CONTINUIDADE NA LÓGICA DE LEIBNIZ

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Vivianne de Castilho Moreira
UFPR

Introdução

Na justificação do método de cálculo infinitesimal desenvolvido por Leibniz, o princípio de continuidade desempenha um papel fundamental. Com efeito, seria sob a chancela deste princípio que Leibniz se permitiria tratar a tangente a uma curva como uma espécie de secante, procedimento fundamental ao cálculo infinitesimal. De acordo com Leibniz, essa peculiar espécie de secante se distinguiria das demais pela propriedade de que a distância entre os dois pontos em que ela corta a curva seria"menor do que qualquer distância dada"– o que, para ele, significaria que ela seria"infinitamente pequena"ou mesmo"nula", como se discutirá a seguir. A contraparte deste tratamento da tangente como secante seria considerar a curva como um "polígono inifinitangular", isto é, um polígono possuindo uma"infinidade de lados".

Amparado pelo princípio, Leibniz pretende que seja correto estabelecer uma equivalência entre aquelas três descrições, quais sejam,"ser infinitamente pequeno","ser menor do que qualquer grandeza dada"e ser"nulo". Essa pretensão se confirma pela comparação entre três passagens retiradas de escritos em que ele explicita seu método de tratamento da tangente. A primeira encontra-se no artigo em que Leibniz torna pública sua descoberta, qual seja, o *Nova Methodus pro Maximis et Minimis itemque Tangentibus, quae nec Fractas nec Irrationales Quantitates Moratur et Singulare pro Illis Calculi Genus* (doravante:"*Nova Methodus*"). Nesse artigo, ele declara:

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

> "…encontrar a *tangente* é traçar uma reta unindo dois pontos de uma curva tendo [entre si] uma distância infinitamente pequena, ou seja, produzindo o lado de um polígono *infinitangular* que, para nós, equivale à *curva*"[1].

A segunda passagem integra um outro artigo, publicado alguns meses mais tarde, em que lemos:

> "…[d]o meu *princípio geral das medidas de curvas*, que *uma figura curvilínea deve ser estimada equipolente a um polígono de infinitos lados*, segue-se que o tudo o que pode ser demonstrado de um tal polígono (seja que não dependa do número de lados, seja que tanto mais se verifique quanto maior o número de lados assumido, de sorte que o erro culmine por ser menor que todo erro dado) pode ser igualmente afirmado da curva"[2].

A terceira passagem encontra-se na resposta de Leibniz às objeções a seu método feitas por Bernard Niewentijt, resposta que ele publica nas *Acta Eruditorum* onze anos após a divulgação da *Nova Methodus*, sob o título *Responsio ad nonnullas Difficultates a Dn. Bernardo Niewentijt circa Methodum Differentialem seu Infinitesimalem Motas*. Uma dessas objeções consiste justamente no questionamento da equivalência entre "infinitamente pequeno" e "nulo". Para apresentá-la com as palavras de Leibniz, poderíamos dizer que Niewentijt contrapõe a seu método que este "suporia que se elimina as quantidades infinitamente pequenas considerando-as como nulas"[3]. Ao que ele responde:

---

1 *GM* V, p. 223. As abreviações aqui empregadas, com as respectivas edições dos escritos de Leibniz, são: *Ak*: "*Sämtliche Schriften und Briefe*". Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. *GP*: "*G. W. Leibniz – Die philosophischen Schriften*" (Ed.: Gerhardt, C, I., George Olms Verlag. Hildesheim, 1996). GM: "*G. W. Leibniz – Mathematische Schriften*" (Ed.: Gerhardt, C, I., George Olms Verlag. Hildesheim, 1971). *Grua*: "*Textes Inédits d'après les manuscrits de la Bibliothèque provinciale de Hanovre*" (Publicados e comentados por Gaston Grua 2ª ed. PUF, Paris, 1998). *NE*: "*Nouveaux Essais sur l'Entendement Humain*". Brunschwig. Flammarion, Paris, 1990. *OFI*: "*G. W. Leibniz – Opuscules et fragments inédits – extraits des manuscrits de la Bibliothèque Royale de Hanovre*" (Ed.: Couturat, L. George Olms Verlag. Hildesheim, 1988).

2 *GM* V, p. 126.

3 *GM* V, p. 321.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

> "Penso que são iguais não apenas aqueles cuja diferença é absolutamente nula, mas também aqueles cuja diferença é incomparavelmente pequena; e ainda que ela não deva ser dita *nada* em sentido absoluto, ela, contudo, não é uma quantidade comparável àquelas das quais é a diferença"[4].

Nota-se que, enquanto as duas primeiras passagens atestam a crença na equivalência entre as expressões "menor grandeza dada" e "grandeza infinitamente pequena"[5], a combinação dessas passagens com a última confirma a crença na equivalência, já insinuada[6], entre aquelas expressões e "nada"[7], mesmo que Leibniz sublinhe não se tratar aqui de "nada" "em sentido absoluto". Não é difícil perceber as razões que motivam aquelas crenças. Qualquer distinção, ainda que meramente possível, entre os objetos que supostamente caem sob aquelas supramencionadas descrições comprometeria a exatidão do cálculo, e, consequentemente, o sucesso do método leibniziano[8].

---

4 *GM* V, p. 322.

5 Leibniz fala em "menor que qualquer erro dado" e "distância infinitamente pequena", mas creio ser legítima a adequação das expressões ao vocabulário aqui empregado.

6 Essa insinuação se evidencia pela pretensão de se tomar "polígono infinitangular" como "equivalente" a "curva". No rigor geométrico, tal equivalência só se justifica se não houver diferença, do ponto de vista extensional, entre o que cai sob a descrição "polígono infinitangular" e o que pode ser dito "curva", isto é, se o gênero das curvas coincide com o gênero do que se deixa descrever pela expressão "polígono infinitangular".

7 O fato de Leibniz empregar aqui a expressão "incomparavelmente", e não "infinitamente", não parece desautorizar a interpretação proposta. Com efeito, a primeira expressão figura na descrição apresentada pelo filósofo da objeção feita por Niewentijt, e não é desmentida por ele. A opção por "incomparavelmente" na passgem se esclarece pela natureza da explicação que Leibniz oferece de seu método. Nessa explicação, ele recorre à distinção euclidiana entre grandezas comparáveis e grandezas incomparáveis para justificar a consideração das segundas como "nada". A diferença entre grandezas comparáveis ou arquimedianas e incomparáveis, ele retoma dos *Elementos* de Euclides, mencionando, na ocorrência, o Livro 5, definição 5, em que se lê: "Grandezas são ditas ter uma ligação entre si quando elas, sendo multiplicadas, podem se ultrapassar uma a outra".

8 Como observa M. Parmentier a esse respeito, "Leibniz não quer dizer de modo algum que seu cálculo diferencial se reduza em última instância a um aleatório método de aproximação, pois o termo *equivalente* tem um sentido rigoroso, característico do procedimento global: Leibniz não diz que esse polígono *infinitangular tende* para a curva" (*La naissance du calcul différentiel*, Vrin, Paris, 1995 - p. 111 – n. 59).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Vislumbra-se a partir disso a dimensão da polêmica que, desde a época de Leibniz, se alimenta em torno do método por ele desenvolvido. A equivalência pleiteada por ele, que subjaz à própria operacionalidade do cálculo infinitesimal, não se revela facilmente aceitável ou sequer compreensível[9].

Neste artigo, não pretendo investigar o método de cálculo desenvolvido por Leibniz, nem compará-lo com outros a fim de aquilatar eventuais vantagens de cada um. Restrinjo-me ao exame de determinadas pressuposições sobre as quais se ampara aquele método, a fim de avaliar se e em que medida os princípios fundamentais que o regem podem ser justificados do ponto de vista da sua consistência interna e de sua coerência com as condições formais do raciocínio em geral tais como estas foram estruturadas por Leibniz.

Continuidade no formalismo

Apresentadas as polêmicas equivalências que estão na base do método de cálculo desenvolvido por Leibniz, retomemos a discussão sobre o que, de acordo com ele, constitui o princípio que autoriza a assumi-las, o princípio de continuidade. Em poucas palavras, o que esse princípio autoriza, e que legitima aquelas equivalências, é que se tome algo "como equivalente a uma espécie de seu contraditório"[10]. Quanto a seu conteúdo, o princípio de continuidade é detalhado em uma carta ao reverendo Malebranche com as seguintes palavras:

9 Às críticas de Niewentijt somam-se outras que ainda hoje têm sido dirigidas ao método leibniziano. De acordo com C. Boyer, por exemplo, "com referência às justificações lógicas e filosóficas dos seus procedimentos, Leibniz (…) não fez um esforço realmente sério (...), porque ele sentiu que o cálculo, como um *modus operandi*, trazia consigo sua demonstração (…). A importunação de seus contemporâneos, entretanto, tornou necessário para ele então e depois tentar uma ulterior clarificação das concepções básicas do seu cálculo diferencial. A esse respeito, ele não era nem lúcido nem consistente" (C. Boyer, *The history of the calculus and its conecptual developement*, Dover Publications, New York, p. 209).

10 "…[em virtude da] lei* de continuidade é permitido considerar o repouso como um movimento infinitamente pequeno (quer dizer, como equivalente a uma espécie de seu contraditório), a coincidência como uma distância infinitamente pequena, e a igualdade como a última das desigualdades, etc…" Carta a Varignon de 02/02/1702 – GM IV, p. 93.

* Leibniz não se mostra muito rigoroso no uso das expressões "princípio" e "lei" ao referir-se ao princípio de continuidade, empregando ora uma ora outra daquelas expressões. Para uma discussão a respeito, ver Alcoba, M. *La ley de continuidad en G. W. Leibniz*. Universidad de Sevilla, 1996.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

> "Quando a diferença de dois casos pode ser diminuída abaixo de toda grandeza dada *in datis* ou no que é posto, é preciso que ela possa se encontrar também diminuída abaixo de toda grandeza dada *in quaesitis* ou no que daí resulta, ou, para falar mais familiarmente: quando os casos (ou o que é dado) se aproximam continuamente e se perdem enfim um no outro, é preciso que os desdobramentos ou eventos (ou o que é demandado) o façam também. O que depende ainda de um princípio mais geral, a saber, *datis ordinatis, etiam quaesita sunt ordinata*"[11].

Essa apresentação do princípio evidentemente não basta para atestar sua validade, nem, por conseguinte, para justificar a polêmica equivalência que ele supostamente garante. E, embora anuncie o princípio como "absolutamente necessário em geometria"[12], de modo que sua violação envolveria um "absurdo"[13], Leibniz nem sempre apresenta os fundamentos do princípio com o detalhe que desejaríamos. A esse respeito, Russell reclama que, "por tudo quanto sabe" relativamente aos argumentos que Leibniz aduz em favor do princípio, toda a força que eles lhe conferem reduz-se ao sentimento de "que um mundo contínuo parece-lhe mais agradável do que outro em que se verifiquem saltos[14] – o que, sem dúvida, é muito pouco para assegurar a algo o estatuto de princípio[15]. David Hilbert vai além, sustentando que o princípio

---

11 GP III, p. 52. Em uma carta a seu discípulo Christian Wolff, Leibniz afirma que, consoante sua "*Lei de Continuidade*", "*nos contínuos, um limite extremo externo pode ser tratado como interno*, e como um último caso, que mesmo sendo de natureza completamente diferente, pode ser compreendido na lei geral dos demais. E simultaneamente, por alguma razão paradoxal e, por assim dizer, por uma *Figura filosófico-retórica*, o ponto na linha, o repouso no movimento, poderiam ser entendidos como um caso especial compreendido no [caso] geral inverso: o ponto seria uma linha infinitamente pequena, ou seja, esvanescente, e o repouso seria um movimento esvanescente…" (*GP* V, p. 385).

