UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

John Lennon Lindemann

A LÓGICA, O NONSENSE E A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

John Lennon Lindemann

A LÓGICA, O NONSENSE E A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Filosofia**.

Orientador: Dr. Frank Thomas Sautter

This study was financied in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001

Lindemann, John Lennon

A Lógica, o Nonsense e a Filosofia da Lógica de Lewis Carroll / John Lennon Lindemann.- 2021. 151 p.; 30 cm

Orientador: Frank Thomas Sautter Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2021

1. Lewis Carroll 2. Método de Árvores 3. Filosofia da Lógica 4. Nonsense I. Sautter, Frank Thomas II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, JOHN LENNON LINDEMANN, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Tese) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

John Lennon Lindemann

A LÓGICA, O NONSENSE E A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Aprovada em 13 de agosto de 2021:

Frank Thomas Sautter, Dr. (UFSM) (Presidente/Orientador)

Rafael Montoito Teixeira, Dr. (IFSUL)

Enne Karol Venancio de Sousa, Dra. (IFRN)

En Xard Vinanca & Sans

Eduardo Vicentini de Medeiros, Er. (UFSM)

Santa Maria, RS 2021

DEDICATÓRIA

À memória de Zaida Braga Lindemann.

AGRADECIMENTOS

Sou imensamente grato ao orientador desta pesquisa, Prof. Dr. Frank T. Sautter, que não foi responsável apenas pela orientação da presente tese, mas também por orientar a constituição de minha vida acadêmica em sentindo amplo, guiando-me de maneira notável e pacienciosa em meio aos labirintos teóricos da Filosofia e, em especial, da Lógica.

Agraço à CAPES pela bolsa ao longo de quatro anos, apoio financeiro vital à realização da presente pesquisa.

Agradeço ao Prof. Dr. Rafael Montoito, não apenas pelas sugestões de leitura, mas também por transbordar uma verdadeira paixão pelas obras de Lewis Carroll a ponto de estimular a continuidade de minha pesquisa mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço aos meus pais, Milton e Marli Lindemann, por todo o apoio recebido e por cultivarem em mim o apreço pelo conhecimento que me fez chegar até aqui.

Agradeço à todos os meus amigos e amigas dos municípios de Santa Maria, Candelária e Formigueiro. Cada palavra de apoio e incentivo que recebi foi muito importante.

Por fim, agradeço à companhia com a qual tenho a sorte e o privilégio de dividir cada dia de minha vida, Elizabete Cristina Echer, minha Nina. Gostaria de poder exprimir com palavras a gratidão inefável que sinto por tudo que já fez por mim.

Dizem que o tempo parece passar mais rápido quando estamos felizes e minha experiência pessoal comprova isso, pois quando estou ao lado da companhia de minha vida o tempo parece passar mais rápido do que a luz. Nina, eu te amo muito! Você aceita continuar acelerando o tempo para mim? Em outras palavras: quer se casar comigo?

```
"Poderia me dizer, por favor, que caminho devo tomar para ir embora daqui?"

"Depende bastante de para onde quer ir", respondeu o Gato.

"Não me importa muito para onde", disse Alice.

"Então não importa que caminho tome", disse o Gato.

"Contanto que chegue em algum lugar", Alice acrescentou à guisa de explicação.

"Oh, isso você certamente vai conseguir", afirmou o Gato, "desde que ande bastante".

(Lewis Carroll)
```

RESUMO

A LÓGICA, O NONSENSE E A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

AUTOR: John Lennon Lindemann ORIENTADOR: Frank Thomas Sautter

A presente tese se divide em quatro artigos, abordando distintos aspectos da Lógica e da Filosofia da Lógica de Lewis Carroll. O primeiro artigo reproduz três paradoxos apresentados por Lewis Carroll, examinando como tais paradoxos foram tratados por Carroll a partir de seu próprio instrumental lógico em comparação ao tratamento ofertado por outros autores. O artigo reproduz a controvérsia entre Lewis Carroll e John Cook Wilson sobre a natureza da implicação, concluindo que Carroll defendeu uma posição congruente com a interpretação verofuncional da noção de implicação adotada pelos lógicos contemporâneos. O segundo artigo investiga se as características básicas que definem o Método de Árvores de Smullyan já estavam presentes, cerca de 50 anos antes, no Método de Árvores de Carroll. Após uma reconstrução da história do desenvolvimento dos métodos de árvores de refutação e da análise das características básicas dos métodos dos dois autores, incluindo o cotejamento de exemplos de suas aplicações, conclui-se que as características básicas que definem as Árvores de Smullyan já estavam presentes nas Árvores de Carroll, de tal modo que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como "Árvores de Carroll-Smullyan". Tal conclusão evidencia a maior contribuição carrolliana para o desenvolvimento da Lógica, demonstrando a relevância de uma investigação sobre a posição em Filosofia da Lógica do autor. O terceiro artigo apresenta uma noção de nonsense adequada às obras de Carroll e oriunda de seu próprio arcabouço teórico, concluindo que Carroll utilizava o nonsense como um meio de inculcar ideias instrutivas em seus leitores. O artigo também compara a noção de nonsense de Carroll e Wittgenstein e defende que os dois autores nutriam atitudes análogas em relação ao nonsense. O quarto artigo apresenta uma hipótese original sobre a Filosofia da Lógica carrolliana, afirmando que Carroll defendia uma posição análoga à posição pragmática contemporânea.

Palavras-chave: Lewis Carroll. Método de Árvores. Filosofia da Lógica. Nonsense.

ABSTRACT

THE LOGIC, THE NONSENSE AND THE PHILOSOPHY OF LOGIC OF LEWIS CARROLL

AUTHOR: John Lennon Lindemann ADVISOR: Frank Thomas Sautter

This thesis is divided into four articles, covering different aspects of Lewis Carroll's Logic and Philosophy of Logic. The first article reproduces three paradoxes presented by Lewis Carroll, and it examines how Carroll, from his logical tooling, treated such paradoxes compared to the treatment offered by other authors. The article reproduces the controversy between Lewis Carroll and John Cook Wilson about the nature of the implication, concluding that Carroll defended a position congruent with the verifunctional interpretation of the notion of implication adopted by contemporary logicians. The second article investigates whether the essential characteristics that define the Smullyan's Tree Method were already present, about 50 years earlier, in the Carroll's Tree Method. After reconstruction of the history of the development of the tableaux method and the analysis of the essential characteristics of both authors methods, including a comparison of examples of their applications, we conclude that the characteristics that define the Smullyan's Trees were already present in Carroll's Trees, in such a way that, for historical justice, the method should be known as "Carroll-Smullyan's Trees." This conclusion highlights the significant Carrollian contribution to the development of Logic, demonstrating the relevance of an investigation into the author's position in the Philosophy of Logic. The third article presents a notion of nonsense appropriate to Carroll's works and derived from his theoretical framework, concluding that Carroll used nonsense as a means of inducing instructive ideas in his readers. The article also compares Carroll and Wittgenstein's nonsense notion and argues that the two authors had similar attitudes towards nonsense. The fourth article presents an original hypothesis about Carroll's Philosophy of Logic, stating that Carroll defended a position analogous to the current pragmatic position.

Keywords: Lewis Carroll. Tree Method. Philosophy of Logic. Nonsense.

LISTA DE FIGURAS

ARTIGO 1: A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS	
Figura 1 – Uma figura aberta	41
Figura 2 – Triângulo isósceles	43
Figura 3 – Triângulo com linhas KL e MN tendo tamanhos distintos	44
ARTIGO 2: ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN	
Figura 1 – O Isomorfismo na representação de termos	53
Figura 2 — A correspondência na representação de proposições	54
Figura 3 – As representações da proposição "Nenhum não-x é não-y"	54
ARTIGO 3: O NONSENSE DE LEWIS CARROLL	
Figura 1 – Diagrama Biliteral	95

LISTA DE TABELAS

ARTIGO 1: A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS	
Tabela 1 – A forma abstrata dos termos	31
ARTIGO 2: ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN	
Tabela 1 — Correspondência entre Figuras aristotélicas e carrollianas	59
Tabela 2 – Dicionário de termos em forma abstrada	66
ARTIGO 3: O NONSENSE DE LEWIS CARROLL	
Tabela 1 – Quadrado ontológico) 4
ARTIGO 4: A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL	
Tabela 1 – Formalização das proposições categóricas	25

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	OBJETIVOS	23
1.2	ESTRUTURA E METODOLOGIA	23
ARTIGO 1:	A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS	27
1.	Introdução	27
2.	O Método por Subscritos	29
3.	Pseudomenos	35
4.	Antistrephon	38
5.	"On the way to the barber-shop"	40
6.	Considerações finais	45
	Referências	46
ARTIGO 2:	ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN	49
	Introdução	49
1.	O desenvolvimento de métodos de árvores	50
2.	A lógica carrolliana	52
3.	O método de árvores carrolliano	64
4.	A abordagem de Smullyan	72
5.	A comparação entre os métodos	77
	Considerações finais	79
	REFERÊNCIAS	80
ARTIGO 3:	O NONSENSE DE LEWIS CARROLL	85
	Introdução	85
1.	O Nonsense Carrolliano	86
1.1.	A Constituição Histórica do Nonsense Carrolliano	87
1.2.	A Constituição Lógica do Nonsense Carrolliano	91
1.2.1	A lógica associada ao nonsense	92
1.2.2	O nonsense associado à lógica	97
1.3	O Nonsense Como Instrumento de Popularização da Lógica	100
2.	O Nonsense Wittgensteiniano	103
3.	A relação entre o Nonsense de Carroll e Wittgenstein	105
	Considerações Finais	110
	Referências	111
ARTIGO 4:	A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL	115
	INTRODUCÃO	115

1	O TRABALHO E A REPUTAÇÃO DE LEWIS CARROLL COMO LÓGICO	116
2	A HIPÓTESE DE BRAITHWAITE	118
3	UM TEÓRICO CONSERVADOR PREOCUPADO COM A POPULARIZAÇÃO DA LÓGICA	121
4	REGRAS CONVENCIONAIS E NÃO CONVENCIONAIS	124
5	A FILOSOFIA DA LÓGICA CARROLLIANA	128
	REFERÊNCIAS	133
2	DISCUSSÃO	137
2.1	A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS	137
2.2	ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN	139
2.3	O NONSENSE DE LEWIS CARROLL	140
2.4	A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL	142
2.5	RELAÇÕES ENTRE OS ARTIGOS	143
3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	145
	REFERÊNCIAS	149

1 INTRODUÇÃO

Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), é amplamente reconhecido por sua literatura nonsense, mas seu pseudônimo também é associado à publicação de trabalhos teóricos contendo importantes contribuições para o desenvolvimento da Lógica durante o século XIX.

O presente trabalho consiste na continuação direta da pesquisa realizada em minha dissertação de mestrado, intitulada "A Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2017), que reconstrói e examina a Teoria Silogística de Lewis Carroll, diagnosticando os avanços de seu Método Diagramático em relação aos métodos de Euler e Venn (LINDEMANN, 2017, p. 103-107) e reconhecendo sua Teoria Silogística como uma extensão conservativa da Silogística Aristotélica (LINDEMANN, 2017, p. 109-111), isto é, a Silogística Aristotélica é uma subteoria da Silogística Carrolliana, mas a Silogística Carrolliana não prova nenhum novo teorema se limitada à linguagem sem termos negativos da Silogística Aristotélica.

A dissertação supracitada limita-se à análise da primeira parte das obras lógicas de Carroll, a saber, sua Teoria Silogística e seu Método Diagramático para Resolução de Silogismos. A segunda parte de suas obras compreendem o seu Método por Subscritos, aplicável à Silogística e à Lógica Proposicional, e o seu Método de Árvores, um método de prova por refutação que utiliza a notação de seu Método por Subscritos.

Carroll publicou apenas dois trabalhos lógicos em vida (1886, 1896), de tal modo que a aplicação proposicional de seu Método por Subscritos e o seu Método de Árvores vieram a público apenas em 1977, em uma publicação póstuma (CARROLL, 1986), oriunda de um rigoroso trabalho de análise e compilação de seus manuscritos realizado por William Warren Bartley III (1934-1990).

Sautter (2004, p. 102) defende que houveram "diversas antecipações de Carroll no desenvolvimento das árvores de refutações", Anellis e Abeles (2016, p. 58, tradução nossa) também atribuem a Carroll "o mais antigo uso moderno de uma árvore de verdade para raciocinar de modo eficiente", inclusive Anellis (1990, p. 62) defende que o Método de Tablô Analítico de Smullyan (2009 [1968]), conhecido como Árvores de Smullyan, deveria ser chamado de Árvores de Dodgson-Hintikka-Smullyan, devido à estreita relação com o Método de Conjuntos-modelo de Hintikka (1955) e com o Método de Árvores de Carroll (1986).

O Método de Árvores de Smullyan é um método de prova por refutação muito popular, usado para verificar a consistência ou inconsistência de um conjunto de fórmulas, a verdade lógica, falsidade lógica ou contingência de uma fórmula e a consequência lógica ou

não de uma fórmula a partir de um conjunto de fórmulas. Caso as características básicas das Árvores de Smullyan já estejam presentes no Método de Árvores carrolliano, tal como os autores supracitados sugerem, segue-se que tal método, desenvolvido cerca de 50 anos antes do método de Smullyan, constitui a maior contribuição de Lewis Carroll para o desenvolvimento da Lógica, mas ainda não há um exame rigoroso que sustente tal afirmação.

Além de suas contribuições teóricas em Lógica, os trabalhos de Carroll se situam em um período histórico muito importante para o desenvolvimento desse campo de estudo, pois coincidem com o colapso da hegemonia milenar da Lógica Aristotélica tradicional e o nascimento da Lógica Simbólica a partir das inovações apresentadas por Boole (1854) e desenvolvidas nos trabalhos de Carroll e de seus contemporâneos, conhecidos como Algebristas da Lógica. Tal fato faz com que uma investigação que visa esclarecer a posição carrolliana em Filosofia da Lógica não se justifique apenas enquanto uma curiosidade histórica específica ao pensamento de um autor, pois também pode fornecer elementos que ajudem a compreender as discussões teóricas que marcaram os avanços em Lógica realizados no período ao explicitar a posição filosófica subjacente às contribuições de um autor fortemente envolvido nesses debates, dado que Carroll trocou correspondências sobre o tema com os principais lógicos do período, incluindo John Venn (1834-1923) e William Ernest Johnson (1858-1931), ambos de Cambridge, e John Cook Wilson (1849-1915), de Oxford (BARTLEY III, 1986a, p. 31).

Carroll não apresentou sua posição em Filosofia da Lógica de forma explicita, deixando apenas considerações pontuais sobre o tema dispersas ao longo de suas obras. A hipótese mais aceita assume que Carroll concebia a Lógica como um jogo (MOKTEFI, 2008). Apresentada originalmente por Richard Bevan Braithwaite (1900-1990) no artigo "Lewis Carroll as Logician" (1932), tal hipótese aproxima Carroll da posição convencionalista, segundo a qual a função do lógico "seria criar regras coerentes para estabelecer (não representar) uma noção de inferência" (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 315).

Embora a hipótese de Braithwaite (1932) seja adequada às considerações sobre Filosofia da Lógica presentes nas obras de Carroll que eram disponíveis em seu período, ela obviamente ignora todas as obras póstumas do autor, nas quais fragmentos inconsistentes com a hipótese podem ser encontrados, portanto deve ser revista.

1.1 OBJETIVOS

Dando sequência a uma pesquisa iniciada por meio de um projeto de iniciação científica e desenvolvida em minha dissertação de mestrado (LINDEMANN, 2017), o presente trabalho finaliza uma análise completa das obras lógicas de Lewis Carroll, permitindo a primeira perspectiva panorâmica do trabalho de um autor "cuja obra é rica em humor e aberta a múltiplas ressignificações e sentidos" (MONTOITO, 2019, p. 135), servindo não apenas como pedra angular para pesquisas futuras, mas também como o próprio marco de seus dois primeiros frutos: a defesa de duas teses intrinsecamente relacionadas.

A tese menor afirma que as características básicas que definem o Método de Árvores de Smullyan (2009) já estão presentes no Método de Árvores de Carroll (1986, p. 279-319), de tal modo que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como Método de Árvores de Carroll-Smullyan. Ao reconhecer a principal contribuição carrolliana para o desenvolvimento da Lógica, a tese menor contribui para justificar a relevância do objeto da tese principal, a saber, a defesa de que a hipótese de Braithwaite (1932) é errônea e a melhor hipótese sobre a posição carrolliana em Filosofia da Lógica consiste em afirmar que, nutrindo aspectos semelhantes ao expressivismo lógico defendido por Brandom (2000), Carroll defendia uma posição análoga à posição pragmática contemporânea, concebendo a Lógica "como um instrumento de regulamentação do discurso, em particular, de sequências de sentenças que constituem um argumento" (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 316), de tal modo que a função do lógico não consiste em criar regras para estabelecer inferências, o que seria o caso se concebesse a Lógica como um jogo, mas traduz-se em apresentar regras que representem com rigor as normas que estruturam as nossas práticas discursivas, cujo fundamento repousa na constituição histórica dos compromissos normativos a elas associados.

1.2 ESTRUTURA E METODOLOGIA

O presente trabalho está dividido em quatro artigos. O primeiro artigo, realizado em coautoria com o Prof. Dr. Frank Thomas Sautter, orientador desta pesquisa, se chama "A Abordagem Carrolliana a Paradoxos" (2019), contendo a apresentação e o exame do Método por Subscritos carrolliano em seu uso silogístico e proposicional, requisito necessário para a análise de seu Método de Árvores, além da reconstrução e exame de três paradoxos tal como tratados por Carroll a partir de seu próprio instrumental lógico, comparado com o tratamento que também receberam de outros autores, com ênfase ao paradoxo "On the Way to the

Barber-shop", original de Carroll (1986, p. 428-431), que foi "descrito repetidamente por Boole, Jevons, Venn, John Neville Keynes e outros como 'o problema central da lógica simbólica'" (BARTLEY III, 1986, p. 445, tradução nossa).

O segundo artigo se chama "Árvores de Carroll-Smullyan" (2019) e, após uma reconstrução histórica do desenvolvimento dos métodos de árvores de refutação até a constituição do Método de Árvores de Smullyan (2009), apresenta e examina os Métodos de Árvores de Carroll e Smullyan, com exemplos de suas aplicações, concluindo, por meio do exame das características básicas dos dois métodos e pelo cotejamento dos exemplos analisados, que o método carrolliano antecipa as características essenciais ao método de Smullyan, de tal modo que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como Árvores de Carroll-Smullyan. Cabe ressaltar que o pseudônimo "Carroll" é adotado para o método, em detrimento do nome de batismo "Dodgson", como em Anellis (1990, p. 62), dado que muitos autores sugerem que o nome de batismo e o pseudônimo eram utilizados de maneira cuidadosa para separar obras de distinto caráter e que o seu pseudônimo sempre esteve associado às suas obras lógicas (MONTOITO, 2013; GATTEGNO, 1990; COHEN, 1998).

O terceiro artigo se chama "O Nonsense de Lewis Carroll" (2020) e apresenta uma noção de *nonsense* adequada às obras de Carroll e oriunda de seu próprio arcabouço teórico. As obras literárias de Carroll são comumente categorizadas como a expressão máxima do gênero literário *nonsense*, que também está presente nos exemplos de suas obras lógicas. Segue-se que uma compreensão adequada da noção de *nonsense* carroliana é um requisito básico para a elaboração de qualquer hipótese sobre a Filosofia da Lógica do autor. A noção de *nonsense* carrolliana também é comparada com a noção de *nonsense* de Wittgenstein (1975, 2001), reconhecido pela abordagem filosófica mais célebre ao conceito. Conclui-se que ambos utilizavam o *nonsense* de maneira análoga, como um meio de inculcar ideias instrutivas em seus leitores.

O quarto artigo se chama "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" e, por meio do cotejamento de suas principais obras e com base nos resultados dos artigos prévios, conclui que a melhor hipótese sobre a Filosofia da Lógica carrolliana consiste em afirmar que Carroll defendia uma posição análoga à posição pragmática contemporânea.

A disposição dos artigos reflete a ordem pela qual foram criados, de tal modo que a elaboração de cada artigo se apropria dos resultados obtidos nos artigos anteriores, embora tais apropriações tenham ocorrido por meio de distintas formas. Ainda que tenha sido o último artigo elaborado e, portanto, se aproprie dos resultados de todos os outros, o Artigo 4,

chamado "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll", apresenta e examina as posições carrollianas sobre certas noções teóricas cujo conhecimento prévio pode auxiliar na compreensão dos outros artigos, possibilitando uma ordem de leitura alternativa, aconselhável para leitores ainda não familiarizados com os trabalhos lógicos de Carroll, a saber, começar com o Artigo 4 ("A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll"), continuar com o Artigo 3 ("O Nonsense de Lewis Carroll"), então o Artigo 1 ("A Abordagem Carrolliana a Paradoxos") e, finalmente, o Artigo 2 ("Árvores de Carroll-Smullyan").

ARTIGO 1: A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS¹

THE CARROLLIAN APPROACH TO PARADOXES

Resumo: O objetivo deste trabalho é apresentar a versão carrolliana de dois paradoxos clássicos (Pseudomenos e Antistrephon) e um original (On The Way to the Barber-Shop), acompanhadas da reconstrução e exame do tratamento lógico oferecido por Carroll e de como tais paradoxos foram tratados por outros autores.

Palavras-chave: Lógica; Lewis Carroll; Paradoxos; Método por Subscritos.

Abstract: The purpose of this paper is to present the Carrollian version of two classical paradoxes (Pseudomenos and Antistrephon) and an original (On The Way to the Barber Shop), with the reconstruction and examination of the logical treatment offered by Carroll and how such paradoxes were treated by other authors.

Keywords: Logic; Lewis Carroll; Paradoxes; Method of Subscripts.

1. Introdução²

Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), é amplamente reconhecido como o principal responsável pela popularização da lógica em ambientes não acadêmicos durante o século XIX (THE JOY OF LOGIC, 2013)³, não apenas pela qualidade didática de seus trabalhos em lógica, mas também pelas suas obras literárias (MONTOITO, 2011, p. 9)⁴, que estimulam o raciocínio lógico dos leitores. Seu legado não se limita à divulgação da lógica, tendo feito contribuições originais na área, como o seu método de árvores, um "método de decisão para sorites que pode ser considerado o precursor das atuais árvores de refutação" (SAUTTER, 2004, p. 91)⁵.

Carroll publicou apenas dois trabalhos teóricos sobre lógica: "The Game of Logic" (1887)⁶, um manual de lógica onde apresenta o seu método diagramático para a

O presente artigo, escrito em coautoria com Prof. Dr. Frank T. Sautter, foi publicado e está disponível em *Pensando*, v. 10, nº 20, 2019, p. 91-106. https://revistas.ufpi.br/index.php/pensando/article/view/6819>.

A numeração das notas de rodapé será reiniciada em cada artigo, reproduzindo-os de maneira fiel às versões publicadas ou submetidas.

³ THE JOY OF LOGIC. Direção: Catherine Gale. 59 min, [S.I.]: BBC, 2013. http://www.dailymotion.com/video/x1a6ogd the-joy-of-logic tech (último acesso em 03/09/2017).

⁴ MONTOITO, R. *Chá com Lewis Carroll: a matemática por trás da literatura*. Jundiaí: Paco Editorial, 2011, p. 9.

⁵ SAUTTER, F. "Lewis Carroll e a pré-história das árvores de refutação". In. SAUTTER, F. T. & FEITOSA, H. de A. (Eds.). *Lógica: teoria e reflexões*. Coleção CLE. Campinas, 2004, p. 91.

⁶ CARROLL, L. The Game of Logic. 2 ed. London: MacMillan and Co., 1887, 96 p.

resolução de silogismos como um jogo de peças, e "Symbolic Logic: Part I – Elementary"(1896)⁷, uma introdução à lógica, ao seu método diagramático e ao seu método por subscritos com uso limitado à silogística.

Em 1977, após minucioso trabalho de compilação dos manuscritos de Carroll realizado por William Warren Bartley III (1934-1990), é publicada uma nova edição de "Symbolic Logic: Part I" (1986, p. 59-228)⁸ em conjunto com a publicação inédita da obra póstuma chamada "Symbolic Logic: Part II – Advanced" (1986, p. 229-514)⁹, na qual Carroll apresenta temas avançados em lógica, incluindo o seu método de árvores.

No "Book XXI" de "Symbolic Logic: Part II" (1986, p. 423-475)¹⁰, Carroll oferece tratamento lógico para alguns paradoxos clássicos e outros originais, chamados de "quebracabeças" pelo autor.

"Os paradoxos foram excepcionalmente importantes para os matemáticos e também para os algebristas da lógica no final do século XIX", inclusive o trabalho de Frege foi "motivado pela crise nos fundamentos da matemática gerada pela descoberta de paradoxos" (LINDEMANN, 2017, p. 23)¹¹.

O objetivo do presente trabalho é apresentar três paradoxos da obra de Carroll, dois clássicos, a saber, "Pseudomenos" (1986, p. 425)¹² e "Antistrephon" (1986, p. 426)¹³, e um original, "On the Way to the Barber-shop" (1986, p. 428-431)¹⁴, acompanhados da reconstrução e do exame do tratamento lógico dado por Carroll e de como tais paradoxos foram tratados por outros autores.

Antes da exposição dos paradoxos, faz-se *mister* uma breve apresentação do método por subscritos, necessária para a compreensão do tratamento lógico que Carroll oferece aos paradoxos e útil para que seu trabalho seja situado no contexto histórico de desenvolvimento da lógica que lhe é adequado.

⁷ CARROLL, L. Symbolic Logic: Part 1 -Elementary. Londres: MacMillan and Co., 1896, 188 p.

⁸ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁹ Ibid.

¹⁰ Ibid.

¹¹ LINDEMANN, J. L. *A Lógica de Lewis Carroll*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de Pósgraduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Maria, 2017, p. 26.

¹² CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

¹³ Ibid.

¹⁴ Ibid.

2. O Método por Subscritos

Antes do reconhecimento e da popularização das inovações contidas na obra "Begriffsschrift" (1879)¹⁵, de Gottlob Frege (1848-1925), que "constitui desde então a base da lógica moderna" (KENNY, 1999, p. 438)¹⁶, não havia um instrumental lógico com o poder do cálculo de predicados, capaz de reconhecer a validade de silogismos e de argumentos não silogísticos com a mesma interpretação restrita do sistema de signos.

As obras de Carroll se situam no período da álgebra da lógica (BARTLEY III, 1986, p. 19)¹⁷, onde a lógica aristotélica perde sua hegemonia e argumentos proposicionais já não são ignorados, mas os lógicos ainda não desfrutam das inovações de Frege (1879)¹⁸. Uma certa plasticidade foi recorrente no trabalho dos lógicos do período, onde a mesma notação utilizada para a lógica de termos era passível de uma leitura alternativa, usada para a lógica de proposições.

O método por subscritos carrolliano é dotado da plasticidade comum aos trabalhos do período: a mesma notação por subscritos usada para a silogística, onde as letras representam termos, também é usada, sob uma interpretação alternativa, para a lógica proposicional, onde cada letra representa uma proposição atômica.

A aplicação silogística consiste em um método de resolução para silogismos. A teoria silogística carrolliana é uma extensão conservativa da silogística aristotélica (LINDEMANN, 2017)¹⁹, cuja extensão é fruto da introdução de termos negativos. O uso de termos negativos exige a inclusão da noção de Universo do Discurso, que define a interpretação semântica dos termos negativos, limitando sua extensão ao complemento da extensão do termo positivo em relação ao Universo do Discurso. A relação entre um termo positivo e sua contraparte negativa é dita codivisional.

Segue um exemplo da aplicação do método por subscritos: Considere um silogismo cuja primeira premissa é "Todos os dicionários são úteis", a segunda premissa é "Todos os

¹⁵ FREGE, G. *Begriffsschrift: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.* Halle, Alemanha: Louis Nebert, 1879, 89 p.

¹⁶ KENNY, A. *História Concisa da Filosofia Ocidental*. Tradução de Desidério Murcho, Fernando Martinho, Maria José Figueiredo, Pedro Santos e Rui Cabral. Lisboa: Temas e Debates — Actividades Editoriais, 1999, p. 438.

¹⁷ BARTLEY III. W. W. "Annotations". In: CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

¹⁸ FREGE, G. Begriffsschrift: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle, Alemanha: Louis Nebert, 1879, 89 p.

¹⁹ LINDEMANN, J. L. *A Lógica de Lewis Carroll*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de Pósgraduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Maria, 2017, p. 110-111.

livros úteis são valiosos" e a conclusão proposta é "Todos os dicionários são valiosos" (CARROLL, 1986, p. 208, tradução nossa)²⁰.

O primeiro passo da aplicação do método consiste em definir o Universo do Discurso do argumento, tomado como sendo "livros" (1986, p. 208)²¹. Definir o Universo do Discurso limita a interpretação semântica dos termos de tal modo que, em nosso exemplo, o termo "valiosos" deve ser compreendido como referindo-se apenas a livros valiosos.

O segundo passo consiste na tradução dos termos em língua natural, chamada de forma concreta, para sua respectiva notação por subscritos, chamada de forma abstrata (CARROLL, 1986, p. 109)²².

A tabela abaixo associa o possível local de ocorrência dos termos em um silogismo, a forma concreta que ocorre no exemplo e a forma abstrata para a qual devem ser traduzidos. A dupla de termos codivisionais relativa ao termo médio é chamada de *Eliminands*, dado que o termo médio é eliminado da conclusão, enquanto as outras duas duplas de termos codivisionais são chamados de *Retinends*, pois um termo de cada um desses pares de termos codivisionais é "retido" na conclusão.

Dado o exemplo proposto, tal como mostra a tabela, devemos assumir que a forma abstrata "m" representa o termo "úteis", "x" representa "dicionários" e "y" representa "valiosos", de tal modo que suas respectivas classes codivisionais, embora não ocorram no silogismo, sejam "m'", que representa o termo negativo "inúteis", "x'", que representa "não dicionários", e "y'", que representa "não valiosos".

²⁰ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

²¹ Ibid.

²² Ibid.

Tabela 1 − A forma abstrata dos termos

Termos no silogismo	Forma concreta no exemplo	Forma abstrata
Termo médio positivo (Eliminand)	úteis	m
Termo médio negativo (Eliminand)	inúteis	m'
Termo positivo acompanhando o termo médio	dicionários	v
na primeira premissa (<i>Retinend</i>)		X
Termo negativo acompanhando o termo	não dicionários	x'
médio na primeira premissa (Retinend)	nao dicionarios	
Termo positivo acompanhando o termo médio	valiosos	у
na segunda premissa (Retinend)	vanosos	
Termo negativo acompanhando o termo	Termo negativo acompanhando o termo não valiosos	
médio na segunda premissa (Retinend)	iido valiosos	y'

Fonte: Elaborada pelo autor.

O terceiro passo consiste em representar as três proposições do silogismo sob a notação do método por subscritos, compondo uma *Formula*, onde o sinal "†" representa a conjunção e é usado entre as premissas, enquanto "¶" deve ser compreendido como "se for verdade, então prova que", sendo usado entre as premissas e a conclusão.

A notação por subscritos também utiliza sinais que representam o pressuposto existencial da proposição representada, usando "1" para existência e "0" para vacuidade. Assim, "x1" representa a proposição "Algum x existe", isto é, a extensão do termo x não é vazia, denominando tal proposição de Entidade, enquanto "x0" significa "Nenhum x existe", isto é, a extensão do termo x é vazia, denominando tal proposição de Nulidade.

Dado os sinais para os pressupostos existenciais, segue-se que "Algum $x \notin y$ " é representada por " xy_1 ". Note que " xy_1 " e " yx_1 " são equivalentes, assim como "Algum $x \notin y$ " é equivalente a "Algum $y \notin x$ ". "Nenhum $x \notin y$ " é representada, *mutatis mutandis*, por " xy_0 " ou " yx_0 ".

Cabe especificar que, dado o uso de termos negativos, Carroll dispensa o uso de proposições Particulares Negativas, onde "Algum x não é m" deve ser compreendida como "Algum x é m'", supondo o mesmo pressuposto existencial das Particulares Afirmativas, isto é, "xm'1" ou "m'x1".

Diferente dos lógicos contemporâneos, Carroll não aceita que proposições Universais Afirmativas possam ser satisfeitas por vacuidade (LINDEMANN, 2017, p. 63-72)²³,

²³ LINDEMANN, J. L. *A Lógica de Lewis Carroll*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de Pósgraduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Maria, 2017, p. 63-72.

considerando proposições Universais Afirmativas como proposições duplas, cujo conteúdo pode ser expresso por outras duas proposições sem qualquer perda ou acréscimo de informação, por exemplo, "Todo x é m" pode ser expresso pelas proposições "Algum x é m" e "Nenhum x é m'".

Deste modo, "Todo x é m" é equivalente a "xm1†xm'o", podendo ser escrita de forma curta como "x1m'o". Carroll utiliza apenas "x1" ao invés de "xm1" graças ao limite semântico imposto pelo Universo do Discurso, dado que "xm1†xm'o" implica "x1" e "m'o" (CARROLL, 1986, p. 121)²⁴. Note que o termo "m" não ocorre na representação por subscritos de "Todo x é m", onde a informação da relação que "m" mantém com "x", tal como expressa na proposição, é contemplada pela ocorrência da nulidade de seu termo codivisional na notação por subscritos.

Cada proposição representada sob a notação por subscritos será considerada como Entidade ou Nulidade de acordo com o sinal existencial do segundo termo, se for "1", então a proposição será uma Entidade, se for "0", será uma Nulidade. Por exemplo, a representação por subscritos da proposição "Todo x é m", isto é, "x1m'0", é uma Nulidade.

Abaixo, as três proposições que compõem o silogismo do exemplo, agora com os termos em forma abstrata, ao lado de sua respectiva *Formula*, isto é, sua expressão sob a notação por subscritos. Repare que as três proposições do exemplo são Universais Afirmativas, consideradas proposições duplas por Carroll, não sendo representadas diretamente na *Formula*, mas através da representação da dupla de proposições que expressa o seu conteúdo. Por exemplo, a primeira premissa, a saber, "Todo x é m", cujo conteúdo é expresso pela dupla de proposições "Algum x é m" e "Nenhum x é m'", é representada por "xım'o" na *Formula*.

O quarto passo da aplicação do método por subscritos consiste na identificação de certas características da *Formula* analisada, enquadrando-a ou não como pertencente a uma das três Figuras, apresentadas abaixo.

²⁴ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

Dada uma *Formula* qualquer, se a letra que representa a forma abstrata de qualquer par de termos codivisionais ocorre duas vezes como positiva ou duas vezes como negativa, ela é chamada de *Like*, mas se ocorre uma vez como positiva e outra como negativa, chama-se *Unlike*. No exemplo de *Formula* acima, "x" e "y" são *Like*, enquanto "m" é *Unlike*, dado que ocorre como "m" na primeira premissa e como "m" na segunda.

Todos os silogismos válidos dividem-se em três tipos de *Formulas*, chamadas por Carroll de Figuras, especificando regras para que se identifique a qual Figura cada *Formula* pertence (CARROLL, 1986, p. 123-126)²⁵.

Identifica-se *Formulas* que pertencem a Figura 1, do tipo "xmo † ym'ı ¶ xyo", constatando que duas Nulidades, com *Eliminands Unlike*, geram uma Nulidade, onde todos os *Retinends* são *Like*. Caso um *Retinend* tenha sua existência afirmada em uma premissa, também será afirmada na conclusão.

Identifica-se *Formulas* que pertencem a Figura 2, do tipo " xm_0 † ym_1 ¶ $x'y_1$ ", constatando que uma Nulidade e uma Entidade, com *Eliminands Like*, geram uma Entidade, onde o *Retinend* da Nulidade é *Unlike*.

Identifica-se *Formulas* que pertencem a Figura 3, do tipo "xm₀ † m₁y₀ ¶ x'y'₁", constatando que duas Nulidades, com *Eliminands Like*, geram uma Entidade, onde os dois *Retinends* são *Unlike*.

A *Formula* do exemplo analisado, a saber, "x1m'0 † m1y'0 ¶ x1y'0", é identificada como uma *Formula* da Figura 1, dado que todos os *Retinends* são *Like*, duas premissas são Nulidades com *Eliminands Unlike* e a conclusão também é uma Nulidade. Repare que o *Retinend* "x" tem sua existência afirmada na primeira premissa, tal como na conclusão.

Ao reconheceremos a *Formula* do exemplo como pertencente à Figura 1, diagnosticase a validade do silogismo analisado. Assim, o método por subscritos aplicado à silogística consiste na tradução do silogismo para uma *Formula* que pode ser identificada como pertencente a uma das três Figuras, caso a *Formula* pertença a uma Figura, constata-se que o silogismo é válido, caso não pertença a nenhuma Figura, constata-se que o silogismo é falacioso.

Diferente da leitura silogística, Carroll não nos deixou uma exposição sistemática da leitura proposicional de seu método por subscritos, apenas escassos exemplos de sua

²⁵ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

aplicação, que vieram a público com a publicação póstuma de "Symbolic Logic: Part II" (CARROLL, 1986)²⁶.

Deve-se compreender proposição, tal como definido por Carroll (1986, p. 67)²⁷, como qualquer frase que transmite alguma informação, seja ela qual for. A noção de proposição só recebeu uma definição mais clara em épocas posteriores, através dos trabalhos de Frege, Russell e Moore (McGRATH, 2012)²⁸. A definição carrolliana será interpretada como congruente com a que estava sendo usada pelos seus pares a partir das inovações de Boole (1854)²⁹, considerando que a toda informação pode-se atribuir "verdadeiro" ou "falso".

Quando aplicado a lógica proposicional, cada letra passa a representar uma proposição atômica e compreende-se a apóstrofe como negação, onde uma letra com apóstrofe representa a proposição negada. As letras usadas para representar proposições não se limitam a "x", "y" e "m", mas estendem-se a todo o alfabeto.

O sinal "†" continua sendo usado como conjunção, mas a simples justaposição entre duas letras também deve ser compreendida como uma conjunção entre elas, e "¶" passa a ser usado como implicação material. O sinal "§" é introduzido como disjunção inclusiva, enquanto "≡" é introduzido como sinal de equivalência (CARROLL, 1986, p. 256)³0. Tal como no cálculo proposicional clássico, parênteses são usados como recurso sintático.

Diferente da aplicação silogística, os números "1" e "0" não ocorrem em todas as *Formulas* sob leitura proposicional, mas, quando ocorrem, passam a exercer uma função metalógica (semântica), onde "1" pode ser compreendido como a atribuição de verdade para a proposição na qual está associado, enquanto "0" atribui a falsidade.

Utilizar símbolos com funções semânticas não é uma idiossincrasia de Carroll. Alguns sistemas lógicos utilizam " \top " como uma constante para o verdadeiro e " \bot " como uma constante para o falso ou absurdo (GABBAY; GUENTHNER, 2002, p. 12)³¹. Em tais sistemas, " \neg P", isto é, "não P", pode ser definido como "P \rightarrow \bot ".

²⁶ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

²⁷ Ibid.

²⁸ McGRATH, M. "Propositions". In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford, California. 20 Jun. 2012. http://plato.stanford.edu/entries/propositions/ (último acesso em 28/08/17).

²⁹ BOOLE, G. An Investigation of the Laws of Thought: on which are founded: The Mathematical Theories of Logic and Probabilities. Cambridge: McMillan and Co., 1854, 425 p.

³⁰ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

³¹ GABBAY, D.M.; GUENTHNER, F. (Eds.). *Handbook of Philosophical Logic*: Volume 6. 2 ed. New York: Springer, 2002, p. 12.

