

IMPLICAÇÃO LÓGICA E MATERIAL: ESCLARECENDO PEQUENAS CONFUSÕES COMUNS

On material and logical implication: clarifying some common little mistakes

Renato Mendes Rocha*

Resumo: O objetivo deste artigo é esclarecer a interpretação vero-funcional do conectivo lógico da implicação (material). A importância de tal esclarecimento é que ele permite evitar os supostos paradoxos da implicação material apresentados inicialmente por C. I. Lewis (1918). Sustento que uma compreensão adequada da história e dos propósitos da lógica é suficiente para desfazê-los. A minha defesa baseia-se em uma exposição do composicionalismo proposicional. Para contraponto, apresento também a alternativa de Stalnaker (1968) que procura explicitar o conceito de condicionalidade implícito nas asserções condicionais. Para reforçar o objetivo exponho os doze diferentes significados do termo ‘implicação’ apresentados por Corcoran (1993) a fim de mostrar que uma compreensão adequada deles nos permite evitar ambiguidades e confusões. Por fim, espero mostrar que apesar das alternativas possíveis, o composicionalismo ainda é a melhor explicação à verofuncionalidade dos conectivos.

Palavras-chave: Filosofia da lógica; Composicionalismo; Implicação.

Abstract: The aim of this paper is to clarify the truth-functional interpretation of the logical connective of the material implication. The importance of such clarification lies in the fact that it allows avoiding the supposed paradoxes introduced by C. I. Lewis (1918). I argue that an adequate understanding of the history and purposes of logic is enough to dissolve them away. The defense is based on an exposition of propositional compositionism. To compare, I also present Stalnaker’s (1968) alternative that seeks to explain the implicit concept of conditionality of conditionals assertions. In order to reinforce my aim I expound the twelve different meanings of ‘implication’ stated by Corcoran (1993) in order to hold that a proper understanding of these meanings allows us to avoid ambiguities and confusions. Finally, I expect to show that despite the possible alternatives, compositionism is still the best explanation for the truth-functionality account of logical connectives.

Keywords: Philosophy of Logic; Compositionism; Implication

* Doutorando em Filosofia pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Contato: mendesrocha@gmail.com

Introdução

Os paradoxos da implicação¹ material foram primeiramente apresentados por C. I. Lewis em 1918. Esta apresentação tem em vista o uso do conectivo de implicação utilizado por Russell & Whitehead para formalizar sentenças condicionais utilizadas na matemática de sua obra *Principia Mathematica*. O aspecto geral da crítica de C. I. Lewis é semelhante ao tipo de dúvida ou dificuldade levantada por estudantes de cursos de lógica elementar quando se deparam com a bem-conhecida tabela de verdade da implicação²:

| | α | β | $\alpha \rightarrow \beta$ |
|----|----------|---------|----------------------------|
| 1. | V | V | V |
| 2. | V | F | F |
| 3. | F | V | V |
| 4. | F | F | V |

Uma impressão comum ao se analisar esta tabela é que algo estranho acontece na coluna final das linhas 3 e 4 da tabela. *Prima facie*, a estranheza surge ao associar os valores da coluna da tabela da implicação aos usos cotidianos de sentenças condicionais nas línguas naturais, por exemplo, o português. Esta associação é feita, por exemplo, ao utilizar o conectivo de implicação para formalizar sentenças condicionais, ou quando traduzimos fórmulas que contem a implicação por sentenças condicionais. Edginton (1993, p. 32), por exemplo, afirma que aqueles que acreditam que duas frases condicionais representadas por $(\neg\alpha \rightarrow \beta)$ e $(\neg\alpha \rightarrow \neg\beta)$ são verdadeiras, sustentam crenças inconsistentes. Nesse ponto, é importante ressaltar que o propósito da lógica elementar clássica não é apresentar uma descrição completa dos modos de usar (*e.g.*, enunciar, asserir, acreditar, julgar) uma determinada sentença da linguagem³. Por um lado, a lógica elementar oferece uma interpretação única para o conectivo da implicação, baseado apenas nos valores de verdades das sentenças componentes. Por outro lado, as interpretações de um falante sobre a verdade de sentenças condicionais muitas vezes

¹ Apesar de alguns preferirem a expressão ‘paradoxos da condicional material’, prefiro manter a expressão ‘implicação material’ originalmente utilizada por Lewis (1918) para referir ao aparente paradoxo. Para eximir dúvidas: implicação é o conectivo lógico vero-funcional; condicional é a sentença formada a partir da expressão “Se ..., então ...”. A sentença condicional na lógica elementar clássica é formalizada utilizando o conectivo da implicação.

² Nos manuais recentes de lógica disponíveis em língua portuguesa o conectivo implicação é simbolizado por (\rightarrow) que adotaremos no restante deste artigo. O símbolo da ferradura (\supset) utilizado anteriormente aparece em Russell & Whitehead (1910) e Lewis (1918), é mais adotado, acredito, com trabalhos de interesse histórico.