12 GP III, p. 52.

13 *Animadversiones im partem generalem Principiorum Cartesianorum - Ad Partem Secundam, ad artic. (49)* (GP IV, p. 378).

14 Russell, B, *A filosofia de Leibniz*. Trad.Villalobos, Barros e Monteiro, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1968. §28 – p. 66.

15 Deixemos aqui de lado a discussão quanto ao estatuto que Leibniz efetivamente pleiteava ao Princípio de Continuidade. Basta que reconheçamos que, sendo princípio ou não, em virtude do papel que desempenha na fundamentação do cálculo infinitesimal leibniziano, qualquer ameaça à validade do princípio constitui uma ameaça à própria legitimidade daquele cálculo.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

de continuidade não teria por amparo senão uma crença ingênua e equivocada de que "*natura non facit saltus*"[16], fórmula proferida por Leibniz[17] que, segundo Hilbert, a própria experiência se encarregaria de desmentir[18].

No que toca a objeção de Hilbert, convém ponderar que, se nos ativermos à formulação detalhada do princípio oferecida por Leibniz, observamos que, antes que tomar a forma de uma postulação geral sobre o comportamento da natureza, o princípio é restrito, em sua aplicabilidade, a *certo tipo específico* de objetos ou ocorrências. E a especificidade desses objetos e ocorrências concerne a uma relação entre dois "casos" consistente em que eles "*se* aproximam continuamente" até se fundirem ou "se perderem" um no outro. Corretamente compreendido em sua formulação e alcance, o princípio de continuidade veicula que, *quando* tais circunstâncias são o caso, a regra[19] se aplica. Longe, portanto, de ter como foco a totalidade das coisas ou dos seres naturais, o princípio governa um tipo particular de objetos, na medida em que estes se põem em uma determinada relação entre si. Essa relação, a seu turno, constitui-se de uma *diferença* entre os itens que é pressuposta como *eliminável*. Com efeito, o que constitui um caso para o princípio é a eliminação contínua dessa diferença, eliminação através da qual eles "se perdem enfim um no outro".

Do ponto de vista meramente lógico, essa diferença entre os casos prevista na aplicação do princípio pode ser apresentada pela posição de dois termos compostos cuja análise revelaria que eles se distinguem entre si por um único termo que, integrando um deles, é negado do outro. Se se trata de dois casos diferentes que se tornam um só, trata-se de dois casos que

---

16 "Consequentemente, poderíamos mesmo interpretar a tendência da ciência moderna como uma emancipação do infinitamente pequeno. Ao invés do velho princípio *natura non facit saltus*, poderíamos mesmo asserir o oposto, a saber, 'a natureza faz saltos'" (Hilbert, D. *On the infinite*, em: Benacerraf, P. e Putnam, H. (ed.) *Philosophy of mathematics – Selected readings*, Cambridge University Press, 1983 – p. 185).

17 Cf. *Novos ensaios sobre o entendimento humano* – GPV, p. 49.

18 "Quando consideramos uma peça de metal ou um volume de líquido, temos a impressão de que eles são ilimitadamente divisíveis, que suas menores partes exibem as mesmas propriedades que o todo. Mas onde quer que os métodos de investigar a física da matéria têm sido suficientemente refinados, os cientistas têm encontrado limites de divisibilidade que não resultam de falhas dos seus esforços, mas da verdadeira natureza das coisas" (Hilbert, op. cit., p. 185).

19 Qual seja, a regra de tomar um deles como uma espécie do outro.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

se deixam distinguir a partir de algo que pode ser apresentado como uma única propriedade, a qual constitui um deles e falta no outro. Assim, aquela passagem contínua de um ao outro consistiria seja na perda da respectiva propriedade por parte do caso que se caracteriza por encerrá-la, seja no inverso, isto é, na aquisição daquela propriedade por parte do caso que não a possui. Seguindo a notação elaborada por Leibniz em seus escritos sobre lógica, poderíamos representar a diferença em tela assumindo, em primeiro lugar, dois termos, digamos, *R* e *Q*[20]. Tais termos se resolveriam, respectivamente, em (*A* e *P*) e (*A* e *não-P*)[21], de tal sorte que *A* simbolizaria o gênero do qual *R* e *Q* seriam espécies complementares, e *P* simbolizaria a propriedade que, marcando a diferença entre *R* e *Q*, deveria satisfazer uma das seguintes condições: 1) ser adquirida por *Q*; 2) ser perdida por *R*.

Isso dito, lembremos o que veicula o princípio: que em casos assim um pode ser tratado como equivalente a uma espécie do outro, isto é, ou *Q* pode ser tratado como equivalente a uma espécie de *R*, ou *R* de *Q*. Tomemos a primeira alternativa. Ela prevê que, consoante o princípio de continuidade, a espécie "*Anão-P*" do gênero *A* se deixaria tratar como equivalente a uma subespécie da espécie "*AP*", complementar a "*Anão-P*" com relação a *A*.

Ora, uma tal possibilidade, apresentada em termos da notação leibniziana, envolveria uma contradição expressa. Se *Q* equivale a uma espécie qualquer, digamos, *E*, do gênero *R*, então necessariamente *Q* encerra em si as propriedades que caracterizam o referido gênero. Afinal, *E* devendo encerrar tais propriedades, a equivalência a *Q* necessariamente exigiria a posse, também por *Q*, dessas propriedades. Assim, *E* devendo encerrar em si *AP*, e sendo *Q* equivalente a *E*, *Q* deveria igualmente encerrar *AP*. Por outro lado, visto que *Q* se distingue de *R* exclusivamente por encerrar a propriedade *não-P*, *Q* deverá ser admitido envolver tanto *AP*

20 Ao longo do amadurecimento de seu sistema formal, Leibniz oscila quanto à notação de que se serve. Dados os propósitos da presente investigação, o exame das questões relativas àquele sistema fará caso omisso das oscilações ou progressos que se observam nos escritos leibnizianos. A notação empregada seguirá o que se encontra nas *GI*, em que as letras do alfabeto romano em maiúsculo são usadas para representar termos. Outros escritos lógicos de Leibniz, sejam posteriores e entendidos como complementares, sejam parte dos estudos preparatórios para a constituição de uma *characteristica* formal, serão abordados apenas em caráter ancilar, na medida em que se fizer necessário.

21 *A* corresponderia, assim, à propriedade (ou à reunião de todas as propriedades) que *R* e *Q* comungam, e *P* corresponderia à propriedade (ou à reunião de todas as propriedades) que um possui, e o outro não.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

quanto *Anão-P*, o que o tornará inconsistente, isto é, um *APnãoP*, que, consoante a notação leibniziana, configura uma contradição expressa[22].

É dispensável lembrar que, para Leibniz, a contradição é condição suficiente seja da falsidade das proposições, seja da impossibilidade das noções em que figura[23]. Assim, se ele reconhece no princípio de continuidade um caráter necessário, não pode admitir a contradição senão como aparente. Face a isso, cumpre examinar certos aspectos da lógica leibniziana que nos permitam, por um lado, identificar qual teria sido a origem daquela contradição aparente, e, por outro, encontrar uma justificação para o princípio de continuidade a partir da qual se possa compreender as razões que autorizam Leibniz a conferir-lhe o estatuto de princípio.

Adição real e negação em Leibniz

As reflexões de Leibniz consagradas à elaboração de uma linguagem formal apta a representar a estrutura do raciocínio têm seu ponto de culminância no opúsculo *Generales Inquisitiones de Analysi Notionum et Veritatum*[24], trabalho em que Leibniz anuncia ter "avançado notavelmente"[25]. O escrito data de 1686, ano em que tem início as correspondências com Arnauld sobre as teses defendidas no "pequeno discurso de metafísica". Completam-se então dois anos da publicação da *Nova Methodus*, nas *Acta Eruditorum*.

A linguagem formal que Leibniz se empenhou em elaborar prevê certos procedimentos de ajuste ou transformação de itens da linguagem ordinária a fim de que estes possam ser ex-

22 "*B não-B* é impossível; se *B não-B* = *C*, *C* será impossível. Impossível nos incomplexos é não-ser; nos complexos, é falso.

' Donde, se *A* = *não-B*, *AB* será impossível.

'O que contém *B não-B* é idêntico a impossível; dito de outro modo: *EBnão-B* é idêntico a impossível.

'*Proposição falsa* é aquela que contém *AB contém não-B* (uma vez posto que *B* e *A* são possíveis). Ora, entendo *B* e *A* tanto de termos quanto de proposições" (*GI*, §32[bis] a §35).

23 Ver supra nota (*GI* §32[bis] e 35).

24 Aqui : *GI*.

25 "*hic egregie progressus sum*". Em seu comentário a essa obra, J.-B. Rauzy chega a referir-se a ela como sendo um "tratado de lógica formal" (*Recherches génerales*, p. 182).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

pressos consoante as formas lógicas que ele julga adequadas à correta expressão do raciocínio. Um desses procedimentos envolve colocar em suspensão o caráter assertórico das proposições, designadas por Leibniz também como "termos complexos", conferindo-lhes o mesmo tratamento analítico dado aos termos ("incomplexos")[26]. Termos, por seu turno, são caracterizados por ele como aquilo que pode integrar uma proposição categórica seja como seu sujeito, seja como seu predicado (uma vez separada a cópula e o sinal da negação[27]).

Outro procedimento que merece ser lembrado aqui consiste na conversão de proposições categóricas negativas – isto é, aquelas em que a negação tem o mais amplo escopo, incidindo sobre a totalidade do que é dito na proposição (negação proposicional) – em proposições que têm a forma de negações predicativas, isto é, proposições categóricas em que o escopo da negação não alcança a cópula, mas limita-se ao predicado. Tais proposições podem ser expressas sob uma forma tal como "*S é não-P*", e podem, em virtude disso, ser consideradas como proposições afirmativas de predicado negativo.

Por fim, é preciso destacar um terceiro procedimento adotado por Leibniz em sua linguagem formal. Este consistiria em converter, formalmente, proposições particulares em universais[28].

Antes de examinarmos esses procedimentos, convém tecer alguns esclarecimentos preliminares a respeito da notação a ser empregada. Como já assinalado, os símbolos de que nos serviremos aqui são retirados do simbolismo elaborado por Leibniz tal como ele é fixado nas *GI*. Como já antecipado, nesse manuscrito, os termos são simbolizados pelas letras maiúsculas do alfabeto romano. Leibniz habitualmente seguirá a ordem alfabética no seu emprego. Não há nenhum símbolo especial para a negação nem para a cópula. Esta última, que é entendida por ele como simbolizando uma relação de inerência da noção do predicado naquela do sujeito, é simbolizada pela partícula "é" <*est*>, isto é, o verbo "ser" conjugado na terceira pessoa do singu-

---

26 "Toda proposição categórica pode ser concebida como um termo incomplexo ao qual é acrescentado apenas *é* ou *não é* (*secundi adjecti*)" (*Phil., VII, B, ii, 3 – OFI*,p. 232).

27 "*Termo* é o sujeito ou o predicado de uma proposição categórica. Por conseguinte, por termo não compreendo nem o sinal [da negação] nem a cópula" (*Phil. V, 8, b, 9 recto – OFI*, p. 49).

28 "Se, como espero, posso conceber todas as proposições como termos, e as Hipotéticas como Categóricas, e tratar todas universalmente, isso promete uma admirável facilidade em minha *característica* e minha análise das noções, e seria uma descoberta extremamente importante".

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

lar. A negação é indicada pela palavra"não" <*non*>. Sua combinação com um termo *A* qualquer produz um novo termo, um termo negativo, simbolizado por algo da forma"*não-A*", e chamado de"termo privativo"[29]. O que desempenha o papel da conjunção não recebe um símbolo específico, sendo indicado pela mera adjunção das letras simbolizando os termos[30]. Por fim, a relação de equivalência recebe o símbolo"="[31].

