////// studie / article //

MODELY CHAOTICKÉ DYNAMIKY A PROBLÉM REPREZENTACE REÁLNÉHO SYSTÉMU

Abstrakt: *Příspěvek přináší základní matematické zakotvení pojmů „teorie chaosu". Představuje klíčové vlastnosti modelů chaotického chování dynamického systému s ohledem na explanační a prediktivní sílu modelů. Z pozice filosofie vědy podrobuje analýze především reprezentační aspekty modelů chaotické dynamiky systému. Nejzajímavějším aspektem těchto modelů je přísné omezení jejich reprezentační úlohy s ohledem na splnění podmínky hyperbolicity nutné pro platnost stínového lemma.*

Klíčová slova: *chaos Devaneyho; citlivá závislost na počátečních podmínkách; podivný atraktor; podmínka hyperbolicity; stínové lemma*

Models of Chaotic Dynamics and the Problem of Representation of Real Systems

Abstract: *This paper provides explication of basic mathematical concepts of "chaos theory". It indicates the key attributes of dynamic models of chaotic behavior of the system with regard to the explanatory and predictive power of these models. From the standpoint of philosophy of science it analyzes especially the representational role of chaotic models. The most interesting aspect of these models is a strict limitation of their representational role with regard to the fulfillment of the hyperbolicity condition necessary for the validity of the shadowing lemma.*

Keywords: *Devaney's Chaos; sensitive dependence on initial conditions; strange attractor; hyperbolicity condition; shadowing lemma*

Lukáš Hadwiger Zámečník
Katedra obecné lingvistiky a Katedra filosofie
Filosofická fakulta UP Olomouc
Křížkovského 512/10
779 00 Olomouc
email / lukas.zamecnik@seznam.cz

Jako všichni, kdo mají v držení nějakou věc,
i on ji pustil z mysli, aby věděl,
co by se stalo, kdyby ji neměl,
ale nechal všechno ostatní ve stejném stavu, jako když ji měl.
Jenže ono nezůstane jen u nepřítomnosti nějaké věci,
není to pouhý dílčí nedostatek, ale rozvrat všeho ostatního,
je to nový stav, který se ve starém stavu nedá předvídat.
Marcel Proust, *Hledání ztraceného času*

1. Bricmontovo memento

Zajímavým rysem postmoderní epochy ve filosofii, která se v našem českém prostředí kryje především s posledním desetiletím 20. století (i když v určitých ohledech ještě přetrvává dodnes), bylo přesvědčení, že novověká věda se jako výkladový systém světa vyčerpala. Postavení novověké vědy v postmoderní éře bylo přirovnáváno k postavení náboženství v době moderní – čili najdou se mnozí, kteří se k ní utíkají, ale ti skutečně obeznámení vědí, že její panování skončilo.[1] Věda se svými nepřekročitelnými pravidly byla vnímána analogicky k dogmatickému náboženství. Věda byla nazývána náboženstvím postmoderního věku.

Ještě zajímavějším rysem postmoderny bylo přesvědčení, že věda sama v sobě nalezla několik dokladů svého vyvrácení. Z textů postmoderních filosofů jsme tak mohli vyčíst, že už teorie relativity se svým principem relativity a kvantová mechanika se svým principem neurčitosti představovaly první doklady toho, že věda sama nemůže dostát postulátům racionality, které propaguje.[2] Teorie chaosu tak měla být podle těchto filosofů dalším příkladem v řadě dokladů o konci primátu vědy nad porozuměním světu.

Následující text si klade za cíl odstranit pojmovou konfúzi, která je s teorií chaosu spjata, a obhájit tezi o kontinuitě epistemologie a metodologie vědy. K tomuto cíli vede cesta přes vymezení základních kontur teorie dynamických systému (především v kapitole 2) a ujasnění explanační a prediktivní síly modelů teorie chaosu (kapitola 3). Ve 4. kapitole je úsilí dovršeno popisem reprezentační mohutnosti modelů teorie dynamických systémů. Poslední kapitola text uzavírá výkladem mezí aplikovatelnosti teorie chaosu při popisu reálných systémů.

[1] Srov. Dušan TŘEŠTÍK, *Mysliti dějiny*. Praha: Paseka 1999, s. 12.
[2] Např. Gilles DELEUZE – Félix GUATTARI, *Co je filosofie?* Praha: OIKOYMENH 2001.

1.1 Co chaos byl

S teorií chaosu se ale (především v 80. a 90. letech 20. století) pojilo i jiné filosofické očekávání. Chaos měl být dokladem zrodu nové vědy, která přinese pozitivní proměnu vědy stávající. Gleick hovořil přímo o změně paradigmatu, třetí vědecké revoluci atd.[3] Za největší nedostatek vědy byl pokládán redukcionismus, a to ať už implicitní metafyzický, tak také explicitní metodologický. Na místo redukcionismu byl povoláván holismus, který byl úzce spjat s pojmy emergence,[4] samoorganizace,[5] nereduktivní fyzikalismus,[6] sestupná kauzalita[7] aj.

Nejvýraznější postavou tohoto „holistického hnutí“ byl Ilya Prigogine.[8] Jeho respektované dílo však nakonec nebylo korunováno novým konceptuálním vědeckým systémem, ale spíše novou metafyzikou.[9] Dokonce i střízliví filosofové vědy byli fascinováni možností radikální proměny vědecké metodologie. Tak Stephen Kellert ještě v druhé polovině 90. let představoval teorii chaosu jako doklad nastupujícího metodologického holismu (oproti redukcionismu), experimentalismu (oproti deduktivismu) a diachronie (oproti synchronii).[10]

Mezi sociálními a humanitními vědci se ještě dnes stále udržují pozůstatky desetiletí holismu,[11] nejpatrnější je však trvalý zájem mezi filosofy. Nicméně ve většině případů se jedná pouze o opakování skeptických připomínek vůči tradiční vědecké metodologii, bez schopnosti vytvořit funkční alternativní metodologii. I v těch případech, kdy je nová metodologie pozitivně budována, je její vymezení zakládáno spíše na metaforách (viz dále interdisciplinarita a crossdisciplinarita).

[3] Srov. James GLEICK, *Chaos: Vznik nové vědy*. Brno: Ando Publishing 1996, s. 39–43.

[4] Např. Philip CLAYTON, *Mind and Emergence: From Quantum to Consciousness*. Oxford: Oxford University Press 2004; Achim STEPHAN, *Emergenz: Von der Unvorhersagbarkeit zur Selbstorganisation*. Dresden: Dresden University Press 1999.

[5] Např. Hermann HAKEN, *Synergetics*. New York: Springer 1978; Stuart, KAUFFMAN, Čtvrtý zákon. Praha: Paseka 2004.

[6] Např. Jerry Fodor, Hilary Putnam, Donald Davidson atd.

[7] Např. Jaegwon KIM, *Physicalism, or Something Near Enough*. Princeton: Princeton University Press 2005.

[8] Viz Ilya PRIGOGINE – Isabelle STENGERSOVÁ, *Řád z chaosu: nový dialog člověka s přírodou*. Praha: Mladá fronta 2001. Velmi kontroverzní postavou je pak Fritjof Capra.

[9] Např. jeho koncepce aktivní hmoty, vnitřního času ad.

[10] Viz Stephen KELLERT, *In the Wake of Chaos*. Chicago: University of Chicago Press 1993.

[11] Např. v tzv. synergetické lingvistice, viz Reinhard KÖHLER, *Zur linguistischen Synergetik. Struktur und Dynamik der Lexik*. Bochum: Brockmeyer 1986.