³ Neste sentido, vejo que a lógica não assume um caráter descritivo da linguagem, mas sim normativo a respeito da validade dos argumentos. Contudo, com isto não quero dizer que as ferramentas lógicas não podem ser utilizadas tornar mais preciso o trabalho de descrever a gramática da linguagem. Todavia, acredito que esta tarefa assemelha-se mais ao trabalho do linguístico do que com o trabalho do filósofo.

parecem não seguir a interpretação dada pela lógica. Uma análise adequada parece levar em conta fatores extra-lógicos, por exemplo, fatores epistêmicos, contextuais ou pragmáticos⁴.

Diante da dificuldade apresentada no parágrafo anterior, há pelo menos duas soluções plausíveis. A primeira é procurar compreender por meio da história da lógica o objetivo da introdução de símbolos para conectivos e aceitar que a interpretação verofuncional é adequada⁵. Por meio desta investigação podemos esclarecer o escopo e o limite de tais linguagens formais. A segunda solução consiste em negar que a tabela de verdade da implicação material seja suficiente para explicar a semântica de sentenças condicionais. Esta segunda alternativa pressupõe que há algo de errado com a lógica, pois a mesma não capta as nossas intuições linguísticas e, portanto, seria necessário elaborar uma alternativa que capte essas intuições. Um problema dessa alternativa é que leva a uma consequência indesejada: rejeitar a interpretação verofuncional dos conectivos nos leva a rejeição do princípio da composicionalidade proposicional. Dessa forma, entendo que cada uma destas abordagens exprime uma posição distinta nas áreas de Filosofia da Lógica e Filosofia da Linguagem. O objetivo central deste artigo é investigar cada uma destas opções e defender a primeira solução⁶.

Nas páginas seguintes procurarei tornar mais claros estes pontos sucintamente apresentados nos parágrafos anteriores. Para cumprir tal tarefa, dividi o artigo em quatro partes. Na primeira parte apresento a fundamentação filosófica da tese do composicionalismo verofuncional. Na segunda parte, exponho os ‘paradoxos’ da implicação material apresentados por C.I. Lewis (1918) e também a sua proposta de solução. Na terceira parte, apresentarei a teoria dos condicionais de Stalnaker (1968). Na quarta parte, apresento a classificação dos significados da implicação feita por Corcoran (1993). Por fim, pretendo mostrar que: a) os ditos ‘paradoxos’ da implicação material resultam, na verdade, de uma compreensão incorreta das linguagens da lógica; b) que as soluções apresentadas não são menos ‘paradoxais’ e que c) a dificuldade é dissolvida quando se amplia a compreensão sobre o papel da lógica e sua relação com as linguagens natural e artificial, corroborando com a definição da lógica como “uma teoria geral da essência de qualquer comunicação possível [...]” (Porto, 2009).

⁴ Ainda assim, uma análise deste tipo pode ser insuficiente dado que as interpretações de um falante podem variar de acordo com as intenções de cada falante.

⁵ Esta posição é conhecida como a tese da equivalência. Defensores desta tese afirmam que há uma equivalência semântica entre a implicação (material) e as frases condicionais. (Para uma discussão desta posição cf. Silva, 2010)

⁶ Ainda uma terceira alternativa seria procurar analisar as sentenças condicionais a partir das condições de assertividade e não em relação as suas condições de verdade. Por exemplo, os trabalhos de Paul Grice e Frank Jackson que apesar de investigarem fatores extra-lógicos (pragmáticos) dos condicionais não rejeitam a abordagem verofuncional.

1. Composicionalismo proposicional

1.1 Linguagens natural e artificial

O composicionalismo proposicional é uma teoria sobre a linguagem que tornou-se expressiva a partir do desenvolvimento das linguagens formais da lógica. Os trabalhos de pelo menos dois filósofos – Frege e Wittgenstein – colaboraram no desenvolvimento tanto técnico quanto conceitual desta filosofia da linguagem. A contribuição do primeiro filósofo diz respeito à introdução e ampliação do uso de quantificadores na lógica tanto em primeira quanto em segunda ordem. Penco (2006, p. 31) afirma que os quantificadores foram a chave para a virada lógica do século XX, pois permitiram um tratamento formal para a generalidade. O segundo filósofo defendeu no *Tractatus*⁷ que o composicionalismo proposicional é um composicionalismo verofuncional. A partir das novas ferramentas da lógica fregeana, Wittgenstein desenvolveu a teoria da figuração, que associada à tese da bipolaridade, estabelece uma relação estrutural entre linguagem e mundo. Assim, a partir da mencionada virada lógica teve início a conhecida virada linguística que procura investigar os problemas da filosofia a partir da análise lógica da linguagem.