A estratégia da qual Leibniz se valerá para mostrar a conversibilidade de proposições em termos repousa nos procedimentos de transformação de proposições categóricas de terceiro adjacente em proposições categóricas de segundo adjacente. Poderíamos designar como de terceiro adjacente uma proposição categórica comum da forma"*S é P*", exprimindo que o predicado *P* está contido no conceito do sujeito *S*. Retomando uma distinção que remonta ao tratado *De interpretatione* de Aristóteles (19b19-22), a cópula"*é*"entraria em um tal tipo de proposição como sendo dela um terceiro ingrediente, que desempenharia o papel de copular os termos sujeito e predicado na relação predicativa. Uma proposição de segundo adjacente seria, a seu turno, aquela em que a cópula"é"se uniria a um termo qualquer como um segundo ingrediente da proposição; ela se deixaria representar pela forma"*S é*". Neste caso, a partícula"é"desempenharia o papel de conferir caráter assertórico à expressão"*S* é (existe)", caráter de que careceria o mero termo enquanto tal.

O procedimento mediante o qual Leibniz estima viável a conversão de proposições de terceiro adjacente em proposições de segundo adjacente consiste em conjugar o sujeito e o predicado de uma proposição em um único termo, do qual se afirma"é (existe)"ou"não é (não existe)"[32]. Diz ele:

---

29 "*Privativo*: *não-A* (…). *Positivo*: *A*" (*OFI*, p. 356). A incidência de uma negação sobre outra produz a eliminação das duas:"*Não-não A* é idêntico a *A*" (*GI – Phil., VII, C, 20 recto – OFI*, P. 356).

30 Leibniz tematiza as operações de adjunção entre termos e proposições em um manuscrito estimado relativamente contemporâneo às *GI*, e aí forja o símbolo"⊕" para indicar o operador a que se refere como"adição real"<"*realis adjectio*"> (GP VII, p. 245). Como veremos mais adiante, tal operador se comporta de modo muito semelhante ao que contemporaneamente designamos por"conjunção", com o detalhe que, diferentemente desta, aplica-se não apenas a proposições, mas também a termos.

31 Em outros trabalhos, outros sinais são empregados, como, por exemplo, no opúsculo conhecido por *Essais de calcul logique*, em que figura o símbolo"∞" (Ver em particular § 2 – *Phil. VII, B, ii, 64 recto – OFI*, p. 265).

32 Poderia ser objetado que, nesse procedimento, se negligencia uma diferença importante de papéis de-

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

> "De toda proposição de terceiro adjacente pode ser feita uma proposição de segundo adjacente, se o predicado é composto com o sujeito em um único termo, e este é dito ser ou existir, isto é, é dito ser coisa, seja de uma maneira qualquer, seja existente em ato"[33].

Assim apresentada a solução, pareceria que uma proposição da forma "*S é P*" se deixaria automaticamente converter em uma proposição da forma "*SP é*". No entanto, seguindo a notação leibniziana, uma tal conversão não é logicamente válida. Consoante essa notação, ao passo que "*S é P*" veicula uma relação de implicação (a inclusão do predicado *P* no conceito de *S*), "*SP é*" veicula a afirmação de que a conjunção dos termos *S* e *P* é o caso (é possível ou existente). Com efeito, como já dito, a adjunção de termos indica, na notação leibniziana, a adição real de um ao outro, e não a inclusão de um em outro. Assim, o que "*SP é*" veicula é que a intersecção das classes *S* e *P* não é vazia, isto é, que a combinação de predicados "*SP*" é instanciada de algum modo por algo (seja existente, seja meramente possível, consoante o "*é*" tenha caráter

---

sempenhados pela partícula "é" em proposições de segundo adjacente e de terceiro adjacente respectivamente, qual seja, de que tais papéis determinam conteúdos distintos nas respectivas proposições: ao passo que em uma proposição de segundo adjacente o que se afirma é a possibilidade ou existência de certo termo-sujeito *S*, o que se afirmaria em uma proposição de terceiro adjacente seria o vínculo de pertinência do termo-predicado à noção do termo-sujeito, independentemente da existência ou inexistência deste. Assim, enquanto as condições de verdade de uma proposição de segundo adjacente consistiriam na existência ou possibilidade do termo-sujeito, para uma proposição de terceiro adjacente ser verdadeira bastaria que o conceito do termo-sujeito incluísse o termo-predicado, independentemente de existir ou ser possível o que é simbolizado pelo referido termo.

Leibniz não parece ver nisso um obstáculo. De acordo com ele, no que concerne ao procedimento de demonstração da verdade das proposições, aquela referida distinção dos papéis da cópula não determina nenhuma diferença logicamente relevante. Pois – considera ele – a demonstração de que certo termo *A* qualquer corresponde a uma noção consistente se faz através da análise de *A*, da mesma maneira que também é por análise do termo mesmo *A* que se demonstra a verdade da proposição essencial "*A é*", a qual então não afirmaria mais que aquela consistência. O mesmo vale, *mutatis mutandis*, para o caso da relação entre termos e proposições relativos a existentes. A prova de que certo termo *A* se refere a um item da realidade envolve análise exatamente na mesma medida em que a proposição existencial "*A existe*", a qual, então, não veicularia mais que a afirmação daquela realidade (atual). Em ambos os casos, trata-se de analisar a definição de *A* até o momento em que se atesta a existência articulada da totalidade dos termos que o integram (Cf. *GI*, § 61 - *OFI*, pp. 372 – 373).

33 *GI*, §145 - *OFI*, p.392. Os §§ 146-151 apresentam com mais detalhe cada conversão das proposições de terceiro adjacente em proposições de segundo adjacente. Ver também o opúsculo de Leibniz conhecido geralmente como *Dificultates quaedam Logicae* em GP VII, pp. 214-215.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

essencial ou existencial[34]). A diferença entre "*S é P*" e "*SP é*" revela-se, portanto, uma diferença relativa à quantidade das proposições: ao passo que "*S é P*" corresponde à forma de uma proposição universal, "*SP é*" exibe a forma de uma proposição particular.

Leibniz apresenta sua solução para a dificuldade nos parágrafos subsequentes das *GI*. Um primeiro passo para isso é dado no § 151, em que ele refere às proposições categóricas diferentes modos de simbolizá-las em sua notação, consoante suas especificidades qualitativas e quantitativas. Ele afirma:

> "Temos então assim reduzidas as proposições de terceiro adjacente em proposições de segundo adjacente:
>
> Algum *A é B* dá *AB* é coisa
>
> Algum *A não é B* dá *Anão-B* é coisa
>
> Todo *A é B* dá *Anão-B* não é coisa
>
> Nenhum *A é B* dá *AB* não é coisa"[35].

---

34 "As proposições são ou Essenciais ou existenciais; e ambas são ou *de segundo adjacente* ou *de terceiro adjacente*. Uma *proposição universal de terceiro adjacente* é por exemplo: o círculo é uma figura plana. Uma *proposição essencial de segundo adjacente* é por exemplo: uma figura plana que se comporta de um mesmo modo para com um certo ponto é; digo *é*, isto é, pode ser entendida, pode ser concebida, que dentre várias figuras alguma há que possui esta natureza; é como se eu dissesse: uma figura plana que se comporta de um mesmo modo para com um certo ponto é um ser ou uma coisa. Uma *proposição existencial de terceiro adjacente*: Todo homem é ou existe sujeito ao pecado, e efetivamente esta proposição é existencial ou contingente. Uma *proposição existencial de segundo adjacente* é: O homem sujeito ao pecado é ou existe, ou é um ser em ato" (*GI*, §144).

35 As palavras de Leibniz bastam para eliminar a suspeita de que o acréscimo da palavra "coisa" <"*res*"> aqui não transforma a proposição em uma proposição de terceiro adjacente. Leibniz considera o termo "coisa" como um acréscimo elucidativo ao verbo "ser", que não altera em nada o teor da sentença, e sua forma de segundo adjacente. Que assim seja se atesta pela explicação que oferece para o papel do verbo "ser" nas proposições essenciais de segundo adjacente. A respeito, lembremos passagem já citada anteriormente:

"*É*, digo, isto é, *pode ser entendida, pode ser concebida, dentre várias figuras há uma que tem aquela natureza*; portanto, é como se disséssemos: *uma figura plana que se comporta do mesmo modo em relação a um único ponto é um ser* ou *coisa*" (*GI*, § 144).

Não se deve por isso pensar que o mesmo não valha para as proposições existenciais *secundi adjecti*. Apenas aqui, claro, os termos "é" ou "existe" devem ser interpretados como indicando um "*ser em ato*" (Cf. Id. ibid.).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

O procedimento de demonstração em cada um desses tipos de proposições seria, então, a análise, respectivamente, dos termos "*AB*" e "*Anão-B*". Se se confirmar que "*AB*" não envolve nenhuma contradição, então a particular afirmativa "*AB* é" é verdadeira, e, reciprocamente, é falsa a universal "*AB* não é". Se, ao contrário, se verificar que o termo "*AB*" encerra uma contradição, a particular será falsa e, correlativamente, a sua contraditória universal será verdadeira. O termo "*Anão-B*" segue a mesma regularidade: se sua análise não conduz a nenhuma contradição, então a particular negativa "*Anão-B* é" é verdadeira, e a universal afirmativa "*Anão-B* não é", falsa. Se, ao contrário, uma contradição surge, então será a universal afirmativa verdadeira, e a particular negativa, falsa.

Assim, as relações entre o sujeito *S* e o predicado *P* parecem poder ser expressas exaustivamente pela afirmação da continência, seja do predicado positivo *P*, seja do predicado privativo *não-P*, no sujeito *S*, a seu turno tomado seja universalmente, seja em parte. Para resumir, a negação de uma certa relação positiva entre *S* e *P* deve sempre poder se exprimir como uma afirmação de uma certa relação positiva entre *S* e *não-P*, não havendo nenhuma negação de uma relação qualquer entre *S* e *P* que não se deixe apresentar em termos da afirmação de uma relação qualquer entre *S* e *não-P*[36].

Essas considerações nos autorizam a concluir, com Castañeda, que as proposições categóricas negativas teriam, aos olhos de Leibniz, uma forma afirmativa, ou, ao menos poderiam ser convertidas, consoante as regras do cálculo, em proposições afirmando a continência, em

36 Poderia ser alegado que essa pretensão fica comprometida por um "resíduo", por assim dizer, de negação proposicional preservado nas proposições universais em sua forma de segundo adjacente. Encerrando a negação de que uma certa articulação de termos é o caso, as proposições universais pareceriam exibir uma forma na qual a negação teria o mais amplo escopo. Na proposição universal, a negação se dirigiria à articulação dos termos enquanto tal, não se reduzindo à mera afirmação da continência do predicado contrário no termo-sujeito. Essa suspeita é eliminada pela reconversão da proposição à sua forma de terceiro adjacente: a negação de que um certo termo *AB* é o caso corresponde à afirmação da continência do predicado negativo *não-B* ao termo *A* tomado universalmente. Correlativamente, a negação de que um certo termo *Anão-B* é o caso é a afirmação de que o termo-sujeito *S*, tomado universalmente, contém o predicado positivo *B*. Acrescente-se a isso que a demonstração (ou a prova da falsidade) dessas proposições se faz sempre pela análise dos termos, estes sendo afirmativos ou negativos, e isso não por acaso. Em tais proposições o que se nega do termo-sujeito não é um predicado genuíno, mas o mero ser ou a existência (conforme a proposição seja essencial ou existencial). Trata-se, nesse sentido, de uma negação que pode ser reduzida à negação do próprio termo.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

um certo termo-sujeito, de um termo-predicado privativo[37]. A privação indicada por um termo privativo distingue-se do não-ser em sentido absoluto porque, ao passo que este encerra a totalidade dos predicados privativos constituíveis, na privação o que é negado é um termo determinado. Assim, algo pode encerrar em si um termo privativo e não obstante ser (algo). Basta, para isso, que encerre em si um predicado positivo qualquer[38].