1.2 Co chaos je

Velkolepé metaforické využití teorie chaosu kontrastuje s jeho „přízemním" přírodovědným a formálním vymezením. Chaos je speciální druh chování dynamických systémů. Chování těchto systémů je sice řízeno deterministickými pravidly, ale výsledná sekvence hodnot popisující vývoj systému v některých případech připomíná náhodnou sekvenci. Popis chování systému se opírá o jednoduché a jasně formulované matematické nástroje (podrobnější popis viz níže). Pro právě vymezené chování systému se běžně používá označení deterministický chaos.[12] Někdy používané označení stochastický chaos pro chování, které může mít sice stejnou podobu jako v případě deterministického chaosu, ale není důsledkem deterministické dynamiky, už zavádí pojmovou konfúzi. Anglické odlišení *chaos* pro první případ a *noise* pro druhý je asi nejvhodnější.

Na rovině čistě matematické můžeme sledovat kontinuitu vývoje matematické analýzy od doby Poincarého.[13] Pro zásadní proměnu této disciplíny měl význam Sharkovskyho teorém,[14] který se ovšem primárně týká oblasti teorie čísel. Samotný slavný článek Yorka a Li *Perioda tři znamená chaos*,[15] který je pokládán za počátek teorie chaosu představuje vlastně speciální důsledek Sharkovskyho teorému, což ukazuje, že oblast teorie čísel má důležitý význam pro oblast matematické analýzy. Situace může být také konkrétním dokladem toho, co Simon Singh označuje jako úspěchy Langlandsova programu v matematice.[16] Konceptuálního zastřešení se dočkala teorie chaosu v souvislosti s prací Devaneyho,[17] který je autorem nejčastěji užívané definice chaosu. Sharkovskyho teorém je dodnes zdrojem dalšího rozšiřování teorie chaosu směrem k tzv. mnohoznačnému chaosu.[18]

[12] Např. Jiří HORÁK – Ladislav KRLÍN – Aleš RAIDL, *Deterministický chaos a jeho fyzikální aplikace*. Praha: Academia 2003.

[13] Viz Peter GALISON, *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy: Říše času*. Praha: Mladá fronta 2005. Skvělý matematický úvod do teorie chaosu představuje Ian STEWART, *Hraje Bůh kostky? Nová matematika chaosu*. Praha: Argo 2009.

[14] Oleksandr SHARKOVSKY, „Coexistence of Cycles of a Continuous Map of a Line into Itself." *Ukrainian Mathematic Journal*, roč. 16, 1964, č. 1, s. 61–71.

[15] James YORKE – Tien-Yien LI, „Period Three Implies Chaos." *The American Mathematical Monthly*, roč. 82, 1975, č. 10, s. 985–992.

[16] Srov. Simon SINGH, *Velká Fermatova* věta. Praha: Academia 2007, s. 188–189.

[17] Robert DEVANEY, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. Redwood City, CA: Addison-Wesley 1989.

[18] Jan ANDRES – Tomáš FÜRST – Karel PASTOR, „Period Two Implies All Periods for a Class of ODEs: A Multivalued Map Approach." *Proceedings of the American Mathematical Society*, roč. 135, 2007, č. 10, s. 3187–3191; Jan ANDRES – Tomáš FÜRST – Karel PASTOR,

1.3 Co chaos není

Teorie chaosu nepředstavuje liberalizaci vědy ve smyslu metodologickém. Liberalizace, můžeme-li použít tento pojem, proběhla maximálně na rovině ontologie vědy, na rovině entit, které věda dokáže popsat a mezi nimiž dokáže vysvětlit souvislosti. Jak upozorňoval moravský analytický filosof Lubomír Valenta, chaos je tématem vědeckého zkoumání, nikoliv metodou vědeckého zkoumání.[19] Vědecké metody jsou používány se stejnou rigorózností jako dřív, na rozdíl od dřívějška jsou však komplexnější, tj. dokážou uchopit širší spektrum fenoménů. Ještě jinak řečeno, chaos je najednou přístupný vědecké analýze. Nikoliv však chaos ve vágním slova smyslu, ale chaos přítomný v podobě konkrétních přírodních jevů (turbulentní proudění, aperiodické kmitání ad.). Rozhodně proto nemůžeme teorii chaosu spojovat s metodologickým anarchismem Feyerabenda.[20]

Nejucelenější zhodnocení nedorozumění a dezinterpretací teorie chaosu z pozice vědce přinesl v polovině 90. let Jean Bricmont v textu *Science of Chaos or Chaos in Science?*[21] Rozlišuje rovinu tematickou, metodologickou a metaforickou. V prvním a nejdůležitějším případě se kriticky vyrovnává s Prigoginovou nerovnovážnou (termo)dynamikou. Jako stejně erudovaný odborník na téma nerovnovážné termodynamiky poukazuje na sporná místa Prigoginovy koncepce.[22] Jasně také vymezuje nevyřešený problém vratnosti a nevratnosti dynamických systémů[23] (a tím i výklad druhé věty termodynamické), který je pro Prigogina zásadní.[24] Střízlivě polemizuje s Prigoginem na rovině vědecké teorie, ale zároveň jasně odmítá jeho metafyzické implikace. Na rovině filosofie vědy jasně odmítá směšování

„Sharkovskii's Theorem, Differential Inclusions, and Beyond." *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, roč. 33, 2009, č. 1, s. 149–168.

[19] Srov. Lubomír VALENTA, „Chaos v epistemologické perspektivě." In: NOSEK, J. (ed.), *Chaos, věda a filosofie*. Praha: Filosofia 1999, s. 131–145.

[20] Paul FEYERABEND, *Rozprava proti metodě*. Praha: Aurora 2001.

[21] Jean BRICMONT, „Science of Chaos or Chaos in Science?" *Physicalia Magazine*, roč. 17, 1995, č. 3–4, s. 159–208.

[22] Především jde o spojování nerovnovážné termodynamiky a kvantové mechaniky, viz PRIGOGINE, *Řád z chaosu*, s. 213–215 aj.

[23] Srov. Jiří HORÁK – Ladislav KRLÍN, *Vratnost a nevratnost dynamických systémů*. Praha: Academia 1995, s. 13–14.

[24] Tam kde běžný výklad vysvětluje druhou větu termodynamickou statisticky, srov. Victor STENGER, *The Comprehensible Cosmos: Where Do the Laws of Physics Come From?* Prometheus Books 2006, s. 139, tam Prigogine postuluje druhou větu termodynamickou jako výběrové pravidlo pro dynamiku a tím ji propůjčuje výsadní pozici v systému fyzikálních principů, srov. PRIGOGINE, *Řád z chaosu*, s. 262–264.

ontologické a metodologické dimenze vědy. Není třeba se proto obávat ohrožení postulátů racionality vědecké činnosti, protože aplikace ontologických závazků teorie chaosu na rovinu metodologickou je kategoriální chybou.

Speciální pozornost věnuje Bricmont knize Ilyi Prigogina a Isabelly Stengersové *Order out of Chaos,* která se stala zdrojem metaforických pojmových výpůjček celé řady postmoderních myslitelů. Odtud se do postmoderních pojednání rozšiřovaly termíny jako disipativní struktura, bifurkace, fluktuace, atraktor ad. Zmíněná kniha je vlastně filosofující popularizací, ale myslitelé jako byl Guattari z ní čerpali, jako by vycházeli z kanonického vědeckého textu.[25]

Bricmont uzavírá své kritické zhodnocení tématu těmito řádky:

> Je holým faktem, že víme o světě mnohem víc, než jsme věděli před třemi staletími nebo před padesáti či dvaceti lety. Dokonce i objev toho, že nemůžeme předpovídat počasí [...] znamená, že se zlepšilo naše porozumění zákonům, které počasí řídí.[26]

Jeho text může být po všech stránkách vzorem pro práci kritického filosofa vědy.

