un couple de propriétés de cette forme : F et $[\lambda x \sim Fx]$.

On peut noter en passant que la notion d'objet incomplet devrait être analysée d'une façon similaire : un objet est incomplet s'il y a au moins une propriété F telle qu'il ne possède ni F ni $[\lambda x \sim Fx]$. (Un objet est incomplet par exemple s'il ne possède ni la propriété d'être rond, ni la propriété de ne pas être rond.)

3. Propriétés complexes

Il faut maintenant nous pencher plus attentivement sur la logique inhérente à ces propriétés complexes. Exemplifier la propriété de ne pas être F est de toute évidence équivalent à ne pas exemplifier la propriété F. Il faut accepter ce principe :

(4) $x\ [\lambda y \sim Fy]x \quad \sim Fx$

On devrait avoir des équivalences de ce type pour toute propriété complexe[4] (par exemple : exemplifier la propriété d'être F et G est équivalent à exemplifier F et exemplifier G), mais pour ce qui nous intéresse dans cet article, la seule équivalence importante est celle formulée par 4.

Maintenant, envisageons un objet contradictoire au sens où nous l'avons défini plus haut, c'est-à-dire un objet a tel que :

[4]. De façon plus générale, pour toute formule φ, on a: $x\ [\lambda y\ \varphi]x \equiv \varphi^x{}_y$ (où $\varphi^x{}_y$ est le résultat de la substitution de y par x dans φ). 4 est une instance de ce schéma d'axiome.

(5) $Fa \,\&\, [\lambda x \sim Fx]a$

C'est un objet qui possède des propriétés contradictoires ; il est très important de noter que cette formule n'est pas une contradiction au sens strict : ce n'est pas une formule de forme 'A & ~A'.

Toutefois, de 4 on peut tirer :

(6) $[\lambda x \sim Fx]a \qquad \sim Fa$

Et de 6 et 5, on arrivera à :

(7) $Fa \,\&\, \sim Fa$

Une contradiction au sens strict. Pour en bloquer la dérivation, il faudrait renoncer à 4, c'est-à-dire à l'idée qu'avoir la propriété de ne pas être F est équivalent à ne pas être F. Mais il ne semble pas satisfaisant de renoncer à un tel principe.

4. Deux modes de prédication

Il est clair que le type d'équivalence formulée en 4 est pertinent lorsque l'on parle d'objets concrets. Par exemple, si je n'ai pas la propriété d'être gaucher, je suis d'accord que cela implique que j'ai la propriété de ne pas être gaucher (à supposer que l'on accepte qu'il y ait de telles propriétés négatives). Mais on pourrait se demander si ce genre d'équivalence reste tout aussi acceptable lorsqu'il s'agit d'objets abstraits. Prenons un objet fictionnel comme Sherlock Holmes. Sherlock Holmes est-il droitier ? Admettons que Conan Doyle n'a rien précisé à ce sujet ; il faut alors répondre : Holmes n'a pas la propriété d'être droitier. Ceci implique-t-il que Holmes a la propriété de ne pas être droitier ? Non. Car cela reviendrait à dire que Conan Doyle a précisé dans ses romans que Holmes n'est pas droitier ; or ce n'est pas le cas : on ne sait tout simplement rien à ce sujet. (Sherlock Holmes, comme de nombreux objets abstraits, est un objet incomplet.)

Prenons encore un autre exemple. Demandons-nous si le nombre 7 a la propriété d'être un éléphant ? La question est saugrenue mais n'est pas dénuée de sens : 7 a des propriétés, parmi lesquelles celle d'être premier, d'être le successeur de 6, d'être impair etc., et l'on se demande tout simplement si la propriété d'être un éléphant fait partie de celles-ci. Sans hésitation, non. Donc, le nombre 7 n'a pas la propriété d'être un éléphant. Le nombre 7 a-t-il pour autant la propriété de ne pas être un éléphant ? Ici, nous hésitons : il est clair qu'admettre cette propriété parmi les propriétés du nombre 7 est assez inattendu : une telle propriété n'est pas la propriété d'un nombre. Ce n'est pas une de ses propriétés au même titre que la propriété de ne pas être pair, pour prendre un exemple comparable. Les propriétés d'un nombre au sens strict ne devraient être que des propriétés mathématiques, de la même façon que les propriétés d'un objet fictionnel ne devraient être que celles qui sont précisément déterminées par la fiction.