Alguns problemas se erguem a esta altura, e se explicitam por dificuldades que podem surgir da pretensão, acima exposta, de se inferir, da eventual contradição surgindo da análise de uma proposição da forma "*AB é*" ("*AB não é*"), a verdade da universal afirmativa "Todo *A é não-B*" ("Todo *A é B*"). Essas dificuldades são objeto de um debate antigo e não passaram despercebidas por Leibniz. A primeira delas concerne à possibilidade de que a contradição em pauta não seja um resultado da conjunção entre os termos *A* e *B*, mas seja interna ao termo-sujeito. Leibniz se refere a casos assim, seguindo a terminologia da tradição, como proposições em que falta uma *constantia subjecti*. A segunda dificuldade diria respeito ao que poderíamos designar como "erros categoriais": tanto uma proposição da forma "*Algum A é B*" quanto sua pretensa contraditória "*Todo A é não-B*" seriam falsas pela razão de que o par de opostos "*B* e *não-B*" não integraria a categoria dos predicáveis de *A*.

Para fazer face a essas dificuldades, Leibniz se empenha em assegurar que a negação incidindo sobre a totalidade de uma proposição possa ser convertida na negação de um termo. Sublinhemos que não se trata de ignorar as peculiaridades do comportamento da negação quando operando em uma ou outra circunstância, pois Leibniz mostra-se bastante ciente do duplo caráter da negação[39]. Ele pretende, antes, elaborar expedientes simbólicos por meio dos

---

37 Cf. Castañeda, H. "*Leibniz's Syllogistico-propositional Calculus*". em: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. XVII, 4, 1976.

38 "O *positivo* é idêntico a *ser*. O *não-ser* é o que é meramente privativo, ou seja, privativo de tudo, ou seja, *não-Y*, isto é, *não-A*, *não-B*, *não-C*, etc. E é o que comumente se diz com: o nada não tem propriedades" (Id. ibid.)

39 "Uma coisa é negar a proposição, outra é negar o predicado; digo portanto: o ***não** antes do símbolo nega a proposição, antes da cópula nega o predicado*, o que temos por uma regra segura. Mas elementos externos podem trazer dificuldades. Com efeito, na UN o predicado é negado. Todo homem é não pedra. Também na PN: algum homem é não pedra. Mas tudo isso é conciliável. UN e PN são extraídas de UA e PA antepondo-se o *não* ao predicado. Mas não são contraditórias dessas. O *não* anteposto à proposição significa a contraditória, anteposto

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

quais a negação proposicional possa ser expressa em termos de negação predicativa. Examinemos com um pouco mais de detalhe esses expedientes.

Leibniz inicia sua abordagem da primeira das dificuldades apontadas acima advertindo que considera como falso qualquer termo ou proposição que contenha em si algo falso, isto é, que tenha ou encerre algo da forma*"B não-B"*. Diz ele:

> "Portanto, o que contém o falso é falso.
>
> Algo pode conter o verdadeiro e ser contudo falso; se, além disso, ele contém o falso"[40].

Para uma proposição ou o termo composto correlativo serem falsos, é suficiente – mas não necessário – que a contradição surja da combinação de seus termos sujeito e predicado. Pois a contradição que ocasiona a falsidade de uma articulação de termos em uma proposição pode também preexistir a essa articulação, sendo inerente a um dos termos articulados. A aparente dificuldade que surge das pretensas relações de oposição ou contrariedade vigentes entre as diversas proposições categóricas se dissolve com a análise dos termos, em que se mostra que a oposição ou contrariedade não subsiste efetivamente. Já a ocorrência de uma proposição cuja falsidade repousa na inconsistência de um dos seus termos pode ser evitada por um cuidado preliminar: o de que não se empregue nos raciocínios senão termos cuja possibilidade ou verdade já tenha sido satisfatoriamente confirmada[41]. Isso sendo seguido, Leibniz pode adotar como um pressuposto do seu cálculo que os termos aptos a serem aí empregados sejam admitidos quanto à sua possibilidade ou verdade.

A segunda dificuldade mencionada surgiria de um mal-entendido quanto ao modo como Leibniz compreende a natureza da oposição vigente em pares de termos tais como"*B* e *não-B*".

à cópula nega o predicado" (*Phil., VII, B, II,72 - OFI*, p. 273).

40 *GI*, §58 e §59."Mas isso pressupõe que seja negada toda proposição na qual entra um termo que não é coisa. De modo que toda proposição permanece verdadeira ou falsa; e será falsa toda aquela à qual falta uma *constantia subjecti*, ou termo real" (*GI*, §153).

41 "Evidentemente não podemos tecer demonstrações com segurança a partir de uma noção, a não ser que saibamos que ela é possível, pois de noções impossíveis ou que envolvem contradição podem ser demonstradas [proposições] contraditórias" (GP VII, p. 295).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Esse mal-entendido poderia ser dirimido por um exame mais atento da adição real, e do que resulta da incidência da negação sobre um termo que se resolve na adição real de outros termos.

Para antecipar a natureza do mal-entendido, poderíamos afirmar que as dificuldades consideradas acima como relativas a erros categoriais repousam em um modo de tratar pares de predicados opostos de uma maneira diferente daquela adotada por Leibniz. Pois aquelas dificuldades surgem se se considera um par do tipo "*P* e *não-P*" como constituído de termos relativos a espécies complementares de um certo gênero determinado. Assim, para ilustrar a questão por meio de um exemplo já conhecido, tomemos o pretenso erro categorial "César é par"[42]. Considerando tratar-se de uma proposição singular, exprimir sua negação em termos de negação do predicado nos conduziria à formulação de algo como "César é não-par". A dificuldade que surge aqui é que o termo negativo "não-par" é assumido designar uma espécie complementar de "par" relativamente a um certo gênero determinado, no caso, "número". Nesse sentido, "não-par" seria mais elegantemente nomeado por "ímpar".

Não é assim, porém, que Leibniz considera a relação entre predicados contrários. Para ele, a negação de um predicado qualquer não constitui com ele um espaço preciso circunscrito por um predicado mais amplo com respeito ao qual eles corresponderiam a espécies complementares. A negação de um predicado consiste, para ele, na negação do elenco das notas nas quais se resolve a definição do predicado negado. Sendo tal elenco uma adição real daquelas notas, a negação de um predicado consiste na negação da adição real das notas que o constituem.

A adição real, por sua vez, tem, como já antecipado, comportamento semelhante ao que na lógica contemporânea se denomina conjunção, com a peculiaridade de que ela incide não apenas sobre proposições, mas também sobre termos. Uma adição real de duas proposições indica a asserção conjunta de ambas. Ela constitui, portanto, um composto cuja verdade requer a verdade de cada um de seus integrantes. Já uma adição real de termos indica a composição de um novo termo, o qual se determina precisamente por compor-se daqueles de que é a adição real.

---

42 O exemplo poderia parecer pouco adequado, visto estarmos aqui tratando de uma oposição entre proposições universais e particulares, e o exemplo referir-se a proposições singulares. No entanto, tendo em vista que a questão diz respeito antes às relações entre predicados de qualidades contrárias, desde que observadas as diferenças nas quantidades das proposições, a peculiaridade do exemplo não diminui seu vigor ilustrativo.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Já a negação de uma adição real de termos consiste na disjunção (inclusiva) das negações de cada um dos termos em que se resolvem as definições dos termos articulados em adição real. Assim, por exemplo, a negação de uma adição real da forma $A \oplus B$ resulta na disjunção das negações de cada um dos termos em que se resolvem as definições de *A* e de *B*. Conquanto Leibniz não disponha de um símbolo para a disjunção, que ele assim compreenda a negação da adição real se confirma na seguinte passagem das *Generales inquisitiones*:

> "Que *não-B* é *não-<u>BC</u>* foi demonstrado no §76[bis]. Mas nem sempre *não-<u>BC</u>* é *não-B*. Seria preciso conceber um modo de proposição geral, como se dissesse: é falso que todo negativo composto é um negativo simples.
>
> 'Se *A é não-<u>BC</u>* nem por isso se segue que '*A é não-B*' ou que '*A é não-C*'. Pois pode acontecer que *B* seja = *LM* e *C* = *NP*, e que *A* seja *não-LN*. Nesse caso, *A* será *não-<u>LMNP</u>*, ou seja, *não-<u>BC</u>*; e disso se segue ser falso tanto que *A é B* quanto que *A é C*"[43].

É fácil ver, com base nas considerações acima, que, consoante o sistema formal leibniziano, a inferência da verdade de uma proposição como "*César é ímpar*" a partir da falsidade da proposição "*César é par*" é inadmissível. Pois "*ímpar*" e "*par*" não constituiriam pares de predicados opostos, ainda que um implicasse o predicado oposto do outro. "Ímpar" e "par" compartilham a nota comum "número", e o que distingue um do outro é a negação ou afirmação de uma propriedade precisa, que integra a definição de um e falta na definição do outro. Isso não se coaduna com a maneira como a negação deve operar no caso dos predicados opostos em Leibniz, que, como vimos, não permite que se discrimine qual das notas pertinentes à definição de um deve ser negada do outro[44]. Pode-se afirmar, nesse sentido, que a negação, ao operar nos pares de predicados opostos, tem para Leibniz um escopo mais amplo, que não se restringe a uma parte apenas dos termos colocados em adição real, mas abarca a totalidade desses termos. E isso o autoriza a assumir que a negação de uma proposição como "*César é par*" pode ser corretamente expressa por uma proposição como "*César é não-par*", sem por isso implicar "*César é ímpar*".

43 *GI*, §104 - §105.

44 Assim, seja a definição de "par" algo como "número inteiro divisível por dois". O predicado negativo "não-par" será algo como "não-(número ⊕ inteiro ⊕ divisível por dois), e não "número ⊕ inteiro ⊕ não divisível por dois". O mesmo vale, *mutatis mutandis*, para "ímpar" e "não-ímpar".

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Um último detalhe que é preciso abordar aqui diz repeito ao modo como Leibniz abordará a quantificação em seu cálculo. Como já antecipado, ele pretende dar um tratamento homogêneo a proposições universais e particulares, convertendo essas últimas em proposições universais. Podemos divisar a importância que isso terá em seu cálculo se considerarmos a dificuldade que se ergue no caso da demonstração das proposições particulares, ao menos nas circunstâncias em que as universais de mesma qualidade não são verdadeiras. A dificuldade repousa em que, em tais circunstâncias, não é possível que a análise do referido termo-sujeito conduza ao termo-predicado; afinal, este último não inere àquele, mas, antes, um e outro inerem a um terceiro, que corresponde à parte do termo-sujeito à qual é referido o termo-predicado na proposição particular em discussão. Exemplificando, tomemos uma proposição particular verdadeira como "*Alguns animais são racionais*", a qual se deixaria converter em uma proposição de segundo adjacente como "*AR é*". A questão que se coloca é: como, da análise do termo "animal", poderá surgir algo como "racional", se este predicado não integra a definição de animal, mas apenas aquela de uma determinada espécie de animal?

A resposta de Leibniz consiste em propor que o termo-sujeito, no caso do exemplo, "*animal*", seja combinado com um outro termo qualquer indeterminado, de tal sorte que o termo composto resultante se entenda como designando uma suposta subclasse de animal à qual se atribuiria universalmente o predicado, que, no caso do exemplo, é "*racional*"[45]. O termo indeterminado então representaria a pretensa diferença específica que, agregada ao termo-sujeito, constituiria deste a subespécie a cuja noção inere o predicado. Leibniz reserva às letras finais do alfabeto em maiúsculo, notadamente *Y*, o papel de se comportar como termos indeterminados desse tipo[46]. E seriam, então, tais letras, quando antecedendo o termo-sujeito, que desempenhariam a tarefa de indicar o caráter particular da proposição[47].