Nejucelenější zhodnocení významu teorie chaosu pro filosofii vědy přinesl ve druhé polovině 90. let v knize *Explaining Chaos* Peter Smith.[27] Tato kniha je střízlivým kontrapunktem ke knize Stephena Kellerta *In the Wake of Chaos* (více viz níže). Za doklad obratu Kellertovy pozice pokládám jeho knihu *Borrowed Knowledge*,[28] kde se s radikální revizí vědecké metodologie rozchází a revoluční pojetí teorie chaosu opouští s následujícími slovy:

> Přesto to představuje významnou změnu ve vědecké metodologii, se skutečnými výzvami některým pojetím o tom, jak příroda funguje a jak by věda měla dosahovat porozumění. Poskytnutí nového důležitého nástroje může představovat zásadní výzvu tomu, jak postupujeme při naší práci, ale nevyžaduje po nás zavrhnutí starých nástrojů.[29]

[25] Srov. BRICMONT, „Science of Chaos“, s. 171; srov. DELEUZE – GUATTARI, *Co je filosofie?*, s. 175–191.
[26] *Ibid*., s. 176.
[27] Peter SMITH, *Explaining Chaos*. Cambridge: Cambridge University Press 1998.
[28] Stephen KELLERT, *Borrowed Knowledge: Chaos Theory and the Challenge of Learning across Disciplines*. Chicago: University of Chicago Press 2008.
[29] *Ibid*., s. 12.

V našem českém prostředí se ještě dnes setkáváme mezi filosofy (a to i filosofy vědy) s názorem, že chaos znamená zásadní proměnu metodologie, nebo dokonce i epistemologie vědy. Je proto vhodné mít tato Kellertova slova stále na paměti.

2. Základy teorie chaosu

„Teorie chaosu“[30] není úplně nejšťastnější název, protože evokuje existenci samostatné teorie tam, kde existuje pouze určitá podoblast teorie nelineárních dynamických systémů, zaměřená na zkoumání vzniku a vlastností chaosu (daného druhu, viz níže) v závislosti na vlastnostech systému. Nicméně název „teorie chaosu“ se stal všeobecně používanou zkratkou, a tak ji i zde neproblematicky použijeme. Čtenář může kdykoliv zaměnit za adekvátnější označení „teorie nelineárních dynamických systémů“.

Pojem „dynamický systém“ je víceznačný. Pro účely základního přehledu si vystačíme s dvěma významy: (1) jedná se o reálný systém, který se s časem mění (jako například pohybující se planety, proudící tekutina, ale třeba také síť neuronů lidského mozku nebo autonomní agenty sociální sítě); (2) jde o systém dynamických rovnic, které slouží k zachycení časového vývoje různých veličin nějakého reálného systému.[31] Pro nás jsou důležité především soustavy: (a) obyčejných diferenciálních rovnic, které slouží k popisu spojitých systémů (například soustava tří diferenciálních rovnic, které vyjadřují Lorenzův silně idealizovaný model reálného systému zemské atmosféry) a (b) soustavy diferenčních rovnic, které slouží k popisu diskrétních systémů (například diferenční rovnice, které slouží jako modely vývoje populací v ekologii).[32]

2.1 Definice chaosu

Stephen Kellert podává pracovní neformální definici následujícího znění:

> teorie chaosu je kvalitativním studiem nestabilního aperiodického chování v deterministických nelineárních dynamických systémech.[33]

[30] Kapitola představuje pouze stručný náhled na teorii chaosu, nicméně doplněný o podstatný matematický formalismus teorie. Podrobněji viz Lukáš ZÁMEČNÍK, *Filozofické aspekty teorie chaosu*. Olomouc: VUP 2012.
[31] Podrobněji viz SMITH, *Explaining Chaos*, s. 6–7.
[32] Pro odborníka upřesňuji, že nadále se zaměříme na Devaneyho chaos v diskrétních a spojitých systémech. Chaos budeme zkoumat v disipativních systémech a chaos bude doprovázen podivným atraktorem.
[33] KELLERT, *In the Wake of Chaos*, s. 2.

Blíže formálním podmínkám vyžadovaným v matematické definici je Batterman:

> V abstraktních matematických diskusích je někdy požadováno, aby byl „systém" hyperbolický [...] a aby v jeho invariantní množině orbit byly periodické orbity husté.[34]

Obecně užívaná, i když nikoliv jediná, je definice Devaneyova, která stanovuje tři podmínky, při jejichž splnění lze hovořit o chaosu$_d$. Devaneyho definice chaosu je následující:

> Spojité zobrazení *f* definované na *S* je chaotické$_d$, jestliže má *f* invariantní množinu $K \subseteq S$ takovou, že:
> 1. zobrazení *f* je (slabě) citlivě závislé na *K* (se*nsitive dependence on initial conditions*),
> 2. periodické body jsou na *K* husté (*dense periodic points*),
> 3. zobrazení *f* je topologicky tranzitivní na *K* (*topological transitivity*).[35]

Lze dokázat, že podmínky (2) a (3) implikují podmínku (1). Rozhodující význam podmínky (2) se ukazuje v následující podobě definice:

> Spojité zobrazení *f* definované na *S* je chaotické$_d$ právě tehdy, když existuje invariantní množina *K* taková, že každá dvojice (neprázdných) otevřených podmnožin *K* sdílí nějakou periodickou orbitu.[36]

Další alternativní definice chaosu vždy zdůrazňují některou z Devaneyho podmínek a vytváří tak pojem chaosu vhodný pro konkrétní účely. Chaos$_h$ je definován prostřednictvím transformace (*strech-fold transformation*), která obsahuje speciální množinu – podkovu (*horseshoe*).[37] Soustředění na první Devaneyho podmínku zakládá dvě další definice chaosu. Chaos$_{te}$ je definován prostřednictvím topologické entropie – zobrazení je chaotické$_{te}$, jestliže má kladnou hodnotu topologické entropie. Podobně je na citlivé závislosti na počátečních podmínkách založen i chaos$_\lambda$, který je definován kladnou hodnotou Ljapunovova exponentu (λ).[38]

[34] Robert BATTERMAN, „Defining Chaos." *Philosophy of Science*, roč. 60, 1993, č. 1, s. 43–66, s. 65, pozn. 2.
[35] SMITH, *Explaining Chaos*, s. 173.
[36] *Ibid.*, s. 179.
[37] Není bez zajímavosti, že chaos$_h$ implikuje chaos$_d$. Srov. SMITH, *Explaining Chaos*, s. 178.
[38] Srov. *ibid.*, s. 178–179.

Speciální vlastnost chaosu můžeme označit autonomií chaosu, která se nejzajímavěji projevuje nejednoznačným vztahem mezi fraktální geometrií a chaotickou dynamikou. Velmi volně řečeno: vlastnost být fraktálem není nutnou ani postačující podmínkou chaosu. Lze najít situace, kdy nastává chaos, aniž je provázen fraktální geometrií, stejně tak lze najít případy, kdy fraktální objekty neodkazují k chaosu. Dokonce je známa celá řada případů, kdy nastává chaos, aniž je provázen podivným atraktorem.[39]

2.2 Citlivá závislost na počátečních podmínkách

Systém dynamických rovnic ve většině případů vzdoruje přímému analytickému řešení. Numerické řešení může být za přítomnosti nelinearity v systému dynamických rovnic doprovázeno citlivou závislostí na počátečních podmínkách. Nelinearita není nějakou speciální exotickou vlastností, jak někdy její vágní používání sugeruje, ale pouze vyjádřením matematické povahy rovnic, které řídí deterministickou dynamiku. Kupříkladu následující diferenční rovnice pro logistické zobrazení (*logistic map*) obsahuje kvadratickou funkci (rovnice paraboly):

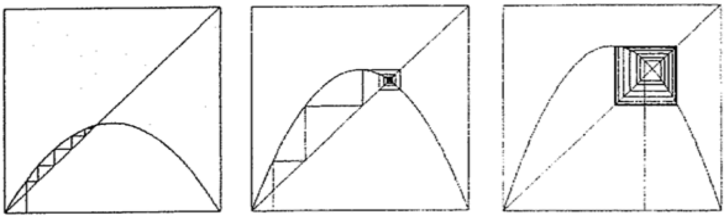
$$x_{n+1} = x_n a(1 - x_n) \text{ kde } x_i \in [0,1] \text{ a } 0 \le a \le 4. \qquad (2.1)$$

Iterací této rovnice získáváme řadu čísel, jejíž podoba závisí na volbě hodnoty řídícího parametru a. Pro určité hodnoty parametru a směřuje řada čísel k jediné opakující se hodnotě x_{n+1} nebo k různě složité, ale nakonec vždy periodické posloupnosti hodnot x_{n+1}. Pokud znázorníme iteraci graficky (obr. 1), jasně vidíme, jak pro tyto případy nastává stabilní režim chování systému. V těchto případech se citlivá závislost na počátečních podmínkách neprojevuje.