Segue um exemplo de *Formula* do método por subscritos em seu uso proposicional: "(ab₀) \equiv (a'₁ § b'₁)". Tal *Formula* pode ser expressa, sob a notação do cálculo proposicional clássico, com o acréscimo dos símbolos " \top " como constante para verdadeiro e " \bot " como constante para o falso, da seguinte forma: "(($A \land B$) $\rightarrow \bot$) \leftrightarrow (($\neg A \rightarrow \top$) \lor ($\neg B \rightarrow \top$))". A mesma *Formula*, traduzida para a língua natural, expressa que a conjunção de A e B é falsa se, e somente se, não-A é verdadeiro ou não-B é verdadeiro.

3. Pseudomenos

Pseudomenos é um paradoxo clássico, também conhecido como "paradoxo do mentiroso", cuja formulação embrionária é tradicionalmente atribuída a Epimênides, que viveu em meados de 600 a.C. Lewis Carroll apresenta o paradoxo da seguinte forma:

Se um homem diz "Eu estou dizendo uma mentira", e fala a verdade, ele está falando uma mentira, portanto sua fala é falsa: mas se o que ele fala é falso, ele não está mentindo, portando sua fala é verdadeira. (1986, p. 425, tradução nossa)³²

O tratamento lógico dado ao paradoxo utiliza a leitura proposicional do método por subscritos (CARROLL, 1986, p. 434-436)³³, com a consideração prévia de que seja razoável supor que a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" refere-se a si mesma como seu próprio assunto.

O Universo do Discurso é definido como "*Cosmophases*" (CARROLL, 1986, p. 435)³⁴. Embora o que Carroll compreende como "Universo do Discurso" de argumentos proposicionais não tenha sido especificado pelo autor, podemos supor que se refira ao evento ou ao estado de coisas segundo o qual as proposições de um argumento reivindicam verdade ou falsidade, onde a exótica definição utilizada deve ser compreendida como um limite semântico fixado na "fase cósmica", isto é, "algum momento particular" (CARROLL, 1986, p. 481)³⁵ no qual um certo homem enuncia a proposição "Eu estou dizendo uma mentira".

A forma abstrata "a" é usada para representar a proposição "O homem fala a verdade", enquanto a forma abstrata "b" é usada para representar a proposição "A proposição, estabelecida pelo homem, pode ser seu próprio assunto".

³² CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

³³ Ibid.

³⁴ Ibid.

³⁵ Ibid.

Dada as formas abstratas para a proposição paradoxal e para a proposição que explicita sua suposição de autorreferência, segue-se "a \P a'b", isto é, "Se o homem fala a verdade, então o homem não fala a verdade e a proposição, estabelecida pelo homem, pode ser seu próprio assunto", e "a'b \P a", isto é, "Se o homem não fala a verdade e a proposição que estabeleceu é seu próprio assunto, então o homem fala a verdade".

Segundo Carroll³⁶ (1986, p. 435), "(a ¶ a'b) † (a'b ¶ a)" provam "bo", isto é, provam a falsidade da proposição "A proposição, estabelecida pelo homem, pode ser seu próprio assunto", estabelecendo a falsidade da hipótese de autorreferência da proposição paradoxal.

Carroll não demonstra como "(a \P a'b) \dagger (a'b \P a)" provam "bo", mas a validade de tal inferência pode ser facilmente demonstrada pelo método de dedução natural aplicado ao cálculo proposicional clássico, como se segue, onde "A" representa a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" e "B" representa a proposição "A proposição, estabelecida pelo homem, pode ser seu próprio assunto".

A dedução natural abaixo utiliza uma notação tradicional e regras clássicas de inferência, onde um hífen ("-") indica que as fórmulas que ocorrem na linha supõem uma hipótese.

- **1.** $(A \rightarrow (\neg A \land B)) \land ((\neg A \land B) \rightarrow A)$: Premissa.
- **2.** A \rightarrow (\neg A \wedge B): de 1, por Eliminação da Conjunção.
- **3.** $(\neg A \land B) \rightarrow A$: de 1, por Eliminação da Conjunção.
- **4.** A: Hipótese para Redução ao Absurdo.
- **5.** $\neg A \land B$: de 2 e 4, por Modus Ponens.
- **6.** ¬A: de 5, por Eliminação da Conjunção.
- 7. A $\wedge \neg$ A: de 4 e 6, por Introdução da Conjunção.
- **8.** ¬A: de 4 a 7, por Redução ao Absurdo.
- **9.** B: Hipótese para Redução ao Absurdo.
- **10.** \neg A \wedge B: de 8 e 9, por Introdução da Conjunção.
- **11.** A: de 3 e 10, por Modus Ponens.
- **12.** A ∧ ¬A: de 8 e 11, por Introdução da Conjunção.
- **13.** ¬B: de 9 a 12, por Redução ao Absurdo.

³⁶ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

A dedução natural acima demonstra que "¬B" se segue de "($A \rightarrow (\neg A \land B)$) \land ((¬ $A \land B$) \rightarrow A)", isto é, utilizando a notação por subscritos carrolliana, "(($a \ a'b$) † ($a'b \ a$)", então tal *Formula* prova "bo", como suposto por Carroll, provando a falsidade da proposição "A proposição, estabelecida pelo homem, pode ser seu próprio assunto".

Se a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" não pode estar referindo-se a si mesma como seu próprio assunto, devemos supor que refere-se a outra proposição qualquer, que nos é oculta, mas que foi enunciada pelo mesmo homem no mesmo contexto conversacional, ou "*Cosmophases*".

A proposição oculta que é o assunto do enunciado "Eu estou dizendo uma mentira" pode ser falsa, no caso do enunciado ser verdadeiro, ou verdadeira, no caso do enunciado ser falso, mas em ambos os casos já não há qualquer implicação paradoxal.

Uma solução distinta, mas com resultado semelhante à proposta por Carroll, deriva-se dos trabalhos de Alfred Tarski (1901-1983). Tarski propõe uma hierarquia entre linguagens e metalinguagens segundo a qual nenhuma linguagem pode conter proposições que prediquem a verdade ou a falsidade de proposições da própria linguagem, isto é, em sua própria terminologia, nenhuma linguagem pode ser semanticamente fechada (BEALL; GLANZBERG; RIPLEY, 2016)³⁷.

Por exemplo: utilizando uma certa linguagem L não se pode predicar a verdade ou a falsidade de proposições da própria linguagem L, apenas utilizando uma metalinguagem L' é que se pode predicar a verdade ou falsidade de proposições da linguagem L, assim como não se pode predicar o valor de verdade de proposições de L' com a própria linguagem L', apenas com uma metalinguagem L".

Dada a hierarquia de Tarski, segue-se que a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" não pode ser autorreferente, pois nenhuma linguagem pode ser semanticamente fechada.

A solução do paradoxo oriunda da teoria de Tarski deriva-se das implicações de sua hierarquia entre linguagens e metalinguagens, enquanto a solução carrolliana deriva-se da consequência lógica da relação entre a proposição paradoxal e a hipótese de que ela seja autorreferente, mas ambas dissolvem o paradoxo concluindo que a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" não pode, necessariamente, referir-se a si mesma como seu próprio assunto.

³⁷ BEALL, J; GLANZBERG. M; RIPLEY, D. "Liar Paradox". In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford, California. 12 Dez. 2016. https://plato.stanford.edu/entries/liar-paradox/#TarsHierLang (último acesso em 03/09/17).

Embora cheguem à mesma solução, a abordagem carrolliana é mais simples na medida em que se segue de uma consequência lógica da relação entre a proposição paradoxal e sua hipótese de autorreferência, sem comprometer-se com a defesa de uma teoria semântica da verdade, tal como a abordagem de Tarski, cuja teoria já foi atacada por Smullyan (1957, p. 55-67)³⁸, que apresenta uma linguagem semanticamente fechada como contraexemplo à sua hierarquia entre linguagens e metalinguagens.

4. Antistrephon

Antistrephon, também conhecido como "paradoxo do advogado" ou "paradoxo de Protágoras", é um paradoxo clássico, cujas raízes remontam à Grécia Antiga. O paradoxo é apresentado por Lewis Carroll da seguinte forma:

[Antistrephon,] ou seja, A Réplica. Este é um conto sobre tribunais. Protágoras havia combinado de treinar Euathius para a profissão de advogado, sob a condição de que metade do pagamento deveria ser realizada imediatamente e de que a outra metade seria paga, ou não precisaria ser paga, de acordo com Euathius ganhar, ou perder, o seu primeiro caso na corte. Depois de um tempo, Protágoras, começando a ficar impaciente, entra com uma ação contra o seu pupilo, visando recuperar a segunda parte do seu pagamento. Mas Euathis decide pleitar o seu [primeiro e] próprio caso. "Agora, se eu ganhar esta ação", diz Protágoras, "você deverá pagar o dinheiro pela decisão da corte, mas, se eu perder, você deverá pagar devido ao nosso acordo. Ou seja, em qualquer caso, você deverá me pagar." "Pelo contrário," replicou Euathius, "se você ganhar esta ação, eu serei liberado do pagamento pelo nosso acordo, mas, se você perder, eu serei liberado pela decisão da corte. Ou seja, em qualquer caso, eu não precisarei pagar o dinheiro". (CARROLL, 1986, p. 426, tradução nossa)³⁹

Carroll oferece apenas um tratamento lógico informal para o paradoxo, assumindo que o acordo e a decisão da corte causam um excesso de regras, de tal modo que a solução consiste em compreender o que resulta da colisão de tais regras (CARROLL, 1986, p. 438)⁴⁰.

Deriva-se duas hipóteses do excesso de regras:

- (1) Podemos supor que o acordo é supremo. Neste caso, se Protágoras ganhar a ação, ele não ganhará o dinheiro, mas se ele perder a ação, então ele deve receber o dinheiro.
- (2) Podemos supor que a decisão da corte é suprema. Neste caso, se Protágoras ganhar a ação, ele ganhará o dinheiro, mas se perder a ação, então não ganhará o dinheiro.

³⁸ SMULLYAN, R. M. "Languages in Which Self Reference is Possible". In: *The Journal of Symbolic Logic*. Cambridge, v. 22, n. 1, 1957, p. 55-67.

³⁹ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁴⁰ Ibid.

Os dados não nos permitem escolher qual é a melhor hipótese, mas Carroll acredita que a decisão da corte será obviamente contra Protágoras, pois os requisitos do acordo ainda não foram cumpridos. Quando a decisão for pronunciada, se (1), então Euathius deverá pagar, se (2), então ele estará livre do pagamento.

Segue uma possível formalização da solução sob a notação do cálculo proposicional clássico, onde "A" representa a proposição "O acordo é supremo", "B" representa "Protágoras ganha a ação" e "C" representa "Protágoras ganha o dinheiro".

$$((A \land B) \rightarrow \neg C) \land ((A \land \neg B) \rightarrow C) \land ((\neg A \land B) \rightarrow C) \land ((\neg A \land \neg B) \rightarrow \neg C)$$

Embora a solução carrolliana para o paradoxo do advogado não tenha sido apresentada de maneira formal pelo autor, aos moldes da fórmula acima, expressa sob a notação do cálculo proposicional, é possível propor a seguinte *Formula* sob a leitura proposicional do método por subscritos:

$$(ab \ \P \ c') \ \dagger \ (ab' \ \P \ c) \ \dagger \ (a'b \ \P \ c) \ \dagger \ (a'b' \ \P \ c')$$

Leibniz (1646-1716) também apresentou uma solução para o paradoxo, mas, diferente de Carroll, não considera que haja um excesso de regras e sequer considera que o caso seja perplexo. A solução de Leibniz, na obra "Dissertatio Inauguralis de Casibus Perplexis in Juri" (1666 apud ARTOSI; PIERI; SARTOR, 2013, p. xx-xxii)⁴¹, é a seguinte: A decisão da corte deve ser contra Protágoras, dado que as condições do acordo ainda não foram cumpridas, livrando Euathius do pagamento. Assim que a sentença for proferida, Protágoras deve entrar com uma nova ação judicial, que será aceita, pois não é idêntica à anterior, dado que há um fato novo e relevante, a saber, a própria decisão anterior. Protágoras ganhará a segunda ação, pois agora as condições do acordo já foram cumpridas, e Euathius deverá pagar seu mestre, respeitando a equidade natural e a rigorosidade da lei.

Se comparada à solução carrolliana, percebe-se que Leibniz julga que a decisão da corte será suprema e que Protágoras perderá o caso, hipótese contemplada pelo último conjuntivo da *Formula* carrolliana, a saber, "a'b' ¶ c'". Com tal pressuposto, Leibniz soluciona o impasse prescrevendo a próxima ação de Protágoras, enquanto a solução de Carroll limitase a elencar as possibilidades lógicas de resolução do caso.

⁴¹ ARTOSI, A; PIERI, B; SARTOR, G. (Eds.). Leibniz: Logico-Philosophical Puzzles in the Law: Philosophical Questions and Perplexing Cases in the Law. New York: Springer, 2013, p. xx-xxii.

5. "On the way to the barber-shop"

Controvérsias sobre a natureza da implicação remontam à Grécia Antiga, especificamente a um famoso debate entre Filo de Megara (*fl.* 300 a.C.), defendendo que a implicação é verdadeira em todos os casos em que o antecedente é falso ou o consequente verdadeiro, mesmo que casualmente, e Diodoro Cronos (*ca.* 405-304 a.C.), defendendo que a relação de implicação entre antecedente e consequente deve possuir um vinculo modal de necessidade (OHRSTROM; HASLE, 1995, p. 19-20)⁴².

Dois milênios depois da controvérsia original, foi "No caminho para a barbearia" (CARROLL, 1986, p. 428-431, tradução nossa)⁴³, um quebra-cabeças carrolliano, que pautou os debates sobre a natureza da implicação que deram luz à interpretação verofuncional de implicação adotada pelos lógicos contemporâneos. Segundo Bartley III (1986, p. 444-445)⁴⁴, essa é uma das mais curiosas anomalias lógicas tratadas por Carroll, que nos deixou oito versões diferentes do problema, tendo gerado uma vasta literatura que o discute, sendo "descrito repetidamente por Boole, Jevons, Venn, John Neville Keynes e outros como 'o problema central da lógica simbólica'" (BARTLEY III, 1986, p. 445, tradução nossa)⁴⁵.

Carroll apresentou o problema através de diferentes histórias ornamentais, mas, segundo o autor, ele surgiu de uma controvérsia entre dois estudantes de lógica no ano de 1893 (CARROLL, 1986, p. 442)⁴⁶, consistindo, em síntese, na seguinte forma:

Dadas três proposições, representadas por A, B e C. Nós temos:

- (1) Se C é verdadeira, segue-se que se A é verdadeira, então B não é verdadeira.
- (2) Se A é verdadeira, então B é verdadeira.

Será que C pode ser verdadeira? (CARROLL, 1986, p. 442, tradução nossa)⁴⁷

Embora não seja um paradoxo lógico genuíno, o ponto que estava em disputa na época era "se duas condicionais, na forma 'se A, então B' e 'se A, então não-B' são compatíveis" (CARROLL, 1986, p. 444, tradução nossa)⁴⁸, fazendo com que seu aspecto paradoxal

⁴² OHRSTROM, P.; HASLE, P. F. V. *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1995, p. 19-20.

⁴³ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁴⁴ BARTLEY III. W. W. "Annotations". In: CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁴⁵ Ibid

⁴⁶ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁴⁷ Ibid.

⁴⁸ Ibid.

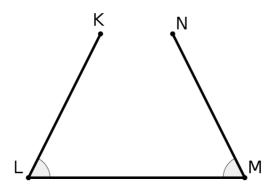
provenha da possível verdade de "C" gerar a aparente contradição entre as implicações "Se A, então não-B" em (1) e "Se A, então B" em (2).

A fim de evitar uma leitura anacrônica, deve-se realizar uma interpretação cuidadosa da questão. O problema expressa em (2) que, em condições normais, "A" implica "B", mas expressa em (1) que, caso "C" seja verdadeira, então "A" implica "não-B". Assim, o cerne consiste em saber se há uma possível proposição "C" cuja verdade faça com que "A", que implica "B", também implique "não-B".

Muitos lógicos do período da álgebra da lógica (BARTLEY III, 1986, p. 449)⁴⁹, incluindo John Cook Wilson (1849-1915), argumentaram que se "A" implica "B", então é um absurdo que "A" também possa implicar "não-B", defendendo ser impossível que haja um caso no qual "C" seja verdadeira e todas as condicionais satisfeitas (CARROLL, 1986, p. 450-462)⁵⁰.

Carroll, por sua vez, argumentou em prol da possível verdade de "C", apresentando um exemplo de caso que visa demonstrar tal possibilidade lógica, contrariando a posição de John Cook Wilson. O exemplo de caso apresentado por Carroll (1986, p. 444)⁵¹ consiste em uma interpretação semântica das proposições "A", "B" e "C" na qual cada proposição expressa certas propriedades associadas a uma figura geométrica composta pelos pontos "K", "L", "M" e "N", pelas linhas "KL", "LM" e "MN", e pelos ângulos "∠KLM" e "∠LMN", assumindo que os dois ângulos sejam iguais do mesmo lado da linha "LM".

Figura 1 – Uma figura aberta



Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em Carroll (1986, p. 444)⁵².

⁴⁹ BARTLEY III. W. W. "Annotations". In: CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁵⁰ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

⁵¹ Ibid.

⁵² Ibid.

Em referência a tal figura geométrica, Carroll (1986, p. 444)⁵³ toma "A" como representando a proposição atômica "Os pontos K e N coincidem de modo que as três linhas formam um triângulo", "B" como representando "Os ângulos ∠KLM e ∠LMN são iguais" e "C" como representando "As linhas KL e MN não são iguais".

Analisando a figura em questão e os dados sobre ela fornecidos em sua apresentação textual, constata-se que a proposição "C" pode ser verdadeira ou falsa, pois não dispomos de informações que sejam suficientes para conhecer o seu valor de verdade, mas reconhecemos que "A" é falsa, dado que trata-se de uma figura aberta na qual os pontos K e N visivelmente não coincidem, e "B" é verdadeira, o que é especificado pela apresentação textual da figura em questão.

Carroll não usou o seu método por subscritos em suas publicações sobre "No caminho para a barbearia" (a leitura proposicional do método só veio a público postumamente), mas seu uso nos ajuda a compreender a abordagem lógica do autor.

Diferente da formalização do problema sob a notação do Cálculo Proposicional Clássico, a saber, " $(C \to (A \to \neg B)) \land (A \to B)$ ", o método por subscritos carrolliano, graças ao uso de símbolos que atuam como constantes para o valor de verdade das proposições, possibilita que o problema seja expresso sob uma *Formula* em que todas as considerações sobre os valores de verdade da apresentação informal originária do problema tenham um correlato em sua forma lógica, dispensando o uso da negação, tal como se segue, onde cada proposição será representada por sua respectiva letra minúscula:

$$(c_1 \P (a_1 \P b_0)) \dagger (a_1 \P b_1)$$

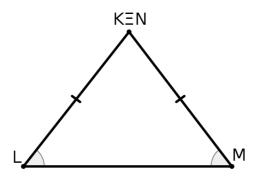
Devido ao caráter hipotético da implicação, a *Formula* acima especifica o valor de verdade da ocorrência de cada proposição tal como suposto às relações condicionais do problema, independente dos valores de verdade reais de cada proposição oriundos da interpretação semântica proposta por Carroll, segundo a qual o valor de "c" é desconhecido, "b" é verdadeira e "a" é falsa, isto é, "c", "b₁" e "a₀".

A relação condicional do segundo conjuntivo da *Formula* acima, a saber, "(a¹ ¶ b¹)", dita que se "a" for verdadeira, então "b" será verdadeira. Sabemos que o consequente "b" é verdadeiro, tal como especificado pela apresentação textual da figura, e que o antecedente "a" é falso, pois a figura obviamente não é um triângulo, mas o caráter hipotético da condicional

⁵³ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

exige que examinemos se a hipótese de verdade do antecedente mantém a verdade do consequente. Sua tradução para a forma concreta, dada a interpretação semântica proposta, expressa que se a figura é um triângulo de modo que os pontos K e N coincidam, então os ângulos \angle KLM e \angle LMN são iguais.

Figura 2 – Triângulo isósceles



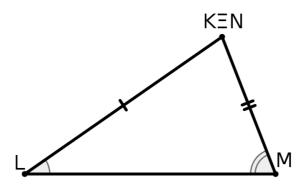
Fonte: Elaborada pelo autor.

Segue-se que, sem qualquer consideração acerca do valor de verdade de "c", a hipótese da verdade de "a" estabelece a verdade de "b", dado que o conhecimento prévio da verdade de "b" nos orienta a compreender a figura como um triângulo isósceles, de modo que os pontos K e N coincidam e os ângulos $\angle KLM$ e $\angle LMN$ sejam iguais, como na figura acima.

Por outro lado, as relações condicionais expressas pelo primeiro conjuntivo da *Formula*, a saber, "(c1 ¶ (a1 ¶ b0))", ditam que se "c" for verdadeira, então se "a" for verdadeira, "b" será falsa. Isto é, assumindo a verdade de "c", segue-se que se "a" for verdadeira, então "b" será falsa. Sabemos que não é o caso que "a" seja verdadeira e "b" falsa, mas isto não está em questão, e sim se, supondo a verdade de "c", a hipótese da verdade de "a" implica a falsidade de "b".

Ao supormos a verdade de "a", isto é, que os pontos K e N coincidam de modo que a figura seja um triângulo, a proposição "b" só é verdadeira, isto é, os ângulos ∠KLM e ∠LMN só são iguais, caso as linhas KL e MN também sejam iguais, como na figura 2, justamente o que é negado por "c", cuja verdade foi previamente assumida, a saber, que as linhas KL e MN não são iguais. Segue-se que se supormos a verdade de "c" e "a", então os ângulos ∠KLM e ∠LMN precisam ser distintos, isto é, "b" precisa ser falsa, tal como exemplificado pela figura abaixo.

Figura 3 – Triângulo com linhas KL e MN tendo tamanhos distintos



Fonte: Elaborada pelo autor.

A interpretação semântica proposta por Carroll não especifica o valor de verdade de "C", mas dita que "B" é verdadeira e "A" é falsa, lembrando que seu objetivo consiste em demonstrar que "A implica B" é compatível com "A implica não-B". A condicional "Se A, então B" é satisfeita supondo apenas os dados extraídos da figura e de sua apresentação textual, enquanto a condicional "Se A, então não-B" é satisfeita quando acrescentamos a esses dados a hipótese da verdade de "C". Segue-se que a suposta verdade de "C" faz com que a proposição "A", que implica "B", passe a implicar "não-B".

O exemplo carrolliano, assumindo a falsidade de "A", satisfaz todas as condicionais do problema e, embora não seja reivindicada, a possível verdade de "C" é plenamente assegurada.

"No caminho para a barbearia" já não é paradoxal para a lógica contemporânea, dada a atual noção de implicação, onde a formalização do problema sob a notação do Cálculo Proposicional Clássico, a saber, " $(C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)) \land (A \rightarrow B)$ ", consiste em uma fórmula contingente, verdadeira nos casos em que "C" é verdadeira e "A" é falsa. Inclusive Bertrand Russell (1872-1970) cita o quebra-cabeças carrolliano em uma nota de rodapé da obra "The Principles of Mathematics" (1938, p. 18)⁵⁴, esclarecendo que a noção verofuncional que adota para os condicionais lógicos dissolve o problema na medida em que não só permite, mas exige que "A implique B" e "A implique não-B" sejam simultaneamente verdadeiras quando "A" é falsa.

Assim, nos mesmos moldes da noção verofuncional adotada pelos lógicos contemporâneos, a interpretação semântica proposta por Carroll satisfaz todas as condicionais do problema, onde a implicação " $A \rightarrow \neg B$ " é verdadeira tendo o antecedente e o consequente

⁵⁴ RUSSELL, B. The Principles of Mathematics. Abingdon, Inglaterra: Routledge Classics, 2010, p. 18.

falsos, a implicação "C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)" é verdadeira independente do valor de verdade do antecedente -tendo o consequente verdadeiro, e a implicação "(A \rightarrow B)" é verdadeira graças à falsidade do antecedente.

Embora o exemplo de Carroll colida com a noção verofuncional de implicação adotada pelos lógicos contemporâneos, ele não aceita explicitamente que " $A \rightarrow \neg B$ " e " $A \rightarrow B$ " seja derivável de todos os casos nos quais "A" é falsa (como o faz Bertrand Russell), tendo defendido apenas um exemplo específico de tal consistência, cuidadosamente ancorado sobre um caso no qual "A" é falsa, mas sua hipótese de verdade é compatível com "B" e " $\neg B$ ". Apesar de não ter defendido a concepção verofuncional da noção de implicação adotada pelos lógicos contemporâneos *stricto sensu*, seu exemplo contempla todos os casos de valores de verdade do antecedente e consequente nos quais a implicação pode ser verdadeira, estando em plena sintonia com a noção contemporânea.

6. Considerações finais

Dada a apresentação do método por subscritos carrolliano, propedêutica à análise dos paradoxos, percebe-se que, diferente de Frege (1879), que parte do cálculo proposicional e acrescenta uma teoria da quantificação, isto é, "um método para simbolizar e exibir rigorosamente as inferências cuja validade depende de expressões como 'todos' ou 'alguns', 'qualquer' ou 'cada um', 'nada' ou 'nenhum'" (KENNY, 1999, p. 438)⁵⁵, Carroll prioriza a lógica silogística na criação de seu método por subscritos, apenas acrescentando a possibilidade de uma leitura proposicional à mesma notação, plasticidade comum aos lógicos do período. Priorizar a silogística em detrimento da lógica proposicional é um reflexo de seu tempo, onde, apesar dos avanços dos algebristas, o legado da lógica aristotélica ainda era muito influente.

A análise do primeiro paradoxo, chamado "Pseudomenos", sugere que Carroll, com uma abordagem mais simples, chegou à mesma solução derivada da teoria de hierarquias entre linguagens e metalinguagens de Tarski, a saber, que a proposição "Eu estou dizendo uma mentira" não pode, necessariamente, referir-se a si mesma como seu próprio assunto.

A análise do segundo paradoxo, chamado "Antistrephon", apresenta uma possível formalização para a solução carrolliana, segundo a qual o paradoxo consiste em um excesso

⁵⁵ KENNY, A. *História Concisa da Filosofia Ocidental*. Tradução de Desidério Murcho, Fernando Martinho, Maria José Figueiredo, Pedro Santos e Rui Cabral. Lisboa: Temas e Debates — Actividades Editoriais, 1999, p. 438.

de regras. Percebe-se que a solução de Leibniz para tal paradoxo parte da suposição de uma das possibilidades levantadas por Carroll.

Por sua vez, o exame do terceiro paradoxo, chamado "On the Way to the Barbershop", único paradoxo original analisado, levou ao reconhecimento de uma importante contribuição carrolliana para o desenvolvimento da noção lógica de implicação, sendo o diagnóstico de um problema central para a lógica simbólica, onde Carroll parece antecipar a noção que veio a ser adotada pelos lógicos contemporâneos.

O presente trabalho limitou-se ao exame de três dos treze paradoxos que receberam tratamento lógico de Lewis Carroll na obra "Symbolic Logic" (1986, p. 423-475)⁵⁶. Dada a importância que os paradoxos desempenharam no período, a continuação lógica deste trabalho consiste na análise dos demais paradoxos, a fim de esclarecer os pormenores do desenvolvimento lógico que estava ocorrendo no período e conhecer as importantes marcas deixadas por Lewis Carroll na história da lógica.

Referências

ARTOSI, A; PIERI, B; SARTOR, G. (Eds.). **Leibniz: Logico-Philosophical Puzzles in the Law**: Philosophical Questions and Perplexing Cases in the Law. New York: Springer, 2013. p. xx-xxii.

BARTLEY III. W. W. Annotations. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

BEALL, J; GLANZBERG. M; RIPLEY, D. Liar Paradox. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 12 Dez. 2016. Disponível em: https://plato.stanford.edu/entries/liar-paradox/#TarsHierLang. Acesso em: 3 set, 2017.

BOOLE, G. **An Investigation of the Laws of Thought**: on which are founded: TheMathematical Theories of Logic and Probabilities. Cambridge: McMillan and Co., 1854. 425 p.

CARROLL, L. **Alice**: edição comentada. Introdução e Notas: Martin Gardner. Trad. Maria Luiza Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002.

CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Part 1 -Elementary. Londres: MacMillan and Co., 1896. 188 p.

CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

⁵⁶ CARROLL, L. *Symbolic Logic: Lewis Carroll's*. 6 ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986, 514 p.

CARROLL, L. The Game of Logic. 2 ed. London: MacMillan and Co., 1887.

FREGE, G. **Begriffsschrift**: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle, Alemanha: Louis Nebert, 1879. 89 p.

GABBAY, D.M.; GUENTHNER, F. (Eds.). **Handbook of Philosophical Logic**: Volume 6. 2 ed. New York: Springer, 2002. p. 12.

KENNY, A. **História Concisa da Filosofia Ocidental**. Tradução de Desidério Murcho, Fernando Martinho, Maria José Figueiredo, Pedro Santos e Rui Cabral. Lisboa: Temas e Debates — Actividades Editoriais, 1999. p. 438.

LINDEMANN, J. L. **A Lógica de Lewis Carroll**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2017. 121 p.

McGRATH, M. Propositions. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 20 Jun. 2012. Disponível em: http://plato.stanford.edu/entries/propositions/>. Acesso em: 28 ago, 2017.

MONTOITO, R. **Chá com Lewis Carroll**: a matemática por trás da literatura. Jundiaí: Paco Editorial, 2011.

OHRSTROM, P.; HASLE, P. F. V. **Temporal Logic**: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1995. p. 19-20.

RUSSELL, B. **The Principles of Mathematics**. Abingdon, Inglaterra: Routledge Classics, 2010. p. 18.

SAUTTER, F. **Lewis Carroll e a pré-história das árvores de refutação**. In. SAUTTER, F. T. & FEITOSA, H. de A. (Eds.). Lógica: teoria e reflexões. Coleção CLE. Campinas, 2004.

SMULLYAN, R. M. Languages in Which Self Reference is Possible. In: **The Journal of Symbolic Logic**. Cambridge, v. 22, n. 1, p. 55-67. mar. 1957.

THE JOY OF LOGIC. Direção: Catherine Gale. 59 min, [S.I.]: BBC, 2013. Disponível em http://www.dailymotion.com/video/x1a6ogd_the-joy-of-logic_tech. Acesso em: 03 set. 2017.

ARTIGO 2: ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN¹

CARROLL-SMULLYAN TREES

Resumo: A tese aqui sustentada é de que as ideias básicas que caracterizam o popular método

de árvores de Smullyan já se encontravam no método de árvores de Lewis Carroll. O presente

trabalho reconstrói o desenvolvimento dos métodos de árvores, apresenta as principais

inovações da lógica carrolliana, expõe o método de árvores de Carroll e examina a relação de

suas principais características com as do método de Smullyan. Conclui-se que o método

deveria ser conhecido como árvores de Carroll-Smullyan.

Palavras-chave: Lewis Carroll; Smullyan; Método de Árvores; Árvores de Smullyan; Tablô

Analítico.

Abstract: The thesis supported here is that the basic ideas that characterize the popular

method of Smullyan trees were already in the tree method of Lewis Carroll. The present work

reconstructs the development of the tree methods, presents the main innovations of Carrollian

logic, exposes the tree method of Carroll and examines the relationship of its main features to

the main features of the Smullyan method. We conclude that the method should be known as

Carroll-Smullyan trees.

Key-words: Lewis Carroll; Smullyan; Method of Trees; Smullyan Trees; Analytic Tableaux.

Introdução

O tablô analítico de Smullyan (2009), conhecido como árvores de Smullyan, é um

método de prova por refutação muito popular, usado para verificar a consistência ou

inconsistência de um conjunto de fórmulas; a verdade lógica, falsidade lógica ou contingência

de uma fórmula; assim como a consequência lógica ou não de uma fórmula a partir de um

conjunto de fórmulas².

Pela estreita relação das árvores de Smullyan com o método de conjuntos-modelo de

Hintikka (1955) e com o método de árvores de Carroll (1986), Anellis (1990, p. 62) defende

que o método deveria ser conhecido como árvores de Dodgson-Hintikka-Smullyan.

Artigo submetido à Dissertatio (2019), aguardando designação.

Devido à sua popularidade, o método de Smullyan (2009) é assumido como previamente conhecido pelo leitor. Para uma introdução ao método, recomenda-se Bondecka-Krzykowska (2005).

Independente da controvérsia em relação ao método de Hintikka, o presente trabalho dedica-se ao exame da relação entre as árvores de Smullyan e Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1883-1898), o célebre autor de "Alice no País das Maravilhas" (2002), que também foi professor de matemática no Christ College, em Oxford, tendo legado contribuições já reconhecidas ao desenvolvimento da lógica (ver seção 2), mas defendemos a atribuição de uma contribuição ainda mais significativa ao autor, a saber, o desenvolvimento, de modo independente e cerca de 50 anos antes, das ideias básicas que caracterizam o núcleo do método de árvores de Smullyan.

A primeira seção apresenta uma visão panorâmica da história do desenvolvimento de métodos de árvores; a segunda seção apresenta a lógica carrolliana, examinando suas inovações em relação ao trabalho de outros lógicos; a terceira seção apresenta e examina o método de árvores de Carroll, com exemplos de sua aplicação; a quarta seção reconstrói os exemplos da seção anterior sob o método de árvores de Smullyan; e a quinta seção, por meio do exame das características básicas dos dois métodos e pelo cotejamento dos exemplos, conclui que, embora as árvores carrollianas sejam construídas por um procedimento sintético e não analítico como as de Smullyan, o método carrolliano antecipa todas as outras características que são essenciais ao método de Smullyan.

1. O desenvolvimento de métodos de árvores

Embora Lis (1960) tenha publicado o primeiro artigo sobre tablôs analíticos, os tablôs de Lis não são árvores no sentido de Smullyan, pois não permitem ramificações. Apesar da divisão da árvore em ramos facilitar a visualização das relações lógicas da prova, Smullyan (2009, p. 169-185) também apresentou um sistema de raciocínio linear, baseado no sistema de Craig (1957)³.

As árvores de Smullyan foram usadas pela primeira vez em um manual de lógica para estudantes universitários em 1967, por Jeffrey (2006), que as conheceu através das palestras de Smullyan em Princeton⁴ (ANELLIS, 1990, p. 48), mas o método só recebeu uma exposição sistemática na obra "First Order Logic" de Smullyan (2009), publicada originalmente em 1968, a partir da qual paulatinamente se popularizou.

Na aplicação do método de árvores de Smullyan, sendo restrita à lógica proposicional e quantificacional clássicas, de cada fórmula não atômica se derivam suas subfórmulas

³ Este detalhe é importante porque o método de sublinhar carrolliano, que serviu de base para o desenvolvimento do seu método de árvores, também se desenvolve linearmente (ver seção 2).

⁴ Provavelmente em 1964.

imediatas, fazendo com que as árvores de Smullyan cresçam por meio de procedimentos que satisfazem o *Princípio de Subfórmula*⁵, sendo um procedimento analítico. Nas palavras de Smullyan (2009, p. IX): "No uso que fazemos, o termo 'analítico' aplica-se a todo procedimento de prova que obedece ao princípio de subfórmulas (um procedimento desse tipo perfaz uma 'análise' da fórmula nos seus sucessivos componentes)". Cabe especificar que variantes já foram propostas, não apenas estendendo o método de árvores para lógicas não clássicas (FITTING, 1969), mas também como um procedimento sintético para o cálculo proposicional clássico (URBAŃSKI, 2001).

A criação do método de árvores de Smullyan, como o próprio autor afirma (2009, p. 17), foi baseada no método de tablô semântico de Evert W. Beth (1959), que, por sua vez, é fruto de um desenvolvimento do trabalho original de Gerhard Gentzen (1934), que introduziu os sistemas de prova caracterizados por admitir o *Princípio de Subfórmula* (ANELLIS, 1990, p. 39).

O tablô semântico de Beth usa duas árvores, separando as fórmulas em uma árvore de verdade e uma árvore de falsidade (BETH, 1959, p. 186-190). As dificuldades relativas ao uso de duas árvores por Beth foram o fomento para Smullyan criar o seu método, como relata em uma carta para Anellis: "Quando vi o tablô de Beth eu fiquei imediatamente insatisfeito com o fato de que ele usa duas árvores ao invés de uma (achei confuso [...]), assim eu uso (tal como Hintikka) apenas uma árvore" (SMULLYAN, 1987, tradução nossa).

Dado que o método de conjuntos-modelo de Hintikka (1955) antecipa algumas ideias básicas que caracterizam as árvores de Smullyan, como o uso de apenas uma árvore, sendo inclusive citado por Smullyan na apresentação original de seu método (2009, p. 17), Anellis (1990, p. 62) propõe que o método deveria ser conhecido como árvores de Hintikka-Smullyan. Smullyan argumenta que, embora Hintikka também use apenas uma árvore, "cada um dos seus pontos é um conjunto finito de fórmulas, ao passo que", em seu método, "cada ponto consiste de uma única fórmula" (2009, p. IX).

Independente de tal controvérsia, o presente trabalho dedica-se ao exame de uma proposta ainda mais ousada de Anellis (1990, p. 62): a alegação de que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como árvores de Dodgson-Hintikka-Smullyan.

Utilizar o nome de batismo "Dodgson" ao invés do pseudônimo "Carroll" pode ter sido uma escolha equivocada de Anellis. Diferentes autores (MONTOITO, 2013; GATTEGNO, 1990; COHEN, 1998) sugerem que o nome de batismo era usado em obras

⁵ O *Princípio de Subfórmula* dita que se uma fórmula tem uma demonstração, então deve haver uma demonstração na qual ocorrem apenas suas subfórmulas. Nas árvores de Smullyan aceita-se ϕa como subfórmula de $\forall x \phi x$.

mais sérias, de caráter acadêmico, enquanto o pseudônimo era usado em obras literárias e lúdicas. Embora seja incerto até que ponto o autor tenha mantido tal duplicidade, os seus trabalhos lógicos mais importantes são assinados pelo pseudônimo (CARROLL, 1886, 1986), possivelmente em congruência com a sua posição sobre a natureza da lógica, concebida como uma recreação mental fascinante e útil na detecção de falácias (CARROLL, 1986, p. 43). Portanto, sugerimos que "Árvores de Carroll-Hintikka-Smullyan" é mais adequado.

Lewis Carroll trabalhou no desenvolvimento de seu método de árvores (*method of trees*) até a sua morte, em 1898. Sautter (2004, p. 102) destaca "diversas antecipações de Carroll no desenvolvimento das árvores de refutações", assim como Anellis e Abeles (2016, p. 58, tradução nossa) lhe atribuem "o mais antigo uso moderno de uma árvore de verdade para raciocinar de modo eficiente".

Apesar da possível primazia do método carrolliano, sabe-se que seu trabalho não exerceu influência na obra de Beth, Hintikka ou Smullyan, pois só veio a público com a publicação póstuma de "Symbolic Logic: Part II – Advanced", em 1977, após a compilação de seus manuscritos realizada por William Warren Bartley III (CARROLL, 1986, p. 279-319). Nas palavras de Anellis e Abeles (2016, p. 82, tradução nossa): "O trabalho com árvores de Carroll poderia ser e era, certamente, desconhecido por eles".

2. A lógica carrolliana

Dado que Carroll faleceu enquanto trabalhava no desenvolvimento de seu método de árvores, nenhuma exposição sistemática foi feita, de tal modo que o método só pode ser compreendido de maneira adequada se examinado como o último resultado do projeto lógico do autor.