---

45 "*Proposição afirmativa*: *A é B*, ou seja, *A contém B*, ou (como é dito por Aristóteles) *B inere em A* (diretamente). Isto é, se *A* for substituído por seu valor, se produzirá: *A coincide com BY*. Como, por exemplo, *homem é animal*, ou seja, *homem é idêntico a animal…*, a saber, *homem é idêntico a animal racional*. Pois pela nota *Y* eu significo algo incerto, de modo que *BY* seria idêntico a *algum B*, ou seja, *animal…* (em que é entendido *racional*, se ao menos sabemos o que deve ser subentendido), ou *algum animal*. Por conseguinte, *A é B* é idêntico a *A é coincidente com algum B* ou *A = BY*. (*GI*, § 16)". Ver também *GI* § 80 - § 84.

46 "A seguir, as [letras] definidas serão significadas por mim pelas primeiras letras do alfabeto, e as indefinidas, pelas últimas, a não ser que algo diferente seja dito" (*GI*, § 21).

47 Note-se que o papel de termos indefinidos tais como *Y* é bem mais amplo. Esses termos podem acompanhar não apenas o termo-sujeito em uma proposição, mas também o termo no papel de predicado, o que constitui propo-

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

É importante ressaltar, contudo, que essa tarefa atribuída aos termos indefinidos não os compromete com o estatuto particular da proposição. Uma proposição cujo termo-sujeito é composto por um indefinido acompanhando outro termo pode mostrar-se, no decorrer da análise, universal. Isso ocorre quando o termo indefinido se revelar supérfluo, isto é, quando aquela qualidade que é suposto simbolizar, e que traçaria uma diferença específica no termo-sujeito, integra ou equivale a este último. Tal possibilidade deve ser prevista no simbolismo de Leibniz, visto que, sendo em si mesmo um termo, ainda que indefinido, o termo indicando que o sujeito de uma proposição deve ser tomado particularmente está sujeito às mesmas regras que governam o comportamento dos termos em geral. Ora, consoante as regras da adição real, quando a um termo se agrega um outro que ele contém ou ao qual é equivalente, do ponto de vista das operações lógicas, o resultado não difere do termo original, e aquilo que lhe é agregado revela-se supérfluo e, portanto, negligenciável[48]. Leibniz afirma:

> "Deve-se notar que se $A = AY$, então ou Y é supérfluo, ou, antes, é geral, como *ser*, e pode, assim, ser omitido sem pena, como a unidade na multiplicação em aritmética, ou Y inere em A. De fato, sempre Y inere em A, se se $A = YA$"[49].

Podemos concluir que, conquanto termos indefinidos tais como Y, quando acrescentados a termos-sujeitos em proposições categóricas, desempenhem o papel de indicar que a proposição é particular, seu alcance é bem mais amplo. Visto que podem se mostrar supérfluos, e que, portanto, podem comparecer também em sujeitos de proposições universais, nenhum erro parece haver em considerá-los meramente como indicando, mas de maneira indeterminada, que a proposição é quantificada.

---

sições de uma forma como "$A = BY$". A pretensão neste último caso é transformar proposições veiculando relações de inerência do tipo "*A é B*" em proposições veiculando relações de identidade, pela delimitação em B de uma espécie qualquer indicada pelo indefinido Y, espécie então que corresponderia a A. Deixemos de lado esse papel de Y, bem como aquele de indicar proposições singulares (quando a Y se acrescenta um traço sobrescrito), que não nos interessam aqui.

48 "Coincidem A, AA, AAA, etc., pela natureza desta característica, ou seja, [coincidem] *homem*, *homem homem*, e *homem homem homem*. Por conseguinte, se alguém disser que é *homem* e igualmente *animal*, resolvendo *homem* em *animal racional*, igualmente dirá *animal racional* e *animal*, isto é, *animal racional*" (*GI*, § 18. Ver também *GP* VII, p. 237 – Axioma 2, e p. 239 – *Prop. 14*).

49 *GI*, § 228.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Se essa ampliação do papel dos termos indefinidos é legítima, podemos afirmar, com base nas considerações acima, que, para qualquer par de predicados tal como "*P* e *não-P*", e para qualquer termo *S*, *S* estará sempre determinado quanto àquele par, de sorte que deve ser verdadeira uma e apenas uma das proposições seguintes: "*YS é P*", "*ZS é não-P*"[50]. Podemos afirmar também que vale o princípio da bivalência, consoante o qual toda proposição da forma "*YS é P*" é ou verdadeira ou falsa, *tertium non datur* – o mesmo valendo, evidentemente, para "*ZS é não-P*". Se uma proposição "*YS é P*" é verdadeira, então sua contraditória é falsa, e vice-versa; e essa contraditória, a seu turno, deve poder ser expressa por algo da forma "*ZS é não-P*"[51]. O mesmo vale, *mutatis mutandis*, para uma proposição da forma "*YS é não-P*"[52]. Por fim, em uma proposição categórica da forma "*YS é não-P*", em se admitindo o pressuposto da *constantia subjecti*, o que se atribuiria a *YS* seria a carência ou privação de uma certa propriedade *P*. Uma tal proposição determinaria *YS* quanto a *P*, mas indicando que, em relação a *YS*, *P* é nulo.

"Datis ordinatis, etiam quaesita sunt ordinata"

Tentemos agora aplicar os resultados até aqui obtidos ao princípio de continuidade. Esse princípio, como já dito, governaria casos de pares de espécies complementares em um gênero *G* que se distinguiriam por uma única propriedade que, pertencendo a uma das espécies, faltaria na outra. De posse do arcabouço formal exposto acima, pode-se representar essa relação considerando as espécies *R* e *T* em um certo gênero *G* tais que *R* = *GP* e *T* = *Gnão-P*.

---

50 Sob a condição aqui que, se *Y* é supérfluo, então *Z* não o é, e vice-versa.

51 "*Z*", na notação leibniziana, é, como *Y*, um termo indeterminado. Assim, se "*YS é P*" e "*ZS é não-P*" são contraditórias entre si, *Y* ou *Z*, mas não ambos, deve ser um termo supérfluo.

52 A bivalência da proposição é claramente afirmada no § 3 das *Generales inquisitiones*, onde lemos:

"Não-verdadeiro e falso coincidem. Portanto, também coincidem não-falso e verdadeiro".

Note-se que, se o termo indefinido é interpretado genericamente como "algum", não se segue a implicação da verdade de uma das proposições para a falsidade da outra. Com respeito a isso, há que se notar que *Y* se comporta como um termo, devendo ser interpretado como um predicado que se acrescenta a *S* formando um novo termo. Desse ponto de vista, apesar de ser indefinido, *Y* é suposto referir-se sempre a um único predicado, mesmo que indefinidamente. Assim, a sua correta substituição por um predicado definido *R* qualquer exige que, em todas as ocorrências de *Y*, *Y* seja substituído por *R*. Na determinação de *Y* nas fórmulas "*YS é P*" e "*YS é não-P*" é preciso que *Y* seja substituído sempre por um mesmo termo definido.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Dada essa estrutura, e com o amparo do princípio de identidade *salva veritate*, poderíamos sugerir a pertinência de se tratar, neste contexto, a privação indicada pela negação que antecede um termo consoante uma terminologia quantitativa. Explicando melhor, a consideração de que a atribuição do predicado *P* às espécies *R* e *T* sempre se faz em termos de proposições afirmativas de predicado, respectivamente, afirmativo e privativo, parece assegurar que nenhum erro surge da interpretação da privação do predicado *P* em termos quantitativos, isto é, de tal sorte que se considere a atribuição de *não-P* a *T* como equivalente à atribuição a *T* de *P* em grau zero. Ainda que no plano das conotações dos termos se pudesse suspeitar de alguma diferença entre privação e nulidade, essa diferença se dissolveria nas diversas ocorrências desses termos, nas quais se poderia atestar sua identidade *salva veritate*[53]. Se, pois, é correto presumir que sempre, quando alguma delas (privação ou nulidade) incide sobre o predicado em uma proposição, ela pode ser substituída pela outra, e sempre com a preservação do valor de verdade da proposição original, então é igualmente correto afirmar que, do ponto de vista dos resultados das operações que se fazem sobre predicados e atribuições, as expressões "zero" e "não" resultam indistinguíveis entre si. E as mesmas condições de verdade da proposição original resultando asseguradas, pode-se considerar que o número designando a nulidade anteposto ao predicado e a partícula "não" anteposta ao mesmo predicado são idênticos no sentido leibniziano.

Essa tese não parece ter sido expressamente sustentada por Leibniz; no entanto, ela se mostra plausível, ao menos no contexto do formalismo leibniziano que se delineou anteriormente[54]. Ela traz consigo uma outra, de que também a atribuição do predicado positivo possa

53 À exceção, evidentemente, de sua ocorrência em contextos intensionais.

54 Se Leibniz não foi suficientemente explícito sobre esse assunto, por outro lado, suas palavras não parecem distar da interpretação proposta aqui. Em um opúsculo intitulado *Sobre o* órganon, *isto é, sobre a arte magna de pensar*, em que pretendia abordar "a verdadeira *característica*", Leibniz, recorrendo a uma analogia com um sistema numérico binário, chega a sugerir que o não-ser poderia ser identificado ao nada, considerando que as coisas talvez pudessem todas se resolver em ser e nada. Diz ele:

"Ainda não diviso os imensos benefícios dessa progressão*. Mas basta notar quão maravilhosa é a razão pela qual dessa maneira todos os números são expressos por unidade e nada. E ainda que não haja nenhuma esperança de que os homens alcancem nesta vida esta série oculta das coisas, que exibe a razão plena pela qual elas se produzem a partir de puro ser e nada, basta, contudo, avançar a análise das ideias até o ponto requerido pelas demonstrações das verdades" (*Phil., VII, C, 157 - OFI*, p. 431).

* A saber, do sistema binário.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

ser feita em termos quantitativos. Com efeito, dadas as relações lógicas entre afirmação e negação, é forçoso admitir que, na mesma medida que uma se deixa exprimir mediante padrões quantitativos, nesta mesma medida a outra também deve poder ser expressa mediante esses mesmos padrões[55]. E isso significa aqui que a inerência da propriedade positiva ao sujeito na sentença deve poder ser indicada pelo que se opõe à nulidade, o que corresponderia a um índice quantitativo positivo qualquer. Por outro lado, visto que basta, para assegurar aquela inerência, presumir a incidência da propriedade, é prescindível determinar qual o valor daquele índice. E isso mesmo em se supondo que se trata de um propriedade passível de ser graduada. Para assegurar a homogeneidade no tratamento quantitativo de pares de predicados da forma "*P* e *não-P*", basta, portanto, assumir que, em toda proposição da forma "*S é P*", *P* é determinável quantitativamente por um número qualquer maior que zero; isto é, que o acréscimo na proposição de um índice incidindo sobre *P* a indicar uma variável que pode ser substituída por qualquer valor maior que zero não altera as condições de verdade da proposição original. Para resumir, por oposição ao que se poderia apresentar como "*S é* $_0P$"[56], em substituição a "*S é não-P*", uma proposição afirmativa de predicado positivo se deixaria apresentar como "*S é* $_qP$", sendo que "*q*" indicaria que *P* se encontra positivamente em *S*, isto é, $q \neq 0$[57].