Kromě nelinearity je tak další nutnou podmínkou vzniku citlivé závislosti na počátečních podmínkách specifická hodnota regulačního parametru a. Společně jsou pak obě tyto podmínky postačující pro vznik chaosu v diskrétním systému diferenční rovnice. Jak vidíme (obr. 2), při jiných hodnotách parametru a (např. a = 4) se pro libovolně zvolené x_i (s výjimkou periodických bodů) sekvence hodnot získávaných iterací stane aperiodickou, nastává nestabilní režim chování systému – chaos. Výsledky

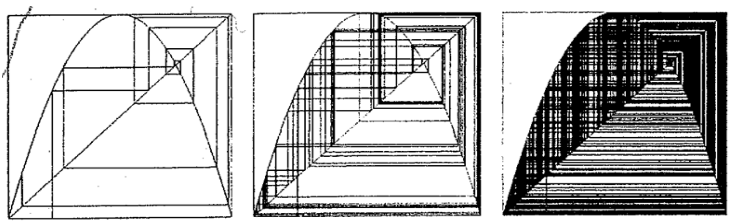
[39] Logistické zobrazení obsahuje chaos, přičemž atraktorem je celý jednotkový interval. Podivný atraktor tak není nutnou podmínkou chaosu. Dále existují i případy, kdy atraktor dynamiky je fraktální a přesto nenastává chaos. Podivný atraktor tak není ani postačující podmínkou chaosu. Srov. *ibid*., s. 171–172.

x_{n+1} získané iterací můžou nabývat hodnot z celého rozmezí intervalu [0,1] (opět s výjimkou periodických bodů).



$a = 1{,}45$ $a = 2{,}75$ $a = 3{,}2$

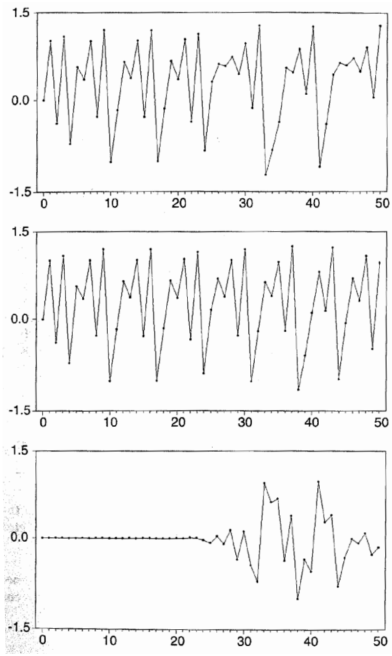
Obrázek 1.
Zdroj: Heinz-Otto PEITGEN – Hartmut JÜRGENS – Dietmar SAUPE, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. New York: Springer-Verlag 1992, s. 59.



$a = 4$

Obrázek 2.
Zdroj: Heinz-Otto PEITGEN – Hartmut JÜRGENS – Dietmar SAUPE, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. New York: Springer-Verlag 1992, s. 59.

Pokud porovnáme dvě sekvence hodnot vzniklé iterací ze dvou mírně odlišných počátečních hodnot x_i, citlivá závislost na počátečních podmínkách se stane zjevnou. Mírná odchylka s postupujícím iterováním neustále narůstá, až dosáhne řádu iterovaných hodnot samotných (obr. 3).



Obrázek 3.
Zdroj: Heinz-Otto PEITGEN – Hartmut JÜRGENS – Dietmar SAUPE, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, New York: Springer-Verlag 1992, s. 667.

Hlavní kvantitativní charakteristikou, která determinuje stabilní a nestabilní režim chování systému, je Ljapunovův exponent λ. Tento exponent kvantifikuje průměrný nárůst infinitesimálně malých chyb v určení počátečních podmínek. Čím větší je hodnota Ljapunovova exponetu než nula ($\lambda > 0$), tím citlivější je závislost na počátečních podmínkách.[40] Pokud je hodnota exponentu záporná, je chování systému stabilní.

Nyní již máme k dispozici vše potřebné, abychom formulovali citlivou závislost na počátečních podmínkách ve spojitém systému exaktním způsobem:[41]

[40] Srov. *ibid.*, s. 516–518.
[41] Srov. SMITH, *Explaining Chaos*, s. 15–16.

$$(\exists \varepsilon > 0)\ (\forall \delta > 0)\ (\exists y)\ (\exists t > 0)\ [(|x(0) - y(0)| < \delta) \wedge (|x(t) - y(t)| > \varepsilon)] \quad (2.2)$$

Čili citlivost nastupuje tehdy, když existuje vzdálenost ε taková, že bez ohledu na to, jak úzké okolí bodu $x(= x(0))$ vymezíme, vždy bude existovat v tomto okolí nějaký bod $y(= y(0))$, který povede k trajektorii, jež se vzdálí o více než ε od trajektorie, která má svůj původ v $x(= x(0))$.

Tato definice je ale příliš slabá, neboť nás neinformuje ani o tom, jak rychle bude trajektorie divergovat, ani o tom, kolik bodů v okolí x povede k divergentním trajektoriím. Pro chaotické systémy je typická exponenciální rychlost divergence trajektorií, kterou můžeme vyjádřit následovně:

$$|x(t) - y(t)| \approx |x(0) - y(0)| e^{\lambda t}, \text{ kde } \lambda > 0. \quad (2.3)$$

2.3 Atraktor dynamického systému

V situacích, kdy je krátkodobé chování systému vlivem citlivé závislosti na počátečních podmínkách nepředvídatelné, je atraktor zdrojem informací o dlouhodobém chování systému. Smith předkládá následující definici atraktoru jako:

> [...] ohraničené množiny bodů ve fázovém prostoru, pro které platí, že trajektorie začínající v jejich sousedství do těchto množin konvergují.[42]

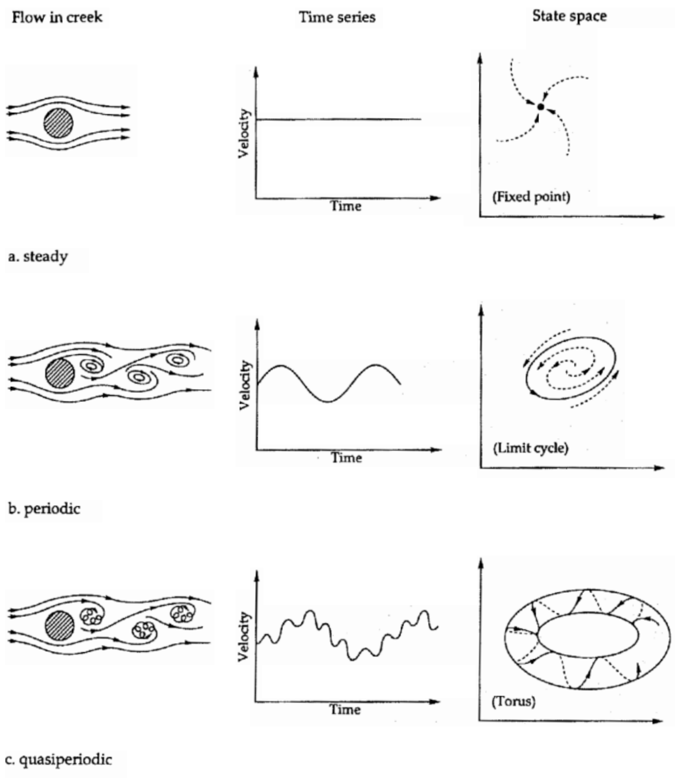
Atraktor A je přitom definován následujícími vlastnostmi:

1. A je invariantem dynamiky, tj. $A(t) = A$ pro všechna t;
2. existuje okolí U, které obsahuje A, takové, že každá trajektorie začínající v U je přitahována do A, tj. jestliže $x(0)$ je v U, pak nejmenší vzdálenost mezi $x(t)$ a nejbližším bodem v A se blíží k nule, když t se blíží k nekonečnu;
3. A je minimální, tj. žádná vlastní podmnožina A nesplňuje současně (1) i (2).

