Una defensa de la distinción *a priori/a posteriori*

Emilio Méndez Pinto

Introducción

En la filosofía contemporánea suele dividirse la clase de los enunciados verdaderos como sigue (cfr. Papineau, 2012, p. 45): 1) la división *semántica*, que alude a los significados de las palabras y que distingue entre verdades *analíticas* y verdades *sintéticas;*[1] 2) la división *epistemológica*, que alude al conocimiento y que distingue entre verdades *a priori* y verdades *a posteriori*, y 3) la distinción *metafísica*, que alude a la naturaleza de las cosas y que distingue entre verdades *necesarias* y verdades *contingentes*.

En este trabajo se ofrece una defensa de la división *epistemológica*, esto es, de la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori*, frente a un argumento que Timothy Williamson (2016) ha hecho en su contra, a saber, que la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* es epistemológicamente inútil. Los argumentos que expondré para defender dicha división asumen no sólo la plausibilidad de las otras dos divisiones, sino también la plausibilidad de sus mutuas relaciones. Así, en cuanto a la plausibilidad de la distinción entre lo *analítico* y lo *sintético* asumiré, *contra* Quine, que *existe* una distinción entre lo *analítico* y lo *sintético*.[2] En cuanto a la distinción entre lo metafísicamente *necesario* y lo metafísicamente *contingente* asumiré, *contra* Locke (2005) y Ramsey (2013), por ejemplo, que existe una distinción *significativa* entre la necesidad *de re* y la necesidad *de dicto*. Por el otro lado, en cuanto a la plausibilidad de las mutuas relaciones entre estas distinciones epistemológicas, semánticas, y metafísicas, asumiré, por ejemplo, que una verdad analítica *a posteriori* es imposible, pero (*pro* Kripke) que una verdad necesaria *a posteriori* es perfectamente posible (cfr. Kripke, 1978 y 2005).

---

[1] Carnap (1995) consideró esta distinción como una distinción *lógica*. Para una exposición de esta distinción considerada *semánticamente*, cfr. Wang 2016, pp. 251-279.

[2] Para el argumento original de Quine cfr. Quine 1980, pp. 20-46. Para una defensa de la distinción entre lo analítico y lo sintético que alude a la racionalidad de aceptar los enunciados analíticos, aunque no haya razones evidenciales para ellos, cfr. Putnam 1983. Para una defensa de dicha distinción que alude a sus usos filosóficos, cfr. Grice y Strawson 1956. Para una defensa contemporánea de la distinción véase Russell (2008). Para una *defensa* de Quine desde el punto de vista de la filosofía experimental cfr. Baghramian y Jorgensen 2015, pp. 594-620.

Williamson sobre la inutilidad epistemológica de la división entre lo *a priori* y lo *a posteriori*

El argumento de Williamson (2016, pp. 220-226) de que la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* es epistemológicamente inútil está subsumido en su propósito general de dar cuenta de la naturaleza de la *investigación filosófica* (cfr. Williamson, 2016). Boghossian (2011, p. 488) resume este proyecto general de Williamson en los siguientes términos:

> a) A menudo, la investigación filosófica se interesa por lo metafísicamente necesario y por lo metafísicamente contingente;
>
> b) Las reivindicaciones filosóficas sobre lo metafísicamente necesario y lo metafísicamente contingente *no son* acerca de significados o conceptos, y nuestro conocimiento de ellas *no se explica exclusivamente* en términos de nuestra comprensión de sus significados o conceptos;[3]
>
> c) Nuestro conocimiento de las modalidades metafísicas surge de nuestra capacidad de evaluar situaciones contrafácticas, y *no es útil* describir tal capacidad como *a priori* o como *a posteriori*;[4]
>
> d) Dado c), la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* debe sustituirse por la distinción entre conocimiento de sillón (armchair knowledge) y conocimiento de no-sillón (non-armchair knowledge);
>
> e) Las ciencias naturales son susceptibles del conocimiento de sillón;[5]
>
> f) Dado e), hay un "borrón quineano" (cfr. Boghossian 2011, p. 488) de las distinciones entre filosofía y matemáticas y entre filosofía y (otras)[6] ciencias empíricas.

---

[3] Burgess (1999), al igual que Williamson, tampoco reduce nuestro conocimiento sobre lo metafísicamente necesario – que Burgess llama "inevitabilidad" – a nuestra comprensión de sus significados o conceptos.

[4] Para la exposición clásica del conocimiento en términos contrafácticos, a la que por cierto alude Williamson, cfr. Nozick 1981, pp. 172-196.

[5] Al respecto, Williamson (2016, p. 364) ofrece dos ejemplos tomados de la historia de la física: los experimentos mentales ("experimentos de sillón") de Galileo y de Einstein para sus respectivas teorías físicas. Dirac (cfr. Highfield, 2009, en línea) también recurrió a experimentos de sillón para su teoría física.

[6] Para seguir considerando, junto a Quine, a toda ciencia (incluidas las matemáticas) como ciencia empírica o, en cualquier caso, empíricamente fructífera y, por lo tanto, *indispensable*, según el argumento de indispensabilidad desarrollado por Quine (1939) y por Putnam (1975). Contrástese con Tarski 2014.

Para los propósitos de este ensayo, únicamente discutiré los puntos c) y d).

Creo que tanto c), a saber, que nuestro conocimiento de las modalidades metafísicas surge de nuestra capacidad de evaluar situaciones contrafácticas, y *no es útil* describir tal capacidad como *a priori* o como *a posteriori*, como d), a saber, que, dado c), la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* debe sustituirse por la distinción entre conocimiento de sillón y conocimiento de no-sillón, surgen de la distinción de Williamson (2016, pp. 220-226) entre los dos papeles que desempeña la experiencia en la cognición: un papel *evidencial* y un papel *habilitador*. Al respecto, Williamson (2016, p. 221) dice que:

> Se sostiene que la experiencia desempeña un papel evidencial en mi conocimiento visual de que esta camisa es verde, pero un papel meramente habilitador en mi conocimiento de que todas las cosas verdes tienen color: necesito la experiencia sólo para adquirir los conceptos *verde* y *tener color*, sin los cuales no podría siquiera plantear la pregunta de si todas las cosas verdes tienen color. Se supone que el conocimiento *a priori* es incompatible con que la experiencia tenga un papel evidencial, o al menos con que la experiencia sensorial tenga un papel evidencial, de modo que mi conocimiento de que la camisa es verde no es *a priori*. En contraste, se supone que el conocimiento *a priori* es compatible con que la experiencia tenga un papel habilitador, de modo que mi conocimiento de que todas las cosas verdes tienen color puede ser *a priori*. Sin embargo, en el conocimiento basado en la imaginación que tenemos de los contrafácticos la experiencia sensorial puede desempeñar un papel que no es estrictamente evidencial, pero tampoco puramente habilitador, pues incluso si no sobrevive como parte de nuestra evidencia total, puede moldear nuestros hábitos de imaginación y nuestros juicios de modos que van mucho más allá de un papel puramente habilitador.

Así pues, para Williamson, la experiencia desempeña tanto un papel *evidencial* como uno *habilitador*, pero, si desempeña un papel evidencial, no puede haber conocimiento *a priori*, mientras que, si desempeña un papel habilitador, sí puede haber conocimiento *a priori*. Dadas estas condiciones y restricciones, la distinción *a priori*/*a posteriori* es *epistemológicamente* inútil porque oscurece patrones epistémicos más significativos (cfr. Williamson 2016, p. 226). Para exponer esto, Williamson (2016, p. 225) recurre al papel que la experiencia pasada puede desempeñar en nuestra intuición matemática:

> [L]a experiencia pasada de propiedades espaciales y temporales puede desempeñar un papel que no es directamente evidencial en la "intuición" matemática hábil, pero que excede con mucho lo que se necesita para adquirir los conceptos matemáticos pertinentes. Ese papel puede ser más que heurístico, puede concernir al contexto de justificación tanto como al contexto de descubrimiento. Incluso las habilidades combinatorias que se requieren para la evaluación competente de axiomas estándar de la teoría de conjuntos pueden involucrar la aplicación fuera de línea de habilidades motoras y de percepción cuya capacidad para generar conocimiento depende constitutivamente de que se refinen

mediante la experiencia pasada, la cual no desempeña un papel evidencial en la evaluación de los axiomas.

Esta concepción del papel de la experiencia (pasada de propiedades espaciales y temporales) en nuestra intuición matemática hábil[7] es fuertemente *holística*: atañe a 1) lo que necesitamos para adquirir conceptos matemáticos pertinentes, 2) el contexto de justificación y el contexto de descubrimiento,[8] 3) habilidades combinatorias para evaluar axiomas que pueden involucrar habilidades motoras y perceptivas.

Es justamente esta concepción holística del papel de la experiencia la que hace que la distinción *a priori*/*a posteriori* sea epistemológicamente inútil, por la sencilla razón de que, como señala Williamson, oscurece patrones epistémicos más significativos. En efecto, para este caso, designar a "la experiencia pasada de propiedades espaciales y temporales" como *a posteriori* sería concederle a dicha experiencia un papel meramente evidencial (ya vimos arriba que, según Williamson, si la experiencia asume un papel evidencial, no puede haber conocimiento *a priori*). Paralelamente, si designamos a "la experiencia pasada de propiedades espaciales y temporales" como *a priori*, entonces, si bien no puede desempeñar un papel evidencial, puede contener experiencias olvidadas que desempeñen un papel habilitador. El problema, de acuerdo con Williamson, es

---

[7] Creo que al darle la propiedad de "hábil" a esta intuición matemática, Williamson está aludiendo al principio wittgensteiniano y putnamiano (en realidad, del "segundo" Wittgenstein y del Putnam del realismo externo) de que *la práctica fija la interpretación*, es decir, que la posibilidad de *verdad conceptual* es filosóficamente irrelevante si sus constituyentes son *meras* imágenes mentales, *meras* intuiciones, etc. Es claro que, bajo este principio, los diversos intuicionismos matemáticos de Brouwer, Heyting, Weyl, Kolmogorov, Gentzen, Kleene, y Dummett, por ejemplo, no son filosóficamente irrelevantes. Pero ello se explica porque tales intuicionismos matemáticos tienen un marcado carácter lógico-filosófico, a diferencia, por ejemplo, de la noción de intuición matemática en Poincaré, que tiene un carácter marcadamente psicológico. (Brouwer llamó "pre-intuicionista" a Poincaré; cfr. Posy 2005, p. 322.) La intuición matemática poincariana se asemeja, en mi opinión, a la intuición matemática de Turing (2014), que concierne a ideas intuitivas sin ninguna identificación particular. Parsons (2005, p. 24) distinguió entre la intuición matemática gödeliana (que tiene por modelo la intuición husserliana de intuición) y la intuición matemática kantiana (que concierne a una forma de sensibilidad). En mi opinión, a pesar de la simpatía de Poincaré por la filosofía de la *aritmética* de Kant, su "intuicionismo matemático" no es *estrictamente* kantiano. En consonancia con esto último, Hahn (1980, pp. 93 y 101) escribió que "No es verdad, como argumentó Kant, que la intuición es un medio puro *a priori* de conocimiento. […] Más bien es fuerza del hábito enraizada en inercia psicológica."