Admitamos, então, a incorporação, pela proposição, de um índice indicando a proporção da pertinência do predicado pelo sujeito, e admitamos que isso não altera as condições de verdade da proposição original. Se isso é legítimo, então configura-se igualmente legítimo dar um passo adicional, generalizando o escopo do índice quantitativo. Se tanto o zero que substitui a negação quanto a variável "*q*" indicam uma mesma natureza de relações quantitativas, então nada impediria que se forjasse uma variável que percorresse todo o universo constituído pela

55 Visto que a afirmação é exprimível em termos da negação, mais precisamente, como dupla-negação (*GI* § 198, 3), na medida em que a negação pode ser expressa em termos quantitativos, da mesma maneira a afirmação pode ser expressa em termos quantitativos.

56 O índice subscrito "0" antecedendo *P* substituiria o "não", e desempenharia exatamente o mesmo papel da negação do predicado, a saber, indicaria a ausência ou a nulidade de *P*.

57 É claro que "q" indicando a posse efetiva da propriedade positiva, não pode corresponder senão a um número positivo, correspondente a quantidades reais. Portanto, "q" não pode receber senão valores maiores do que zero; assim sendo, sua diferença com relação a zero tem como consequência que "q" deve corresponder a um número positivo, ou seja, que "q > 0".

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

união de "0" e "q". O resultado seria um modo de simbolizar a relação predicativa em que uma única forma proposicional seria comum à atribuição ao termo-sujeito *S* tanto do predicado *P* quanto do predicado *não-P*. Convencionando "i" como sendo essa variável mais geral, poderíamos, então, propor a fórmula geral "*S é* $_iP$", que contemplaria a possibilidade de ser instanciada tanto por "*S é não-P*" quanto por "*S é P*", a depender do valor que se atribuir a i: quando "$i = 0$", a fórmula será instanciada por "*S é não-P*"; caso contrário, sendo "$i \neq 0$", obteremos "*S é P*" como resultado. Aplicando esses resultados ao caso do gênero que anteriormente serviu de exemplo, teríamos que as propriedades *R* e *T* se deixariam representar por G_qP e G_0P, respectivamente. E elas poderiam, por meio do índice "i" ser ulteriormente tornadas indistintas em uma expressão comum geral, a saber, G_iP.

O desafio agora consiste em encontrar, na notação leibniziana, as condições para uma formulação das formas proposicionais respectivas, adequada a exprimir o nível de generalidade que o índice "i" viabiliza. Cumpre assinalar que, nesse plano de generalidade, desaparecem as relações de identidade que *R* e *T* mantinham, respectivamente, com G_qP e G_0P, visto que nem *R* nem *T* equivalem a algo como G_iP. Por outro lado, isso não significa que seja correta a equivalência entre *G* e G_iP, já que, nessa equivalência, "i" não pode ser instanciado por nenhum dos valores que pode assumir, sob pena de tornar o gênero inconsistente com uma de suas espécies, reduzindo-o à outra. O recurso a um termo indeterminado também não nos levaria muito longe. Pois a equivalência "$YG = G_iP$" poderia ser admitida apenas sob determinadas restrições: na medida em que se preservasse "i", a fórmula geral permaneceria correta; na medida, por outro lado, em que "i" assumisse um de seus dois valores, q ou zero, *Y* passaria a equivaler a *R* ou *T* conforme o caso, perdendo a aptidão para poder ulteriormente, no cálculo, ser substituído pelo outro. Isto é, assumido, por exemplo, "$i = 0$", "Y" se tornaria equivalente a *T*, e, por conseguinte, oposto a *R*; o mesmo valendo, *mutatis mutandis*, se se substitui "i" por "q". Resulta daí que a fórmula inicial "$YG = G_iP$" também se mostra incapaz de resguardar a generalidade prevista em "i".

Essa limitação pode ser eliminada se associarmos ao termo indefinido um índice ligado àquele que antecede o predicado de tal modo que esse índice condicionasse o termo indefinido, em sua substituição a uma das espécies, ao índice que acompanhasse o predicado. Dessa maneira, a determinação do termo indefinido como idêntico a tal ou tal espécie dependeria do valor assumido pelo índice que o acompanha, valor que está ligado àquele que incide sobre o

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

predicado[58]. Em uma palavra, acompanhado do índice "*i*", o termo indefinido deixaria de se comportar como um termo indicando indeterminadamente uma espécie qualquer do gênero, e passaria a se comportar como uma variável para qualquer que seja o termo indicando uma espécie qualquer do gênero. Assim, em lugar da equivalência "$YG = G_iP$", poderíamos propor algo como "${}_iYG = G_iP$", de tal sorte que, quando "$i = 0$", "${}_0YG = G_0P$", o que significa que "${}_0YG = T$", e, portanto, "${}_0Y = T$"; já quando, por outro lado, "$i = q$", "${}_qYG = G_qP$", o que significa que "${}_qYG = R$", e, portanto, "${}_qY = R$". Chegaríamos, então, a uma formulação geral tal como "${}_iS$ *é* ${}_iP$", de tal sorte que, quando "$i = q$", a fórmula se determinaria por algo como "${}_qS$ *é* ${}_qP$", que equivale a "*S é P*". Quando, inversamente, "$i = 0$", obtém-se "${}_0S$ *é* ${}_0P$", que resulta em "*S é não-P*".

Se essas operações são corretas, elas nos autorizam a afirmar que o que se põe à nossa disposição é a viabilidade de exprimir, mediante fórmulas que se estendem à totalidade do gênero, regras que valem unicamente para uma das suas espécies. Seja, por exemplo, uma regra ou predicado *H* válido para a espécie *R* de *G* precisamente enquanto é *R*, isto é, enquanto é *GP*. Podemos afirmar verdadeiramente "*R é H*", ou, no caso de uma regra, "*H* aplica-se a *R*", o que nos permite passar a algo como "${}_qYG$ *é* ${}_qH$". Substituindo ulteriormente "*q*" por "*i*", chegaríamos à fórmula "${}_iYG$ *é* ${}_iH$", que constitui um modo de exprimir universalmente a relação parcial entre *H* e *G*, em termos de uma atribuição ao gênero *G* de uma propriedade que se aplica apenas a uma espécie de *G*. Essa forma de expressão, evidentemente, não pode encerrar ou conduzir a nenhum erro, visto que a extensão que ela viabiliza se faz mediante o termo indefinido *Y* acompanhado do índice "*i*". Interpretada corretamente, a fórmula veicularia que, para qualquer que seja a espécie de *G*, dela se afirma *H* ou dela se nega *H*, consoante o modo como se instancia "*i*". Avançando, a partir daí, mais um passo, poderíamos substituir "${}_i$" por zero sem qualquer risco de erro. Com efeito, a formulação "${}_0YG$ *é* ${}_0H$", que poderia bem ser substituída por "*T é* ${}_0H$", não poderia encerrar nenhuma falsidade, já que nada mais veicularia que "*T é não-H*", ou "***não-H se aplica a** T*", o que, dada a suposição inicial, é rigorosamente verdadeiro[59].

58 Poderíamos pretender que, sempre que o índice "*i*" acompanhar o sujeito da sentença, ele funcionará como uma variável ligada ao índice "*i*" que acompanha o predicado, de tal sorte que sua substituição em uma de suas duas ocorrências na proposição determina sua substituição na outra.

59 Poderia parecer à primeira vista que essas operações, ainda que aceitáveis, seriam estéreis, já que as devidas substituições dos índices nos reconduziriam às relações de oposição lógica e negação originais das proposições. É preciso observar, porém, que elas não são improfícuas em matemática, que, é dispensável lembrar, é

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Isso coaduna-se com a descrição do *modus operandi* do princípio de continuidade, que, como vimos, veicula que, em casos como o ilustrado pelo exemplo acima, uma determinada espécie de um gênero pode ser tratada como equivalente a um caso da espécie que lhe é complementar no mesmo gênero. Mediante as regras de transformação viabilizadas pelo índice "*i*", cada uma das regras e propriedades específicas de uma daquelas duas espécies, por exclusão da outra, pode, sob uma determinada condição, ser estendida à totalidade do gênero e, por consequência, àquela espécie à qual as ditas regras e propriedades não se aplicam.

"Quando os casos (…) se perdem enfim um no outro"

As considerações feitas até aqui parecem suficientes para dirimir as dificuldades assinaladas anteriormente com respeito à validade do princípio de continuidade, e, na esteira disso, eliminar também a suspeita quanto à exatidão do cálculo infinitesimal. No entanto, nem todos os aspectos do problema foram abordados; um detalhe importante e não menos polêmico do cálculo leibniziano permanece ainda por ser examinado. Trata-se da noção de infinitamente pequeno, a que Leibniz geralmente alude ao considerar a diferença entre os casos que, no procedimento do cálculo, é preciso negligenciar e tomar como nula.

Aparentemente, a noção de infinitamente pequeno parece dispensável. Com efeito, os resultados obtidos até aqui asseguram a validade de se tratar "algo como equivalente a uma espécie do seu contraditório", sem ser preciso para tanto apelar para a controversa noção de infinitamente pequeno. Diante disso, cumpre examinar o que teria conduzido Leibniz a empregar essa noção em seu cálculo, lançando mão de um expediente que, caso se revele desnecessário, não teria contribuído senão para obscurecer o método desenvolvido por ele.

---

assunto familiar a Leibniz. Ao contrário, e apenas para dar um exemplo, se elas não chegam a exprimir exatamente o procedimento matemático de substituição, nas fórmulas que exprimem as figuras geométricas, das variáveis pelos valores relativos às figuras específicas, elas estão muito próximas disso. Poderia mesmo ser lembrado, ainda a título de exemplo, que, se tomarmos a fórmula da elipse e fizermos coincidir os dois pontos focais, o que obteremos presta-se a ser reduzido à fórmula do círculo. De sorte que, efetuadas as devidas substituições na fórmula da elipse, fazendo-se coincidir os valores dos dois pontos focais, e estabelecendo a distância $2c$ entre eles como equivalente a zero, seria possível obter, no cálculo, resultado equivalente àquele a que se chegaria, empregando a fórmula do círculo, aplicando-se aqui os mesmos valores já atribuídos aos dois pontos focais.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Se retomarmos a formulação do princípio já apresentada anteriormente, notaremos que o que está em questão, e que constitui as condições de aplicação do princípio, consiste em uma relação entre casos consistente em que eles "se aproximam continuamente e se perdem enfim um no outro". Trata-se, portanto, de uma relação entre itens consoante a qual um é concebido como resultado de uma transformação do outro. Essa transformação configura um *movimento*, ainda que meramente imaginário, ocorrendo no interior de um gênero, de tal sorte que uma propriedade que o divide em espécies complementares seja concebida como passível de gradação, de modo a constituir tipos ou eventualmente subespécies[60] em uma espécie (aquela que se determina pela posse efetiva da propriedade em questão) consoante os graus em que essa propriedade se apresenta. Por seu turno, aquela gradação é assumida como contínua, de maneira que, uma vez hierarquizadas as pretensas subespécies em uma série descendente, a série se revelaria igualmente contínua, e apresentaria como limite o que já não faz parte dela, a saber, aquela outra espécie do gênero, que se caracteriza por carecer da referida propriedade. Graças ao princípio de continuidade, porém, aquele "limite" da série poderia ser considerado equivalente a uma das subespécies nela contidas, qual seja, a subespécie suposta conter a propriedade *P* em grau "infinitamente pequeno". E sendo equivalente a tal subespécie, aquele limite poderia ser abordado a partir das mesmas leis que regem as espécies contidas na série.

