RAFAEL RODRIGUES TESTA

REVISÃO DE CRENÇAS PARACONSISTENTE BASEADA EM UM OPERADOR FORMAL DE CONSISTÊNCIA

Campinas

2014

Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Filosofia e Ciências Humanas

Rafael Rodrigues Testa

REVISÃO DE CRENÇAS PARACONSISTENTE BASEADA EM UM OPERADOR FORMAL DE CONSISTÊNCIA

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Filosofia e Ciências Humanas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Esteban Coniglio

Campinas

2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas
Cecília Maria Jorge Nicolau - CRB 8/338

T286r

Testa, Rafael Rodrigues, 1982-
Revisão de Crenças Paraconsistente baseada em um operador formal de consistência / Rafael Rodrigues Testa. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Marcelo Esteban Coniglio.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Revisão de crenças. 2. Lógica matemática não-clássica. 3. Epistemologia. 4. Lógica paraconsistente . 5. Contradição. I. Coniglio, Marcelo Esteban,1963-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III. Título.

<u>Informações para Biblioteca Digital</u>

Título em outro idioma: Paraconsistent Belief Revision based on a formal consistency operator
Palavras-chave em inglês:
Belief revision
Nonclassical mathematical logic
Epistemology
Paraconsistent logic
Contradiction
Área de concentração: Filosofia
Titulação: Doutor em Filosofia
Banca examinadora:
Marcelo Esteban Coniglio [Orientador]
Sílvio Seno Chibeni
Renata Wassermann
Wagner de Campos Sanz
Walter Alexandre Carnielli
Data de defesa: 16-06-2014
Programa de Pós-Graduação: Filosofia

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

A Comissão Julgadora dos trabalhos de Defesa de Tese de Doutorado, em sessão pública realizada em 16 de junho de 2014, considerou o candidato RAFAEL RODRIGUES TESTA aprovado.

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida e aprovada pela Comissão Julgadora.

Prof. Dr. Marcelo Esteban Coniglio

Prof. Dr. Sílvio Seno Chibeni

Profa. Dra. Renata Wassermann

Prof. Dr. Wagner de Campos Sanz

Prof. Dr. Walter Alexandre Carnielli

Para Luciana e Raquel,
por tudo.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente ao meu orientador, Marcelo Coniglio, não somente pelo imprescindível suporte e contribuição para esta pesquisa mas também pela amizade e paciência com que acompanhou meus estudos nestes quase nove anos em que tive o prazer de participar do grupo de lógica do CLE. O agradecimento que aqui faço, pois, tem um certo gosto de despedida – afinal é impossível não estabelecer um vínculo de amizade com pessoas que convivi por tanto tempo.

Dentre as pessoas que conheci nestes anos, agradeço ao então colega pós-doutorando e agora professor, Márcio Ribeiro, pela amizade e principalmente pelo trabalho de co-orientação desta pesquisa – muitos dos resultados aqui presentes são devido a ele. A combinação das diferentes formações das três pessoas que se envolveram neste trabalho resultou em algo que me deixou bastante satisfeito, e espero que esta parceria perdure por muito tempo.

Agradeço ao professor Walter Carnielli por todo o apoio. Difícil citar todas as vezes que precisei e pude contar com sua ajuda, pessoal e academicamente. Destaco também a participação da professora Itala D'Ottaviano em minha formação. Tenho certeza de que falo por todos os alunos quando agradeço a ela pelo vigor com que defende nossos interesses. Espero conseguir seguir o exemplo de tais professores em minha vida profissional.

Agradeço aos professores da banca pelos preciosos comentários, críticas e sugestões. Certamente quaisquer eventuais erros que ainda persistam no trabalho devem ser creditados apenas a mim.

Sou grato a todos os colegas que transformaram o Centro de Lógica em meu lar. A lista é grande, mas destaco as pessoas que mais estiveram próximas neste final de doutorado: Leandro, Teófilo, Edgar, Felipe, Henrique, Samir, Pedro e Newtinho, dentre tantos outros (vocês sabem quem são). Não posso me esquecer dos colegas que moraram comigo nesta longa fase de minha vida, pelas conversas e bons momentos. São tantos que é quase impossível nomear cada um: Sarah, Ana, Vinícius, Stoshy, Eddy, Rodrigo, Caliga, Marcelo, Kibe, Nerd, Cadu, André, César, dentre outros moradores da Rep. Zero Bala (conviver com pessoas de cursos tão diferentes certamente contribuiu com minha formação, e muitas ideias presentes nesta tese é devido a isto). Alguns destes colegas foram obrigados a me ouvir, por diversas vezes, descrever as ideias preliminaríssimas desta tese, bem como conviver comigo nos momentos de incoerentes hesitações e frustrações... além de agradecer, só posso pedir desculpas por isso.

Não poderia me esquecer também dos funcionários do CLE pelo apoio: Augusto, Eliana, Maristela, Geraldo, Marcos, Maura, Wilson, Rovilson, Regiane, dentre outros que contribuíram para fazer do CLE um local tão agradável.

Certamente os que mais sofreram com as idas e vindas da carreira que escolhi, mas que sempre me apoiaram nas difíceis decisões que precisei tomar ao escolhê-la, foi minha família. Em especial, agradeço a minha mãe Raquel (a quem dedico esta tese) e irmão Marcel, bem como ao Dito. Agradeço também a meu pai Renato, além da Érica e Eduardo.

Por fim, seria injusto não fazer um agradecimento especial à minha amiga e namorada Luciana, que de maneira consistente permaneceu ao meu lado nos momentos em que mais precisei e que possivelmente menos mereci. A ela também dedico esta tese.

Destaco o suporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), durante todo o doutorado, bem como os projetos ConsRel e LogCons, da Fapesp, além do Departamento de Filosofia e CLE, pelos eventuais apoios técnicos e financeiros.

"O universo não é uma idéia minha.

A minha idéia do Universo é que é uma idéia minha."

Alberto Caeiro (Fernando Pessoa)

Resumo

A Revisão de Crenças estuda como agentes racionais mudam suas crenças ao receberem novas informações. O sistema **AGM**, trabalho mais influente desta área apresentado por Alchourrón, Gärdenfos e Makinson, postula critérios de racionalidade para os diferentes tipos de mudança de crenças e oferece construções explícitas para tais – a equivalência entre os postulados e operações é chamado de *teroema da representação*. Trabalhos recentes mostram como o paradigma **AGM** pode ser compatível com diferentes lógicas não-clássicas, o que é chamado de AGM-compatibilidade – este é o caso da família de lógicas paraconsistentes que analisamos, as Lógicas da Inconsistência Formal (**LFIs**, da sigla em inglês).

A despeito da AGM-compatibilidade, ao se partir de uma nova lógica sua racionalidade subjacente deve ser entendida e sua linguagem deve ser efetivamente usada. Propomos assim novas construções que de fato capturam a intuição presente na **LFIs** – é o que chamamos de sistema **AGM**$\circ$. Com isso, possibilitamos a estas lógicas uma nova interpretação, na esteira da epistemologia formal. Em uma abordagem alternativa, ao se partir da AGM-compatibilidade os resultados **AGM** podem ser diretamente aplicados às **LFIs** – o que chamamos de sistema **AGMp**. Em ambas abordagens, provamos os respectivos *teoremas da representação* sempre que necessário.

Palavras-chave: Revisão de crenças, Lógica matemática não-clássica, Epistemologia, Lógica Paraconsistente, Contradição.

Abstract

Belief Revision studies how rational agents change their beliefs when they receive new information. The **AGM** system, most influential work in this area of study investigated by Alchourrón, Gärdenfos and Makinson, postulates rationality criteria for different types of belief change and provides explicit constructions for them – the equivalence between the postulates and operations is called *representation theroem*. Recent studies show how the **AGM** paradigm can be compliant with different non-classical logics, which is called the AGM-compliance – this is the case of the paraconsistent logics family we analyze in this thesis, the Logics of Formal Inconsistency (**LFIs**).

Despite the AGM-compliance, when a new logic is taken into account its underlying rationality must be understood and its language should be used. In that way new constructions are proposed, which actually captures the intuition of **LFIs** – what we call the **AGM**$\circ$ system. Thus, we provide a new interpretation for these logics, more in line with formal epistemology. In an alternative approach, by considering the AGM-compliance, we show how the **AGM** results can be directly applied to **LFIs** – resulting the **AGMp** system. In both approaches, we prove the corresponding *representation theorems* where needed.

Key-words: Belief revision, Nonclassical mathematical logic, Epistemology, Paraconsistent logic, Contradiction.

Lista de Figuras

Sumário

Lista de Acrônimos e Notação

Sistemas

AGM Sistema de Revisão de Crenças "clássico"

AGM$\circ$ Sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente baseado em $\circ$

AGMp Sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente baseado na AGM-compatibilidade

Lógicas, linguagem e consequência lógica

LPC Lógica Proposicional Clássica

LPC+ Lógica Proposicional Clássica Positiva (fragmento de **LPC**)

LFIs *Logics of Formal Inconsistency* (Lógicas da Inconsistência Formal)

mbC a menor **LFI**

L uma **LFI** arbitrária (extensão de **mbC**)

$\mathbb{L}$ linguagem (objeto)

Cn fecho (operador de consequência lógica)

$\vdash$ relação de consequência lógica

$\nvdash$ não-consequência

Conjuntos de crenças

K estado epistêmico fechado sobre Cn

K_f estado epistêmico trivial

$A, C, D...$ conjunto de sentenças

B estado epistêmico não fechado (base de crenças)

$\perp$ conjunto resíduo (*ramainder*)

$\perp\!\!\!\perp$ conjunto núcleo (*kernel*)

γ função seleção

σ função incisão

$\leq$ relação de *epistemic entrenchment*

Teoria dos Conjuntos

$\{...\}$ conjunto

$\in$ pertinência

$\notin$ não-pertinência

$\subseteq$ subconjunto

$\nsubseteq$ não subconjunto

$\subset$ subconjunto próprio

$\not\subset$ não-subconjunto próprio

$\cup$ união

$\cap$ intersecção

$\setminus$ diferença

$\emptyset$ conjunto vazio

$\mathcal{P}$ conjunto das partes

$\langle , \rangle$ par ordenado

Linguagem Lógica

$\alpha, \beta, ...$ sentenças

$p, q, ...$ sentenças atômicas

$\Gamma, \Delta, ...$ conjunto de sentenças

$\top$ *top* (tautologia)

$\mathbf{f}$ $falsum$ (contradição)

$\wedge$ conjunção

$\vee$ disjunção

$\rightarrow$ implicação

$\leftrightarrow$ bi-implicação

$\neg$ negação (clássica em **LPC** e paraconsistente nas **LFIs**)

$\sim$ negação clássica (trivializante) nas **LFIs**

$\circ$ consistência (**LFIs**)

$\bullet$ inconsistência (**LFIs**)

Introdução Geral

O tema principal deste trabalho é a dinâmica de teorias, isto é, a mudança de informações em conjuntos de crenças (chamados de estados epistêmicos) e como esta mudança pode ser considerada racional. Grosso modo, as mudanças epistêmicas que estão em foco são as **revisões de crença**[1] que ocorrem quando um agente recebe uma nova informação muitas vezes incompatível com aquelas presentes em seu estado epistêmico atual ou, analogamente, quando uma teoria passa a aceitar (incorpora) uma nova asserção[2]. Definiremos de maneira mais clara, no decorrer da tese, o que entendemos por tais termos – para fins didáticos, podemos assumir que um agente é qualquer entidade capaz de perceber o mundo e atuar nele; crença, por sua vez, é determinada relação entre um agente e uma proposição (numa certa linguagem) e estado epistêmico seria, seguindo estas definições, as crenças que podem ser atribuídas a um agente em determinado momento.[3]

[1]Outros nomes podem ser encontrados na literatura, tais como *database updating*, *theory change*, *theory revision*, *theory dynamics*, *belief change* e *belief dynamics* (respectivamente, atualização de base de dados, mudança de teoria, revisão de teoria, dinâmica de teorias, mudança de crença, dinâmica de crença) dentre outros. A despeito de algumas críticas referentes ao nome "Revisão de crenças", manteremos este por uma questão prática – é o nome mais utilizado na literatura da área.

[2]As teorias são, especificamente, conjuntos logicamente fechados de sentenças em uma determinada linguagem formal

[3]Vale notar que seguimos os termos utilizados nos trabalhos da área de Epistemologia Formal. Neste caso, devemos entender "crença" de maneira mais ampla, isto é, estritamente formal. Voltaremos a este ponto no Capítulo 1.

Revisão de crenças

A **Revisão de crenças** (*belief revision*) é a área que estuda a racionalidade da mudança de teorias, isto é, que estuda formalmente como agentes mudam suas crenças ao receberem novas informações (não necessariamente incompatíveis com as informações previamente aceitas). **Ao considerar um agente com determinado estado epistêmico, como aquele muda suas crenças ao se confrontar com uma nova informação?** Esta questão é a formulação mais geral do problema abordado nos sistemas formais que lidamos nesta pesquisa. Um agente pode ser um ser humano, um programa de computador ou qualquer sistema capaz de subscrever crenças e cujo comportamento possa ser esperado como racional.

De acordo com Sven Ove Hansson [40], esta área de pesquisa foi reconhecida como um objeto de estudo desde a metade dos anos 80 e se desenvolveu a partir de duas tradições de pesquisa convergentes: a ciência da computação e a filosofia. Em relação à computação, procedimentos para a atualização de bancos de dados têm sido desenvolvidos desde o surgimento da programação e, com o desenvolvimento da Inteligência Artificial (IA), modelos mais sofisticados para se estudar e criar agentes racionais foram propostos.[4]

Em relação à filosofia, desde a segunda metade do século 20 diversos filósofos têm, por exemplo, discutido os mecanismos pelos quais as teorias científicas se desenvolvem e desde então critérios de racionalidade têm sido propostos. Segundo Hansson [40], podemos citar os trabalhos de Isaac Levi [55, 56] como iniciais nesta área de estudo, em especial à proposta de critérios para mudança racional de crença, bem como o trabalho de William Harper [46]. O trabalho mais influente em relação a esta perspectiva é o

[4] O termo *agente* no contexto específico da IA pode ser entendido, segundo Stuart Russell e Peter Norvig [88], como um sistema computacional que utiliza conhecimento para exibir comportamento inteligente, ou seja, que é capaz de receber e fornecer informação ao mundo exterior. Um agente é racional "se faz *a coisa certa* dado aquilo que sabe."

chamado sistema **AGM** de revisão de crenças, assim nomeado devido a seus criadores, Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors e David Makinson, apresentado principalmente em [1].

A intuição a ser capturada é que as crenças não são estáticas mas evoluem com o tempo. Este fato pode ser devido a várias situações: informações novas ou previamente desconhecidas que se tornaram conhecidas pelo agente; uma nova observação ou experimento que revela um novo fato bem como uma mudança no próprio domínio de interesse, por exemplo, nos fatos do mundo conhecido pelo agente. Em todos estes casos as crenças aceitas devem ser adaptadas à nova informação ou mesmo estas podem ser ignoradas e não incorporadas ao conjunto prévio de informações.

Estas situações são válidas em quaisquer estruturas que lidem com informações (crenças, fatos, regras, dados, etc.) concernentes a um domínio de interesse e, portanto, é possível sua aplicação em diversas áreas tais como inteligência artificial (Nebel [70]), engenharia de softwares e pesquisa de mercado (Willians [102]), ontologia e web semântica (Flouris [18]), aprendizado (Kelly [52]), epistemologia (Hendricks [48]), teoria da escolha racional (Arlo-Costa e Pedersen [4]), filosofia da ciência (Hansson [42]), apenas para citar algumas áreas e autores dentre tantos outros. Vejamos alguns exemplos corriqueiros para ilustrar como a questão de revisão de crenças pode fazer parte:

Em robótica e IA O robô *Curiosity* possui um mapa do ambiente de Marte em que precisa se mover em modo automático. Neste mapa não há qualquer obstáculo em seu caminho, portanto ele pode seguir em frente. Entretanto seus sensores indicam a presença de um grande objeto em sua frente. Deve o robô duvidar de seus sensores e tentar continuar a se mover para frente? Deve ele confiar em seus sensores e duvidar do mapa que lhe programaram? Deve ele recorrer ao controlador ou programador humano para solucionar a questão?

Em banco de dados No banco de dados que contém informações sobre os usuários de uma biblioteca existe uma entrada para Jorge Luis, cuja data de nascimento é 24 de agosto de 1999. O bibliotecário recebe um novo pedido, no qual a data de nascimento de Jorge Luis é 24 de agosto de 1989. Ele não pode adicionar uma outra data de nascimento e esta não pode ser alterada com o tempo. O bibliotecário precisa decidir o que fazer: mantém a informação antiga? Substitui pela nova? Ou será que é um outro Jorge Luis, que deve ser adicionado ao banco de dados?

Em diagnósticos Acredito que se apertar o botão correto da máquina de expresso, carregada de grãos de café, terei um copo cheio da bebida. Consideremos que apertei o botão correto de tal máquina, porém o copo permanece vazio. Devo supor que não apertei o botão correto? De que a máquina não está carregada de grãos? Ou devo abandonar a informação de que a máquina está funcionando?

No cotidiano Acreditava que sempre chovia em São Paulo. Em uma manhã acordo em São Paulo e constato que o tempo está ameno, sem chuvas. Retiro de minhas crenças, portanto, o fato de que sempre chove em São Paulo.

Em alguns casos a nova informação é vista como algo a ser diretamente incorporado. Entretanto, em outros casos, a nova informação representa algo que é incompatível com o corpo prévio de conhecimento e alguma informação precisa ser retraída.

Consideremos os seguintes exemplos que ajudam a ilustrar as diferentes possíveis mudanças de crença.

Exemplo 0.1. *Quando Joseph Black conheceu os resultados dos novos experimentos de Lavoisier, ele abandonou suas crenças prévias sobre a teoria do* phlogiston *de combustão, e aceitou a teoria de Lavoisier do oxigênio.*

Joseph Black, portanto, precisou revisar suas crenças porque ambas teorias eram incompatíveis entre si, ou seja, levavam a uma contradição caso fossem consideradas conjuntamente aceitas. Este exemplo ilustra uma *revisão de crenças* causada por uma nova informação – no caso, os experimentos de Lavoisier – que contradiz as crenças previamente aceitas por determinado agente (no caso, um agente humano, Joseph Black). Antes de aceitar as novas informações, Joseph Black estava convencido de que a teoria do *phlogiston* estava correta, e a tinha como um fato concreto, não apenas como uma probabilidade. Mesmo assim, ao descartá-la, podemos dizer que sua atitude foi *racional*. Da mesma forma, seria racionalmente possível a Joseph Black evitar a contradição ao não aceitar os experimentos de Lavoisier, bastando para isso dar bons argumentos suficientes para rechaçar a nova informação recebida.

A mudança de crença que ocorre no exemplo citado é diferente da que ocorre quando o agente passa a aceitar algo compatível com suas crenças prévias.