[8] Probablemente la exposición más comentada sobre la distinción entre "contexto de justificación" y "contexto de descubrimiento" se encuentra en Reichenbach (1952), aunque la distinción se remonta a Leibniz.

que, en este último caso, la experiencia *puede moldear nuestros hábitos de imaginación y nuestros juicios de modos que van mucho más allá de un papel puramente habilitador*.

Así como para Quine (1980, pp. 20-46) su rechazo de que exista, *sin más*,[9] una distinción entre lo *analítico* y lo *sintético* obedece en buena medida a su holismo epistemológico – en particular, a las tesis quineanas de que nuestro conocimiento tiene una relación *indirecta* con la experiencia sensible[10] y de que la exactitud de una vindicación no se resuelve únicamente recurriendo a la evidencia empírica, sino recurriendo a la teoría científica de la que forma parte – así, para Williamson, su rechazo de que exista una distinción epistemológicamente relevante entre lo *a priori* y lo *a posteriori* obedece igualmente en buena medida a su holismo epistemológico, que ya exhibimos con su ejemplo de nuestra experiencia en una intuición matemática hábil aplicada a la teoría de conjuntos.

Sin embargo, creo que las sospechas de Williamson con respecto a la *significatividad epistemológica* de la distinción *a priori*/*a posteriori* son válidas para *ciertas* concepciones de lo *a priori* y lo *a posteriori*, pero no para otras concepciones de lo *a priori* y lo *a posteriori*.

Dos concepciones de lo *a priori* y lo *a posteriori*

Si la distinción *a priori*/*a posteriori* es *epistemológicamente* inútil porque oscurece patrones epistémicos significativos, entonces, si alguna distinción *a priori*/*a posteriori* no oscureciera patrones epistémicos significativos, ¿sería *epistemológicamente útil*? Aquí argumentaré que *sí*. En efecto, si el impedimento fundamental para que la distinción *a priori*/*a posteriori* sea epistemológicamente útil es que dicha distinción oscurece patrones epistémicos significativos, entonces, si alguna otra distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* no oscureciera estos patrones epistémicos significativos, *tan sólo sea porque no pone atención en ninguno de ellos*, sería una distinción *a priori*/*a posteriori* significativa (y quizá también útil, esto es, pragmáticamente significativa). En este sentido, creo que la distinción (concepción) fregeana entre lo *a priori* y lo *a posteriori* no es epistemológicamente inútil según los criterios de significatividad de Williamson, mientras que, por otra parte, la distinción (concepción) kantiana sobre los mismos términos sí es epistemológicamente inútil según los criterios de significatividad de Williamson. Brevemente, las dos tesis fundamentales de este trabajo son que:

---

[9] No se trata, pues, de que no exista una distinción *significativa* entre lo analítico y lo sintético. Se trata, *sin más*, de que no existe dicha distinción. Como es sabido, la distinción *analítico*/*sintético* es uno de los dos dogmas del empirismo señalado (y atacado) por Quine.

[10] Que nuestro conocimiento tenga una relación *directa* con nuestra experiencia sensible es el otro dogma del empirismo señalado (y atacado) por Quine.

1. Existe una disimilitud relevantemente significativa entre las concepciones kantiana y fregeana sobre lo *a priori/a posteriori*.

2. Dicha disimilitud hace que las sospechas williamsonianas con respecto a la significatividad epistemológica de la distinción *a priori/a posteriori* sean pertinentes para la concepción kantiana, pero no para la fregeana.

Es importante observar que de ninguna manera la idea de lo *a priori* se reduce a estas dos concepciones kantiana y fregeana de lo *a priori*. De hecho, éstas son *instancias* de algunas concepciones de la idea general de lo *a priori*, que (por lo menos) abarca 1) lo *a priori* entendido como aquello que se conoce independientemente de la experiencia sensible, 2) lo *a priori* entendido como una intuición, 3) lo *a priori* entendido como verdades autoevidentes, 4) lo *a priori* entendido como oraciones verdaderas por convención, 5) lo *a priori* entendido como oraciones verdaderas en virtud de los significados de sus términos (cfr. Resnik, 2005, p. 416). En el caso de Kant, su apriorismo es una conjunción de las concepciones 1) y 2) (y, discutiblemente, de 3)), mientras que, en el caso de Frege, su apriorismo es, discutiblemente, una conjunción de las concepciones 1) y 5). Menos discutible es el rechazo del apriorismo kantiano a 4) y 5) y el rechazo del apriorismo fregeano a 2).[11] Para el caso de un empirismo radical *à la* Quine, es total el rechazo de cada una de estas cinco concepciones de lo *a priori*, porque es total el rechazo del conocimiento *a priori*, *simpliciter*.

En los siguientes dos apartados expondré, respectivamente, las concepciones kantiana y fregeana sobre lo *a priori/a posteriori*, a fin de hacer notar sus diferencias. Sin embargo, antes de ello es oportuno hacer algunos comentarios generales.

Las dos tesis más importantes para el proyecto logicista de Frege[12] fueron, por un lado, que los juicios aritméticos son analíticos y *a priori* y, por el otro, que

---

[11] Esto, como veremos más adelante, es válido para el apriorismo fregeano con respecto a la aritmética, pero no con respecto a la geometría. Frege aceptaría que, con respecto a nuestro conocimiento geométrico, tenemos una *intuición a priori* del mismo, atributo que rechazaría (al menos en su proyecto filosófico-matemático original) tajantemente para nuestro conocimiento de las verdades aritméticas.

[12] El proyecto logicista de Frege se diferencia de otro de los dos proyectos logicistas clásicos, el de Russell (2010b), en dos sentidos: 1) a diferencia de Russell, Frege pretendía reducir la aritmética a la lógica, pero no identificar ambas; 2) a diferencia de Russell, el logicismo de Frege se restringía a la aritmética, y no pretendía abarcar *todas* las matemáticas puras. Para una detallada y filosóficamente instructiva exposición sobre diversas concepciones del logicismo cfr. Rayo 2005, pp. 203-235. El tercer proyecto logicista clásico es el de Dedekind. Para una discusión sobre la relevancia filosófica y matemática de estos tres proyectos cfr. Clark y Demopoulos 2005, pp. 129-165.

los números son objetos.[13] Ambas tesis son mutuamente congruentes en el contexto de la filosofía matemática de Frege, y ambas pretenden resolver viejos problemas de la filosofía de las matemáticas. (Sobre este último punto, no es ningún accidente que Frege (1980) haya dedicado una parte muy considerable de *Los fundamentos de la aritmética* a refutar varias concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas en general, desde el racionalismo de Descartes hasta el empirismo de Mill, en el camino pasando revista a Hobbes, Leibniz, Locke, Berkeley, Hume, y Kant, entre otros.)

La primera de estas dos tesis, que los juicios aritméticos son analíticos y *a priori*, pretende refutar la tesis kantiana de que los juicios aritméticos son sintéticos y *a priori*.[14] Es importante observar que Frege restringe las propiedades de analiticidad y aprioridad a los juicios aritméticos. Esto tiene una explicación directa: con respecto a la naturaleza de los postulados geométricos, Frege siempre fue un kantiano. Para Frege, Kant descubrió la esencia de la geometría al haber descubierto el carácter sintético *a priori* de sus verdades. Un caso diametralmente opuesto fue el de Poincaré (2001), quien era un kantiano con respecto a la naturaleza de los postulados aritméticos, pero no con respecto a la naturaleza de los postulados geométricos.[15] El origen del rechazo del empirismo (también llamado positivismo) lógico de la filosofía matemática kantiana – para el caso de la aritmética, siguiendo a Wittgenstein,[16] quien a su vez siguió a Frege;[17] para el caso

[13] No es ningún accidente que el proyecto neo-logicista intente rescatar, por diversos medios, estas dos tesis (cfr. Hale y Wright 2005, pp. 166-202). La exposición clásica de la idea fregeana de que los números son objetos es Wright 1983. Por otro lado, también hay proyectos filosófico-matemáticos, como el nominalismo de Chihara (1990), que, a la vez que rechazan radicalmente toda forma de platonismo (desde luego, también de platonismo fregeano), adoptan varias ideas de Frege en su construcción. La exposición (crítica, a la vez) más iluminativa – palabras del mismo Chihara – del nominalismo como filosofía de las matemáticas es Burgess y Rosen (1997).

[14] Ésta es, de acuerdo con Poincaré (2001, pp. 460-472), la vieja controversia entre Leibniz y Kant con respecto a la existencia de los juicios sintéticos *a priori*. Para Poincaré, los argumentos logicistas de ninguna manera resuelven la disputa a favor de Leibniz. Al final de su vida, Frege (1979) abandonaría su proyecto logicista y acabaría adoptando una postura kantiana con respecto a la aritmética.

[15] Un caso similar al de Poincaré con respecto al kantismo fue el de Brouwer, aunque, sin duda, por motivaciones distintas. "Brouwer señala que las geometrías no euclidianas muestran que no hay ningún conjunto uniforme de enunciados *a priori* acerca de la naturaleza del espacio, similar a lo que puede decirse acerca de la naturaleza del tiempo. De modo que, mientras acepta la perspectiva de Kant acerca del tiempo como una intuición *a priori*, rechaza la pretensión paralela de Kant de que el espacio, también, es una forma de intuición. Los sistemas de coordenadas de los números reales serán representantes de la geometría, y así, dice Brouwer, no necesitamos apelar a una intuición espacial independiente" (cfr. Posy 2005, p. 347, nota 66).

[16] El estatus de la lógica y las matemáticas en el proyecto del empirismo lógico representaba un serio problema. Por una parte (*contra* Mill), los empiristas lógicos rechazaban el carácter empírico

de la geometría, siguiendo la distinción entre la geometría pura y la geometría aplicada[18] – puede encontrarse en Bolzano (1999), quien no era kantiano ni en cuanto a la naturaleza de los postulados geométricos ni en cuanto a la naturaleza de los postulados aritméticos. Para el caso de la aritmética, Bolzano afirma que, en una prueba aritmética, lo relevante es el *conjunto* de sus términos, y no el *orden* de sus términos, y por lo tanto rechaza la idea kantiana de que los juicios aritméticos requieren la intuición del *tiempo* (en el sentido kantiano, a saber, como una intuición sensible *a priori*).[19] Sin embargo, Bolzano no tiene la última palabra en cuanto a la naturaleza de los juicios aritméticos en las matemáticas. En la concepción iterativa de conjuntos, por ejemplo, la noción de *orden* es esencial.[20]

Para Frege (1980), los juicios aritméticos son analíticos porque, al momento de llevar a cabo la prueba de una proposición aritmética, *y de llevarla hasta sus últimas consecuencias*, llegamos únicamente a leyes y definiciones lógicas generales. Por su parte, los juicios aritméticos son *a priori* porque su prueba puede derivarse

---

de las proposiciones lógicas y matemáticas, y, por la otra (*contra* Platón y *contra* Kant), rechazaban que algún tipo de intuición *a priori* fuera la fuente de nuestro conocimiento matemático. La solución del empirismo lógico ante este dilema fue que nuestro conocimiento matemático es conocimiento *a priori* basado en nuestras convenciones para emplear símbolos lógicos y matemáticos (cfr. Resnik 2005, p. 412). La crítica clásica a esta idea de que las verdades lógicas y matemáticas son una especie de verdades estipuladas se encuentra en Quine 1998, pp. 329-354. Para los propósitos del empirismo lógico, la gran contribución de Wittgenstein al respecto fue su teoría de las tautologías y las contradicciones, que, a los ojos de varios proponentes del empirismo lógico, resolvía este viejo problema de "acomodar" las verdades matemáticas y lógicas en la concepción empirista del mundo. Al respecto, cfr. Kremer 2015, pp. 451-485. Para la exposición clásica de la teoría de las tautologías y las contradicciones de Wittgenstein, cfr. Ramsey 2013, pp. 1-61.