Nejrozsáhlejší U, které obsahuje všechny a pouze takové body, ze kterých jsou trajektorie přitahovány do A, se nazývá báze přitažlivosti A (*basin of attraction of A*).[43]

[42] *Ibid.*, s. 8.
[43] Srov. *ibid.*, s. 14.

Existují různé druhy atraktorů, které nám přinášejí informace o stabilním i nestabilním chování systému. Stabilní chování se vyznačuje periodickými nebo kvaziperiodickými atraktory, z nichž nejjednodušší je bodový atraktor (*point attractor*), následován limitním cyklem (*limit cycle attractor*) ad. Kellertovo schéma (obr. 4) znázorňuje přehled takových jednoduchých atraktorů stabilního chování systému při přechodu k turbulenci, a to od pevného bodu (nahoře) přes limitní cyklus (uprostřed) k limitnímu toru (dole).

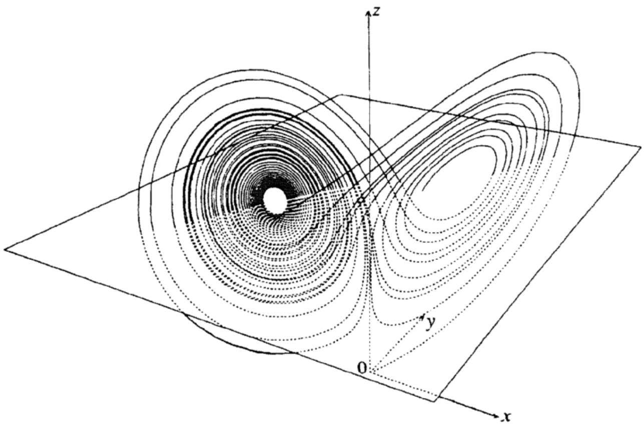


Obrázek 4.
Zdroj: Heinz-Otto PEITGEN – Hartmut JÜRGENS – Dietmar SAUPE, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. New York: Springer-Verlag 1992, s. 14.

Nestabilní chování se vyznačuje chaotickými podivnými atraktory (strange attractors), které jsou popsány následujícími vlastnostmi:

1. platí pro ně obecná definice atraktoru (viz výše);
2. vykazují citlivou závislost na počátečních podmínkách, tj. jedná se o chaotické atraktory;
3. mají fraktální charakter, tj. jedná se o podivné atraktory;
4. chaotický podivný atraktor nemůže být rozdělen do dvou oddělených atraktorů.[44]

Nejznámějším podivným atraktorem je Lorenzův atraktor (obr. 5):



Obrázek 5.
Zdroj: Peter SMITH, *Explaining Chaos*. Cambridge: Cambridge University Press 1998, s. 10.

Ten získáme jako vizualizované numerické řešení soustavy tří diferenciálních rovnic (2.4), které představují Lorenzův silně idealizovaný model zemské atmosféry:[45]

[44] Srov. PEITGEN – JÜRGENS – SAUPE, *Chaos and Fractals*, s. 670–671.
[45] Viz Edward LORENZ, „Deterministic Nonperiodic Flow." *Journal of the Atmospheric Science*, roč. 20, 1963, č. 2, s. 130–141.

$$\frac{dx}{dt} = 10(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = 28x - y - xz$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z \qquad (2.4)$$

Ačkoliv jsou křídla podivného atraktoru téměř plochá (viz obrázek), znázorněná struktura je trojrozměrná, aby umožnila trajektoriím přecházet z jednoho křídla do druhého bez protnutí. Tento atraktor postrádá periodicitu – typická trajektorie se nikdy přesně neopakuje (není dán ani konečný počet smyček na každém křídle). Konečně tento atraktor je charakteristický citlivou závislostí na počátečních podmínkách, libovolně blízké trajektorie v konečném čase divergují.[46]

3. Explanační a prediktivní síla modelů teorie chaosu

Předcházející popis základů teorie chaosu nám odhalil nejdůležitější pointu této „nové vědy“: chování systému může být lokálně nepredikovatelné, a přesto globálně stabilní. Čili citlivá závislost na počátečních podmínkách nám znemožňuje predikci chování mikroúrovně systému, ale přesto nás nezbavuje schopnosti predikce chování makroúrovně systému, k čemuž slouží především naše znalost atraktoru dynamického systému.

Jestliže na rovině předpovědi musíme připustit rozrůznění druhů predikcí a prediktivních omezení (viz níže Kellertova kvalitativní a kvantitativní predikce), pak na rovině explanační k žádné dramatické změně nedochází. Jsme schopni vysvětlit chování systému, známe základní mechanismy, které řídí systém (rovnice jsou deterministické), a jsme také schopni vysvětlit, proč naše schopnost některých druhů predikcí selhává (viz předchozí kapitola).

V rozporu s prvotním očekáváním tak nepředstavuje teorie chaosu omezení explanačních a prediktivních sil vědy. Právě naopak, díky novým nástrojům „kvalitativní analýzy“ jsme schopni vysvětlit chování systémů, které dříve vysvětlení vzdorovaly, a dokonce jsme schopni i mnohem širší míry predikcí.

[46] Srov. SMITH, *Explaining Chaos*, s. 11.

Méně významné zjištění, že i jednoduché deterministické systémy se můžou nacházet v podmínkách, kdy je jejich lokální chování nepředvídatelné (např. zdvojené kyvadlo), nesmí vytlačit mnohem významnější poznatek teorie chaosu, že i komplikované dynamické systémy, které vzdorovaly klasickým analytickým nástrojům (např. turbulentní proudění), jsou nyní díky teorii nelineárních dynamických systémů lépe popsány a jejich chování je lépe vysvětleno. Teorie chaosu tak představuje zvětšení reprezentačního potenciálu vědeckých modelů.

3.1 Vědecké modely: holismus, experimentalismus a diachronie[47]

Jak jsme už naznačili výše, Stephen Kellert se v 90. letech snažil ukázat, že skrze teorii chaosu můžeme racionalizovat výzvy, které tehdy představoval postmoderní mainstream. Mnohem výrazněji než dnes tehdy zaznívalo, že věda by měla být více holistická, decentralizovaná, dialogická ad. Kellert tyto pojmy přetvořil do akceptovatelné podoby, když hovoří o metodách: modelování, holismu, experimentalismu a diachronii.

Modelování mělo podle Kellerta tři důležité metodologické aspekty: holismus (H), experimentalismus (E) a diachronii (D). Kellert k nim vysvětluje:

> Chování není studováno jeho redukcí na jednotlivé části (H); výsledky nejsou prezentovány v podobě deduktivních důkazů (E); a se systémy není nakládáno tak, jako by okamžité popisy byly kompletní (D).[48]

Nemáme zde prostor podrobně zkoumat jednotlivé aspekty modelování, jak je Kellert navrhnul a Smith kritizoval. Souhrnně jen připomeňme, že jednotlivé aspekty jsou definovány konfrontací se svými „klasickými" protějšky: holismus s redukcionismem, experimentalismus s deduktivismem a diachronie se synchronií.