Exemplo 0.2. *Eu não sabia o quanto chovia em Lima. Quando me foi dito que na maioria dos anos não chove, revisei minhas crenças para acrescentar tal informação.*

Neste exemplo, nenhuma crença precisou ser removida para evitar a incoerência de uma possível contradição. Temos, neste caso, uma simples *expansão*. A expansão é a operação mais simples e consiste na adição da nova informação ao conjunto previamente aceito.

Inversamente, podemos remover uma informação sem que outra seja, necessariamente, acrescentada - *contração*.

Exemplo 0.3. *Acreditava que Platão havia escrito* Hippias Maior*. Entretanto, foi-me dito que a autenticidade deste diálogo é contestata dentre os estudiosos da área como sendo de sua autoria. Abandonei, portanto, minha crença de que Platão escreveu* Hippias Maior *(sem passar a acreditar na negação desta afirmação).*

Conforme observa David Makinson [60], basicamente existem na literatura duas abordagens distintas para descrever as citadas operações de revisão de crenças: via *postulados* ou *construção explícita*. Pela perspectiva dos postulados, formula-se um conjunto de condições formais às quais as operações devem seguir, ou seja, os postulados lastram o comportamento e portanto o resultado das operações. Com as construções, são fornecidos algoritmos explícitos que representam os diferentes contextos.

Ambas abordagens não são concorrentes, mas sim complementares – ao se desenvolver uma construção explícita é possível identificar quais os resultados desejados e esperados com esta e assim atingir condições de aplicabilidade que conduzem à formulação de postulados. Inversamente, muitas vezes ao se desenvolver postulados os resultados das operações são checados com algum tipo de construção formal explícita, o que ajuda a determinar a aplicabilidade e racionalidade do conjunto de postulados propostos e leva a um refinamento dos mesmos.

Assim, demonstrar a equivalência entre determinada construção e seus postulados correspondentes é um resultado central nos sistemas de Revisão de Crenças – dizemos que uma construção é *caracterizada* por um conjunto de postulados se ela satisfaz todos os postulados e, por outro lado, qualquer operação que satisfaça estes postulados pode ser obtida por tal construção. O resultado que demonstra a referida caracterização é chamado de *teorema da representação*.

O sistema AGM

No sistema **AGM** os autores definem um conjunto de postulados de racionalidade para cada uma das principais operações em estados epistêmicos descritas anteriormente, quais sejam:

Contração. Quando se deseja retirar uma crença do estado epistêmico atual. Eventualmente é necessário retirar algumas outras para garantir o sucesso da operação.

Expansão. Quando se deseja adicionar uma crença que é compatível com o estado epistêmico atual.

Revisão. Quando se deseja adicionar uma crença incompatível com o estado epistêmico atual.[5]

A importância do sistema **AGM** e portanto a escolha deste como subsídio teórico para a nossa pesquisa se deve aos importantes resultados atingidos pelo sistema – diferentes construções explícitas, intuitivamente simples e interessantes, se mostram equivalentes, isto é, produzem exatamente a mesma classe de operações que satisfazem os postulados **AGM** para contração e revisão. Destacamos a *partial meet selection function* (função de seleção parcial), apresentada por Alchourrón [1], *epistemic entrenchment* (entrincheiramento ou arraigamento epistêmico, em uma livre tradução), apresentado por Gärdenfors [32], *safe contraction* (contração segura), apresentada por Alchourrón e Makinson [3] e *systems of Grove's spheres* (sistemas de esferas de Grove), apresentadas por Adam Grove [26].

Muitos trabalhos da literatura se utilizam dos postulados **AGM** para lidar com diferentes conceitos lógicos e noções intuitivas de notório interesse formal e filosófico: Gärdenfors [30] e Rott [86], por exemplo, expuseram as relações do conceito de não-monotonicidade e de lógicas não-monotônicas com a teoria **AGM**; Witte [103] abordou a conexão dos postulados **AGM** com a teoria de conjuntos *fuzzy* proposta por Zadeh [104] e com as lógicas *fuzzy* em geral; Martin e Osherson [66] e diversos outros autores relacionam os conceitos de **AGM** com a epistemologia bayesiana, bem como Stalnaker [96] com a teoria dos jogos; dentre tantos outros exemplos fartamente presentes na literatura e por nós utilizados para motivar as intuições presentes nesta tese.

[5] O nome "Revisão de crenças" da teoria é devido à operação homônima. Costuma-se denominar nos textos da área todas as operações, num sentido lato, de revisão – seguiremos este padrão pois acreditamos que o contexto é suficiente para especificar quando nos referimos à contração, expansão ou revisão no sentido estrito.

Além disso, alternativas formulações aos postulados foram apresentadas, bem como são estudados até hoje propriedades e efeitos destes. Muitos trabalhos têm criticado os postulados **AGM** e formalizações alternativas têm sido apresentadas, dentre as quais destacamos as lógicas doxásticas e modal dinâmica, tal como sugere Segerberg [90] e Rijke [85]. O fato é que muitos trabalhos subsequentes têm utilizado, criticado e reformulado o modelo **AGM**, fazendo deste o trabalho mais influente em revisão de crenças. Nossa escolha por ele, pois, permite-nos dialogar com inúmeros e diferentes trabalhos presentes na literatura, permitindo-nos perfigurar no centro da discussão sobre o tema – e sermos, também, utilizados e possivelmente criticados.

Diversas questões filosóficas e práticas relacionadas à revisão de crenças e particularmente ao sistema **AGM** podem ser identificadas. Subjacente às construções formais necessárias para abarcar as operações de revisão, podemos destacar, dentre tantas outras questões lógico-filosóficas, algumas pertinentes à nossa pesquisa: O que torna uma revisão *racional*? Que regras lógicas e não lógicas governam as revisões racionais de crenças? Estaria o conceito de racionalidade intrínseco à lógica subjacente de cada agente? Tais agentes obedecem, ou devem obedecer, uma mesma lógica? Qual lógica?

Racionalidade AGM

Podemos notar o papel da não-contradição em parte das respostas a estas questões – um estado epistêmico no qual uma sentença e sua negação estão presentes é chamado de logicamente contraditório. A ideia de que a contradição é algo indesejável e mesmo impossível é um dos pilares da lógica clássica (e mesmo a intuicionista) e subjaz o conceito de racionalidade adotado pelas teorias de revisão de crenças. Notadamente, a exigência de um estado epistêmico livre de contradições é um dos principais critérios de racionalidade do sistema **AGM**.

Princípio da não-contradição

Muitos sistemas têm como foco erradicar a contradição dos conjuntos de crenças, outros lidam com ela contornando-a através de seu isolamento ou mesmo suprimindo-a localmente, bem como carregando o sistema com noções tais como temporalidade e modalidades aléticas (noções de possiblidade e necessidade). Não obstante, todos estes sistemas parecem concordar que um conjunto de crenças no qual uma contradição se faz presente é algo problemático que deve ser, de alguma maneira, resolvido. Acreditamos que este ponto de vista seja muito simplista pois não captura satisfatoriamente, por exemplo, o raciocínio cotidiano de agentes não ideais, além de pressupor que a contradição fere, em si, a definição de racionalidade. Ademais, o rechaço da contradição a todo custo não tira proveito de sua presença da e de seu potencial poder informativo – muito pelo contrário.

Ora, o fato é que a presença de informações contraditórias em sistemas de crenças parece ser inevitável, e muitas vezes é a regra. Sentenças contraditórias, digamos α e $\neg\alpha$, são perfeitamente aceitáveis em conjunto e o sistema não precisa necessariamente remediar esta situação – em alguns casos, a presença conjunta de α e $\neg\alpha$ pode ser entendida como um disparador interno ao sistema para a tomada de ações lógicas. Alguns se utilizam do poder informativo das contradições e as consideram, inclusive, como necessárias e úteis ao direcionamento de um raciocínio, bem como no incentivo ao processo de aquisição de novas informações ao conjunto de crenças, tal como sugere Kevin Kelly [52]. Desta forma, um sistema de crenças capaz classificar os diferentes aspectos da consistência e de lidar satisfatoriamente com o raciocínio na presença de contradições se mostra, caso possível, bastante interessante.

Princípio da minimalidade

Outro importante princípio relacionado à maneira como uma mudança de crença é implementada é o postulado da minimalidade (ou da mudança mínima), que assevera ser o estado epistêmico resultante de uma revisão o mais próximo possível do conjunto de crenças original – em outras palavras, de todos os possíveis estados epistêmicos que satisfazem todos os outros postulados para uma revisão, deve ser escolhido, sempre que possível, aquele que retém o máximo de informação previamente aceita. Conforme veremos na tese, este princípio relaciona-se intimamente com o princípio da economia informacional e da navalha de Occam: informação custa caro, portanto perdas e incorporações desnecessárias devem ser evitadas.

A validade deste princípio, apesar de ser um consenso dentre os autores da área, depende da formulação formal exata de *mudança mínima* – o que está longe de ser um consenso. Existem diversas heurísticas para medir a perda de informação, e estas têm sido utilizadas de diferentes maneiras (como se pode perceber ao analisar algumas das distintas propostas apresentadas na literatura tais como Alchourrón e Makinson [3], Fuhrmann [20], Gärdenfors e Makinson [32], Grove [26] e Makinson[60]). Ademais, diferentes postulados capturam a intuição de perda de informação de diferentes maneiras, e diversos debates sobre qual o mais adequado se fazem presente na literatura – Gärdenfors [31], Hansson [37], Makinson [61], dentre outros.

O principal motivo para este debate é o fato de que a forma lógica das operações não são suficientes para expressar o que deve ser abandonado em uma mudança de crença e portanto informações extra-lógicas são necessárias, conforme observa Gärdenfors [31]. A maneira, pois, que estas informações extra-lógicas são estruturadas e usadas no sistema determina a interpretação do princípio da mínima mudança, o que também lastra a conexão da revisão de crenças com outras áreas tais como condicionais contrafactuais, inferência derrotável e outras, tal como sugere Makinson [62].

Princípio do fecho dedutivo

O fato é que existem diversas questões concernentes aos princípios subjacentes de racionalidade e, em geral, não existe uma maneira única de respondê-las pois tais respostas dependem da aplicação que se tem em vista. Por exemplo, uma destas questões é relativa à escolha de se representar o estado epistêmico enquanto um conjunto logicamente fechado de crenças (abordagem **AGM**) ou como um subconjunto finito da linguagem, não fechado por consequência lógica (chamado de base de crenças). No primeiro caso, dentre outras coisas, é necessário que nos postulados de racionalidade esteja presente a exigência de que os resultados das operações de revisão sejam também conjuntos logicamente fechados.

Quando o foco é apenas a representação do estado epistêmico, ambos os casos acima são mais ou menos equivalentes – é possível calcular todas as consequência lógicas da base de crenças sempre que necessário. Entretanto, quando lidamos com a dinâmica dos estados epistêmicos, a equivalência se perde.

Ao se efetuar mudanças sobre uma base de crenças é preciso que temporariamente se ignore as consequências lógicas da mesma, o que cria uma clara distinção entre as crenças explicitamente aceitas (presentes na base) e as crenças implicitamente aceitas (consequência lógica das crenças explícitas, que não podem ser diretamente alteradas mas que são indiretamente afetadas pela mudança na base). Por outro lado, em conjuntos logicamente fechados não existe a distinção entre crença explícita e implícita e portanto as opções para a mudança não se limitam à base.

Do ponto de vista computacional, a abordagem de bases de crenças se mostra mais expressiva e interessante, uma vez que é preciso lidar com um conjunto finito de crenças devido a óbvias limitações de memória e capacidade computacional do agente. Por outro lado, a necessidade de se formalizar teorias, na qual existe um comprometimento doxástico em se aceitar e lidar com as consequências lógicas das crenças, torna a abordagem

AGM também interessante de um ponto de vista lógico e filosófico.[6]

Vale notar que se o modelo **AGM** parte do princípio de que os estados epistêmicos são fechados por consequência lógica, então este pressupõe a existência de uma lógica subjacente ao sistema. Grande parte da literatura de revisão de crenças assume que esta lógica satisfaz certas propriedades chamadas suposições **AGM** – assume-se que a linguagem seja fechada por todos os conectivos lógicos convencionais e que satisfaça a *tarskianicidade*, *compacidade*, *dedução* e *supra-classicalidade*. Notadamente, uma das consequências das suposições **AGM** é o chamado *princípio da explosão* – que mostra que existe um único conjunto de crenças contraditório de todas as sentenças da linguagem, isto é, dada uma contradição que gere um estado epistêmico incoerente, então este se torna trivial.

Desta forma, de acordo com este princípio, estados epistêmicos contraditórios não são informativos e ferem frontalmente a *minimalidade*, portanto devem ser evitados – justamente é o que exige o *princípio da não-contradição*. Em suma, a utilização do sistema **AGM** para lidar satisfatoriamente com o raciocínio na presença de contradições, tal como sugerimos anteriormente, parece impossível ao se considerar o *princípio do fecho dedutivo*.

Nossa proposta

Conforme citamos no início, a ideia central da tese é desenvolver um sistema (baseado no modelo **AGM**) capaz de modelar revisões de crenças sobre estados epistêmicos contraditórios. De maneira pontual, podemos listar nossas motivações pelo seguinte (as referências específicas das respectivas motivações serão devidamente fornecidas no decorrer da tese):

[6]Do ponto de vista filosófico, naturalmente existem ainda autores que defendem a interessante distinção entre crenças explícitas e implícitas, por exemplo Gilbert Harman [45], e aqueles que defendem o contrário, por exemplo Robert Stalnaker [95].

(i) A presença de contradições em conjuntos de crenças não pode ser entendida como algo a ser evitado a todo custo. Informações contraditórias são bastante comuns, principalmente no cotidiano de agentes humanos por exemplo, e muitas vezes é preferível, por diversos motivos, manter informações notadamente incompatíveis entre si. A despeito do status de teorias contraditórias, é inegável o fato de que em muitos casos estas são bastante informativas, sendo desejável, pois, estabelecer raciocínios bem fundamentados a partir das mesmas. Desta forma, nosso sistema deve permitir a possibilidade de uma operação que lide com estes fatos.

(ii) Mesmo que seja estritamente necessário a manutenção de teorias livres de contradições (como por exemplo em conjuntos de sentenças normativas), é possível (e, conforme pretendemos argumentar, muitas vezes necessário) que se aceite a presença de contradições ao menos temporariamente, isto é, em um estado intermediário de raciocínio – esta ideia será central em nossa sistema.

(iii) O processo de aprendizagem, por exemplo, pode ser visto como algo guiado por contradições – muitas vezes uma crença pode ser entendida como uma hipótese a ser checada (testada). A contradição gerada por uma incorporação (guiada por uma observação, por exemplo) pode ser entendida como um estímulo para a procura de novas informações, e não necessariamente como um incentivo para a exclusão de informações previamente aceitas.

(iv) Do ponto de vista teórico-dedutivo e argumentativo, é notória a importância da contradição enquanto uma ferramenta de demonstração de teoremas – classicamente, se assumimos a presença da negação de uma fórmula e constatamos uma contradição então temos a demonstração de que a fórmula é válida. Pretendemos que nosso sistema seja versátil o suficiente para também ser capaz de capturar este conceito de demonstração e argumento apagógico.

(v) O discurso argumentativo, pois, também parece ser guiado por contradições – a lógica dialógica, por exemplo, trabalha com a ideia de dois agentes distintos dialogando entre si na qual a contradição é um fenômeno a ser buscado, justamente por ser ele que demonstra o possível erro do interlocutor. Desejamos que nosso sistema seja compatível com esta racionalidade.

(vi) O princípio da economia informacional deve fazer parte da racionalidade de nosso sistema. Excluir uma crença apenas porque uma nova informação incorporada ao conjunto a contradiz parece ser incompatível com tal princípio, uma vez que o rechaço da contradição não é algo logicamente necessário ao sistema – a importante relação entre minimalidade e não-contradição, portanto, deve ser explorada.

(vii) Agentes humanos intuitivamente atribuem um maior peso a determinadas informações do que a outras – este conceito, central na aplicação do princípio da economia informacional do sistema **AGM** de revisão de crenças, deve estar presente e ser satisfatoriamente explorado em nosso novo modelo.

A ideia central, portanto, não é simplesmente discutir se teorias contraditórias existem ou não porém construir um sistema que lide satisfatoriamente com elas. As lógicas paraconsistentes se baseiam justamente no estudo de teorias contraditórias porém não triviais, sendo este o arcabouço teórico que utilizamos em nosso sistema. Conforme salientam Walter Carnielli, João Marcos e Marcelo Coniglio [9], o significado da paraconsistência como um programa filosófico que se atreve a ir além da consistência se baseia na possibilidade (formal, epistemológica e matemática) de se beneficiar com a distinção entre afirmar, numa linguagem formal ou natural, coisas opostas e incompatíveis e assegurar a não-trivialidade de uma teoria, formal ou não. O maior desafio da paraconsistência, pois, é enfraquecer o fecho dedutivo o suficiente para evitar que teorias contraditórias trivializem e ainda assim manter uma linguagem forte o suficiente para moldar uma lógica significativamente expressiva.

A paraconsistência

Foi no início do século XX, devido a fatores conjunturais vigentes, que autores tais como Łukasiewicz e Vasiliev propuseram uma nova abordagem à não-contradição, sendo esta época considerada a aurora das lógicas não-clássicas contemporâneas.[7] Foi entre os anos 40 e 60 que os primeiros sistemas de lógica paraconsistente apareceram, tais como os trabalhos de Stanisław Jaśkowski [50], David Nelson [73] e Newton da Costa [12].

Foi nesta época, inclusive, que o papel da negação foi repensado também na filosofia da ciência. De acordo com Carnielli, Marcos e Coniglio [9], o falsificacionismo de Popper [79] apresentava a ideia de que falsificar uma proposição, como um passo epistemológico para refutá-la, não é o mesmo que assumi-la como falsa. Isso levou Popper a pensar em uma lógica aparentemente paraconsistente (Popper [77]), dual ao intuicionismo, sendo entretanto rejeitada mais tarde por ser demasiada fraca para ser útil (Popper [78]) – seu discípulo David Miller mais tarde argumentou a necessidade do caráter paraconsistente para lidar com o falsificacionismo (Miller [69]).[8]

A intuição de que a consistência de uma fórmula não deveria ser o único requisito suficiente para garantir sua explosividade estava presente no primeiro sistema de da Costa, o que ele chamava de "bom comportamento". Em sua tese de Livre Docên-

[7] Um dos fatores que contribuiu para esta aurora deriva-se do ambiente matemático do final do século XIX e do empreendimento teórico que se seguiu à crise dos fundamentos da matemática, o que fomentou diferentes projetos teóricos tais como o logicista, o formalista e o intuicionista, permitindo assim uma depuração e análise dos fundamentos da lógica (para uma interessante introdução à história da lógica paraconsistente, sugerimos o trabalho de Evandro Gomes e Itala D'Ottaviano [24])

[8] Expomos a proximidade de nosso sistema com estas ideias e a possibilidade de se abordar formalmente o falsificacionismo popperiano com nosso sistema de revisão de crenças. Vale salientar que não pretendemos formalizar aquela teoria, bem como perceber que o termo "crença" denota conceitos distintos em ambos os casos – conforme já frisamos, tal termo em Revisão de Crenças é algo bastante geral e formal. Desta forma, o falsificacionismo deve ser entendido apenas como a teoria a qual baseamos nosso aparato formal, mas tal aparato não pretende explicar e tampouco fundamentar aquela.

cia, da Costa [12] resumiu em uma lista as características as quais um sistema, caso paraconsistente, deve satisfazer:[9]

- O princípio de não-contradição não deve ser válido em geral.
- A partir de duas sentenças contraditórias, não deve ser possível, em geral, derivar todas as outras.
- O sistema deve conter a maior parte de esquemas e regras da lógica clássica, desde que estes não interfiram com a paraconsistência.
- A extensão destes cálculos a sistemas quantificados deve ser imediata.