A lógica carrolliana primária⁷ consiste em uma silogística ampliada por termos negativos, caracterizando-se como uma extensão conservativa⁸ da teoria silogística aristotélica (LINDEMANN, 2017, p. 109-111). A introdução de termos negativos é feita com a noção

A expressão "uso moderno" contrasta com o uso de árvores realizado por Porfírio de Tito (234-304/309) na Antiguidade e Raimundo Lúlio (1232-1315) no Medievo. Embora Anellis e Abelis especifiquem o termo "árvore de verdade" (2016, p. 58), remetendo à diferença entre árvores de verdade e árvores de falsidade, Carroll propôs o mais antigo uso de árvores lógicas em sentido amplo. Para mais informações sobre o desenvolvimento das árvores da falsidade, ver Anellis (1992).

Embora a silogística tenha sido o foco central de seus trabalhos lógicos, Carroll também utiliza uma leitura proposicional do seu sistema de símbolos em seus trabalhos póstumos (CARROLL, 1986, p. 255-257).

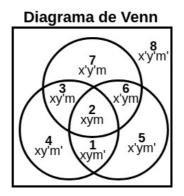
⁸ Isto é, a silogística aristotélica é uma subteoria da silogística carrolliana, mas a silogística carrolliana não prova nenhum novo teorema se limitada à linguagem da silogística aristotélica.

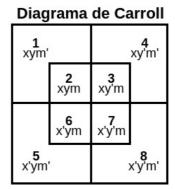
booliana de Universo do Discurso, limitando a interpretação de cada termo negativo ao complemento cósmico de sua contraparte positiva.

As proposições categóricas são reduzidas para três tipos, de modo que as proposições particulares negativas como "Algum x não é y" são consideradas particulares positivas do tipo "Algum x é não-y". Por sua vez, as universais afirmativas são consideradas proposições duplas, de tal modo que "Todo x é y" exprime simultaneamente o conteúdo das proposições "Algum x é y" e "Nenhum x é não-y".

O método diagramático para a resolução de silogismos carrolliano foi originalmente apresentado em "The Game of Logic", publicado em 1886, apenas cinco anos depois da publicação da obra "Symbolic Logic" de Venn (1881). Na esteira do trabalho de Venn, Carroll também utiliza uma forma diagramática básica para a representação de termos, de tal modo que os dois métodos são isomórficos (ver Figura 1¹º), isto é, cada região do diagrama de Venn corresponde a uma região do diagrama de Carroll e vice-versa.

Figura 1 – O Isomorfismo na representação de termos





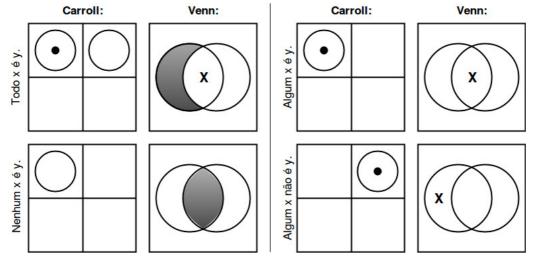
Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim como Venn, Carroll também utiliza marcas distintas para representar o conteúdo das proposições. A Figura 2 apresenta a correspondência entre a representação das quatro proposições categóricas nos dois métodos diagramático, admitindo o pressuposto existencial da universal afirmativa da silogística carrolliana.

⁹ A equivalência lógica entre as duas proposições se dá pela operação de obversão, cuja validade é garantida pela fixação de um universo do discurso bem definido.

¹⁰ A Figura 1 apresenta o diagrama de Venn para três termos ao lado do diagrama de Carroll que lhe é correspondente, chamado Triliteral. As Figuras 1, 2 e 3 já utilizam a notação para termos da silogística carrolliana, introduzida na continuidade desta seção.

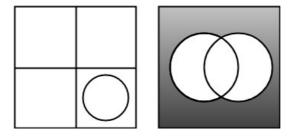
Figura 2-A correspondência na representação de proposições



Fonte: Elaborada pelo autor.

Diferente de Venn, os diagramas de Carroll já foram concebidos tendo em vista a representação de termos negativos. Por exemplo, a representação da proposição "Nenhum não-x é não-y" é feita em um diagrama carrolliano pelo uso de um *contador vazio* situado em sua célula inferior esquerda, enquanto a representação da mesma proposição em um diagrama venniano exige que sua região externa seja sombreada.

Figura 3 – As representações da proposição "Nenhum não-x é não-y"



Fonte: Elaborada pelo autor.

Cabe especificar que, diferente dos diagramas de Venn presentes nas figuras acima, cuja área externa é sempre limitada por um quadrado, Venn não apresenta limites para a área externa de seus diagramas (1881, p. 104-114). Segundo Carroll (1986, p. 242), Venn respondeu à crítica sobre a região faltante dizendo que não via problemas em sombrear a parte externa, resposta que desagradou Carroll, julgando inadequado que uma das regiões do diagrama seja o resto de um plano infinito.

O problema da resposta *ad hoc* de Venn¹¹ não se limita às razões práticas ou estéticas relativas ao esdrúxulo sombreamento de um plano infinito, mas também emerge de razões teóricas. Assim como Carroll, Venn (1894, p. 35) caracteriza os termos de um ponto de vista extensional. Sob tal perspectiva, a extensão de um termo negativo é sempre o complemento da extensão do termo positivo que lhe é respectivo, de tal modo que, sem limitar o Universo do Discurso, o estabelecimento de quais objetos são denotados por termos negativos é problemático, incidindo sobre a noção aristotélica de "nomes indefinidos": "[...] o termo nãohomem não é um nome propriamente dito, mas um nome indefinido, pois é algo de uno que o indefinido significa, [...]" (ARISTÓTELES, 1985, p. 141).

A ausência de limites que definam a extensão do Universo do Discurso não gera problemas apenas para o estabelecimento dos objetos denotados por termos negativos, mas também para o sentido de proposições nas quais termos negativos ocorrem, incidindo sobre a noção kantiana de "juízo indefinido"¹²:

Se digo, por exemplo, que algo é não-A —a alma humana é não mortal, alguns homens são não doutos etc.—, trata-se de um juízo indefinido. Não fica determinado sob que conceito o objeto está contido, além da esfera finita de A, mas unicamente se determina que ele entre numa esfera exterior à de A, o que não é propriamente uma esfera, e sim somente os lindes de uma esfera que se estende ao infinito ou aos próprios confins. (KANT, 2003, p. 207)

Em congruência com Aristóteles e Kant, John Neville Keynes, que propôs um método diagramático apto ao tratamento de termos negativos inspirado nos diagramas de Euler¹³, adverte que não estabelecer um limite ao Universo do Discurso faz com que termos negativos possam ser compreendidos como denotando uma série indefinida ou infinita de objetos, o que levou muitos lógicos à defesa de que termos negativos não possuem significação (KEYNES, 1906. p. 59).

O Universo do Discurso é representado pelas margens externas dos diagramas de Carroll, determinando um limite preciso para a extensão dos termos negativos. Sem uma representação que determine os limites do Universo do Discurso, os diagramas de Venn apresentam uma extensão infinita para termos negativos. Por exemplo, supondo "Animais" como Universo do Discurso, a representação diagramática carrolliana da proposição "Algum não-humano é não-bípede" limita a extensão dos termos "não-humano" e "não-bípede"

¹¹ Dado que, originalmente, Venn (1881) não apresenta tratamento para termos negativos.

¹² A noção de "juízo indefinido" do "Manual dos cursos de Lógica Geral" (KANT, 2003) corresponde à noção de "juízo infinito" da "Crítica da Razão Pura" (A72/B97-8).

¹³ Embora Keynes tenha publicado "Studies and Exercises in Formal Logic" originalmente em 1884, o tratamento diagramático para termos negativos só foi adicionado na quarta edição, em 1906, vinte anos depois da publicação de "The Game of Logic" (CARROLL, 1886).

apenas aos animais com ausência das características de humano e bípede, enquanto a representação diagramática venniana da mesma proposição, sem limitar o Universo do Discurso, permite que pedras sejam instâncias de "não-humano", assim como ventiladores sejam instâncias de "não-bípede".

Curiosamente, outra crítica de Carroll aos diagramas de Venn diz respeito à sua inadequação para sorites¹⁴ (1986, p. 243), pois o maior número de termos gera formas muito complexas e difíceis de desenhar. Embora Moktefi (2013) apresente casos de tratamento diagramático carrolliano para sorites baseado em um manuscrito de Carroll datado de 1892, segundo Abeles (2007, p. 6), o método diagramático foi substituído por um método por subscritos justamente devido à sua inadequação para o tratamento lógico de argumentos complexos, alegação feita com apoio textual do diário de Carroll.

Para apresentar o método por subscritos faz-se *mister* expor o sistema de símbolos utilizado. Embora os trabalhos lógicos de Carroll estivessem em sintonia com seus pares, inclusive trocando correspondências com os maiores lógicos da época (BARTLEY III, 1986, p. 31), Carroll adotou uma notação idiossincrática.

Os termos em língua natural, chamados pelo autor de "forma concreta", devem ser substituídos por seus correlatos em "forma abstrata", representados por letras (CARROLL, 1986, p. 109). A relação entre um termo positivo, representado por uma letra, e seu respectivo termo negativo, representado pela mesma letra acompanhada de um apóstrofe, é dita codivisional. A extensão de dois termos codivisionais esgota o Universo do Discurso suposto ao silogismo.

Os termos codivisionais relativos ao termo médio, representados pela letra "m", são chamados de Eliminados (*Eliminands*), dado que o termo médio é eliminado na conclusão. As outras duas duplas, representadas pelas letras "x" e "y" são chamadas de Retidos (*Retinends*), pois ocorrem (são "retidos") na conclusão.

O sinal "†" representa a conjunção, sendo usado entre as premissas, enquanto "¶" representa a relação de consequência lógica entre premissas e conclusão, devendo ser compreendido como "se for verdade, então prova que".

O número "1" subscrito é usado para representar a não-vacuidade da extensão do(s) termo(s) ao qual está associado, enquanto "0" subscrito é usado para representar a vacuidade, de tal modo que " x_1 " expressa "Algum x existe" e " x_0 " expressa "Nenhum x existe". Proposições que afirmam a não-vacuidade da extensão de seus termos são denominadas de

¹⁴ Lato sensu, sorites é um encadeamento de silogismos.

Entidade (*Entity*), enquanto proposições denominadas de Nulidade (*Nullity*) afirmam a vacuidade (CARROLL, 1986, p. 119).

Segue-se que a Entidade "Algum x é m" deve ser representada como " xm_1 ", assim como, dada a concepção de universais afirmativas como proposições duplas, "Todo x é m" é equivalente a " xm_1 † xm'_0 ". Graças ao limite semântico imposto pelo Universo do Discurso (CARROLL, 1986, p. 121), " xm_1 † xm'_0 " pode ser expresso por " $(x_1m'_0)$ ", isto é, existe um x tal que nenhum x é m', devendo ser escrita na forma compacta " x_1 m' $_0$ ", considerada uma Nulidade. Note que o termo "m" não ocorre nessa forma por subscritos de "Todo x é m", pois sua relação com "x" é expressa pela representação de vacuidade da sua negação, ora, há x e não há xm', logo, há xm.

A tradução de cada proposição para a notação por subscritos, assim como a tradução completa do silogismo, compõe uma Fórmula (*Formula*), por exemplo, o silogismo "Todo x é m. Todo m é y. Logo, todo x é y" é traduzido para a Fórmula "xım'0 † m1y'0 ¶ x1y'0".

A resolução de um silogismo pelo método por subscritos consiste em traduzi-lo para a Fórmula por subscritos adequada e identificar certas características das subfórmulas que a compõe, de tal modo que a Fórmula será enquadrada ou não como pertencente a uma das três Figuras que compreendem as características de todas as Fórmulas válidas.

Além das noções supracitadas, isto é, termos Eliminados, termos Retidos, Entidades e Nulidades, as noções de termos Semelhantes (*Like*), aplicada quando um certo termo ocorre duas vezes como positivo ou duas vezes como negativo, e termos Dessemelhantes (*Unlike*)¹⁵, aplicada quando o termo ocorre uma vez como positivo e outra como negativo, também são utilizadas.

O silogismo supracitado, "x1m'0 † m1y'0 ¶ x1y'0", é identificado como uma Fórmula válida da Figura I. Identificam-se Fórmulas que pertencem à Figura I constatando que duas Nulidades, com Eliminados Dessemelhantes, geram uma Nulidade, onde todos os Retidos são Semelhantes e, caso um Retido tenha sua existência afirmada em uma premissa, também deve ser afirmada na conclusão (CARROLL, 1986, p. 123-124).

Identifica-se Fórmulas que pertencem a Figura II, do tipo "xm₀ † ym₁ ¶ x'y₁", constatando que uma Nulidade e uma Entidade, com Eliminados Semelhantes, geram uma Entidade, onde o Retido da Nulidade é Dessemelhante (CARROLL, 1986, p. 124-125).

¹⁵ A tradução da terminologia carrolliana adotada neste trabalho foi proposta por Sautter (2004, p. 91-103). A noção de termos Semelhantes e Dessemelhantes também é usada por Ladd (1883).

Identificam-se Fórmulas que pertencem a Figura III, do tipo "xm₀ † m₁y₀ ¶ x'y'₁", constatando que duas Nulidades, com Eliminados Semelhantes, geram uma Entidade, onde os dois Retidos são Dessemelhantes (CARROLL, 1986, p. 125-126).

Apesar da tradição reconhecer uma Quarta Figura, Aristóteles havia reconhecido apenas três, como o fez Carroll. Rescher (1966) sugere duas hipóteses para explicar a ausência da Quarta Figura nos "Analíticos Anteriores" (ARISTÓTELES, 1986). A primeira hipótese relaciona cada Figura com um modo pelo qual o termo médio pode estar extensionalmente relacionado com os outros termos, a saber, (1) sendo maior em extensão em uma premissa e menor na outra, (2) sendo maior em ambas ou (3) menor em ambas (RESCHER, 1966, p. 22-23). A segunda hipótese recorre à posição ocupada pelo termo médio, que pode ser (1) sujeito em uma premissa e predicado na outra, (2) ser predicado em ambas ou (3) ser sujeito em ambas (RESCHER, 1966, p. 25-27).

Independente da razão pela qual Aristóteles reconhece apenas três Figuras, Carroll, embora não tenha explicitado, reconhece apenas três Figuras pelo fato de que elas esgotam todas as características possíveis às Fórmulas válidas. Lembrando que as Fórmulas por subscritos das universais afirmativas e das universais negativas são Nulidades, segue-se que toda Fórmula válida precisa ser composta por duas Nulidades que geram uma Nulidade (Figura I), ou duas Nulidades que geram uma Entidade (Figura III) ou uma Nulidade e uma Entidade que geram uma Entidade (Figura II); dado que duas premissas particulares não geram conclusão e que se uma premissa for particular, então a conclusão deve ser particular (portanto uma Nulidade e uma Entidade não podem gerar uma Nulidade).

Embora usem a mesma quantidade de Figuras, cabe especificar que as Figuras aristotélicas e carrollianas não são correspondentes entre si. Por exemplo, o modo válido Darii da Primeira Figura corresponde a silogismos válidos da Figura II carrolliana (ver Tabela 1).

Uma curiosidade entre a correspondência entre Figuras ocorre no modo Bramantip da Quarta Figura silogística, cuja Fórmula, a saber, "yım'0 † mıx'0 ¶ xyı", não corresponde a qualquer Figura carrolliana. Tal anomalia se explica pela concepção de falácia defendida por Carroll, mais especificamente à noção de "Falácia da Conclusão Defeituosa" (CARROLL, 1887, p. 34, tradução nossa), isto é, uma espécie de falácia na qual se deriva uma conclusão válida mais fraca do que a conclusão válida mais forte que poderia ser obtida das premissas.

Das premissas "yım'0 † mıx'0" de Bramantip não se obtém apenas "xyı", mas também "yxı†yx'0", ou, em forma abreviada, "yıx'0", isto é, "Todo y é x". Ao substituirmos a conclusão fraca pela forte, obtemos a Fórmula "yım'0 † mıx'0 ¶ yıx'0", reconhecida como uma

Fórmula válida da Figura I. O mesmo procedimento é necessário para que a validade de todos os modos enfraquecidos seja reconhecida.

Embora Carroll afirme que a conclusão fraca "pode ser uma parte da conclusão correta e, em um sentido tão distante quanto possível, inteiramente correta" (CARROLL, 1887, p. 34, tradução nossa), sua noção de Falácia da Conclusão Defeituosa é errônea. A conclusão fraca não é apenas válida, mas, em certos contextos, desejável, como defende Sautter (2015, p. 20): "Para um ator de uma disputa racional é vantajoso extrair de suas premissas as conclusões legítimas mais fracas possíveis, pois isso minimiza os riscos de seu conjunto de teses mostrar-se inconsistente".

Tabela 1 – Correspondência entre Figuras aristotélicas e carrollianas

	Modo Concludente	Fórmula por subscritos	Figura carrolliana		
1ª Figura	BARBARA	m1y'0 † x1m'0¶ x1y'0	I		
	CELARENT	my0† x1m'0¶ xy0	I		
	DARII	m1y'0 † xm1¶ xy1	II		
	FERIO	my0 † xm1¶ xy'1	II		
2ª Figura	CESARE	ym0† x1m'0¶ xy0	I		
	CAMESTRES	y1m'0† xm0¶ xy0	I		
	FESTINO	ym0 † xm1¶ xy'1	II		
	BAROCO	y1m'0† xm'1¶ xy'1	II		
3ª Figura	DARAPTI	m1y'0 † m1x'0 ¶ xy1	III		
	FELAPTON	my0 † m1x'0¶ xy'1	III		
	DISAMIS	my1 † m1x'0¶ xy1	II		
	DATISI	m1y'0 † mx1¶ xy1	II		
	BOCARDO	my'1 † m1x'0¶ xy'1	II		
	FERISON	my0 † mx1¶ xy'1	II		
4ª Figura	BRAMANTIP	yım'0† mıx'0¶ xyı	I (¶ y1x'0)		
	CAMENES	y1m'0 † mx0¶ xy0	I		
	DIMARIS	ym1 † m1x'0¶ xy1	II		
	FESAPO	ym0† m1x'0¶ xy'1	III		
	FRESISON	ym0 † mx1¶ xy'1	II		

Fonte: Elaborada pelo autor.

As noções de Nulidade e Entidade de Carroll guardam semelhanças, respectivamente, com as noções de termos distribuídos e não distribuídos da *Doutrina da Distribuição de Termos* de Jean Buridan (1300-1358). Considerando um termo como distribuído se a proposição na qual ocorre faz uma afirmação sobre a totalidade de sua extensão¹⁶ (GENSLER, 2010, p. 356), Buridan elenca cláusulas sobre a ocorrência de termos distribuídos para o reconhecimento da validade de silogismos. Carroll não reconhece particulares negativas, mas, de modo semelhante, considera as universais afirmativas e negativas como Nulidades e as particulares como Entidades.

Gensler (2010, p. 9-12), utilizando a noção de termos distribuídos de Buridan, identifica uma nova característica dos termos como base para o seu método de resolução de silogismos, chamado de *teste estrela*: Todo termo distribuído nas premissas é estrela e todo termo não distribuído na conclusão é estrela. Um silogismo é válido se cada termo é estrela apenas uma vez e há apenas um termo predicado que seja estrela.

Embora as noções de Nulidade e distribuição sejam diferentes, pois Carroll aplica sua noção a proposições, enquanto Buridan e Gensler aplicam a noção de distribuição sobre termos, em todos os casos, a identificação de tais noções é a chave para a resolução de silogismos.

O método carrolliano também mantém relação com o método de decisão para a silogística de Christine Ladd, chamado "Antilogismo" (LADD, 1883), um método por refutação que, utilizando as noções de termos Semelhantes e Dessemelhantes, tal como usadas por Carroll, "apresenta, em termos algébricos, uma única "forma válida", que abarca todos os casos nos quais não se requer pressuposição existencial dos termos envolvidos" (SAUTTER, 2018, p. 85).

Em relação aos sorites, Carroll não estabelece quais letras devem representar os termos Eliminados e Retidos em forma abstrata, iniciando a representação pela letra "a" e se estendendo pelo alfabeto até a quantidade de letras necessária para todos os termos, propondo o chamado "método de sublinhar" (1986, p. 138-139, tradução nossa), uma espécie de extensão do método por subscritos que consiste em um método de raciocínio linear. O método se limita aos sorites cujas premissas sejam Nulidades e se espera obter uma conclusão que também seja uma Nulidade.

A decisão de priorizar o tratamento lógico para sorites com essa restrição se explica pelo fato de que ela já amplia muito a quantidade de argumentos válidos que eram

¹⁶ A saber, o termo sujeito das universais afirmativas, os dois termos das universais negativas e o termo predicado das particulares negativas são distribuídos, não havendo termos distribuídos nas particulares afirmativas.

reconhecidos pelos métodos disponíveis em sua época, como afirma Carroll (1986, p. 250, tradução nossa):

Quanto aos Sorites, as únicas duas formas reconhecidas pelos livros didáticos são a Aristotélica, cujas premissas são uma série de proposições em A, dispostas de tal modo que o Predicado de cada uma é o Sujeito da próxima, e a Gocleniana, cujas premissas são séries muito iguais [às aristotélicas], escritas ao contrário.

A "forma Gocleniana" citada por Carroll é atribuída ao filósofo escolástico Rudolph Goclenius (1547-1628). Embora Goclenius tenha legado sua notável contribuição à lógica pela descoberta de que a inversão da ordem das premissas não afeta a força de um silogismo, aplicando sua descoberta aos sorites, a sua abordagem, tal como a aristotélica, exige uma certa ordenação entre as premissas e se limita a sorites cujas premissas sejam universais afirmativas. Além de não exigir qualquer ordenação entre as premissas, a abordagem carrolliana, apesar de restrita, também permite que as premissas sejam universais negativas. Uma proposta generalizada já foi apresentada por Simons (1988), baseado no método carrolliano, mas com acréscimos derivados da lógica de Jevons e de Brentano.

O primeiro passo da aplicação do método de sublinhar consiste na identificação dos termos que serão Retidos na conclusão do sorites. Enquanto a maior parte dos termos ocorre na forma positiva e negativa em diferentes premissas, os termos Retidos são identificados por ocorrerem apenas em uma forma, que deve ser mantida na conclusão.

Considerando cada premissa como uma Fórmula isolada, a única regra utilizada é a derivação de uma nova Fórmula a partir de outras duas quaisquer, de acordo com as exigências da Figura I, isto é, duas Nulidades, com Eliminados Dessemelhantes, geram uma Nulidade, onde todos os Retidos são Semelhantes. Logo, para que duas Fórmulas sejam aptas à derivação de uma terceira, é necessário que ambas contenham um termo que deve ocorrer na forma positiva em uma e negativa na outra, que será sublinhado (underscoring), sendo considerado como o termo médio da derivação (CARROLL, 1986, p.).

A Fórmula derivada é um Nulidade que agrega os outros dois termos, lembrando que se a existência de um deles é afirmada em uma premissa, então também deve ser afirmada na Fórmula derivada. Quando não houver mais Fórmulas a serem derivadas, a Fórmula resultante é tomada como conclusão do sorites.

A introdução da noção de "termo sublinhado" evita possíveis equívocos, compreendendo todos os termos Eliminados ao término do sorites, dado que, mesmo que um

termo atue como Retido em uma derivação, a Fórmula derivada pode atuar como premissa para uma nova derivação, na qual o mesmo termo pode ser Eliminado.

Como exemplo de aplicação, vamos supor o seguinte conjunto de premissas¹⁷:

$$b'_{1}a_{0} \dagger de'_{0} \dagger h_{1}b_{0} \dagger ce_{0} \dagger d'_{1}a'_{0}$$

O primeira passo consiste em descobrir quais termos são sempre Retidos, isto é, aqueles que ocorrem apenas na forma positiva ou apenas na forma negativa, identificados no exemplo como "c" e "h", ambos ocorrendo apenas na forma positiva. Segue-se a aplicação do método:

- **1.** b'_1a_0 -Premissa
- **2.** de'₀ -Premissa
- $3. h_1b_0$ -Premissa
- **4.** ce₀ -Premissa
- **5.** d'₁a'₀ -Premissa
- **6.** e'a'₀ -2,5: <u>d</u>
- **7.** b'₁e'₀ -1,6: <u>a</u>
- **8.** b'₁c₀ -4,7: e
- \therefore **9.** h_1c_0 -3,8: **b**

A aplicação do método pode começar a partir de qualquer dupla de Fórmulas aptas à derivação de uma terceira de acordo com as regras da Figura I (CARROLL, 1986, p. 140). Por exemplo, o mesmo resultado acima poderia ser obtido derivando " h_1a_0 " das premissas 1 e 3, " dc_0 " das premissas 4 e 2, "a' c_0 " de " dc_0 " e da premissa 5, obtendo a conclusão a partir de " h_1a_0 " e "a' c_0 ". As duas opções apresentadas esgotam a possibilidade de derivações respeitando as regras da Figura I.

Capturando o espírito da álgebra da lógica do período histórico no qual as obras de Carroll se situam, Pogonowski (2009), supondo a tese da verdade por vacuidade, apresenta uma interpretação em teoria dos conjuntos para o método carrolliano.

A tese da verdade por vacuidade das universais afirmativas é lugar comum entre os lógicos contemporâneos, para os quais "Todo A é B" é comumente formalizada como " $\forall x(Ax \rightarrow Bx)$ ", mas este ainda era um ponto controverso entre os lógicos do século XIX, de

¹⁷ Respectivamente: Todo não-b é não-a; Nenhum d é não-e; Todo h é não-b; Nenhum c é e; Todo não-d é a.

tal modo que, dado o pressuposto existencial reivindicado por Carroll, Lindemann (2017, p. 63-72) defende que a interpretação sintático-existencial (FERREIRA, 2014, p. 211) expressa a maneira correta pela qual as proposições da lógica carrolliana devem ser formalizadas, isto é, "Todo A é B" deve ser formalizado como " $\forall x(Ax \rightarrow Bx) \land \exists xAx$ ".

Embora Carroll explicite que atribui às universais afirmativas o mesmo pressuposto existencial das particulares, pois considera que toda universal afirmativa contém uma particular (1986, p. 233), a Fórmula por subscritos das universais afirmativas, por exemplo, " $(a_1b')_0$ ", ao ser concebida como uma Nulidade, também abre margem para uma interpretação alternativa, podendo ser formalizada como " $\neg\exists x(Ax \land \neg Bx)$ ". Inclusive Pogonowski afirma que Carroll estava revendo sua posição, afirmando que "mais tarde ele pareceu aceitar que esse pressuposto não é de todo necessário" (2009, p. 2, tradução nossa). De fato Carroll (1986, p. 232, tradução nossa) pareceu aceitar sua possibilidade:

E assim, no que diz respeito à questão de saber se uma Proposição é ou não para ser entendida como afirmando a existência de seu Sujeito, eu afirmo que todo escritor pode adotar sua própria regra, desde que, é claro, seja consistente consigo mesmo e com os fatos aceitos da Lógica. ¹⁸

Independente da posição carrolliana, a interpretação em teoria dos conjuntos de Pogonowski, em consonância com a lógica contemporânea, supõe a verdade por vacuidade, usando a notação padrão da teoria dos conjuntos e assumindo que o complemento de um conjunto A (em um dado universo U) é denotado por A', aos moldes da notação carrolliana.

O correspondente de " x_0 " é " $X=\varnothing$ " e de " x_1 " é " $X\ne\varnothing$ ", enquanto " xy_0 " corresponde a " $X\cap Y=\varnothing$ " e " xy_1 " corresponde a " $X\cap Y\ne\varnothing$ ". "Todo A é B" corresponde a " $A\subseteq B$ ", devendo ser traduzida para a forma geral negativa " $A\cap B'=\varnothing$ ". A regra de derivação relativa à Figura I é expressa pelo símbolo " \bigstar ", de tal modo que: (\bigstar) ($A\cap C=\varnothing \land B\cap C'=\varnothing$) \to $A\cap B=\varnothing$.

Supondo o mesmo exemplo de aplicação anterior, a saber, "b'₁a₀ † de'₀ † h_1b_0 † ce_0 † $d'_1a'_0$ ¶ h_1c_0 ", Pogonowski (2009, p. 74-75) oferece a reconstrução abaixo.

¹⁸ A concepção semântica defendida por Carroll assemelha-se à expressa pelo personagem Humpty Dumpty, em "Alice através do espelho": "'Quando eu uso uma palavra', disse Humpty Dumpty num tom bastante desdenhoso, 'ela significa exatamente o que quero que signifique: nem mais nem menos'" (CARROLL, 2002, p. 204).

1.	$A \cap B' = \emptyset$	Premissa		
2.	$D \cap E' = \emptyset$	Premissa		
3.	$H \cap B = \emptyset$	Premissa		
4.	$C \cap E = \emptyset$	Premissa		
5.	$D' \cap A' = \emptyset$	Premissa		
6.	A' ∩ E' = Ø	(★): 2,5, D		
7.	B' ∩ E' = Ø	(★): 1,6, A		
8.	B' ∩ C = Ø	(★): 4,7, E		
9.	C ∩ H = Ø	(★): 3,8, B		

Enquanto Carroll conclui " h_1c_0 ", isto é, "Todo h é $n\~ao-c$ ", Pogonowski conclui " $C \cap H = \emptyset$ ", isto é, "Nenhum h é c". Segundo o pressuposto existencial e a concepção de falácia defendidos por Carroll, sua conclusão não é apenas mais forte, mas a conclusão de Pogonowski também é falaciosa. Na solução de Pogonowski, sem o pressuposto existencial, as duas conclusões são equivalentes.

3. O método de árvores carrolliano

Inicialmente Carroll buscou expandir o método de sublinhar para sorites mais complexos, compostos por premissas triliterais ou multiliterais, isto é, proposições com três ou mais termos, inclusive apresentando novas Figuras (1986, p. 257-260), até finalmente encontrar uma nova abordagem: o método de árvores. Sua descoberta é registrada em seu diário com grande entusiasmo, em 16 de julho de 1894, como "muito mais curto que o método [de sublinhar] que vinha empregando até agora" (CARROLL, 1986, p. 279, tradução nossa). O batismo do método também é justificado:

Se for objetado que o nome "Árvore" é uma designação errônea, minha resposta será que estou apenas seguindo o exemplo de todos os escritores de Genealogia. Uma "Árvore" Genealógica sempre cresce para baixo: então por que uma "Árvore" Lógica não pode proceder do mesmo modo? (CARROLL, 1986, p. 279, tradução nossa).

O novo método utiliza a mesma notação idiossincrática do método por subscritos, tendo seu funcionamento descrito da seguinte forma (CARROLL, 1986, p. 280, tradução nossa):

[...] começamos supondo, argumenti gratia, que o agregado dos Retidos (que desejamos provar ser uma Nulidade) é uma Entidade, deste suposto deduzimos um determinado resultado: mostramos que esse resultado é absurdo e disto inferimos que nosso suposto inicial era falso, isto é, que o agregado dos Retidos é uma Nulidade.

Retomando o conjunto de premissas usado para exemplificar o método de sublinhar na seção anterior, isto é, "b'₁a₀ † de'₀ † h_1b_0 † ce_0 † $d'_1a'_0$ ", segue a sua resolução pelo método de árvores (CARROLL, 1986, p. 284, tradução nossa):

ch	É possível que ch seja uma Entidade, isto é, existe algo que tenha os atributos c e h .
3,4. e'b'	Então, pelas premissas 4 e 3, essa coisa existente também deve ter os atributos e' e b' .
1,2. d'a'	Então, pelas premissas 2 e 1, essa coisa existente também deve ter os atributos <i>d'</i> e <i>a'</i> : o agregado <i>che'b'd'a'</i> deve ser uma Entidade.
5. 🔾	Agora, pela premissa 5, este agregado (<i>che'b'd'a'</i>) é uma Nulidade (pois contém o agregado <i>d'a'</i> , o qual sabemos, pela premissa 5, que é uma Nulidade).
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	(Este resultado, que <i>che'b'd'a'</i> é tanto uma Entidade como uma Nulidade, é absurdo. Então nossa suposição inicial é falsa). Portando, <i>ch</i> é uma Nulidade. Também sabemos que existe h, logo, "Todos os h são c'".

Dada a suposição inicial para refutação, o método de árvores deriva o resultado absurdo almejado com três passos, permitindo que a conclusão seja inferida, em um quarto passo, a partir de tal resultado, enquanto a conclusão do mesmo sorites é obtida diretamente no quarto passo da aplicação do método de sublinhar¹⁹. Embora os métodos se mostrem equivalentes quando aplicados a sorites com premissas biliterais, as vantagens do método de árvores se evidenciam quando aplicado a sorites com premissas triliterais ou multiliterais, isto é, premissas com três ou mais termos.

O método de árvores aplicado a sorites com premissas triliterais ou multiliterais exige que Carroll (1986, p. 285-287) introduza a noção de ramos separados na construção da árvore. Por exemplo, se "a" é suposto como Entidade para a resolução de um sorites no qual uma das premissas é "abc₀", então a árvore precisa ser dividida em dois ramos, um supondo a existência de "b'" e o outro de "c'". Visto que a premissa "abc₀" expressa que não existe nenhuma coisa com os atributos *abc*, mas sabemos que existe algo com o atributo *a*. Logo, ou *a* possuí o atributo *b*′ (independente de também possuir o atributo *c* ou *c*′), ou *a* possuí o

¹⁹ Ver Seção 2.

atributo c' (independente de também possuir o atributo b ou b'). Assim como nas árvores de Smullyan, todos os ramos devem ser fechados, ou seja, produzir um absurdo, para refutar a suposição que origina a árvore.

Para exemplificar o método de árvores carrolliano aplicado a sorites com premissas multiliterais, utilizemos "O Problema dos Porcos e Balões" (CARROLL, 1986, p. 378-380), com as seguintes premissas:

- **1.** Todos, que nem dançam na corda bamba nem comem brioches, são velhos.
- 2. Os porcos, suscetíveis à vertigem, são tratados com respeito.
- 3. Um balonista sensato leva um guarda-chuva com ele.
- **4.** Ninguém, que deve almoçar em público, parece ridículo e come brioches.
- **5.** As criaturas jovens, que sobem em balões, estão sujeitas à vertigem.
- **6.** Criaturas gordas, que parecem ridículas, podem almoçar em público, desde que elas não dancem na corda bamba.
- 7. Nenhuma criatura sábia dança na corda bamba, se for suscetível à vertigem.
- **8.** Um porco parece ridículo, carregando um guarda-chuva.
- **9.** Todos, que não dançam na corda bamba, e que são tratados com respeito, são gordos.

Dada as premissas acima, Carroll (1986, p. 380) propõe o dicionário de termos em forma abstrata expresso na tabela abaixo, que também especifica a premissa na qual cada termo ocorre em forma positiva ou negativa em suas respectivas Fórmulas por subscritos.

Tabela 2 – Dicionário de termos em forma abstrata

Concreto	Abstrato	Pos.	Neg.	Concreto	Abstrato	Pos.	Neg.
balonista	a	3, 5		parece ridículo	g	4, 6	8
carrega um guarda- chuva	b	8	3	pode almoçar em público	h	4	6
dança na corda bamba	С	7	1, 6, 9	velho	j		1, 5
come brioche	d	4	1	porco	k	2, 8	
gordo	е	6	9	tratado com respeito	1	9	2
suscetível a vertigem	f	2, 7	5	sensato	m	3, 7	

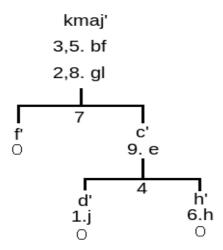
Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em Carroll (1986, p. 380).

Carroll utiliza a forma abstrata h para traduzir de forma literal o seu termo correspondente da premissa 6 ("pode almoçar em público"), mas supõe o *Princípio da Permissão*, também chamado de *Princípio da Consistência Deôntica*, para traduzir o termo correspondente da premissa 4 ("deve almoçar em público"). Em lógica deôntica, tal princípio dita que " $Op \rightarrow \neg O \neg p$ ", isto é, se é obrigatório que p, então não é obrigatório que não p, ou seja, é permitido que p, dado que " $Pp = def \neg O \neg p$ ". Embora "pode almoçar em público" se segue de "deve almoçar em público", a forma abstrata da premissa 4 perde parte do conteúdo expresso em sua forma concreta, pois ela não se refere apenas à permissibilidade de almoçar em público, como também à sua obrigatoriedade.

Supondo tal dicionário de termos, as premissas devem ser traduzidas para as seguintes Fórmulas por subscrito:

- 1. $c'd'_1j'_0$
- 2. $kf_1l'_0$
- 3. ma₁b'₀
- $4. gdh_0$
- 5. j'a₁f'₀
- 6. egc'₁h'₀
- 7. mfc_0
- 8. kb₁g'₀
- 9. c'l₁e'₀

Os termos a, k e m ocorrem apenas em forma positiva, enquanto o termo j ocorre apenas em forma negativa, assim identificados como Retidos, de tal modo que a conclusão almejada corresponde à Nulidade que os agrega, isto é, "kmaj'₀". Logo, a construção da árvore deve começar supondo que "kmaj'" seja uma Entidade, tal como se segue:



Supondo que exista algo com os atributos kmaj', a premissa 3 expressa que não existe nada com os atributos ma que também possua o atributo b', assim como a premissa 5 expressa que não existe nada com os atributos j'a que também possua o atributo f'. Portanto, por 3 e 5, deve existir algo que agrega os atributos kmaj'bf, dado o limite semântico imposto pelo Universo do Discurso.

A premissa 2 expressa que não existe nada com os atributos kf que também possua o atributo l', assim como a premissa 8 expressa que não existe nada com os atributos kb que também possua o atributo g'. Portando, por 2 e 8, deve existir algo que agrega os atributos kmaj'bfgl.

A premissa 7 expressa que não existe nada com os atributos mfc simultaneamente. Sabemos que existe algo com o atributo m. Portanto, por 7, estamos autorizados a assumir que existe algo que também agrega o atributo f' ou agrega o atributo c', dividindo a árvore em dois ramos. O agregado correspondente ao ramo que supõe f', a saber, kmaj'bglf'f, está supondo a existência de algo que possui os atributos f e f' simultaneamente, o que é um absurdo, fechando o ramo. Resta o ramo correspondente ao agregado kmaj'bfglc'.

A premissa 9 expressa que não existe nada com os atributos *c'l* que também possua o atributo *e'*. Portanto, por 9, deve existir algo que agrega os atributos *kmaj'bfglc'e*.

A premissa 4 expressa que não existe nada com os atributos gdh simultaneamente. Sabemos que existe algo com o atributo g. Portanto, por 4, estamos autorizados a assumir que existe algo que também agrega o atributo d' ou agrega o atributo h', dividindo a árvore em dois ramos.

O ramo referente ao atributo d' corresponde ao agregado kmaj'bfglc'ed'. A premissa 1 expressa que não existe nada com os atributos c'd' que também possua o atributo j'. Portanto, por 1, deve existir algo que agrega os atributos kmabfglc'ed'j'j neste ramo. Tal agregado está

supondo a existência de algo que possui os atributos j e j' simultaneamente, o que é um absurdo, fechando o ramo. Resta o ramo correspondente ao agregado kmaj'bfglc'eh'.

A premissa 6 expressa que não existe nada com os atributos egc' que também possua o atributo h'. Portanto, por 6, deve existir algo que agrega os atributos kmaj'bfglc'eh'h. Tal agregado está supondo a existência de algo que possui os atributos h e h' simultaneamente, o que é um absurdo, fechando o último ramo.

Todas as premissas foram usadas para derivação e uma contradição foi encontrada em todos os ramos da árvore, demonstrando que a suposição inicial era falsa, ou seja, não existe nada com os atributos kmaj' simultaneamente. Logo, a Nulidade $kmaj'_0$ é uma conclusão válida para o sorites, isto é, em forma concreta, "Nenhum porco é sensato, balonista e jovem".