Alespoň krátce je ale třeba připomenout střízlivou reflexi Kellertova pojetí dynamického porozumění (*dynamic understanding*) u Petera Smithe. Ten připomíná, že kombinace abstraktní analýzy a experimentálního zkoumání je naprosto běžnou vědeckou strategií při tvorbě realistických modelů. Smith se nedomnívá, že je teorie chaosu nezajímavá, protože stejná jako ostatní oblasti fyziky. Tvrdí, že fyzika všude zahrnuje stejné improvizo-

[47] V této a následující podkapitole se jedná pouze o stručný náčrt Kellertovy epistemologie chaosu. Podrobněji viz Lukáš ZÁMEČNÍK, „Filosofická reflexe teorie chaosu. *Filosofický časopis*, roč. 60, 2012, č. 5, s. 685–704; ZÁMEČNÍK, *Filozofické aspekty teorie chaosu*.
[48] KELLERT, *In the Wake of Chaos*, s. 85.

vání: spojování „experimentální" hry s matematickými ideami a fyzikálním porozuměním, ale výrazně viditelné je toto improvizování právě v teorii chaosu.[49]

Tuto improvizaci ovšem v kanonických textech matematické fyziky nenajdeme, což některé filosofy vědy vedlo ke zkresleným představám o tom, jak věda funguje.

> Neboť jednou věcí je říci, že výzkum chaosu je viditelným příkladem společných postupů v matematické fyzice, které mají filosofové tendenci přehlížet, ale jinou věcí je říci, že teorie chaosu má svůj vlastní, odlišný druh dynamického porozumění. Druhé tvrzení se mi zdá být jednoduše nesprávné.[50]

3.2 Predikce, kauzalita a zákon

Kellert se pokusil, v návaznosti na rozbor metod teorie chaosu, také o vymezení povahy porozumění (*understanding* používá namísto běžného *explanation*) v teorii chaosu. Připomíná tři pojetí tradičního vysvětlení ve vědě: (1) epistémické – věda má činit věci očekávatelnými (*expectable*), (2) ontické – věda má odhalovat skryté kauzální procesy (*disclosure of the hidden causal processes*), a (3) modální – věda má odhalovat události, které se dějí z nutnosti *(happening out of necessity)*.[51]

Tato tři tradiční pojetí podrobuje revizi, která v epistemické koncepci klade proti kvantitativní předpověditelnosti předpověditelnost kvalitativní (*quantitative versus qualitative predictability*), v ontické koncepci klade proti odhalování kauzálních mechanismů odhalování mechanismů geometrických (*causal versus geometrical mechanism*s) a v modální koncepci klade proti pojmu zákon pojem řád (*law versus order*).

Opět nemáme prostor věnovat se Kellertovým pojmům do hloubky. Souhrnně lze říci, že odlišování řádu a zákona, stejně jako geometrického a kauzálního mechanismu, troskotá na tom, že řád a geometrický mechanismus Kellert vymezuje pouze vágně a definuje pouze výčtem příkladů. Na druhou stranu odlišování kvalitativní a kvantitativní předpověditelnosti pokládám za Kellertův významný přínos do problematiky vědeckého vysvětlení. Především k otázkám různých variant deduktivně-nomologického modelu vysvětlení a konkrétně k otázce symetrie mezi explanací a predikcí.

49 Srov. SMITH, *Explaining Chaos*, s. 123–125.
50 *Ibid.*, s. 125.
51 Srov. KELLERT, *In the Wake of Chaos*, s. 96–97.

4. Reprezentační potenciál modelů teorie chaosu

V souvislosti s teorií dynamických systémů se často hovoří o interdisciplinaritě, která se stala v současné filosofii vědy velmi frekventovaným pojmem. Pro interdisciplinaritu je typická koncentrace na konkrétní výzkumný úkol, její propagace ale není univerzální – v případě teorie dynamických systémů dochází k aplikaci určitých univerzálních modelů napříč speciálními vědami všude tam, kde lze smysluplně vymezit dynamický systém. Pokud vymezíme teorii chaosu jako interdisciplínu, přiřkneme tak jejím modelům velmi rozsáhlý reprezentační potenciál. Přestanou být totiž úzce svázány se zdrojovou disciplínou a jejími teoretickými principy a budou sloužit jako vhodné modely pro libovolný dynamický systém.

Byl to opět Stephen Kellert, kdo si všiml, že při bližším pohledu se nám jednoduchý pojem interdisciplinarity změní v docela složitý shluk různých variant x-disciplinarit (trans-, multi-, cross-, post-, anti- atp.). Pro způsob aplikace teorie chaosu napříč různými disciplínami je nejvhodnější podle Kellerta používat označení cross-disciplinarita, kterou chápe jako „vypůjčování (*borrowing*) vědění z jedné oblasti za účelem rozvoje jiné disciplíny."[52]

Kellert uvádí tři hlavní nebezpečí, která jsou s vypůjčováním vědění spjata: (1) nevhodně zvolené zdroje výpůjček – pouze zdánlivá podobnost, (2) velká flexibilita vědecké terminologie a (3) chybné přenášení inferenčních schémat.[53] Zvážíme-li uvedená nebezpečí pojmových výpůjček, uvědomíme si snadno, že důsledné nemetaforické použití teorie chaosu zůstává možné pouze na poli přírodních věd. V případě sociálních a humanitních disciplín je základním problémem nemožnost použít matematický aparát nelineární dynamiky. Proto při následujícím popisu reprezentačního potenciálu modelů teorie chaosu zůstaneme omezeni oblastí přírodních věd.

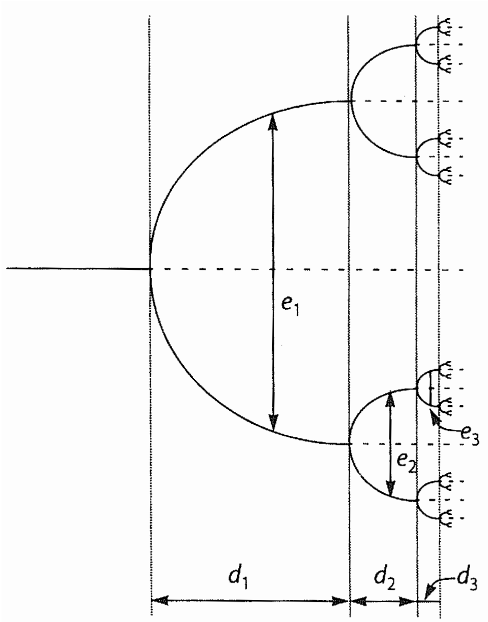
4.1 Univerzalita chaosu

Základním důvodem šíře reprezentačního potenciálu modelů teorie chaosu je skutečnost, že jisté klíčové rysy bifurkační struktury logistického zobrazení (obr. 6), které je generováno diferenční rovnicí (2.1), jsou ve skutečnosti

[52] KELLERT, *Borrowed Knowledge*, s. 31.

[53] Srov. Stephen KELLERT, „Extrascientific Uses of Physics: The Case of Nonlinear Dynamics and Legal Theory." *Philosophy of Science. Supplement: Proceedings of the 2000 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association,* část I: Contributed Papers, roč. 68, 2001, č. 3, s. S455–S466, S458.

univerálními rysy, které se uplatňují napříč rozsáhlou třídou dynamických systémů. Scénář zdvojování periody (period-doubling), které vede k chaosu, tak může být použit v celé řadě dalších případů.