Contemporaneamente as Lógicas da Inconsistência Formal, desenvolvidas por Marcos e Carnielli e exploradas em [9] introduzem a consistência como uma noção primitiva – de fato, as **LFIs** são lógicas paraconsistentes que internalizam as noções de consistência e inconsistência na linguagem objeto. Pelo seu grande poder expressivo e desenvolvimento recente, utilizamos esta família de lógicas para construir o sistema de revisão de crenças paraconsistente que apresentamos neste trabalho.

As Lógicas da Inconsistência Formal

Tradicionalmente, a presença de contradições em um corpo de conhecimento (ou teoria) e o fato de que tais teorias são triviais – respectivamente, contraditoriedade e trivialidade – são considerados inseparáveis, ou seja

$$\text{Contradição} = \text{Trivialidade}$$

Uma consequência disto é que o conceito de consistência e não-contradição são equiparados. Notadamente, as lógicas paraconsistentes desafiam justamente este fato. Ade-

[9]Vale dizer que o termo *paraconsistência* só seria introduzido em 1975, pelo filósofo peruano Miró Quesada durante o III SLALM, em Campinas.

mais, ao se internalizar o conceito de consistência na linguagem, é possível explicitar a relação

$$\text{Contradição} + \text{Consistência} = \text{Trivialidade}$$

A ideia principal das **LFIs** é considerar um novo operador de consistência $\circ$, primitivo ou não, de maneira que $\circ\alpha$ denota que α é consistente, de modo que (para qualquer **LFI** denotada pelo operador de consequência $\vdash$):

$$(1)\ \alpha, \neg\alpha \nvdash \beta$$

em geral, porém sempre vale que

$$(2)\ \alpha, \neg\alpha, \circ\alpha \vdash \beta$$

Consistência, não-contradição e coerência

Tendo em vista as importantes distinções feitas pelas **LFIs**, contradição não é equivalente à inconsistência e, reciprocamente, a consistência não equivale à não-contradição. Certamente é possível afirmar que se uma sentença é consistente então não vale a contradição, e se vale a contradição então a sentença é inconsistente, porém estes são teoremas das **LFIs** (a serem demonstrados nos momentos oportunos).

Importante observar, também, que estados epistêmicos ou teorias contraditórias são aquelas nas quais há ao menos uma contradição – o que, em um paradigma clássico, costuma ser chamado de estado epistêmico *inconsistente*.[10] O que chamamos de esta-

[10]Para adequar a notação e evitar uma má interpretação, sempre que o contexto exigir (e permitir) trocaremos os termos "consistente" e "inconsistente", referentes a sentenças e teorias, por "não-contraditório" e "contraditório" respectivamente, obviamente procurando sempre respeitar e manter a ideia original das obras a serem referidas; em citações, preferimos ressalvar a interpretação correta (isto é, adequada à nova terminologia mais perceptiva) entre colchetes. Certamente algumas vezes o contexto no qual os termos "consistente" e "inconsistente" são utilizados são suficientes para especificar seu sentido – clássico ou em relação à interpretação das **LFIs** –, e tal alteração não se faz necessária. Ademais, vale observar que os termos "incoerente" e "trivial" muitas vezes são por nós assumidos como

dos epistêmicos coerentes, nesta tese, são aqueles que não são contraditórios ou, caso o sejam, a sentença envolvida em cada uma das contradições não é consistente – e portanto o estado epistêmico não é trivial, tal como elucidado pelas situações (1) e (2) supracitadas.[11]

Revisão de crenças com operador de consistência

O Sistema **AGM**$\circ$ de Revisão de Crenças Paraconsistente que propomos baseia-se fortemente no operador formal de consistência $\circ$. Isto significa que as próprias construções, e portanto também os postulados, assumem tal operador como algo central. Em um paradigma estático (isto é, quando o foco é a relação de consequência lógica) este já é o caso. Ao se assumir a consistência da sentença envolvida em uma contradição, então temos como consequência uma trivialização (tal como elucidado no caso (2) supracitado) – o que, de certa forma, captura e descreve a intuição presente na expansão.

A ideia, pois, é incorporar também na contração a noção de consistência – neste caso, interpretamos (nesta pesquisa) que uma crença ser consistente significa que a mesma não é passível de ser retirada do conjunto de crenças em questão. Em uma abordagem alternativa, apresentamos um sistema mais próximo de **AGM**, que não internaliza tal noção – sistema **AGMp**. Deixamos os detalhes técnicos, bem como as principais intuições e construções lógicas, para serem apresentados nos capítulos específicos.

O que nos interessa, neste momento, é o fato geral de que um Revisão de Crenças Paraconsistente permite justificar, logicamente e racionalmente, a existência de estados epistêmicos contraditórios, e permite perfazer raciocínios sensatos sobre estes – não apenas uma trivialização. Propomos, dentre várias outras coisas, que este fato pode ser

sinônimos. Utilizamos também o termo “incompatível”, porém de maneira informal, isto é, em seu sentido usual.

[11] O objetivo é retomar a justificativa coerentista, a ser apresentada em 1.2.2, e representar a ideia de que um agente pode ser coerente mesmo quando retém crenças contraditórias.

entendido como uma possível solução (ou ao menos uma abordagem distinta) de alguns problemas concernentes ao sistema **AGM** de Revisão de crenças – notadamente, aqueles cujas limitações são justamente tais conjuntos contraditórios.

Identidade de Levi e revisão externa

Um dos problemas do modelo **AGM** expostos por Sven Ove Hansson [39][12] é o fato de que algumas operações interessantes não são representáveis no mesmo. Este problema pode ser melhor entendido ao assumirmos o princípio introduzido por Levi [55] de que mudanças de crenças complexas podem ser reduzidas a operações mais simples:

Princípio da decomposição (Fuhrman [20]) Toda mudança de crença legítima é decomponível em uma sequência de contrações e expansões.

Vale frisar que tal princípio não deve ser entendido como uma exigência de que uma mudança de crença seja de fato efetuada como uma iteração destas operações, uma contração e uma expansão por vez. A ideia na verdade é prescrever que o resultado de operações complexas seja exatamente o mesmo caso estas fossem efetuadas como iterações das duas sub-operações supracitadas.

Conforme exposto anteriormente, o objetivo de uma operação de revisão é incorporar uma nova crença ao conjunto inicial garantindo que o conjunto resultante não seja contraditório. Tendo em vista o princípio da decomposição, o primeiro objetivo pode ser definido como a expansão do estado epistêmico pela sentença em questão, enquanto que o segundo pode ser atingido pela contração prévia por sua negação. Assim, podemos construir formalmente uma revisão da seguinte maneira:

(1) Contração pela negação da sentença

[12] As observações a seguir seguem as considerações levantadas no referido artigo.

(2) Expansão pela sentença

Esta definição formal é conhecida como identidade de Levi – o autor que primeiro introduziu o princípio da decomposição. Entretanto, em **AGM** não é possível perfazer estas duas operações na ordem inversa pois a expansão do estado epistêmico pela sentença a ser revisada pode ser contraditória e, dada uma linguagem clássica, um estado epistêmico contraditório é trivial (conforme já ilustramos).

Caso excluamos dos princípios clássicos de racionalidade **AGM** a exigência de que estados epistêmicos sejam teorias (conjuntos logicamente fechados) então podemos perfazer uma revisão tanto na ordem apresentada pela identidade de Levi quanto em sua ordem inversa, qual seja:

(1) Expansão pela sentença

(2) Contração pela negação da sentença

O fato é que estas duas apresentações para a revisão diferem tanto intuitivamente quanto em suas propriedades lógicas, conforme afirma Hansson [41]. Intuitivamente, estas operações correspondem a duas situações distintas – a não-contradição é respeitada em cada passo da operação contração-expansão (identidade de Levi) o que gera, ademais, um estado temporário de não-comprometimento no qual nem a sentença nem sua negação são aceitas no estado epistêmico. Por outro lado, a operação expansão-contração (identidade de Levi inversa) gera um possível estado contraditório no qual tanto a sentença quanto sua negação são temporariamente aceitas no estado epistêmico.

Segundo Hansson, a ideia intuitiva é que a operação expansão-contração é mais plausível quando é óbvio que a nova informação deve ser aceita, porém menos óbvio qual crença prévia deve ser abandonada para que a nova informação seja satisfatoriamente incorporada. Por outro lado, quando há um momento de hesitação no qual nem a nova crença nem sua negação são aceitas, a operação contração-expansão é mais plausível.

Esta interessante distinção, porém, se perde quando assumimos uma racionalidade na qual os estados epistêmicos são teorias (dedutivamente fechadas por um operador clássico, de caráter não paraconsistente) e, portanto, a operação expansão-contração não é definível. Não obstante, permitir tal distinção exige, quando se tem em vista apenas o fecho clássico, excluir da racionalidade subjacente ao sistema o fato de que estamos lidando com conjuntos de crenças logicamente fechados, o que também não é algo interessante quando o foco é justamente lidar com teorias (tal como sugere Hansson [41], por exemplo). Notadamente, caso definamos um sistema no qual seja possível lidar com teorias contraditórias, podemos combinar o poder expressivo da definibilidade das duas revisões acima descritas com os princípios de racionalidade da teoria **AGM** – este justamente é um de nossos objetivos com o sistema apresentado nesta tese.

Revisões não prioritárias

Outro importante problema presente no modelo **AGM** de revisão de crenças e que pretendemos solucionar (ou ao menos propor uma possível solução) com nosso novo sistema também é relativo à decomposição – existe um interessante tipo de operação (do ponto de vista intuitivo e de suas propriedades lógicas) também não definível no modelo **AGM** (a não ser que, novamente, deixemos de lidar com teorias). Tal operação, chamada de semi-revisão, consiste em se aceitar temporariamente a nova informação e, caso esta gere uma contradição, retoma-se a coerência do estado epistêmico resultante contraindo-se a sentença recém adicionada ou uma das previamente aceitas.

No modelo **AGM** é notório o fato de que a sentença a ser incorporada é sempre aceita no novo estado epistêmico, ou seja, esta tem um caráter prioritário (fato também chamado de princípio da primazia da nova informação). Na semi-revisão, entretanto, é possível que isto não ocorra (por tal motivo, esta operação perfigura naquilo que se chama de revisões não-prioritárias). Esta operação pode ser definida da seguinte maneira:

(1) Expansão pela sentença

(2) Consolidação do estado epistêmico resultante

Consolidação, no caso, é a operação que torna o estado epistêmico novamente não contraditório, e consiste na contração das contradições do conjunto – o que possivelmente retira a própria sentença recém incorporada. Uma de suas variantes, a consolidação local desenvolvida por Renata Wassermann [100], retira apenas algumas sentenças contraditórias, ou seja, consolida apenas uma parte do estado epistêmico resultante. Desta maneira, é possível que o conjunto final de crenças ainda seja contraditório. Notadamente, pelos mesmos motivos já explicitados, estas operações não são definíveis no modelo **AGM**, sendo definidas apenas em bases de crença.

Entretanto, vale observar que o sistema **AGM** também permite se perfazer revisões não-prioritárias caso estas sejam definidas de maneira que não haja um estado intermediário contraditório. Grosso modo, tais operações seguem os seguintes passos:

(1) Decisão se a sentença deve ou não ser aceita

(2) Caso aceita, o conjunto é revisado pela mesma

Uma operação que segue estes passos é a *screened revision*, desenvolvida por Makinson, na qual considera-se um conjunto de crenças que são imunes à revisão, chamado de núcleo – o conjunto de crenças deve ser revisado pela sentença a ser incorporada apenas se esta não for contraditória com a intersecção daquele e do núcleo. Em seguida, perfaz-se a revisão, porém com a restrição de que nenhum elemento da referida intersecção seja retirado.

Outras revisões não-prioritárias definidas sob **AGM** são a *credibility-limited revision* e revisão seletiva nas quais, grosso modo, considera-se o fato de que é possível incorporar algumas crenças, outras não. As que são aceitas formam um conjunto de sentenças críveis – caso uma sentença seja elemento de tal conjunto, o estado epistêmico é revisado por ela. Caso contrário, o conjunto inicial de crenças permanece inalterado.

A semi-revisão é uma interessante generalização – nas revisões não-prioritárias, a nova informação é sempre totalmente aceita ou rejeitada. Na semi-revisão, é possível que seja aceita apenas uma parte da nova informação, o que parece se aproximar mais de nossa ideia intuitiva de incorporação de crenças.

Em suma, podemos destacar as operações em bases e conjuntos de crenças pelo seguinte:

	Conjuntos de Crenças	Bases de Crenças
Contração-Expansão	Revisão interna	Revisão interna
Expansão-Contração	**Revisão externa (apenas nos sistemas de Revisão de Crenças Paraconsistentes)**	Revisão externa

Figura 1: Revisões prioritárias

	Conjuntos de Crenças	Bases de Crenças
Decisão-Revisão	*Screened Revision*, *Credibility-limited Revision*, Revisão seletiva, dentre outras	
Escolha Integrada	modelos não-prioritários baseados no *epistemic entrenchment* e esferas de Grove não-prioritárias, dentre outras	
Expansão-Consolidação	**Semi-Revisão (apenas nos sistemas de Revisão de Crenças Paraconsistentes)**	Semi-Revisão

Figura 2: Revisões não-prioritárias

As tabelas apresentadas (adaptadas da proposta por Hansson [39]) salientam quatro coisas: (i) os estudos no esquema decisão-revisão têm sido desenvolvidos apenas em conjuntos de crença; (ii) os estudos no esquema expansão-consolidação têm sido desenvolvidos apenas em bases; (iii) o mesmo ocorre com a revisão externa, que pode ser entendida como um caso particular de uma semi-revisão no qual a consolidação é atingida necessariamente pela contração da negação da sentença incorporada; e (iv) os sistemas de revisão paraconsistentes que desenvolvemos nesta tese permitem a realização de revisões e semi-revisões nos esquemas expansão-contração e expansão-consolidação respectivamente.

O fato (i) é bastante compreensível se considerarmos que o esquema decisão-revisão se mostra necessário apenas para evitar um contraditório estado epistêmico intermediário (o que é necessário apenas quando lidamos com conjuntos). Ademais, adaptar as construções destes modelos para abarcar também bases de crenças, além de desnecessário, é algo relativamente simples. O caminho oposto, entretanto, representa o verdadeiro desafio – definir em conjuntos de crenças as construções atualmente apenas possíveis em bases (revisão externa e semi-revisão, ilustrados pelos fatos (ii) e (iii)) exige não apenas uma adaptação das construções formais mas também uma mudança substancial em seus princípios lógicos subjacentes e justificativas – o que pretendemos de fato fazer.

Revisão de crenças paraconsistente: uma breve genealogia[13]

Por fim, é digno de observação que existem na literatura alguns trabalhos que definem diferentes sistemas de Revisão de Crenças Paraconsistentes, porém estes assumem pressupostos filosóficos e práticos distintos do que apresentamos nesta tese. Para permitirmos uma comparação, sugerimos o fato de que há ao menos três possíveis abordagens em relação ao desenvolvimento de tais sistemas, enumeradas a seguir em relação à proximidade com o sistema **AGM** clássico:

[13] Utilizamos o termo *teorias paraconsistentes* para aludir a uma teoria cuja lógica subjacente é a paraconsistente (entendida com uma lógica que obedece os já expostos critérios sugeridos por da Costa).

(i) Assumir e utilizar exatamente as mesmas construções formais do Sistema **AGM** de Revisão de Crenças. Desta forma, a única diferença em relação ao paradigma clássico é assumir um fecho paraconsistente e interpretar suas consequências lógicas de acordo com as justificativas práticas e filosóficas que se queira abarcar.

(ii) Partir das construções formais do Sistema **AGM** e estender os possíveis resultados, ou seja, definir sobre teorias paraconsistentes, a partir de **AGM**, novas operações não definíveis em teorias sobre um fecho clássico.

(iii) Redefinir e reinterpretar, sobre teorias paraconsistentes, as construções formais do Sistema **AGM** e estender os possíveis resultados.

A primeira abordagem, apesar de extremamente relevante e interessante do ponto de vista filosófico (e lógico-filosófico), se mostra desinteressante do ponto de vista lógico-formal ao se considerar os fortes resultados da AGM-compatibilidade recentemente desenvolvidos (ou melhor, se mostram casos particulares desta). A partir de tal resultado, a definibilidade dos postulados de **AGM** (e a validade dos teoremas da representação para as construções existentes) de determinadas lógicas são válidas de maneira direta – e o maior desafio, pois, é interpretar os resultados **AGM** sobre os conceitos abordados nas respectivas lógicas. Este é o caso, por exemplo, das várias lógicas paraconsistentes e em particular das Lógicas da Inconsistência Formal.

De acordo com o ponto de vista que se tenha em relação ao fenômeno da paraconsistência, definir um sistema que siga esta abordagem é o único caminho viável, conforme salientamos na seção A.0.3. Por exemplo, ao se assumir que o princípio da não-contradição deva ser totalmente abandonado então é razoável assumir que toda revisão possa ser reduzida a uma simples expansão – mesmo que o resultado final seja contraditório (desde que não trivial).

Por outro lado, ao se assumir que a paraconsistência permite o raciocínio sensato sobre teorias contraditórias, mas que tal caráter contraditório não é algo a ser necessariamente mantido e tampouco buscado, então a primeira abordagem não é suficiente para capturar as construções formais necessárias para abarcar estas justificativas.

Assim, de maneira complementar à primeira abordagem, ao se partir da AGM-compatibilidade é possível estender o sistema ao se definir operações antes não definíveis. O interesse lógico-formal desta abordagem é justamente a existência de novas construções, bem como o desafio de fazê-las de maneira a se demonstrar os teoremas da representação – vale notar que nosso sistema alternativo de Revisão de Crenças Paraconsistente **AGMp** assume exatamente esta perspectiva.