Tendo em vista esses fatos e com fins de esclarecimento farei uma comparação entre as linguagens formal e natural. Por linguagem natural compreende-se a língua utilizada para a comunicação cotidiana, seja por meio escrito ou falado. Por linguagem formal (ou artificial) compreende-se uma coleção definida por um alfabeto, operadores funcionais e por regras de formação presente em qualquer lógica. Por um lado, o funcionamento da linguagem natural é algo mais complexo que o das linguagens formais. As línguas são fruto de um desenvolvimento histórico humano e suas regras de uso apesar de normatizadas seguem uma dinâmica própria e podem variar de acordo com aspectos regionais e culturais. Em comparação às linguagens formais, a linguagem natural tem um poder expressivo maior, mas também possui o inconveniente de ter mais espaço para a ambiguidade. Por outro lado, a estrutura de uma linguagem formal é mais simples. Sua gramática possui normas reduzidas, o significado de seus termos é fixo e a ambiguidade é eliminada. Contudo, o seu poder expressivo é menor dada a simplicidade de suas expressões. A expressividade de uma linguagem formal é proporcional ao nível de complexidade de suas fórmulas.

Apesar de alguns aspectos estruturais semelhantes, as diferenças entre as linguagens natural e artificial são notórias, dado que as suas finalidades também são diferentes. Frege apresenta uma metáfora que ilustra bem a diferença entre essas linguagens. Esta metáfora é apresentada no prefácio de sua *Begriffsschrit* na qual é feita uma analogia entre o microscópio e o olho humano. Por causa de sua versatilidade e facilidade de se adaptar às mais variadas situações, o olho humano é tecnicamente superior ao microscópio. Contudo, com o avançar da ciência o olho humano se mostrou insuficiente

⁷ Cf. a partir da proposição 5.0

para alcançar determinadas dimensões da natureza. Justamente para este fim o microscópio foi projetado e ele só é útil para esses casos. Um microscópio é inadequado para, por exemplo, realizar tarefas simples do cotidiano como se orientar e locomover no espaço. As lentes do microscópio não são substitutos à visão normal do olho humano. Igualmente, as linguagens formais não são um substituto a linguagem natural. As linguagens formais surgiram com certos propósitos científicos e, portanto, não devem ser rejeitadas por parecerem ser, em um primeiro contato, mais complexas e seu aprendizado possuir exigências cognitivas mais elevadas do que simplesmente utilizar a linguagem a qual alguém está habituado. Ao mesmo tempo, as linguagens artificiais não pretendem eliminar uso poético ou qualquer outro uso subjetivo e impreciso da linguagem natural. A clareza a respeito do papel de cada tipo de linguagem torna a aprendizagem da lógica mais fácil.

1.2. Composicionalismo verofuncional

A verofuncionalidade é parte do princípio fregeano da composicionalidade. Penco (2004, p. 61) apresenta esse princípio assim: “O significado de um enunciado é função do significado [sentido] das suas partes e das suas regras de composição”. Desse modo, a linguagem é vista como uma construção composta por pequenos blocos atômicos. Esse composicionalismo é proposicional, pois considera a proposição⁸ como unidade semântica básica. Usando uma metáfora: proposições são como blocos de concreto utilizados para erguer um muro. Uma proposição atômica pode ser associada a outra proposição formando uma proposição molecular (ou complexa) que por sua vez pode ser associada a outras iterativamente até se obter um discurso mais elaborado. Desta forma, a linguagem é vista como um quebra-cabeça (ou qualquer outro jogo de montar) lógico em que conhecer (ou pelo menos saber usar) uma peça é conhecer (ou saber usar) as diversas possibilidades de combinação desta peça. Para determinar se uma proposição molecular é verdadeira basta identificar o seguinte: o valor de verdade das proposições atômicas e a função de verdade de cada um dos seus conectivos. Obtendo estas informações basta operar o cálculo das funções usando os valores associados a cada proposição.

A tese da bivalência afirma a existência de apenas dois valores de verdade: o verdadeiro e o falso. Dados estes dois valores e considerando apenas operadores binários é possível obter dezesseis $(2^2)^2$ formas de combinar duas proposições. A combinação de duas proposições atômicas resulta em quatro estado de coisas possíveis, na tabela representada por cada uma das linhas enumeradas. O resultado desse raciocínio pode ser visualizado na seguinte tabela⁹:

⁸ Por proposição entendemos qualquer sentença dotada de significado e que possua um valor de verdade. Por sentença, entendemos uma sequência gramatical de palavras que contenha pelo menos um verbo flexionado. (cf. Mortari, 2001, p. 13-4). Resumindo, proposição = sentença + interpretação.