[17] El trabajo clásico que defiende que al *Tractatus* de Wittgenstein debe dársele una lectura fregeana, y no russelliana, es Anscombe 1963.

[18] Al respecto, Carnap (1995, p. 183) sostiene que, si los postulados geométricos son *a priori*, no son sintéticos; si, por el contrario, son sintéticos, no son *a priori*. Esto se deriva de la distinción de Einstein (1923) entre las proposiciones de la geometría pura, que son certeras pero no acerca de la realidad, y las proposiciones de la geometría aplicada, que son acerca de la realidad pero no certeras. Este trabajo fue la respuesta de Einstein al escrito "Experimento y geometría" (1903) de Poincaré (2001, pp. 60-70).

[19] Para un recuento de la influencia de Bolzano en el empirismo lógico, cfr. Textor 2015, pp. 227-249.

[20] Para sucintas exposiciones de la concepción iterativa de conjuntos, cfr. Boolos 1999, pp. 13-29 y Parsons 2005, pp. 268-297. Que la teoría iterativa de conjuntos conserve las propiedades esenciales de la aritmética (tanto en cuanto a sus términos como en cuanto a sus relaciones) es un asunto que no trataré aquí. Este asunto – que una ciencia como el álgebra, por ejemplo, tiene que conservar en ella los principios de la aritmética, que le sirven de base (ya sea en la forma de *fundamento* o de *sugerencia*) – es un viejo problema en la historia de las matemáticas y de la filosofía de las matemáticas. Para el desarrollo histórico y conceptual de este problema, cuya formulación y solución más precisa se encuentra en el Principio de Permanencia de Peacock, cfr. Detlefsen 2005, pp. 271-287.

exclusivamente de leyes generales que, por sí mismas, no necesitan o no admiten prueba alguna. Como se verá más adelante, el hecho de que, en Frege, las pruebas de los juicios aritméticos *puedan* derivarse de leyes generales, pero no *deban* derivarse de leyes generales, constituye una diferencia fundamental con respecto a la concepción kantiana de lo *a priori*.

La segunda tesis del proyecto logicista de Frege, a saber, que los números son objetos, obedece a su platonismo matemático.[21] Adoptar una postura platónica con respecto a la *existencia* de los objetos matemáticos (particularmente, los números) fue una condición *sine qua non* para el proyecto logicista de Frege, en tanto que dicha postura resuelve el problema *ontológico* de los objetos matemáticos ante las soluciones espurias (para Frege) tanto de los empiristas – que, como Mill, consideran a los números como un hecho *observado* o *físico* – como de los trascendentalistas – que, como Kant, ofrecen una definición *psicológica* de nuestros conceptos numéricos, recurriendo a la naturaleza de la mente humana. La solución empirista puede dar cuenta de la aplicabilidad de nuestros conceptos matemáticos (un tema, por cierto, importante para Frege), pero no da cuenta de su *generalidad*;[22] la solución trascendentalista da cuenta del carácter *no sensitivo* (*i. e.*, no sensitivamente experimentado) de los números, pero, dado su carácter psicologista, "hace todo subjetivo y […] elimina la verdad" (cfr. Frege 1980, VII).

Separar lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo, fue el primero de los tres principios de Frege (1980) a los que, en sus términos, se atuvo en *Los fundamentos de la aritmética*. (Los otros dos principios fueron: 1) nunca preguntar por el significado de una palabra aislada, sino únicamente en el contexto de una proposición; 2) nunca perder de vista la distinción entre concepto y objeto. Estos otros dos principios han tenido, por cierto, una influencia primordial en la filosofía contemporánea.)

---

[21] Al igual que sucede con otras posturas filosófico-matemáticas, el platonismo matemático admite matices y grados: desde los platonismos *fuertes* de Cantor y Gödel (el uso del plural se debe a que entre ellos hay diferencias importantes) hasta el trivialismo platónico de Rayo (2015), pasando por el platonismo temprano de Russell, que acabaría abandonando a favor de una concepción sintáctica de las matemáticas (cfr. Russell 1999, pp. 113-127). La exposición clásica de la filosofía matemática platónica contemporánea es Bernays 1998, pp. 258-271.

[22] Tanto Frege como Russell consideraban que el carácter distintivo de las proposiciones lógicas era su generalidad o universalidad (esto es, que son válidas para todo tiempo y lugar). Wittgenstein (2009) rechazó esto. Para él, la proposición $p \vee \neg p$ no constituye una proposición universalmente verdadera, sino una tautología, esto es, una proposición que concuerda con todas las posibilidades de verdad. Paralelamente, la proposición $p \wedge \neg p$ no constituye una proposición universalmente falsa, sino una contradicción, esto es, una proposición que no concuerda con ninguna posibilidad de verdad. Para Ramsey (2013, pp. 1-61), tanto las tautologías como las contradicciones son proposiciones espurias, porque no dicen nada sobre los hechos del mundo.

El desafío contemporáneo más serio al platonismo matemático ha venido de Benacerraf: "No hay tales cosas como los números; lo que no es decir que no hay al menos dos números primos entre 15 y 20" (cfr. Benacerraf, 1998b, p. 294). ¿Por qué, según Benacerraf, no hay tales *cosas* como los números? Porque la aritmética no es más que aritmética *cardinal*, y sus enunciados "se vuelven fácilmente interpretables como *proyecciones* vía funciones de verdad, cuantificadores, y las reglas recursivas que gobiernan a las operaciones" (cfr. Benacerraf, 1998b, p. 293). En *Verdad matemática*, Benacerraf (1998a, pp. 403-404) planteó el siguiente desafío (no exclusivo, por cierto, al platonismo matemático):

> Asevero que dos tipos muy distintos de preocupaciones han motivado por separado consideraciones sobre la naturaleza de la verdad matemática: (1) la preocupación por tener una teoría semántica homogénea en la que la semántica para las proposiciones de las matemáticas sea paralela a la semántica para el resto del lenguaje, y (2) la preocupación de que la exposición de la verdad matemática engrane una epistemología razonable. Mi tesis general será que casi todas las exposiciones del concepto de verdad matemática pueden identificarse sirviendo a uno u otro de estos maestros *a expensas del otro*. Ya que además creo que ambas preocupaciones deben satisfacerse por cualquier exposición adecuada, me encuentro muy insatisfecho con cualquier paquete de semántica y epistemología que pretenda dar cuenta de la verdad y del conocimiento tanto dentro como fuera de las matemáticas. Pues, como sugeriré, las exposiciones de la verdad que tratan al discurso matemático y no matemático de maneras relevantemente similares lo hacen a costa de dejar ininteligible cómo podemos tener cualquier conocimiento matemático; mientras que aquellas que atribuyen a las proposiciones matemáticas los tipos de condiciones de verdad que claramente sabemos obtener, lo hacen a expensas de no conseguir conectar estas condiciones con cualquier análisis de las oraciones que muestre cómo las condiciones asignadas son condiciones de su *verdad*.

Aquí, las exposiciones empiristas (*à la* Mill o *à la* Quine) de la verdad matemática son aquellas que tratan al discurso matemático y no matemático de maneras relevantemente similares, pero al precio de dejar ininteligible cómo podemos tener cualquier *conocimiento matemático*. Por el otro lado, las exposiciones que, *à la* Hempel (1998), "atribuyen a las proposiciones matemáticas los tipos de condiciones de verdad que claramente sabemos obtener", lo hacen al precio de "no conseguir conectar estas condiciones con cualquier análisis de las oraciones que muestre cómo las condiciones asignadas son condiciones de su verdad". En general, este último tipo de exposiciones es propio de las posturas *analíticas* o *sintáctico-lógicas* de las matemáticas, que, además de identificar el *significado* con el *sentido* (entendiendo "sentido" en el sentido fregeano del término), entienden la *verdad matemática* "en virtud de definiciones o de estipulaciones similares que determinan el significado de los términos clave involucrados" (cfr. Hempel, 1998, p. 379). Entonces, ya que la validación de una proposición aritmética (por ejemplo) no requiere evidencia empírica (porque su verdad depende solamente de un análisis del significado de los términos que tienen lugar en ella), las proposiciones aritméticas no transmiten información fáctica, *y entonces pueden validarse sin recurrir a la evidencia empírica*.

Estas dos preocupaciones de Benacerraf, a saber, (1) por tener una teoría semántica homogénea en la que la semántica para las proposiciones de las matemáticas sea paralela a la semántica para el resto del lenguaje, y (2) que la exposición de la verdad matemática engrane una epistemología razonable, han dado lugar al célebre *dilema de Benacerraf*, que puede resumirse como el dilema de que *lo que parece necesario para la verdad matemática hace imposible el conocimiento matemático* (cfr. Hart, 1991, p. 103). Sin embargo, en la filosofía de las matemáticas contemporánea se encuentran varias reivindicaciones del platonismo matemático que, a la vez, *suponen* una refutación del dilema de Benacerraf:

1. Bajo el trivialismo platónico de Rayo (2015), las proposiciones falsas de las matemáticas puras tienen condiciones de verdad imposibles y las proposiciones verdaderas de las matemáticas puras tiene condiciones de verdad triviales. Además (este es el punto platónico), los números *existen*: que el número de F*s* sea *n* es simplemente que haya *n* F*s*, donde "hay *n* F" es una abreviación de "$\exists!_n x(Fx)$" (cfr. Rayo, 2015, p. 82). Para el trivialismo platónico, el dilema de Benacerraf es un dilema falso.

2. El dilema de Benacerraf puede disolverse mediante el "platonismo liberal" de Stalnaker (2003, p. 43), que sostiene (del mismo modo que David K. Lewis a este respecto) que el platonismo sobre *objetos matemáticos* no implica que su conocimiento requiera de interacción causal.

3. Los objetos matemáticos no necesitan, *para su existencia*, ser objetos perceptivos ni encontrarse en el espacio y el tiempo (cfr. Parsons, 2005, p. 19).[23]

4. Que haya objetos matemáticos independientemente existentes significa que son objetos que no dependen, para su existencia, de objetos de cualquier otro tipo, pero no que, por ejemplo, los números naturales existan independientemente *el uno del otro* (cfr. Hale y Wright, 2005, p. 166). Según Hale y Wright, así es como, erróneamente, entienden muchos estructuralistas al platonismo matemático.