Expondo em conformidade com a notação já apresentada acima, a continuidade da série supramencionada pode ser expressa em uma hierarquização das espécies complementares ${}_{q}YG = G_{q}P$ e ${}_{0}YG = G_{0}P$ de um gênero G, na qual o índice "q" se comportaria como uma variável que

60 Sendo a gradação da propriedade uma distinção meramente quantitativa, é duvidoso que as diferenças que ela introduz bastem para justificar a divisão em subespécies da espécie em pauta. Sem pretendermos nos aprofundar nesse assunto, convém sublinhar que Leibniz não parece considerar a diferença quantitativa insuficiente para justificar a introdução de uma espécie em um gênero. De acordo com ele, "no rigor matemático, a menor diferença que faz com que duas coisas não sejam semelhantes em tudo faz com que elas *difiram em espécie*. É assim que, em geometria, todos os círculos são de uma mesma espécie, pois são todos perfeitamente semelhantes, e, pela mesma razão, todas as parábolas também são de uma mesma espécie, o mesmo não acontecendo com as elipses e hipérboles, pois há uma infinidade de tipos ou espécies destas, ainda que haja também uma infinidade delas em cada espécie. Todas as inúmeras elipses, nas quais a distância dos focos tem a mesma proporção à distância dos vértices, são de uma mesma espécie; mas como a razão dessas distâncias não variam senão em grandeza, segue-se que todas essas infinitas *espécies* de elipses formam um só *gênero*" (*NE* III, iv, §14).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

assumiria como valores itens de uma série contínua tendo como limites, de um lado, o índice numérico especificando um suposto grau máximo da propriedade *P* e, de outro, a nulidade de *P*, isto é, *P* no grau zero. A incorporação do caso limite à série se faria pela pretensa legitimidade da coincidência entre o" caso limite" $_{0}YG$ e uma certa espécie $_{q}YG$ da série a qual encerraria um grau infinitamente pequeno da propriedade *P*. Isso se confirma pelos exemplos a que Leibniz recorre para ilustrar a aplicação do seu princípio, como é o caso daquele de que se serve para oferecer uma"justificação do cálculo infinitesimal a partir daquele da álgebra comum". Aí, ele nos convida a imaginar o movimento de uma reta que cruza uma outra em um ponto *C*, em direção a um certo ponto *A* nesta última, de tal maneira que o ponto *C* é determinado como variável (ele varia consoante a reta em movimento se aproxima do ponto *A*), alternando-se continuamente até que coincida com *A*[61].

A fim de considerar essa peculiaridade do princípio, retomemos algumas conclusões obtidas anteriormente a respeito da linguagem artificial elaborada por Leibniz. Conforme já vimos, o filósofo assume nessa linguagem: 1) Em primeiro lugar, que toda proposição deve ter no mínimo um e no máximo um dentre dois valores de verdade, quais sejam, o verdeiro ou o falso; isso significa que toda proposição da forma"*YS é (não-)P*" deve ser ou verdadeira ou falsa, mas não conjuntamente verdadeira e falsa. 2) Em segundo lugar, que, se uma proposição da forma"*YS é P*" é verdadeira, então sua contraditória deve ser falsa, e deve deixar-se exprimir por algo da forma"*ZS é não-P*". Ou seja, a contraditória de uma proposição afirmando a pertinência de um predicado a um sujeito deve sempre poder se exprimir em termos de uma proposição afirmando a pertinência do predicado privativo correlato àquele mesmo sujeito, com os devidos os ajustes, evidentemente, relativos à quantidade da proposição.

61 *GM* IV, pp. 104-105. Um outro exemplo de movimento imaginário se encontra na carta a Malebranche já mencionada anteriormente. Leibniz aí afirma: "Sabe-se que o caso ou a suposição de uma elipse pode se aproximar do caso de uma parábola tanto quanto se queira, a tal ponto que a diferença entre a elipse e a parábola pode tornar-se menor que qualquer diferença dada, desde que um fos focos da elipse seja suficientemente distante do outro, pois então os raios vindo desse foco distante diferirão dos raios paralelos tão pouco quanto se quiser, e, por conseguinte, todos os teoremas geométricos que se verificam da elipse em geral poderão ser aplicados à parábola, considerando esta como uma elipse da qual um dos focos é infinitamente distante ou (para evitar essa expressão) como uma figura que difere de alguma elipse menos que por qualquer diferença dada" (*GP* III, p. 52).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Podemos afirmar que uma mudança ou passagem consiste sempre na aquisição ou perda, por parte de um sujeito *S* qualquer, de uma propriedade *P* qualquer. Em termos da notação leibniziana, e assumindo que as fórmulas "*YS é P*" e " *ZS é não-P*" constituem um par de proposições entre si contraditórias, pode-se exprimir uma mudança como a passagem de uma situação em que uma proposição como *ZS é não-P* é verdadeira, e, correlativamente, *YS é P* é falsa para uma outra situação em que *ZS é não-P* é falsa e, correlativamente, *YS é P* é verdadeira[62]. Uma mudança é, para resumir com as palavras do próprio Leibniz, "o agregado de dois estados contraditórios"[63].

Assim compreendida a mudança, a primeira dúvida que se ergue diz respeito ao modo adequado de exprimi-la em termos da lógica leibniziana. A noção de agregado que aparece na definição de mudança conduz naturalmente para a operação de adição real: se um tal agregado se dá, então efetivamente cada um dos itens que o compõem deve se exprimir por uma proposição verdadeira, de modo que a adição real das respectivas proposições verdadeiras será, *eo ipso*, verdadeira. Contudo, dada a definição de mudança, exprimi-la por meio da operação de adição real resultaria em uma contradição.

A solução de Leibniz para a dificuldade está ancorada na consideração de que as condições discursivas de inteligibilidade daquela passagem envolvem o infinito. Para melhor compreendermos seu raciocínio a esse respeito, suponhamos que as duas fórmulas "*YS é P*" e "*ZS é não-P*" acima assumidas como contraditórias entre si sejam instanciadas por duas proposições descrevendo o início e o fim de uma mudança. Essa mudança deve, então, operar no intervalo entre as situações que verificam aquelas duas proposições acima, e ser descrita por outras proposições, isto é, por proposições que descrevam uma situação que não verifica nem "*YS é P*" nem "*ZS é não-P*". Com efeito, se alguma proposição daquele intervalo ainda verificar a primeira, isso significa que a mudança não começou nela, já que, posteriormente à situação que a verifica, o estado de coisas é o mesmo. Por razões análogas, tampouco alguma proposição daquele intervalo pode verificar "*ZS é não-P*", visto que então a mudança já teria se concluído em momento anterior àquele

62 Isso, claro, no caso de exprimirmos, na mudança, a aquisição de um predicado. Para a perda, basta inverter os valores de verdade atribuídos em cada situação.

Lembremos, ainda, que as relações entre *Z* e *Y* devem ser entendidas nos termos já expostos anteriormente. E, se *S* é um indivíduo, então *Y* e *Z* podem ser considerados ambos supérfluos.

63 *Notationes Generales*, *Grua*, p. 323.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

que, por suposição, marca seu desfecho. E isso evidentemente vale em geral para quaisquer pares de proposições contraditórias que se supõe marcar o início e o fim de uma alteração.

Por outro lado, em virtude dos princípios lógicos já assumidos, é preciso recusar que algo que se dá no intervalo que constitui uma mudança seja descrito por alguma proposição que não equivalha a alguma daquele par de contraditórias. Pois, conforme foi lembrado há pouco, proposições entre si contraditórias se comportam uma em relação à outra de tal modo que a verdade de uma implica a falsidade da outra e vice-versa. E isso significa que não pode haver uma terceira forma proposicional a descrever um estado intermediário que viole isso, isto é, que falseie ambos os membros do par de contraditórias, ou que, inversamente, verifique ambos. No opúsculo em que lemos a definição de mudança oferecida acima, Leibniz sublinha isso acrescentando que os estados que delimitam o agregado no qual consiste a mudança devem ser necessariamente entendidos como"imediatos entre si". E isso – continua ele – porque" não há um *tertium* entre contraditórias"[64]. Segue-se que, quaquer que seja a proposição que se determine em um certo intervalo que marca a passagem de um estado a outro, tal proposição terá o condão de desmentir seja o pressuposto de que aquela se havia iniciado no ponto que marca o início do intervalo, seja o pressuposto de que ela termina no que se assumiu ser seu fim. E isso por mais breve que tenha sido a alteração ocorrida.

Leibniz parece ter concluído daí que a passagem consiste em um intervalo mínimo, por assim dizer, intervalo que tem um caráter meramente ideal, sendo indeterminável *in concreto*. Ela é um intervalo porque as proposições que marcam seus limites são contraditórias entre si, não podendo, por conseguinte, ser conjuntamente verdadeiras. Essas proposições devem, nesse sentido, verificar-se face a estados de coisas distintos. O intervalo é, além disso, mínimo porque qualquer intermediário entre aquelas proposições as desqualificaria enquanto marcas dos limites em que a mudança ocorre, *contra hypothesi*. Pela mesma razão tal intervalo é também indeterminável *in concreto*: em virtude do princípio da bivalência, o que é determinável *in concreto* é uma situação que verifica uma e apenas uma das proposições que descrevem os estados de coisas que se supõe constituir o início e o fim da mudança.

64 Id. ibid. Em seu diálogo *Pacidius Philalethi*, Leibniz ilustra esse ponto ao introduzir a discussão sobre a natureza da mudança a partir do exemplo do evento da morte, isto é, do interregno entre o último instante da vida e o primeiro instante da morte (Ver *Math., X, ii, 7 verso – 9 verso – OFI*, pp.599 - 601).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

Poderíamos ser conduzidos, a partir da descrição acima, a suspeitar que o intervalo mínimo que constitui a mudança corresponderia, em alguma medida, ao infinitamente pequeno supostamente integrante de uma série infinita em que se desdobra discursivamente uma passagem. E que, na medida em que passagens ocorrem, nesta mesma medida, itens infinitamente pequenos devem ser assumidos como membros efetivos da série, que seriam determinados, se não por uma mente finita, ao menos por uma infinita.

Essa suspeita não resiste, contudo, ao modo como Leibniz concebe o infinito. Não é novidade que, para ele, se uma série é infinita, ela não tem fim, o que significa que ela não possui um último membro: para todo membro a que se chegue, um subsequente deve ser suposto[65]. Isso sendo assim, ele estima que é um *non sequitur* inferir, da infinitude de uma série dada, que é igualmente dado seu pretenso elemento infinitesimal[66]. Ao contrário, da natureza da série infinita se segue, de acordo com ele, que aquele pretenso elemento infinitesimal corresponde a uma noção expressamente inconsistente, e que não pode ser admitida[67].

Transpondo esta convicção para o contexto da nossa discussão, podemos dizer que, para Leibniz, à indeterminabilidade *in concreto* do *minimum* suposto corresponde à necessidade de que, para qualquer intervalo arbitrariamente determinado em que se marca o início e o fim de uma mudança, um outro menor pode ser pensado desempenhando o mesmo papel. E que, por conseguinte, a pretensão de precisar os limites estritos de uma determinada mudança envolve

65 É esta convicção que respalda os argumentos que ele aduz geralmente nos contextos de crítica ao critério cartesiano da evidência. Ele então recorre a noções tais como "movimento mais veloz" ou "o maior dos números" para exemplificar como o que tem a aparência de uma noção clara e distinta pode se revelar uma descrição inconsistente. E a inconsistência aqui resulta em que a série dos movimentos quanto ao incremento de velocidade, de um lado, e a série das figuras aumentando em grandeza, do outro, estende-se infinitamente (Cf *GP* IV, p. 424. *Ak* VI, iii, 463; GP II, p. 304; *GM* III, 535-536; e *Accessio ad arithmeticam infinitorum* – *Ak* III, i, pp. 10-13).

66 Em resposta ao argumento sustentado por Bernoulli, de que, se uma série é infinita, há um elemento infinitesimal da mesma, Leibniz retruca considerando que: " É manifesto que, qualquer que seja a parte, uma outra menor finita pode ser dada (…). Suponhamos que seja dado em ato em uma linha $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$, etc., e que todos os termos desta série existam em ato; daí inferes que é dado também o infinitésimo, mas eu penso que nada mais se segue daí que é dada em ato uma fração finita assinalável qualquer de uma pequenez qualquer" (GM III, p. 536).