⁹ Essa tabela completa de conectivos verofuncionais é apresentada por Wittgenstein no aforismo 5.101 do *Tractatus Logico-Philosophicus*.

| | | | | | |
|-----------------|-------------------|--------------|--------------|------------------|-----------|
| <i>intuitio</i> | ISSN 1983-4012 | Porto Alegre | Vol.6 – Nº.2 | Novembro 2013 | p.239-252 |
|-----------------|-------------------|--------------|--------------|------------------|-----------|

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
|----|----------|---------|----------|----------|--------------|----------|---------------|-------------------|---------|----------|---------------|--------------|------------------------|--------------------|---------------|-------------------|-------------|---------|
| | α | β | T | V | \leftarrow | α | \rightarrow | \leftrightarrow | β | \wedge | $\neg \wedge$ | $\neg \beta$ | $\neg \leftrightarrow$ | $\neg \rightarrow$ | $\neg \alpha$ | $\neg \leftarrow$ | $\neg \vee$ | \perp |
| 1. | V | V | V | V | V | V | V | V | V | V | F | F | F | F | F | F | F | F |
| 2. | V | F | V | V | V | V | F | F | F | F | V | V | V | V | F | F | F | F |
| 3. | F | V | V | V | F | F | V | F | V | F | V | F | V | F | V | V | F | F |
| 4. | F | F | V | F | V | F | V | V | F | F | V | V | F | F | V | F | V | F |

Tabela 1 - O tabelão de Wittgenstein¹⁰

Esta tabela exhibe todos os conectivos possíveis para uma linguagem composicional e verofuncional bivalente; portanto, em qualquer linguagem digna destas três propriedades os seus conectivos devem ser um subconjunto dos dezesseis listados por essa tabela. Caso essa tabela não seja suficiente para o estudante se conformar com a tabela da implicação material, julgo que a seguinte passagem de Frege em seu artigo ‘Pensamentos Compostos’ (2002) é esclarecedora:

Mas aqui o antecedente e o conseqüente não têm nenhuma conexão interna, dirá talvez alguém. Em minha definição, porém, nenhuma conexão semelhante é exigida, [...] minha definição não tem que coincidir com o uso linguístico cotidiano, que é na maioria dos casos por demais ambíguo e flutuante para os objetivos da lógica. (FREGE, 2002, p. 81 e 82)

2. Um novo conectivo? A implicação estrita

As três fórmulas seguintes são conhecidas como paradoxos da implicação material:

$$A1. \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$A2. \neg \alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

$$A3. (\alpha \rightarrow \beta) \vee (\beta \rightarrow \alpha)$$

C. I. Lewis (1918, p. 291) argumentou a favor deste paradoxo afirmando que a função de verdade da implicação material não corresponde ao significado ordinário atribuído a expressão ‘implica’¹¹. Mais do que isso, dá origem a estranhas afirmações verdadeiras como: ‘Uma proposição verdadeira é implicada por qualquer proposição’ (A1), ‘Uma proposição falsa implica qualquer proposição’ (A2) e ainda ‘dadas quaisquer duas proposições, ou a primeira implica a segunda, ou a segunda implica a primeira’ (A3). Com o objetivo de reparar esta divergência é que Lewis propõe um

¹⁰ Os dezesseis conectivos possíveis podem ser assim nomeados: 1. Tautologia; 2. Disjunção; 3. Implicação invertida; 4. α (meta-variável); 5. Implicação material; 6. Bi-implicação material; 7. β (meta-variável) e 8. Conjunção. Uma propriedade interessante é que as colunas nove a dezesseis funcionam como um espelho das primeiras oito colunas sendo que os conectivos associados a cada coluna da segunda metade são a negação dos conectivos da primeira metade. Por exemplo, o conectivo da coluna dezesseis - a contradição - é a negação do conectivo da primeira coluna. Na décima quinta coluna está a negação da disjunção, também conhecida como barra de Scheffer.

¹¹ A respeito dos significados deste termo cf. a seção 4 deste artigo.

sistema para um novo conectivo, a implicação estrita. Esse novo sistema não é apenas extensional como a lógica clássica, mas também possui uma interpretação intensional.

O objetivo deste novo conectivo, a implicação estrita (\rightarrow), é expressar a noção de implicação lógica usualmente expressa nos usos da palavra ‘implica’, noção que não é captada pela implicação material. A definição do novo conectivo é a seguinte: uma proposição p implica estritamente a proposição q se, e somente se, é impossível ter p verdadeiro e q falso. Em termos formais:

$$(p \rightarrow q) =_{df} \neg \Diamond (p \wedge \neg q)$$

Em conjunto com este conectivo, Lewis apresenta a noção de consistência. Duas proposições (p , q) são ditas consistentes quando é possível que ambas sejam verdadeiras (ao mesmo tempo) e duas fórmulas (p , q) são inconsistentes quando é impossível que p e q sejam ambas verdadeiras (ao mesmo tempo). Nota-se que a definição apresentada é uma definição modal pois faz uso das noções de possibilidade e impossibilidade. Por esta razão, os conectivos de Lewis devem ser interpretados a partir de uma semântica intensional que vá além da semântica extensional¹². A diferença entre as duas implicações é que enquanto a implicação material procura exprimir uma relação apenas *factual* entre duas proposições, a implicação estrita procura exprimir uma relação necessária entre duas proposições. Substituições na definição anterior de implicação estrita resultam em uma nova definição que usa o operador de necessidade:

Sendo a fórmula $(p \wedge \neg q)$ equivalente à negação da implicação material $\neg(p \rightarrow q)$, podemos fazer uma substituição e reescrever a definição:

$$(p \rightarrow q) =_{df} \neg \Diamond \neg (p \rightarrow q)$$

Sabendo que os operadores de necessidade e possibilidade são interdefiníveis do seguinte modo $\Box \alpha =_{df} \neg \Diamond \neg \alpha$, e procedendo com a definição chegamos ao seguinte:

$$(p \rightarrow q) =_{df} \Box (p \rightarrow q).$$

A implicação estrita parece dar conta da interpretação intuitiva de mais frases condicionais que a implicação material. Por exemplo, considere a seguinte condicional:

C1. Se a lua é feita de queijo, então o planeta terra é redondo.