A grande vantagem de um sistema que segue a referida estratégia é justamente estender os resultados **AGM** de maneira necessária a solucionar ou ao menos elucidar algumas questões presentes no sistema **AGM**, porém fazê-lo de maneira próxima o suficiente para conseguir dialogar com aquele – e de fato ser interpretado como uma possível solução às questões em aberto de **AGM** e não apenas como mais um distinto sistema. Consideramos o trabalho apresentado pelo autor (Testa [98]) como um dos iniciais desta abordagem – na qual é sugerida a construção de uma revisão externa via paraconsistência, que originou o sistema **AGMp** apresentado nesta tese.

O sistema principal que apresentamos, **AGM**$\circ$, potencializa o uso da lógica subjacente ao incorporar nas construções a nova linguagem – nos postulados das diferentes operações e na construção explícita da operação de contração. Seguimos, portanto, a terceira abordagem citada – desnecessário salientar o grande interesse lógico-filosófico desta abordagem (cf. Seção 4.3.2).

O fato é que a sugestão de sistemas de Revisões de Crenças Paraconsistentes em si não é algo novo. Podemos citar as observações de Priest e Tanaka [80] a este respeito (ao menos em relação à primeira abordagem) – não expomos tais trabalhos nesta tese, porém algumas de suas consequências são por nós interpretadas tendo em vista os fortes pressupostos filosóficos (ontológicos) assumidos por estes.

Um mapa da tese

O **Capítulo 1** é um a introdução aos temas abordados com algumas ideias novas já presentes – grosso modo apresentamos a teoria de Revisão de Crenças de uma maneira geral, tendo em vista principalmente as definições expostas por Gärdenfors.

Os **Capítulos 2 e 3** apresentam os citados Sistemas **AGM** e de bases de crenças presentes na literatura, bem como antecipa alguns resultados em relação à AGM-compatibilidade, explorada principalmente por Flouris e posteriormente por Ribeiro e Wassermann.

Os **Capítulos 4 e 5** podem ser considerados como o cerne da tese, nos quais apresentamos nosso sistema **AGM**$\circ$ de Revisão de Crenças Paraconsistente bem como as semi-revisões para o mesmo.

O **Capítulo 6** também é central – apresentamos o alternativo Sistema **AGMp** baseado na AGM-compatibilidade.

No **Capítulo 7** concluímos e resumimos nossas contribuições, bem como levantamos questões em aberto que merecem uma atenção em trabalhos futuros.

Publicações

Parte dos resultados expostos nesta tese foram publicados ou apresentados à comunidade acadêmica durante o período do doutorado, em *workshops*, conferências e seminários. Listamos a seguir tais publicações em ordem cronológica.

1. "Sobre o conceito de 'racionalidade' na teoria da escolha: preferências, consistência e paraconsistência" [97] apresentado no XIV Encontro Nacional da ANPOF , 2010.

2. *"External Revision in Belief Sets via Paraconsistency"* [98] trabalho conjunto com Marcelo Coniglio e Márcio Ribeiro, apresentado no 12th Asian Logic Conference

(ALC2011), resumo publicado no The Bulletin of Symbolic Logic.

3. "Aspectos de Revisão de Crenças em **LFIs**", apresentado no XIII Encontro Nacional da ANPOF, 2012.

4. "Revisão de Crenças em Lógicas Paraconsistentes: Novas Perspectivas à justificativa coerentista?", apresentado nos seminários GTAL-CLE, 2013 (draft disponível online em sites.google.com/site/rafaeltesta/Home/research).

5. *"A system of Belief Revision based on a formal consistency operator"*, apresentado nos seminários GTAL-CLE, 2014 (draft disponível online em sites.google.com/ site/ rafaeltesta/Home/research).

Capítulo 1

Sistemas genéricos de crenças

Definimos neste capítulo um sistema genérico de crenças, cujos elementos são os principais aparatos para a investigação formal da teoria descrita neste trabalho, qual seja, o estudo da mudança e dinâmica de crenças[1]. De acordo com Gärdenfors [28], os fatores que formam o núcleo de tais sistemas são quatro: (i) uma representação do estado epistêmico, isto é, daquilo que é alterado em uma revisão, (ii) a classificação das atitudes epistêmicas que descrevem o status das crenças, (iii) os disparadores externos ao agente que motivam as mudanças de crenças, chamados de entradas epistêmicas e, por fim, (iv) uma classificação destas mudanças.

[1]Vale notar que o termo crença é muito amplo, sendo geralmente utilizado pelos filósofos analíticos contemporâneos e epistemólogos formais para se referir simplesmente à atitude que se tem quando algo é assumido como verdadeiro. Tal como os diversos trabalhos da área de revisão de crenças presentes na literatura, utilizamos "crença" em um sentido bastante abrangente, podendo em alguns casos, de acordo com a aplicação do sistema que se tem em vista, ser tomado como "conhecimento" – porém nosso sistema formal não assume o ponto de vista de que conhecimento seja um tipo de crença, apenas denotamos a generalidade da formalização e suas possíveis aplicações à epistemologia formal. Tendo em vista tal generalidade, utilizamos *crença*, *informação*, *sentença*, dentre outras, como sinônimas, e acreditamos que o contexto é suficiente para perceber tais usos.

1.1 Estados epistêmicos em geral

O *estado epistêmico*[2] de um agente é a representação formal de tudo aquilo que ele acredita em determinado momento. Segundo Gärdenfors [28], esta representação não deve ser entendida como uma entidade psicológica, mas sim como uma representação idealizada do estado cognitivo de um agente em determinado momento, ajustada de acordo com determinados critérios de racionalidade que lastram o sistema de crenças em questão.

O sistema que tratamos no capítulo 2, qual seja, a teoria AGM de revisão de crenças assume os critérios de que os estados epistêmicos não são contraditórios e são fechados sobre consequência lógica – critérios defendidos por Levi [56][3]. Os agentes humanos, entretanto, possuem certas limitações – não são capazes de perfazer todas as inferências e delimitar todas as conclusões necessárias para saber quais as consequências de suas crenças.

Estas limitações são tratadas na literatura como o *problema da onisciência lógica* – a exigência de que o agente saiba todas as consequências lógicas de suas crenças (ou seja, a exigência de que o conjunto de crenças do agente seja de fato fechado sobre consequência lógica) e que portanto este também aceite todas tautologias lógicas. Os vários problemas associados à onisciência lógica podem ser resumidamente pontuados

[2]Muitos autores afirmam que o termo "estado epistêmico" utilizado por Gärdenfors faz alusão a um conhecimento metodologicamente construído, em oposição às opiniões e crenças individuais – a palavra $\grave{\epsilon}\pi\iota\sigma\tau\grave{\eta}\mu\eta$ (episteme) pode ser entendida como o conhecimento verdadeiro, racional e científico. Desta forma preferem o termo "estado doxástico", haja vista que a palavra $\delta o\xi\alpha$ (doxa) pode ser entendida como uma crença comum ou opinião, e não faria alusão, portanto, a um conhecimento. Preferimos manter o termo "epistêmico", que ainda é o termo mais utilizado na literatura, ressaltando que aludimos apenas a uma crença racionalmente justificada por determinados critérios e tendo em vista as observações levantadas na nota anterior.

[3]Neste trabalho, considerado um dos pilares sobre os quais as teorias de revisão de crenças foram construídas, o autor argumenta que um estado epistêmico (chamado por ele de corpo de conhecimento, ou *corpus*) deve ser assumido como consistente e dedutivamente fechado. Um corpo inconsistente, segundo Levi, certamente contém erro e, portanto, não pode ser entendido como algo a ser assumido como possível. Ademais, caso não fosse dedutivamente fechado, tal corpo não assumiria como verdadeiro tudo aquilo que deveria.

pelo seguinte, segundo K. M. Sim [91]:

Problema do fecho dedutivo Exige-se que o agente saiba todas as consequências lógicas de suas crenças.

Crenças irrelevantes Exigência de que o agente saiba todas as tautologias.

Crenças inconsistentes Caso o conjunto de crenças se mostre inconsistente (isto é, contraditório), o agente passa a acreditar em tudo (trivialização).

Intratabilidade computacional Na prática, os agentes possuem recursos limitados e geralmente não têm tempo ou memória suficiente para obter uma representação explícita de cada crença.

Para conciliar sua abordagem com as limitações humanas, Levi interpreta o estado epistêmico como o conjunto de sentenças a que o agente, quer ele saiba ou não, está comprometido a acreditar[4]. Esta abordagem é seguida por Gärdenfors, segundo o qual os critérios de racionalidade propostos são geralmente violados e, portanto, um estado epistêmico idealizado deve ser entendido com um estado de equilíbrio: se um conjunto de crenças não é coerente então o agente deve, caso seja racional, ajustar seu estado de crenças até que atinja um equilíbrio.[5] Os critérios de racionalidade, desta forma, servem como ideais reguladores para que se possa passar de um estado de equilíbrio a outro.

Além do modelo no qual o estado epistêmico é coerente e fechado sobre consequência lógica (Teoria AGM) várias obras da literatura defendem uma abordagem alternativa, na qual estes são caracterizados como *bases de crenças* – conjuntos de sentenças não

[4]A visão idealizada de um estado epistêmico, neste sentido, deve ser entendida como um *comprometimento doxástico* em se acreditar em todas as consequências lógicas das crenças prévias (cf Levi [57], página 8).

[5]A ideia de equilíbrio neste sentido remonta a Rawls [81], e reflete a natureza deontológica dos critérios de racionalidade assumidos no estado epistêmico.

necessariamente fechados sobre consequência lógica, apresentados principalmente por Fuhrmann [20], Hansson [37] e Nebel [72], dentre outros já citados (Teoria das Bases de Crenças, que apresentamos no Capítulo 3). Do ponto de vista computacional, pode-se dizer que tal abordagem se mostra mais interessante ao se levar em conta, por exemplo, o problema da intratabilidade computacional supracitado.

Uma das principais contribuições de nossa pesquisa é explorar e justificar uma nova abordagem, na qual o estado epistêmico é fechado dedutivamente porém o critério de não-contradição é desafiado (Capítulo 4).

Além da diferença entre estados epistêmicos dedutivamente fechados e bases de crença, é possível representar formalmente o conceito de crença de diversas formas, o que gera, forçosamente, distintas caracterizações de estados epistêmicos.

1.1.1 Representação formal de crença

Diversos lógicos e epistemólogos formais costumam caracterizar a crença como uma atitude proposicional[6], que é a atitude de se tomar alguma opinião sobre a verdade ou falsidade de uma proposição ou sobre o estado de coisas que tornam esta proposição verdadeira. Tal opinião sobre a verdade de uma proposição pode ser da forma **qualitativa**, como por exemplo quando eu acredito que meu livro está em cima da mesa, e da forma **quantitativa**, quando meu grau de crença de que o livro está em cima da mesa é pelo menos duas vezes maior do que meu grau de crença de que o livro em cima da mesma está aberto na página 34, por exemplo.

Ambas as formas podem ser relacionadas pelo menos de duas maneiras – é possível afirmar que um agente acredita em uma proposição se e somente se o seu grau de crença de que esta é verdadeira é maior do que o seu grau de crença de que é falsa e, de acordo

[6]De maneira geral, proposições são geralmente entendidas como aquilo que é expresso pelas asserções, isto é, pelas frases declarativas com sentido. Desta forma, se duas asserções significam a mesma coisa então elas expressam a mesma proposição.

com uma segunda proposta, um agente deve acreditar em uma proposição se e somente se o seu grau de crença em relação a esta proposição seja superior a um determinado limite.

Nesta pesquisa abordamos especificamente estados epistêmicos modelados como conjuntos de sentenças lógicas em uma linguagem proposicional; não trataremos, portanto, de modelos de estados de crenças Bayesianos usados na teoria da decisão, por exemplo, nos quais as crenças são representadas por uma medida de probabilidade definida sobre determinada linguagem objeto ou sobre um espaço de eventos, tal como apresentado por J. Pearl [75], por exemplo, nem abordaremos modelos nos quais os estados epistêmicos são conjuntos de mundos possíveis.

Tais modelos não básicos certamente acrescentam um maior realismo à mudança de crenças porém, conforme frisa Gärdenfors [28], também fazem com que o modelo seja mais complexo. A estratégia de pesquisa, conclui o autor, é abordar um modelo mais simples, a partir do qual é possível expandir para algo mais complexo – de acordo com a adequação e os fenômenos a serem abordados[7]. Tal estratégia se faz possível pois, apesar das construções aqui apresentadas serem baseadas em um modelo de estado epistêmico proposicional, pode-se dizer que tais modelos são não linguísticas no sentido de que, em geral, a descrição de seus componentes não são dependentes da linguagem objeto na qual as crenças são representadas[8].

[7]Este ponto de vista segue Nebel [70], segundo o qual existem ao menos dois critérios de adequação que uma formalização deve satisfazer: a adequação epistêmica – uma formalização deve ser capaz de expressar tudo aquilo que é necessário para resolver o problema a que se propõe; e a adequação heurística – uma formalização deve ser apropriada para ser usada por um sistema.

[8]Em modelos baseados em mundos possíveis, por exemplo, temos o trabalho seminal de Hintikka [49] no qual a lógica epistêmica foi desenvolvida como uma ramo da lógica intensional, na qual a linguagem objeto é aumentada por operadores epistêmicos, o que torna toda a teoria dependente da linguagem objeto específica. Conforme afirma Gärdenfors, "a estratégia, ao contrário, é localizar o maquinário epistemológico nos sistemas de crenças a despeito da linguagem objeto. Isso não significa que possuo qualquer aversão à lógica epistêmica – pelo contrário. Entretanto, uma vez que acredito que o estudo de operadores epistêmicos em uma linguagem natural ou formal não é a preocupação primária para o entendimento da dinâmica de conhecimento e crença, escolhi manter a linguagem objeto o mais simples possível." (Gärdenfors [28], p.29).

De fato, os resultados aqui apresentados e obtidos podem ser facilmente estendidos a diferentes modelos, sendo a linguagem basicamente uma ferramenta para expressar os conteúdos dos estados epistêmicos e não algo sobre a qual tais conceitos são construídos e, portanto, dependem. Ademais, caso necessário, os resultados da teoria de revisão de crenças **AGM** podem ser inseridos na linguagem objeto, conforme demonstrado por Rijke [85] e Segerberg [90][9], porém nestas abordagens o caráter dinâmico do sistema de crenças é perdido, e as motivações dos fundamentos, caracterizados pelos critérios de racionalidade dos modelos de revisão de crenças, são diluídos nos axiomas – o que torna a teoria dependente da linguagem e desinteressante do ponto de vista da generalidade e capacidade de ser tomada como ponto de partida heurístico para a formulação de distintos modelos.

1.2 Atitudes Epistêmicas

Dado um modelo de crenças é possível a um agente ter várias *atitudes epistêmicas* em relação a cada um dos elementos deste modelo – o agente pode aceitar ou não um fato particular como sendo verdadeiro, ou mesmo aceitar ou rejeitar uma sentença com uma certa probabilidade, no caso de modelos probabilísticos, por exemplo. Caso o estado epistêmico seja modelado como um conjunto de crenças, é possível ao agente ter ao menos três atitudes epistêmicas em relação às sentenças deste modelo: a sentença é aceita, rejeitada ou indeterminada[10].

Por outro lado, ao se partir de um estado epistêmico modelado como uma base de crenças, quatro atitudes são possíveis: a sentença é *explicitamente* aceita, *implicitamente* aceita, rejeitada ou indeterminada. A caracterização de estados epistêmicos,

[9]Rijke demonstrou como os postulados da teoria **AGM** podem ser traduzidos na linguagem objeto de uma lógica modal. Segerberg demonstrou como toda a teoria **AGM** pode ser traduzida em uma lógica modal chamada de lógica dinâmica doxástica.

[10]Certamente o novo sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente por nós desenvolvido abarca outras atitudes epistêmicas, consequência direta do enriquecimento de sua linguagem subjacente.

pois, trazem à tona a distinção entre crença implícita e explícita.

1.2.1 Crenças implícitas e explícitas

A distinção entre crença implícita e explícita foi pontualmente tratada pela primeira vez na dinâmica de teorias por Harman [45], que define crença explícita como aquela que envolve uma representação mental explícita do conteúdo da crença, e implícita aquela derivável das crenças explícitas. Por exemplo, ao se acreditar que o planeta Terra possui exatamente uma lua, pode-se facilmente deduzir que a Terra não possui duas luas, que não possui três luas, e assim por diante. Todas estas outras coisas são implicitamente assumidas como verdadeiras.

Em um conjunto de crenças, a distinção se perde – o estado epistêmico, por ser representado como fechado por consequência lógica, não distingue o conhecimento explícito do conhecimento implícito do agente.[11] Por outro lado, os elementos de uma base de crenças são divididos entre *básicos* e *derivados*, isto é, explícitos e implícitos respectivamente. Neste contexto, as mudanças de crenças são feitas nas bases, ou seja, as crenças derivadas alteram-se apenas como consequência das mudanças na base.

Consideremos o seguinte exemplo apresentado por Hansson [40]:

> **Exemplo 1.1.** *Acredito que Paris seja a capital da França (α). Ademais acredito que há leite na geladeira (β). Portanto, acredito que Paris seja a capital da França se e somente se há leite na geladeira ($\alpha \leftrightarrow \beta$). Abro a geladeira e constato a necessidade de substituir minha crença em β por $\neg\beta$. Não posso, pois, pelo preço da consistência, manter minha crença em α e em $\alpha \leftrightarrow \beta$ ao mesmo tempo.*

[11] Formalmente, temos que $K = Cn(K)$.

Abordagem baseada em conjuntos de crenças. *Tanto α quanto $\alpha \leftrightarrow \beta$ são elementos do conjunto de crenças. Quando abro minha geladeira e constato que não há leite, preciso escolher entre reter a crença α ou em $\alpha \leftrightarrow \beta$. A remoção de $\alpha \leftrightarrow \beta$ não se segue automaticamente, e precisa ser assegurada por um mecanismo de seleção.*

Abordagem baseada em bases de crenças *Visto que β é uma crença básica e explícita, $\alpha \leftrightarrow \beta$ é meramente uma crença derivada daquela. Quando β é removida, $\alpha \leftrightarrow \beta$ desaparece automaticamente. A opção de retê-la sequer é considerada.*

Podemos notar que na abordagem baseada em bases de crenças, as crenças implícitas do agente são automaticamente perdidas quando removidas aquelas explicitamente aceitas e que as sustentavam logicamente[12]. A ideia subjacente é que as crenças implícitas (derivadas) não são passíveis de serem retidas na base de crenças por elas mesmas, ou seja, mesmo que estejamos comprometidos a acreditar nas consequências lógicas de nossas crenças básicas, tais consequências estão sujeitas às mudanças nas crenças básicas. Neste mesmo sentido, as crenças explícitas devem ser vistas como auto-sustentáveis, dignas de serem retidas na base de crenças.