L'équivalence entre ne pas avoir la propriété d'être F et avoir la propriété de ne pas être F semble ainsi poser des problèmes lorsqu'on l'applique à des objets abstraits. Ceci suggère que les objets abstraits ont leurs propriétés, ou tout au moins certaines de leurs propriétés, d'une façon spéciale, différente de celle dont les objets concrets ont leurs propriétés. Il faut introduire ici l'idée d'une distinction entre deux modes de prédication pour les objets abstraits.

Justifier plus amplement cette distinction serait une tâche trop longue pour être ici achevée. Je me contenterai de donner une esquisse de l'idée sous-jacente. À la différence d'un objet concret, un objet abstrait est porteur de ce qu'on pourrait appeler un contenu, et ce contenu consiste en propriétés ; par exemple la propriété d'être pair pour 2, d'être détective pour Sherlock Holmes, d'être en or pour la montagne d'or à laquelle je suis en train de penser, etc.. On pourrait dire que ces objets sont porteurs de ces propriétés sans les exemplifier véritablement. (La montagne à laquelle je pense est en or en effet, mais pas de la même façon dont un lingot concret est en or.)

Par ailleurs, les objets abstraits exemplifient aussi des propriétés et des relations. Par exemple, ils exemplifient tous la propriété d'être abstrait. Ceux que j'ai cités précédemment exemplifient la relation d'être pris en exemple dans cet article. Ils ont ces propriétés, mais ces propriétés n'appartiennent évidemment pas à leur contenu. Un nombre n'est pas abstrait au même sens où il est pair ou impair ; Hamlet n'est pas un personnage au même sens où il est un prince. Une distinction entre deux modes de prédication permet ainsi de rendre compte de ces deux différents sens selon lesquels un objet abstrait possède des propriétés.

5. Le rond-carré dans la théorie des objets abstraits d'Edward Zalta

La distinction entre deux modes de prédication est au fondement de la théorie des objets abstraits Edward Zalta. Dans le cadre de cette théorie, dont la logique reste tout à fait classique, nous allons voir que l'on peut en effet traiter le cas des objets contradictoires. (La théorie des objets abstraits a de très nombreuses autres applications ; je renvoie à Zalta 1983 et 1999 pour une présentation complète de la théorie et de quelques unes de ses principales applications.)

Deux modes de prédication, cela signifie qu'il y a deux façons d'attribuer la même propriété au même objet. Soit a un objet et F une propriété on aura donc deux formules atomiques distinctes, que l'on notera (suivant la notation de Zalta) :

Fa
aF

La première formule signifie 'a exemplifie F', l'exemplification étant le mode normal de prédication, celui selon lequel les objets concrets ont leur propriété. La seconde formule signifie 'a encode F', l'encodage étant le mode spécial de prédication, celui selon lequel les objets abstraits ont les propriétés qui caractérisent leur contenu.

Le rond-carré est un objet abstrait, un objet de pensée ; son contenu est d'être à la fois rond et carré. On peut donc le représenter comme étant un objet a qui encode la propriété d'être rond et la propriété d'être carré.

(8) aR & aC

On suppose toujours admise la formule 2 qui exprime que les ronds ne sont pas carrés, et que les carrés ne sont pas ronds.

(2) $x\ (Rx \rightarrow {\sim}Cx)\ \&\ (Cx \rightarrow {\sim}Rx)$

Mais cette formule prend, dans le cadre de la théorie de Zalta, un sens particulier : les ronds ne sont pas carrés, au sens où aucun objet qui exemplifie la propriété d'être rond n'exemplifie la propriété d'être carré, et les carrés ne sont pas ronds au sens où aucun objet qui exemplifie la propriété d'être rond n'exemplifie la propriété d'être carré. On peut facilement voir que 8 et 2 ne produisent pas de contradiction.

Ainsi peut-on dire que cet objet est rond et carré (où est signifie encode), tout en reconnaissant par ailleurs que les ronds ne sont carrés et que les carrés ne sont pas ronds (où le verbe être signifie cette fois exemplifier).