¹² Apenas na segunda metade do século XX que a semântica de mundos possíveis foi desenvolvida, favorecendo uma semântica extensional para modalidades.

Se a traduzirmos para a linguagem lógica elementar usando a implicação material, obteremos uma sentença verdadeira. Pois o antecedente ‘a lua é feita de queijo’ sendo falso é condição suficiente para a condicional ser verdadeira. Analisando a mesma frase utilizando a implicação estrita obtemos que a condicional é falsa, pois a condição de verdade anteriormente mencionada ‘é impossível ter o antecedente verdadeiro e o conseqüente falso’ é violada, dado que não é possível obter o antecedente e conseqüente verdadeiros ao mesmo tempo, uma vez que a proposição do antecedente exprime uma impossibilidade nomonológica. Dado as possíveis leis da natureza que permitissem que a lua fosse feita de queijo, provavelmente em um mundo regido por estas mesmas leis a contraparte do planeta Terra não teria a mesma composição e formato neste mundo nomonologicamente não-acessível ao mundo efetivo. Na época de C. I. Lewis, ainda não estava desenvolvida a semântica de mundos possíveis, a qual se tornou popular para interpretar proposições que envolvem modalidades. Lewis provavelmente interpretaria esta condicional como falsa dado que p e q não são consistentes, ou seja, não podem ser ambas verdadeiras ao mesmo tempo.

Apesar de aparentemente vantajosa, a implicação estrita também enfrenta dificuldades. Inclusive, as dificuldades são semelhantes àquelas da implicação material mencionadas no início desta seção. A implicação estrita possui paradoxos correspondentes àqueles da implicação material. Fazendo a substituição dos conectivos obtemos proposições similares:

$$A4. \Box\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$A5. \neg\Diamond\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

Portanto, apesar da vantagem da análise intensional, a implicação estrita não elimina os problemas para o qual ela foi proposta. Na seção seguinte analisaremos uma outra alternativa proposta na segunda metade do século XX.

2.1 Condicionalidade

Uma segunda teoria alternativa é de Robert Stalnaker (1968), apresentada como um sistema formal com um novo conectivo primitivo acompanhado de uma semântica baseada na noção de mundos possíveis. O aspecto semântico pretende elaborar um *conceito* para substituir uma noção obscura da linguagem natural e não apenas como a descrição de um conjunto de regras que regem o uso de uma expressão linguística.

Stalnaker (1968, p. 100) julga que a semântica da implicação material é incompatível com as suas intuições. Incompatível porque, se você acredita que o antecedente é falso, ainda assim, independente do estado de coisas descrito pelo antecedente acontecer ou não, você teria de concordar que a sentença condicional é verdadeira. Em sua teoria, o filósofo pretende recuperar uma conexão

implícita entre os termos componentes de uma condicional. Neste caso, as condições de verdade deslocam-se das sentenças individualmente e passam a considerar a relação existente entre elas.

A alternativa de Stalnaker baseia-se na seguinte sugestão de Frank Ramsey, um dos alunos de Wittgenstein:

Adiciona-se (hipoteticamente) o antecedente ao nosso conjunto de crenças. Consideram-se então as situações nas quais o conseqüente será verdadeiro, bem como os casos contrários. A nossa crença acerca desse condicional será então a mesma que a nossa crença sobre o conseqüente. (*op. cit.*, p. 101)

A vantagem desta sugestão é que ela é útil nos casos em que não o falante suspende o juízo a respeito do antecedente. Um problema desta solução é o seguinte. Nos casos em que se acredita na falha do antecedente, ao adicioná-lo hipoteticamente ao nosso conjunto de crenças, criamos um conjunto de crenças inconsistentes.

O próximo desafio de Stalnaker é fazer a transição das condições de crenças para as condições de verdade. A solução passa pela noção de mundo possível. Neste sentido, um mundo possível pode ser considerado um correlato ontológico ao nosso conjunto de crenças hipotéticas.¹³ As condições de verdade são estabelecidas assim:

Considere um mundo possível, que difira minimamente do mundo atual, em que A seja verdadeiro. “Se A, então B” é verdadeiro (ou falso) somente no caso de B ser verdadeiro (ou falso) nesse mundo possível. (*op. cit.*, pág. 102)