Esta digresión sobre las dos tesis fundamentales del proyecto logicista de Frege nos servirá para tener más claras sus ideas sobre lo *a priori* y lo *a posteriori*, y también facilitará su comparación con las ideas de Kant al respecto. Lo que

[23] Para una iluminativa y erudita discusión sobre el problema de la existencia de los objetos matemáticos en la historia de la filosofía, cfr. Detlefsen 2005, pp. 236-317.

intentaré mostrar es que la *distinción* kantiana entre lo *a priori* y lo *a posteriori* se deriva del *contenido* de los juicios, mientras que la distinción fregeana se deriva de la *justificación* de los juicios, y que ello hace toda la diferencia para el propósito general de este artículo, a saber, reivindicar la distinción *a priori/a posteriori* como una distinción epistemológicamente útil.

La concepción kantiana de lo *a priori* y lo *a posteriori*

Bajo una exposición enciclopedista de lo *a priori* y lo *a posteriori*, podemos decir que:[24]

1. *Grosso modo*, el conocimiento *a priori* es aquel conocimiento independiente de la experiencia sensible en un grado significativo, mientras que el conocimiento *a posteriori* es aquel conocimiento dependiente de la experiencia sensible en un grado significativo.

Aquí, "conocimiento" se entiende a la vieja usanza filosófica, a saber, como una creencia verdadera justificada. Desde Gettier (1963) se sabe que hay algunos contraejemplos a esta definición, aunque tales contraejemplos muestran que tener una creencia verdadera justificada no es *suficiente* para tener conocimiento, pero no que no sea *necesario*.[25] Por otro lado, se habla de "grados significativos" de independencia y dependencia de la experiencia sensible porque ninguna teoría del conocimiento es tan nulamente holística como para sostener que hay *conocimientos* particulares *absolutamente* independientes de la experiencia sensible o *absolutamente* dependientes de la experiencia sensible.

2. Los racionalistas creen que hay un *genuino* conocimiento *a priori*, mientras que los empiristas rechazan que haya un *genuino* conocimiento *a priori*.

Si bien históricamente simplista,[26] esta clasificación es útil para explicar 1) las distintas consideraciones que racionalistas y empiristas han dado a las características distintivas que, al menos desde Platón, se han atribuido a las matemáticas, y 2) las distintas propuestas metodológicas que, a partir de tales consideraciones, han llevado a cabo tanto racionalistas como empiristas en sus

---

[24] En efecto, estas propiedades históricamente atribuidas a esta distinción se encuentran en las primeras líneas de la entrada "*A Priori* Justification and Knowledge" de la Stanford Encyclopedia of Philosophy. Cfr. Russell 2014 (en línea).

[25] Aunque Williamson (2020) señala que la afirmación estándar de que el conocimiento implica creencia suele entenderse como la afirmación de que el conocimiento implica creencia *total*, y esto conlleva, a su vez, varios problemas filosóficos.

[26] Especialmente en que "los empiristas rechazan que haya un genuino conocimiento *a priori*". Al respecto, cfr. Friedman 2007.

respectivas filosofías.[27] Son tres las características distintivas que, desde Platón, se han atribuido a las matemáticas:[28] aprioridad, necesidad, y carácter abstracto. Linnebo (2017, p. 4) expone como sigue estas tres características distintivas del conocimiento matemático:

> Primero, es *a priori*, en el sentido de que no depende de la experiencia sensible o de la experimentación. A las verdades [matemáticas] se llega sólo por reflexión, sin ninguna observación sensorial. Segundo, el conocimiento [matemático] concierne a verdades que son *necesarias*, en el sentido de que las cosas no podrían haber sido de otro modo. Por lo tanto, es seguro apelar a estas verdades al momento de razonar no sólo sobre cómo es *realmente* el mundo, sino también al momento de razonar sobre *cómo habría sido* si las cosas hubieran sido de otro modo. Tercero, el conocimiento [matemático] se ocupa de objetos que no están localizados en el espacio o en el tiempo, y que no participan en relaciones causales. Se dice que tales objetos son *abstractos*.

Basta con recurrir a un solo filósofo empirista, Quine, para exponer las (posibles) réplicas que, desde el empirismo, pueden darse a esta caracterización *racionalista* del conocimiento matemático. Al respecto, Quine diría que 1) ninguna verdad es tal si no es una verdad científica, y ninguna verdad científica está desligada de alguna(s) teoría(s) científica(s) particular(es), en el sentido de que pueda, por ejemplo, ser *conocida* independientemente de los elementos observacionales o teóricos de tal(es) teoría(s); 2) ya que *ningún enunciado es inmune a la revisión*, no hay enunciados necesariamente verdaderos, ni en un sentido epistemológico, lógico, o modal (metafísico); 3) no hay juicios más allá de los juicios *sintéticos*: incluso la propiedad de cada cosa de ser idéntica a sí misma ($A = A$) puede ser una propiedad de las cosas de *nuestro mundo* (cfr. Harman, 1983, p. 11).

Esto en cuanto a las distintas consideraciones que racionalistas y empiristas dan a las características distintivas clásicas (platónicas) de las matemáticas.[29] En cuanto a su utilización para sus respectivas propuestas metodológicas también hay, naturalmente, diferencias importantes. Para exhibir esto consideraré dos casos

[27] Un caso que no encaja bien aquí es el de Hobbes, quien, a pesar de sus posturas mecanicistas, nominalistas, y empiristas, aplicó, *à la* Spinoza y *à la* Leibniz, métodos matemáticos a sus teorías morales y políticas.

[28] En sentido estricto, a las matemáticas puras o, en argot antiguo, a las matemáticas no mixtas.

[29] Como puede verse, las concepciones platónica y racionalista coinciden. Al igual que Platón, un racionalista también le daría un carácter *apriorístico* al conocimiento matemático, un carácter *necesario* a sus proposiciones verdaderas, y un carácter *abstracto* a sus objetos. Esto no quiere decir que un empirista rechace cada uno de estos tres atributos, porque perfectamente podría sostener que, con respecto a una proposición matemática p, el conocimiento de p es *a posteriori* y, en el caso de que p resultara verdadera, p es *necesariamente verdadera*.

racionalistas que, en lo que concierne a las metodologías para construir sus *sistemas filosóficos*,[30] no tienen parangón en los empiristas.

En primer lugar, consideremos el caso de Spinoza. Su *Ética demostrada según el orden geométrico* (2015) pretendió dar un tratamiento geométrico a las pasiones humanas, en el sentido de que "en la misma forma en que con puntos, líneas y planos se forman cuerpos sólidos, y de éstos se derivan los correspondientes teoremas [geométricos], con su modo de vivir, el hombre no constituye una excepción al orden de la naturaleza, sino que lo confirma" (cfr. Antiseri y Reale, 2010, p. 370). Refiriéndose a la *Ética*, Bertrand Russell (2010a, p. 225) escribió que "está redactada en el estilo de Euclides, con definiciones, axiomas y teoremas; todo lo que aparece detrás de los axiomas se supone que está rigurosamente demostrado por razonamiento deductivo. Esto hace difícil su lectura." Dicho estilo hará difícil su lectura, pero ello no quita mérito a las pretensiones metodológicas de Spinoza, como el mismo Russell reconoce un poco más adelante: "Pero sería falta de comprensión censurar a Spinoza por su método geométrico. Estaba en la esencia de su sistema, tanto ética como metafísicamente, mantener que todo *podía* ser demostrado y, por consiguiente, era esencial presentar demostraciones" (cfr. Russell, 2010a, pp. 225-226). Las pretensiones metodológicas de Spinoza no sólo tienen como fin construir un sistema filosófico propiamente dicho, sino construir dicho sistema recurriendo a las características distintivas de las matemáticas (para el caso de Spinoza, de la geometría euclidiana) expuestas arriba.

En segundo lugar, consideremos el caso de Leibniz. A diferencia de Spinoza, la estrategia metodológica de Leibniz para construir parte de su sistema filosófico no consiste en recurrir a la geometría (euclidiana), sino a la aritmética.[31] En sus ensayos *El derecho y la equidad* y *La justicia* (Leibniz, 2009, pp. 7-8 y 9-17), Leibniz sostuvo que: 1. El derecho pertenece a las *ciencias* que dependen de definiciones, y no de experiencias, de pruebas *racionales*, y no de pruebas *sensibles*, de cuestiones de *validez*, y no de cuestiones de *hecho*;[32] 2. "Justicia" es una expresión *fija* (dotada de una determinada significación) que, por lo tanto, es susceptible de ser definida

---

[30] Creo que el concepto de "sistema filosófico" es, siguiendo a Gallie (1998), un concepto que está expuesto a ser impugnado. Sin embrago, a pesar de su impugnabilidad, sigo aquí a Margaret D. Wilson cuando dice que a) Locke fue un filósofo asistemático; b) Pascal fue un filósofo antisistemático; c) Descartes, Hobbes, Spinoza, Leibniz, y Kant fueron filósofos sistemáticos; d) *discutiblemente*, Berkeley y Hume fueron "constructores de sistemas" (cfr. Wilson 1992, p. 17).

[31] La filosofía de Leibniz es principalmente (re)conocida por sus aportaciones a la metafísica (*e. g.*, su teoría de las mónadas) y a la epistemología (*e. g.*, su teoría de la apercepción). Aquí expondré un aspecto de su filosofía que, si bien menos (re)conocido, es relevante para su sistema filosófico.

[32] Dicho de otro modo, aunque también leibniziano: las cuestiones del derecho son verdades de razón, y no verdades de hecho.

o explicada por medio de un concepto comprensible; 3. De cualquier definición propiamente dicha se desprenden, según los principios lógicos, consecuencias igualmente firmes, como sucede en una ciencia necesaria y rigurosamente demostrativa como el derecho,[33] cuyas construcciones no derivan de los hechos, sino de la razón; 4. Las ciencias necesarias y rigurosamente demostrativas no se fundamentan en las experiencias y en los hechos, sino que dan cuenta de ellos y los reglamentan previamente; 5. Aun bajo la hipótesis de que no hubiese una sola ley en todo el mundo, el derecho, como ciencia necesaria y rigurosamente demostrativa, seguiría siendo válido, del mismo modo que, aun cuando no hubiese cognición al respecto,[34] seguiría siendo necesariamente verdadero que 1, 4, 9, 16, 25… son los cuadrados de 1, 2, 3, 4, 5… y que las diferencias que existen entre tales cuadrados pueden expresarse por la sucesión de los impares 3, 5, 7, 9….

Así, similarmente a como sucede con Spinoza, las pretensiones metodológicas de Leibniz no sólo tienen como fin construir un sistema filosófico propiamente dicho, sino construir dicho sistema recurriendo a las características distintivas de las matemáticas expuestas arriba (para el caso de Leibniz, recurriendo a la aritmética).

Ahora bien, con respecto a la exposición enciclopedista de lo *a priori* y lo *a posteriori*, que sostiene que 1) el conocimiento *a priori* es aquel conocimiento independiente de la experiencia sensible en un grado significativo, mientras que el conocimiento *a posteriori* es aquel conocimiento dependiente de la experiencia sensible en un grado significativo y que 2) los racionalistas creen que hay un *genuino* conocimiento *a priori*, mientras que los empiristas rechazan que haya un *genuino* conocimiento *a priori*, la postura de Kant es compleja.