Le rond-carré devrait aussi avoir d'autres propriétés. Étant rond, il doit avoir toutes les propriétés impliquées par le fait d'être rond, et étant carré il doit avoir toutes les propriétés impliquées par le fait d'être carré. Ainsi, admettons la formule suivante :

(9) $F(aF \quad ((\quad x\ Rx \rightarrow Fx) \quad (\quad y\ Cy \rightarrow Fy))$

Pour toute propriété F, a encode F ssi tout ce qui est rond est F ou tout ce qui est carré est F.

Par ailleurs, nous acceptons toujours les équivalences dont nous avons parlé précédemment pour les propriétés négatives. Ainsi, exemplifier la propriété de ne pas être carré est équivalent à ne pas exemplifier la propriété d'être carré ; et exemplifier la propriété de ne pas être rond est équivalent à ne pas exemplifier la propriété d'être rond :

(4') $x\ [\lambda y\ {\sim}Cy]x \qquad {\sim}Cx$
(4'') $x\ [\lambda y\ {\sim}Ry]x \qquad {\sim}Rx$

À partir de 9, 2, et de ces équivalences, on dérivera la formule suivante[5] :

(10) $aR\ \&\ a[\lambda x\ {\sim}Rx]$

Cette formule asserte que a encode la propriété d'être rond et encode la propriété de ne pas être rond. Ceci exprime bien le fait que a est un objet contradictoire, au sens où nous l'avons défini précédemment : cet objet possède des propriétés contradictoires (où possède signifie encoder).

Cela produit-il une contradiction ? Non. Pour le comprendre, il faut remarquer que les principes formulés en 4' et 4'' ne valent que pour l'exemplification des propriétés négatives. De la formule :

$a[\lambda x\ {\sim}Rx]$

on ne peut donc pas dériver :

${\sim}aR$

Exemplifier la propriété de ne pas être rond est équivalent à ne pas exemplifier la propriété d'être rond ; mais encoder la propriété de ne pas être rond n'est pas équivalent à ne pas encoder la propriété d'être rond. On pourrait dire que l'encodage n'a pas le même poids logique que l'exemplification.

C'est ainsi que, sans renoncer ni à 2, ni à 4, ni au principe de non-contradiction (ni plus généralement à aucun principe caractéristique de la logique classique), on peut traiter des objets aux propriétés contradictoires. Il suffit d'admettre que les propriétés contradictoires appartiennent à ces objets selon un mode spécial de prédication.

[5] La démonstration est assez simple. Il suffit de remarquer que les équivalences 4' et 4'' permettent de transformer 2 en: $x\ (Rx \rightarrow [\lambda y\ {\sim}Cy]x)\ \&\ (Cx \rightarrow [\lambda y\ {\sim}Ry]x)$.

Noter en outre que, bien que *a* encode des propriétés contradictoires, cela n'a pas la conséquence fâcheuse que *a* encode n'importe quelle propriété ; il n'y a pas d'*explosion logique*, même localisée ; *a* encode certaines propriétés bien précises, toutes celles qui sont impliquées par la propriété d'être rond (avoir un centre, etc.) et toutes celles impliquées par la propriété d'être carré (avoir quatre angles droits, etc.), et n'en encode aucune autre. Par exemple, *a* n'encode pas la propriété d'être rouge puisqu'elle n'est impliquée ni par la propriété d'être rond, ni par la propriété d'être carré. Le triangle-carré n'encodera pas les mêmes propriétés que le rond-carré ; il y a ainsi différents objets contradictoires aux propriétés distinctes.

RÉFÉRENCES

Meinong, A.: — 1999, *Théorie de l'objet et Présentation personnelle*, trad. J.-F. Courtine et M. de Launay, Paris, Vrin.

Parsons, T.: — 1980, *Nonexistent Objects*, New Haven: Yale University Press.

Routley, R.: — 1980, *Exploring Meinong's Jungle and Beyond. An Investigation of Noneism and the Theory of Items*, Canberra, Australian national University.

Zalta, E.: — 1983, *Abstract Objects: An Introduction to Axiomatic Metaphysics*, Dordrecht: D. Reidel.

— 1988, *Intensional Logic and the Metaphysics of Intentionality*, Cambridge, MA: A Bradford Book, the MIT Press.

— 1999, *Principia Metaphysica*, http://mally.stanford.edu/principia.pdf.

— 2004, "In Defense of the Law of Noncontradiction", dans *The Law of Noncontradiction: New Philosophical Essays*, G. Priest, J.C. Beall, B. Armour-Garb, (éd.), Oxford: Oxford University Press.