Obrázek 6.
Zdroj: Peter SMITH, *Explaining Chaos*. Cambridge: Cambridge University Press 1998, s. 101.

Schématická bifurkační struktura vyjadřuje hodnoty dvou Feigenbaumových konstant, které jsou zhuštěným vyjádřením univerzality:

1. Feigenbaumova konstanta δ:

$\lim_{i\to\infty}\frac{d_i}{d_{i+1}} = 4{,}6692... = \delta$, kde d_i vyjadřuje velikost intervalu mezi dvěma sousedními bifurkacemi.

2. Feigenbaumova konstanta α:

$\lim_{i \to \infty} \frac{e_i}{e_{i+1}} = 2{,}5029... = \alpha$, kde e_i vyjadřuje šíři rozvětvení po *i*-té bifurkaci.[54]

4.2 Teorie chaosu jako doklad sémantického a modelového pojetí vědeckých teorií[55]

Kellert se sice odvolává obecněji na sémantické pojetí teorií (Frederick Suppe, Bas van Fraassen),[56] jeho hlavní oporou je ale raná podoba modelového pojetí teorií (MOT) Ronalda Giera.[57] Mnohé z Kellertova pojetí vědeckého porozumění můžeme pochopit právě s ohledem na inspiraci raným Gierem, a to především když uvažuje nad vědou bez principů a axiomů.[58]

V souladu s Gierovým raným MOTem chápe Kellert teorii chaosu jako složenou ze dvou částí: (1) skupiny modelů a (2) množství různých teoretických hypotéz.[59] Model je vymezen jako idealizovaný systém definovaný sadou rovnic, teoretická hypotéza je pojímána jako tvrzení, které prohlašuje vztah podobnosti mezi modelem a určitým systémem nebo třídou systémů v reálném světě.[60] Kellert bohužel vymezuje modely teorie chaosu pouze výčtem s ohledem na tradiční odbornou literaturu.[61]

Použití Gierova pojetí je pro Kellerta důležité vzhledem k obhajobě experimentalismu a kritice deduktivních inferencí, neboť Giere přímo tvrdí,

[54] Srov. *ibid.*, s. 101.
[55] Podrobněji viz Lukáš ZÁMEČNÍK, „Vztah mezi principy a modely v sémantickém pojetí vědeckých teorií.“ *Teorie vědy*, roč. 34, 2012, č. 4, s. 469–493.
[56] Definice sémantického pojetí teorií: „Tvrzení, že teorie nejsou axiomatické systémy, ale množiny modelů, tedy definicí relativně jednoduchých systémů s větší či menší aplikovatelností na svět. Sémantický přístup je neutrální s ohledem na to, zda modely, které konstituují teorii, reflektují nějaký základní mechanismus, který vysvětluje jejich aplikovatelnost.“ Alex ROSENBERG, *Philosophy of Science: A Contemporary Introduction*. London: Routledge 2005, s. 200.
[57] Ronald GIERE, *Explaining Science: A Cognitive Approach*. Chicago: University of Chicago Press 1988.
[58] Srov. KELLERT, *In the Wake of Chaos*, s. 86.
[59] Srov. GIERE, *Explaining Science*, s. 85, viz KELLERT, *In the Wake of Chaos*, s. 87.
[60] Srov. *ibid.*, s. 86–87.
[61] Srov. *ibid.*, s. 87.

že v sémantickém pojetí nejsou sice vztahy vyplývání mezi modely vyloučeny, ale nejsou vyžadovány. Spojení mezi modely, z nichž jeden je vyvinut z druhého prostřednictvím uvážlivé aproximace, nemá povahu čistě matematické nebo logické dedukce.[62]

Domnívám se, že je možné a vhodné použít pro popis teorie chaosu Gierův nynější MOT, který kromě množiny modelů a teoretických hypotéz počítá také s množinou principů, které slouží k budování modelů (obr. 7). Kdyby se Kellert inspiroval současným MOTem, nemohl by už pokládat teorii chaosu za prostou principů a axiomů.[63]

PRINCIPY + SPECIFICKÉ PODMÍNKY

↓

REPREZENTAČNÍ MODELY

↓

SPECIFICKÉ HYPOTÉZY A GENERALIZACE

↑

MODELY DAT

↑

SVĚT (s DATY)

Obrázek 7.
Zdroj: Ronald GIERE, *Scientific Perspectivism*. Chicago: University of Chicago Press 2006, s. 61.

Reprezentační modely teorie chaosu je možné prostřednictvím teoretických hypotéz vztáhnout k reálnému systému, který je zastoupen modely dat. Reprezentační modely jsou vytvořeny na základě principů a modely dat jsou výsledkem počítačového zpracování samotného měření. Teoretická hypotéza dokládá přítomnost určitých klíčových charakteristik –

[62] Srov. *ibid*., s. 91.

[63] Nicméně na druhou stranu Giere čím dál tím více tíhne k pragmatice, viz Ronald GIERE, „How Models Are Used to Represent Reality.“ *Philosophy of Science*, roč. 71, 2004, č. 5, s. 742–752, možná by tak bylo vhodné mluvit nyní spíše než o modelovém o pragmatickém pojetí teorií.

deterministickou dynamiku, disipativnost systému,[64] přítomnost nelinearit, kladných zpětných vazeb (případně fluktuací ad.).[65]

5. Meze aplikace modelů teorie chaosu

Vývoj teorie chaosu je dokladem toho, jak může probíhat proces konstituce vědecké teorie. Před dvaceti lety Stephen Kellert spekuloval nad podobou definice deterministického chaosu a nad důkazem chaotičnosti Lorenzova atraktoru, zatímco v současnosti už nelze o těchto základech teorie chaosu diskutovat. Když dospěje teorie do stavu takového pojmového ukotvení, mnohem intenzivněji vnímáme to z teorie, co není v rozporu s předchozí tradicí, nastává období opětovného navazování kontinuity. Zároveň je tato pojmová ujasněnost vykoupena zjištěním, co vše se dané teorii vymyká.

5.1 Stínové lemma

Jak si můžeme být kupříkladu jisti, že trajektorie vykreslená při počítačové simulaci odpovídá reálnému systému? Jak je možné, že chaotický atraktor simulovaný na počítači odpovídá chování reálného systému? Záchranu pro objektivitu teorie chaosu, především jejich počítačových simulací, představuje stínové lemma (*shadowing lemma*).[66] Každý software používaný při modelování nelineárně dynamických systémů musí být ošetřen tak, aby toto lemma implementoval.

[64] Smith vyjadřuje korekci přílišného experimentalismu, i s ohledem na principy zakládající teorie, následovně: „Pouze s ohledem na naše obecné základní chemické porozumění rozpoznáváme BZ reakci [Bělousovova-Žabotinského reakce – pozn. autora] jako zpracovatelnou coby vysoko-dimenzionální dynamický systém. A opět díky našemu chemickému porozumění takovým systémům, které jsou udržovány daleko od rovnováhy, víme, že se jedná o silně disipativní systém. [...] To nám poskytuje důvod předpokládat, že nízko-dimenzionální atraktor, nalezený při použití časově zpožděné konstrukce (time-delay construction), pravděpodobně koresponduje se „skutečnou“ dynamikou. Tak je naše základní chemické porozumění zapojeno v našem zdůvodnění, proč brát empiricky zkonstruovaný atraktor vážně.“ SMITH, *Explaining Chaos*, s. 142.

[65] Dalším problémem souvisejícím s použitím MOTu pro popis teorie chaosu je především otázka používání *bottom-up* modelů. Viz ZÁMEČNÍK, *Filosofické aspekty teorie chaosu*.