En primer lugar porque, para Kant, lo *a priori* no sólo atañe a la epistemología, sino también a la metafísica. En segundo lugar porque, para Kant, los racionalistas tienen razón en que hay un *genuino* conocimiento *a priori*, pero sus fundamentos para sostener esta tesis son erróneos. Por el otro lado, los empiristas tienen razón en sostener que el conocimiento *a priori*, tal como lo entienden los racionalistas, está fuera del alcance de las capacidades cognitivas humanas. Esta tensión se expone en la célebre tesis kantiana de que la razón humana se ve "acosada" por cuestiones que, por la naturaleza de la razón misma, no puede dejar de plantearse, pero a las que no puede contestar, porque superan las facultades de la razón pura. Una de estas cuestiones que acosan a la razón es, por ejemplo, la

---

[33] En esta categoría Leibniz incluye, además del derecho, a la metafísica, la aritmética, la geometría, y la ciencia del movimiento. Cfr. Leibniz 2009, p. 12.

[34] A diferencia de la metafísica leibniziana, la metafísica kantiana sería renuente a conceder que, ante la ausencia de toda cognición al respecto, un principio podría seguir siendo válido.

relativa a la finitud o la infinitud del espacio. En el momento en el que recurrimos a nuestra razón pura para resolver esta cuestión llegamos irremediablemente, según Kant, a una antinomia. Sobre esta antinomia, Posy (2005, p. 348) escribe:

> El realista trascendental se enfrenta al siguiente dilema lógico: por un lado, el realista acepta – como una verdad lógica – la afirmación de que el mundo físico ocupado debe ser espacialmente finito o infinito. Esto es, el realista afirma que la siguiente disyunción es una verdad lógica:
>
> $$(\exists x)(\forall y)[\sim E(x,y) \rightarrow F(x,y)] \vee (\forall x)(\exists y)[\sim E(x,y) \,\&\, F(y,x)]$$
>
> (donde x y y se extienden sobre regiones espaciales ocupadas, "$E(x, y)$" significa que x y y son equidistantes de algún punto central fijo, y "$F(x, y)$" significa que x está más alejado de ese punto que y). […] Kant proporciona argumentos que refutan cada uno de los lados de esa disyunción. El idealista trascendental, nos dice Kant, elude este dilema lógico porque, para el idealista, esta disyunción no es una verdad lógica en primer lugar. (En realidad, para ser precisos, el realista aceptará esto como una verdad lógica después de asumir que E es una relación de equivalencia y que F obedece los axiomas de un orden lineal.)

Aquí, el "realista trascendental" es el metafísico clásico (*i. e.*, en este contexto, anterior a Kant). Si la respuesta empirista a la afirmación del realista trascendental de que "el mundo físico ocupado debe ser espacialmente finito o infinito"[35] es que tal cuestión sólo puede *decidirse* empíricamente, y no mediante los instrumentos de la razón pura (Kant concuerda con el empirista en este punto), la respuesta del *idealismo trascendental* de Kant es que, si el conocimiento *a priori* atañera únicamente a nuestra situación epistémica (*i. e.*, a nuestro *modo* de conocer), entonces esta afirmación del realista trascendental es *a priori* indecidible (de ahí el acuerdo de Kant con el empirista). En cambio, si el conocimiento *a priori* atañe no sólo a nuestra situación epistémica, *sino también a nuestra situación metafísica* (*i. e.*, a la forma en la que *debemos* conocer, por la misma naturaleza de nuestra razón pura), entonces, como dice Posy, esta disyunción no es una verdad lógica: "bajo el idealismo trascendental, encontrar una región ocupada [del espacio] que sea más distante de un punto central que una región dada se propone como una tarea, pero uno no puede afirmar la existencia de tal región más distante a menos que tenga un contacto sensorial real con ella" (cfr. Posy, 2005, pp. 348-349).

¿Qué significa, pues, que lo *a priori* no sólo atañe a la epistemología, sino también a la metafísica? Significa que, si un enunciado *tuviese* que ser *a priori*, entonces *ipso facto* sería *necesariamente* verdadero.[36] El origen de esta idea se

[35] Una instancia del principio de la lógica clásica del tercero excluido, a saber, "p o no p".

[36] En Kant, como señala Kripke (2005), "necesidad" y "aprioridad" son sinónimos intercambiables. Posy (2005, p. 332) expone estos dos atributos del apriorismo de Kant así: "Es epistemológicamente

encuentra en Leibniz, para quien, según su lógica modal, si algo es tal que su contrario es imposible (es decir, es necesariamente verdadero), entonces se debe a una verdad de razón (es decir, a un conocimiento *a priori*), mientras que si algo es tal que su contrario es posible (es decir, es contingentemente verdadero), entonces se debe a una verdad de hecho (es decir, a un conocimiento *a posteriori*). En Kant, la formulación precisa de esta idea es que nuestro conocimiento está compuesto tanto de lo que recibimos por medio de impresiones como de lo que *nuestra* facultad de conocer proporciona por sí misma, y nuestra experiencia sensible (lo que recibimos por medio de impresiones), *por sí sola*, no puede enseñarnos que las cosas *no puedan ser de otro modo*. De manera que no sólo sucede que nuestra experiencia únicamente puede darnos un conocimiento contingente de las cosas, sino que, ya que sí podemos pensar en proposiciones *necesarias*, aquel componente de nuestro conocimiento que nos permite pensar en proposiciones necesarias *tiene que ser* el que concierne a las categorías[37] y a las intuiciones sensibles *a priori*, *i. e*., a lo que nuestra *propia* facultad de conocer proporciona por sí misma.

Dado que, para Kant, las proposiciones de la geometría euclidiana tienen un carácter sintético *a priori*, el componente de nuestro conocimiento relativo a nuestra facultad de conocer "se requiere para dar cuenta del carácter necesario y por lo tanto *a priori* de nuestro conocimiento del espacio tal como se materializa en la geometría. Dicho conocimiento no deriva de la experiencia, y sin embargo nos dice cómo debe ser el espacio" (cfr. Stroud 1984, p. 149). ¿Qué hay de su carácter sintético? Kant entiende lo *sintético* en términos de la relación sujeto-predicado, que se remonta a los silogismos aristotélicos.[38] Bajo esta relación, un enunciado es

---

independiente de la experiencia sensible, y es un apuntalamiento [underpinning] necesario de la ciencia empírica."

[37] Este es el "giro copernicano" de Kant (quien nunca utilizó ese término): para que haya un genuino conocimiento, los objetos y sus relaciones *deben* ajustarse a nuestras categorías y a nuestras intuiciones sensibles *a priori*, y no viceversa. Obsérvese que el hecho de que *deban* ajustarse es una condición metafísica.

[38] Recuérdese la afirmación de Kant de que "desde Aristóteles, la lógica no ha tenido que dar un paso atrás" (KrV, BVIII). La refutación de dicha afirmación de Kant se dio en el momento mismo en el que Frege construyó una lógica que no se basaba en la relación sujeto-predicado, sino en la más fructífera relación argumento-función. Para una exposición de la fecundidad de esta distinción fregeana para la lógica véase Van Heijenoort 1992. Para argumentos que, si bien no ponen en duda la importancia de la lógica de Frege, sí atemperan su importancia en la historia de la lógica (en especial si se toma en cuenta la lógica de Boole), véanse Boolos 1999, pp. 237-254, y Putnam 1982. Sea como sea, incluso alguien tan escéptico de la filosofía matemática logicista como Poincaré (2001, p. 473) reconoció la contribución del logicismo (al menos en su forma russelliana) en sus intentos por trascender la lógica aristotélica (silogística) clásica: "Pero el campo que el señor Russell asigna a la lógica es infinitamente más extenso que el de la lógica clásica [aristotélica], y ha tenido éxito al expresar puntos de vista sobre este tema que resultan ser originales y, a veces, ciertos."

analítico si, en él, el predicado *está contenido* en el sujeto, mientras que un enunciado es sintético si, en él, el predicado *no está contenido* en el sujeto. Dicho de otro modo, un enunciado es analítico si su predicado no nos dice nada *significativamente nuevo* con respecto a su sujeto, mientras que un enunciado es sintético si su predicado nos dice algo *significativamente nuevo* con respecto a su sujeto.

Kant consideró que tanto las proposiciones de la geometría euclidiana como las proposiciones de la mecánica newtoniana constituían claros casos de juicios sintéticos *a priori*, en tanto que 1) *nos dan información sobre el mundo* (su carácter sintético) y 2) *no pueden, epistemológicamente e, ipso facto, metafísicamente, ser de otro modo* (su carácter *a priori*). El punto 1) es menos controvertible: el mismo Newton (2011, p. 6) consideraba que la geometría está *fundada* en la mecánica práctica. El punto 2), para desgracia de Kant,[39] fue refutado respectivamente por las geometrías no euclidianas – en su forma hiperbólica desarrollada independientemente por Bolyai y por Lobachevski y en su forma elíptica desarrollada por Riemann – y por las teorías físicas cuántica y de la relatividad.

Consideremos dos ejemplos kantianos de juicios sintéticos *a priori*, uno geométrico y otro aritmético. Nuestro ejemplo geométrico es la proposición euclidiana de que "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°". De acuerdo con Kant, este juicio es sintético porque la propiedad (predicado) de que un triángulo tenga ángulos internos cuya suma sea igual a 180° no es una propiedad (predicado) que se encuentre en el sujeto "triángulo", que *por sí mismo* no nos dice nada sobre el resultado que se desprende de la suma de sus ángulos internos. Al mismo tiempo, la proposición euclidiana de que "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°" es *a priori*, según Kant, porque nuestra intuición sensible *a priori* (para este caso, la relativa al *espacio*) así lo *dispone*:

> El argumento trascendental referente al espacio se deduce de la geometría. Kant sostiene que la geometría euclidiana es conocida *a priori*, aunque es sintética, es decir, no deducible de la lógica sola. Las pruebas geométricas, piensa él, dependen de las figuras; podemos *ver*, por ejemplo, que, dadas dos líneas rectas que se cortan perpendicularmente en su punto de intersección, sólo puede trazarse una recta perpendicular a ambas. Este conocimiento – piensa Kant – no está deducido de la experiencia. Pero el único modo en que mi intuición puede anticipar lo que se hallará en el objeto es si contiene solamente la forma de mi sensibilidad, que preceda en mi subjetividad a todas las impresiones reales. Los objetos de los sentidos tienen que obedecer a la geometría, porque *la geometría está relacionada con nuestras formas de percibir y, por lo tanto, no podemos percibir de otra manera*. Esto explica el por

[39] Aunque están, desde luego, los intentos neokantianos de Natorp (1910) por salvar la filosofía científica kantiana.

qué la geometría, aunque es sintética, es *a priori* y apodíctica. (cfr. Russell, 2010, p. 394. Cursivas añadidas).