Na esteira do trabalho de Pogonowski (2009), segue uma apresentação do método de árvores carrolliano sob uma interpretação conjuntista²⁰:

Definições:

Seja um Universo do Discurso U:

- **1.** (Termo) φ é um termo sse $\zeta(\varphi) \subseteq \mathbb{U}$.
- **2.** (Par codivisional) Para qualquer termo ϕ , há um termo codivisional ψ , tal que $\zeta(\phi) \cap \zeta(\psi) = \emptyset$ e $\zeta(\phi) \cup \zeta(\psi) = \mathbb{U}$. Todo par de termos codivisionais é composto por um termo positivo e um termo negativo²¹. Se ϕ é um termo positivo, seu par codivisional é denotado por ϕ '.
- **3.** (Agregado) Se φ e ψ são termos, $\varphi\psi$ é um termo, é denominado *agregado*, e é tal que $\zeta(\varphi\psi) = \zeta(\varphi) \cap \zeta(\psi)$.
- **4.** (Entidade) Se ϕ é um termo tal que $\zeta(\phi) \neq \emptyset$, então ϕ é denominado *Entidade*, e é denotado por ϕ_1 .
- **5.** (Nulidade) Se φ é um termo tal que $\zeta(\varphi) = \emptyset$, então φ é denominado *Nulidade*, e é denotado por φ_0 .
- **6.** (Fórmula) Φ é uma Fórmula sse Φ é uma Entidade ou uma Nulidade.

²⁰ Onde $\zeta(\varphi)$ denota a extensão de φ .

²¹ Dado um par de termos codivisionais, a escolha de qual será positivo e negativo é arbitrária, embora Carroll sempre adote a escolha mais intuitiva aos termos em forma concreta, por exemplo, "livros" como termo positivo e "não-livros" como negativo.

Observações: $φψ_1$ é uma simplificação notacional para $(φψ)_1$, $φψ_0$ é uma simplificação notacional para $(φψ)_0$, e $φ_1ψ_0$ é uma simplificação notacional para $(φ_1ψ)_0$. Além disso, $(φ_0ψ)_1$ não faz sentido²².

Regras:

Dado um certo conjunto de Nulidades como premissas:

1. (Fase de identificação dos Retidos) Entre todos os termos que compõem todas as premissas, aqueles que ocorrem apenas como termos positivos ou apenas como termos negativos, sem que haja ao menos uma ocorrência de seu respectivo termo codivisional, devem compor o agregado Θ , que se deseja provar ser uma Nulidade.

Exemplo: Se $\varphi \psi \omega_0$ e $\varphi \psi' \omega_0$ são todas as premissas, então $\Theta_0 = \varphi \omega_0$.

2. (Fase de derivações) Objetivando provar, por redução ao absurdo, que Θ_0 é uma conclusão válida a partir do conjunto de premissas, se assume, como hipótese, que Θ é uma Entidade, isto é, Θ_1 . Utilizando essa hipótese e as Nulidades que compõem as premissas, deve-se deduzir, a partir de cada premissa tomada isoladamente, todo termo ϕ tal que $\zeta(\phi) \neq \emptyset$, então ϕ deve ser acrescentado ao agregado Θ_1 .

2.a (Derivações simples) Seja ϕ um termo de Θ_1 , ou seja, $\Theta_1 = \phi \Delta_1$, de qualquer premissa $\phi \psi_0$ ou $\phi_1 \psi_0$ se deduz ψ'_1 , que deve ser acrescentado ao agregado Θ_1 , de tal modo que $\Theta_1 = \phi \Delta \psi'_1$. Isto \acute{e}^{23} :

$$\begin{array}{c} \phi \Delta_1 \\ \\ \phi_? \psi_0 \\ \\ \phi \Delta \psi'_1 \end{array}$$

2.b (Derivações bifurcadas) Seja φ um termo de Θ_1 , ou seja, $\Theta_1 = \varphi \Delta_1$, de qualquer premissa $\varphi_? \psi \omega_0$ se deduz ψ'_1 ou ω'_1 , bifurcando as derivações em dois ramos, de tal modo que ψ'_1 deve ser acrescentado ao agregado Θ_1 em um ramo e ω'_1 deve ser acrescentado ao agregado Θ_1 no

²² Dado que $\zeta(\varphi) = \emptyset$, segue-se que $\zeta(\varphi\psi) = \emptyset$, portanto $(\varphi_0\psi)_1$ é um absurdo.

²³ Onde $\phi_?$ denota ϕ ou ϕ_1 .

outro; assim como, de qualquer premissa $\phi\psi_1\omega_0$ se deduz $\psi'\omega_1$ ou ω'_1 , de tal modo que $\psi'\omega_1$ de ser acrescentando ao agregado Θ_1 em um ramo e ω'_1 deve ser acrescentado no outro. Isto é:

$$\begin{array}{c|c} \phi\Delta_1 & \phi\Delta_1 \\ \hline \\ \phi_?\psi\omega_0 & \phi\psi_1\omega_0 \\ \hline \\ \phi\Delta\psi'_1 & \phi\Delta\omega'_1 & \phi\Delta\omega'_1 & \phi\Delta\omega'_1 \\ \hline \end{array}$$

3. (Fase de fechamento) Seja ϕ um termo de Θ_1 , ou seja, $\Theta_1 = \phi \Delta_1$, caso uma premissa X possibilite que ϕ' seja deduzido, devendo ser acrescentado ao agregado Θ_1 , tal que $\Theta_1 = \phi \Delta \phi'_1$, então tal ramo é fechado, devendo ser marcado com o símbolo " \bigcirc ", dado que $\zeta(\phi \Delta \phi') = \bot$, pois é absurdo que exista algo com atributos contraditórios. Isto é:

$$\phi \Delta_1$$
 X
 $\phi \Delta \phi'_1$

4. (Fase final) Caso todas as premissas tenham sido usadas para deduzir termos que foram acrescentados ao agregado Θ_1 e todos os ramos tenham sido fechados, então a falsidade da suposição inicial foi demonstrada, a saber, que o agregado Θ é uma Entidade, autorizando que se conclua que o agregado Θ é uma Nulidade.

Assim como no método de sublinhar, não há uma regra que defina a ordem de uso das premissas no método de árvores, mas Carroll propõe a técnica de premissas barradas (CARROLL, 1986, p. 285-293) para facilitar o processo de decisão: Caso um termo φ ocorra em uma única premissa Φ e seu respectivo termo codivisional ocorra nas premissas Ψ^1 , ..., Ψ^n ; então a premissa Φ deve ser usada antes das premissas Ψ^1 , ..., Ψ^n . Cabe especificar que, embora o método especifique que Φ deve ser usada antes de Ψ^1 , ..., Ψ^n , disto não se segue que Φ também deve ser usada antes de quaisquer outras premissas.

Por exemplo, na aplicação do método de árvores aplicado a sorites com premissas multiliterais acima, o termo c ocorre apenas na premissa 7, enquanto c' ocorre nas premissas 1

e 9, de modo que, aos moldes da técnica de premissas barradas, a premissa 7 foi usada antes das premissas 1 e 9, que foram usadas justamente no ramo que deriva *c'* da premissa 7, mas as premissas 2, 3, 5 e 8 foram usadas antes da premissa 7.

4. A abordagem de Smullyan

A presente seção apresenta as árvores de Smullyan²⁴ respectivas aos dois exemplos de aplicação do método de árvores carrolliano usados na seção anterior, a fim de que possam servir como parâmetro para a comparação entre os dois métodos na próxima seção.

Smullyan (2009, p. 18) apresenta o seu método em duas notações: fórmulas sinalizadas e não sinalizadas. Fórmulas sinalizadas introduzem os símbolos "V" (para verdadeiro) e "F" (para falso) na linguagem-objeto, de tal modo que uma fórmula sinalizada é definida como VX ou FX, onde X é uma fórmula não sinalizada . Segundo Smullyan (2009, p. 23): "Nosso uso das letras 'V' e 'F', não obstante ser talvez um recurso heuristicamente interessante, é perfeitamente dispensável do ponto de vista teórico —pois podemos simplesmente apagar cada 'V', e substituir por '¬' cada 'F'". Buscando contemplar as duas notações, o primeiro exemplo usa fórmulas não sinalizadas, enquanto o segundo usa fórmulas sinalizadas.

Embora o uso da teoria dos conjuntos na leitura de Pogonowski (2009) seja mais fiel ao espírito da época na qual as obras de Carroll se situam, o método de árvores de Smullyan exige que as proposições sejam expressas sob a estrutura formal da lógica quantificacional.

Assumindo a tese da verdade por vacuidade, suposta ao trabalho de Smullyan (2009), mas também visando exprimir a noção carrolliana de Nulidade, proposições universais afirmativas como " $a_1b'_0$ " serão traduzidas para " $\neg \exists x(Ax \land \neg Bx)$ ".

Em relação à maneira adequada pela qual as árvores de Smullyan podem ser construídas, cabe especificar que, segundo Smullyan, "(...) dentro de um universo específico U. Uma fórmula é dita válida em U se é verdadeira em todas as interpretações em U, e satisfatível em U se é verdadeira em pelo menos uma interpretação em U" (2009, p. 59). Logo, uma fórmula é válida se a sua negação é insatisfatível.

²⁴ As árvores utilizam o modelo de apresentação original de Smullyan (2009), apenas acrescentando, entre colchetes, o número da linha respectiva ao fechamento de cada ramo ao lado do símbolo de fechamento (x), a fim de facilitar a leitura.

Portanto, a árvore de Smullyan pode ser construída sob a mesma estrutura da árvore de Carroll, isto é, iniciando da suposição de cada premissa e da contraditória da conclusão tomadas isoladamente. Nas palavras de Smullyan (2009, p. 22):

Suponha que queiramos mostrar que $X \to Z$ é uma consequência verifuncional das fórmulas $X \to Y$, $Y \to Z$. Poderíamos, é claro, mostrar simplesmente que $[(X \to Y) \land (Y \to Z)] \to (X \to Z)$ é uma tautologia. Ou, alternativamente, poderíamos construir um tableau começando por $VX \to Y$, $VY \to Z$ e $FX \to Z$.

Do primeiro exemplo de aplicação do método de árvores carrolliano da seção anterior, a saber, a demonstração de que " h_1c_0 " é uma conclusão válida a partir das premissas " b'_1a_0 † de' $_0$ † h_1b_0 † ce $_0$ † d' $_1a'_0$ ", dada a tradução adotada (por exemplo, traduzindo " h_1c_0 " para " $\neg\exists x(Hx \land Cx)$ "), obtemos a seguinte árvore de Smullyan sob o uso de fórmulas não sinalizadas:

(1)		¬∃х(¬В	$(x \wedge Ax)$)				
(2)		¬∃х(Ох	$\wedge \neg Ex$)				
(3)		$\neg \exists x (Hx)$	$x \wedge Bx$					
(4)		$\neg \exists x (Cx)$	$x \wedge Ex$					
(5)		$\neg \exists x (\neg Dx)$	$\mathbf{x} \wedge \neg \mathbf{A}\mathbf{x}$	x)				
(6)		¬¬∃х(Н	$[x \wedge Cx]$)				
(7)		∃х(Нх	\wedge Cx)					(6)
(8)		Ha /	\ Ca					(7)
(9)		C	a					(8)
(10)		Н	a					(8)
(11)		¬(¬Ba	∧ Aa)					(1)
(12)		¬(Da /	\ ¬Ea)					(2)
(13)		¬(Ha	∧ Ba)					(3)
(14)		¬(Ca /	^ Ea)					(4)
(15)		¬(¬Da	∧ ¬Aa)					(5)
(16)	\negCa	(14)	(17)		7	Ea		(14)
	X	[9]	(18)	$\neg Da$	(12)	(19)	$\neg \neg Ea$	(12)
						(20)	Ea	(19)
							X	[17]

Assim como na árvore original do método carrolliano, a respectiva árvore de Smullyan termina com todos os seus ramos fechados, demonstrando que a conclusão desejada é uma consequência verifuncional das premissas, isto é, reconhecendo, ao seu próprio modo, que o agregado de Retidos suposto como Nulidade é uma conclusão válida do sorites.

O segundo exemplo de aplicação do método de árvores carrolliano da seção anterior, a saber, a demonstração de que "kmaj'0" é uma conclusão válida a partir das premissas "c'd'1j'0† $kf_1l'_0 \dagger ma_1b'_0 \dagger gdh_0 \dagger j'a_1f'_0 \dagger egc'_1h'_0 \dagger mfc_0 \dagger kb_1g'_0 \dagger c'l_1e'_0$ ", dada a tradução entre as linguagens, será construído, sob o uso de fórmulas sinalizadas, por meio da prova de validade de uma fórmula condicional, visando exprimir a utilidade do método de Smullyan para provar o caráter tautológico de uma fórmula.

Inspirado na interpretação da silogística aristotélica de Lukasiewicz, a construção da árvore tem início com a suposição de falsidade de uma fórmula "tendo a conjunção das premissas como o antecedente e a conclusão como consequente" (LUKASIEWICZ, 1957, p. 3, tradução nossa), tal como se segue²⁵:

(1)
$$F \neg \exists x((\neg Cx \land \neg Dx) \land \neg \exists x) \land \neg \exists x((Kx \land Fx) \land \neg Lx) \land \neg \exists x((Mx \land Ax) \land \neg Bx) \land \neg \exists x(Gx \land Dx \land Hx) \land \neg \exists x((\neg Jx \land Ax) \land \neg Fx) \land \neg \exists x((Ex \land Gx \land \neg Cx) \land \neg Hx) \land \neg \exists x(Mx \land Fx \land Cx) \land \neg \exists x((Kx \land Bx) \land \neg Gx) \land \neg \exists x((\neg Cx \land Lx) \land \neg Ex) \rightarrow \neg \exists x(Kx \land Mx \land Ax \land \neg Jx)$$

²⁵ Optei por não inserir todos os parênteses necessários ao rigor sintático da fórmula, pois seriam distribuídos de maneira arbitrária, isto é, sem compromisso com a interpretação das Fórmulas carrollianas. Mas há um padrão para a sintaxe, a saber, não uso parênteses na relação entre as premissas e não uso parênteses internos em Nulidades, aos moldes da plasticidade suposta às Fórmulas por subscritos carrollianas.

(2)	$V \neg \exists x ((\neg Cx \land \neg Dx) \land \neg Jx) \land \neg \exists x ((Kx \land Fx) \land \neg Lx) \land \neg \exists x ((Mx \land Ax) \land \neg Bx) \land \neg Ax) \land \neg Ax)$	(1)
	$\neg \exists x (Gx \ \land \ Dx \ \land \ Hx) \ \land \ \neg \exists x ((\neg Jx \ \land \ Ax) \ \land \ \neg Fx) \ \land \ \neg \exists x ((Ex \ \land \ Gx \ \land \ \neg Cx) \ \land \ \neg Hx) \ \land \ \ \neg Hx) \ \rightarrow \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $	
	$\neg \exists x (Mx \land Fx \land Cx) \land \neg \exists x ((Kx \land Bx) \land \neg Gx) \land \neg \exists x ((Kx \land Bx) \land \neg Gx)$	
(3)	$F \neg \exists x (Kx \land Mx \land Ax \land \neg Jx)$	(1)
(4)	$V \neg \exists x ((\neg Cx \land \neg Dx) \land \neg Jx)$	(2)
(5)	$V \neg \exists x ((Kx \land Fx) \land \neg Lx)$	(2)
(6)	$V \neg \exists x ((Mx \land Ax) \land \neg Bx)$	(2)
(7)	$V \neg \exists x (Gx \land Dx \land Hx)$	(2)
(8)	$V \neg \exists x ((\neg Jx \land Ax) \land \neg Fx)$	(2)
(9)	$V \neg \exists x ((Ex \land Gx \land \neg Cx) \land \neg Hx)$	(2)
(10)	$V \neg \exists x (Mx \land Fx \land Cx)$	(2)
(11)	$V \neg \exists x ((Kx \land Bx) \land \neg Gx)$	(2)
(12)	$V \neg \exists x ((\neg Cx \land Lx) \land \neg Ex)$	(2)
(13)	$F \exists x ((\neg Cx \land \neg Dx) \land \neg Jx)$	(4)
(14)	$F \exists x ((Kx \land Fx) \land \neg Lx)$	(5)
(15)	$F \exists x ((Mx \land Ax) \land \neg Bx)$	(6)
(16)	$F \exists x (Gx \land Dx \land Hx)$	(7)
(17)	$F \exists x((\neg Jx \land Ax) \land \neg Fx)$	(8)
(18)	$F \exists x ((Ex \land Gx \land \neg Cx) \land \neg Hx)$	(9)
(19)	$F \exists x (Mx \land Fx \land Cx)$	(10)
(20)	$F \exists x ((Kx \land Bx) \land \neg Gx)$	(11)
(21)	$F \exists x ((\neg Cx \land Lx) \land \neg Ex)$	(12)
(22)	$V \exists x (Kx \land Mx \land Ax \land \neg Jx)$	(3)
(23)	V (Ka ∧ Ma ∧ Aa ∧ ¬Ja)	(22)
(24)	$F (\neg Ca \land \neg Da) \land \neg Ja$	(13)
(25)	F (Ka ∧ Fa) ∧ ¬La	(14)
(26)	F (Ma ∧ Aa) ∧ ¬Ba	(15)
(27)	F Ga A Da A Ha	(16)
(28)	<i>F</i> (¬Ja ∧ Aa) ∧ ¬Fa	(17)
(29)	F (Ea \wedge Ga \wedge \neg Ca) \wedge \neg Ha	(18)
(30)	F Ma A Fa A Ca	(19)
(31)	F (Ka ∧ Ba) ∧ ¬Ga	(20)
(32)	F (¬Ca ∧ La) ∧ ¬Ea	(21)
(33)	V Ka	(23)

(34)				V N	Ла		(23)
(35)				V A			
							(23)
(36)				V -			(23)
(37)				F.	1		(36)
(38)		F (Ma A Aa		(26)	(39)	F¬Ba	(26)
(40)	F Ma	(38) (41)	F Aa	(38)			
	X	[34]	X	[35]	(42)	$V\mathrm{Ba}$	(20)
_					(42)	V Dd	(39)
(43)		F ¬Ja ∧ Aa		(28)	(44)	F ¬Fa	(28)
(45)	F¬Ja	(43) (46)	F Aa	(43)			
(47)	V Ja	(45)	X	[35]			
	X	[37]			[_] (48)	V Fa	(44)
_							
(40)		EV. A F.		(25)	(50)	E. L.	(25)
(49)	EV_{0}	F Ka A Fa	$E \Gamma_0$	(25)	(50)	F ¬La	(25)
(51)	F Ka	(49) (52)	F Fa	(49)	(52)	171	(50)
=	X	[33]	X	[48]	(53)	$V \mathrm{La}$	(50)
(54)		<i>F</i> Ka ∧ Ba		(31)	(55)	F ¬Ga	(31)
(56)	F Ka	(54) (57)	F Ba	(54)	(55)	1 00	(51)
(50)	X	[33]	x	[42]	(58)	VGa	(55)
_	A	[00]	A		(50)	, Gu	(33)
(59)		<i>F</i> Ma ∧ Fa		(30)	(60)	F Ca	(30)
(61)	F Ma	(59) (62)	F Fa	(59)			` ,
` ,	X	[34]	X	[48]			
_							
(63)		F ¬Ca ∧ La	L	(32)	(64)	F⊐Ea	(32)
(65)	F¬Ca	(63) (66)	F La	(63)			
(67)	V Ca	(65)	X	[53]	(68)	V Ea	(64)
•	X	[60]			_		•
(69)		F Ga ∧ Da		(27)	(70)	F Ha	(27)
(71)	F Ga	(69) (72)	F Da	(69)			` '
. ,	X	[58]		` '	I		

Assim como na árvore original do método carrolliano, a árvore de Smullyan termina com todos os ramos fechados, provando que a fórmula que origina a árvore é insatisfatível e obtendo, ao seu próprio modo, o mesmo resultado.

5. A comparação entre os métodos

As árvores de Smullyan são, acima de tudo, um método de prova por refutação. Sem dúvida, o mesmo se pode dizer do método de árvores carrolliano. Ao supor que o agregado de Retidos que objetiva provar ser uma Nulidade é uma Entidade, Carroll está supondo uma proposição contraditória à conclusão que deseja obter, isto é, o exato correlato silogístico da suposição de falsidade ou negação de uma fórmula da lógica quantificacional.

Dos dois exemplos de árvores de Smullyan apresentados na seção anterior, o primeiro é construído sob a mesma estrutura das árvores de Carroll, isto é, iniciando da suposição de cada premissa e da contraditória da conclusão separadamente, demonstrando a compatibilidade entre a aplicação dos métodos, mas o segundo é construído supondo a falsidade de uma única fórmula na qual as premissas são o antecedente e a conclusão desejada é o consequente, demonstrando que a utilidade do método de Smullyan não se limita a provar que uma certa fórmula é uma consequência verifuncional a partir de outras, como se limita o

método carrolliano, mas que também pode ser aplicado para outros fins, como provar o caráter tautológico de uma fórmula.

Por sua vez, o método carrolliano, destinado à sua aplicação restrita, fornece um procedimento para que a conclusão desejável a partir de um conjunto de premissas seja identificada²⁶. Embora o método de Smullyan possa provar a consistência de um conjunto de premissas, não há qualquer procedimento que permita inferir qual conclusão é desejável a partir delas –lembrando que as conclusões supostas em seus exemplos de aplicação (seção 4) foram extraídas de suas respectivas árvores carrollianas (seção 3).

Usar apenas uma árvore e permitir que tal árvore se ramifique também são características basilares às árvores de Smullyan. Diferente de Beth (1959), Carroll utiliza apenas uma árvore, assim como, diferente de Lis (1960), permite que a árvore se ramifique, aproximando-se de Smullyan em tais aspectos.

Cada ponto de uma árvore carrolliana consiste de uma única fórmula, o que diferencia o seu método do de Hintikka (1955), novamente aproximando-se de Smullyan.

Carroll não utiliza símbolos com função metalógica, como a função semântica exercida por "V" e "F" nas árvores com fórmulas sinalizadas, mas tal característica ainda o mantém em sintonia com as árvores de Smullyan sob uso de fórmulas não sinalizadas, como a primeira árvore da seção anterior.

A maior diferença entre os métodos consiste no caráter analítico das árvores de Smullyan, dado que suas árvores crescem analisando a(s) fórmula(s) em seus sucessivos componentes, supondo o *Princípio de Subfórmula*, enquanto as árvores de Carroll possuem um caráter sintético, pois crescem a partir da agregação (ou acréscimo) de componentes.

Urbański associa o seu método de tablô sintético (*synthetic tableaux method*) com as árvores de Beth (2001, p. 195) e Smullyan (2001, p. 202), mas o seu método obedece, assim como os de Beth e Smullyan, ao *Princípio de Subfórmula* (URBAŃSKI, 2001, p. 195), diferente do método carrolliano, que não utiliza subfórmulas da fórmula que objetiva demonstrar. Por outro lado, o método carrolliano está mais próximo das árvores de Smullyan do que os tablôs sintéticos de Urbański em uma característica que é mais essencial, a saber, tratar-se de um método de prova por refutação, enquanto o método de Urbański é construtivo, sendo baseado em um raciocínio direto (URBAŃSKI, 2001, p. 195).

Não obedecer ao *Princípio de Subfórmula* não apenas distancia Carroll do modo como Smullyan (2009, p. IX) caracteriza o seu próprio método, mas, em certo sentido, também o

²⁶ A saber, a Regra 1 (Fase de identificação dos Retidos) da apresentação do método de árvores carrolliano sob uma interpretação conjuntista, na seção 3.

situa fora da própria história do desenvolvimento de métodos de árvores, dado que Smullyan (2009, p. 17) apresenta o seu método como um desenvolvimento do método de tablô semântico de Beth, que já apontava a obediência ao *Princípio de Subfórmula* como uma característica importante de seu próprio método (BETH, 1959, p. 193), fazendo com que o método de árvores de Carroll seja uma espécie de precursor marginal da história do desenvolvimento dos métodos de árvores, inclusive sendo desconhecido pelos outros autores (ANELLIS; ABELES, 2016, p. 82).

No tocante à relação entre os dois exemplos de aplicação do método de árvores carrolliano (seção 3) e suas respectivas árvores de Smullyan (seção 4), além das distinções já mencionadas, a diferença entre o tamanho das árvores também chama a atenção.

Enquanto a segunda árvore de Carroll é construída derivando apenas onze termos que são agregados à Fórmula suposta como Entidade, a respectiva árvore de Smullyan deriva oitenta e seis subfórmulas. Em parte, tal diferença se deve à hipótese inicial das árvores, dado que tal árvore de Smullyan é construída supondo apenas a falsidade de uma fórmula condicional, enquanto a respectiva árvore carrolliana inicia supondo as premissas e a contraditória da conclusão separadamente.

Mesmo levando em consideração apenas as derivações feitas após as subfórmulas respectivas a cada premissa e a conclusão já terem sido derivadas isoladamente, isto é, assumindo que a linha 13 até a linha 22 sejam supostas à construção da árvore ²⁷, ainda restam sessenta e quatro derivações, isto é, cinquenta e três derivações a mais do que na árvore carrolliana, o que só se explica pela diferença em seus procedimentos de construção, dado que o procedimento analítico de Smullyan determina que os ramos sejam fechados ao apresentarem contradições entre subfórmulas atômicas, cuja obtenção exige mais derivações do que a obtenção de termos contraditórios em um agregado, responsáveis por fechar os ramos das árvores de Carroll.

Considerações finais

Embora o método de árvores carrolliano seja sintético e não analítico, não obedecendo ao *Princípio de Subfórmula*, que é uma característica essencial às árvores de Smullyan, cabe especificar que Gentzen só propôs o *Princípio de Subfórmula* em 1934, mais de trinta anos após a morte de Carroll. Além disso, lembramos que árvores sintéticas também já foram propostas na esteira do trabalho de Smullyan (URBAŃSKI, 2001).

²⁷ Lembrando que este também seria um ponto de partida admissível por Smullyan (2009, p. 22).

No que concerne à aplicabilidade dos métodos, o uso comum a ambos se destaca, a saber, provar a validade de uma conclusão a partir de um conjunto de premissas. Não provar o caráter tautológico de uma fórmula tomada isoladamente não pode ser visto como uma característica que distingue as árvores de Carroll das de Smullyan, aptas a tal prova, dado que o primeiro uso da noção de tautologia como empregado na lógica contemporânea só foi feito em 1921, por Wittgenstein, mais de vinte anos após a morte de Carroll.

Curiosamente, o método carrolliano detém ao menos quatro características essenciais às árvores de Smullyan que o tornam mais associável ao seu trabalho do que outros que costumam ser associados a ele e lhe são cronologicamente mais próximos. A saber, (1) trata-se de um método por refutação, diferente de Urbański (2001); (2) usa apenas uma árvore, diferente de Beth (1959); (3) permite que a árvore se ramifique, diferente de Lis (1960); e (4) cada ponto da árvore é uma única fórmula, diferente de Hintikka (1955).

Embora o trabalho de Carroll não possa ser situado dentro da história *standard* do desenvolvimento de métodos de árvores, tal história não trata do descobrimento de um método, mas de seu redescobrimento, dado que as ideias básicas que caracterizam o núcleo do método de árvores de Smullyan são encontradas nas obras de Carroll, que, como sugere Sautter (2004), constituem a pré-história das árvores de refutação.

Segue-se que, aos moldes da sugestão de Anellis (1990, p. 62), o método de árvores de Smullyan, por justiça histórica, deveria ser chamado de método de árvores de Carroll-Smullyan.

REFERÊNCIAS

ABELES, F. F. Lewis Carroll's visual logic. In: **History and Philosophy of Logic**. v. 28, n. 01, p. 1-17, Jan. 2007.

ANELLIS, I.; ABELES, F. The Historical Sources of Tree Graphs and the Tree Method in the Work of Peirce and Gentzen. In: ABELES, F.F.; FULLER, M. E. (Org.). **Modern Logic 1850-1950**: East and West. Basel: Birkhäuser, 2016. p. 34-97. (Studies in Universal Logic)

ANELLIS, I. From Semantic Tableaux to Smullyan Trees: A History of the Development of the Fatsifiabitity Tree Method. In: **Modern Logic**. Jan. 1. 1990. p. 36-69.

______. Jean Van Heijenoort's Contributions to Proof Theory and Its History. In: **Modern Logic Publishing**. Vol. 2. no. 3. 1992. p. 312-335.

ARISTÓTELES. Analíticos Anteriores. In: **Organon III**. Tradução de Pinharanda Gomes. Lisboa: Guimarães Editores, 1986. 253 p.

_____. Periérmeneias. In: **Organon**. Tradução de Pinharanda Gomes. Lisboa: Guimarães Editores, 1985. p. 119-173.

BARTLEY III. W. W. Editor's Introduction. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. p. 3-36.

BETH, E. **The Foundations of Mathematics**: A study in the Philosophy of Science. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1959. 739 p.

BONDECKA-KRZYKOWSKA, I. Semantic tree method: historical perspective and applications. In: **Annales UMCS Informatica**: Sectio AI. 3. Lublin, Polônia. 2005. p. 15-25.

CARROLL, L. **Alice**: edição comentada. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. 328 p.

_____. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

_____. **The Game of Logic**. London: MacMillan and Co., 1886. 124 p.

_____. **The Game of Logic**. 2. ed. Lodon: MacMillan and Co., 1887. 124 p.

COHEN, M. N. **Lewis Carroll**: Uma biografia. Tradução de Raffaella de Filippis. São Paulo: Record, 1998.

CRAIG, W. **Linear Reasoning**: A New Form of the Herbrand-Gentzen theorem. In: **J. S. L**. 22. 1957. p. 250-268.

FERREIRA, M. R. F. As proposições categóricas na lógica de Aristóteles. In: ANGIONI, L. (Org.). **Lógica e Ciência em Aristóteles**. Campinas: Editora PHI, 2014. p. 203-245.

FITTING, M. **Intuitionistic Logic Model Theory and Forcing**. Amsterdam-London: North-Holland Publishing Company, 1969.

GATTEGNO, J. L'Univers de Lewis Carroll. Paris: José Corti, 1990.

GENSLER, H. **Introduction to Logic**. 2° Ed. New York: Routledge, 2010. 420 p.

GENTZEN, K. Untersuchungen über das logische Schließen. I. In: **Mathematische Zeitschrift**. 39. 2. 1934. p. 176-210.

HINTIKKA, J. Reductions in the Theory of Types. In: **Acta Philosophica Fennica.** 8. 1955. p. 61-115.

JEFFREY, R. **Formal Logic**: Its Scope and Limits. Editado por John P. Burgess. 4 Ed. Cambridge: Hackett Publishing, 2006. 172 p.

KANT, I. **Manual dos cursos de Lógica Geral**. 2º Ed. Tradução de Fausto Castilho. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2003. 318 p.

KEYNES, J. N. **Studies and Exercises in Formal Logic**. 4° Ed. London: Macmillan and Co., 1906. 548 p.

LADD, C. On the algebra of logic. In: PEIRCE, C.S. (Ed.) **Studies in logic by members of the Johns Hopkins University**. Boston: Little, Brown, and Company, 1883, p. 17-71.

LINDEMANN, J. **A Lógica de Lewis Carroll**. 2017. 121 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

LIS, Z. Wynikanie semantyczne a wynikanie fomalne ("Logical consequence, semantic and formal"). In: **Studia Logica**. 10. 1960. p. 39-60.

LUKASIEWICZ, J. **Aristotle's Syllogistic**: from the Standpoint of Modern Formal Logic. 2° Ed. Oxford: Clarendon Press, 1957. 222 p.

MOKTEFI, A. Beyond Syllogisms: Carroll's (Marked) Quadriliteral Diagram. In: MOKTEFI, A.; SHIN, S.-J. (Org.). **Visual Reasoning with Diagrams**: Studies in Universal Logic. Basel, Suíça: Springer Basel, 2013. p. 55-71.

MONTOITO, R. **Euclid and His Modern Rivals (1879), de Lewis Carroll**: Tradução e Crítica. 2013. 447 p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência)-Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2013.

POGONOWSKI, J. Lewis Carroll's Resolution and Tableaux. In: J. Sytnik-Czetwertyński (Ed.). **Rozważania o filozofii prawdziwej**. Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków. 2009. p. 73–92.

RESCHER, N. **Galen and the Syllogism**. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1966. 104 p.

SAUTTER, F. As Teorias Carrollianas das Falácias. In: **Cad. Hist. Fil. Ci**. Campinas, série 4, v. 1, n.1, p. 7-32, jan.-jun. 2015.

Diagramas para o Antilogismo de Ladd. In: Dissertatio . 47. 2018. p. 84-94.
Lewis Carroll e a pré-história das árvores de refutação. In: SAUTTER, F. T. &
FEITOSA, H. de A. (Org.). Lógica: teoria, aplicações e reflexões. Campinas: Unicamp, 2004
p. 91-103. (Coleção CLE)

SIMONS, P. Tree Proofs for Syllogistic. In: Studia Logica. XLVIII, 4. 1988. p. 539-554.

SMULLYAN, R. Letter to I.H. Anellis. n.d.; posted 15 May. 1987. 4 p.

_____. **Lógica de Primeira Ordem**. Tradução de Andréa M. A. de Campos Loparic, René Pierre Mazak, Luciano Vicente. São Paulo: Editora UNESP; Discurso Editorial, 2009. 188 p.

URBAŃSKI, M. Remarks on Synthetic Tableaux for Classical Propositional Calculus. In: **Bulletin of the Section of Logic**. Vol. 30/4. 2001. p. 195-203.

VENN, J. **Symbolic Logic**. London: MacMillan and Co., 1881. 446 p.

_____. **Symbolic Logic**. 2° Ed. London: Macmillian, 1894.

WITTGENSTEIN, L. Logisch-Philosophische Abhandlung. In: OSTWALD, W. (Ed.). **Annalen der Naturphilosophie**. 14. 1921.

ARTIGO 3: O NONSENSE DE LEWIS CARROLL¹

Resumo: O presente trabalho apresenta uma noção de nonsense própria às obras de Lewis

Carroll e elaborada com base em seu próprio arcabouço teórico, seguida de uma análise das

relações entre as noções de nonsense de Lewis Carroll e Wittgenstein, concluindo que ambos

tiveram atitudes análogas em relação ao nonsense, usando-o como um meio para induzir

ideias instrutivas nos seus leitores.

Palavras-chave: Nonsense. Lewis Carroll. Wittgenstein. Lógica silogística.

Abstract: The present work presents a notion of nonsense specific to Lewis Carroll's work

and elaborated with base on his own theoretical framework, followed by an analysis of the

relations between Carroll's and Wittgenstein's notions of nonsense, concluding that both had

similar attitudes towards nonsense, using it as a tool to induce instructive ideas to their

readers.

Keywords: Nonsense. Lewis Carroll. Wittgenstein. Syllogistic logic.

Introdução

Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), é afamado por

seus livros nonsense, "clássicos da literatura inglesa" (GARDNER, 2002b, p. xvii). Além de

escritor, Charles Dodgson foi professor de matemática no Christ College, em Oxford, e ele

também é reconhecido, mediante seu pseudônimo, por suas contribuições ao desenvolvimento

da lógica, especialmente por seu método diagramático de resolução de silogismos apto ao

tratamento de termos negativos (ABELES, 2007). Cabe ressaltar que o nonsense carrolliano

não tem o seu *locus* restrito às suas obras literárias, mas também ocorre em exemplos nos seus

trabalhos sobre lógica.

A noção de nonsense já recebeu tratamento de muitos filósofos ilustres (HUSSERL,

1900; DELEUZE, 1974), entre os quais Ludwig Wittgenstein (1889-1951) se destaca pela

influência que sua abordagem exerceu na história da filosofia. Wittgenstein define enunciados

nonsense como destituídos de valor veritativo: "[...] uma combinação de palavras é nonsense

quando não pode ser entendida, porque nenhum sentido é ou pode (exceto trivialmente) ser re-

conhecido" (PITCHER, 1965, p. 591, tradução nossa).

O presente artigo foi publicado e está disponível em Perspectiva Filosófica, v. 47, nº 2, 2020, p. 311-345.

https://periodicos.ufpe.br/revistas/perspectivafilosofica/article/view/248942.

O presente trabalho defende uma noção de *nonsense* própria às obras de Carroll e oriunda do arcabouço teórico de seus trabalhos acadêmicos, seguida da análise das relações que tal noção mantém com a noção de *nonsense* wittgensteiniana.

Já existem trabalhos anteriores dedicados ao estabelecimento de uma noção de *nonsense* própria às obras de Carroll (MONTOITO, 2019; DELEUZE, 1974), mas ainda não há uma apresentação com base nas posições teóricas sobre lógica do próprio autor, o que é relevante devido às suas contribuições para o desenvolvimento da lógica.

Por sua vez, o trabalho mais importante sobre a relação entre o *nonsense* de Carroll e Wittgenstein se chama *Wittgenstein*, *Nonsense*, *and Lewis Carroll*, de Pitcher (1965) – defendendo que as atitudes de Carroll e Wittgenstein em relação ao *nonsense* são radicalmente distintas (PITCHER, 1965, p. 611), tese que será atacada no presente trabalho.

Guiado por tais objetivos, o presente trabalho se divide em três seções. A primeira seção apresenta uma noção de *nonsense* própria às obras de Carroll e elaborada com base nas posições teóricas em lógica do autor, a segunda seção apresenta a noção de *nonsense* wittgensteiniana que será utilizada na terceira seção, onde se apresenta uma análise das relações entre as noções de *nonsense* de Carroll e Wittgenstein e se conclui que os dois autores têm atitudes análogas em relação ao *nonsense*, usando-o como um meio de induzir instrução nos seus leitores.

1. O Nonsense Carrolliano

O nonsense de Lewis Carroll é comumente categorizado como a expressão mais relevante de um gênero literário inaugurado por Edward Lear (1812-1888), seu contemporâneo, mas que pode ser associado com muitos autores até os dias de hoje. Em casos mais restritos, como em Reichert (1974), Carroll e Lear são considerados os únicos autores associados ao gênero, que terminou com a morte de Carroll: "Reichert identifica um traço comum ao nonsense e ao Zeitgeist vitoriano, que seria a base da estreita relação entre esse fenômeno e o período em que ele se deu" (ÁVILA, 1996, p. 20).

Independente da relação que o *nonsense* carrolliano possa manter com as obras de Lear e dos demais autores associados a esse gênero literário, a definição de uma noção de *nonsense* específica às obras de Carroll também foi objeto de muitos trabalhos, com destaque para Montoito (2019), que, em congruência com considerações de Deleuze (1974), defende uma noção segundo a qual o *nonsense* carrolliano não é avesso ao sentido, mas nasce

justamente do exercício da produção de novos sentidos – possível graças aos seus criativos universos de ficção (MONTOITO, 2019, p. 37).

Assumindo a tese de Deleuze-Montoito como pano de fundo, a presente seção dedicase à análise do *nonsense* de Carroll, sendo pautada pela perspectiva do próprio autor, apresentando o contexto histórico de sua constituição e examinando os pormenores de suas características por meio do arcabouço teórico de seus trabalhos acadêmicos.

1.1. A Constituição Histórica do Nonsense Carrolliano

O *nonsense* literário nasce na Era Vitoriana, com a publicação de *A Book of Nonsense*, de Lear (1846), mas é graças a Carroll que ele se torna um fenômeno mundial. Inclusive o poema "Pargarávio"², que aparece em *Através do Espelho e o que Alice encontrou por lá* (CARROLL, 2002, p. 143-144), é considerado como o exemplo de literatura nonsense por excelência (MALCOLM, 1997, p. 14).