Esta ideia de que as crenças explícitas são básicas ressaltam a comparação muitas vezes feita na literatura de que as bases de crenças estão relacionadas ao ponto de vista *fundacionista* da teoria do conhecimento, enquanto que os conjuntos de crenças representam um ponto de vista *coerentista*, tal como sugere Alchourrón [1].

[12]Martins e Shapiro [67] chamam este processo de *disbelief propagation* (propagação da descrença, em uma livre tradução).

1.2.2 Coerentismo e fundacionismo

Grosso modo, a teoria fundacionista afirma que é preciso ao agente manter as justificativas para uma crença, ou seja, as proposições não justificadas não devem ser aceitas. O estado epistêmico, neste sentido, possui uma estrutura tal que algumas crenças servem de justificativa a outras, ou seja, uma crença é logicamente justificada por uma ou várias outras, porém não é justificada por si mesma. Desta forma, algumas crenças necessitam ser auto justificadas para que não haja um regresso infinito.

Por outro lado, a teoria coerentista afirma que não é preciso considerar as justificativas, uma vez que o foco é a estrutura lógica das crenças, ou seja, o que importa é como as crenças de um estado epistêmico são coerentes entre si.

A definição de mudança racional, desta forma, é distinta em ambos os pontos de vista. Enquanto que no fundacionismo uma revisão consiste em se abandonar todas as crenças não justificadas satisfatoriamente para, em seguida, se adicionar as novas crenças devidamente justificadas, no coerentismo o foco é manter a consistência (isto é, não-contradição) do estado epistêmico revisado e, através de mudanças mínimas, garantir um estado epistêmico coerente.

Costuma-se ilustrar a distinção entre coerentismo e fundacionismo através de duas metafóras, a da pirâmide e a do bote, expressas por Ernst Sosa [93] da seguinte maneira:

> "Para o fundacionista, cada peça do conhecimento fica no ápice de uma pirâmide que repousa sobre uma fundação estável e segura, cuja estabilidade e segurança não é derivada das partes ou seções superiores. Para o coerentista um corpo de conhecimento é um bote de madeira em alto mar, no qual cada tábua de seu corpo ajuda diretamente ou indiretamente em manter as outras no lugar, e cada tábua não seria parte do bote sem a ajuda das outras."

Esta metáfora do bote é derivada de uma outra utilizada por Otto Neurath [74] para expressar o fato de que não é possível, tampouco desejável, começar do zero ao se desenvolver uma linguagem para o discurso científico:

> "Somos como marinheiros que necessitam reconstruir seu navio em alto mar, sem a possibilidade de desmontá-lo em doca seca para reconstruí-lo com as melhores peças."

Segundo John Pollock [76], este último exemplo ilustra um ponto de vista chamado de coerência negativa – segundo o autor, as teorias coerentistas podem ser divididas em quatro tipos, podendo ser agrupadas em dois grupos, apresentados a seguir:

1a – Coerência positiva. O agente deve possuir razões para manter uma crença, ou seja, cada crença deve ter um "apoio positivo".

1b – Coerência negativa É justificável ao agente manter uma crença enquanto não houver razões para se pensar o contrário, ou seja, "todas as crenças são inocentes até que se prove sua culpa."

2a – Coerência linear. O agente adota um tipo de ponto de vista fundacional em relação às razões mesmo que isso leve a uma infinita sequência de razões ou que exista uma certa circularidade na estrutura de razões.

2a – Coerência holística. É justificável ao agente manter uma determinada crença devido sua relação com todas as outras crenças.

Vale notar que um teoria coerentista pode possuir mais de um aspecto descrito acima e, conforme afirma Gärdenfors, este é o caso da teoria **AGM** de revisão de crenças – que é "coerentista por natureza" (cf. [31]).

Tal como a distinção entre crenças explícitas e implícitas, a cisão entre duas teorias distintas de revisão de crenças, a *teoria fundacionista* e a *teoria coerentista*, foi proposta originalmente por Harman [45]. Apesar de parcialmente verdadeira, não compartilhamos a ideia apresentada por muitos autores de que, necessariamente, as bases de crenças estão diretamente relacionadas ao ponto de vista *fundacionista* da teoria do conhecimento, enquanto que os conjuntos de crenças representam um ponto de vista *coerentista*, tal como defende Alchourrón [1]. Uma análise mais detalhada sobre o que afirma Harman na referida obra pode nos ajudar a explicitar este fato. Sobre o fundacionismo, ele afirma o seguinte:

> "A teoria fundacionista assevera que algumas das crenças "dependem de" outras para suas justificações; estas outras crenças podem ou não depender de outras, até que se atinja as crenças fundacionais, que não dependem de quaisquer outras crenças para sua justificação. Por este ponto de vista, um raciocínio ou revisão de crenças deve consistir, primeiro, da extração de toda crença que não possua uma justificação satisfatória e, depois, da adição de novas crenças que não precisem de justificação ou estão justificadas na base de outras crenças justificadas." (Harman [45] p.29, livre tradução)

Por outro lado, em relação ao coerentismo, Harman afirma que:

> "Não é verdade que as crenças ativas possuam ou devam possuir o tipo de estrutura justificativa exigida pela teoria fundacionista. Neste ponto de vista as crenças ativas normalmente não exigem qualquer justificação. A justificação é exigida apenas quando alguém possui uma razão especial para duvidar de uma crença em particular. Tal razão pode consistir em uma crença conflitante ou na observação de que suas crenças poderiam se tornar mais 'coerentes', isto é, mais organizadas, mais simples ou menos *ad hoc*, caso a referida crença fosse abandonada (e talvez se algumas outras mudanças fossem feitas). De acordo com a teoria coerentista, a revisão de crenças deve envolver mudanças mínimas nas crenças de modo que ela aumente a coerência global de maneira suficiente." (Harman [45] p.30, livre tradução)

Apesar de se comprometer com um ponto de vista coerentista, podemos perceber a distinção feita por ele entre crenças totalmente aceitas e aquelas não totalmente aceitas – consideradas como hipóteses. O fato é que um estado epistêmico, tal qual considerado por Harman, é algo um pouco mais complexo do que simplesmente considerar (ou não) conjuntos logicamente fechados de crenças.

Ao se levar em conta as nuanças apontadas por Harman, é possível perceber a necessidade de se desenvolver sistemas especializados – cujo foco é formalizar um aspecto específico de um sistema de crenças.

1.2.3 Sistemas de crenças especializados: o exemplo de agentes com recursos limitados

A ideia de agentes com recursos limitados foi explorada por Renata Wassermann [99] em sua tese de doutorado. Em tal trabalho, a autora considera agentes com limites de memória e habilidade lógica – ou seja, agentes não idealizados. O sistema proposto por Wassermann segue Harman – de fato, o referido sistema pode ser entendido como uma formalização das ideias apresentadas por Harman [45], juntamente com a teoria de agentes mínimos proposta por Cherniak [10].

A teoria apresentada por Cherniak define agentes mínimos como aqueles que possuem as habilidades mínimas exigidas para que estes possam ser chamados de racionais. O ponto paradigmático, afirma o autor, é que todo agente factível deve ser necessariamente finito, com limites em sua habilidade cognitiva – limitações de tempo, memória ou mesmo em suas habilidades dedutivas. Sua hipótese central é que a definição de racionalidade universalmente assumida na filosofia é tão idealizada que esta não se aplica a agentes humanos. Ele define, pois, uma hierarquia em cujo topo perfiguram os agentes ideais, com estados epistêmicos fechados por consequência lógica e, na borda inferior, os agentes incapazes de perfazer qualquer inferência lógica – que não podem, pois, ser chamados de racionais.

De acordo com o autor, qualquer agente racional (mesmo os intermediários na hierarquia) devem satisfazer o que ele chama de *condições mínimas de racionalidade geral*, a partir da qual ele deriva a *condição mínima de inferência* – exigência de que, dado um conjunto de crenças, os agentes devem perfazer algumas, porém não necessariamente todas, as inferências aparentemente apropriadas. Desta forma, comportamentos aparentemente não-racionais podem ser justificados pelas limitações do agente.

Outro importante ponto é a distinção entre crenças *ativas*, ou levadas em consideração, e *inativas*. Uma simples inferência pode se tornar mais difícil caso nem todas as premissas estejam ativas. Não pretendemos expor toda a teoria deste autor, apenas frisar que esta ataca a ideia usualmente aceita de que qualquer agente deva raciocinar de acordo a uma lógica correta e completa, bem como expor os elementos utilizados no sistema desenvolvido por Wassermann [99]. Por exemplo, não se deve esperar de um agente que este cheque todos os fatos que poderiam contradizer uma asserção, mas ao menos algumas das possibilidades relevantes devem ser consideradas – o processo de se eliminar contra-exemplos é tão limitada quanto os recursos disponíveis.

Um das principais contribuições da referida tese é justamente formalizar as ideias presentes nos autores citados – Cherniak e Harman. Grosso modo, em tal teoria, os agentes são considerados como entidades, naturais ou artificiais, com limitações de memória e habilidades lógicas. Algumas crenças do agente são consideradas explicitamente representadas – o número de crenças explícitas é finito, porém grande o suficiente a ponto de não haver limites práticos.

Cada agente possui uma operação de inferência a ele associada, que fornece todas as inferência possíveis em cada passo do processo de revisão. Ademais, o conjunto de crenças implícitas é dado pelo fecho das crenças explícitas, e todo o raciocínio ocorre em uma pequena parte do estado epistêmico do agente representado pelas crenças ativas (as crenças são ativadas, por exemplo, quando recentemente adquiridas, quando relevantes ao raciocínio considerado ou mesmo quando recentemente inferidas). Em tal conjunto há ainda conjecturas (ou hipóteses), as quais o agente ainda não aceitou totalmente, porém as quais o mesmo considera fazê-lo. Vejamos o diagrama (retirado de [99]).

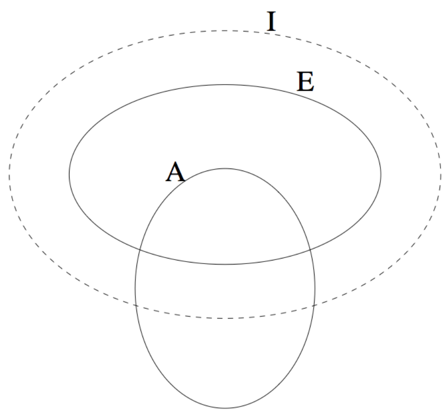

Figura 1.1: Agentes com recursos limitados – Estrutura das crenças

As crenças explícitas (ativas e inativas) organizam-se como uma rede na qual as conexões (links) denotam algum tipo de relevância. As crenças são então organizadas em compartimentos, e crenças no mesmo compartimento tendem a ser ativadas juntas.

Grosso modo, ao receber uma nova informação o agente a incorpora provisoriamente em seu conjunto de crenças ativas e, então, aquela é posta em questão pelo agente – que decidirá se a incorporará ou não em seu conjunto de crenças explícitas. Desta forma, é possível definir diversas operações sobre o estado epistêmico, nas quais as crenças:

- explícitas tornam-se ativas;
- ativas são rejeitadas;
- são provisoriamente assumidas como ativas;
- passam de ativas para explícitas;
- são inferidas a partir de crenças ativas;
- são provisoriamente removidas do conjunto de crenças explícitas.

Obviamente, tais operações básicas podem ser combinadas para permitir todas as possíveis mudanças que se espera de um estado epistêmico.

Importante observar, neste momento, que a abordagem adotada no sistema de agentes com recursos limitados relaciona-se de maneira interessante com o sistema por nós desenvolvido nesta tese – destacamos, por exemplo, o fato de que é possível ao agente possuir crenças contraditórias (em determinado momento do processo de revisão) sem que isso seja considerado não-racional. Discorreremos mais sobre esta relação nos momentos oportunos.

Pretendemos salientar que certamente modelos com estados epistêmicos mais complexos, de Revisão de Crenças especializada, tais como o sugerido por Wassermann, aproximam-se mais dos diferentes fenômenos específicos a serem formalizados. Frisamos, pois, que não desconsideramos estas abordagens ao sugerir um sistema mais simples, baseado em estados epistêmicos menos complexos – muito pelo contrário: reiteramos que a principal vantagem de modelos mais simples é justamente utilizá-los como ponto de partida, heurístico e formal (material), para a construção de distintos outros sistemas mais complexos[13], bem como relacioná-los de maneira mais direta a distintos conceitos lógicos (filosóficos e formais), tal como citamos na Introdução.

1.3 Entrada Epistêmica e Operações

O terceiro fator a ser considerado em um sistema de crenças são as motivações que levam o agente a mudá-las, chamado por Gärdenfors de *entrada epistêmica*. A forma desta entrada é irrelevante, sendo definida de maneira abstrata tendo em vista os efeitos destas nos estados epistêmicos, quais sejam, as mudanças resultantes – que são o quarto fator, central na representação de um sistema de crenças. Tais mudanças nos estados

[13]Pretendemos utilizar nosso sistema **AGM**$\circ$ para o desenvolvimento de modelos mais complexos e especializados – com uma aplicação mais específica – em trabalhos futuros.

epistêmicos, induzidas por alguma entrada epistêmica, são chamadas normalmente de operações. Tanto em conjuntos como em bases de crenças, consideramos três tipos de operações:

Expansão. Leva o agente a aceitar uma nova proposição;

Revisão. Leva o agente a aceitar uma nova proposição de forma não-contraditória;

Contração. Leva o agente a abandonar uma proposição, ou seja, torná-la indeterminada.

Um dos principais desafios na Revisão de Crenças é definir os critérios de racionalidade para estas mudanças. O que esperar de um agente racional quando este muda suas crenças? Alguns autores, como Harman [45], sugerem que o agente deva evitar ser contraditório e, ao mudar suas crenças, deva obedecer algum critério de minimalidade.

1.3.1 Critérios de Racionalidade

Os postulados de racionalidade especificam as restrições que as operações supracitadas devem satisfazer. Para definir os postulados das diferentes operações, o modelo **AGM** segue os seguintes critérios de racionalidade, apresentados por Gärdenfors e Rott [33]:

1. Sempre que possível, os estados epistêmicos devem permanecer consistentes (não-contraditórios);

2. Qualquer sentença que seja consequência lógica de um estado epistêmico deve pertencer ao conjunto;

3. Ao se modificar estados epistêmicos, a perda de informação deve ser mínima;

4. Crenças consideradas mais fortes devem ser mantidas em detrimento daquelas tidas como mais fracas.

O terceiro critério, abordado como o *Princípio da Economia Informacional* por Grove [28] e chamado de princípio da *Mudança Mínima* por Harman [45], pode ser entendido como uma variante do princípio lógico chamado *navalha de Occam*, porém aplicado à remoção de informação. Tal princípio é frequentemente designado pela expressão latina *Lex Parsimoniae* (Lei da Parcimonia) enunciada como *"entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem"*, ou seja, "as entidades não devem ser multiplicadas além da necessidade", e permite escolher, dentre várias hipóteses a serem verificadas, aquela que contém o menor número de afirmações não demonstradas, o que facilita a verificação da teoria e costitui um dos pilares do reducionismo no método científico. Esta heurística econômica é central na revisão de crenças – a informação em geral não é gratuita, portanto perdas desnecessárias devem ser evitadas. Quando mudamos nossas crenças, devemos reter o máximo possível de nossas antigas crenças.

O segundo princípio define a concepção de estado epistêmico enquanto conjunto de crenças, tal como adotado pelo modelo **AGM** de revisão apresentado no Capítulo que se segue. Tal critério, juntamente com o princípio da economia informacional, nos força a exigência da não-contradição (primeiro critério citado) – caso uma nova crença contradiga com alguma anterior, torna-se necessária uma revisão para que a coerência seja mantida e, desta forma, "as crenças não sejam multiplicadas além da necessidade", pelo princípio clássico da explosão.

1.4 Considerações parciais

Em suma, neste capítulo definimos um sistema de crenças tal como sugerido por Gärdenfors [28], caracterizado pelo seguinte:

(i) O *estado epistêmico* de um agente representa, idealmente, o conjunto de tudo o que este acredita e como tais crenças se relacionam em determinado momento. Nos capítulos 2 e 3 apresentamos, respectivamente, duas formas distintas de representar estados epistêmicos – enquanto um conjunto logicamente fechado de sentenças (conjuntos de crenças) e como um conjunto arbitrário de sentenças (bases de crenças). Apesar do foco ser o primeiro (notadamente, os sistemas que desenvolvemos nos Capítulos 4 e 5 são definidos sobre conjuntos), nosso interesse por bases de crenças é devido a operações possíveis, classicamente, apenas em tais estados epistêmicos – porém definíveis em um paradigma paraconsistente.

(ii) Dado um estado de crenças, o agente pode ter uma série de *atitudes epistêmicas* frente a cada elemento deste modelo. Notadamente, distintos modelos de estados epistêmicos acarretam diferentes atitudes epistêmicas.

(iii) As mudanças de crenças estudadas são devido a uma nova informação, e o que interessa nos sistemas de Revisão de Crenças é apenas o efeito desta informação no estado epistêmico.

(iv) Os diferentes tipos de mudança são justamente o efeito da presença de uma nova informação.

Capítulo 2

Sistema AGM

Apresentamos neste capítulo os principais conceitos e resultados da teoria **AGM** de Revisão de Crenças – sistema no qual o estado epistêmico de um agente é representado por um conjunto logicamente fechado de sentenças. Uma dos principais desafios da área de revisão de crenças é definir critérios de racionalidade para as diferentes operações (expansão, contração e revisão), e responder a questão do que se esperar de um agente racional quando este muda suas crenças. Na seção 1.3.1 apontamos tais critérios, a partir dos quais definem-se postulados que caracterizam as diferentes operações. Tendo em vista tais postulados, é possível construir operações que satisfazem estes e, ademais, demonstrar que tais construções são totalmente caracterizadas pelos postulados. Esta equivalência entre os postulados de racionalidade e determinada construção, o chamado *Teorema da representação*, é central na revisão de crenças – uma vez provado tal teorema, é possível abordar a operação somente pelos seus postulados, o que nos permite uma maior abstração.

2.1 Preliminares formais

Na apresentação original de Alchourrón, Gärdenfors e Makinson [1], as operações são construídas sobre uma linguagem $\mathbb{L}$, governada por uma lógica identificada por seu operador de consequência Cn. Definiremos esta lógica como sendo o par $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$. Assumiremos que o leitor está habituado à lógica formal, ao menos proposicional (uma introdução aos principais conceitos é apresentada em B.1, página 193).

A linguagem de $\mathbb{L}$ é proposicional cujas sentenças atômicas serão representadas pelas letras minúsculas $p, q, r, ...$, enquanto que as letras minúsculas gregas $\alpha, \beta, \gamma...$ representam sentenças arbitrárias.

As letras maiúsculas representam conjuntos de sentenças – em especial, K representa um conjunto de crenças (logicamente fechado). Tais conjuntos são sujeitos às operações usuais da teoria dos conjuntos.