Sin embargo, el carácter *kantianamente* apriorístico de las proposiciones geométricas se pierde tan pronto como entran en juego las proposiciones geométricas no euclidianas. Para el caso que nos concierne, el de la proposición euclidiana "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°", su "contraparte" no euclidiana hiperbólica es que tal suma es < 180°, mientras que su "contraparte" no euclidiana elíptica es que tal suma es > 180°. Así pues, dado que este conocimiento *no* euclidiano *sí está deducido de la experiencia*,[40] se sigue que, si bien la geometría euclidiana *puede* ser conocida *a priori*, ello no significa que *tenga* que ser conocida *a priori* (en el sentido kantiano de lo *a priori*, que lo identifica con lo *metafísicamente* necesario).[41]

Nuestro ejemplo aritmético de juicio sintético *a priori* es el célebre ejemplo de Kant de que "7 + 5 = 12". Según Kant, este juicio es *a priori* porque nuestra intuición sensible *a priori* relativa al tiempo no sólo nos obliga a considerar a tal juicio en sucesión temporal (el conteo *sucesivo* de 7 elementos – por ejemplo nuestros dedos – *seguido* del conteo *sucesivo* de otros 5 elementos da como resultado 12 elementos en total, *contados sucesivamente*, esto es, en sucesión temporal), sino porque, a este respecto, nuestra intuición sensible *a priori* relativa al tiempo no puede engañarnos. El juicio "7 + 5 = 12" es sintético porque, según Kant, el concepto de "12" no se encuentra *ya pensado* (esto es, no tiene un carácter analítico) al momento de pensar la unión de "7" y "5". Ya vimos antes algunas

---

[40] Gauss fue el primer matemático moderno en concebir la posibilidad de una geometría no euclidiana sobre bases empíricas, aunque no publicó nada al respecto y, según Carnap (1995, p. 135), tampoco realizó ningún experimento al respecto, contrario a lo que cuenta la leyenda. Riemann (2007), por su parte, no sólo sí publicó al respecto, sino que sostuvo que las relaciones métricas del espacio son cuestiones *de hecho*, y que por lo tanto su certeza es empírica, no necesaria.

[41] Para algunos filósofos, *ninguna* proposición *genuinamente matemática* puede comprobarse empíricamente. Estos filósofos suelen argüir que, dado el carácter *a-causal*, *a-temporal*, y *a-espacial* de los objetos matemáticos y sus relaciones, ninguna proposición matemática puede tener un carácter sintético. Creo que, ante esto, hay dos réplicas de algún modo relacionadas entre sí, una conceptual y otra naturalista (en el sentido quineano del término "naturalista"). La réplica conceptual sería que la distinción "matemáticas puras/matemáticas aplicadas" es, si se tiene en cuenta la historia de las matemáticas, contingente, en el sentido de que algunas cuestiones planteadas en *alguno* de estos dos "campos" luego fueron desarrolladas en el otro. Maddy (1997) contiene algunos ejemplos de cuestiones matemáticas que van de uno a otro "campo". Resnik (1997) ha defendido la comprobabilidad *empírica* de algunos enunciados matemáticos, y Sober (2000) da cuenta de una conjetura matemática probada empíricamente. La réplica naturalista sería *probar* la distinción "matemáticas puras/matemáticas aplicadas" *dentro* de la propia ciencia matemática, esto es, mediante un estudio de las interacciones *reales* entre estos dos "campos", a fin de corroborar o refutar tal dicotomía. Para esta propuesta, cfr. Tappenden 2001.

réplicas que, desde la filosofía matemática de Bolzano, podrían hacerse en contra del apriorismo de Kant con respecto a los juicios aritméticos. En cuanto a su carácter *sintético*, puede replicársele a Kant que 1) si se piensan los números pequeños en términos de *conjuntos*, entonces "12" sí se encuentra *ya pensado* al momento de pensar la unión de "7" y "5",[42] y que 2) mediante un proceso de transformación tautológica, "12" es *sinónimo* de "7 + 5".[43]

Habida cuenta de que para Kant "aprioridad" y "necesidad" son sinónimos intercambiables, en su filosofía no hay una distinción entre necesidad *metafísica* y necesidad *epistemológica*. Al respecto, Kant no sólo siguió, sino que llevó hasta sus últimas consecuencias, el dogma leibniziano según el cual si algo es necesario, entonces se debe a un conocimiento *a priori*, mientras que, si algo es contingente, entonces se debe a un conocimiento *a posteriori*. Es sabido que tanto Kripke (1978, 2005) como Putnam (1984) refutaron con bastante éxito este dogma. En el caso de Kripke,[44] al haber mostrado cómo puede haber proposiciones *a posteriori* necesariamente verdaderas, por un lado, y proposiciones *a priori* contingentemente verdaderas, por el otro. Por ejemplo, la proposición "El agua es H_2O" es una instancia del primer tipo; la proposición "La barra de metro estándar en París mide un metro de largo" es una instancia del segundo tipo. En el caso de Putnam, al haber mostrado que hay proposiciones metafísicamente necesarias (de nuevo, "El agua es H_2O") que, no obstante, son lógica y epistemológicamente contingentes.[45] (Así como Kripke y Putnam pretendieron refutar el dogma kantiano según el cual "necesidad metafísica" y "necesidad epistemológica" son sinónimos

[42] Wang (2016, p. 182) expone cómo es que, psicológicamente, "cuando puede reunirse una multitud de objetos dados, llegamos a un conjunto".

[43] Así pues, parecería que el carácter sintético de los juicios aritméticos es más susceptible de ser "demostrado" mediante juicios aritméticos con infinitas proposiciones que mediante juicios aritméticos con finitas proposiciones, como sugirió Kant, porque los juicios aritméticos con infinitas proposiciones no están sujetos a una transformación tautológica, al menos, creo, en el sentido de Ayer (2014). El concepto de "infinitas proposiciones" es de Hilbert (1998).

[44] Una buena exposición de las ideas de Kripke a este respecto, que también considera detalladamente planteamientos alternos, es Valdés 1988.

[45] Para el caso de Kripke (2005), su blanco de ataque fue la teoría internista del significado de Frege-Russell, según la cual si un nombre propio y una descripción definida asociada con ese nombre denotan lo mismo, no es un conocimiento trivial saber que el único objeto que tiene el atributo de tener tal nombre propio es idéntico al único objeto que tiene el atributo de tener tal descripción definida. Esta teoría internista del significado sostiene, pues, que los nombres propios tienen connotación. La teoría rival, inaugurada por John Stuart Mill, sostiene que los nombres propios tienen denotación, pero no connotación. Las teorías de Kripke y Putnam no sólo abarcan nombres propios, sino también clases naturales. Para una crítica a la teoría externista del significado (la teoría Kripke-Putnam) que pone especial atención en la proposición "El agua es H_2O" cfr. Weisberg 2011.

intercambiables, así Quine (1980, pp. 20-46) pretendió refutar el dogma kantiano según el cual hay una distinción entre lo analítico y lo sintético, y Davidson (1973-1974) pretendió refutar el dogma kantiano según el cual existe una dicotomía entre nuestros esquemas conceptuales y el contenido empírico.)

Ahora bien, en su momento, Kant también pretendió refutar un viejo dogma filosófico, a saber, aquel que sostenía que todo conocimiento *a priori* es analítico. Este dogma se sustentaba en el supuesto (*prima facie* obvio) de que un conocimiento independiente de la experiencia sensible no puede, por esa misma razón, dar cuenta de los hechos del mundo. Por lo tanto, *el conocimiento a priori tiene que ser analítico*. Sobre la cuestión de la *posibilidad* de un conocimiento sintético *a priori*, Papineau (2012, p. 49) escribe:

> ¿Cómo podemos saber, antes de la experiencia, que un enunciado es verdadero, si los conceptos utilizados para formularlo dejan abierto que podría ser falso? La verdad de tal enunciado sintético dependerá de los hechos reales, así como de los conceptos involucrados. Pero, ¿cómo podemos saber cuáles son estos hechos, antes de cualquier experiencia de ellos?

La respuesta kantiana a la primera pregunta de Papineau sería que, dada la *aprioridad* de nuestras categorías y nuestras intuiciones sensibles (en el sentido metafísico de que los objetos se ajustan a ellas, y no viceversa), los conceptos utilizados para formular tal enunciado verdadero *no pueden dejar abierto que podría ser falso*. La respuesta kantiana a la segunda pregunta de Papineau sería que un enunciado sintético verdadero, si tiene también un carácter *a priori*, no depende de los hechos reales, sino que da cuenta de ellos. Si un enunciado sintético verdadero no tuviera, a la vez, un carácter *a priori*, entonces sí dependería, para su verdad, de los hechos reales; pero en este caso se trataría de un enunciado sintético *a posteriori*.

Estas hipotéticas respuestas kantianas a las preguntas de Papineau muestran que, en Kant, la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* se explica, en muy buena medida, por el *contenido empírico* de los juicios, mas no por la *justificación empírica* de los juicios: lo relevante son las condiciones *psicológicas*, *fisiológicas*, etc., de un juicio particular, pero no la presencia o ausencia de un elemento fáctico en un juicio particular.

En las primeras líneas de la *Crítica de la razón pura*, Kant (KrV, BI) expuso su célebre tesis de que, aunque todo nuestro conocimiento comienza con la experiencia, de esto no se sigue que todo nuestro conocimiento surja de la experiencia. Esta tesis sobre la naturaleza de nuestro conocimiento conjuga tanto el carácter *a priori* (enciclopedista) de nuestro conocimiento como su carácter *a posteriori* (enciclopedista): todo nuestro conocimiento es dependiente de la experiencia en tanto que todo nuestro conocimiento comienza con ella, pero también tenemos conocimiento independiente de la experiencia sensible, en tanto que no todo nuestro conocimiento surge de la experiencia. En otras palabras, conjuga la tesis empirista (humeana) de que la ciencia (natural) consiste en verdades sintéticas y la tesis racionalista (leibniziana) de que las ciencias genuinas consisten en verdades *a priori*.

En este punto entra la réplica de Williamson de que la distinción *a priori/a posteriori* es *epistemológicamente* inútil porque oscurece patrones epistémicos más significativos. En efecto, relativamente a una proposición particular, ¿cómo determinar su grado de dependencia o independencia de la experiencia? Desde la concepción kantiana, que pone atención en los *contenidos empíricos* de las proposiciones, no hay una respuesta definitiva. Volvamos a nuestro ejemplo geométrico: "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°". Desde la concepción que pone atención en los contenidos empíricos, ¿es un juicio *a priori* o *a posteriori*? La respuesta kantiana sería que no puede ser *a posteriori*, porque para el conocimiento de su verdad la experiencia sensible desempeña, a lo mucho, un papel *evidencial*, pero no *habilitador*. Sin embargo, la respuesta anti-kantiana sería que no puede ser *a priori*, porque para el conocimiento de su verdad la experiencia sensible desempeña *el* papel *habilitador* y, *a fortiori*, el papel evidencial, porque, siguiendo a Williamson, el conocimiento *a priori* no puede asumir un papel evidencial.