Tal gênese não pode ser compreendida fora do contexto histórico do qual emergiu. Segundo Gardner (2002a, p. vii):

No caso de Alice, estamos lidando com uma espécie de nonsense muito curioso, complicado, escrito para leitores britânicos de um outro século, e precisamos conhecer um grande número de coisas que não fazem parte do texto se quisermos apreender todo o seu espírito e sabor. É até mais grave que isso, porque algumas piadas de Carroll só podiam ser compreendidas por quem residia em Oxford, [...].

Apesar do rigor moral e das hierarquias sociais fortemente estabelecidas, características representadas inclusive na própria Rainha Vitória (1819-1901), a Era Vitoriana também foi um período de muitas transformações e invenções, por exemplo, a invenção da fotografia, arte da qual Carroll foi um entusiasta, inclusive "chegou a ser reconhecido como o melhor fotógrafo de crianças do século XIX" (COHEN, 1998, p. 16).

Sobre os hábitos culturais do período, segundo Ávila (1996, p. 20):

A cultura do lazer [...] é marcada pela crescente popularidade dos jogos com palavras, charadas e palavras-cruzadas, em que as palavras se relacionam umas com as outras por critérios que não levam em conta seu significado. É notável, também, a multiplicação dos museus (nos quais os objetos mais diversos são colocados lado a lado sob o rótulo comum de "peça de exposição"), e dos dicionários nos quais a ordem alfabética tem prioridade sobre as relações semânticas [...].

² Do original "Jabberwocky" (CARROLL, 1872, p. 21-22), mais conhecido no Brasil como "Jaguadarte" devido à célebre tradução de Augusto de Campos (CARROLL, 2014).

Carroll também foi um entusiasta na criação de jogos e os "jogos de palavras sempre foram seus favoritos [...]" (SHAWYER, 1953, p. xxv), com destaque para a criação do jogo de palavras chamado "Doublets" (DODGSON, 1880), cujo objetivo é transformar uma palavra em outra seguindo regras que permitem alterar as letras. Ele também criou inúmeros enigmas e desafios lógicos, muitos dos quais foram compilados por Abeles em *The Pamphlets of Lewis Carroll* (CARROLL, 2010).

Em relação à história do desenvolvimento da lógica, a Era Vitoriana também é o marco de um período especial. Superando o legado de Aristóteles, George Boole inaugura uma nova era da lógica ao apresentar formas de raciocínio válido não limitadas às formas da silogística aristotélica. Segundo Quine (1996, p. 15):

[...], a lógica sofreu tal evolução que pode ser considerada uma ciência nova. Essa evolução é considerada como tendo seu início nas pesquisas ainda rudimentares do matemático George Boole, em meados do século passado [XIX].

Tal período, no qual as obras lógicas de Carroll e de seus pares se situa, é conhecido como o período da álgebra da lógica, que começa com as inovações de Boole e se estende até a popularização do cálculo de predicados criado por Frege (1879), que "constitui desde então a base da lógica moderna" (KENNY, 1999, p. 438).

Diante de tantas invenções e da miscelânea de novidades que não se limita aos objetos materiais, mas se estende às novas formas de raciocinar e de se relacionar com a linguagem, nasce o *nonsense* carrolliano: uma resposta às novas possibilidades do mundo, um fruto direto das novas formas de raciocinar e das novas maneiras de usar e subverter a linguagem.

Deve-se deixar claro, como adverte Montoito (2019, p. 37), que o *nonsense* carrolliano não se confunde com o uso ordinário do termo, que se refere ao absurdo e à inconsistência lógica, mas faz uma apologia à lógica e desbrava os seus distintos usos. Embora o País das Maravilhas não seja submisso à nossa realidade, ele se curva diante das relações lógicas que seus elementos mantêm entre si, de tal modo que o *nonsense* não é avesso ao sentido, mas nasce justamente da formação de um novo sentido sob outro sistema referencial.

Um exemplo pode ser encontrado na constante interação de Alice com objetos que modificam o seu tamanho (CARROLL, 2002, p. 18):

³ Miller (2000) e Mortari (2001, p. 233-234) apresentam o jogo Doublets como ferramenta didática para o ensino de Dedução Natural: "Uma maneira de diminuir a dor da iniciação [de manipulações formais] é começar com jogos de palavras, dos quais o Doublets de Lewis Carroll é um exemplo familiar" (MILLER, 2000, p. 1, tradução nossa).

Pouco depois deu com os olhos numa caixinha de vidro debaixo da mesa: abriu-a, e encontrou um bolo muito pequeno, com as palavras "COMA-ME" lindamente escritas com passas sobre ele. "Bem, vou comê-lo", disse Alice; "se me fizer crescer, posso alcançar a chave; se me fizer diminuir, posso me esgueirar por baixo da porta; assim, de uma maneira ou de outra vou conseguir chegar ao jardim; para mim tanto faz!"

Na sequência dos eventos, o bolo faz com que Alice espiche ao terminar de comê-lo, efeito antecipado por ela, mostrando como já estava se habituando aos objetos do universo nonsense, interagindo com eles supondo seus próprios atributos. O raciocínio de Alice pode ser formalizado utilizando a linguagem do Cálculo Proposicional Clássico tal como se segue, onde "P" representa "Alice come o bolo", "Q" representa "Alice aumenta de tamanho", "R" representa "Alice diminui de tamanho", "S" representa "Alice alcança a chave da porta", "T" representa "Alice se esgueira por baixo da porta" e "U" representa "Alice chega ao jardim":

$$(P \rightarrow (Q \lor R)), (Q \rightarrow S), (R \rightarrow T), ((T \lor S) \rightarrow U) \therefore (P \rightarrow U)^4$$

O argumento acima é tautologicamente válido, demonstrando o rigor lógico presente no raciocínio de Alice mesmo quando aplicado às suas interações absurdas com objetos do universo *nonsense*.

É justamente a partir da possibilidade de novos sentidos, respectivos a outros sistemas referenciais, que somos apresentados às situações mais engraçadas da literatura *nonsense* carrolliana: seja fruto da ambiguidade de um termo, como a intenção do Camundongo de secar a todos com uma conversa seca (CARROLL, 2002, p. 27-28)⁵, da transformação do sentido dos termos, como o faz Humpty Dumpty ao atribuir às palavras o significado arbitrário que deseja (CARROLL, 2002, p. 199-211)⁶ ou dos muitos neologismos criados por Carroll.

Entre uma vasta gama de neologismos, cito "sillygism", uma variante do termo "silogismo" criada por Carroll (2005, p. 148) e traduzida por Montoito (2019, p. 27) como "tontogismo", com a ressalva de que o termo "tonto" não é usado como pejorativo, mas com humor, em uma roupagem carinhosa.

⁴ Essa análise lógica foi comunicada a mim pelo Prof. Dr. Frank Thomas Sautter.

Alice (que havia encolhido) acompanhava um grupo de pequenas aves e animais, todos estavam molhados pois haviam acabado de sair do lago salgado criado pelas lágrimas derramadas por Alice (quando estava grande). Infelizmente, o plano do Camundongo fracassou e sua conversa seca não os secou (CARROLL, 2002, p. 23-28).

⁶ Segundo Gardner (2002c, p. 205), Carroll estava ciente da riqueza da tese semântica de Humpty Dumpty: "Humpty adota o ponto de vista conhecido na Idade Média como nominalismo; a ideia de que termos universais não se referem a existências objetivas, nada mais sendo que flatus vocis, emissões verbais".

Montoito se apropria do termo "tontogismo" como uma categorização para pensar a lógica presente nas obras de Carroll⁷ , em suas palavras:

[...], percebo no tontogismo uma manipulação intencional e criativa da lógica formal que, apoiada nos usos – desusos e abusos – da linguagem, comunica ideias lógicas. (MONTOITO, 2019, p. 27)

O tontogismo é um buraco de fechadura através do qual, estando no mundo real, espia-se a lógica de um universo fantasioso em que tudo pode mudar ou deixar de funcionar, menos a própria lógica; ou, estando no mundo imaginário, se espia o mundo real para entendê-lo através de outro sistema de referências. (MONTOITO, 2019, p. 28)

O termo "tontogismo" é utilizado por Montoito para caracterizar a lógica nas obras de Carroll em um sentido amplo, não restrito às suas publicações literárias. Embora Charles Lutwidge Dodgson tenha criado o seu pseudônimo "baseado na inversão latinizada de seus dois primeiros nomes" (COHEN, 1998, p. 99) especificamente para suas obras literárias, de tal modo que não fossem relacionadas às suas publicações de caráter acadêmico, Montoito defende que não há tal ruptura, mas apenas um descompasso proposital, "ora mantendo-se mais formal, ora dando mais vazão ao nonsense, sem jamais impor que um estilo anule o outro" (2019, p. 54).

Observando as publicações acadêmicas e literárias de Carroll como partes de um mesmo corpo, percebe-se a clara ocorrência de seu estilo *nonsense* em seus trabalhos sobre lógica e filosofia da lógica, sendo amplamente utilizado nos exemplos de seus manuais de lógica — estratégia com grande apelo didático, mas também ocorrendo no importante artigo *What the Tortoise Said to Achilles* (CARROLL, 1895), que problematiza os fundamentos da lógica.

Por exemplo, as premissas de "O Problema dos Porcos e Balões", um exemplo de sorites⁹ presente em Symbolic Logic, obra fruto de seus estudos mais maduros e na qual encontramos as suas maiores contribuições no desenvolvimento da lógica (CARROLL, 1986, p. 378-380, tradução nossa):

- 1. Todos, que nem dançam na corda bamba nem comem brioches, são velhos.
- 2. Os porcos, suscetíveis à vertigem, são tratados com respeito.
- 3. Um balonista sensato leva um guarda-chuva com ele.
- 4. Ninguém, que deve almoçar em público, parece ridículo e come brioches.

⁷ Montoito (2019) usa a expressão "lógica do nonsense" para designar a lógica presente nas obras de Carroll. A expressão foi utilizada originalmente em sua dissertação de mestrado (2007). O termo "lógica" ocorre de modo não técnico na expressão, não designando uma nova classe de lógica, mas o modo pelo qual Carroll apresenta a lógica clássica em seus trabalhos.

B O Problema dos Porcos e Balões" é examinado em Lindemann (2020).

⁹ *Lato sensu*, sorites é um encadeamento de silogismos.

- 5. As criaturas jovens, que sobem em balões, estão sujeitas à vertigem.
- 6. Criaturas gordas, que parecem ridículas, podem almoçar em público, desde que elas não dancem na corda bamba.
- 7. Nenhuma criatura sábia dança na corda bamba, se for suscetível à vertigem.
- 8. Um porco parece ridículo, carregando um guarda-chuva.
- 9. Todos, que não dançam na corda bamba, e que são tratados com respeito, são gordos.

Dada as nove premissas acima, Carroll (1986, p. 378-380) demonstra a validade da conclusão "Nenhum porco sábio e jovem é balonista" por meio do seu método de sublinhar (CARROLL, 1986, p. 138-139), um método de raciocínio linear em que cada proposição é traduzida para uma fórmula na qual os termos em língua natural e a relação lógica que mantém entre si são representadas de maneira simbólica e, partindo de qualquer par de fórmulas, uma terceira fórmula é deduzida segundo certas regras de inferência, repetindo o procedimento até que se obtenha a fórmula que representa a conclusão almejada.

O método de sublinhar exemplifica como o trabalho de Carroll estava em sincronia com os principais desenvolvimentos lógicos de sua época. Segundo Valencia (2004, p. 389), a principal característica do período da álgebra da lógica consiste em traduzir um dado conteúdo para análise lógica em uma forma simbólica, aplicar técnicas para a sua resolução e traduzir o resultado de volta para a linguagem original, tal como no método carrolliano.

Em todos os exemplos *nonsense* nos trabalhos lógicos de Carroll, independente do quão incomum seja o conteúdo expresso por suas premissas, tal como no exemplo supracitado, assumir que sejam verdadeiras em um sistema de referências alternativo implica assumir a verdade da conclusão em tal sistema, desde que seja uma conclusão válida – obtida com rigor lógico.

Segue-se que não há distinção entre o *nonsense* literário e o *nonsense* encontrado em suas obras lógicas, ambos emergem da formação de um sistema de referências alternativo, no qual todas as coisas podem ser diferentes, exceto o rigor às relações lógicas que elas mantêm entre si. Assim, cada exemplo *nonsense* nas obras lógicas de Carroll apresenta um micro universo *nonsense*, completamente análogo aos extraordinários universos *nonsense* de suas obras literárias.

1.2. A Constituição Lógica do Nonsense Carrolliano

Se não há nenhuma diferença de espécie entre o *nonsense* literário e o *nonsense* em suas obras lógicas, então as posições teóricas de Carroll sobre lógica podem fornecer elementos que contribuam para o exame de seu *nonsense* em sentido amplo.

1.2.1 A lógica associada ao nonsense

A contribuição teórica mais popular de Carroll foi o seu método diagramático apto à resolução de silogismos com termos negativos¹⁰. O método foi apresentado originalmente em *The Game of Logic*, publicado em 1886, recebendo uma exposição mais detalhada em *Symbolic Logic* (CARROLL, 1986).

A teoria silogística carrolliana subjacente ao seu método diagramático é uma extensão conservativa da silogística aristotélica (LINDEMANN, 2017, p. 109-111), ou seja, a silogística aristotélica é uma subteoria da silogística carrolliana, mas a silogística carrolliana não prova nenhum novo teorema se limitada à linguagem da silogística aristotélica, isto é, sem o uso de termos negativos.

Carroll caracteriza os termos de um ponto de vista extensional, introduzindo termos negativos com o uso da noção de universo do discurso, limitando a interpretação de um termo negativo ao complemento da extensão de seu respectivo termo positivo até os limites impostos pelo universo do discurso. Os termos positivo e negativo que juntos esgotam a extensão do universo do discurso são chamados de termos codivisionais (CARROLL, 1986, p. 62).

Por exemplo, supondo "Animais" como universo do discurso, o termo negativo "não-humano" denota apenas coisas que são animais e não são humanas, como coelhos e vacas. Sem o limite semântico imposto pelo universo do discurso, a interpretação do termo "não-humano" seria indefinida, pois pedras e softwares também seriam instâncias de "não-humano", problema que já havia sido diagnosticado por Aristóteles (1985, p. 141).

A noção de universo do discurso era nova no período de Carroll, recentemente introduzida por George Boole na obra *An Investigation of The Laws of Thought* (1854, p. 42, tradução nossa):

Em todo discurso, seja da mente conversando com seus próprios pensamentos ou do indivíduo se relacionando com os outros, existe um limite assumido ou expresso dentro do qual os sujeitos de tal operação são confinados. [...], qualquer que seja a extensão do campo em que todos os objetos de nosso discurso são encontrados, esse campo pode ser adequadamente denominado de universo do discurso.

¹⁰ John Neville Keynes também apresenta um tratamento diagramático para termos negativos em *Studies and Exercises in Formal Logic* (1906). Embora a obra de Keynes tenha sido publicada originalmente em 1884, dois anos antes de Carroll apresentar o seu tratamento para termos negativos (1886), o método diagramático keynesiano para termos negativos só foi introduzido na quarta edição de sua obra, em 1906, vinte anos depois da inovação carrolliana.

Em sua silogística, Carroll (1986, p. 107) define Universo do Discurso¹¹ como o Gênero ao qual os seis termos de um silogismo são Espécies, isto é, os três pares de termos codivisionais são, necessariamente, Espécies de um mesmo Gênero –que determina os limites do Universo do Discurso de cada silogismo.

Em linhas gerais, um Gênero é compreendido como uma Classe de Coisas com um certo Adjunto¹² específico, enquanto cada Espécie é uma subclasse de tal Gênero, cujos membros, além de possuírem o Adjunto que os caracteriza como membros do Gênero, também possuem (positivos) ou não possuem (negativos) algum outro Adjunto – que os distingue enquanto Espécie. *Stricto sensu*, todo termo é composto por um Nome que representa uma subclasse de membros do Universo do Discurso que possuem ou não algum Adjunto específico que os distingue de todos os outros membros do Universo do Discurso subjacente ao silogismo no qual ocorre (CARROLL, 1986, p. 59-65).

Entender as relações que tal abordagem mantém com a noção de *nonsense* carrolliana exige uma apresentação paulatina de outras posições teóricas do autor, a fim de que seus pormenores sejam examinados.

Carroll abre a exposição de suas duas principais obras lógicas por meio das mesmas considerações ontológicas, determinando o domínio de aplicação da sua teoria silogística: "O Universo contém Coisas" e "Coisas têm Atributos" (1986, p. 59, tradução nossa)¹³.

Trata-se de uma ontologia hierarquicamente organizada, estabelecendo a categoria "Atributo" sob um vínculo de dependência da categoria "Coisas", sua categoria ontológica primária e fundamental. Nas palavras de Carroll (1886, p. 2, tradução nossa):

As pessoas têm feito a pergunta "Uma Coisa pode existir sem que quaisquer Atributos lhe pertençam?" Essa questão é um grande enigma, e não vou tentar respondê-la: arrebitemos nossos narizes, e a tratemos com um insolente silêncio, como se ela não fosse digna de consideração. Mas, se colocando de outro modo, perguntarem "Um Atributo pode existir sem qualquer Coisa à qual pertença?", podemos responder imediatamente: "Não: Não mais do que um bebê pode viajar de trem sem que ninguém cuide dele!" Você nunca viu "bonito" flutuando no ar, ou espalhado no chão, sem que alguma Coisa fosse bonita, ou você viu?

Acerca da primeira questão, a qual Carroll suspende o juízo, muitos filósofos respondem negativamente, assumindo que alguns atributos são essenciais à existência de seus portadores. Loux (1998, p. 120) apresenta um exemplo que explica tal posição:

¹¹ Carroll (1986) indica termos técnicos com inicial maiúscula. A mesma tipografia será mantida para os seus termos neste trabalho.

¹² Relativo às ocorrências de "Atributo" e "Conjunto de Atributos" em *The Game of Logic* (CARROLL, 1886), o termo "Adjunto" é introduzido apenas em *Symbolic Logic*: "Qualquer Atributo, ou qualquer Conjunto de Atributos, pode ser chamado de Adjunto" (CARROLL, 1986, p. 58, tradução nossa).

^{13 &}quot;O mundo contém muitas Coisas" em The Game of Logic (CARROLL, 1886, p. 2, tradução nossa).

Sócrates é também um sujeito do tipo ser humano. É Sócrates, e não algum constituinte seu, que é a coisa que é humana. Mas o tipo ser humano é o que caracteriza Sócrates como o que ele é, de tal maneira que neste caso nosso sujeito não é algo com uma identidade independente do universal do qual ele é sujeito. Extraindo-se de Sócrates o ser homem não sobra nada que possa ser sujeito de algo.

Sobre a segundo questão, é fato que Carroll foi um grande admirador de Aristóteles, inclusive dedicando *Symbolic Logic* (1986) à sua memória, e sua posição ao defender a impossibilidade de que um Atributo exista sem qualquer Coisa a qual pertença sugere que tal admiração talvez não seja limitada à lógica: embora não explicite sua adesão ao aristotelismo em metafísica, demonstra clara aversão ao platonismo¹⁴.

A fim de comparação, as considerações ontológicas subjacentes à silogística aristotélica podem ser apresentadas com o quadrado ontológico (ANGELELLI, 1967, p. 12-13), obtido por meio de duas dicotomias: dividindo os entes quanto ao ser dito (universal) e não ser dito (particular) de um sujeito, assim como quanto ao estar (acidente) e não estar (substância) em um sujeito.

Tabela 1 – Quadrado ontológico

	Está em um sujeito	Não está em um sujeito	
Dito de um sujeito	Substância universal Ex.: homem (REGIÃO 1)	Acidente universal Ex.: barba (REGIÃO 2)	
Não dito de um sujeito	Substância particular Ex.: Platão (REGIÃO 3)	Acidente particular Ex.: barba de Platão (REGIÃO 4)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Se comparado à silogística aristotélica, sob os parâmetros do quadrado ontológico, as considerações ontológicas de Carroll consideram apenas a dicotomia entre o estar e não estar em um sujeito, onde "Coisa" corresponde a "substância" e "Adjunto" corresponde a "acidente", mas, diferente de Aristóteles, Carroll admite o uso de termos singulares, de tal modo que Coisas podem ocupar a Região 1 e 3 do quadrado.

¹⁴ Segundo Balaguer (2016, p. 1), compreende-se por "platonismo" a visão segundo a qual existem objetos abstratos, isto é, existem objetos inteiramente não físicos e não mentais. Ou seja, sob um léxico carrolliano e conforme a concepção platônica, o Atributo "Beleza" pode existir mesmo sem que alguma Coisa seja bonita.

Carroll também caracteriza os Adjuntos como o "que é 'dito pertencer a' uma coisa" em *The Game of Logic* (1886, p. 2, tradução nossa), reconhecendo a outra dicotomia e especificando que Adjuntos correspondem apenas à Região 2 do quadrado ontológico.

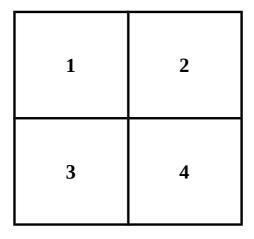
Corroborando com tal interpretação, Lindemann (2017, p. 47-48) analisa todos os exemplos apresentados por Carroll em *The Game of Logic* (1886) e *Symbolic Logic* (1986), constatando que são associáveis apenas às regiões 1, 2 e 3 do quadrado ontológico de Aristóteles.

Após apresentar suas considerações ontológicas, Carroll introduz a Classificação, o processo pelo qual Coisas são agrupadas a partir de seus Atributos para a formação de Classes (CARROLL, 1986, p. 60-61). Tal processo é muito similar à "Árvore de Porfírio", estrutura lógica que apresenta a teoria aristotélica da subordinação de conceitos (PORFÍRIO, 2002).

O processo de Classificação começa supondo a Classe "Coisas" que contém todas as coisas do Universo. Em um processo dicotômico, duas novas Classes são formadas a partir da determinação de um Adjunto, dividindo a Classe "Coisas" em duas subclasses, a saber, a Classe cujos membros possuem tal adjunto e a Classe cujos membros não o possuem. Qualquer Classe formada a partir da Classe "Coisas" serve como Gênero para a formação de Classes-Espécie a partir do mesmo processo dicotômico.

A relação entre os membros de quatro ou mais Classes que são Espécies de um mesmo Gênero é apresentada de maneira mais clara por meio de sua representação diagramática:

Figura 1 – Diagrama Biliteral¹⁶



Fonte: Elaborado pelo autor, baseado em Carroll (1986, p. 79).

¹⁵ A Classe "Coisas" é análoga ao conceito de "Substância" da Árvore de Porfírio.

¹⁶ O diagrama biliteral foi apresentado originalmente em *The Game of Logic* (CARROLL, 1886) e recebeu uma exposição sistemática em *Symbolic Logic* (CARROLL, 1986).

Supondo a Classe "Bolos" como Gênero, as linhas do quadrado externo do diagrama acima limitam sua extensão, isto é, todas as coisas que são bolos estão dentro dos limites de tal figura. As Classes "Frescos" e "Não-frescos" são Espécies da Classe "Bolos", cuja divisão dicotômica é representada pela linha horizontal no meio do diagrama, de tal modo que todos os bolos frescos ocupam as células 1 e 2 e todos os não-frescos ocupam as células 3 e 4. As Classes "Bons" e "Não-bons" também são Espécies da Classe "Bolos", com a divisão dicotômica representada pela linha vertical no meio do diagrama, de tal modo que todos os bolos bons ocupam as células 1 e 3 e todos os bolos não-bons ocupam as células 2 e 4. Seguese que todos os bolos frescos e bons ocupam a célula 1 e que ninguém vai querer comer os bolos da célula 4.

Dada a formação de uma Classe a partir de um certo Gênero, caso existam membros da Classe-Gênero com o Adjunto determinado, servindo como instâncias da Classe-Espécie, tal Classe é chamada de Real; caso não existam membros, isto é, a Classe-Espécie é vazia, então tal Classe é chamada de Irreal ou Imaginária (CARROLL, 1986, p. 60).

A distinção entre Classes Reais e Imaginárias não é análoga à distinção entre Classes cujos membros existem no mundo real e Classes cujos membros não existem no mundo real — do contrário, o País das Maravilhas seria um local muito solitário. Assumir que uma Classe é Imaginária significa apenas a sua vacuidade, isto é, nenhum membro de sua Classe-Gênero pode instanciá-la.

Dada sua caracterização extensional de termos, aceitar que diferentes Classes possam ser Imaginárias é um erro de Carroll na medida em que sua concepção de "Classe" e "membro" é análoga à concepção de "conjunto" e "elemento" em teoria dos conjuntos 17 . Tal analogia é precisa na relação entre a noção carrolliana de Universo do Discurso e a noção conjuntista de conjunto universo (denotado por U), mas apresenta problemas na relação entre as noções de Classe Imaginária e conjunto vazio (denotado por ϕ).

Dois conjuntos são diferentes apenas se um deles possui ao menos um elemento que não é elemento do outro conjunto. Um conjunto vazio não possui elementos, logo, não pode haver qualquer elemento de um conjunto vazio que não seja elemento de outro conjunto vazio, isto é, existe apenas um conjunto vazio em teoria dos conjuntos¹⁸, tal como deveria haver apenas uma Classe Imaginária sob tal analogia.

¹⁷ A elaboração moderna da teoria dos conjuntos é atribuída a Georg Cantor (1845-1918). Para uma apresentação introdutória, indicamos Mortari (2001, p. 42-60).

¹⁸ A existência de um único conjunto vazio é garantida pelo *Princípio de Extensionalidade*, determinando que se dois conjuntos possuem exatamente os mesmos elementos, então são o mesmo conjunto e não conjuntos diferentes (MORTARI, 2001, p. 45-46).

A distinção entre intensão (compreensão) e extensão de termos foi introduzida originalmente por Gottfried Leibniz (ABBAGNANO, 2007, p. 217), mas sua discussão contemporânea remonta ao célebre artigo *Sobre o Sentido e a Referência* de Gottlob Frege¹⁹ (2009). A obra de Frege só recebeu atenção internacional em 1903, graças à sua influência no trabalho de Bertrand Russell, isto é, cinco anos após a morte de Carroll e possivelmente desconhecida por ele.

Mesmo que Carroll não estivesse a par da noção contemporânea de intensão e extensão, obviamente conhecia as noções de conotação e denotação, que remontam à escolástica tardia e eram usadas em sua época sob os parâmetros da definição proposta por John Stuart Mill (ABBAGNANO, 2007, p. 216). Segundo Stuart Mill (1984, p. 98-101):

Conotativo é o termo que denota um sujeito e implica um atributo. [...]. Todos os nomes concretos gerais são conotativos. A palavra homem, por exemplo, denota Pedro, João e um número indefinido de outros indivíduos dos quais, tomados como uma classe, ela é o nome. [...]. Das observações precedentes facilmente se concluirá que sempre que os nomes dados aos objetos contenham alguma informação sobre o objeto —isto é, sempre que tenham propriamente alguma significação—, esta significação reside não no que eles denotam, mas no que conotam.

Guardando semelhanças com a noção de conotação de Stuart Mill, Carroll propõe um modelo híbrido: embora caracterize os termos de um ponto de vista extensional, requisito à sua semântica de termos negativos, a existência de múltiplas Classes Imaginárias indica que tal caracterização não é feita sob os parâmetros restritos da noção contemporânea de extensão de conjuntos.

A silogística carrolliana opera sob uma caracterização extensional de termos, mas a individualização de cada Classe não é pautada por sua extensão e sim pela intensão do termo ao qual está associada, possibilitando que Classes Imaginárias coexistam na medida em que sejam associadas a termos com conotações diferentes.

1.2.2 O nonsense associado à lógica

Dada a apresentação das noções lógicas acima, as relações mantidas com o *nonsense* se mostram evidentes, pois o discurso de cada personagem das obras de Carroll só pode ser compreendido se sua interpretação for limitada por um Universo do Discurso respectivo à Classe "Coisas" que constitui o Universo nonsense que lhe é suposto, onde coisas que parecem familiares podem ter Adjuntos excêntricos.

¹⁹ Publicado originalmente em 1892.

Cada coisa que compõe nossa realidade é comumente associável apenas a um certo conjunto de Adjuntos, por mais variado que ele seja, por exemplo, um pedaço de bolo pode ser saboroso ou estar podre, ser nutritivo ou estar envenenado. Embora as coisas que compõem os Universos *nonsense* de Carroll pareçam familiares às coisas de nossa realidade, sempre podem ter um Adjunto excêntrico aos que costumamos associar a elas, pois um pedaço de bolo, com características similares aos bolos que conhecemos, também pode alterar radicalmente a altura de quem o comer (CARROLL, 2002, p. 18-19).

Não há nenhum problema lógico em assumir que todos os porcos que sofrem de vertigem sejam tratados com respeito (CARROLL, 1986, p. 378-380), mas associar tais características insólitas aos porcos nos deixa perplexos, causando uma espécie de estranheza que só pode ser respondida com a própria aplicação de noções lógicas, não limitadas às características contingentes de nossa realidade, mas usadas com correção para desvendar as maravilhas dos Universos *nonsense* de Carroll.

Segue-se que a noção lógica de "Universo do Discurso" é central ao *nonsense* carrolliano, sendo um requisito básico de sua própria existência na medida em que não se confunde com o absurdo ou a ausência de sentido, mas emerge justamente de sentidos alternativos cuja interpretação só é possível quando limitada por um Universo do Discurso insólito, compreendido como um Gênero de Coisas de um Universo alternativo à nossa realidade, no qual as coisas podem ter Adjuntos excêntricos àqueles que possuem em nosso Universo. "Dito de outro modo, a literatura nonsense tem sentido, mas um sentido diferente" (MONTOITO, 2019, p. 37).

Embora sempre suposta, apenas a noção de "Universo nonsense" do Discurso não explica todo o nonsense de Carroll, que também se apoia em outras noções lógico-teóricas.

É necessário que cada termo seja compreendido como um Nome que atua como signo convencional para representar uma Espécie que poderia ser representada por qualquer outro signo arbitrário. Por exemplo, Alice só consegue entender Humpty Dympty quando ele esclarece que escolhe de modo idiossincrático os Nomes que usa para representar as Espécies de Coisas do Universo do Discurso suposto à sua fala: "Quando eu uso uma palavra', disse Humpty Dumpty num tom bastante desdenhoso, 'ela significa exatamente o que quero que signifique: nem mais nem menos'" (CARROLL, 2002, p. 204).

Embora a relação entre um Nome e a Classe de Coisas que ele representa possa ser convencionada de modo arbitrário para cada termo, a intenção do falante ao usar um Nome determina a individualização da Classe representada, de tal modo que não há apenas uma

Classe Imaginária (vazia), mas Classes Imaginárias distintas podem coexistir se representadas por Nomes usados com intensões diferentes. De fato, Classes Imaginárias não apenas existem nos Universos nonsense de Carroll, mas talvez possam até ser vistas:

Supondo "pessoas" como Universo do Discurso, o Rei se surpreende ao compreender a fala de Alice como um relato de sua percepção da Classe Imaginária "pessoas na estrada", afirmando que só consegue ver pessoas reais, isto é, só consegue perceber a Classe "pessoas na estrada" se ela for uma Classe Real.

Dado que "estar na estrada" não é um Adjunto excêntrico aos membros da Classe "pessoas" de nosso Universo, o fragmento supracitado também demonstra que nem todo nonsense carrolliano surge da fórmula "coisa com Adjunto insólito", mas pode emergir de qualquer manipulação criativa de noções lógico-teóricas.

Por exemplo, embora Carroll defenda que nenhum Adjunto pode existir sem uma coisa a qual pertença (1886, p. 2), curiosamente, a possibilidade de tal existência é o mote de um dos fragmentos mais célebres da literatura carrolliana — a efêmera existência do sorriso como um Adjunto sem o Gato de Cheshire ao qual pertence: Alice pede ao Gato de Cheshire que pare de aparecer e sumir repentinamente, pois está lhe causando vertigens.

"Está bem", disse o Gato; e dessa vez desapareceu bem devagar, começando pela ponta da cauda e terminando com o sorriso, que persistiu algum tempo depois que o resto de si fora embora.

"Bem! Já vi muitas vezes um gato sem sorriso", pensou Alice; "mas um sorriso sem gato! É a coisa mais curiosa que já vi na minha vida!" (CARROLL, 2002, p. 64-65)

Alice considera um sorriso sem gato como a coisa mais curiosa que já viu na vida, mesmo depois de todas as loucuras que a levaram até o final do sexto capítulo de suas aventuras no País das Maravilhas, onde tal evento ocorre, demonstrando o quanto Carroll é avesso à existência isolada de um Adjunto²⁰.

[&]quot;[...]. Dê uma olhada na estrada, e diga-me se pode ver algum deles."

[&]quot;Ninguém à vista", disse Alice,

[&]quot;Só queria ter olhos como esses", observou o Rei num tom irritado.

[&]quot;Ser capaz de ver Ninguém! E à distância! Ora, o máximo que eu consigo é ver pessoas reais, com esta luz!" (CARROLL, 2002, p. 214)

²⁰ A associação entre o sorriso do Gato de Cheshire e a existência isolada de um Adjunto já havia sido realizada por Frank T. Sautter, em nota à sua tradução de *The Game of Logic* (CARROLL, 1887), atualmente no prelo.

O uso da noção de termos negativos como fundamento ao nonsense também precisa ser citado, dado que o método diagramático para resolução de silogismos com termos negativos constitui a maior contribuição carrolliana ao desenvolvimento da teoria silogística.

"Quero dizer, o que é um presente de desaniversário?"

Alice refletiu um pouco. "Gosto mais de presentes de aniversário", declarou finalmente.

"Não sabe do que está falando!" exclamou Humpty Dumpty. (CARROLL, 2002, p. 203-204)

Supondo o Gênero "dia comemorativo" como Universo do Discurso, o Nome "aniversário" compreende uma Espécie com o Adjunto "do nascimento de alguém". No fragmento acima, o neologismo "desaniversário" é usado como sinônimo do termo negativo "não-aniversário", isto é, respectivo aos dias comemorativos do não-nascimento de alguém, uma celebração insólita que levaria todos à falência se realmente fosse comemorada.

1.3 O Nonsense Como Instrumento de Popularização da Lógica

O nonsense é tradicionalmente categorizado como um subgênero de humor da literatura infantil, mas "Os mais importantes estudiosos do nonsense, com destaque para o alemão Klein Reichert, têm como pressuposto que o nonsense não é um subgênero de humor [...]" (ÁVILA, 1996, p. 17 e 133), inclusive o próprio status de infantil da literatura nonsense carrolliana é questionado por Montoito (2019, p. 53), devido à profundidade e às muitas camadas de interpretação de suas obras, e Bertrand Russell, que a considera útil para adultos "na necessidade de instrução metafísica e saneamento lógico" (RUSSELL, 1996, p. 524, tradução nossa).

Mesmo não sendo um subgênero de humor, o *nonsense* carrolliano é repleto de situações cômicas que são fruto da relação entre dois elementos sempre presentes em suas obras: noções lógicas e um universo de fantasia insólito. A presença basilar de um universo de fantasia também gera outro equívoco: faz com que *Alice no País das Maravilhas* (CARROLL, 2002) seja apresentada como um conto de fadas. Segundo Tolkien (2017, p. 10):

A definição de conto de fadas — o que é, ou o que deveria ser — não depende, portanto, de nenhuma definição ou relato histórico de elfos ou fadas, mas sim da natureza do Reino Encantado, do próprio Reino Perigoso, e do ar que sopra nessa terra. Não tentarei defini-lo nem descrevê-lo diretamente. [...]. Por ora só direi isto: um "conto de fadas" é aquele que toca ou usa o Reino Encantado, qualquer que seja o seu propósito principal, [...].

[&]quot;Um presente dado quando não é seu aniversário, é claro."

Embora o País das Maravilhas pareça ser um reino de fantasia associável ao conceito de Reino Encantado tolkieniano, a natureza do Reino Encantado exige que ele seja apresentado como "verdadeiro", isto é, suas "maravilhas" não podem ser explicadas por um mecanismo que as considere como uma ficção ou delírio (TOLKIEN, 2017, p. 14). Dado o enquadramento de sonho²¹ na obra de Carroll, segue-se que ela não é um conto de fadas: "o elemento de 'sonho' não é mera trama de introdução e conclusão, mas inerente à ação e às transições" (TOLKIEN, 2017, p. 71).

O enquadramento de sonho não se limita às aventuras de Alice, "em quase todas as obras carrollianas, [os sonhos] são cenários narrativos" (MONTOITO, 2019, p. 28), gerando outro equívoco: a associação do *nonsense* carrolliano com o surrealismo, que "tem como pilar a expressão espontânea e automática do pensamento, ditada pelo inconsciente, numa valorização dos aspectos do sonho" (MONTOITO, 2019, p. 45).

Apesar de também valorizar o sonho, o *nonsense* de Carroll pode ser interpretado sob o seu próprio sistema de referências e é repleto de desafios lógicos cuidadosamente elaborados, evidenciando um processo criativo completamente distinto dos surrealistas. Diferente deles, Carroll usa o sonho apenas como um recurso narrativo para introduzir os universos de fantasia que possibilitam o surgimento de seu nonsense: "[...], o sonho, pelas (im)possibilidades que permite às personagens, é a porta que separa os universos reais e ficcionais [...]" (MONTOITO, 2019, p. 28).

Distante do Reino Encantado dos contos de fada e da expressão do inconsciente dos surrealistas, os universos de fantasia carrollianos são um recurso narrativo para a apresentação de suas surpreendentes manipulações de noções lógico-teóricas.

Os seus cenários de fantasia estão tão relacionados às noções lógicas que compõem a trama que se passará neles que a própria noção de "universo de fantasia carrolliano" é melhor definida sob suas próprias noções lógicas, a saber, universos nos quais as Coisas podem ter Adjuntos excêntricos de tal modo que o Universo do Discurso de cada personagem só pode ser compreendido se determinado pela Classe "Coisas" que lhe é específica, sendo distinta da Classe "Coisas" associada à nossa realidade.

O "Universo *nonsense*" do Discurso é suposto não apenas ao *nonsense* literário, como também ao *nonsense* encontrado nos exemplos e exercícios dos trabalhos mais sérios de Carroll sobre lógica, mas o seu nonsense também emerge das mais variadas e criativas

²¹ Alice acorda no final do livro: "'Acorde, Alice querida!' disse sua irmã. [...]. 'Ah, tive um sonho tão curioso!' disse Alice [...]" (CARROLL, 2002, p. 122).

manipulações de noções lógico-teóricas, explorando as possibilidades férteis de seus universos de fantasia para, segundo Montoito (2019, p. 27), comunicar noções lógicas.

Embora Carroll seja "apontado por vários autores como um escritor que colocou em xeque a literatura pedagógica de fundo moral [...]" (GARNICA, 2014, p. 17)²², sua preocupação pedagógica com a comunicação de noções lógicas não pode ser ignorada.

Carroll foi um professor engajado na criação de metodologias alternativas para o ensino de lógica, como demonstra a publicação original de seu método diagramático para a resolução de silogismos (1886), apresentado como um jogo de peças, visando o seu ensino lúdico. Também foi um grande crítico do sistema educacional de sua época e é considerado o principal responsável pela divulgação da lógica durante o século XIX (THE JOY OF LOGIC, 2013), não apenas por seus trabalhos acadêmicos, mas também pela capacidade de desenvolver o raciocínio lógico dos leitores de suas obras literárias.

Segunda Ávila (1996, p. 203):

A poesia nonsense tem uma especificidade que é responsável pela atração permanente que exerce sobre leitores e teóricos, desde sua criação. Sua especificidade reside em algo que deixa o leitor suspenso entre o riso e a perplexidade, entre a estranheza e a identificação, como se aquilo ao mesmo tempo lhe dissesse respeito e não dissesse respeito a coisa nenhuma.