67 "No que concerne a termos infinitésimos, julgo que não apenas não podem ser alcançados por nós, mas também que não os há na natureza, isto é, não são possíveis" (GM III, p. 551).

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

o infinito, não podendo se consumar. Desse modo, o intervalo que marca uma mudança, de um lado, e o infinitamente pequeno, de outro, unicamente podem ser concebidos em termos ideais, mas não como membros dados de uma série. Assim entendidos, aquele intervalo, por um lado, e o infinitamente pequeno, por outro, não parecem encerrar qualquer inconsistência interna, tendo em vista a consistência e a coerência dos raciocínios que conduziram a eles. Sua inconsistência resulta unicamente da pretensão de considerá-los como elementos efetivos da série que limitam, isto é, como entes reais que, enquanto tais, estariam presentes em ato naquela série, ainda que não se pudesse determinar efetivamente sua posição.

Isso nos obriga a recolocar os termos do problema. Havíamos considerado que a dificuldade com a qual estamos às voltas estaria assentada na suposição de um pretenso elemento mínimo da série infinita o qual se caracterizaria por ser portador ainda da suposta propriedade *P*, mas em um grau que, embora seja expresso por um número maior que zero, deveria poder colocar-se em uma relação de equivalência com zero. Vemos agora que Leibniz recusa a realidade desse elemento. Na mesma medida em que qualquer relação de identidade entre um número positivo maior que zero e o próprio zero é aritmeticamente falsa, nesta mesma medida a crença na existência de algum pretenso elemento último de uma série infinita seria, aos olhos de Leibniz, falsa. Diz ele:

> "Filosoficamente falando, eu não estabeleço grandezas infinitamente pequenas, não mais do que infinitamente grandes, ou seja, não mais infinitésimas que infinítuplas. Pois considero ambas como um modo abreviado de falar de ficções da mente, aptas ao cálculo, tais como também o são as raízes imaginárias na álgebra. Aliás, já demonstrei que essas expressões têm uma grande utilidade para abreviar o pensamento e, portanto, para invenção, e não podem conduzir a erro, visto que basta substituir o infinitamente pequeno pelo tão pequeno quanto se quer para que o erro seja menor que o dado; donde se segue que não pode ocorrer erro"[68].

Diante disso, é preciso reavaliar o que Leibniz estaria obrigado a admitir ao assumir a pretensa equivalência entre "nada", "infinitamente pequeno", e "grandeza menor do que qualquer grandeza dada". Reconsideremos, então, para expor nos termos da presente discussão, o que Leibniz estaria obrigado a assumir ao pretender equivalentes o "nada" que especifica a espécie

68 *GP* II, p. 305.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

complementar *T* no gênero *G* e uma pretensa espécie *R* que se caracterizaria por possuir a propriedade *P* em grau infinitamente pequeno.

Em primeiro lugar, deve-se considerar que a pertinência ou não à série pode ser nuançada pela aplicação do índice "*i*", através do qual se faz possível estender também ao elemento exterior à série tudo aquilo que é dito de seus elementos enquanto tais *salva veritate*. Se aquele elemento exterior pode ser assim abordado, em virtude da própria definição de identidade leibniziana, esse elemento pode ser assumido equivalente a um elemento qualquer da série. Afinal, graças aos resultados viabilizados pelas operações de substituição mediante o índice "*i*", faz-se verdadeiro afirmar dele a propriedade *P* – no grau zero, evidentemente.

Por outro lado, e justamente em virtude do "zero" que especifica a quantidade determinando a atribuição da propriedade, permanece verdadeiro que *T* não pertence à série das subespécies de *R*. Ele é dito portador da propriedade que especifica os membros da série enquanto tais, mas o é sob o índice "zero" – o que preserva sua exclusão da série. Desse ponto de vista, precisamente por satisfazer aquele índice, ele deve ser estimado possuir a propriedade em um grau menor do que qualquer grau positivo da referida propriedade que se possa supor. Até aqui ao menos as operações realizadas parecem corretas, visto ser perfeitamente legítimo colocar o zero em relação de maior e menor com qualquer que seja a grandeza real numericamente apresentável. E nessa relação, é evidente que, para qualquer que seja a grandeza, zero será verdadeiramente dito menor. Donde nenhum erro parece surgir, do ponto de vista das relações aritmeticamente formuláveis, em se identificar ao zero aquilo que cai sob a descrição "grandeza menor do que qualquer grandeza dada"[69].

Não nos esqueçamos que a série em discussão é infinita, e o que se exprime em relação a ela pela nulidade é algo que, no rigor, já não a integra. A nulidade que constitui a espécie complementar *T* coloca-se em uma posição extrínseca a ela, não integrando seus elementos. No entanto, insistindo sobre o já discutido, aquela nulidade pode, sob o índice "*i*", ser admitida equivalente a um membro da série, visto que, sob esse índice, a ela pode aplicar-se *salva*

69 Talvez se pudesse insistir afirmando que zero já não é mais uma grandeza, o que compromete sua identificação à descrição. A isso se responderia que, em se aplicando o índice "*i*", facilmente se pode estender ao zero o atributo da grandeza. Talvez isso nos conduzisse a uma pequena redundância, pois então ele seria uma grandeza no nível zero. Mas a redundância não parece comprometer a pertinência da atribuição.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

veritate tudo o que se diz a respeito dos membros da série enquanto tais. Abordada nos termos consoante os quais ela se apresentaria como equivelente a um elemento da série, a nulidade se comportaria como o que seria dela um pretenso elemento último; na medida em que a série é infinita, a nulidade se deixaria apresentar, então, a nos inspirarmos em sua cardinalidade, como o "elemento infinitesimal" da série – aquele que então encerraria a propriedade que dela especificaria os membros em grau infinitamente pequeno.

Por outro lado, sabemos que Leibniz não admite um real elemento final de uma série infinita. O que ele julga aceitável é a designação de algo que não pertence mais à série, mas que constitui o seu limite, a partir de uma descrição cuja terminologia evoca a infinitude da série que nele culmina. Assim, corretamente apresentado, o procedimento leibniziano consistiria, não em supor um efetivo membro infinitesimal da série negligenciando sua pretensa grandeza, mas em estender ao elemento externo que limita a série também o princípio que ordena exclusivamente os elementos pertencentes a ela. Visto que a série é infinita, a posição daquele elemento externo não pode ser indicada senão por algo que evoca a infinitude da série. Sendo um "limite externo" à série, unicamente sob a chancela do princípio de continuidade ele pode ser "*tratado como um limite interno*, e como um último caso, que mesmo sendo de natureza completamente diferente, seja compreendido na lei geral dos demais"[70].

Se as considerações anteriores são pertinentes, elas nos autorizam a enunciar, ainda que brevemente, algumas palavras à guisa de conclusão. Em primeiro lugar, podemos afirmar que o cálculo leibniziano, a ser entendido a partir do esboço apresentado acima, não encerra imprecisão do ponto de vista geométrico, nem qualquer suposição metafísica infundada ou convicção ingênua sobre a natureza do infinito. Para preservar o rigor e a pertinência do seu cálculo, Leibniz não necessita abrir mão de nenhuma das consequências que sua caracterização de infinito acarreta.

Se ele ainda se permite apelar para "figuras filosófico-retóricas" na apresentação e justificação de sua descoberta, isso se faz em virtude de sua convicção quanto ao rigor que respalda tais figuras. Expressões como "grandeza menor do que qualquer grandeza dada", "grandeza infinitamente pequena", apresentam-se como descrições que se deixam elaborar a partir da

70 GM V, p. 385.

ANALYTICA
volume 14
número 1
2010

própria linguagem que se molda nos procedimentos de cálculo que constituem a descoberta leibniziana, e cuja consistência interna se assegura se algo como o índice "*i*", e os procedimentos que este viabiliza, puderem ser aceitos como logicamente pertinentes. Esses procedimentos, por outro lado, asseguram também que unicamente a nulidade se habilita a satisfazer as descrições supramencionadas, o que se coaduna com as preocupações de Leibniz, que não se cansa de insistir na legitimidade de se pretender equivalentes a nulidade e o infinitamente pequeno[71]. Isso lhe permite se eximir de qualquer postulação sobre a realidade de entidades metafisicamente duvidosas e, ao mesmo tempo, assegurar exatidão a seu cálculo.

RESUMO

O princípio de continuidade desempenha um papel fundamental no cálculo infinitesimal desenvolvido por Leibniz, na medida em que é com base nele que Leibniz pretende justificar as operações que constituem aquele cálculo. Algumas dificuldades se erguem, contudo, quando se trata de apresentar as condições de justificação do princípio, e essas dificuldades têm exposto o cálculo leibniziano à crítica, já desde a época de sua publicação. Neste artigo, pretendo examinar o princípio de continuidade, bem como as condições de sua aplicação no cálculo infinitesimal, à luz de alguns aspectos da linguagem formal elaborada por Leibniz visando averiguar se e em que medida o princípio pode ser justificável com base na lógica leibniziana.

Palavras-chave: continuidade, lógica, negação, proposição, cálculo, infinito

ABSTRACT

The principle of continuity plays an important role in the infinitesimal calculus developed by Leibniz, since it is by appealing to it that Leibniz intends to justify the operations which constitute the calculus. Some difficulties arise, however, when we ask for the conditions by which the principle could be justified, and these difficulties have often exposed leibnizian calculus to criticism. In this paper I intend to examine the principle of continuity, as well as the conditions of its application in the calculus, in the light of some aspects of formal language developed by Leibniz, in order to evaluate whether, and to what extent, the principle can be justified on the basis of the logic of Leibniz.

Key-words: continuity, logic, negation, proposition, calculus, infinite

71 Para uma discussão mais detalhada sobre esse aspecto da questão, ver Ishiguro, H. *La notion dite confuse de l'infinitésimal chez Leibniz*. em: *Studia Leibnitiana* – Sonderheft 15, 1988.

Referências Bibliográficas

M. ALCOBA, La ley de continuidad en G. W. Leibniz. Sevilla, Universidad de Sevilla, 1996.

C. BOYER. The history of the calculus and its conecptual developement, New York, Dover Publications,1959.

H. CASTAÑEDA, «Leibniz's Syllogistico-propositional Calculus», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. XVII, 4 (1976).

D. HILBERT. "On the infinite", in: BENACERRAF, P. e PUTNAM, H. (ed.) Philosophy of mathematics – Selected readings, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

ISHIGURO, H."La notion dite confuse de l'infinitésimal chez Leibniz", *Studia Leibnitiana* – Sonderheft 15 (1988).

LEIBNIZ, G. Mathematische Schriften . GERHARDT, C. (ed.), Hildesheim, George Olms Verlag, 1971.

___________. La naissance du calcul différentiel - 26 articles des Acta Eruditorum. PARMENTIER, M. (Intr., trad., e notas). 2ª ed., Paris, Vrin, 1995.

___________. Nouveaux Essais sur l'Entendement Humain. BRUNSCHWIG, J. (Intr. e notas). Paris, Flammarion, 1990.

___________. Opuscules et Fragments Inédits. COUTURAT, L (ed.), Hildesheim George Olms Verlag, 1988.

___________. Die Philosophischen Schriften. GERHARDT, C (ed.), Hildesheim George Olms Verlag, 1996.

___________. Sämtliche Schriften und Briefe. Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

___________. Textes Inédits d'après les manuscrits de la Bibliothèque provinciale de Hanovre. GRUA, G (ed.). 2ª ed. Paris, PUF, 199.

RUSSELL, B, A filosofia de Leibniz .VILLALOBOS, J. BARROS, H. e MONTEIRO, J. (trad.), São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1968.

Recebido em 01/2011
Aprovado em 03/2011