En los párrafos que siguen expondré la concepción fregeana sobre lo *a priori* y lo *a posteriori* que, como ya dije, pone atención en la justificación empírica de las proposiciones, y no en el contenido empírico de las mismas, como Kant. Este hecho, como argumentaré, hace que la concepción fregeana sea virtualmente inmune al escepticismo williamsoniano con respecto a la utilidad epistemológica de la distinción *a priori/a posteriori*.

La concepción fregeana de lo *a priori* y lo *a posteriori*

Si bajo la concepción kantiana de lo *a priori* el enunciado geométrico euclidiano "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°" *tiene* que ser *a priori*, bajo la concepción fregeana de lo *a priori* dicho enunciado *puede* ser *a priori*, pero no *tiene* que serlo.[46] Esto es igualmente aplicable a otras proposiciones de la geometría

[46] Antes dije que Frege era un kantiano con respecto a la naturaleza de los postulados geométricos. Esto es así tanto porque (por el lado de lo *sintético*) su concepción de "consistencia" no es consistencia de teorías formales, sino que depende de términos "no-lógicos" (cfr. Blanchette, 2018, en línea), como porque (por el lado de lo *a priori*), para Frege, "el conocimiento de la geometría euclidiana está garantizado por una combinación de entendimiento e intuición pura" (Burge, 2005,

euclidiana, como la relativa a la proporción de la circunferencia de un círculo con respecto a su diámetro, en donde es = π y en cuya "contraparte" hiperbólica es > π y en cuya "contraparte" elíptica es < π, la relativa al número de paralelas (el quinto postulado los *Elementos*),[47] en donde es = 1 y en cuya "contraparte" hiperbólica es = ∞ y en cuya "contraparte" elíptica es = 0, y la relativa a la medida de curvatura, en donde es = 0 y en cuya "contraparte" hiperbólica" es < 0 y en cuya "contraparte" elíptica es > 0. *Contra* Kant, Wang (2016, p. 206) escribió que "la existencia de alternativas consistentes [a la geometría euclidiana] muestra que no tenemos un sistema 'completo' que sea necesario y que, por lo tanto, probablemente no tenemos suficiente *intuición* para justificar siquiera algunas partes del sistema" (cursivas añadidas).

Antes de continuar, es importante hacer una observación. En lo que sigue intentaré mostrar que, entre otras cosas, la concepción fregeana de lo *a priori* es una salida del dogma kantiano según el cual "necesidad" y "aprioridad" son sinónimos intercambiables. Al respecto, existe otra salida, que es la kripkeana, y que expondré brevemente.

Kripke (2005) concede que una proposición necesaria *puede* ser *a priori*, pero no admite que, por el hecho de ser necesaria, *tenga* que ser *a priori*. Para Kripke, un claro ejemplo de una proposición metafísicamente necesaria pero epistemológicamente contingente (*i. e.*, una proposición que no *tiene* que ser *a priori*, en el sentido epistemológico del término) es la conjetura de Goldbach, que sostiene que cualquier número par ≥ 4 es la suma de dos números primos.

Más allá de que hay *razones matemáticas* para creer que la conjetura de Goldbach es verdadera, a saber, la distribución aleatoria de los números primos y la evidencia numérica de los números pares hasta 10^{14}, que pueden escribirse como una suma de dos números primos (cfr. Gowers, 2008, p. 69), *la verdad de la conjetura de Goldbach no es cognoscible* a priori, *sino sólo* a posteriori. Hay un punto gramatical a favor de Kripke: si la verdad de la conjetura de Goldbach fuese cognoscible *a priori*, no sería una *conjetura*, sino un *teorema*, es decir, una verdad que se hace evidente mediante un proceso de razonamiento llamado demostración (Legendre, 1890, p. 11).[48] Sea como sea, para Kripke, en el momento mismo en el que se

p. 60). Esto último, empero, no significa que lo "*a priori*" kantiano y lo "*a priori*" fregeano sean *sinónimos intercambiables*. Ya vimos antes que, para Frege (1980), lo *a priori* kantiano aplicado a la aritmética "hace todo subjetivo y […] elimina la verdad".

47 Esta proposición ha resultado ser, en la historia de las matemáticas, un *postulado* propiamente dicho en el sentido de Legendre (1890, p. 11): un problema autoevidente.

48 Ayer (1981, p. 6) sostiene que una cosa son las proposiciones lógicas y matemáticas *en cuanto tales* y que otra cosa son las proposiciones relativas al comportamiento de quienes hacen lógica y

demostrara (*a posteriori*) que la conjetura de Goldbach es verdadera, *ipso facto* resultaría que es necesaria, porque "el carácter peculiar de las proposiciones matemáticas es tal que uno sabe (*a priori*) que no pueden ser contingentemente verdaderas" (cfr. Kripke, 2005, p. 156). Así pues, si bien la concepción kripkeana de lo *a priori* y lo *a posteriori* es una salida del dogma kantiano según el cual "aprioridad" y "necesidad" son sinónimos intercambiables, en la medida en que admite verdades que son *a priori* sin tener que serlo, la concepción kripkeana no admite proposiciones matemáticas *contingentemente verdaderas*, *i. e.*, sean (epistemológicamente) *a priori* o *a posteriori*, las verdades matemáticas son (metafísicamente) *necesariamente verdaderas*.

Para Frege (1980, pp. 3-5), la distinción entre los juicios *a priori* y *a posteriori* no se reduce (como en Kant) al *contenido empírico* de los juicios, sino a su *justificación empírica*: para que una verdad sea *a priori*, debe ser posible derivar su prueba de leyes generales que no necesitan o no admiten prueba alguna.[49] En otras palabras, esto significa que, si bien una verdad *a priori* puede derivarse de leyes generales que no necesitan prueba alguna, ello no significa que tal verdad *a priori* no admita prueba alguna. Para el caso de proposiciones aritméticas elementales, esto no supone problema alguno para el kantismo: la proposición "3 × 4 = 12" es *racionalmente* demostrable, pero igualmente es *empíricamente* demostrable. Para este ejemplo aritmético, tanto la demostración racional (*a priori*) como la empírica (*a posteriori*) *concuerdan*, en el sentido de que, independientemente de sus respectivas metodologías, se llega a la verdad *necesariamente verdadera de que* "3 × 4 = 12".

Sin embargo, el caso de las proposiciones geométricas sí supone un problema para el kantismo, porque en este caso no es cierto que su comprobación racional y su comprobación empírica *necesariamente* concuerden. Para Kant, esto es imposible, porque nuestra experiencia sensible no puede contradecir a nuestra intuición. Una proposición geométrica empíricamente fundamentada que contradijera a cualesquiera proposiciones euclidianas constituiría, para Kant, un mero error geométrico, porque nuestra intuición sensible *a priori* del espacio (que

---

matemáticas. En consonancia con esto, consultar una computadora para conocer una verdad matemática (el ejemplo es de Kripke 2005) sería algo ajeno a la verdad – o falsedad – matemática como tal. Este argumento, contrariamente a lo que a primera vista podría parecer, no refuta nada de lo que sostiene Kripke: las proposiciones matemáticas verdaderas o falsas son necesariamente verdaderas o falsas (su carácter metafísicamente necesario) independientemente de cómo sean conocidas (su carácter epistemológicamente contingente).

[49] Esta distinción es *prima facie* concordante con el antipsicologismo de Frege, aunque Russell (1996, p. 503) expresó sus dudas al respecto por la propensión de Frege de describir el juicio como el reconocimiento de la verdad, lo que, para Russell, equivale a introducir elementos psicológicos en dicha descripción.

da cuenta de la geometría euclidiana) *no puede* cometer errores geométricos. Empero, el desarrollo científico de la geometría ha refutado la filosofía de la geometría de Kant. (En Carnap (1995, p. 133) se encuentran varios *contraejemplos geométricamente válidos y empíricamente fundamentados* a la afirmación kantiana de que nuestra intuición sensible *a priori* del espacio no comete errores geométricos.)

Bajo la concepción de Frege que adoptamos, en la que lo que interesa es la *justificación*, y no el *contenido*, de los juicios, el enunciado "La suma de los ángulos internos de un triángulo = 180°" *puede* ser un juicio *a priori* en el sentido de que su verdad *no requiere* de una demostración fáctica, pero *no tiene* que ser un juicio *a priori*, entre otras cosas porque su verdad *puede* comprobarse *empíricamente*. En breve: del hecho de que *p* (*p* = proposición geométrica euclidiana) *pueda* ser *a priori* no se sigue que *p tenga* que ser *a priori*.

Así pues, en la concepción fregeana de lo *a priori* y lo *a posteriori* no hay ningún problema de *indeterminación*, *i. e.*, no hay ningún problema en cuanto a cómo determinar el grado de dependencia o independencia de la experiencia con respecto a una proposición: si se sostiene que el enunciado "La suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180°" es *a priori*, bastará con mostrar que la prueba de la verdad de este enunciado es derivable de leyes generales que por sí mismas no necesitan *o* no admiten ninguna prueba. El término disyuntivo de esta afirmación es primordial: si las leyes generales no necesitan pero sí admiten alguna prueba, entonces la verdad del enunciado podrá mostrarse apriorísticamente, pero no tendrá que mostrarse apriorísticamente. Si, por el contrario, se sostiene que el enunciado "La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°" es *a posteriori*, bastará con mostrar que la prueba de la verdad de este enunciado necesariamente incluye una apelación a los hechos. Ante esto, un "apriorista fregeano" podría responder que, si bien la prueba de la verdad de este enunciado puede incluir una apelación a los hechos, también puede comprobarse mediante procedimientos estrictamente racionales. Dado el kantismo geométrico del propio Frege, su respuesta probablemente sería más radical.

Conclusión

El hecho de que, en Kant, *todos* los juicios científicos sean juicios sintéticos *a priori* se debe a que se ocupó del *contenido empírico* de los juicios científicos. Frege, en cambio, no sólo se ocupó de la *justificación empírica* de los juicios científicos, sino también de la distinción entre *juzgar* y *pensar*, y por ello sostuvo que 1) todas las verdades de las ciencias naturales son verdades sintéticas *a posteriori*, que 2) todas las verdades aritméticas son analíticas *a priori*, y que 3) las proposiciones de la lógica y de la aritmética no tienen el mismo estatus que las proposiciones empíricas, entre otras cosas porque su *validez* no se determina de la misma manera. (*Grosso modo*, el empirismo lógico seguiría a Frege en estos tres puntos.)

La distinción fregeana entre lo *a priori* y lo *a posteriori*, a diferencia de la distinción kantiana, no oscurece ningún patrón epistémico significativo porque no pone atención en ningún patrón epistémico significativo, en el sentido de que alguna condición epistémica particular (*a priori* o *a posteriori*, en el sentido kantiano) determine nuestros juicios. En Frege, no interesan las condiciones *mentales* para la *verdad* de una proposición científica, sino, si se trata de una proposición sintética, su justificación empírica, y si se trata de una proposición analítica, su justificación apriorística (sin el ingrediente metafísico kantiano). Dado que, para Williamson, el impedimento fundamental para que la distinción *a priori*/*a posteriori* sea epistemológicamente útil es que dicha distinción oscurece patrones epistémicos significativos, la distinción fregeana entre lo *a priori* y lo *a posteriori* no es epistemológicamente inútil porque no pone atención en ningún patrón epistémico.