Generalizando a tese de Ávila sobre poesia nonsense, segue-se que o *nonsense* de Lewis Carroll pode ser compreendido como a forma pela qual ele deixa os seus leitores "suspensos entre o riso e a perplexidade" por meio das peculiares e inovadoras manipulações de noções lógico-teóricas que apresenta graças às possibilidades oriundas de seus universos ficcionais: seja extraindo uma conclusão valida e insólita de um silogismo cujos membros do Universo do Discurso possuem Adjuntos exóticos, fomentando o raciocínio lógico, seja apresentando propriedades de noções teóricas complexas em meio à trama de suas obras literárias graças às maravilhas de seus universos de fantasia. Em ambos os casos, o nonsense é usado como um meio para induzir instrução lógica nos seus leitores.

²² Os livros infantis da época buscavam ensinar a moral vitoriana com ênfase às punições, o rompimento de Carroll com tal tradição pode ser percebido "claramente nos livros de Alice, nos quais a protagonista não se dobra à ordem vigente (principalmente no que diz respeito às imposições da Rainha) e não recebe punição alguma por isso" (GARNICA, 2014, p. 17-18).

2. O Nonsense Wittgensteiniano

A análise da noção de *nonsense* já foi objeto do trabalho de muitos filósofos ilustres, como Husserl (1900), que distinguiu expressões cujo *nonsense* advém da forma (por exemplo: "ou verde amanhã então") de expressões cujo *nonsense* advém do conteúdo (por exemplo: "a mesa é sábia"), e Deleuze, que dedicou atenção especial ao *nonsense* carrolliano em *Lógica do Sentido* (1974).

Para Deleuze (1974), apenas proposições com sentido são verdadeiras ou falsas, de modo que proposições *nonsense* não possuem valor de verdade, mas o *nonsense* carrolliano é categorizado como um tipo especial, compreendido não como um simples fruto da ausência de sentido e sim como o resultado de um trabalho sobre as condições de possibilidade de sua produção, florescendo em um solo semelhante ao ocupado por crianças que buscam se expressar balbuciando sons sem significado: "Se Lógica do Sentido [de Deleuze] é em parte uma leitura do trabalho de Carroll, é porque ninguém conhecia as condições para a produção do sentido melhor do que Carroll" (SMITH; PROTEVI, 2018, tradução nossa).

Entre todas as abordagens filosóficas à noção de *nonsense*, sem dúvida a mais popular e influente foi feita por Wittgenstein, apresentada originalmente na obra *Tractatus Logico-Philosophicus* (2001) e rearticulada em *Investigações Filosóficas* (1975).

Examinar a noção de *nonsense* wittgensteiniana exige uma breve apresentação de seus pressupostos. O *Tractatus* (2001, p. 135-165) apresenta uma concepção segundo a qual o mundo consiste na existência de estados de coisas e toda proposição com sentido consiste na figuração lógica destes estados de coisas, isto é, tal como uma pintura realista representa uma paisagem na medida em que seus elementos gráficos seguem uma proporção e um ordenamento adequado às coisas que compõe a paisagem, toda proposição com sentido é a figuração de um estado de coisas sob "a possibilidade de que as coisas estejam uma para as outras tal como os elementos da figuração" (WITTGENSTEIN, 2001, p. 143).

Segundo Wittgenstein, a proposição "mostra seu sentido. A proposição mostra como estão as coisas se for verdadeira e diz que estão assim" (2001, p. 169). Ou seja, a proposição com sentido mostra o estado de coisas que lhe é correspondente, mas é o estado de coisas que define o valor de verdade da proposição que pretende figurá-lo: a proposição será verdadeira se for uma figuração adequada e falsa se não for.

Segue-se que toda proposição com sentido é contingente, de tal modo que tautologias e contradições são proposições sem sentido (*sinnlos*). Por exemplo, a proposição tautológica

"Todo quadrado é não-redondo", que não mostra um estado de coisas, expressando apenas o que já é logicamente suposto aos seus elementos.

A proposição mostra o que diz; a tautologia e a contradição, que não dizem nada. A tautologia não tem condições de verdade, pois é verdadeira incondicionalmente; e a contradição, sob nenhuma condição. Tautologia e contradição não têm sentido. (WITTGENSTEIN, 2001, p. 197)

Dada a apresentação das noções de proposição com e sem sentido, segue-se a abordagem wittgensteiniana de *nonsense* (*unsinn*)²³: enunciados destituídos de valor veritativo.

Enunciados *nonsense* não são figurações de estados de coisas que balizam as suas condições de verdade, não sendo verdadeiros ou falsos devido às contingências factuais e não se caracterizando como proposições com sentido, mas também não são necessariamente verdadeiros ou necessariamente falsos em virtude da relação lógica entre seus próprios elementos, como tautologias e contradições, também não se caracterizando como proposições sem sentido.

Uma vez que todo estado de coisas passível de figuração é um fato que está "dentro" do mundo, o que está "fora" do mundo não pode ser representado pela linguagem. Os enunciados da metafísica tradicional, da ética e da estética, embora não sejam tautológicos ou contraditórios, são pretensas predicações de conceitos formais, enunciados *nonsense* que tentam capturar o mundo como um todo, sem figurarem nada "dentro" do mundo que possa balizar suas condições de verdade.

Para Wittgenstein, a filosofia "não é uma teoria", mas uma atividade cujo fim "é o esclarecimento lógico dos pensamentos", de tal modo que "o resultado da filosofia não são 'proposições filosóficas', mas sim tornar proposições claras" (2001, p. 177). Segue-se que a noção de *nonsense* wittgensteiniana incide sobre todos os problemas filosóficos, mostrando "que a formulação desses problemas repousa sobre o mal entendimento da lógica de nossa linguagem" (WITTGENSTEIN, 2001, p. 131).

A concepção de linguagem expressa no *Tractatus* (2001) é revista por seu autor em *Investigações Filosóficas* (WITTGENSTEIN, 1975), afirmando que não pode haver uma concepção geral de linguagem, pois ela não compõe um todo homogêneo, apresentando sua nova abordagem em analogia com a noção de jogo: futebol e xadrez são corretamente classificados como jogos –mesmo com tão pouco em comum, assim como existem diferentes jogos de linguagem que partilham entre si apenas certas semelhanças de família, tal como

²³ Luiz Henrique Lopes dos Santos (WITTGENSTEIN, 2001) traduz "unsinn" como "contrassenso".

familiares compartilham traços genéticos comuns mesmo não havendo uma característica presente em todos os membros da família.

A tese dessa obra é que toda linguagem é uma espécie de jogo que segue determinadas regras, e todos os jogos linguísticos têm o mesmo valor. Portando, a única regra para a interpretação de um desses jogos é, segundo Wittgenstein, o uso que dela se faz; e como a filosofia não tem outra tarefa senão a análise lógica da linguagem, o esclarecimento das expressões linguísticas em seu uso corrente é tarefa própria da filosofia. (ABBAGNANO, 2007, p. 719)

O Wittgenstein das *Investigações* (1975) abandona a posição segundo a qual todo *nonsense* pode ser reconhecido com uma análise lógica das proposições, tal como expresso no *Tractatus* (2001), dado que nem todo jogo de linguagem se submete às mesmas regras. Ainda assim, enunciados *nonsense* continuam sendo compreendidos como destituídos de valor veritativo, pois são frutos de distintos erros e confusões que os tornam inadequados aos parâmetros estabelecidos pelas regras do jogo de linguagem ao qual pertencem.

Embora não defenda um método filosófico singular para identificar o *nonsense*, Wittgenstein (1975, p. 62) propõe que a atividade filosófica pode ser realiza por diferentes métodos.

Um dos métodos que Wittgenstein apresenta nas Investigações Filosóficas se aproxima, justamente, daquilo que Carroll faz em seus poemas e romances. Quando a estrutura de uma proposição não nos permite perceber que se trata de um nonsense, o filósofo da linguagem, esse terapeuta das palavras, pode imaginar como seria um mundo a partir dessa proposição. Nesse caso, o caráter nonsense da proposição ficaria claro com a ficção. No campo da pura imaginação, conheceríamos as consequências absurdas de determinadas proposições [...]. Com a descrição desse mundo fictício, o filósofo terapeuta pode compará-lo, em bloco, ao mundo em que vivemos, como quem compara o sonho e a vigília. (SILVEIRA, 2010)

Embora as duas obras de Wittgenstein apresentem concepções distintas de *nonsense*, duas ideias centrais permanecem inalteradas: enunciados *nonsense* não possuem valor de verdade e a tarefa do filósofo é evidenciar o *nonsense*.

3. A relação entre o Nonsense de Carroll e Wittgenstein

Carroll apresenta uma redefinição da noção de silogismo devido ao seu acréscimo de termos negativos à teoria silogística. Segundo Carroll, dado um trio de proposições, todo silogismo válido deve cumprir três cláusulas (1986, p. 107, tradução nossa):

- (1) Todos os seis Termos são Espécies do mesmo Gênero.
- (2) Qualquer dupla [de proposições] sempre vai conter entre si um par de Classes codivisionais.
- (3) As três Proposições estão relacionadas de tal maneira que, se as duas primeiras fossem verdadeiras, a terceira seria verdadeira.

Segundo Sautter (2015, p. 13), a primeira cláusula é ontológica, pois define que todos os termos pertencem ao mesmo Universo do Discurso; a segunda é epistemológica, pois possibilita que informações sobre a relação mantida entre dois termos seja obtida com base na relação que eles mantém com um terceiro termo; e a terceira cláusula é exclusivamente lógica, pois determina que a terceira proposição seja o resultado de uma inferência válida das outras duas.

A terceira cláusula não exige que as proposições de um silogismo válido sejam verdadeiras, mas exige que a hipótese de suas verdades seja possível, isto é, devem ser proposições cujo valor veritativo pode ser o verdadeiro. Segue-se que o nonsense usado por Carroll nos exemplos de silogismo apresentados em seus trabalhos acadêmicos não é, *stricto sensu*, *nonsense* no sentido wittgensteiniano, pois é constituído de proposições com sentido, que podem ser verdadeiras.

Todos os exemplos de silogismo com apelo *nonsense* usados por Carroll em seus trabalhos acadêmicos nascem da fórmula "coisa com Adjunto insólito", mas ela não esgota o nonsense de suas obras literárias, que emerge das mais distintas manipulações de noções lógicas, constituindo uma audaciosa exploração dos limites do uso da linguagem e amostras do resultado da subversão de suas regras.

Autores vitorianos de nonsense, como Lewis Carroll, apontaram problemas que deveriam manter os filósofos da linguagem ocupados pela maior parte do século XX. Os livros de Alice despertam a consciência para as armadilhas da linguagem (escrita), armadilhas que em nossa vida cotidiana quase nunca produzem problemas, mas que estão no coração do discurso filosófico. (WAGNER, 2012, p. 215, tradução nossa)

Cabe ressaltar que Wittgenstein cita Carroll ao expressar suas considerações sobre a capacidade das palavras de designar objetos:

Quando dizemos: "cada palavra da linguagem designa algo", com isso ainda não é dito absolutamente nada; a menos que esclareçamos exatamente qual a diferença que desejamos fazer. (Pode bem ser que queiramos diferenciar as palavras da linguagem de palavras 'sem significação', como ocorrem nas novelas de Lewis Carroll, ou de palavras como "la-la-ri-la-la" numa canção.) (WITTGENSTEIN, 1975, p. 18)

Wittgenstein atribui "sem significação" e não nonsense às palavras que ocorrem nas novelas de Carroll. O termo "sem significação" foi empregado para traduzir "*ohne Bedeutung*" e não "*unsinn*" ou "*sinnlos*", usados respectivamente para traduzir "nonsense"²⁴ e "sem sentido".

Embora Wittgenstein possa ter usado o termo "sem significação" em vez de "nonsense" por referir-se às palavras e não às "proposições" de Carroll²⁵, ele o usa entre aspas, sugerindo que talvez compreenda o *nonsense* carrolliano de um modo especial, como também sugere a seguinte citação (WITTGENSTEIN, 1975, p. 106):

"Mas, em contos de fada, um pote pode também ver e ouvir!" (Certo; mas ele pode também falar.)

"Mas um conto apenas inventa o que não ocorre; não diz nenhum absurdo." – Isto não é tão simples. É inverdade ou absurdo dizer que um pote fala? Fazemos uma imagem clara das condições nas quais se diria que um pote fala? (Mesmo um poema-absurdo não é um absurdo no mesmo sentido que o balbuciar de uma criança.)

Sim; dizemos de seres inanimados que eles têm dor: brincando com bonecas, por exemplo. Mas este emprego é secundário. Imaginemos o caso em que se dissesse apenas de seres inanimados que eles têm dor; e que nos compadecêssemos apenas de bonecas!

No fragmento supracitado, Wittgenstein busca esclarecer a distinção entre proposições falsas e *nonsense* — enquanto exemplifica como experimentos mentais podem ser usadas como um método filosófico para evidenciar o *nonsense*. Mas Wittgenstein também expressa que "um poema-nonsense não é um *nonsense* no mesmo sentido que o balbuciar de uma criança", novamente parecendo compreender a literatura nonsense carrolliana de um modo especial.

Segundo Pitcher (1965, p. 592, tradução nossa), "Carroll exerceu uma profunda influência no [trabalho] tardio de Wittgenstein":

O nonsense de Wittgenstein e Carroll produzem uma perplexidade extrema: Alice fica constantemente perplexa e confusa com o nonsense que ouve no decorrer de suas aventuras, assim como os filósofos, segundo Wittgenstein, ficam perplexos e confusos com o nonsense que eles mesmos inconscientemente expressam. (PITCHER, 1965, p. 611, tradução nossa)

²⁴ José Carlos Bruni usa "absurdo" (WITTGENSTEIN, 1975) e João José R. L. de Almeida usa "contrassenso" (WITTGENSTEIN, [s./d.]) para traduzir "*unsinn*".

²⁵ Dado que apenas proposições podem ter valor de verdade e apenas enunciados analisados em um contexto de análise proposicional podem ser classificados como *nonsense*, isto é, destituídos de valor veritativo. Do contrário, todas as palavras analisadas isoladamente são *nonsense*, pois não são proposições e, portanto, são destituídas de valor veritativo.

Mesmo convicto da influência de Carroll no trabalho tardio de Wittgenstein, Pitcher sustenta que suas atitudes em relação ao nonsense divergiam extremamente. Segundo Pitcher (1965, p. 611, tradução nossa):

[...], Wittgenstein e Carroll tinham atitudes radicalmente diferentes em relação ao nonsense: ele torturava Wittgenstein e deliciava Carroll. Carroll virou as costas para a realidade a partir do mundo (maravilhoso) do mito e da fantasia. Wittgenstein, sendo um filósofo, empenhou todos os seus esforços para nos arrastar de volta à realidade distinta do mundo (horrível) do mito e da fantasia. [...] a atitude, certamente, é fundamentalmente diferente.

Pitcher justifica sua posição alegando que "[...] as mesmas confusões com as quais Wittgenstein cobra os filósofos foram empregadas deliberadamente por Carroll para efeito cômico" (PITCHER, 1965, p. 593. tradução nossa), de tal modo que Wittgenstein considera o *nonsense* como "perigosamente apto para enganar o filósofo", enquanto "Carroll, por outro lado, simplesmente se diverte" (PITCHER, 1965, p. 605, tradução nossa).

Como já analisado (ver subseção 1.3), o *nonsense* carrolliano não serve apenas para a diversão e não pode ser reduzido a um subgênero de humor, pois se trata de uma estrutura narrativa que possibilita a manipulação de noções lógico-teóricas de forma inovadora, constituindo um meio lúdico usado para induzir instrução e popularizar a lógica. Inclusive o clássico *Alice* (CARROLL, 2002) foi criado por Carroll buscando levar um módico de instrução lógica às irmãs Liddell²⁶ enquanto as distraia durante um passeio de barco no qual estavam aos seus cuidados (GARDNER, 2002c, p. 7-9).

Também é errado afirmar que Carroll "virou as costas para a realidade" em suas obras nonsense, como afirma Pitcher (1965, p. 611). Carroll não escreveu contos de fada que supõem a realidade de seus universos nonsense (ver subseção 1.3), pois a trama nonsense é sempre cuidadosamente estruturada sob a moldura de um sonho e objetiva induzir instrução lógica. Embora Carroll utilizasse universos de fantasia para induzir destrezas lógicas aos seus leitores, ele defendia que a utilidade dessas destrezas se aplicava ao mundo real, principalmente à detecção de falácias:

Você acredita que o principal uso da Lógica, na vida real, é o de deduzir conclusões viáveis, e o de convencer-se que as conclusões, deduzidas por outras pessoas, estão corretas? Quisera fosse assim! A sociedade estaria muito menos sujeita ao pânico e a outras ilusões, e a vida política, sobretudo, seria algo totalmente diferente, caso a maioria dos argumentos transmitidos e espalhados pelo mundo fossem corretos! Mas, receio, é exatamente o contrário. Para cada par de premissas viáveis (aquelas que levam a uma conclusão lógica) que você encontra ao ler um jornal ou uma

²⁶ Filhas de Henry Liddell, amigo de Carroll e deão do Christ Church, onde Carroll lecionava. Entre elas estava Alice Pleasance Liddell (1852-1934), que serviu de inspiração para a protagonista homônima.

revista, você provavelmente encontrará cinco que não levam a conclusão alguma, e mesmo quando as premissas são viáveis, para cada instância na qual o escritor extrai uma conclusão correta, há provavelmente dez nas quais o escritor extrai uma conclusão incorreta [...]. O uso principal que você fará dessa destreza lógica, [...], será o de detectar 'Falácias' [...]. (CARROLL, 1887, p. 32-33)

Ao acordar do sonho nonsense, o protagonista das obras de Carroll está pronto para aplicar em vigília as mesmas noções lógicas que moldaram o seu sonho, tal como o leitor que, ao fechar o livro, pode aplicar o módico de instrução lógica que recebeu durante sua leitura à própria realidade e detectar as falácias que o cercam. Sautter (2015, p. 9) destaca que a detecção de falácias "não é um mero capítulo da lógica carrolliana, mas é o próprio coração dela".

Segue-se que o *nonsense* carrolliano não vira as costas para a realidade, pois se direciona justamente a ela enquanto instrumento didático para a popularização de destrezas lógicas — tão aplicáveis à realidade que, se popularizadas, podem tornar a sociedade menos sujeita ao pânico e a outras ilusões.

Compreendendo o *nonsense* carrolliano como o resultado das peculiares e inovadoras manipulações de noções lógico-teóricas que Carroll buscou apresentar aos seus leitores, segue-se que devemos compreender o seu uso como análogo ao uso de enunciados *nonsense* que Wittgenstein faz em suas próprias obras:

Não há dificuldade alguma de se levar às últimas consequências o que vem dito no Prefácio do Tractatus, ou na penúltima proposição do livro. Nenhuma proposição do Tractatus faz o menor sentido —nem a primeira, nem a última, [...]. No entanto, são capazes de produzir efeitos e, por pertencerem a um sistema linguístico usado por seres humanos, podem produzir efeitos mais ou menos previsíveis nesses seres. Podem levar esses seres a assumirem determinadas atitudes, fazerem ou deixarem de fazer determinadas coisas, falarem ou deixarem de falar outras tantas.

[...] O Tractatus não pretende ser um discurso verdadeiro, mas pretende, sim, induzir seu leitor a uma perspectiva que o autor do livro pretende que seja a perspectiva correta sobre a linguagem. (CUTER, 2015, p. 36)

Wittgenstein usa o *nonsense* para induzir uma certa perspectiva sobre a linguagem, buscando exorcizar a filosofia do *nonsense* fruto das armadilhas da linguagem. Carroll não propõe uma filosofia com enunciados *nonsense*, apenas usa o *nonsense* com a finalidade pedagógica de comunicar noções lógico-teóricas, explorando as armadilhas da linguagem como brincadeiras que lhe permitem conceber os cenários hipotéticos adequados para testar e explorar consequências lógicas.

Nas palavras de Pitcher (1965, p. 611, tradução nossa): "O mesmo terreno lógico que é um playground para Carroll, é um campo de batalha para Wittgenstein". Mas, diferente da

posição de Pitcher (1965), Carroll e Wittgenstein não tinham atitudes radicalmente diferentes em relação ao *nonsense*, pois ambos o usaram para produzir efeitos instrutivos em seus leitores — embora o propósito de Carroll fosse a instrução lógica e o de Wittgenstein a instrução sobre uma perspectiva que ele julgava correta sobre a linguagem.

Considerações Finais

Dado o desejo de divulgar e popularizar a lógica nutrido por Carroll, conclui-se que o seu nonsense deve ser compreendido como um meio para esse fim. Todos os diálogos nonsense de suas obras supõem um Universo do Discurso adequado à sua compreensão, mas o seu *nonsense* não é limitado por uma única noção teórica, nascendo das mais variadas e criativas manipulações de noções lógico-teóricas.

Embora nem todo enunciado *nonsense* carrolliano seja associável à concepção de *nonsense* wittgensteiniana em um sentido restrito, dado que alguns de seus enunciados são apenas falsos e não destituídos de valor veritativo, a maioria é completamente congruente com a noção de Wittgenstein e, especialmente em suas obras literárias, o seu *nonsense* parece fruto justamente da aplicação de um dos métodos que Wittgenstein propõe para identificar o *nonsense*, tal como sugere Silveira (2010).

Além disso, "[...] sondar os limites da linguagem era o empreendimento de ambos, Carroll e Wittgenstein" (WAGNER, 2012, p. 215, tradução nossa), e o *nonsense* presente na obra de ambos emerge como os resultados de tal empreendimento, compartilhando objetivos afins.

Diferente de Pitcher (1965), conclui-se que Carroll e Wittgenstein tinham atitudes análogas em relação ao *nonsense*, a saber, ambos usaram o *nonsense* como um meio para induzir ideias instrutivas nos seus leitores. Carroll usou o *nonsense* para popularizar noções lógicas, enquanto Wittgenstein usou o *nonsense* para apresentar a perspectiva que julgava correta sobre a linguagem.

Referências

ABBAGNANO, N. *Dicionário de Filosofia*. 5 Ed. Tradução original coordenada por Alfredo Bossi; revisada e estendida por Ivone Castilho Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 1210 p.

ABELES, F. F. "Lewis Carroll's visual logic". *History and Philosophy of Logic*, v. 28, n. 01, p. 1-17, 2007. p. 1-17.

ANGELELLI, I. *Studies on The Gottlob Frege and Traditional Philosophy*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company, 1967. p. 12-13.

ARISTÓTELES. "Periérmeneias". In: ARISTÓTELES. *Organon*. Tradução: Pinharanda Gomes. Lisboa: Guimarães Editores, 1985. p. 119-173.

ÁVILA, M. *Rima e Solução: a Poesia Nonsense de Lewis Carroll e Edward Lear*. São Paulo: Annablume, 1996. 234 p.

BALAGUER, M. "Platonism in Metphysics". In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford, California. Spring, 2016. Disponível em: https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/platonism/. Acesso em: 25 jan. 2020.

BOOLE, G. *An Investigation of the Laws of Thought*: on which are founded: The Mathematical Theories of Logic and Probabilities. Cambridge: McMillan and Co., 1854. 425 p.

CARROLL, L. *Through The Looking-Glass: And What Alice Found There*. London: MacMillan and Co., 1872. p. 21-22.

CARROLL, L. *The Game of Logic*. London: MacMillan and Co., 1886. 124 p.

CARROLL, L. *The Game of Logic*. 2. ed. London: MacMillan and Co., 1887. Tradução para o português em elaboração: CARROLL, L. *O jogo da lógica*. Tradução: Frank Thomas Sautter. London: College Publications.

CARROLL, L. "What the Tortoise Said to Achilles". *Mind*, v. 14, Abril, 1895. p. 278-280.

CARROLL, L. *Symbolic Logic*: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

CARROLL, L. *Alice*: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. 303 p.

CARROLL, L. *The Complete Stories and Poems of Lewis Carroll*. New Lanark: Geddes & Grosset, 2005. p. 148.

CARROLL, L. *The Pamphlets of Lewis Carroll*. Vol. 4. Compilado por Francine F. Abeles. New York: University Press of Virginia, 2010. 271 p.

CARROLL, L. *Jaguadarte*. Tradução: Augusto de Campos. São Paulo: Editora Nhambiquara, 2014. 56 p.

COHEN, M. N. *Lewis Carroll: Uma biografia*. Tradução: Raffaella de Filippis. Rio de Janeiro: Record, 1998. 669 p.

CUTER, J. V. G. "Como entender um contrassenso e reconhecer sua correção". *Dissertatio*. Volume Suplementar. Dossiê Wittgenstein. Junho, 2015. p. 31-43.

DELEUZE, G. *Lógica do Sentido*. Tradução: Luiz Roberto Salinas Fortes. São Paulo: Perspectiva, 1974. 342 p.

DODGSON, C. L. *Doublets: A Word-Puzzle*, by Lewis Carroll. 2 Ed. London: MacMillan, 1880.

FREGE, G. *Begriffsschrift*: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle, Alemanha: Louis Nebert, 1879. 89 p.

FREGE, G. "Sobre o Sentido e a Referência". In: FREGE, G. *Lógica e Filosofia da Linguagem*. 2 Ed. Tradução: Paulo Alcoforado. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2009. p. 129-158.

GARDNER, M. "Introdução à 1a Edição". In: CARROLL, L. *Alice*: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002a. p. vii-xxi.

GARDNER, M. "Introdução à 2a Edição". In: CARROLL, L. *Alice*: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002b. p. xvii-xxi.

GARDNER, M. "Notas". In: CARROLL, L. *Alice*: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002c. p. 7-302.

GARNICA, A. V. M. "Euclides, aliado de Alice, e seus rivais oitocentistas". In: CARROLL, L. *Euclides e seus rivais modernos*. Tradução: Rafael Montoito. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 9-21.

HUSSERL, E. Logische Untersuchungen. Leipzig: Verlag Von Veit & Comp., 1900. 257 p.

KENNY, A. *História Concisa da Filosofia Ocidental*. Tradução: Desidério Murcho, Fernando Martinho, Maria José Figueiredo, Pedro Santos e Rui Cabral. Lisboa: Temas e Debates — Actividades Editoriais, 1999. p. 438.

KEYNES, J. N. *Studies and Exercises in Formal Logic*. 4. Ed. London: Mac-millan and Co., 1906. 548 p.

LEAR, E. A Book of Nonsense. London: Thomas McLean, 1846. 112 p.

LINDEMANN, J. L. *A Lógica de Lewis Carroll*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) — Programa de pós-graduação em Filosofia. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017. 121 p.

LINDEMANN, J. L. "Árvores de Carroll-Smullyan". Artigo submetido: *Dissertatio*, 2020. 26 p.

LOUX, M. J. *Metaphysics: A Contemporary Introduction*. London and New York: Routledge, 1998.

MALCOLM, N. The origins of English nonsense. London: Harper Collins, 1997. p. 14.

MILLER, D. "Word Games for Formal Logic". In: FIRST INTERNATIONAL CONGRESS ON TOOLS FOR TEACHING LOGIC. Salamanca: ARACNE, 2000. p. 1-4. Disponível em: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.127.5330&rep=rep1&type=pdf. Acesso em: 19 jun. 2020.

MILL, J. S. "Sistema de Lógica Dedutiva e Indutiva: Exposição dos Princípios da Prova e dos Métodos de Investigação Científica (Seleção)". In: MILL, J. S. *Sistema de lógica dedutiva e indutiva e outros textos*. 3 Ed. Tradução: João Marcos Coelho e Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1984. p. 79-255. (Os pensadores)

MONTOITO, R. Lógica e Nonsense nas Obras de Lewis Carroll: Silogismos e Tontogismos como Exercícios para o Pensamento. Pelotas: IFSul, 2019. 142 p.

MONTOITO, R. *Uma Visita ao Universo Matemático de Lewis Carroll e o (Re)encontro com sua Lógica do Nonsense*. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007. 185 f.

MORTARI, C. A. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora UNESP, 2001. 393 p.

PITCHER, G. "Wittgenstein, Nonsense, and Lewis Carroll". *The Massachusetts Review*, v. 6, n. 3. 1965. p. 591-611.

PORFÍRIO. *Isagoge: Introdução às Categorias de Aristóteles*. Tradução: Bento Silva Santos. São Paulo: Attar, 2002. 95 p.

QUINE, W. O. O Sentido da Nova Lógica. 2 Ed. Curitiba: Ed. da UFPR, 1996. p. 15.

REICHERT, K. Lewis Carroll: Studies zum literarischen Unsin. Munique: Carl Hanser, 1974.

RUSSELL, B. *The Collected Papers of Bertrand Russell: Vol. 10.* Editado por John G. Slater. Londres: Routledge, 1996. p. 524.

SAUTTER, F. "As Teorias Carrollianas das Falácias". *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Campinas, v. 1, n.1, jan./jun, 2015, p. 7-32.

SHAWYER, E. "Mrs. Shawyer's reminiscences". In : CARROLL, L. *Diaries*. GREEN, Roger Lancelyn (Editor). London: Cassell & Company LTD, 1953.

SILVEIRA, P. H. F. "A lógica do nonsense em Carroll e Wittgenstein". *Revista Filosofia*, *Ciência e Vida*, Ed. 49. Editora Escala, 2010.

SMITH, D; PROTEVI, J. "Gilles Deleuze". In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford, California. Spring, 2018. Disponível em: https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/deleuze/. Acesso em: 07 mar. 2020.

THE JOY OF LOGIC. Direção de Catherine Gale. 59 min. Londres: BBC Four, 2013. Documentário (59 min), son., col. Disponível em: http://www.dailymotion.com/video/x1a6ogd_the-joy-of-logic_tech. Acesso em: 25 jan. 2020.

TOLKIEN, J. R. Arvore e Folha. 2 Ed. Tradução: Ronald Eduard Kyrmse. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2017. 106 p.

VALENCIA, V. S. "The Algebra of Logic". In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Org.). *Handbook of The History of Logic*: The Rise of Modern Logic from Leibniz to Frege. Amsterdam: Elsevier B.V., 2004. p. 389-544.

WAGNER, D. "The uses of nonsense: Ludwig Wittgenstein reads Lewis Carroll". *Wittgenstein-Studien*, v. 3. 2012. p. 205-216.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações Filosóficas*. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Abril S.A., 1975. 226 p. (Os pensadores)

WITTGENSTEIN, L. *Investigações Filosóficas/Philosophische Untersuchungen*: Edição Bilíngue Alemão/Português. Apresentação, tradução e notas de João José R. L. de Almeida. Campinas: Editora UNICAMP, [s./d.]. No prelo. 399 p. Disponível em: http://www.psicanaliseefilosofia.com.br/textos/InvestigacoesFilosoficas-Original.pdf. Acesso em: 28 mar. 2020.

WITTGENSTEIN, L. *Tractatus Logico-Philosophicus*. 3 Ed. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001. 296 p.

ARTIGO 4: A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Resumo: O presente trabalho objetiva elucidar a posição de Lewis Carroll em filosofia da lógica através do cotejamento de suas principais obras. Embora Carroll não tenha explicitado sua posição, conclui-se que a melhor hipótese consiste em uma posição análoga à posição pragmática contemporânea, assumindo que Carroll compreendia a tarefa do lógico ao propor um sistema formal como sendo a tarefa de explicitar as normas subjacentes às nossas práticas discursivas.

Palavras-chave: Lewis Carroll; Filosofia da Lógica; Pragmatismo.

Abstract: The present work aims to elucidate the Lewis Carroll's position in philosophy of logic by comparing his main works. Although Carroll did not explain his position, it is concluded that the best hypothesis consists of a position analogous to the contemporary pragmatic position, assuming that Carroll understood the task of the logician when proposing a formal system as being the task of explaining the norms underlying our discursive practices..

Keywords: Lewis Carroll; Philosophy of Logic; Pragmatism.

INTRODUÇÃO

Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), é amplamente conhecido graças às suas publicações literárias nonsense, com destaque para "Alice" (2002) [1865], mas ele também lecionou Matemática¹ e, na fase final de sua vida², dedicou-se à elaboração de trabalhos teóricos que foram relevantes durante o desenvolvimento da Lógica ocorrido no século XIX³.

¹ Campo no qual apresentou contribuições originais, por exemplo, no ramo da álgebra linear, com a primeira publicação de uma prova para o teorema de Kronecker-Capelli, também conhecido como teorema de Rouché-Capelli (WILSON; MOKTEFI, A, 2019, p. 81-83).

² Período no qual trocou correspondências com os principais lógicos da época, incluindo John Venn (1834-1923) de Cambridge (BARTLEY III, 1986, p. 31).

As obras lógicas de Carroll estão situadas em um período conhecido pelo fim da hegemonia de mais de 2000 anos da Lógica aristotélica devido à revolução teórica presente nos trabalhos dos lógicos do século XIX, conhecidos como Algebristas da Lógica, responsáveis pela construção do fundamento sobre o qual a Lógica contemporânea se ergueu: "[...], a lógica sofreu tal evolução que pode ser considerada uma ciência nova. Essa evolução é considerada como tendo o seu início nas pesquisas ainda rudimentares do matemático George Boole, em meados do século passado [XIX]" (QUINE, 1996, p. 15).

Carroll nunca explicitou sua posição em Filosofia da Lógica, deixando apenas escassas considerações sobre o tema ao longo de suas obras.

Compreendendo "Filosofia da Lógica" como a área da Filosofia dedicada a examinar a natureza da Lógica, o presente trabalho apresenta uma hipótese sobre a Filosofia da Lógica de Carroll com base na análise e no cotejamento de suas obras.

O trabalho está dividido em cinco seções: a primeira seção apresenta o trabalho e a reputação de Carroll como lógico, justificando a relevância da elucidação de sua Filosofia da Lógica; a segunda seção apresenta a hipótese de Braithwaite (1932) sobre a Filosofia da Lógica de Carroll, argumentando que tal hipótese deve ser revista em virtude das obras póstumas de Carroll, publicadas depois do artigo de Braithwaite e contendo afirmações inconsistentes com sua hipótese; a terceira seção apresenta posições teóricas conservadoras presentes no trabalho lógico de Carroll e explicita o seu forte engajamento no ensino e na popularização da Lógica; a quarta seção examina a posição carrolliana sobre a convencionalidade de certas regras na construção de um sistema lógico formal; e a quinta seção apresenta uma hipótese original sobre a Filosofia da Lógica de Lewis Carroll.

Conclui-se que a Filosofia da Lógica carrolliana guarda semelhanças com a posição pragmática contemporânea, assumindo que Carroll compreendia a tarefa do lógico ao propor um sistema formal como sendo a tarefa de explicitar as normas subjacentes às nossas práticas discursivas.

1 O TRABALHO E A REPUTAÇÃO DE LEWIS CARROLL COMO LÓGICO

Carroll publicou apenas dois livros sobre Lógica durante sua vida, a saber, "The Game of Logic" (1886), um manual introdutório à lógica silogística no qual apresenta o seu método diagramático para a resolução de silogismos como um jogo de peças, e "Symbolic Logic: Part 1 -Elementary" (1896), obra na qual apresenta e examina os pormenores de seu método diagramático, sendo a parte inicial de um projeto que seria dividido em três livros e avançaria sobre temas mais complexos em Lógica, mas cuja execução foi interrompida por sua morte.

Embora constitua apenas o resultado inicial do seu trabalho lógico, o seu método diagramático apto à resolução de silogismos com termos negativos⁴ se destaca em virtude dos

John Neville Keynes também apresenta um método diagramático apto à representação de termos negativos em "Studies and Exercises in Formal Logic" (1906). Embora a obra tenha sido publicada originalmente em 1884, o método diagramático para termos negativos foi introduzido apenas em sua quarta edição, em 1906, vinte anos depois da inovação carrolliana.

avanços que apresenta em relação aos métodos diagramáticos de Euler e Venn (LINDEMANN, 2017, p. 103-107).

Contudo, mesmo com o mérito de suas inovações, as obras lógicas de Carroll receberam pouca atenção dos lógicos. "Elas foram apreciadas principalmente por seus exemplos engraçados, que foram amplamente reimpressos, adaptados e imitados em manuais de lógica modernos" (MOKTEFI, 2007, p. 11, tradução nossa). Segundo Bartley III, "os exemplos e exercícios de Carroll manifestam genialidade" (1986, p. 29, tradução nossa), dado que neles Carroll expressa o talento que o define como um célebre autor de literatura nonsense.

A reputação de Carroll entre os lógicos só mudou em 1977, com a nova edição de "Symbolic Logic" (1986), contendo não apenas "Part 1 -Elementary", mas a inédita "Part 2 -Advanced", em uma publicação póstuma fruto do minucioso trabalho de compilação dos manuscritos de Carroll realizado pelo filósofo americano William Warren Bartley III (1934-1990).

Em "Part 2 -Advanced" (CARROLL, 1986, p. 227-506) somos apresentados ao Método por Subscritos para resolução de silogismos, cuja notação é passível de uma interpretação alternativa, apta à formalização de argumentos proposicionais. A notação por subscritos também é utilizada por Carroll em seu Método de Árvores (CARROLL, 1986, p. 279-319), o resultado mais significativo de seus trabalhos lógicos, consistindo em um método de prova por refutação que antecede em cerca de 50 anos as características básica que definem o popular método de árvores de Smullyan (2009), de tal modo que, segundo Lindemann (2020), "por justiça histórica, [o método de árvores de Smullyan] deveria ser chamado de método de árvores de Carroll-Smullyan".

Cabe ressaltar que Carroll continua apresentando exemplos nonsense mesmo nas partes mais avançadas de "Symbolic Logic" (1986), por exemplo, em "O Problema dos Porcos e Balões" (CARROLL, 1986, p. 378-380), demonstrando uma aparente despreocupação com a relação entre Lógica e verdade que destoa da célebre abordagem de Frege (2002, p. 11):

Assim como a palavra "belo" assinala o objeto da estética e "bem" assinala o objeto da ética, assim também a palavra "verdadeiro" assinala o objeto da lógica. [...]. Descobrir verdades é a tarefa de todas as ciências: cabe a lógica, porém, discernir as leis do ser verdadeiro.

⁵ Um exemplo de sorites cujas premissas possuem mais de três termos. Uma análise desse problema (CARROLL, 1986, p. 378-380) e sua resolução por meio do método de árvores carrolliano são encontradas em Lindemann (2020).

Dados os importantes desenvolvimentos da Lógica ocorridos na época em que as obras de Carroll se situam e o atual reconhecimento das inovações técnicas presentes em seus trabalhos, somados à estreita relação com o nonsense que lhe caracteriza, segue-se que investigar a posição carrolliana em Filosofia da Lógica pode auxiliar na compreensão das controvérsias teóricas realizadas em seu período, cujos frutos pautaram o nascimento da Lógica contemporânea (QUINE, 1996, p. 15), evidenciando elementos que contribuam para elucidar a natureza da Lógica.

2 A HIPÓTESE DE BRAITHWAITE

Antes do excepcional trabalho de compilação dos manuscritos de Carroll realizado por Bartley III, resultando na publicação póstuma de "Symbolic Logic: Part 2 -Advanced" (CARROLL, 1986, p. 227-506) e no posterior reconhecimento das contribuições carrollianas no desenvolvimento da Lógica, o filósofo inglês Richard Bevan Braithwaite (1900-1990) merece destaque pela publicação de um artigo intitulado "Lewis Carroll as Logician" (1932), defendendo o status de Carroll como lógico a partir de uma análise não restrita às publicações em Lógica de Carroll que eram disponíveis em sua na época, mas incluindo discussões sobre interpretações lógicas de fragmentos das obras literárias do autor⁶.