Notação 2.1. *Utilizamos as seguintes notações usuais:*

$\alpha \in A$	*α é elemento de A*
$A \subseteq B$	*A é subconjunto de B*
$A \subset B$	*A é subconjunto próprio de B*
$A \cup B$	*união de A e B*
$A \cap B$	*intersecção de A e B*
$\emptyset$	*conjunto vazio*

A negação dos três primeiros símbolos é representada por uma barra transversal – $\alpha \notin A$ representa que α não é elemento de A, assim como $\nsubseteq$ nega $\subseteq$ e $\not\subset$ nega $\subset$.

2.1.1 Fecho Lógico e Suposições AGM

O modelo **AGM** é bastante geral, uma vez que muito pouco assume-se em relação à $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$. Costuma-se exigir apenas que $\mathbb{L}$ seja fechada pelos conectivos clássicos usuais

($\wedge, \vee, \rightarrow$ e $\neg$) e que $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ satisfaça as seguintes propriedades, chamadas de suposições **AGM**:

Definição 2.2 (Suposições **AGM**). *Na teoria **AGM**, $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ satisfaz:*

(tarskianicidade) *a lógica é monotônica, idempotente e satisfaz inclusão (cf. B.1 para detalhes sobre estas propriedades).*

(compacidade) *se $\alpha \in CnA$ então existe $A' \subseteq A$ finito tal que $\alpha \in Cn(A')$*

(dedução) *$\alpha \in Cn(A)$ sse $\beta \rightarrow \alpha \in Cn(A)$*

(supraclassicalidade) *toda consequência da lógica proposicional clássica é consequência de $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$*

Notadamente, uma lógica que satisfaz essas suposições é a **LPC** – Lógica Proposicional Clássica. Uma consequência das suposições **AGM** é a propriedade chamada de *princípio da explosão*:

Observação 2.3 (**Princípio da explosão**). *Se A é contraditório então para qualquer $\beta \in \mathbb{L}$, temos que $\beta \in Cn(A)$.*

Vale notar que caso o fecho lógico seja definido por uma lógica paraconsistente, tal princípio deixa de ser válido em geral. A maior contribuição da presente tese é abandonar as pressuposições clássicas e explorar as consequências de se assumir, subjacente às construções da Revisão de crenças e consequentemente ao agente, uma racionalidade e uma lógica não-clássica – notadamente, de caráter paraconsistente. Desta forma, diferentes atitudes epistêmicas são assumidas e algumas propriedades supra descritas são desafiadas.

2.1.2 Conjunto de crenças

Conforme já exposto, os estados epistêmicos do modelo **AGM** são conjuntos logicamente fechados. Formalmente, temos o seguinte:

Definição 2.4 (**Conjunto de Crenças**)**.** *Um estado epistêmico K é um conjunto logicamente fechado se e somente se $K = Cn(K)$*

Não é exigido que o conjunto de crenças seja finito, porém é conveniente referirmonos a exemplos finitos de conjuntos logicamente fechados. Uma maneira simples de fazê-lo é restringir a linguagem pelas sentenças atômicas contidas no mesmo. Desta forma, por exemplo, os elementos de $K = \{p \wedge q\}$ pode ser descrito da seguinte maneira:

Exemplo 2.5. *Os elementos de $K = \{p \wedge q\} = Cn(\{p \wedge q\})$ em uma linguagem que consiste de p, q podem ser descritos da seguinte maneira (as flechas denotam implicação lógica):*

$$
\begin{tikzcd}
 & \top & \\
q \to p \arrow[ur] & p \vee q \arrow[u] & p \to q \arrow[ul] \\
p \arrow[u] \arrow[ur] & p \leftrightarrow q \arrow[ul] \arrow[ur] & q \arrow[u] \arrow[ul] \\
 & p \wedge q \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

2.1.3 Atitudes Epistêmicas em AGM

São considerados três tipos de atitudes epistêmicas em relação a uma sentença α de $\mathbb{L}$ (na qual K representa o conjunto de crenças do agente):

Aceita se $\alpha \in K$

Rejeitada se $\neg\alpha \in K$

Indeterminada se $\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin K$

Vale notar que tais atitudes epistêmicas são definidas tendo em vista a negação clássica – a dicotomia entre a aceitação e a rejeição de uma sentença reflete a definição clássica de uma negação, na qual uma proposição é verdadeira se e somente se sua negação é falsa. De fato, muitos autores definem as atitudes epistêmicas da seguinte maneira:

Aceita se $\alpha \in K$

Rejeitada se α é inconsistente em ralação a (contraditória com) K

Indeterminada se $\alpha \notin K$ e α é consistente em relação a (não-contraditória com) K

Ambas apresentações são, de acordo com a lógica clássica, equivalentes: $\neg\alpha \in K$ se e somente se α é inconsistente com K, e $\neg\alpha \notin K$ se e somente se α é consistente com K.

2.1.4 Entradas Epistêmicas e Operações AGM

As entradas epistêmicas são representadas por uma sentença atômica da linguagem objeto. Conforme já frisamos, representações mais complexas podem ser encontradas na literatura, as quais destacamos as apresentadas por Hansson e Fuhrmann [22] e Spohn [94]. Uma operação pode ser entendida como a prescrição da maneira pela qual um estado de crenças deve ser alterado tendo em vista uma entrada epistêmica. O modelo **AGM** admite três diferentes tipos operações, ou mudanças, em conjuntos de crenças, cujas notações são as seguintes:

Expansão. $(K + \alpha)$ Incorporação de uma nova sentença α sobre K sem a remoção de qualquer sentença prévia em K

Contração. $(K - \alpha)$ Remoção de uma sentença α de K sem a introdução de qualquer nova sentença.

Revisão. $(K * \alpha)$ Incorporação de uma nova sentença α sobre K, com uma possível remoção de uma senteça prévia em K para se manter a consistência (não-contradição).

Formalmente, uma operação é uma função que parte de um conjunto K e uma entrada epistêmica α e gera um novo conjunto de crenças. Tais operações são descritas, na literatura, de duas maneiras – por postulados de racionalidade e por diferentes construções. Os postulados, então, são relacionados às construções via *teoremas de representação*.

2.2 Expansão

Definimos nesta seção a operação de expansão em conjuntos de crenças, que modela o processo de se mudar um conjunto de crenças K e fazê-lo incluir uma nova sentença. Gärdenfors [28] afirma que a expansão é uma maneira simples de se modelar uma mudança epistêmica que se dá ao se *aprender* alguma coisa, pela observação ou por uma nova informação fornecida por alguém (entrada epistêmica), e apresenta uma série de postulados para defini-la; ademais, demonstra via teorema da representação, que estes são equivalentes à construção seguinte, introduzida por Levi.

Definição 2.6 (Expansão – Levi [55]). *Seja K um conjunto de crenças e α uma sentença. $K + \alpha$ é definida como:*

$$K + \alpha = Cn(K \cup \alpha)$$

2.2.1 Postulados para expansão

A expansão de um conjunto K por uma entrada epistêmica α é denotada $K + \alpha$. Formalmente, assume-se que $+$ é uma função que parte de pares de conjuntos de crenças e sentenças para conjuntos de crenças. Esta propriedade pode ser expressa pelo seguinte postulado:

(Fecho) Para qualquer sentença α e conjunto K, $K + \alpha$ é um conjunto de crenças.

O próximo postulado nos garante que a operação preserva, no estado epistêmico resultante da expansão, a sentença acrescentada (entrada epistêmica). Conforme dito anteriormente, não é preciso definir a forma das entradas epistêmicas – estas podem ser identificadas com a mudança causada, isto é, pode ser descrita como a exigência de que α seja aceita no conjunto expandido, ou seja:

(Sucesso) $\alpha \in K + \alpha$

O reflexo do Princípio da economia Informacional, descrito anteriormente, pode ser percebido no seguinte postulado, que garante que nenhuma crença seja desnecessariamente retirada em uma expansão:

(Inclusão) $K \subseteq K + \alpha$

O postulado seguinte representa um caso limite, no qual nada precisa ser feito caso a entrada epistêmica já seja previamente aceita em K:

(Vacuidade) se $\alpha \in K$ então $K + \alpha = K$

A monotonicidade garante que caso um estado epistêmico esteja contido em outro, então a expansão de ambos pela mesma sentença preservará esta relação:

(Monotonocidade) Se $K \subseteq K'$ então $K + \alpha = K' + \alpha$

Outro reflexo da mudança mínima pode ser descrito da seguinte forma:

(Minimalidade) Para todo conjunto K e sentença α, $K + \alpha$ é o menor conjunto que satisfaz os postulados anteriores

Em suma, os postulados que caracterizam a expansão em conjuntos de crenças são os seguintes:

Definição 2.7 (**Postulados para expansão**). *A expansão satisfaz o seguinte:*

(Fecho) *Para qualquer sentença α e conjunto K, $K + \alpha$ é um conjunto de crenças.*

(Sucesso) $\alpha \in K + \alpha$

(Inclusão) $K \subseteq K + \alpha$

(Vacuidade) *se $\alpha \in K$ então $K + \alpha = K$*

(Monotonocidade) *Se $K' \subseteq K$ então $K' + \alpha = K + \alpha$*

(Minimalidade) *Para todo conjunto K e sentença α, $K + \alpha$ é o menor conjunto que satisfaz os postulados anteriores.*

Teorema 2.8 (**Representação da expansão** [**28**]). *A função expansão + satisfaz os postulados da definição 2.7, se e somente se $K + \alpha = Cn(K \cup \alpha)$*

Em suma, os postulados supra apresentados apenas determinam que a expansão de K por α é o conjunto de todas as consequências lógicas de K unido à α. Doravante, tendo em vista esta equivalência, seguiremos a maioria dos trabalhos da área e apresentaremos a expansão como uma operação definida via teoria dos conjuntos, ou seja, uma simples união. Conforme veremos adiante, não é possível fornecer definições da mesma maneira para revisões e contrações.

2.3 Contração AGM

Uma contração ocorre quando alguma crença é retirada porém nenhuma é acrescentada. De acordo com Gärdenfors [28] tal tipo de mudança pode ocorrer, por exemplo, em um debate no qual um dos interlocutores acredita em α e o outro acredita em $\neg\alpha$, isto é, quando respectivamente α está presente no conjunto de crenças K enquanto $\neg\alpha$ está presente no conjunto de crenças K'. Para evitar a crença conflitante, ambos podem temporariamente excluir α e $\neg\alpha$, respectivamente, de K e K', além das crenças que as implicam. A partir do conjunto de crenças resultante, ambos podem continuar o debate, no qual a intenção é justamente encontrar argumentos para respectivamente apoiar α e $\neg\alpha$ sem partir de uma petição de princípio.

Exemplo 2.9 (Hansson [40])**.** *Você não compartilha minha crença de que haverá uma recessão econômica no próximo ano. Pelo bem da argumentação, assumamos que ambos não sabemos se esta crença é verdadeira ou falsa...*

O resultado de uma contração por α, pois, é sempre um conjunto de crenças no qual α não mais é aceita (a menos que esta seja uma tautologia). Desta forma, esta operação exclui uma sentença prévia porém nenhuma outra é adicionada. Entretanto é bastante difícil encontrar exemplos de uma *contração pura*, isto é, na qual de fato nenhuma crença seja também incorporada (caracterizando, assim, uma revisão no sentido estrito). Conforme afirma Hansson [40], normalmente o motivo para o abandono de uma crença é a incorporação de algo que força este fato. Lembremos do exemplo 0.3, apresentado na Introdução:

Exemplo 2.10. *Acreditava que Platão havia escrito* Hippias Maior*. Entretanto, foi-me dito que a autenticidade deste diálogo é contestada dentre os estudiosos da área como sendo de sua autoria. Abandonei, portanto, minha crença de que Platão escreveu* Hippias Maior *(sem passar a acreditar na negação desta afirmação).*

Se interpretarmos ao pé da letra, este não é um exemplo de *contração pura* pois uma nova informação precisou ser recebida, qual seja, de que a autoria de *Hippias Maior* é incerta. Segundo Hansson [42], é comum interpretar tais situações como sendo contrações – a nova informação que gerou a retração é convenientemente negligenciada e esta não é incluída no novo conjunto de crenças. Tal convenção, completa o autor, é imprecisa porém conveniente para se encontrar exemplos de contrações que, tendo em vista as observações anteriores, podem ser consideradas puras.

Por tal motivo, afirma Hansson, é comum alguns autores utilizarem contrações chamadas de hipotéticas – tal como apresentamos no início desta seção. Estas contrações hipotéticas, ou contrações *a título de argumentação*, podem ser consideradas como contrações puras sem maiores problemas, mesmo que questionáveis por não efetuarem uma mudança efetiva no conjunto de crenças do agente conforme salienta Fuhrmann [20].[1]

Diferente da expansão, a definição de contração exige fatores extra-lógicos pois, ao se retirar uma crença α de K, podem haver outras crenças em K que implicam α e, portanto, é preciso estabelecer critérios para que sejam, da mesma forma, retiradas tais crenças. Por exemplo, caso α esteja em K apenas por ser consequência lógica de ψ e γ presentes em K, então a contração deve também excluir ψ ou γ, ou ambos. O fator extra-lógico, portanto, está na escolha de qual crença deve ser abandonada para perfazer a contração.

Não obstante, é possível definir os postulados de racionalidade que a contração deve obedecer, a despeito da função contração escolhida, que mostraremos a seguir.

Consideremos o seguinte exemplo:

Exemplo 2.11. *Acredito que não seja seguro investir todo meu dinheiro na bolsa de valores* ($\neg s$) *e que, como não é seguro, devo vender minhas ações imediatamente* ($\neg s \rightarrow$

[1] Esta observação deve ser entendida apenas como um argumento a favor do fato de que a contração é, normalmente, um passo intermediário necessário à revisão, sendo a contração pura mais natural em bases de dados (nas quais exitem boas razões para instruir um computador para remover um item de sua base de dados) do que na dinâmica de agentes humanos (cf. Hansson [42], p. 51).

v). Ao encontrar um amigo, este tenta me convencer de que não devo vender minhas ações imediatamente. Posso, pelo bem da argumentação, querer contrair v de minhas crenças.

Pelos postulados descritos na próxima seção podemos caracterizar a operação de contração e, desta forma, destacar os possíveis resultados da contração $K = \{\neg s, \neg s \rightarrow v\} = Cn(\neg(s \vee \neg v))$ por v do exemplo acima.

2.3.1 Postulados para contração

A contração de um conjunto K por uma entrada epistêmica α é denotada por $K - \alpha$. A contração pode ser usada junto à expansão para se perfazer a revisão, conforme veremos adiante. Formalmente, assume-se que $-$ é uma função que parte de pares de conjuntos de crenças e sentenças para conjuntos de crenças e, portanto, o resultado da contração é um conjunto de crenças. Esta propriedade pode ser expressa pelo seguinte postulado:

(Fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$

O *fecho* é um reflexo direto da segunda restrição apresentada na seção 1.3.1, qual seja, de que qualquer sentença que seja consequência lógica de um estado epistêmico deve pertencer ao conjunto. Vejamos:

Exemplo 2.12. *Recordemos da contração do exemplo 2.11, $K = \{\neg s, \neg s \rightarrow v\} = Cn(\neg(s \vee \neg v))$ por v A figura 2.1 mostra todos os conjuntos de crença possíveis da linguagem restrita a $\{s, v\}$ – representado por cada nó. O* fecho *nos garante que o resultado da contração é um dos nós do diagrama.*

No sistema **AGM** clássico a contração é sempre bem sucedida (ou seja, $\alpha \notin K - \alpha$), a menos que a sentença a ser retirada seja uma tautologia. O postulado seguinte garante

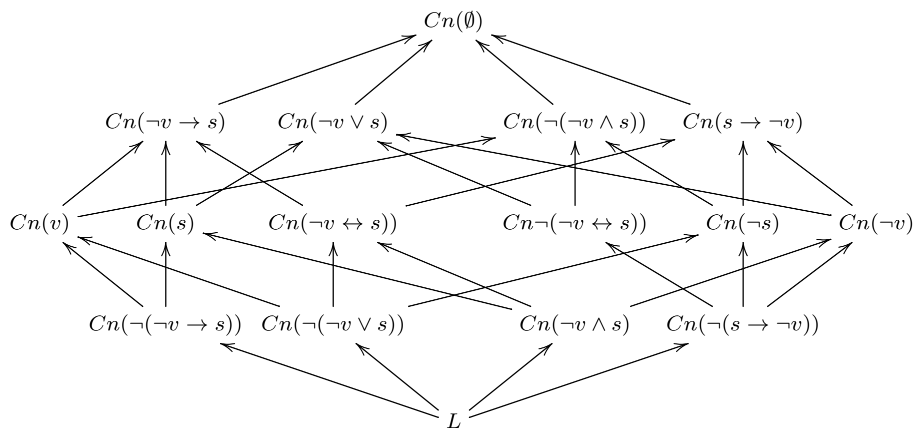

Figura 2.1: Diagrama do exemplo 2.12

este fato, ou seja, a contração de K por α dever ser um conjunto de crenças que não implica α:

$$\alpha \notin K - \alpha$$

Entretanto, caso α seja uma tautologia, não é possível satisfazer tal exigência pois $\alpha \in K - \alpha$. Notadamente, caso α seja uma tautologia, $\alpha \in Cn(A)$ para todo A. Desta forma a única situação na qual não é possível remover uma sentença é quando esta é uma tautologia. Portanto o sucesso da contração é definido pelo seguinte postulado:

(Sucesso) se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $\alpha \notin K - \alpha$

Conforme frisamos no capítulo anterior, as construções aqui apresentadas não devem ser dependentes da linguagem, isto é, a descrição dos componentes de uma teoria não são dependentes da linguagem objeto na qual as crenças são representadas. O postulado seguinte garante, em um certo sentido, que a contração leva em conta apenas o conteúdo das sentenças envolvidas e não sua forma:

(Extensionalidade) Se $Cn(\alpha) = Cn(\beta)$ então $K - \alpha = K - \beta$

Exemplo 2.13. *Voltemos ao nosso diagrama: o* sucesso *junto à* extensionalidade *garante que o resultado da contração não será um dos conjuntos de crença que contém $Cn\{v\}$ – figura 2.2*

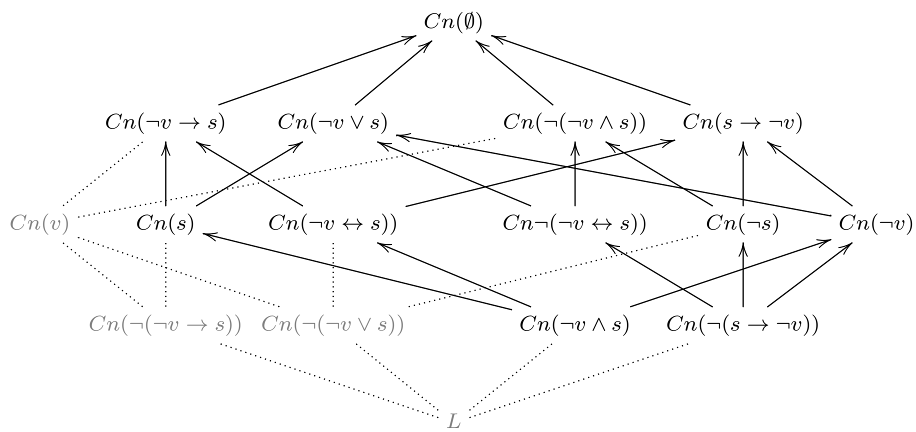

Figura 2.2: Diagrama do exemplo 2.13

Os três postulados seguintes procuram garantir que, ao se perfazer uma contração, a perda de informação deve ser a mínima necessária para garantir o sucesso. Diferente da expansão, entretanto, os postulados não são suficientes para assegurar a minimalidade e a unicidade da operação, sendo necessário fatores extra-lógicos para tanto – a serem apresentados na construção formal desta operação. Voltemos aos postulados.