Bibliografía

Anscombe, G. E. M. (1963). *An Introduction to Wittgenstein's 'Tractatus'*. Londres: Hutchinson University Library.

Antiseri, D. y Reale, G. (2010). *Historia del pensamiento filosófico y científico II. Del humanismo a Kant*. Barcelona: Herder.

Ayer, A. (1981). *Basic Propositions* (traducido como "Proposiciones básicas" por Valdés, M.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

— (2014). *Language, Truth and Logic*. Nueva York: Dover.

Baghramian, M. y Jorgensen, A. (2015). Quine, Kripke, and Putnam. En Michael Beaney (ed.), *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*. (pp. 594-620). Oxford: Oxford University Press.

Benacerraf, P. (1998a). Mathematical Truth. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 403-420). Cambridge: Cambridge University Press.

— (1998b). What Numbers Could Not Be. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 272-294). Cambridge: Cambridge University Press.

Bernays, P. (1998). On platonism in mathematics. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 258-271). Cambridge: Cambridge University Press.

Blanchette, P. (2018). The Frege-Hilbert Controversy. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (en línea).

Boghossian, P. (2010). Williamson on the *A priori* and the Analytic. *Philosophy and Phenomenological Research*, 82 (2), 488-497.

Bolzano, B. (1999). Contributions to a Better-Grounded Presentation of Mathematics. En William Ewald (comp.), *From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics*. (pp. 174-224). Oxford: Oxford University Press.

Boolos, G. (1999). *Logic, Logic, and Logic*. Cambridge: Harvard University Press.

Burge, T. (2005). *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford: Oxford University Press.

Burgess, J. P. (1999). Which Modal Logic Is the Right One? *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40 (1), 81-93.

Burgess, J. P. y Rosen, G. (1997). *A Subject with No Object: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*. Nueva York: Oxford University Press.

Carnap, R. (1995). *An Introduction to the Philosophy of Science*. Nueva York: Dover.

Chihara, C. (1990). *Constructibility and Mathematical Existence*. Oxford: Oxford University Press.

Clark, P. y Demopoulos, W. (2005). The Logicism of Frege, Dedekind, and Russell. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 129-165). Oxford: Oxford University Press.

Davidson, D. (1973-1974). On the Very Idea of a Conceptual Scheme. *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association*, 47, 5-20.

Detlefsen, M. (2005). Formalism. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 236-317). Oxford: Oxford University Press.

Einstein, A. (1923). *Sidelights on Relativity*. Nueva York: Dutton.

Frege, G. (1979). Sources of Knowledge of Mathematics and the Mathematical Natural Sciences. En Hans Hermes, Friedrich Kambartel, y Friedrich Kaulbach (eds.), *Gottlob Frege: Posthumous Writings*. (pp. 267-274). Chicago: University of Chicago Press.

— (1980). *The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry into the Concept of Number*. Evanston: Northwestern University Press.

Friedman, M. (2007). Coordination, Constitution, and Convention: The Evolution of the *A Priori* in Logical Empiricism. En Alan Richardson y Thomas Uebel (eds.), *The Cambridge Companion to Logical Empiricism*. (pp. 91-116). Nueva York: Cambridge University Press.

Gallie, W. B. (1998). *Essentially Contested Concepts* (traducido como "Conceptos esencialmente impugnados" por Ortiz, G.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Gettier, E. (1963). Is Justified True Belief Knowledge? *Analysis*, 23 (6), 121-123.

Gowers, T. (ed.) (2008). *The Princeton Companion to Mathematics*. Princeton: Princeton University Press.

Grice, H. P. y Strawson, P. F. (1956). In Defense of a Dogma. *The Philosophical Review*, 65 (2), 141-158.

Hahn, H. (1980). *Empiricism, Logic and Mathematics*. Londres: D. Reidel.

Hale, B. y Wright, C. (2005). Logicism in the Twenty-first Century. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 166-202). Oxford: Oxford University Press.

Harman, G. (1983). *Quine on Meaning and Existence* (traducido como "Significado y existencia en la filosofía de Quine" por Margáin, H. y Orozco, C.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Hart, W. D. (1991). Benacerraf's Dilemma. *Crítica*, 23 (68), 87-103.

Hempel, C. (1998). On the Nature of Mathematical Truth. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 377-393). Cambridge: Cambridge University Press.

Highfield, R. (2009). How Dirac predicted antimatter. *New Scientist* (en línea).

Hilbert, D. (1998). On the infinite. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 183-201). Cambridge: Cambridge University Press.

Kant, I. (1787). *KrV*. BVIII.

Kremer, M. (2015). The whole meaning of a book of nonsense: reading Wittgenstein's *Tractatus*. En Michael Beaney (ed.), *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*. (pp. 451-488). Oxford: Oxford University Press.

Kripke, S. (1978). *Identity and Necessity* (traducido como "Identidad y necesidad" por Valdés, M.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

— (2005). *Naming and Necessity* (traducido como "El nombrar y la necesidad" por Valdés, M.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Legendre, A. M. (1890). *Elements of Geometry and Trigonometry*. Nueva York: American Book Company.

Leibniz, G. W. (2009). *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie* (traducido como "Tres ensayos: El derecho y la equidad. La justicia. La sabiduría" por García Máynez, E.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Linnebo, Ø. (2017). *Philosophy of Mathematics*. Princeton: Princeton University Press.

Locke, J. (1996). *An Essay Concerning Human Understanding*. Indianápolis: Hackett.

Maddy, P. (1997). *Naturalism in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press.

Natorp, P. (1910). *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*. Leipzig: Teubner.

Newton, I. (2011). *Philosophiae Naturalis Principia mathematica* (traducido como "Principios matemáticos de la Filosofía Natural" por Escohotado, A.). Madrid: Tecnos.

Nozick, R. (1981). *Philosophical Explanations*. Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press.

Papineau, D. (2012). *Philosophical Devices: Proofs, Probabilities, Possibilities, and Sets*. Oxford: Oxford University Press.

Parsons, C. (2005). *Mathematics in Philosophy. Selected Essays*. Nueva York: Cornell University Press.

Poincaré, H. (2001). *The Value of Science. Essential Writings of Henri Poincaré*. Nueva York: The Modern Library.

Posy, C. (2005). Intuitionism and Philosophy. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 318-355). Oxford: Oxford University Press.

Putnam, H. (1975). What is Mathematical Truth? *Historia Mathematica*, 2, 529-533.

— (1982). Peirce the Logician. *Historia Mathematica*, 9, 290-301.

— (1983). *The Analytic and the Synthetic* (traducido como "Lo analítico y lo sintético" por Gorostiza, M.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

— (1984). *The Meaning of "Meaning"* (traducido como "El significado de 'significado'" por Flematti, J. G.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Quine, W. V. (1939). Designation and Existence. *The Journal of Philosophy*, 36 (26), 701-709.

— (1980). *From a Logical Point of View: Nine Logico-Philosophical Essays*. Cambridge: Harvard University Press.

— (1998). Truth by Convention. En Paul Benacerraf y Hilary Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. (pp. 329-354). Cambridge: Cambridge University Press.

Ramsey, F. P. (2013). *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*. Connecticut: Martino Publishing.

Rayo, A. (2005). Logicism Reconsidered. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 203-235). Oxford: Oxford University Press.

— (2015). *La construcción del espacio de posibilidades*. Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Reichenbach, H. (1952). *Experience and Prediction. An Analysis of the Foundations and the Structure of Knowledge*. Chicago: University of Chicago Press.

Resnik, M. (1997). *Mathematics as a Science of Patterns*. Oxford: Oxford University Press.

— (2005). Quine and the Web of Belief. En Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. (pp. 412-436). Oxford: Oxford University Press.

Riemann, B. (2007). On the Hypotheses which Lie at the Bases of Geometry. En Stephen Hawking (ed.), *God Created the Integers. The Mathematical Breakthroughs that Changed History* (pp. 1031-1042). Filadelfia: Running Press.

Russell, B. (1996). *The Principles of Mathematics*. Nueva York: W. W. Norton.

— (1999). *Análisis filosófico*. (traducción de Rodríguez, F.). Barcelona: Paidós.

— (2010a). *Historia de la filosofía occidental II*. (traducción de Dorta, A. y Gómez de la Serna, J.) Madrid: Austral.

— (2010b). *Introduction to Mathematical Philosophy*. Kansas: Digireads.

Russell, B. (2014). *A Priori* Knowledge and Justification. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (en línea).

Russell, G. (2008). *Truth in Virtue of Meaning: A Defence of the Analytic/Synthetic Distinction*. Oxford: Oxford University Press.

Sober, E. (2000). Quine's Two Dogmas. *Aristotelian Society Supplementary Volume* 74, 237-299.

Spinoza, B. (2015). *Ética demostrada según el orden geométrico*. Ciudad de México: FCE.

Stalnaker, R. (2003). *Ways a World Might Be. Metaphysical and Anti-Metaphysical Essays*. Oxford: Oxford University Press.

Stroud, B. (1984). *The Significance of Philosophical Scepticism*. Oxford: Oxford University Press.

Tappenden, J. (2001). Recent Work in Philosophy of Mathematics. *Journal of Philosophy* 98 (9), 488-497.

Tarski, A. (2014). *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*. Nueva York: Dover.

Textor, M. (2015). Bolzano's Anti-Kantianism: from *a priori* cognitions to conceptual truths. En Michael Beaney (ed.), *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*. (pp. 227-249). Oxford: Oxford University Press.

Turing, A. (2014). *Systems of Logic Based on Ordinals*. Princeton: Seeley G. Mudd Manuscript Library.

Valdés, M. (1988). Contingencia *a priori*. *Crítica* 20 (59), 79-107.

Van Heijenoort, J. (1992). Historical Development of Modern Logic. *Modern Logic*, 2 (3), 242-255.

Wang, H. (2016). *From Mathematics to Philosophy*. Nueva York: Routledge.

Weisberg, M. (2011). El agua *no* es H_2O. En Davis Baird, Lee McIntyre, y Eric Scerri (coords.), *Filosofía de la química. Síntesis de una nueva disciplina*. (pp. 490-502). Ciudad de México: FCE.

Wilson, M. (1992). Sustancia y sistema: perplejidades del orden geométrico. En Laura Benítez y José A. Robles (comps.), *Filosofía y sistema*. (pp. 17-26). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

Williamson, T. (2016). *The Philosophy of Philosophy* (traducido como "La filosofía de la filosofía" por Fernández, M. Á.). Ciudad de México: Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM.

— (2020). Knowledge, Credence, and the Strength of Belief. Próximo a aparecer en Amy Flowerre y Baron Reed (eds.), *Expansive Epistemology: Norms, Action, and the Social World*. Londres: Routledge.

Wittgenstein, L. (2009). *Tractatus logico-philosophicus* (traducción de Muñoz, J. y Reguera, I.). Madrid: Alianza.

Wright, C. (1983). *Frege's Conception of Numbers as Objects*. Aberdeen: Aberdeen University Press.