Carroll não explicitou sua posição sobre Filosofia da Lógica, deixando apenas escassas considerações sobre o tema distribuídas ao longo de suas obras. A hipótese comumente aceita assume que Carroll concebia a lógica como um jogo (MOKTEFI, 2008). Essa hipótese foi apresentada originalmente por Braithwaite no artigo supracitado:

Carroll considerava a lógica formal e simbólica não como um corpus de conhecimento sistemático sobre o pensamento válido, nem como uma arte para ensinar uma pessoa a pensar corretamente, mas como um jogo. Ele espera que [a Lógica] "possa ser uma ocupação real para os jovens e ser adotada nas escolas de nível médio e por famílias particulares como um complemento valioso ao estoque de recreações mentais saudáveis". (BRAITHWAITE, 1932, p. 174, tradução nossa).

A posição que Braithwaite atribuiu a Carroll é adequada ao título de sua primeira obra, a saber, "The Game of Logic" (CARROLL, 1886), também recebendo apoio do subtítulo da primeira parte de sua segunda obra: "Uma recreação mental fascinante para os jovens" (CARROLL, 1986, p. 43, tradução nossa).

Para uma análise das relações entre as obras lógicas e literárias Carroll, incluindo interpretações lógicas de fragmentos de suas obras literárias, indicamos Lindemann (2020a) e Montoito (2019).

Conceber a Lógica como um jogo aproxima Carroll da posição conhecida como convencionalista⁷, segundo a qual a função do lógico "seria criar regras coerentes para estabelecer (não representar) uma noção de inferência" (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 315). Ou seja, tal como um design de jogos deve estabelecer as regras dos jogos que cria, o lógico deve estabelecer as regras dos sistemas lógicos que propõe.

Braithwaite foi coerente ao interpretar as considerações sobre a natureza da lógica presente nos livros de Carroll que lhe eram acessíveis, mas seu artigo foi publicado em 1932 e, portanto, ignora todas as considerações presentes na obra póstuma "Symbolic Logic: Part 2 -Advanced" (CARROLL, 1986, p. 227-506), publicada originalmente em 1977, na qual o seguinte fragmento é encontrado:

[...], sustento que qualquer autor de um livro está plenamente autorizado a associar qualquer significado que lhe agrade a qualquer palavra ou expressão que pretenda usar. [...] Assim, quanto à questão de uma Proposição dever ou não ser entendida como afirmando a existência de seu Sujeito, afirmo que todo escritor pode adotar sua própria regra, contanto, é claro, que ela seja coerente consigo mesma e com os fatos aceitos da Lógica. (CARROLL, 1986, p. 232)⁸

A posição expressa por Carroll, embora compatível, não implica uma posição convencionalista em Filosofia da Lógica.

O problema da convencionalidade das palavras já ocorre no diálogo platônico "Crátilo", onde o personagem Hermógenes defende uma tese convencionalista acerca dos nomes (PLATÃO, 1973). Aristóteles também assume uma posição convencionalista sobre tal controvérsia, defendendo que a relação entre as palavras e as coisas é arbitrária e estabelecida por convenção, mas, independente da arbitrariedade de uma palavra, o conceito ao qual ela está associada não é convencional, pois "resulta da apreensão da realidade por nossa mente" (MARCONDES, 2010) e, enquanto entidade mental, é igual para todos —tese compatível com o realismo lógico ao qual Aristóteles é comumente associado, segundo o qual as verdades da Lógica não dependem de convenções arbitrárias, apondo-se ao convencionalismo em Filosofia da Lógica.

A declaração de Carroll é mais forte que um simples convencionalismo sobre a arbitrariedade das palavras, pois também afirma que certas regras são convencionais, mas, no mesmo fragmento, defende a existência de fatos aceitos da Lógica, fatos aos quais toda regra convencional deve ser submissa. Defender que existem fatos sobre Lógica é incompatível

⁷ Entre os principais filósofos defensores da tese convencionalista em Filosofia da Lógica, destaca-se Rudolf Carnap (1891-1970): "A lógica (incluindo a matemática) consiste em estipulações convencionais sobre o uso de signos e tautologias que se baseiam nessas convenções" (CARNAP, 1961, p. 105, tradução nossa).

⁸ A tradução do fragmento é de Maria Luiza X. de A. Borges (CARROLL, 2002, p. 205).

com uma posição convencionalista, pois se existem fatos previamente aceitos, então o lógico não os estabelece, pois apenas os representa ao propor as regras de seu jogo.

Maddy (2012) também atribui a Carroll a autoria do primeiro trabalho a apresentar o problema do regresso vicioso presente na posição convencionalista. No artigo citado por Maddy, Carroll (1895) apresenta um diálogo no qual Aquiles busca convencer a Tartaruga de que a conclusão de um silogismo válido é verdadeira. A Tartaruga aceita a verdade das premissas, mas se recusa a aceitar a conclusão até que uma terceira premissa seja incluída, explicitando que se as duas premissas são verdadeiras, então a conclusão é verdadeira. Aquiles aceita a inclusão da terceira premissa, mas a Tartaruga, embora agora aceite as três premissas, se recusa a aceitar a conclusão até que uma quarta premissa também seja incluída, explicitando que se as três premissas são verdadeiras, então a conclusão é verdadeira, e assim sucessivamente, com a Tartaruga exigindo sempre a inclusão de uma nova premissa⁹.

Maddy (2012, p. 495) reconhece o argumento de Carroll (1895) como a primeira exposição do problema do regresso vicioso na posição convencionalista ao interpretar a exigência de uma nova premissa feita pela Tartaruga como a exigência de explicitação da convenção que estabelece a verdade de uma conclusão como consequência lógica de suas premissas, de tal modo que, se uma verdade lógica se torna verdadeira por convenção, então deve haver uma convenção anterior que permita a atribuição de tal verdade, assim como tal atribuição supõe uma convenção anterior que assegure sua própria verdade e assim sucessivamente, justificando cada nova premissa exigida pela Tartaruga.

Braithwaite (1932) apresenta uma análise do mesmo texto de Carroll (1895), mas, diferente de Maddy (2012), interpreta-o apenas como uma exposição clara de que inferências necessitam de "um ato de violência para cortar a corrente de proposições hipotéticas – precisam do que W. E. Johnson chamou de 'princípio' [da inferência] em oposição à 'premissa' da inferência, [...]" (BRAITHWAITE, 1932, p. 176, tradução nossa).

É provável que, na interpretação de Braithwaite (1932), o "princípio" exigido por Carroll devesse ser estabelecido por convenção, em coerência com sua hipótese sobre a Filosofia da Lógica do autor.

Conclui-se que a obra póstuma sobre Lógica de Carroll, inacessível para Braithwaite, contêm fragmentos passíveis de interpretações que são inconsistentes com a sua hipótese sobre a Filosofia da Lógica carolliana, que também é inconsistente com uma interpretação

⁹ Carroll (1895) utiliza os mesmos personagens de um famoso paradoxo atribuído a Zenão de Eléia, filósofo grego do século V a.C.

alternativa de um texto que lhe foi acessível (MADDY, 2012), portanto a hipótese de Braithwaite (1932) deve ser revista.

3 UM TEÓRICO CONSERVADOR PREOCUPADO COM A POPULARIZAÇÃO DA LÓGICA

Mas se Carroll não era um convencionalista, por que a noção de jogo é tão presente em suas obras lógicas?

Antes de ser um lógico, Carroll foi um professor crítico ao sistema educacional de sua época (LINDEMANN, 2017a, p. 167-169), ele "era contrário ao próprio sistema de avaliação, que chegava a deixá-lo deprimido" (COHEN, 1998, p. 112). Segue-se que a noção de jogo presente em sua obra não precisa ser associada à sua posição sobre a natureza da Lógica, mas deve ser necessariamente associada ao seu engajamento na criação de novos métodos para o ensino e popularização da Lógica.

Lewis Carroll foi um dos principais responsáveis pela divulgação da Lógica durante o século XIX, não apenas pela metodologia de ensino com apelo lúdico em seus trabalhos lógicos, mas também pelo fomento ao raciocínio lógico presente em sua literatura nonsense. Segundo Lindemann (2020a):

[...] o nonsense de Lewis Carroll pode ser compreendido como a forma pela qual ele deixa os seus leitores "suspensos entre o riso e a perplexidade" por meio das peculiares e inovadoras manipulações de noções lógico-teóricas que apresenta graças às possibilidades oriundas de seus universos ficcionais: seja extraindo uma conclusão valida e insólita de um silogismo cujos membros do Universo do Discurso possuem Adjuntos exóticos, fomentando o raciocínio lógico, seja apresentando propriedades de noções teóricas complexas em meio à trama de suas obras literárias graças às maravilhas de seus universos de fantasia. Em ambos os casos, o nonsense é usado como um meio para induzir instrução lógica nos seus leitores.

A grande dedicação ao ensino e popularização da Lógica em seu trabalho se justifica pelos efeitos desejáveis que, segundo Carroll (1887, p. 32-33), tal educação causaria na sociedade:

Você acredita que o principal uso da Lógica, na vida real, é o de deduzir conclusões viáveis [workable], e o de convencer-se que as conclusões, deduzidas por outras pessoas, estão corretas? Quisera fosse assim! A sociedade estaria muito menos sujeita ao pânico e a outras ilusões, e a vida política, sobretudo, seria algo totalmente diferente, caso a maioria dos argumentos transmitidos e espalhados pelo mundo fossem corretos! Mas, receio, é exatamente o contrário. Para cada par de premissas viáveis (aquelas que levam a uma conclusão lógica) que você encontra ao ler um jornal ou uma revista, você provavelmente encontrará cinco que não levam a

conclusão alguma, e mesmo quando as premissas são viáveis, para cada instância na qual o escritor extrai uma conclusão correta, há provavelmente dez nas quais ele extrai uma incorreta. [...] O uso principal que você fará dessa destreza lógica, que esse jogo pode lhe ensinar, será o de detectar 'Falácias' [...]¹⁰

O fragmento acima corrobora com o diagnóstico de que Carroll não concebia a Lógica como um jogo, pois concebia o jogo como uma ferramenta didática para o ensino da destreza em Lógica, expressando de modo implícito que compreendia a Lógica como uma habilidade associada ao pensar correto, uma arte cuja popularização poderia afetar o convívio social de maneira positiva —evidenciando assim o caráter errôneo da hipótese de Braithwaite (1932, p. 174) sobre a Filosofia da Lógica carrolliana.

Curiosamente, o principal uso da Lógica é apresentado como sendo a detecção de falácias, destoando das abordagens tradicionais sobre o tema, que estabelecem a comprovação de verdades como o seu principal uso.

Segundo Sautter, "A Teoria das Falácias não é um mero capítulo da lógica carrolliana, mas é o próprio coração dela" (2015, p. 9). Carroll define falácia como "Qualquer argumento que nos engana, ao parecer provar o que realmente não prova" (1986, p. 129, tradução nossa).

A despeito da ênfase dada à detecção de falácias como a principal aplicação da Lógica, dado os efeitos desejáveis que tal aplicação pode causar na sociedade (CARROLL, 1887, p. 32-33), Carroll limitou-se à análise de falácias formais em suas obras lógicas, privando-se do exame de falácias com elementos extra-lógicos, cuja popularização poderia ser igualmente benéfica:

Lewis Carroll limitou-se, enquanto autor de obras de lógica, ao exame estritamente lógico de argumentos defeituosos. Outros aspectos invocados no exame de argumentos defeituosos, tais como a conjugação de retor e auditório, a persuasão, a catalogação dos topoi, etc., embora constituam complementos para uma completa e adequada avaliação, são reservados a outras disciplinas da argumentação, e não à lógica [...]. Nisso ele se mostrou um verdadeiro aristotélico. (SAUTTER, 2015, p. 30)

Ignorar falácias informais sugere que a detecção de falácias, apesar de reconhecida como sua principal aplicação, não desempenha um papel especial na construção da teoria lógica carrolliana. Tal característica também pode ser percebida nas três cláusulas usadas por Carroll em sua redefinição da noção de silogismo, especialmente na terceira cláusula, a saber "As três Proposições estão relacionadas de tal maneira que, se as duas primeiras fossem verdadeiras, a terceira seria verdadeira" (CARROLL, 1986, p. 107, tradução nossa).

¹⁰ Tradução de Sautter (2015, p. 9-10).

As cláusulas propostas por Carroll apresentam sua noção de silogismo por meio da definição de silogismo válido, com ênfase à preservação da verdade, aos moldes das abordagens mais tradicionais, tal como se percebe na terceira cláusula, evidenciando que a noção de falácia, embora possa ser reconhecida como o coração da lógica carrolliana na medida em que a detecção de falácias constitui a sua principal aplicação, não ocupa uma posição especial na teoria lógica carrolliana se comparada com a posição que também ocupa em outros sistemas lógicos, como a silogística aristotélica.

Mesmo que Carroll tenha desenvolvido seus trabalhos lógicos pautados pelos usos da "vida comum", objetivando sua aplicação em discussões e debates cotidianos —de modo a considerar o seu trabalho lógico como um "bem público" (MOKTEFI, 2015, p. 147), ainda assim tal trabalho foi desenvolvido dentro dos parâmetros da Lógica Clássica.

Lewis Carroll sempre foi fiel à Lógica Clássica, apesar do uso corrente de expressões como "Lewis Carroll's logic" (MOKTEFI, 2008), "lógica carrolliana" (SAUTTER, 2015, p. 9) e "lógica do nonsense" (MONTOITO, 2019), tais expressões não estão designando uma nova classe de lógica, servindo apenas como referência aos seus trabalhos. Inclusive Sautter (2015, p. 8-9) sugere que Carroll não só era fiel à Lógica Clássica, como também um fiel admirador da Lógica Aristotélica, percebendo os desenvolvimentos presentes nos trabalhos dedicados à Álgebra da Lógica como inovações efêmeras¹¹.

Com críticas aos seus contemporâneos e alinhado teoricamente à Lógica Aristotélica, Carroll se considerava parte da nova tendência inaugurada por seus pares, não apenas pelo simbolismo presente em seu trabalho, mas como adepto de um esforço comum em prol da expansão da utilidade da Lógica (MOKTEFI, 2008, p. 43-44).

Ignorando a inovação presente em suas obras literárias, Carroll parece ter sido um conservador em seus trabalhos acadêmicos, inclusive participando ativamente de um debate educacional sobre a inserção de novos manuais de geometria para o ensino de matemática (MOKTEFI, 2015, p. 138), defendendo a superioridade do texto original de Euclides para propósitos de ensino na obra "Euclides e seus rivais modernos" (DODGSON, 1879)¹².

Embora situado na vanguarda do gênero nonsense, cabe ressaltar que as partes passíveis de interpretação lógica em suas obras literárias se mantém fiel à Lógica Clássica, de tal modo que o seu nonsense apresenta "um universo fantasioso em que tudo pode mudar ou deixar de funcionar, menos a própria lógica" (MONTOITO, 2019, p. 28).

^{11 &}quot;Symbolic Logic" (CARROLL, 1986) é dedicado à memória de Aristóteles, corroborando com a observação de Sautter (2015, p. 8-9).

¹² Obra traduzida para o português por Rafael Montoito (DODGSON, 2014).

Segue-se que o uso constante de nonsense nos exemplos que exibe e o apelo frequente à noção de jogo como moldura à apresentação de suas obras lógicas não são necessariamente o reflexo de uma parte constitutiva da posição teórica de Carroll em Filosofia da Lógica, mas consistem em estratégias diretamente associadas ao seu engajamento na popularização da Lógica.

4 REGRAS CONVENCIONAIS E NÃO CONVENCIONAIS

Afirmar que o trabalho lógico de Carroll está situado dentro dos limites da Lógica Clássica significa dizer que o seu sistema lógico possui certas propriedades que assim o caracterizam, de tal modo que pode ser associado à defesa de um monismo lógico, cuja asserção era praticamente inquestionável aos lógicos de sua época¹³. Além desta, que outra posição sobre a natureza da Lógica pode ser associada aos seus trabalhos?

Sabemos que Carroll defendeu uma posição convencionalista sobre o significado das palavras e, "quanto à questão de uma Proposição dever ou não ser entendida como afirmando a existência de um Sujeito", afirmou que "todo escritor pode adotar sua própria regra" (1986, p. 232), inclusive explicitando que as regras que estabeleceu são arbitrárias (CARROLL. 1986, p. 76).

Embora tenha definido que proposições Universais Afirmativas contêm pressuposto existencial, caracterizando-as como proposições duplas, onde "Todo x é y" carrega em si o conteúdo de outras duas proposições, a saber, "Algum x é y" e "Nenhum x é não-y" (CARROLL, 1986, p. 74-75), Carroll também apresentou uma regra alternativa, evidenciando o caráter convencional¹⁴ que atribuiu à sua decisão teórica:

Você só tem de fazer "é" significar "ser capaz de ser" e não haverá problemas. "Algum x é y" ficará "Algum x é capaz de ser y", quer dizer, "os atributos x e y são compatíveis"; "Nenhum x é y" ficará "Nenhum x é capaz de ser y", quer dizer, "os atributos x e y são incompatíveis"; e, é claro, "Todo x é y" ficará "Algum x é capaz de ser y, e nenhum é capaz de ser não-y", quer dizer, "os atributos x e y são compatíveis, e os atributos x e não-y são incompatíveis" (CARROLL, 1887, p. 31, tradução nossa).

¹³ Compreende-se por "monismo lógico" qualquer posição em Filosofia da Lógica segundo a qual há apenas uma Lógica correta. O monismo lógico passou a ser atacada por defensores de distintas variedades de pluralismo lógico apenas a partir do final do século XX (RUSSELL G., 2019), embora Rahman e Redmound (2008, p. 533-604) atribuam a gênese do pluralismo lógico aos trabalhos do lógico escocês High MacColl (1837-1909).

¹⁴ O termo "convenção" é usado neste trabalho para indicar que o estabelecimento de uma certa regra é arbitrário na elaboração de um sistema formal: "[...], o convencional é o artificial, o inventado, o opcional, em oposição ao natural, ao fundamental, ao obrigatório" (GOODMAN, 1989, p. 80, tradução nossa).

A exigência de pressuposto existencial em proposições Universais Afirmativas adotada por Carroll o afasta da interpretação que atualmente é mais usual, segundo a qual Universais Afirmativas podem ser satisfeitas por vacuidade, por outro lado, a regra alternativa exposta apenas para exemplificar o caráter convencional atribuído à sua decisão teórica apresenta o rascunho de uma silogística modal, estabelecendo apenas um vínculo de possibilidade na relação entre o sujeito e o predicado das Universais Afirmativas, não havendo a necessidade de que exista algo que instancie tal possibilidade e, portanto, podendo ser satisfeita por vacuidade.

Cabe ressaltar que a interpretação contemporânea, segundo a qual Universais Afirmativas não possuem pressuposto existencial, não mantém a validade das relações lógicas do quadrado de oposições de Aristóteles. Segundo Ferreira (2014, p. 207), a interpretação mais aceita entre os intérpretes de Aristóteles define que todas as proposições categóricas possuem força existencial, inclusive as Universais Negativas, de tal modo que "Nenhum x é y" implica "Algum x é não-y".

Embora Carroll não reconheça a força existencial das Universais Negativas (CARROLL, 1986, p. 76), tal fato não o afasta da tradição. A posição carrolliana segundo a qual proposições Afirmativas possuem força existencial e Universais Negativas podem ser satisfeitas por vacuidade não apenas mantém a validade de todas as relações lógicas do quadrado de oposições de Aristóteles, como também se insere em uma tradição que já havia sido amplamente defendida por medievais tardios (PARSONS, 2012).

Segundo Lindemann (2017, p. 63-72), a formalização das proposições categóricas na Lógica de Predicados denominada de "interpretação sintático-existencial" é adequada à formalização dos três tipos de proposição da silogística carrolliana¹⁵, sendo expressa na tabela abaixo ao lado de uma formalização da regra alternativa apresentada por Carroll:

Tabela 1 – Formalização das proposições categóricas

Proposição categórica	Sintático-existencial	Alternativa (modal)	
Todo A é B.	$\forall x(Ax \rightarrow Bx) \land \exists xAx$	$\forall x \Diamond (Ax \wedge Bx) \wedge \neg \Diamond \exists x (Ax \wedge \neg Bx)$	
Nenhum A é B.	$\neg \exists x (Ax \land Bx)$	$\neg \Diamond \exists x (Ax \land Bx)$	
Algum A é B.	$\exists x (Ax \land Bx)$	$\Diamond \exists x (Ax \wedge Bx)$	

Fonte: Elaborada pelo autor.

¹⁵ Carroll não reconhece proposições particulares negativas, interpretando "Algum A não é B" como uma proposição particular afirmativa do tipo "Algum A é não-B".

Outras regras também foram aceitas como convencionais por Carroll, como podemos perceber na crítica que fez aos lógicos que, "por puro nervosismo", excluíram regras relativas ao uso de termos negativos em seus sistemas (CARROLL, 1887, p. 36).

Mesmo aceitando a convencionalidade de algumas regras que compõem sistemas lógicos, Carroll adverte que cada regra deve ser "coerente consigo mesma e com os fatos aceitos da Lógica" (1986, p. 232). Exigir coerência é lugar-comum entre os lógicos, mas o que Carroll compreendia como "fatos aceitos da Lógica"?

Prima facie, fatos aceitos remetem aos axiomas a partir dos quais regras distintas podem ser adotadas se estiverem em coerência com eles, constituindo afirmações que não necessitam de prova e são universalmente aceitas, por exemplo, o Princípio da Não-Contradição aristotélico.

Enquanto fiel adepto da Lógica Clássica, Carroll obviamente aceitava os princípios mais gerais formulados por Aristóteles como fatos aceitos da Lógica, como o Princípio do Terceiro Excluído¹⁶, mas Carroll não limitava sua noção de fatos da Lógica apenas a tais princípios gerais.

Embora defendesse uma posição convencionalista sobre o significado das palavras e reconhecesse que certas regras específicas eram arbitrárias, Carroll não aceitava que todas as regras de um sistema lógico fossem convencionais, posição perceptível a partir de sua controvérsia com John Cook Wilson (1849-1915) acerca da interpretação verofuncional da implicação (LINDEMANN; SAUTTER, 2019, p. 100-104).

Cook Wilson havia apresentado sua própria interpretação verofuncional da implicação. Caso Carroll aceitasse a convencionalidade de todas as regras ou mesmo apenas das regras de inferência, então não poderia afirmar que a interpretação de Cook Wilson estava errada e não haveria se envolvido em tal controvérsia, pois deveria compreender a regra apresentada por Cook Wilson como convencional e poderia estabelecer uma convenção distinta para sua própria teoria lógica. Mas Carroll foi enérgico em tal debate, argumentando que a interpretação de Cook Wilson estava errada.

A controvérsia de Carroll e Cook Wilson foi pautada pelo problema lógico "On the way to the barber-shop", proposto por Carroll (1986, p. 428-431). Segundo Bartley III (1986, p. 445, tradução nossa), tal problema foi "descrito repetidamente por Boole, Jevons, Venn,

¹⁶ Por exemplo, sua concepção de negação de termos obedece uma variante do Princípio do Terceiro Excluído, compreendendo cada termo negativo como o complemento extensional de seu respectivo termo positivo em relação ao Universo do Discurso, ou seja, se algo não é P, então é necessariamente não-P.

John Neville Keynes e outros como 'o problema central da lógica simbólica'" e orientou o debate que deu luz à interpretação contemporânea da noção de implicação ¹⁷.

Cook Wilson defendeu que se A implica B, então é um absurdo que A também possa implicar não-B (CARROLL, 1986, p. 450-462), enquanto Carroll defendeu uma posição congruente com a interpretação verofuncional da implicação adotada pelos lógicos contemporâneos, aceitando que "A implica B" e "A implica não-B" são simultaneamente verdadeiras se A for falsa, argumentando com base na análise de um exemplo de caso (CARROLL, 1986, p. 444)¹⁸.

Mas qual é o critério carrolliano para decidir se uma regra é ou não convencional?

É razoável supor que Carroll considerava como convencionais apenas as regras que não afetavam o correto reconhecimento das formas de argumentos universalmente aceitas como válidas e das formas de argumentos universalmente aceitas como inválidas.

Carroll criou uma teoria silogística ampliada pelo uso de termos negativos. Além de reconhecer todas as formas válidas e inválidas da silogística aristotélica, ela também reconhece a validade e invalidade de argumentos com termos negativos que não estão dentro do domínio de aplicação aristotélico —embora não reconheça a validade de nenhum novo silogismo se limitada a uma linguagem sem termos negativos, caracterizando-se como uma extensão conservativa da silogística aristotélica (LINDEMANN, 2017, p. 109-111).

Carroll critica os sistemas lógicos sem termos negativos propostos por seus contemporâneos, mas admite que são compostos por regras inteiramente aplicáveis "às poucas formas admitidas" (CARROLL, 1887, p. 36, tradução nossa). Embora ignorar termos negativos restrinja o emprego de um sistema lógico, ele ainda pode diagnosticar corretamente a validade e invalidade de todas as formas de argumentos que estão dentro de seu domínio de aplicação, tal como o faz a silogística aristotélica, por isso Carroll aceita a convencionalidade do uso de termos negativos.

Diferente das decisões teóricas sobre os pressupostos existenciais das proposições categóricas ou sobre o uso de termos negativos, a interpretação verofuncional da implicação proposta por Cook Wilson afeta diretamente o reconhecimento da validade ou invalidade de certos argumentos, motivando Carroll a participar do debate por não aceitar a convencionalidade de tal regra.

¹⁷ Bertrand Russell (1872-1970) cita o problema lógico proposto por Carroll ao apresentar a noção verofuncional de implicação que adota em "The Principles of Mathematics" (1938, p. 18), esclarecendo que a noção adota dissolve tal problema.

¹⁸ Para uma exposição de "On the way to the barber-shop" e um exame da solução carrolliana, ver Lindemann e Sautter (2019, p. 100-104).

Segue-se que Carroll aceita apenas a convencionalidade de regras que não alteram o status de validade das formas de argumentos já universalmente reconhecidos pela tradição ou que não influenciam a validade de formas cujo status estava sendo estabelecido a partir das discussões teóricas de sua época, nas quais envolveu-se ativamente e contribuiu com argumentações originais, pois acreditava que a resolução dessas controvérsias não poderia ser fruto de decisões meramente convencionais, compreendendo sob a noção de fatos aceitos da Lógica não apenas certos princípios lógicos gerais, mas também todos os teoremas da Lógica Clássica, desde os já estabelecidos pela tradição até aquelas cuja validade ainda precisava ser adequadamente estabelecida e universalmente reconhecida.

5 A FILOSOFIA DA LÓGICA CARROLLIANA

Carroll era diácono da Igreja Anglicana e, embora nunca tenha sido ordenado sacerdote, sua crença religiosa desempenhou um papel importante em sua vida. Ele acreditava que o conhecimento da Lógica poderia ajudar as pessoas a se aproximar de Deus (MONTOITO, 2019, p. 106) e considerava que o seu próprio trabalho em Lógica era marcado pela providência divina (CARROLL, 1979, p. 1100). Esse fator religioso foi crucial para a motivação que o fez trabalhar em suas obras lógicas, especialmente na fase final de sua vida (MOKTEFI, 2015, p. 135-136).

A despeito de sua fé na inspiração divina, presente em seu trabalho, cabe ressaltar que Carroll não defendia que o conhecimento da Lógica poderia aproximar as pessoas de Deus na medida em que conheceriam um possível "caráter lógico" de Deus ou da criação, mas que tal conhecimento seria útil para a discussão e o esclarecimento de assuntos teológicos complexos, ajudando as pessoas a lidar com tais dificuldades religiosas e assim se aproximar de Deus (CARROLL, 1979, p. 1041).

Um exemplo carrolliano da aplicação da Lógica para o esclarecimento de assuntos teológicos complexos pode ser encontrado em uma das cartas que Carroll enviou à sua irmã Elizabeth em 1894, na qual apresenta o seguinte argumento:

^{[...],} pensando em alguém que morreu, Carroll admite duas possibilidades: (1) a pessoa é privada de sua vontade própria e (2) a pessoa a mantém. No caso (1), qualquer coisa que a pessoa vier a fazer depois de morta não pode ser computada e, portanto, não há sentido em se pensar numa eterna danação já que Deus, por ser bom, não puniria alguém que age desprovido de vontade. Já o segundo caso, ele divide em outros dois: (2a) a pessoa escolhe sempre fazer o bem e (2b) a pessoa sempre escolhe fazer o mal. Em (2a), se houver algum pecado, ele diz respeito à vida anterior à morte e, portanto, ao passar para a eternidade, a pessoa já não tem

mais do que ser punida, o que acaba com o temor da eterna danação. O único caso em que haveria punição divina seria no (2b), mas Carroll invoca a bondade de Deus e argumenta que a eternidade é tempo suficiente para que a alma pecadora decida, em determinado momento, se resignar e refazer sua união com o Criador; portanto, neste caso, também a danação eterna deixaria de existir. (MONTOITO, 2019, p. 106-107)

A validade deste argumento pode ser demonstrada pelo Método de Dedução Natural aplicado ao Cálculo Proposicional Clássico, como se segue, onde "P" representa "Ela mantém sua vontade própria", "Q" representa "Seus pecados dizem respeito apenas à vida anterior à morte", "R" representa "Ela sofrerá a danação eterna", "B" representa "Ela escolhe sempre fazer o bem", "M" representa "Ela escolhe sempre fazer o mal" e "T" representa "A eternidade é tempo suficiente para que a alma pecadora decida se resignar".

A dedução natural abaixo utiliza uma notação tradicional e regras clássicas de inferência, onde um hífen ("-") indica que as fórmulas que ocorrem na linha supõem uma hipótese.

	1.	$\mathbf{P} \vee \neg \mathbf{P}$	Premissa
	2.	$\neg P \rightarrow Q$	Premissa
	3.	$Q \rightarrow \neg R$	Premissa
	4.	$P\rightarrow (B\vee M)$	Premissa
	5.	$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{Q}$	Premissa
(6.	$M \rightarrow T$	Premissa
į	7.	$T \rightarrow \neg R$	Premissa
;	8.	$\neg P \rightarrow \neg R$	de 2 e 3, por Silogismo Hipotético
	9.	$\mathbf{B} \rightarrow \neg \mathbf{R}$	de 3 e 5, por Silogismo Hipotético
	10.	$M \rightarrow \neg R$	de 6 e 7, por Silogismo Hipotético
	11.	- P	Hipótese para Prova Condicional
	12. - B∨M de 4 e 11, por <i>M</i>		de 4 e 11, por <i>Modus Ponens</i>
	13.	- ¬R	de 9, 10 e 12, por Eliminação da Disjunção
	14.	$P \rightarrow \neg R$	de 11-13, por Prova Condicional
:.	15.	$\neg \mathbf{R}$	de 1, 8 e 12, por Eliminação da Disjunção

No exemplo supracitado, a destreza em Lógica propicia o reconhecimento da validade do argumento, aplicação vital em qualquer discussão teológica. Cabe enfatizar que a defesa da utilidade da Lógica para o esclarecimento de assuntos teológicos complexos não é uma

idiossincrasia de Carroll. Entre diversos autores que sustentam tal posição, Plantinga (1977) merece destaque por sua defesa de que não há inconsistência lógica entre a existência do mal e a existência de um Deus todo poderoso, onisciente e totalmente bom. Também cabe destacar o famoso Argumento Ontológico de Santo Anselmo (1984, p. 56-60), provavelmente o mais célebre exemplo de caso de tal aplicação.

Diferente de Carroll, Santo Anselmo não compreendia a aplicação da destreza em Lógica como útil para aproximar as pessoas da fé, mas como um meio de fundamentar racionalmente uma fé já previamente assumida por convicção (STREFLING, 1997, p. 10), enquanto Carroll, como destaca Montoito (2019, p. 106), compreendia que tal destreza poderia de fato aproximar as pessoas de Deus, pois é aplicável ao esclarecimento de assuntos teológicos cuja complexidade pode gerar dúvidas na fé daqueles que dela não dispõem.

Uma grande utilidade do estudo da lógica (à qual tenho feito o meu melhor para popularizar) seria ajudar pessoas que tenham dificuldades religiosas em lidar com isso, fazendo-as perceber a necessidade imprescindível de se ter definições claras, [...]. (CARROLL, 1979, p. 1041)

Segue-se que ser útil para o esclarecimento de assuntos teológicos é destacado por Carroll como umas das principais características da Lógica apenas devido à sua crença na importância de tais assuntos, pois considerava a Lógica igualmente útil ao esclarecimento de qualquer outro assunto, enfatizando sua neutralidade tópica:

Domine você a maquinaria da lógica simbólica e terá sempre à mão uma ocupação intelectual que absorverá seu interesse e que será de uma efetiva utilidade para qualquer tema com o qual se ocupar. Isto lhe proporcionará um raciocínio claro e a possibilidade de encontrar o caminho em meio à confusão, o hábito de dispor suas ideias de uma forma metódica e ordenada e – o mais valioso de tudo – o poder de detectar falácias e despedaçar os argumentos substancialmente ilógicos que encontrará facilmente em livros, jornais, discursos e até mesmo sermões, os quais com tanta facilidade enganam os que nunca se interessaram em aprender esta arte fascinante. Tente. É a única coisa que lhe peço. (CARROLL, 1977, p. 52-53)¹⁹

O fragmento acima novamente denota a crença de Carroll na utilidade prática da Lógica e mostra o seu esforço na tarefa de popularizá-la.

A constante ênfase na aplicabilidade da Lógica pode sugerir que Carroll caracterizava a Lógica como o estudo das inferências –dado que sua aplicação consiste no reconhecimento de inferências válidas e inválidas. Tal hipótese é congruente com a noção carrolliana de fatos aceitos da Lógica, isto é, formas de inferências universalmente reconhecidas como válidas ou inválidas. Segundo Dummett (1973, p. 432.), essa posição é tradicional e foi lugar-comum

¹⁹ Tradução de Montoito (2019, p. 104-105).

entre os lógicos por séculos, até ser objetada por Frege (2002, p. 11), afirmando que a verdade não é a meta, mas o próprio objeto de estudo da Lógica.

Se o objeto de estudo da Lógica é a inferência e todo sistema lógico, embora possa ser composto por certas regras convencionais, precisa ser consistente com os fatos aceitos da Lógica que estejam dentro de seu domínio de aplicação, então resta propor uma questão cuja resposta é central à elaboração de uma hipótese sobre a Filosofia da Lógica de Lewis Carroll: como ele compreendia a natureza das inferências válidas e inválidas? Isto é, como Carroll compreendia a natureza dos fatos aceitos da Lógica?

O destaque recorrente dado à utilidade prática da Lógica serve como um indício de que Carroll compreendia os fatos aceitos da Lógica como dispositivos de normatização do discurso, o que também explica o destaque dado ao reconhecimento de falácias, isto é, o reconhecimento de discursos com estruturas inadequadas às normas estabelecidas pelos fatos da Lógica.

Se tal hipótese estiver correta, então a Filosofia da Lógica carrolliana guarda semelhanças com a posição pragmática contemporânea, que concebe a Lógica "como um instrumento de regulamentação do discurso, em particular, de sequências de sentenças que constituem um argumento" (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 316).

Sob tal perspectiva, a função do lógico não é criar regras para estabelecer inferências e sim apresentar regras que representem, com absoluto rigor, normas que estruturam as nossas práticas sociais discursivas, normas cujo fundamento, segundo a posição pragmática, repousa sobre nossa prática linguística e sobre a constituição histórica dos compromissos normativos a ela associados.

Embora Carroll não tenha explicitado como concebia qualquer espécie de fundamento para a sua noção de fatos aceitos da Lógica, sua obra é congruente com a posição pragmática, dado que os fatos aceitos da Lógica são princípios gerais e formas de argumentos com o status de validade universalmente reconhecidos pela tradição, constituindo exemplos paradigmáticos de compromissos normativos em nossas práticas discursivas. Além disso, o reconhecimento do status de validade de uma nova forma de argumento não é aceito como convencional por Carroll, pois tal reconhecimento explicita o compromisso com um fato da Lógica e, portanto, deve constituir uma representação rigorosamente adequada à norma que estrutura as práticas linguísticas desejáveis em seu uso.

Aos moldes do expressivismo da concepção de vocabulário lógico defendida por Brandom (2000), que atribui ao vocabulário lógico a tarefa de tornar explícitos os compromissos inferenciais presentes em nossas práticas discursivas, podemos assumir que

Carroll compreendia a tarefa do lógico ao propor um sistema formal como sendo a tarefa de explicitar as normas subjacentes às nossas práticas discursivas.

Tal perspectiva justifica a reivindicação carrolliana de que o domínio da maquinaria da Lógica Simbólica é útil para todos os assuntos, dado que constitui o domínio das normas que regem o uso correto da linguagem com a qual todos os assuntos são expressos.

Além disso, também converge com o esforço de Carroll em prol da expansão da utilidade da Lógica, sendo compreendido como o esforço de explicitar normas implícitas em nossas práticas discursivas, como as formas válidas explicitadas graças ao acréscimo de termos negativos em sua teoria silogística.

O silogismo subsequente serve como exemplo de uma forma válida explicitada graças ao acréscimo de termos negativos, além de ilustrar a aplicação prática da Lógica para o esclarecimento de assuntos ligados à vida política contemporânea, pois versa sobre a prescrição médica de Cloroquina para o tratamento de Covid-19, assunto que tem sido objeto de discussões políticas no Brasil (DESIDERI, 2020).

P1: A Cloroquina não possui comprovação de eficácia no tratamento da Covid-19.

P2: Todo remédio apto à prescrição médica no tratamento da Covid-19 possui comprovação de eficácia.

C: Cloroquina não é apta à prescrição médica no tratamento da Covid-19.

Definindo "Remédio" como Universo do Discurso, as premissas e a conclusão do silogismo podem ser traduzidas para a forma proposicional normal da silogistica carrolliana do seguinte modo (CARROLL, 1986, p. 67-75):

P1: Todo (remédio) Cloroquina é (remédio) não possuidor de comprovação de eficácia no tratamento da Covid-19.

P2: Todo remédio apto à prescrição médica no tratamento da Covid-19 é (remédio) possuidor de comprovação de eficácia no tratamento da Covid-19.

C: Todo (remédio) Cloroquina é (remédio) não apto à prescrição médica no tratamento da Covid-19.

Ao representarmos o termo "Cloroquina" como "x", "possuidor de comprovação de eficácia no tratamento da Covid-19" como "m", "não possuidor de comprovação de eficácia no tratamento da Covid-19" como "não-m", "apto à prescrição médica no tratamento da

Covid-19" como "y" e "não apto à prescrição médica no tratamento da Covid-19" como "não y", segue-se que o silogismo pode ser expresso pelo Método por Subscritos carrolliano²⁰ (CARROLL, 1986, p. 119-132) por meio da seguinte fórmula:

 $x_1m_0 \dagger y_1m'_0 \P x_1y_0$

A fórmula acima é uma fórmula válida da Figura 1 do Método por Subscritos, provando a validade do argumento usado como exemplo, que sequer é reconhecido como um silogismo pela teoria silogistica sem termos negativos de Aristóteles, demonstrando como o acréscimo de termos negativos da silogistica carrolliana aumenta o domínio de aplicação da Lógica, expandindo sua utilidade.

REFERÊNCIAS

BARTLEY III. W. W. Editor's Introduction. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. p. 3-36.

BRAITHWAITE, R. B. Lewis Carroll as Logician. **The Mathematical Gazette**. Vol. 16, n° 219. Jul. 1932. p. 174-178.

BRANDOM, R. B. **Articulating reasons**: an introduction to inferentialism. Cambridge: Harvard University Press, 2000. 230 p.

CARNAP, R. Der logische Aufbau der Welt. Hamburg: Felix Meiner, 1961. 290 p.