Esta análise é vantajosa por que aproveita a semântica baseada em modelos para mundos possíveis. Considere a seguinte estrutura de modelo:

$$\mathbf{M}: \langle \mathbf{K}, \mathbf{R}, \lambda \rangle$$

Em que \mathbf{K} é o conjunto de todos os mundos possíveis, \mathbf{R} é uma relação de possibilidade relativa que define a estrutura; e λ é a constante do absurdo. Se w_1 e w_2 são mundos possíveis (membros de \mathbf{K}), lê-se $w_1 \mathbf{R} w_2$ como ‘ w_2 é possível em relação à w_1 ’. Se w_1 é o mundo atual, então w_2 um mundo possível acessível em relação à w_1 . \mathbf{R} é a relação de acessibilidade entre mundos possíveis. As propriedades de \mathbf{R} definirão o nosso sistema. No mínimo, ela deve ser uma relação reflexiva, isto é, todo mundo é possível em relação a si mesmo. Se assim for, teremos um sistema do tipo T. Se acrescentarmos a transitividade temos o sistema S4, ainda mais, se acrescentarmos a transitividade e simetria temos o sistema S5¹⁴. λ é o mundo onde as contradições e suas conseqüências são verdadeiras. O seu propósito é permitir uma interpretação para ‘Se A, então B’ no caso em que A seja

¹³ Em outras palavras: um mundo possível seria o conjunto de proposições que tornariam verdadeiros os fatos descritos por nossas crenças hipotéticas.

¹⁴ T (reflexiva) + (transitividade) = S4 (reflexiva e transitiva)
S4 + (simetria) = S5 (reflexiva, simétrica e transitiva)

impossível. Ele é o único elemento que não é parte da semântica modal padrão, por isso ele está isolado na relação R . Nenhum outro mundo possível é acessível a λ .

Além da estrutura apresentada, a semântica faz uso de uma função-seletora que seleciona para cada antecedente A , um mundo possível particular onde A é verdadeiro. Dado um mundo base (w_1) no qual A seja possível, ou seja, no qual existe um mundo acessível ($w_1 R w_2$) ao mundo base em que A é verdadeiro, há uma função que assume A e o mundo base como argumento e nos fornece como resultado esse mundo no qual A é verdadeiro. A afirmação de que ‘Se A , então B ’ será verdadeira apenas no caso de B ser o caso nesse mundo em que A é verdadeiro. Uma sentença condicional é verdadeira no mundo atual quando o seu consequente for verdadeiro no mundo possível em que seu antecedente é verdadeiro. Formalmente, esta regra pode ser assim descrita (*op. cit.*, p. 103):

$A > B$ é verdadeira em w_1 se B for verdadeiro em $f(A, w_1)$;

$A > B$ é verdadeira em w_1 se B for falso em $f(A, w_1)$

As seguintes restrições são acrescentada à função-seletora (*op. cit.*, p. 104):

- (1) Para todo antecedente A e mundo base w_1 , A deve ser verdadeiro em $f(A, w_1)$.
- (2) Para todo antecedente A e mundos bases w_1 , $f(A, w_1) = \lambda$ somente se não houver um mundo possível com respeito a w_1 , no qual A seja verdadeiro.
- (3) Para todo mundo base α e antecedente A , se A é verdadeiro em α , então $f(A, w_1) = \alpha$.
- (4) Para todo mundo base w_1 e antecedente B e B^* , se B é verdadeiro em $f(B, w_1)$ e B^* é verdadeiro em $f(B^*, w_1)$ então $f(B, w_1) = f(B^*, w_1)$

A condição (1) exige que o antecedente seja verdadeiro no mundo selecionado. Isso garante que sentenças do tipo “Se a neve é branca, então a neve é branca” sejam verdadeiras. A condição (2) exige que o mundo absurdo seja selecionado apenas quando o nosso antecedente for impossível. Dado que tudo é verdadeiro no mundo absurdo, inclusive as contradições, se a nossa *função-seletora* escolher um antecedente impossível, sentenças do tipo ‘Se A , então (B e $\neg B$)’ serão verdadeiras. Além disso, o nosso mundo possível w_2 deve ser minimamente diferente do nosso mundo base w_1 . Isto quer dizer que não deve haver diferenças entre o mundo selecionado e o mundo atual, exceto por aquelas definidas implícita ou explicitamente pelo antecedente. Essas considerações dependem amplamente de considerações pragmáticas para sua aplicação. Elas sugerem, por exemplo, que a seleção seja baseada em uma ordenação de mundos possíveis em relação a sua semelhança com o mundo base. Esta é a razão das restrições (3) e (4). A terceira condição exige que o mundo base selecionado seja um dos mundos em que o nosso antecedente é verdadeiro. Não importam quais sejam os critérios para avaliar a semelhança entre mundos possíveis, não haverá nenhum mundo possível mais semelhante ao mundo base que ele mesmo. A quarta condição garante-nos que a ordenação dos mundos possíveis, seja consistente no seguinte sentido: se qualquer seleção estabelece um ordenamento w_2 como anterior a w_3

(em relação a um mundo base particular w_1), então não haverá outra seleção (relacionada a α) que estabeleça w_3 anterior a w_2 . Ainda em (*op. cit.*, p. 105) Stalnaker afirma que as condições impostas à função seleção são necessárias para tornar esta alternativa teórica aceitável como uma explicação do conceito de condicionalidade, ainda que não sejam suficientes para determinar de modo unívoco a função seletora.

