

Imre Lakatos, *Preuves et Réfutations*

Nicolae Sfetcu

24.01.2020

Sfetcu, Nicolae, « Imre Lakatos, *Preuves et Réfutations* », SetThings (24 janvier 2020), URL = <https://www.setthings.com/fr/imre-lakatos-preuves-et-refutations/>

Email: nicolae@sfetcu.com



Cet article est sous licence Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0 International. Pour voir une copie de cette licence, visitez <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>.

Une traduction partielle de :

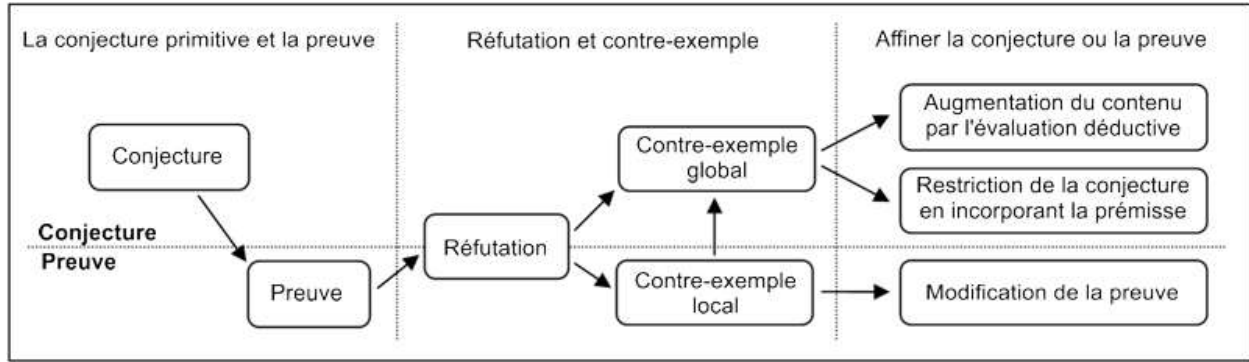
Sfetcu, Nicolae, « Imre Lakatos: Euristică și toleranța metodologică », SetThings (11 februarie 2019), MultiMedia Publishing (ed.), DOI: 10.13140/RG.2.2.35405.28649, URL = <https://www.setthings.com/ro/e-books/imre-lakatos-euristica-si-toleranta-metodologica/>

Preuves et Réfutations est écrit comme une série de dialogues socratiques entre un groupe d'étudiants discutant de la démonstration des caractéristiques d'Euler définies pour les polyèdres. (Lakatos 1976) Le livre explique de nombreuses idées logiques importantes, mettant l'accent sur l'idée d'heuristique positive. Le livre comprend deux annexes. Dans le premier, Lakatos donne des exemples du processus heuristique de la découverte mathématique en particulier et du processus scientifique en général. Deuxièmement, il oppose les approches déductives et heuristiques et propose des analyses heuristiques des concepts « *preuves* ».

Bien que le livre soit écrit comme un récit, il développe une véritable méthode d'investigation, celle des « preuves et réfutations » :

1. Si vous avez une supposition, essayez de la prouver et de la réfuter. Vérifier soigneusement les preuves pour préparer une liste de prémisses non triviales (analyse des preuves); trouver des contre-exemples pour les conjectures (contre-exemples globaux) et des prémisses suspects (contre-exemples locaux).
2. « Méthode d'incorporation des prémisses » : si vous avez un contre-exemple global, renoncez aux conjectures, ajoutez à l'analyse des preuves une prémisses/lemme appropriée, qui sera réfutée par le contre-exemple, et remplacez la conjecture que vous avez abandonnée par une conjecture améliorée qui incorpore cette prémisses/lemme comme condition. Ne laissez pas une réfutation être rejetée en tant qu'un monstre. Essayez de rendre explicites tous les « prémisses/lemmes cachés ».
3. Si vous avez un contre-exemple local, vérifiez qu'il ne s'agit pas non plus d'un contre-exemple global. Si c'est le cas, vous pouvez facilement appliquer la règle 2.
4. Si vous avez un contre-exemple local mais non global, essayez d'améliorer votre analyse des preuves en remplaçant la prémisses/lemme rejetée (« coupable ») par une autre non-falsifiée.
5. « Augmenter le contenu par évaluation/intuition déductive » : Si vous avez des exemples de quelque nature que ce soit, essayez de trouver, au moyen d'une évaluation/intuition déductive, une preuve plus approfondie de ce qui ne sont plus des contre-exemples.

Cette modification de la preuve peut être interprétée comme préservant la structure générale de la preuve et ne modifiant qu'une partie de la preuve qui a été réfutée par des contre-exemples locaux ou, plus radicalement, l'élaboration d'une preuve plus approfondie qui est complètement différente de la preuve originale.



Règles heuristiques dans les preuves et les réfutations (Komatsu 2012)

En science, le même modèle heuristique (que l'on rencontre couramment en mathématiques) joue un rôle important :

1. Un problème est proposé. Une solution est présentée comme une conjecture naïve (conjecture primitive).
2. La preuve (une expérience ou un argument grossier, décomposant la conjecture primitive en sous-conjectures). La conjecture naïve est expliquée et réfutée. L'explication est analysée dans des lemmes, et les lemmes sont incorporés dans des conjectures naïves. Le résultat est un théorème irréfutable.
3. Des contre-exemples « globaux » (contre-exemples de la conjecture primitive) apparaissent et sont suivis dans le temps.
4. Le réexamen des preuves : le « lemme coupable » est identifiée, où le contre-exemple global est un contre-exemple local. Ce lemme coupable est resté jusque-là « cachée » ou a peut-être été mal identifiée. Elle est désormais explicite et intégrée à la conjecture primitive comme condition. Le théorème - la conjecture améliorée - remplace la conjecture primitive par le nouveau concept généré par l'évidence comme caractéristique de première importance.

5. Les preuves des autres théorèmes sont examinées pour voir si le lemme nouvellement découvert ou le nouveau concept généré par des preuves se déroule en leur sein : ce concept peut être trouvé aux intersections des différentes preuves et s'avère donc d'une importance fondamentale.
6. Les conséquences jusqu'ici acceptées de la conjecture originale et réfutée sont vérifiées.
7. Les contre-exemples sont transformés en nouveaux exemples - de nouveaux domaines de recherche sont ouverts. Les réfutations locales totales conduisent à des théories rivales.
8. Après le point de saturation : rejet.

Bibliographie

- Komatsu, Kotaro. 2012. "Lakatos' Heuristic Rules as a Framework for Proofs and Refutations in Mathematical Learning: Local-Counterexample and Modification of Proof | Request PDF." ResearchGate. 2012.
https://www.researchgate.net/publication/286440840_Lakatos'_heuristic_rules_as_a_framework_for_proofs_and_refutations_in_mathematical_learning_Local-counterexample_and_modification_of_proof.
- Lakatos, Imre. 1976. "Proofs and Refutations Edited by Imre Lakatos." Cambridge Core. 1976.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781139171472>.