[66] „Když se snažíme zjistit, co se stane na trajektorii, která vychází z nějakého bodu x(0), pak může náš k chybě inklinující výpočet brzy divergovat, a to exponenciálně, od skutečné trajektorie. Pro systémy, které se chovají vhodně, bude nicméně vypočtená trajektorie aproximovat – bude blízce „stínit“ (*will closely ‚shadow‘*) – trajektorii jdoucí z jiného blízkého výchozího bodu x′(0). Proto bude chování vypočtené trajektorie nadále poskytovat informace o chování trajektorie systému (pouze ne o té, kterou jsme si mysleli, že počítáme!).“ SMITH, *Explaining Chaos*, s. 59.

Mějme počáteční bod x_0 a odpovídající přesnou orbitu danou shift-operátorem

$$x_{k+1} = Frac(2x_k),\ \ k = 0, 1, \ldots$$

a vezměme v úvahu chyby, které jsou dělány v každém kroku iterace. Počáteční bod x_0 nemůže být reprezentován přesně. Stroj může pouze použít číslo y_0 blízké k x_0. Nazvěme chybu učiněnou při této aproximaci ε_0,

$$y_0 = x_0 + e_0 .$$

Na základě této hodnoty y_0 je vypočtena orbita, pro kterou používáme označení $y_0, y_1, y_2, \ldots$ Toto ale není přesná orbita pro y_0, protože v každém kroku iterace bude obsažena chyba. Nazvěme chybu v k-tém kroku ε_k. Přesněji definujeme

$$x_k = Frac(2y_{k-1} + e_k) .$$

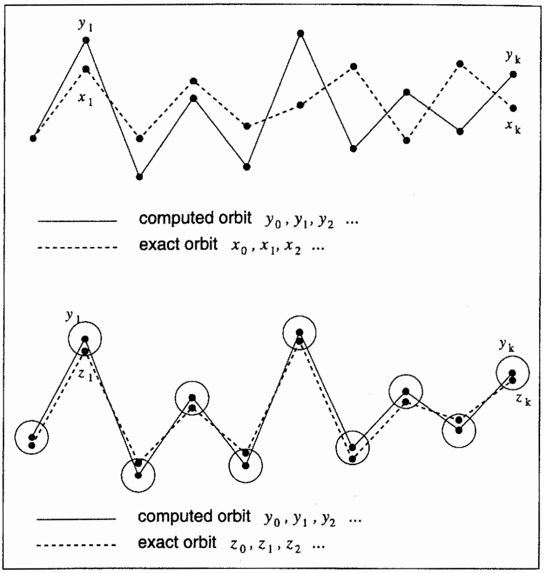
Vzhledem k citlivé závislosti na počátečních podmínkách je jasné, že každá chyba, která se kdekoliv vyskytne, se zdvojnásobí při každé iteraci. Po několika málo krocích neexistuje absolutně žádná korelace mezi tím, co je vypočteno, a pravými orbitami vycházejícími z x_0 nebo y_0. Stále však můžeme ukázat, že existuje nějaká přesná orbita začínající v nějakém počátečním bodě blízkém x_0 a y_0, řekněme z_0, která je přesně aproximovaná pro všechny vypočtené iterace. Jediný předpoklad, který musíme vyžadovat k důkazu této skutečnosti a k odvození počátečního bodu z_0, je ten, že chyby jsou ohraničeny určitou konstantou $\varepsilon > 0$,

$$|e_k| \leq \varepsilon,\ \ k = 0, 1, 2, \ldots$$

Závěrem je, že pro každou iteraci bude existovat přesná orbita odvozená ze z_0, která bude spadat do ε-ové vzdálenosti od vypočtené orbity (obr. 8). Pro k-tou iteraci máme

$$|z_k - y_k| \leq \varepsilon .$$[67]

[67] Odvození stínového lemma viz PEITGEN – JÜRGENS – SAUPE, *Chaos and Fractals*, s. 577–580.



Obrázek 8.
Zdroj: Heinz-Otto PEITGEN – Hartmut JÜRGENS – Dietmar SAUPE, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. New York: Springer-Verlag 1992, s. 578.

Bohužel pro reprezentační potenciál teorie chaosu, stínové lemma platí pro systém splňující podmínku hyperbolicity (*hyperbolicity condition*). Zásadním problémem při aplikaci nelineárně dynamických modelů je pak právě skutečnost, že tato podmínka hyperbolicity platí pouze pro omezenou třídu systémů a pro reálné systémy je spíše výjimkou. Oblast aplikace teorie chaosu je tak striktně omezená. Matematik Jan Andres v této souvislosti poukazuje na zajímavý nesoulad mezi mírou realističnosti teorie a mírou její aplikovatelnosti. Kvantová mechanika se vyznačuje nepřeberným množstvím aplikací (např. aktuální rozmach kvantové optiky a kvantové informatiky), a přitom jsou její modely velmi nerealistické, protože jsou v drtivé většině případů vyjádřeny lineárními funkcemi. Linearita je v reálném systému přitom výjimkou, většina reálných systémů není popsatelná lineárními funkcemi. Na druhé straně realistická teorie nelineárních dynamických systémů postrádá, vzhledem k omezení podmínkou hyperbolicity, šíři relevantních (viz cross-disciplinarita) aplikací (nedořešenou otázkou stále zůstává kompatibilita kvantové mechaniky a teorie chaosu).

Pro filosofa vědy vyvstává v této souvislosti několik zajímavých problémů, které se týkají přechodnosti používaných modelů v astrofyzice,[68] konstrukce modelů v rámci nelineární neurodynamik[69] a problém jednoznačnosti vývoje dynamického systému v oblasti nejednoznačné analýzy[70] v matematice.

5.2 Kontinuita vědy a vědecký pokrok

Zastávám názor, že jedním z nejdůležitějších úkolů filosofa vědy je vytvářet o vědě a vědecké činnosti normativní soudy. Filosofie vědy je primárně normativní disciplínou, a to není něco, čeho by se měla vzdát a rozpustit se tak ve filosofiích jednotlivých věd (filosofii fyziky, biologie, ekonomie ad.)

Základním normativním prohlášením by mělo být toto: Věda je nejúčinnější prostředek, kterým lidstvo disponuje, prostředek, který se nejlépe osvědčuje při snaze učinit svět pochopitelným. Toto pojetí (ne prosté určitého evolučního principu) neimplikuje nutně vědecký realismus, nevnucuje nám metafyziku scientismu. V umírněných pojetích, jako je Gierův realismus perspektiv (*perspective realism*)[71] nebo ještě lépe Van Fraassenův konstruktivní empirismus (*constructive empirism*),[72] máme zachovánu objektivitu vědeckého poznání a přitom (alespoň v druhém případě) nebudujeme nějaký druh metafyzického realismu.

I když pro nás v duchu pragmatického obratu ve filosofii vědy vědecké teorie zůstávají pouze úspěšnými klastry modelů, kterými uchopujeme svět, přesto můžeme vynášet další normativní soudy o kontinuitě vědeckého bádání a vědeckém pokroku. Domnívám se, že teorie chaosu je opět dalším příkladem toho, jak zdánlivá revoluce ve vědě nakonec potvrzuje spojitost a provázanost vědeckých teorií v průběhu času. Jsem přesvědčen o tom, že právě Bricmontovo memento je nám nejlepším příkladem této skutečnosti.

[68] Např. Mathew PARKER, „Undecidability in R^n: Riddled Basins, the KAM Tori, and the Stability of the Solar System.“ *Philosophy of Science*, roč. 70, 2003, č. 2, s. 359–382.

[69] Např. Walter FREEMAN, *How Brains Make Up Their Minds*. London: Weidenfeld & Nicolson 1999.

[70] Např. ANDRES – FÜRST – PASTOR, „Sharkovskii’s Theorem.“

[71] GIERE, *Scientific Perspectivism*.

[72] Bas van FRAASSEN, *The Scientific Image*. Oxford: Oxford University Press 1980; Bas van FRAASSEN, *Laws and Symmetry*. Oxford: Oxford University Press 1989.