Para concluir esta seção apresentamos um pouco do sistema formal. O sistema de base para tratar da lógica do condicional é um sistema modal que Stalnaker chama de C2. Esse sistema tem como conectivos o a implicação material (\rightarrow), a negação (\neg) e o condicional ($>$). A partir do conectivo condicional ($>$) pode se definir a necessidade alética:

$$\Box A =_{\text{Df}} \neg A > A$$

e a possibilidade alética:

$$\Diamond A =_{\text{Df}} \neg (A > \neg A)$$

e sete axiomas-esquemas são definidos:

- (a1) Qualquer tautologia é um axioma;
- (a2) $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$
- (a3) $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (A > B)$
- (a4) $\Diamond A \rightarrow ((A > B) \rightarrow \neg(A > \neg B))$
- (a5) $(A \rightarrow (B \vee C)) \rightarrow ((A > B) \vee (A > C))$
- (a6) $(A > B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- (a7) $(A \geq B) \rightarrow ((A > C) \rightarrow (B > C))$

Os axiomas (a3) e (a6) nos mostram que o conectivo condicional ($>$) é um conectivo intermediário entre a implicação material e a implicação estrita. Duas propriedades da implicação material e estrita não valem para o conectivo condicional. A primeira é a transitividade. De $A > B$ e $B > C$, não podemos inferir $A > C$. A segunda é a contrapositiva, a partir de $A > B$, não podemos inferir $\neg B > \neg A$.

3. Significados da implicação

Em um artigo esclarecedor John Corcoran (1993) apresenta uma lista de doze significados diferentes para a expressão 'implica' que apresentaremos nesta seção. Desses doze, considero que os

| | | | | | |
|-----------------|-------------------|--------------|--------------|------------------|-----------|
| <i>intuitio</i> | ISSN 1983-4012 | Porto Alegre | Vol.6 – Nº.2 | Novembro 2013 | p.239-252 |
|-----------------|-------------------|--------------|--------------|------------------|-----------|

três primeiros são suficientes para compreender as confusões a respeito de seu uso e os demais são elucidativos no que diz respeito aos usos comuns do termo 'implica'.

O primeiro significado é o da implicação material e coincide com o significado verofuncional apresentado na seção 2. Corcoran afirma que este significado deriva do uso matemático do termo 'implica' como abreviação da expressão 'Se ..., então ...'. Do ponto de vista estritamente matemático não há inconsistência no fato de que 'Se $2+2 = 5$ então, a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° ' e 'Se $2+2 = 5$, então a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 90° ' sejam ambas consideradas verdadeiras pois o que está em questão é apenas os valores de verdade das proposições e não se supõe nenhuma dependência entre os fatos mencionados. Em um sentido, o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo é independente da falsidade do antecedente.

O segundo significado é da implicação lógica e é usado como expressando uma relação de consequência lógica. Neste sentido 'A implica (logicamente) B' significa que B está logicamente implícito em A. Por exemplo, se uma figura geométrica possui três lados, isso implica logicamente que esta figura tem três ângulos, assumindo como premissa implícita que todo triângulo é trilateral. Ou utilizando o próprio exemplo do Corcoran: a área de um triângulo é calculado pela metade da base vezes a altura, implica logicamente que a área de um triângulo isósceles também é calculado pela mesma fórmula.

O terceiro significado é o de dedução. 'A implica B' neste sentido deve ser entendido como B pode ser deduzido de A, ou B é logicamente derivável a partir de A.

Estas três noções são intensionalmente diferentes, ainda que em alguns casos sejam extensionalmente equivalentes. Corcoran nomeia os três significados apresentados como implica-1, implica-2 e implica-3, respectivamente. A relação de equivalência extensional entre estas noções pode ser assim representada:

$$\text{implica-1} > \text{implica-2} > \text{implica-3}.$$

Todas as sentenças verdadeiras que são dedutivamente implicadas são logicamente implicadas e toda sentença logicamente implicada é materialmente implicada.

Corcoran (p. 89) afirma que Russell foi um dos primeiros a confundir significado material com o significado lógico da implicação e que a dificuldade em compreender o uso desta expressão resulta da imprecisão do uso destes diferentes significados.

Os nove significados restantes são variações destes primeiros. Corcoran afirma que outro significado é o elíptico ou entimemático. 'A implica B' como 'A-e-C implica B' no sentido de que A e uma proposição adicional C implicam B. A proposição adicional geralmente é alguma informação implícita e pressuposta na conversação. Este é o uso mais comum da linguagem ordinária. Este significado elíptico pode ser usado nos três sentidos anteriormente descritos; assim, já temos ao total seis sentidos para 'implica'.