Em primeiro lugar, ao se remover uma sentença de um conjunto de crenças novas sentenças não devem ser desnecessariamente adicionadas. Desta forma, temos o seguinte:

(Inclusão) $K - \alpha \subseteq K$

O papel da *inclusão* pode ser ilustrado pelo diagrama seguinte.

Exemplo 2.14. *A* inclusão *exige que o resultado da contração esteja contido em* $Cn(\neg(s \vee \neg v))$*, ou seja, o estado epistêmico resultante da contração deve estar sobre* $Cn(\neg(s \vee$

$\neg v$)) no diagrama da figura 2.3 – devemos, pois, em relação à figura anterior eliminar $Cn(\neg v \wedge s)$, $Cn(\neg(s \rightarrow \neg v))$, $Cn(s)$, $Cn\neg(\neg v \leftrightarrow s))$, $Cn(\neg v)$ e $Cn(\neg v \vee s)$ como possíveis estados epistêmicos de nossa contração.

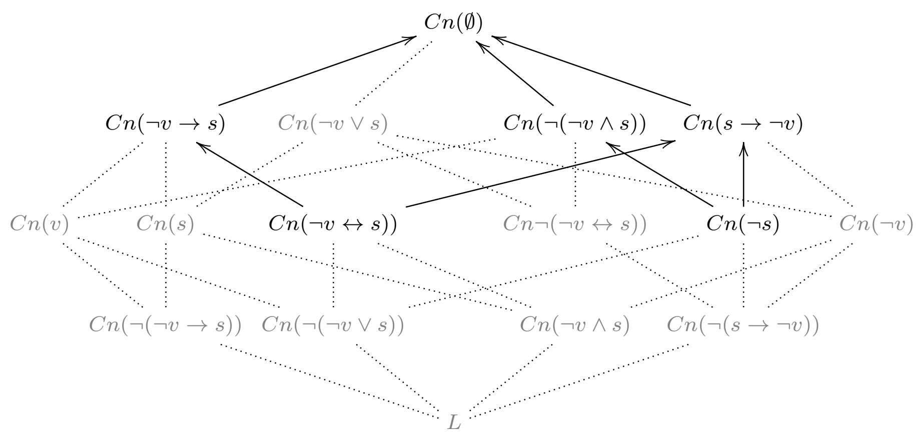

Figura 2.3: Diagrama do exemplo 2.14

Além disso, a operação de remoção de uma sentença que previamente não estava no conjunto de crenças é vácua, ou seja, o conjunto original permanece inalterado:

(Vacuidade) se $\alpha \notin K$ então $K - \alpha = K$

O último, mais importante e controverso postulado que pretende garantir a minimalidade de uma contração é a *recuperação*, que assegura à contração ser pequena o suficiente para que a re-adição de α em $K - \alpha$ recupere todo o conjunto K:

(Recuperação) $(K - \alpha) + \alpha = K$

Exemplo 2.15. *A recuperação garante que $(\{Cn(\neg(s \vee \neg v)\} - v) + v = \{Cn(\neg(s \vee \neg v)\}$, ou seja, $\neg(s \vee \neg v) - v, v \models \neg(s \vee \neg v)$. Por* dedução, *temos que $\neg(s \vee \neg v) - v \models v \rightarrow (\neg(s \vee \neg v))$. Ademais, como $v \rightarrow (\neg(s \vee \neg v)) \equiv s \rightarrow \neg v$, temos que $\neg(s \vee \neg v) - v \models s \rightarrow \neg v$. Desta forma, na figura 2.4, os possíveis estados epistêmicos resultantes, caso satisfaçam a recuperação, devem estar sob $s \rightarrow \neg v$.*

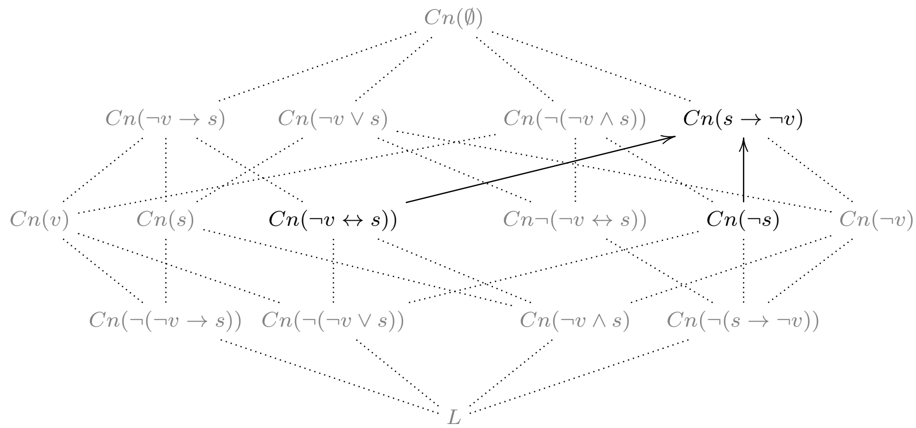

Figura 2.4: Diagrama do exemplo 2.15

De fato, conforme expõe Hansson [40], é razoável pensar que uma das mais simples sequências de mudança de crenças, qual seja, a remoção de uma sentença seguida de sua re-adição deixa o estado epistêmico do agente inalterado, ou seja, a expansão por α *recupera* o que foi perdido na contração. Gärdenfors [27] também afirma que "é razoável exigir que recuperemos todas as crenças [de um conjunto] após a contração seguida de uma expansão de uma mesma crença." Por outro lado, muitos autores criticam tal postulado, tais como Fuhrmann [20], Hansson [36], Levi [57] e Lindström e Rabinowicz [58] enquanto outros, tais como Makinson [61], acreditam que este está "aberto à questionamento", e propõe a definição de contração *withdraw* – que satisfaz todos os postulados descritos a seguir, exceto a recuperação.

Definição 2.16 (**Contração *withdraw* – Makinson [61]**). *A operação $-$ sobre um conjunto de crenças é* withdraw *se e somente se satisfaz o fecho, inclusão, vacuidade, sucesso e extensionalidade.*

Hansson, apesar de argumentar contra o postulado de recuperação, salienta que uma contração *withdraw* fere o princípio da economia informacional. Como um exemplo, ele define a seguinte função $-$ para K:

$$K - \alpha = \begin{cases} K & \text{se } \alpha \notin Cn(K) \\ Cn(\emptyset) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Apesar de satisfazer os postulados da contração *withdraw*, esta função está longe de satisfazer a minimalidade – ao se remover alguma sentença, todas as crenças não tautológicas também são removidas.

O fato é que a *recuperação* não é consenso dentre os diversos autores, e permanece como um ponto polêmico. Voltaremos a discutir a recuperação porém, como este não é o foco no momento, aceitaremos tal postulado devido sua ampla utilização na literatura, a despeito das críticas.

O trio AGM [1] ainda apresenta mais dois postulados, chamados de auxiliares, para caracterizar pontualmente a contração por conjunções. Estes serão abordados na seção 2.5, na qual será apresentada uma generalização dos postulados supra apresentados que abarcam as características das contrações por conjunção sem a necessidade de postulados específicos.

Em suma, podemos caracterizar a contração com os seis postulados apresentados nesta seção. Temos, pois, a seguinte definição de contração.

Definição 2.17 (Postulados para contração [1]). *A contração satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$

(Sucesso) $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ *então* $\alpha \notin K - \alpha$

(Inclusão) $K - \alpha \subseteq K$

(Vacuidade) *se* $\alpha \notin K$ *então* $K - \alpha = K$

(Recuperação) $(K - \alpha) + \alpha = K$

(Extensionalidade) *Se* $Cn(\alpha) = Cn(\beta)$ *então* $K - \alpha = K - \beta$

Exemplo 2.18. *Recordemos do exemplo 2.11. Temos que os possíveis estados epistêmicos resultantes da contração de* $K = \{\neg s, \neg s \rightarrow v\}$ *por* v *são* $K^1 = \{Cn(\neg v \leftrightarrow s)\}$, $K^2 = \{Cn(\neg s)\}$ *e* $K^3 = \{Cn(s \rightarrow \neg v)\}$, *ou seja:*

K^1 *Não vendo minhas ações se e somente se investir em bolsa de valores é seguro.*

K^2 *Investir em bolsa não é seguro. Neste caso, precisei eliminar a implicação "se não é seguro investir então devo vender imediatamente" – ora, é possível vender depois, ou simplesmente parar de comprar.*

K^3 *Se é seguro investir então não vendo minhas ações. Desta forma elimino a crença de que investir não é seguro – porém não afirmo que seja seguro (ou seja, tenho como resultado a intersecção de* K^1 *e* K^2*).*

2.3.2 Construções para contração AGM

Dadas as condições que a contração deve satisfazer, devemos analisar como o operador que satisfaz tais postulados pode ser construído. O modelo **AGM** apresenta quatro construções principais – funções seleção sobre subconjuntos de K, sistemas de esferas de Grove, *epistemic entrenchment* e *safe contraction*. Focaremos nossa atenção na *partial meet contraction*, construída a partir de funções seleção.

Funções Seleção

Uma maneira de se construir a contração de K por α é focar nos maiores subconjuntos possíveis de K que não implicam α e considerar, desta forma, o princípio da mudança mínima. Tal conjunto pode ser definido da seguinte maneira:

Definição 2.19 (Conjunto resíduo). *Um conjunto K' de crenças é um subconjunto maximal de K que não implica α se e somente se:*

(i) $K' \subseteq K$

(ii) $\alpha \notin K'$

(iii) Se $K'' \subset K' \subseteq K$ *então* $\alpha \in Cn(K')$

O conjunto de todos os conjuntos de crenças que são subconjuntos maximais de K que não implicam α é chamado de conjunto resíduo, denotado por $K \perp \alpha$.

Grosso modo, $K \perp \alpha$ contém mais de um subconjunto maximal. A ideia principal em se construir uma função contração é se aplicar um função seleção γ para escolher um dos elementos de $K \perp \alpha$.[2]

Definição 2.20 (contração maxichoice).

$$K - \alpha = \begin{cases} \gamma(K \perp \alpha) & \textit{sempre que } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \textit{caso contrário} \end{cases}$$

Esta função satisfaz os postulados para contração sobre K.

Teorema 2.21 (Representação da contração *maxichoice*). *Uma operação $-$ de contração maxichoice sobre K satisfaz os postulados para contração da definição 2.42 sse existe uma função de seleção γ tal que $K - \alpha = \gamma(K \perp \alpha)$.*

Porém, ao assumirmos tal função para construir a operação de contração, temos como consequência o seguinte resultado indesejado.

[2] Intuitivamente, γ seleciona os conjuntos que contém as crenças que o agente acredita de forma mais arraigada *(epistemically entrenched)*, o que segue o quarto princípio apresentado na seção 1.3.1 – crenças consideradas mais fortes devem ser mantidas em detrimento daquelas tidas como mais fracas. Esta distinção qualitativa entre as crenças é o fator extra-lógico citado anteriormente.

Teorema 2.22. *Seja K um conjunto de crenças e $\alpha \in \mathbb{L}$. Se $\alpha \in K$ e $K - \alpha$ é definido por uma função contração maxichoice, então para qualquer proposição β, $\alpha \vee \beta \in K - \alpha$ ou $\alpha \vee \beta \in K - \alpha$.*

Ou seja, a contração maxichoice retém muita informação. Este fato pode ser melhor ilustrado ao se definir a operação de revisão por esta contração (via identidade de Levi a ser apresentada na página 74).

Corolário 2.23. *Seja $-$ uma contração maxichoice sobre K. Se uma função revisão $*$ é definida a partir de $-$ pela identidade de Levi, então, para qualquer α tal que $\neg\alpha \in K$, $K * \alpha$ é uma teoria completa.*

Ao reter informações desnecessárias em uma contração, o agente acaba por ter, na revisão resultante, opinião sobre a verdade ou falsidade de toda proposição da linguagem, o que não condiz com nossas expectativas intuitivas desta operação, tampouco obedece o princípio da minimalidade – que justamente é o objetivo principal desta operação. Desta forma, é natural que se considere outra função, qual seja, a que retorna todos os elementos de $K \perp \alpha$ – *full meet selection function*, que define a seguinte função:

Definição 2.24 (**contração *full meet***)**.**

$$K - \varphi = \begin{cases} \cap(K \perp \alpha) & \textit{sempre que } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \textit{caso contrário} \end{cases}$$

Conforme esperado, a *contração full meet* satisfaz os postulados básicos para contração.

Teorema 2.25 (**Representação para contração full meet**)**.** *Uma operação $-$ de contração full meet sobre K satisfaz os postulados para contração da definição 2.42 sse existe uma função de seleção γ tal que $K - \alpha = \cap(K \perp \alpha)$.*

Entretanto, novamente temos os seguintes resultados indesejados:

Teorema 2.26. *Seja K um conjunto de crenças e $\alpha \in \mathbb{L}$. Se $\alpha \in K$ e $K - \alpha$ é definido por uma função full meet, então para qualquer proposição β, $\beta \in K - \alpha$ se e somente se $\beta \in K$ e $\neg\alpha \vdash \beta$.*

Podemos notar que a contração *maxichoice* retém muita informação. Este fato novamente pode ser melhor ilustrado ao se definir a operação de revisão por esta contração (via identidade de Levi a ser apresentada).

Corolário 2.27. *Seja $-$ uma contração full meet sobre K. Se uma função revisão $*$ é definida a partir de $-$ pela identidade de Levi então, para qualquer α tal que $\neg\alpha \in K$, $K * \alpha = Cn(\alpha)$.*

Novamente o princípio da minimalidade é contrariado e demasiada informação é retirada na revisão resultante. A solução é assumir uma postura intermediária em relação aos dois extremos apresentados, e definir uma função γ que retorna um subconjunto de $K \perp \alpha$ – contração *partial meet*. Tal operação, a mais aceita na literatura, é a intersecção dos conjuntos escolhidos pela função seleção.

Definição 2.28 (**contração *partial meet***).

$$K - \alpha = \begin{cases} \cap\gamma(K \perp \alpha) & \textit{sempre que } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \textit{caso contrário} \end{cases}$$

Exemplo 2.29. *Seja $-$ uma contração partial meet. Em 2.11, no qual $K = \{\neg s, \neg s \to v\} = Cn(\neg(s \vee \neg c))$ temos que*

$$K \perp v = \{Cn(\neg v \leftrightarrow s, Cn(\neg s)\}$$

Seja $\gamma(K \perp v) = (K \perp v)$. Neste caso,

$$K - v = Cn(\neg v \leftrightarrow s) \cap Cn(\neg s) = Cn(\neg v \rightarrow s)$$

Caso $\gamma(K \perp v) = Cn(\neg v \leftrightarrow s)$, teríamos que

$$K - v = \bigcap Cn(\neg v \leftrightarrow s) = Cn(\neg v \leftrightarrow s)$$

Caso $\gamma(K \perp v) = Cn(\neg s)$, teríamos que

$$K - v = \bigcap Cn(\neg v) = Cn(\neg v)$$

Conforme o exemplo acima ilustra, os postulados da contração caracterizam precisamente a contração partial meet – os possíveis estados epistêmicos resultantes coincidem com os apresentados em 2.18.

Teorema 2.30 (Representação para contração partial meet [1])**.** *Uma operação $-$ de contração* partial meet *sobre K satisfaz os postulados para contração da definição 2.42 sse existe uma função de seleção γ tal que $K - \alpha = \cap\gamma(K \perp \alpha)$.*

Contração transitivamente relacional e postulados suplementares para contração

Um função seleção para o conjunto de crenças K deve, para todos os elementos do conjunto resíduo, escolher aqueles considerados mais arraigados. Um possível refinamento desta construção é exigir que a função seleção deva escolher as crenças de acordo com uma relação de preferência pré-definida.

Definição 2.31 (**função transitivamente relacional**)**.** *Uma função γ para o conjunto K é transitivamente relacional se e somente se existe uma relação $\boldsymbol{R}$ tal que para* *todas as sentenças α, se $K\perp\alpha$ é não vazia, então $\gamma(K\perp\alpha) = \{X \in K\perp\alpha | X'\boldsymbol{R}X$ para todo $X' \in K\perp\alpha\}$ e ademais $\boldsymbol{R}$ é transitiva.*

Esta função aduz o seguinte:

Definição 2.32 (**contração *partial meet* transitivamente relacional**). *Uma contração* partial meet *é transitivamente relacional se e somente se pode ser determinada por uma função transitivamente relacional.*

Para caracterizar esta contração dois novos postulados referentes a conjunções são necessários. O primeiro exige que, para abandonar uma crença da forma $(\alpha \wedge \beta)$, o agente deve abandonar uma das proposições que a constitui, ou mesmo ambas.

Reciprocamente, outro princípio a ser acrescentado afirma que sempre que uma contração por α e β é possível, então também deve ser possível se perfazer a contração pela crença constituída pela conjunção de ambas as proposições $(\alpha \wedge \beta)$. Temos, pois, o seguinte:

Definição 2.33 (**Postulados suplementares para contração [1]**). *Além dos postulados da definição 2.42, uma contração satisfaz o seguinte:*

(Inclusão conjuntiva) *Se* $\alpha \notin K - (\alpha \wedge \beta)$ *então* $K - (\alpha \wedge \beta) \subseteq K - \alpha$

(Intersecção conjuntiva) $(K - \alpha) \cap (K - \beta) \subseteq K - (\alpha \wedge \beta)$

Teorema 2.34 (Representação para contração partial meet transitivamente relacional [1]). *Seja K um conjunto de crenças. Uma contração é partial meet transitivamente relacional sobre K se e somente se satisfaz conjuntamente os postulados para contração das definições 2.42 e 2.33*

Epistemic entrenchment

Ao apresentar a função seleção para a contração *partial meet* frisamos a importância da ideia intuitiva de que, quando forçado a abandonar crenças prévias, o agente deve abandonar aquelas crenças menos enraizadas em seu estado epistêmico. Esta ideia é exatamente o que formaliza a contração por *epistemic entrenchment* (enraizamento ou entrincheiramento epistêmico, em uma livre tradução) – tomadas duas crenças α e β de um estado epistêmico, dizer que "β é mais enraizada do que α" significa que β é mais útil em uma deliberação, ou mesmo que esta é acreditada de maneira mais forte, ou seja, possui um *status* epistêmico mais forte do que α.