CARROLL, L. **The Game of Logic**. London: MacMillan and Co., 1886. 124 p.

CARROLL, L. **The Game of Logic**. 2. ed. Lodon: MacMillan and Co., 1887. 124 p.

CARROLL, L. What the tortoise said to Achilles. Mind. Vol 4. 1895. p. 278-280.

CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Part 1 -Elementary. Londres: MacMillan and Co., 1896. 188 p.

CARROLL, L. **Symbolic Logic**. New York: Clarkson N. Potter Inc. Publishers, 1977. p. 52-53.

CARROLL, L. **The Letters of Lewis Carroll**. COHEN, M.N.; GREEN, R.L. (Ed). London: Macmillan, 1979. p. 1100-1141.

²⁰ Para uma exposição sistemática do método por subscritos carrolliano em seu uso silogístico e proposicional indicamos "A abordagem carrolliana a paradoxos" de Lindemann e Sautter (2019).

CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

CARROLL, L. **Alice**: Edição comentada. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. 303 p.

COHEN, M. N. **Lewis Carroll**: Uma biografia. Tradução de Raffaella de Filippis. Rio de Janeiro: Record, 1998. 669 p.

DESIDERI, L. Por que a cloroquina virou discussão política no Brasil; confira argumentos dos 2 lados. **Gazeta do Povo**, Brasília, 12 abr, 2020. Disponível em: https://www.gazetadopovo.com.br/republica/por-que-a-cloroquina-virou-discussao-politica-no-brasil/. Acesso em: 21 ago. 2021.

DODGSON, C. L. **Euclid and his Modern Rivals**. Londres: MacMillan and Co., 1879. 299 p.

DODGSON, C. L. **Euclides e seus rivais modernos**. Tradução de Rafael Montoito. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. 309 p.

DUMMETT, M. **Frege's Philosophy of Language**. New York: Harper and Row, 1973. p. 432.

FERREIRA, M. R. F. As proposições categóricas na lógica de Aristóteles. In: ANGIONI, L. (Org.). **Lógica e Ciência em Aristóteles**. Campinas: Editora PHI, 2014. p. 203-245.

FREGE, G. **Investigações lógicas**. Organização, tradução e notas de Paulo Alcoforado. Porto Alegre: EDI-PUCRS, 2002. p. 11.

GOODMAN, N. Just the Facts, Ma'am! In: KRAUSZ, M. (Ed.). **Relativism**: Interpretation and Confrontation. Notre Dame, University of Notre Dame Press: 1989. p. 80.

IMAGUIERE, G; BARROSO, C. A. C. **Lógica**: os Jogos da Razão. Fortaleza: Edições UFC, 2006. 321 p.

KEYNES, J. N. **Studies and Exercises in Formal Logic**. 4. ed. London: Macmillan and Co., 1906. 548 p.

LINDEMANN, J. L. **A Lógica de Lewis Carroll**. 2017. 121 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

LINDEMANN, J. L. O Jogo da Lógica de Lewis Carroll: Uma alternativa para o Ensino Médio. **REFilo**: Revista Digital de Ensino de Filosofia. Vol. 3, nº 2. Jul. 2017a. p. 165-179.

LINDEMANN, J. L. Árvores de Carroll-Smullyan. Artigo submetido: **Dissertatio**, 2020. 26 p.

LINDEMANN, J. L. O Nonsense de Lewis Carroll. **Revista Perspectiva Filosófica**. Vol. 47, nº 2. 2020a. p. 311-341.

LINDEMANN, J. & SAUTTER, F. T. A abordagem carrolliana a paradoxos. **Pensando** – Revista de Filosofia. Vol. 10, nº 20. 2019. p. 91-106.

MADDY, P. The Philosophy of Logic. **The Bulletin of Symbolic Logic**. Vol. 18, n° 4. Dez. 2012. p. 481-504.

MARCONDES, D. **Textos básicos de Linguagem**: De Platão a Foucault. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora Ltda, 2010. Disponível em: http://lelivros.love/book/baixar-livro-textos-basicos-de-linguagem-de-platao-a-foucault-danilo-marcondes-em-pdf-epub-mobi-ou-ler-online/. Acesso em 31 Jul, 2020.

MOKTEFI, A. Logical Writing by (and About) Lewis Carroll. **The Knight Letter**: Journal of the Lewis Carroll Society of North America. Jan. 2007. p. 9-14.

MOKTEFI, A. Lewis Carroll's logic. In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Eds.). **Handbook of the History of Logic, vol. 4**: British Logic in the Nineteenth Century. Amsterdam: Elsevier, 2008. p. 457-505.

MOKTEFI, A. On the Social Utility of Symbolic Logic: Lewis Carroll against 'The Logicians'. **Studia Metodologiczne**, n° 35. 2015. p. 133-150.

MONTOITO, R. **Lógica e Nonsense nas Obras de Lewis Carroll**: Silogismos e Tontogismos como Exercícios para o Pensamento. Pelotas: IFSul, 2019. 142 p.

PARSONS, T. The traditional square of opposition. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 12 Abr. 2017. Disponível em: http://plato.stanford.edu/entries/square/. Acesso em: 18 ago, 2020.

PLATÃO. Crátilo: Ou: Sobre a justeza dos nomes. In: PLATÃO. **Diálogos**: Vol. IX. Tradução de Carlos Alberto Nunes. Belém: Universidade Federal do Pará, 1973. p. 118-194.

PLANTINGA, A. **God, Freedom, and Evil**. Grand Rapids, EUA: W. B. Eerdmans, 1977. 112 p.

QUINE, W. O. O Sentido da Nova Lógica. 2 ed. Curitiba: Ed. da UFPR, 1996. p. 15.

RAHMAN, S. & REDMOUND, J. Hugh MacColl and the birth of logical pluralism. In: GABBAY, D. & WOODS, J. (Ed.). **The Handbook of the History of Logic: Volume 4**: British Logic in the Nineteenth Century. Amsterdam: Elsevier, 2008. p. 533-604.

RUSSELL, B. **The Principles of Mathematics**. Abingson, Inglaterra: Routledge Classics, 2010. p. 18.

RUSSELL, G. Logical Pluralism. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 10 Jan. 2019. Disponível em: https://plato.stanford.edu/entries/logical-pluralism/. Acesso em: 26 jan, 2021.

SAN ANSELMO. **Proslogion**. Tradução de Manuel Fontes Benot. Buenos Aires: Hyspamerica Ediciones Argentina S.A.: 1984. p. 51-108.

SAUTTER, F. T. As Teorias Carrollianas das Falácias. **Cad. Hist. Fil. Ci**: série 4. Vol. 1, nº 1. Campinas, Jan-Jun. 2015. p. 7-32.

SMULLYAN, R. **Lógica de Primeira Ordem**. Tradução de Andréa M. A. de Campos Loparic, René Pierre Mazak, Luciano Vicente. São Paulo: Editora UNESP; Discurso Editorial, 2009. 188 p.

STREFLING, S. R. **O Argumento Ontológico de Santo Anselmo**. 2 ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1997. p. 10.

WILSON, R. & MOKTEFI, A. (Ed.). **The Mathematical World of Charles L. Dodgson** (Lewis Carroll). Oxford: Oxford University Press, 2019. 266 p.

2 DISCUSSÃO

A presente seção dedica-se ao exame dos quatro artigos e a análise das relações que eles mantêm entre si. Dividido em cinco subseções, as quatro primeiras se dedicam aos artigos individualmente, esclarecendo temas específicos e pormenores de cada um, enquanto a última articula e examina a relação entre os quatro artigos e os seus resultados.

2.1 A ABORDAGEM CARROLLIANA A PARADOXOS

Escrito em coautoria com o Prof. Dr. Frank T. Sautter e publicado pela revista "Pensando" da UFPI em 2019, o artigo "A Abordagem Carrolliana a Paradoxos" apresenta a versão carrolliana de dois paradoxos clássicos, "Pseudomenos" e "Antistrephon" (CARROLL, 1986, p. 434-438), e um original de Carroll, "On the way to the barber-shop" (CARROLL, 1986, p. 428-431), acompanhados de exames dos tratamentos lógicos dos paradoxos tal como propostos por Carroll e por outros autores.

A análise do Método por Subscritos carrolliano (LINDEMANN; SAUTTER, p. 92-96), presente no artigo para instrumentalizar o leitor com o instrumental lógico usado por Carroll em sua abordagem lógica aos paradoxos, foi um requisito basilar à elaboração do artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019), que reconhece o Método de Árvores de Carroll como a gênese dos atuais métodos de árvores de refutação, dado que as Árvores de Carroll utilizam o sistema de notação formal de seu Método por Subscritos.

Cabe ressaltar que no primeiro parágrafo do artigo (LINDEMANN; SAUTTER, 2019, p. 91), ao apresentarmos as contribuições carrollianas para o desenvolvimento da Lógica, nos referimos ao Método de Árvores carrolliano apenas como o possível precursor dos métodos de árvores de refutação atuais, como já havia sido sugerido por Sautter (2004, p. 91), dado que o artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019) ainda estava em elaboração, portanto ainda não havia um trabalho que pudesse fundamentar a afirmação de que o método de Árvores de Carroll realmente é o precursor dos atuais métodos de refutação.

No início da segunda seção afirmamos que apenas no século XIX, período da Álgebra da Lógica, é que "argumentos proposicionais já não são ignorados" (LINDEMANN; SAUTTER, p. 92). O termo "ignorados" foi usado para expressar que argumentos proposicionais não recebiam a mesma atenção dada aos silogismos, pois assumir que eram completamente ignorados antes do século XIX é errôneo. Kneale e Kneale (1980, p. 98-99) citam passagens de Aristóteles que sugerem uma tese sobre proposições condicionais, além

disso, o trabalho sobre Lógica Proposicional realizado por Crisipo de Solos (*fl.* 280 a.C.) da Escola Estoica é amplamente reconhecido (BOBZIEN, 2006), evidenciando que argumentos proposicionais não eram ignorados na antiguidade, assim como também não foram ignorados durante o medievo (KNEALE; KNEALE, 1980, p. 181-302).

Ao apresentarmos a plasticidade do sistema de notação formal do Método por Subscritos carrolliano, no qual símbolos usados para representar termos também são usados sob uma interpretação alternativa para representar proposições, afirmamos que tal plasticidade é comum aos trabalhos do período (LINDEMANN; SAUTTER, p. 93). Um exemplo de tal plasticidade pode ser encontrado na obra "As Investigation of the Laws of Thought" de Boole (1854).

Carroll compreende "proposição" como "qualquer frase que transmite alguma informação, seja ela qual for" (1986, p. 67, tradução nossa). Dado que a noção de proposição só se tornou objeto de elaborações mais precisas em trabalhos posteriores ao período no qual as obras de Carroll se situam, interpretamos a noção carrolliana como congruente com a que estava sendo usada por seus pares, "considerando que a toda informação pode-se atribuir 'verdadeiro' ou 'falso'" (LINDEMANN; SAUTTER, 2019, p. 96).

A Filosofia da Informação é um dos mais novos e profícuos campos de estudo filosófico da contemporaneidade. Embora o conceito de informação ainda seja objeto de uma série de controvérsias, a definição mais comumente aceita, apresentada originalmente por Floridi (2005), estabelece que toda informação é verdadeira.

Cabe especificar que no fragmento supracitado, ao afirmarmos que toda informação pode ser verdadeira ou falsa, nos referíamos exclusivamente à nossa interpretação do termo "informação" tal como usado por Carroll em sua definição de "proposição", especificando que toda proposição é uma frase verdadeira ou falsa sob nossa interpretação da noção carrolliana, compreendendo-a aos moldes da noção de proposição usada por Boole (1854).

Em nossa exposição de "On the way to the barber-shop" (CARROLL, 1986, p. 428-431) reproduzimos a controvérsia entre Lewis Carroll e John Cook Wilson acerca de suas abordagens distintas sobre o problema, discussão cujo cerne era a natureza da implicação. Cabe especificar que John Cook Wilson foi professor de Lógica em Oxford de 1899 até 1915, sendo considerado um dos professores mais influentes do período. Tal controvérsia também é um objeto de análise em "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll", último artigo da presente tese.

2.2 ÁRVORES DE CARROLL-SMULLYAN

O artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019), submetido à revista "Dissertatio" da UFPel, defende que as características básicas que definem o Método de Árvores de Smullyan (2009) já estavam presentes no Método de Árvores de Carroll (1986).

Outros autores já haviam sugerido que as Árvores de Carroll são a gênese dos atuais métodos de árvores de refutação (ABELES, 1990; SAUTTER, 2004), inclusive Anellis (1990) já havia defendido que o estudo que realizou acerca da história do desenvolvimento dos métodos de árvores de refutação mostra que os trabalhos de Jakko Hintikka (1929-2015) e Lewis Carroll possuem mais crédito do que geralmente é dado a eles pela história padrão, sugerindo que o método deveria ser conhecido como "Árvores de Dodgson-Hintikka-Smullyan" (ANELLIS, 1990, p. 62, tradução nossa).

Ignorando os trabalhos de Hintikka, dedico-me à análise exclusiva da relação entre os métodos de Árvores de Carroll e de Smullyan, dado que a literatura ainda não dispunha de uma análise de quais características básicas definem um método como membro da família das árvores de refutação e de como tais características ocorrem no método carrolliano.

Ao constatar que um grupo de ideias básicas que definem as Árvores de Smullyan já estavam presentes nas Árvores de Carroll, defendo, na esteira do trabalho de Anellis (1990), que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como "Árvores de Carroll-Smullyan".

O termo "justiça histórica" geralmente é usado para se referir às ações de governos democráticos executadas como medidas compensatórias em resposta às violações dos direitos humanos realizadas por regimes autoritários no passado do país. Uma definição do conceito de "justiça histórica" implica uma discussão não apenas filosófica, mas intrinsecamente relacionada ao Direito e à Teoria da História, destoando do objetivo da presente tese. Cabe esclarecer que utilizo o termo "justiça histórica" de modo não técnico, apenas buscando enfatizar que Carroll foi o autor do primeiro trabalho sobre árvores de refutação e que, portanto, julgo que mereça tal crédito, ainda não atribuído a ele pela história padrão do desenvolvimento dos métodos de árvores de refutação.

Ainda na primeira seção do artigo, alego que utilizar o nome de batismo "Dodgson" em detrimento do pseudônimo "Carroll" foi uma escolha equivocada de Anellis ao propor o termo "Árvores de Dodgson-Hintikka-Smullyan" (1990, p. 62, tradução nossa). Defendo tal ponto argumento que o pseudônimo foi utilizado pelo autor em todas as suas publicações sobre Lógica, inclusive propondo que a escolha do pseudônimo estaria relacionada à possível

posição de Carroll em Filosofia da Lógica, concebida como um recreação mental, sugerindo a defesa de uma espécie de convencionalismo em Filosofia da Lógica.

Ao submeter o artigo à revista "Dissertatio" em 2019, as pesquisas que geraram os artigos "O Nonsense de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2020) e "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2021) ainda não haviam sido realizadas, assim como o livro "Lógica e Nonsense das Obras de Lewis Carroll" de Montoito (2019) ainda não havia sido publicado, obra que influenciou fortemente a elaboração dos dois artigos.

Em "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll", citando Montoito (2019, p. 54), defendo que não há uma ruptura entre as obras de Carroll publicadas com o seu nome de batismo e com o seu pseudônimo, compreendendo ambas como partes de um mesmo *corpus* (LINDEMANN, 2020, p. 317), assim como em "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" defendo que Carroll não era um convencionalista em Filosofia da Lógica, assumindo que uma posição análoga à posição pragmática contemporânea seja mais provável (LINDEMANN, 2021).

Embora já não aceite as razões que utilizei para defender que o uso do nome de batismo "Dodgson" seja um erro de Anellis (1990, p. 62) devido aos resultados contidos nos dois artigos supracitados, mantenho a defesa de que o uso do pseudônimo "Carroll" seja mais adequado, dado que as Árvores de Carroll foram expostas apenas na obra "Symbolic Logic" (CARROLL, 1986, p. 279-319), publicada com o seu pseudônimo, portanto usar "Carroll" é uma escolha mais adequada na medida em que conserva a coerência com a obra original.

Na terceira seção, ao examinar a maneira como Carroll representa os termos "pode almoçar em público" e "deve almoçar em público" com a mesma forma abstrata, expresso que Carroll "supõe o Princípio da Permissão, também chamado de Princípio da Consistência Deôntica" (LINDEMANN, 2019).

As origens da Lógica Deôntica contemporânea remontam ao artigo "Deontic Logic" de Von Wright, publicado originalmente em 1951, mais de cinquenta anos após a morte de Carroll. Segue-se que a decisão teórica de Carroll foi apenas coerente com o Princípio da Consistência Deôntica, que obviamente não estava sendo suposto pelo autor.

2.3 O NONSENSE DE LEWIS CARROLL

Publicado pela revista "Perspectiva Filosófica" da UFPE, o artigo "O Nonsense de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2020) apresenta uma noção de nonsense específica às obras

de Carroll e baseada no arcabouço teórico do próprio autor, seguida de um exame das relações que tal noção mantém com o nonsense wittgensteiniano.

Ao apresentar o contexto histórico das obras de Carroll, afirmo que "George Boole inaugura uma nova era da lógica ao apresentar formas de raciocínio válido não limitadas às formas da silogística aristotélica" (LINDEMANN, 2020, p. 315). Se interpretada literalmente, tal afirmação é errônea, dado que a Lógica Proposicional não foi completamente ignorada pelos autores da antiguidade e do medievo¹.

Na página 316 (LINDEMANN, 2020), utilizando a linguagem do Cálculo Proposicional Clássico, apresento a formalização de um raciocínio de Alice (CARROLL, 2002, p. 18), afirmando que o argumento é válido. A formalização foi criada e comunicada a mim pelo Prof. Dr. Frank Thomas Sautter. A dedução natural abaixo demonstra a validade de tal argumento, utilizando uma notação tradicional e regras clássicas de inferência, de equivalência, regras derivadas e a regra de Prova Condicional, onde um hífen ("-") indica que as fórmulas que ocorrem na linha supõem uma hipótese.

	1.	$P \rightarrow (Q \lor R)$	Premissa
	2.	$\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{S}$	Premissa
	3.	$R \rightarrow T$	Premissa
	4.	$(T \lor S) \to U$	Premissa
	5.	- P	Hipótese para Prova Condicional
	6.	- Q ∨ R	de 1 e 5, por <i>Modus Ponens</i>
	7.	- S ∨ T	de 2, 3 e 6, por Dilema Construtivo
	8.	$-T \vee S$	de 7, por Comutatividade
	9.	- U	de 4 e 8, por <i>Modus Ponens</i>
٠.	10.	$P \rightarrow U$	De 5-9, por Prova Condicional

Em uma nota de rodapé, na página 316 (LINDEMANN, 2020), cito Gardner (2002, p. 205): "Humpty adota o ponto de vista conhecido na Idade Média como nominalismo; a ideia de que termos universais não se referem a existências objetivas, nada mais sendo que flatus vocis, emissões verbais".

Gardner claramente se refere à posição nominalista medieval, inaugurada por Roscelino de Compiègne (1050-1125), segundo a qual o mundo é composto apenas por objetos particulares. Isto é, o termo universal "brancura" é apenas uma emissão verbal, dado

¹ Vide subseção 2.1 do presente trabalho.

que apenas os objetos brancos que o instanciam realmente existem (RODRIGUEZ-PEREYRA, 2015).

O comentário de Gardner (2002, p. 205) é equivocado não apenas por supor uma posição filosófica complexa subjacente às poucas falas do personagem Humpty Dumpty, mas também por assumir que o nominalismo seja compatível com tais falas. O personagem de Carroll assume que pode atribuir qualquer significado arbitrário às palavras que usa (CARROLL, 2002, p. 204), diferente dos nominalistas, que não negam as convenções linguísticas estabelecidas, mas apenas a realidade dos termos universais.

Na página 330 (LINDEMANN, 2020) apresento o enquadramento de sonho na obra de Carroll, mas cito apenas "Aventuras de Alice no País das Maravilhas" (CARROLL, 2002, p. 7-123) na nota de rodapé associada ao fragmento. Cabe esclarecer que "Através do Espelho e o que Alice encontrou por lá" (CARROLL, 2002, p. 130-266) também recebe o mesmo enquadramento: "Você me acordou de um...oh, um sonho tão lindo!" (CARROLL, 2002, p. 263).

2.4 A FILOSOFIA DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Ainda não submetido à publicação, o artigo "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2021), através do cotejamento das principais obras do autor, defende que a melhor hipótese sobre a posição em Filosofia da Lógica subjacente ao trabalho de Carroll consiste em uma posição análoga à posição pragmática contemporânea.

Na terceira seção cito que Carroll foi crítico ao sistema educacional de sua época. Um exemplo de suas críticas é perceptível em uma carta endereçada aos seus irmãos:

O ponto mais importante, vejam bem, é que o professor seja revestido de um ar de majestade e colocado a uma certa distância do aluno; o aluno, por sua vez, deve ser degradado tão baixo quanto possível.

Mesmo porque, vocês bem sabem, o aluno nunca é tão humilde quanto deve.

Por isso é que eu me sento no ponto mais recuado da sala; atrás da porta (que fica sempre fechada) senta-se um guarda; atrás da segunda porta (que também fica sempre fechada) senta-se um segundo guarda e, enfim, no pátio, senta-se o aluno.

As perguntas são gritadas, um para o outro, e as respostas voltam pelo mesmo caminho. Fica um pouco confuso até que as pessoas se acostumem.

Veja um pouco como a aula funciona:

- O Professor: Quantas são duas vezes três?
- O Guarda: Qual é o aluno da vez?
- O Sub-guarda: O que a Rainha fez?
- O Sub-sub-guarda: O seu cão é pequenez?
- O Aluno (timidamente): Dez reais.
- O Sub-sub-guarda: Mas quais?
- O Sub-guarda: Não sei mais.

- O Guarda: Dois quintais.
- O Professor (um pouco desconcertado, mas tentando outra pergunta): Divida cem por doze.
- O Guarda: Por favor, não ouse!
- O Sub-guarda: Mas que pose!
- O Sub-sub-guarda: Ces't quelque chose.
- O Aluno (surpreso): O que quer dizer isso?
- O Sub-sub-guarda: Carregue a mala!
- O Sub-guarda: Qual é a ala?
- O Guarda: O baile é de gala.

E assim a aula prossegue. Tal como a vida. (SANTOS, 1997, p. 15-16)

O problema da distância física e simbólica entre professores e alunos e do excesso de formalidade nas aulas, expressos com ironia no fragmento supracitado, são apenas uma pequena parte das críticas ao sistema educacional feitas por Carroll, que também defendeu o acesso à educação superior para mulheres.

2.5 RELAÇÕES ENTRE OS ARTIGOS

Embora o principal objetivo do artigo "A Abordagem Carrolliana a Paradoxos" (LINDEMANN; SAUTTER, 2019) tenha sido o exame do tratamento lógico oferecido por Carroll aos paradoxos, sua principal função para o desenvolvimento da presente tese consistiu na reconstrução e análise do Método por Subscritos, apresentada no artigo apenas para instrumentalizar o leitor com o instrumental lógico usado por Carroll em sua abordagem aos paradoxos.

A notação do Método por Subscritos é usada por Carroll em seu Método de Árvores, fazendo com que o seu estudo prévio tenha sido basilar ao exame do Método de Árvores. Embora o artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019) não cite o artigo sobre paradoxos, foi o estudo do Método por Subscritos realizado em sua elaboração que permitiu uma apresentação mais clara e sucinta do método no artigo sobre árvores.

Além disso, o exame de "On the way to the barber-shop" (LINDEMANN; SAUTTER, 2019, p. 100-104) também contribuiu para a elaboração do artigo "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2021), dado que a análise da controvérsia entre Carroll e Cook Wilson sobre o problema forneceu elementos que auxiliaram na elaboração de uma hipótese sobre a Filosofia da Lógica carrolliana.

O artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019) defende que o nome de batismo Charles Lutwidge Dodgson e o pseudônimo Lewis Carroll eram aplicados de maneiras distintas pelo autor, sendo usados de acordo com a caráter de cada obra, assim como

também sugere que Carroll defendia uma posição em Filosofia da Lógica segundo a qual a Lógica seria uma espécie jogo, na esteira da proposta de Braithwaite (1932).

Por sua vez, o artigo "O Nonsense de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2020, p. 317) defende, na esteira de Montoito (2019), que não há qualquer ruptura entre as obras associadas ao nome de batismo e ao pseudônimo do autor, assim como o artigo "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2021) ataca a proposta de Braithwaite (1932) ao defender que uma posição análoga à posição pragmática contemporânea seja a melhor hipótese sobre a Filosofia da Lógica carrolliana.

Embora tais discrepâncias pareçam contradições contidas na presente tese, elas são frutos do formato de artigos integrados que estrutura este trabalho, dado que o artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" foi reproduzido na íntegra como submetido à revista "Dissertatio" da UFPel em 2019 e, como já especificado², tal artigo foi submetido antes da realização das pesquisas que geraram os dois artigos posteriores. Portanto, tais discrepâncias não denotam contradições, mas evidenciam a evolução da pesquisa que gerou a presente tese.

Cabe especificar que, em relação às discrepâncias supracitadas, bem como qualquer outra possível discrepância omitida, a posição expressa em um artigo posterior tem primazia em relação à posição expressa em um artigo anterior e, portanto, a posição contida no artigo posterior sempre deve ser compreendida como a posição final do presente trabalho.

Ainda sobre o artigo "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019), ele apresenta a seguinte citação de Pogonowski (2009, p. 2, tradução nossa): "mais tarde ele [Lewis Carroll] pareceu aceitar que esse pressuposto [existencial às proposições universais afirmativas] não é de todo necessário"³. Embora o artigo "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2021) não tenha reproduzido tal citação, ela corrobora com a tese defendida por ele, pois se trata de um exemplo da posição carrolliana segundo a qual certas regras são arbitrárias —contanto que todas as regras de um sistema formal sejam coerentes consigo mesmas e com as formas de argumentos universalmente reconhecidas como válidas em nossas práticas discursivas.

Como curiosidade, cabe indicar que, com exceção do artigo "A Abordagem Carrolliana a Paradoxos" (LINDEMANN; SAUTTER, 2019), o sorites "O Problema dos Porcos e Balões" (CARROLL, 1986, p. 378-380, tradução nossa) é citado nos outros três artigos, embora cada artigo o cite com uma finalidade diferente.

² Vide subseção 2.2 do presente trabalho.

³ A sugestão de Pogonowski (2009, p. 2) possui respaldo textual em "Symbolic Logic" (CARROLL, 1986, p. 232).

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O primeiro artigo, chamado "A Abordagem Carrolliana a Paradoxos" (LINDEMANN; SAUTTER, 2019), reproduz três paradoxos apresentados por Carroll em "Symbolic Logic" (1986, p. 425-431), examinando como tais paradoxos foram tratados por Carroll a partir de seu próprio instrumental lógico em comparação ao tratamento ofertado por outros autores.

Além da apresentação e do exame do Método por Subscritos (CARROLL, 1986, p. 434-436), basilar à continuação do presente trabalho, sua maior contribuição consiste no exame de "On the Way to the Barber-shop" (CARROLL, 1986, p. 428-431), reproduzindo a controvérsia entre Lewis Carroll e John Cook Wilson sobre a natureza da implicação, suscitada por tal problema lógico, concluindo que, diferente de Cook Wilson, Carroll defendeu uma posição congruente com a interpretação verofuncional da noção de implicação adotada pelos lógicos contemporâneos.

Dada a importância teórica desempenhada pela análise de paradoxos no período no qual as obras de Carroll se situam (LINDEMANN, 2017, p. 23), a continuação natural da pesquisa específica ao primeiro artigo consiste na análise dos demais paradoxos apresentados por Carroll, a saber, "Crocodilus", "Achilles", "Raw Meat", "About Less", "Men Tall and Numerous", "The Socialist Orator and the Irish Mob", "Death at Any Moment", "The Small Girl and Her Sympathetic Friend", "A Notice at the Seaside" e "What the Tortoise said to Achilles" (1986, p. 425-434).

A reconstrução e o exame dos paradoxos supracitados pode contribuir para o esclarecimento de especificidades relativas ao desenvolvimento lógico que estava ocorrendo no período e apurar o verdadeira papel das contribuições carrollianas em tal contexto.

O segundo artigo, chamado "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019), é baseado em uma hipótese já levantada por Abeles (1990), Anellis (1990) e Sautter (2004), a saber, a hipótese de que o Método de Árvores de Carroll (1986) constitui a gênese dos atuais métodos de árvores de refutação. Com o objetivo de confirmar tal hipótese, o artigo examina se as características básicas que definem o Método de Árvores de Smullyan (2009) já estavam presentes, cerca de 50 anos antes, no Método de Árvores de Carroll.

Suas contribuições incluem a reconstrução da história do desenvolvimento dos métodos de árvores de refutação; uma análise da correspondência entre as Figuras da Silogística Aristotélica e as Figuras do Método por Subscritos de Carroll; a apresentação e o exame do Método de Sublinhar (CARROLL, 1986, p. 138-139), com um exemplo de sua aplicação; a apresentação e o exame do Método de Árvores carrolliano, com exemplos de sua

aplicação; uma apresentação do Método de Árvores carrolliano sob uma interpretação conjuntista, apresentando regras adequadas à sua aplicação; a apresentação e o exame do Método de Árvores de Smullyan, com exemplos de sua aplicação; e uma análise das características básicas dos métodos dos dois autores, incluindo o cotejamento dos exemplos de suas aplicações.

Conclui-se que as características básicas que definem as Árvores de Smullyan já estavam presentes nas Árvores de Carroll, de tal modo que, por justiça histórica, o método deveria ser conhecido como "Árvores de Carroll-Smullyan".

Tal conclusão é considerada como uma tese menor presente neste trabalho, pois evidencia a maior contribuição carrolliana para o desenvolvimento da Lógica, demonstrando a relevância de uma investigação sobre a posição em Filosofia da Lógica do autor, objeto dos artigos subsequentes.

O terceiro artigo, chamado "O Nonsense de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2020), apresenta uma noção de *nonsense* adequada às obras de Carroll. A noção foi elaborada com base na análise do contexto histórico de sua emergência e no exame do papel que ocupa dentro do arcabouço teórico relativo às obras lógicas do autor. A noção também foi comparada e diferenciada das noções de "contos de fada" e "surrealismo", assim como de outras noções de *nonsense* presentes na literatura especializada.

Embora defenda uma noção de *nonsense* carrolliano congruente com uma hipótese previamente defendida por Deleuze (1974) e Montoito (2019), o artigo apresenta tal noção com o uso do instrumental lógico do próprio autor –contribuição original que corrobora com a hipótese defendida, pois demonstra sua adequação ao arcabouço teórico suposto à sua formulação.

Depois de também apresentar uma noção de *nonsense* wittgensteiniano (WITTGENSTEIN, 1975, 2001), o artigo compara as noções de *nonsense* de Carroll e Wittgenstein e, atacando a posição de Pitcher (1965), defende que os dois autores nutriam atitudes análogas em relação ao *nonsense*.

Dado o peso desempenhado pelo *nonsense* nos trabalhos de Carroll, segue-se que a investigação presente no terceiro artigo foi basilar à elaboração de uma hipótese sobre a Filosofia da Lógica carrolliana, objeto do artigo subsequente.

O quarto artigo, chamado "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll", apresenta a principal tese deste trabalho, a saber, a defesa de uma nova hipótese sobre a Filosofia da Lógica carrolliana.

Embora Carroll tenha deixado apenas breves considerações sobre a natureza da Lógica dispersas ao longo de suas obras, Braithwaite (1932) propôs que Carroll concebia a Lógica como um jogo, atribuindo-lhe uma espécie de posição convencionalista em Filosofia da Lógica –hipótese comumente reproduzida (MOKTEFI, 2008) e, até a elaboração do presente trabalho, jamais objetada.

Supondo a noção de *nonsense* carrolliano defendida no artigo anterior e com base no cotejamento das obras teóricas de Carroll, incluindo fragmentos póstumos que foram inacessíveis para Braithwaite, assim como a análise das posições defendidas por Carroll durante as controvérsias teóricas nas quais se envolveu, com ênfase ao esclarecimento da posição carrolliana acerca da convencionalidade de certas regras na elaboração de um sistema formal, conclui-se, atacando a hipótese de Braithwaite (1932), que Carroll defendia uma posição análoga à posição pragmática contemporânea em Filosofia da Lógica, sendo especialmente próxima ao expressivismo lógico de Brandon (2000).

Enquanto "Árvores de Carroll-Smullyan" (LINDEMANN, 2019), ao reconhecer a maior contribuição carrolliana para o desenvolvimento da Lógica, suscita novos trabalhos historiográficos sobre a evolução da Lógica no período; e "O Nonsense de Lewis Carroll" (LINDEMANN, 2020), ao atacar a posição de Pitcher (1965), permite que o *nonsense* de Carroll e de Wittgenstein sejam analisados a partir de uma nova perspectiva, possibilitando trabalhos que explorem novas relações entre as obras dos dois autores; por sua vez, é "A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll", ao atacar a hipótese de Braithwaite (1932), que fomenta a maior quantidade de novas pesquisas, pois, ao propor uma nova compreensão da Filosofia da Lógica subjacente à elaboração das obras de Carroll, possibilita que distintos aspectos de seus trabalhos lógicos sejam revistos, além de fomentar novas interpretações acerca da divulgação da Lógica presente em suas obras literárias.

Por fim, cabe enfatizar que as singelas contribuições ao estudo do legado dos trabalhos de Lewis Carroll para a Lógica presentes neste trabalho consistem apenas no assentar de pequenos tijolos na construção de uma parede de tijolos-estudo eternamente em construção, parede cujo tamanho pode ser infinito graças à fundação inabalável sobre a qual se ergue, pois tal fundação consiste no legado de um autor "cuja obra é rica em humor e aberta a múltiplas ressignificações e sentidos" (MONTOITO, 2019, p. 135), portanto eternamente apta à alvenaria lógica.

REFERÊNCIAS

- ABELES, F. F. Lewis Carroll's method of trees: its origins in Studies in logic. **Modern Logic**, v. 1, n. 1, p. 25-35, jun. 1990.
- ANELLIS, I.; ABELES, F. The Historical Sources of Tree Graphs and the Tree Method in the Work of Peirce and Gentzen. In: ABELES, F.F.; FULLER, M. E. (Org.). **Modern Logic 1850-1950**: East and West. Basel: Birkhäuser, 2016. p. 34-97. (Studies in Universal Logic)
- ANELLIS, I. From Semantic Tableaux to Smullyan Trees: A History of the Development of the Fatsifiabitity Tree Method. In: **Modern Logic**, v. 1, p. 36-69, jan. 1990.
- BARTLEY III. W. W. Annotations. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.
- BARTLEY III. W. W. Editor's Introduction. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986a. p. 3-36.
- BOOLE, G. **An Investigation of the Laws of Thought**: on which are founded: The Mathematical Theories of Logic and Probabilities. Cambridge: McMillan and Co., 1854. 425 p.
- BRAITHWAITE, R. B. Lewis Carroll as Logician. **The Mathematical Gazette**, v. 16, n. 219, p. 174-178, jul. 1932.
- BRANDOM, R. B. **Articulating reasons**: an introduction to inferentialism. Cambridge: Harvard University Press, 2000. 230 p.
- BOBZIEN, S. Ancient Logic. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 13 Dez. 2006. Disponível em: https://plato.stanford.edu/entries/logic-ancient/#Sto. Acesso em: 13 mar, 2021.
- CARROLL, L. **Alice**: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. 303 p.
- CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.
- CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Part 1 -Elementary. Londres: MacMillan and Co., 1896. 188 p.
- CARROLL, L. **The Game of Logic**. London: MacMillan and Co., 1886. 124 p.
- COHEN, M. N. **Lewis Carroll**: Uma biografia. Tradução de Raffaella de Filippis. São Paulo: Record, 1998.
- DELEUZE, G. **Lógica do Sentido**. Tradução: Luiz Roberto Salinas Fortes. São Paulo: Perspectiva, 1974. 342 p.

FLORIDI, L. Is Semantic Information Meaningful Data. **Philosophy and Phenomenological Research**, v. LXX, n. 2, p. 351-370. 2005.

GARDNER, M. Notas. In: CARROLL, L. **Alice**: Edição comentada. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. p. 205.

GATTEGNO, J. L'Univers de Lewis Carroll. Paris: José Corti, 1990.

HINTIKKA, J. Reductions in the Theory of Types. **Acta Philosophica Fennica**, v. 8, p. 61-115. 1955.

IMAGUIERE, G; BARROSO, C. A. C. **Lógica**: os Jogos da Razão. Fortaleza: Edições UFC, 2006. 321 p.

KNEALE, W; KNEALE, M. **O Desenvolvimento da Lógica**. 2. ed. Tradução de M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Caloust Gulbenkian, 1980. 773 p.

LINDEMANN, J. L. A Filosofia da Lógica de Lewis Carroll. Em elaboração. 2021. 20 p.

LINDEMANN, J. L. **A Lógica de Lewis Carroll**. 2017. 121 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

LINDEMANN, J. L. Árvores de Carroll-Smullyan. Submetido à publicação: **Dissertatio**. 2019. 26 p.

LINDEMANN, J. L. O Nonsense de Lewis Carroll. **Revista Perspectiva Filosófica**, v. 47, n. 2, p. 311-341. 2020.

LINDEMANN, J. L. & SAUTTER, F. T. A abordagem carrolliana a paradoxos. **Pensando** – Revista de Filosofia, v. 10, n. 20, p. 91-106. 2019.

MOKTEFI, A. Lewis Carroll's logic. In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Eds.). **Handbook of the History of Logic, vol. 4**: British Logic in the Nineteenth Century. Amsterdam: Elsevier, 2008. p. 457-505.

MONTOITO, R. **Euclid and His Modern Rivals** (1879), de Lewis Carroll: Tradução e Crítica. 2013. 447 p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência)-Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2013.

MONTOITO, R. **Lógica e Nonsense nas Obras de Lewis Carroll**: Silogismos e Tontogismos como Exercícios para o Pensamento. Pelotas: IFSul, 2019. 142 p.

PITCHER, G. Wittgenstein, Nonsense, and Lewis Carroll. **The Massachusetts Review**, v. 6, n. 3, p. 591-611. 1965.

POGONOWSKI, J. Lewis Carroll's Resolution and Tableaux. In: J. Sytnik-Czetwertyński (Ed.). **Rozważania o filozofii prawdziwej**. Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, 2009. p. 73–92.

RODRIGUEZ-PEREYRA, G. Nominalism in Metaphysucs. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 01 Abr. 2015. Disponível em: https://plato.stanford.edu/entries/nominalism-metaphysics/#Uni. Acesso em: 20 mar, 2021.

SANTOS, N. P. T. Cartas às suas amiguinhas. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1997. p. 15-16.

SAUTTER, F. T. Lewis Carroll e a pré-história das árvores de refutação. In: SAUTTER, F. T. & FEITOSA, H. de A. (Org.). **Lógica**: teoria, aplicações e reflexões. Campinas: Unicamp, 2004. p. 91-103. (Coleção CLE)

SMULLYAN, R. **Lógica de Primeira Ordem**. Tradução de Andréa M. A. de Campos Loparic, René Pierre Mazak, Luciano Vicente. São Paulo: Editora UNESP; Discurso Editorial, 2009. 188 p.

VON WRIGHT, G. H. Deontic Logic. **Mind**: New Series, v. 60, jan. Oxford: Oxford University Press. 1951.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Abril S.A., 1975. 226 p. (Os pensadores)

WITTGENSTEIN, L. **Tractatus Logico-Philosophicus**. 3. ed. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001. 296 p.