O sétimo significado é o de 'A implica B' como 'o-fato-de-A implica B' no sentido de que A consiste em evidência suficiente para B. Neste caso, o falante se compromete com a verdade de A. Este significado também pode ser aplicado a cada um dos três primeiros. Assim, somamos nove significados.

Os três derradeiros significados estão associados à uma interpretação predicativa, permitindo que todos os termos não lógicos da sentença possam ser substituídos. Este significado de 'A implica B' como 'Para todo x, se x tem a propriedade P, então tem a propriedade Q' também pode ser interpretado substituindo o termo 'implica' pelos três primeiros significados, resultando em doze significados possíveis para o termo 'implica'.

Assim, podemos colocar a seguinte pergunta: qual o melhor conectivo a usar? Esse é um problema ainda em aberto e uma tentativa de resposta a ele normalmente estabelece uma convenção local que dificilmente poderá ser uma convenção global. Mas, uma convenção que julgamos razoável é a mencionada por Corcoran (p. 99), quando este afirma que o significado material da implicação é melhor expresso por um conectivo da linguagem e que os demais sentidos (lógico e dedutivo) devem ser expressos como relações usando símbolos da metalinguagem.

Conclusão¹⁵

Chegando ao fim deste artigo, espero ter alcançado o objetivo central apresentado na introdução, a saber, oferecer explicação adicional para a interpretação do conectivo lógico da implicação material que possa ser utilizada para enfrentar dificuldades comuns de estudantes de cursos elementar de lógica. Mostramos que filósofos como C. I. Lewis, Dorothy Edginton, Robert Stalnaker e John Corcoran também se ocuparam de algum modo do problema que abordamos aqui. Reitero que as abordagens escolhidas são pontuais e não esgotam a literatura filosófica sobre a tema da implicação material e das sentenças condicionais. Caso o leitor tenha interesse a pequena bibliografia disposta na página seguinte pode ser um ponto de partida para continuar a investigação. Assim, afirmo que o diálogo com a história, em nosso caso com a histórica da lógica e da filosofia, é importante para ampliar a compreensão sobre os fundamentos, propósitos, limites e objetivos da lógica elementar clássica. Para concluir, relembro um pensamento metafilosófico de Wittgenstein em que ele afirmar que 'ao pensar filosoficamente, vemos problemas em lugares onde não há nenhum' e, portanto, seria papel da 'Filosofia demonstrar que não há problema algum'.

¹⁵ Este trabalho consiste em uma versão revisada e ampliada de um texto apresentado no I Encontro Nacional de Pesquisa em Filosofia da UFOP realizado em 2008 na cidade de Ouro Preto. Agradeço ao prof. Cezar Mortari e ao colega Rafael d'Aversa pelas leituras atentas, correções e comentários.

Referências bibliográficas

- CORCORAN, John. (1993) *Meanings of implication*. In: *A philosophical companion to First-Order Logic*. Hackett Publishing Company. Editor: HUGHES, R. I. G. Indianapolis: Cambridge
- EDGINTON, Dorothy. (1993). *Do conditionals have truth conditions?* In: Hughes (1993). In: *A philosophical companion to First-Order Logic*. Hackett Publishing Company. Editor: HUGHES, R. I. G. Indianapolis: Cambridge
- FREGE, Gottlob. (1967) “*Begriffsschrift*” In: *From Frege to Gödel*, por Jean van Heijenoort, 1-82. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- _____. (1983) “*Sobre a justificação científica de uma conceitografia*” In: *Coleção Os Pensadores*, tradução.: Luís Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural.
- _____. (2002) “*Pensamentos Compostos*” In: *Investigações Lógicas*, tradução: Paulo Alcoforado. Porto Alegre: EDIPUCRS.
- HAACK, Susan. (2002) *Filosofia das Lógicas*. Tradução: Cezar A. Mortari e Luiz Henrique Dutra. São Paulo, SP: Editora UNESP.
- LEWIS, C. I. (1918). *A survey of symbolic logic*. Berkeley: University of California Press
- PENCO, Carlo. (2006) *Introdução à Filosofia da Linguagem*. Petrópolis: Editora Vozes.
- PORTO, André Silva. (2009) *O que é lógica?*. No prelo. Disponível em <https://sites.google.com/site/andreportoufggo/> acessado em 28 de Agosto de 2013.
- SILVA, Adriano Marques (2013) *Sentenças condicionais e bipartição semântica: uma proposta sintático-pragmática*. *Argumentos*, ano 5, n. 9 - Fortaleza, jan./jun. 2013
- SILVA, Matheus M.. (2011) 111f. *Condicionais e Implicaturas: uma avaliação das teorias da equivalência de Grice e Jackson*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.
- STALNAKER, Robert C. (1968) “*A Theory of Conditionals*.” Edited by Nicholas Rescher. *Studies in Logical Theory* (Basil Blackwell), 1968: 98-112.
- WITTGENSTEIN, L. (2001) *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: EDUSP.
- _____. *Gramática Filosófica*. Tradução: Luís Carlos Borges. São Paulo: Edições Loyola, 2003.