Em uma contração, as crenças menos enraizadas devem ser aquelas mais facilmente abandonadas – isto é, caso tenhamos em mente a construção da função seleção, esta escolhe os conjuntos resíduos que possuem as crenças mais enraizadas no estado epistêmico.

Dado um estado epistêmico K, Gärdenfors e Makinson [32] propuseram cinco postulados que um enraizamento epistêmico deve satisfazer ($\alpha \leq \beta$ deve ser lido como "β é ao menos tão enraizado quanto α em K"):

Definição 2.35 (Postulados para *epistemic entrenchment* [32])**.** .

(Transitividade) *Se* $\alpha \leq \beta$ *e* $\beta \leq \alpha$ *então* $\alpha \leq \alpha$

(Dominância) *Se* $\alpha \vdash \beta$ *então* $\alpha \leq \beta$

(Conjuntividade) $\alpha \leq (\alpha \wedge \beta)$ *ou* $\beta \leq (\alpha \wedge \beta)$

(Minimalidade) *Se o conjunto de crenças* K *é não-trivial, então* $\alpha \notin K$ *se e somente se* $\alpha \leq \beta$ *para todo* β

(Maximalidade) *Se* $\beta \leq \alpha$ *para todo* β*, então* $\alpha \in Cn(\emptyset)$

Uma relação de *epistemic entrenchment* define uma contração de acordo com a seguinte definição:

Definição 2.36 (contração por *epistemic entrenchment* [32]).

$$\beta \in K - \alpha \textit{ se e somente se } \beta \in K \textit{ e } \alpha < (\alpha \vee \beta) \textit{ ou } \alpha \in Cn(\emptyset).$$

A contração por *epistemic entrenchment* coincide exatamente com a contração *parcial meet* transitivamente relacional, e portanto temos o seguinte:

Teorema 2.37 (Representação para contração partial meet transitivamente relacional [32])**.** *Seja K um conjnto de crenças. $-$ é uma contração por* epistemic entrenchment *sobre K se e somente se satisfaz conjuntamente os postulados para contração das definições 2.42 e 2.33*

2.4 Revisão AGM

A revisão de um conjunto K por uma crença α é denotada por $K*\alpha$. A revisão é particularmente importante quando α é incompatível com K e o agente deseja incorporá-la de tal maneira que o conjunto de crenças resultante permaneça não-contraditório, ou seja, algumas das crenças prévias devem ser removidas para impedir a presença de contradições.

O critério da economia informacional, novamente, exerce um papel central, e exige que a menor quantidade de crenças seja removida para que a operação de revisão seja, em um certo sentido, uma mudança mínima.

Idealmente, tal como na contração, a minimalidade é um consenso – porém tal unanimidade se desfaz ao se considerar o postulado que assegura a mesma.

2.4.1 Postulados para revisão

A revisão de um conjunto K por uma entrada epistêmica α é denotada por $K * \alpha$. Assim como na contração, assume-se que $*$ é uma função que parte de pares de conjuntos de crenças e sentenças para conjuntos de crenças.

(Fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$

O sucesso nos garante que a nova informação está no estado epistêmico revisado.

(Sucesso) $\alpha \in K * \alpha$

A inclusão garante que a revisão de K pela entrada epistêmica α seja um subconjunto da expansão de K por α. Notadamente, isto é trivial quando a negação da entrada epistêmica está presente em K (como consequência do princípio da explosão).

(Inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$

O próximo postulado complementa o anterior, e afirma que se a negação da entrada epistêmica não está presente em K, a revisão se iguala à expansão.

(Vacuidade) Se $K + \alpha$ é consistente (não-contraditório) então $K * \alpha = K + \alpha$

O próximo postulado, apesar de presente no trabalho original do trio AGM [1], não tem sido usado nos recentes trabalhos de Revisão de Crenças – o mesmo é apresentado apenas, tal como sugere Makinson [61], como uma maneira de definir a contração a partir de uma revisão.

(Identidade de Harper) $K * \neg\alpha \cap K = K - \alpha$ para alguma contração $-$

Temos, desta forma, os seguintes postulados para revisão:

Definição 2.38 (Postulados para Revisão [28])**.** *Uma operação $*$ é um* operador de revisão *se satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$

(Sucesso) $\alpha \in K * \alpha$

(Inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$

(Vacuidade) *Se* $K + \alpha$ *é consistente então* $K * \alpha = K + \alpha$

(Consistência) *Se* α *é consistente então* $K * \alpha$ *é consistente.*

(Extensionalidade) *Se* $Cn(\alpha) = Cn(\beta)$ *então* $K * \alpha = K * \beta$

2.4.2 Construções para Revisão

Sabemos que as duas principais tarefas da revisão é acrescentar uma nova crença α à teoria e garantir que a teoria resultante não seja contraditória, a menos que α seja, ela mesma, contraditória (auto-contraditória). A primeira tarefa pode ser garantida pela expansão da teoria por α; a segunda pela contração prévia de $\neg\alpha$. A composição destas duas sub-operações gera a seguinte definição para a revisão, chamada de *identidade de Levi.*

Definição 2.39 (Identidade de Levi)**.** *Suponha que* $-$ *é uma contração para* K *que satisfaz os postulados da definição 2.42. Uma revisão* $*$ *para* K *é construída como*

$$K * \alpha = (K - \neg\alpha) + \alpha$$

Desta forma, caso $-$ seja uma contração *partial meet*, o operador $*$ definido pela Identidade de Levi é uma revisão *partial meet.* Notadamente, os postulados para revisão da definição 6.12 caracterizam exatamente esta operação e, conforme esperado, qualquer revisão *partial meet* satisfaz estes postulados – temos, pois, o seguinte teorema da representação:

Teorema 2.40 (Representação para revisão *partial meet* [1]). *Uma operação $*$ de revisão* partial meet *sobre K satisfaz os postulados da definição 6.12 sse existe uma função seleção γ tal que $K * \alpha = (K -_\gamma \neg\alpha) \cup \alpha$.*

2.4.3 Postulados suplementares para revisão

Assim como na contração, postulados suplementares aos básicos para a revisão foram propostos. Destacamos os seguintes:

Definição 2.41 (Postulados suplementares para revisão [1]). *Além dos postulados básicos, temos o seguinte:*

(Superexpansão) $K * (\alpha \wedge \beta) \subseteq (K * \alpha) + \beta$

(Subexpansão) *Se* $\neg\beta \notin Cn(K * \alpha)$ *então* $(K * \alpha) + \beta \subseteq K * (\alpha \wedge \beta)$

2.5 Postulados generalizados para contração e revisão

Existem generalizações dos postulados básicos presentes na literatura que abarcam as operações em K cuja entrada é um conjunto A – tornando os postulados suplementares supérfluos. Vale notar que um conjunto $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ é equivalente a uma sentença $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge ... \wedge \alpha_n$, isto é, $Cn(\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}) = Cn(\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge ... \wedge \alpha_n)$.

Uma destas generalizações é a seguinte:

Definição 2.42 (Postulados generalizados para contração [22]). *Uma operação $-$ é um* operador de contração *em* $\mathbf{L}$ *se satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K - A = Cn(K - A)$

(Sucesso) $A \not\subseteq Cn(\emptyset)$ *então* $A \not\subseteq K - A$

(Inclusão) $K - A \subseteq K$

(Vacuidade) *se* $A \notin K$ *então* $K - A = K$

(Recuperação) $(K - A) + A = K$

(Extensionalidade) *Se* $Cn(A) = Cn(B)$ *então* $K - A = K - B$

Definição 2.43 (Postulados generalizados para revisão [22])**.** *Uma operação* $*$: *é uma revisão se satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K * A = Cn(K * A)$

(Sucesso) $A \subseteq K * A$

(Inclusão) $K * A \subseteq K + A$

(Vacuidade) *Se* $K + A$ *é consistente (não-contraditório) então* $K * A = K + A$

(Consistência) *Se* A *é consistente (não-contraditório) então* $K * A$ *é consistente*

(Extensionalidade) *Se* $Cn(A) = Cn(B)$ *então* $K * A = K * B$

Além de permitir que a entrada da operação seja um conjunto de sentenças, os postulados generalizados são bastante úteis pois permitem, conforme argumenta Flouris [18], uma maior aplicabilidade do sistema **AGM** em diferentes lógicas – notadamente diferentes lógicas não clássicas.

2.6 AGM-compatibilidade

A maior preocupação do referido trabalho de Flouris [18] é justamente elucidar a aplicabilidade do sistema **AGM** em diferentes lógicas não-clássicas – o que ele chama de AGM-compatibilidade.

Definição 2.44 (AGM-compatibilidade [18])**.** *Uma lógica é AGM-compatível se e somente se para todo conjunto K de crenças existe ao menos uma operação $-$ sobre K que satisfaz os postulados (generalizados) para contração.*

Notadamente, tendo assegurado a AGM-compatibilidade temos, por construção, a validade das operações de revisão. Este interessante resultado é central na aplicação do sistema **AGM** em estados epistêmicos modelados sobre uma lógica distinta da clássica, e assegura a aplicabilidade dos postulados e a validade dos teoremas da representação nestas lógicas. Tendo em vista esta importância, tal resultado foi satisfatoriamente generalizado por Márcio Ribeiro e Renata Wassermann – tendo sido abordado principalmente por Ribeiro [84, 83].

Teorema 2.45. *Uma lógica é AGM-compatível somente se satisfaz as suposições* ***AGM****.*

Este resultado apesar de ser, por um lado, positivo no sentido de que assegura a AGM-compatibilidade em diferentes lógicas, por outro lado tem uma contraparte negativa no sentido de que assevera a não aplicabilidade do sistema **AGM** em vários grupos de lógicas de notório interesse lógico-filosófico e computacional (tal como lógica de Horn, intuicionista, distributiva, temporal linear e lógicas da descrição, por exemplo) – nestes casos, a estratégia apresentada por Ribeiro [83] é modificar os postulados de maneira suficiente a permitir tal aplicabilidade.[3]

[3] A estratégia de se modificar os postulados (e portanto as construções explícitas), além de permitir a aplicabilidade do sistema **AGM** em lógicas não AGM-compatíveis, tal como demonstra Ribeiro [83], também pode ser utilizada em lógicas AGM-compatíveis, conforme argumentamos nesta tese. A justificativa para tanto é logicamente simples, porém filosoficamente significativa – os postulados do sistema, apesar de não serem, por um lado, dependentes da linguagem (conforme já afirmado anteriormente), por outro lado refletem apenas a racionalidade da linguagem (e portanto, da lógica) assumida inicialmente como subjacente ao sistema pelo trio AGM. Desta forma diferentes outras lógicas, apesar de AGM-compatíveis, não têm seu poder expressivo satisfatoriamente explorado pelos postulados e construções clássicos e estes, portanto, precisam ser modificados de maneira suficiente a incorporar as especificidades capturadas pelas distintas lógicas a serem abordadas. Tal modificação, vale citar, é algo bastante simples de um ponto de vista formal, uma vez que estas, de fato, independem da linguagem. O maior desafio, pois, é encontrar a melhor maneira de se capturar a intuição a ser formalizada pela nova linguagem.

De acordo com o autor, substituir na contração o postulado da recuperação pela relevância se mostra uma estratégia interessante – tal postulado foi sugerido por Hansson [36] por capturar a noção de minimalidade sem as consequências contra-intuitivas do postulado da recuperação.

(Relevância) Se $\beta \in K \setminus K - A$ então existe K' tal que $K - A \subseteq K' \subseteq K, A\neg \subseteq K'$ mas $A \subseteq K' + \beta$

O postulado da relevância garante a minimalidade da operação pois impede que sentenças irrelevantes sejam removidas ao impor que nenhum elemento β possa ser removido de K a menos que β contribua para acarretar logicamente A, ou seja, para algum K' tal que $K - A \subseteq K' \subseteq K$ o conjunto $K' \cup \{\beta\}$ prova A. O fato é que em lógicas que satisfazem as suposições **AGM**, a relevância e a recuperação são equivalentes na presença dos outros postulados **AGM**, conforme demonstra Hansson [36].

A equivalência entre relevância e recuperação, entretanto, desaparece em diversas lógicas não-clássicas – tornando-os postulados completamente distintos. Portanto em tais lógicas, salienta Ribeiro [83], é possível optar se é preferível priorizar a recuperabilidade garantida pelo postulado da recuperação ou a garantida minimalidade assegurada pelo postulado da relevância.

Ademais, a representação da contração relevante (contração *partial meet* com o postulado da relevância no lugar da recuperação) vale em qualquer lógica compacta enquanto que a representação da contração *partial meet* com a recuperação vale, conforme já exposto, apenas em lógicas que satisfazem as suposições **AGM** – o que torna a primeira também mais interessante por lidar com uma classe maior de lógicas, além dos motivos originais defendidos por Hansson.

As lógicas paraconsistentes que utilizamos no sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente são compactas e satisfazem as suposições **AGM**, permitindo-nos optar por qual postulado referente à minimalidade utilizar.

2.7 Considerações parciais

Além de introduzir o sistema **AGM** de revisão e crenças, o objetivo deste capítulo que apresentamos é levantar algumas pertinentes questões:

(i) O critério de minimalidade é central nas operações de revisão e a heurística de escolha presente nestas operações não é algo simples de ser formalmente construído. Tal fato pode ser notado pela dificuldade de se definir uma função de seleção para a contração – e nosso interesse em apresentar diferentes construções permite-nos salientar esta dificuldade.

(ii) Podemos extrair da apresentação do sistema **AGM** um roteiro a ser seguido na apresentação de nosso novo sistema de revisão paraconsistente, qual seja:

1. definir um estado epistêmico;
2. apresentar as distintas atitudes epistêmicas;
3. definir as possíveis operações:

3.1. definir os postulados de racionalidade (e salientar os critérios assumidos para tanto);

3.2 definir uma construção explícita para cada operação;

3.3 provar os respectivos teoremas da representação.

(iii) O teorema da representação para a contração em conjuntos de crenças é válido para as lógicas que satisfazem as suposições **AGM** e, quando este não é o caso, é possível modificar os postulados e construções explícitas de maneira necessária e suficiente para tanto.

(iv) A AGM-compatibilidade garante a aplicabilidade dos resultados **AGM** de maneira direta, porém a modificação citada em (iii) se mostra uma estratégia interessante, também, quando se deseja capturar melhor as intuições presentes em uma eventual nova linguagem.

Capítulo 3

Base de Crenças

Neste capítulo apresentamos sucintamente o sistema de base de crenças, no qual os estados epistêmicos são representados por conjuntos arbitrários de sentenças e, diferentemente da teoria **AGM**, distingue aquilo que o agente acredita explicitamente daquilo que ele acredita como consequência lógica de suas crenças explícitas. Apesar do foco desta tese ser sistemas fechados, o que nos interessa logicamente é o fato de que as bases de crenças suportam distintas operações de revisão nas quais são permitidos intermediários estados epistêmicos contraditórios, tais como a revisão externa, bem como operações nas quais a tarefa de aceitar ou não determinada sentença é delegada à função seleção – semi-revisão.[1] Notadamente tais operações não são possíveis na Teoria **AGM**, apesar de suas interessantes justificativas presentes na literatura.

Assim como no Capítulo anterior, são apresentados os postulados que caracterizam as diferentes operações e suas construções formais, bem como os respectivos *Teoremas da representação*.

[1]Definiremos estas operações para estados epistêmicos fechados sobre uma lógica paraconsistente, tomando como justificativa teórica, dentre outras coisas, as intuições subjacentes a estas operações.

3.1 Base de Crenças e Atitudes Epistêmicas

Na teoria das bases de crenças os estados epistêmicos são conjuntos B arbitrários de sentenças. Não obstante, as operações também são construídas sobre uma linguagem $\mathbb{L}$, governada por uma lógica identificada por seu operador de consequência Cn, definida como sendo o par $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ (*cf.* seção 2.1, na página 50).

Quatro atitudes epistêmicas são admitidas em relação a uma sentença α neste sistema de crenças, quais sejam:

Aceita explicitamente se $\alpha \in B$

Aceita implicitamente se $\alpha \in Cn(B) \setminus B$

Rejeitada se α não é consistente com B

Indeterminada se $\alpha \notin Cn(B)$ e α é consistente com B

3.2 Expansão

A expansão é a operação que leva uma sentença a ser aceita pelo agente, definida exatamente como em **AGM** simplesmente pelo seguinte:

Definição 3.1 (Expansão – Levi [55]). *Seja B uma base de crenças e α uma sentença. $B + \alpha$ é definida como:*

$$B + \alpha = B \cup \{\alpha\}$$

3.3 Contração em bases

Assim como em conjuntos de crenças, a contração em bases leva uma sentença incialmente aceita (no caso, implicitamente ou explicitamente) a ser indeterminada. Novamente pelo princípio da economia informacional, tal operação deve perfazer uma mudança mínima. A maioria dos postulados para as bases são os mesmos dos conjuntos – obviamente o fecho não é válido em bases de crença e, portanto, o *sucesso* precisa ser adaptado para assegurar que a sentença retirada não pertença ao fecho:

(Sucesso) $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $\alpha \notin Cn(B - \alpha)$

A *inclusão* e *vacuidade* permanecem inalteradas:

(Inclusão) $B - \alpha \subseteq B$

(Vacuidade) se $\alpha \notin B$ então $B - \alpha = B$

O postulado da *extensionalidade*, em bases de crenças, não garante que sentenças equivalentes sejam contraídas de um mesmo conjunto de crenças de forma equivalente – é necessário algo um pouco mais forte:

(Uniformidade) Se para todo subconjunto B' de B, $\alpha \in Cn(B')$ sse $\beta \in Cn(B')$ então $B - \alpha = B - \beta$

Conforme frisa Hansson [40], o postulado da *recuperação* não é válido em bases de crenças, portanto outro postulado que garanta a minimalidade da operação de contração se faz necessário. Na literatura existem dois postulados sugeridos para este fim, quais sejam:

(Relevância) Se $\beta \notin B - \alpha$ então existe um B' tal que $B - \alpha \subseteq B' \subseteq B$ e $\alpha \notin Cn(B')$, mas $\alpha \in Cn(B' \cup \{\beta\})$

(Core-retainment) Se $\beta \notin B - \alpha$ então existe um B' tal que $B' \subseteq B$ e $\alpha \notin Cn(B')$ mas $\alpha \in Cn(B' \cup \{\beta\})$

O papel destes postulados é garantir que ao se remover α de B, remove-se também uma outra sentença β de B apenas se a mesma, de alguma forma, ajuda a derivar logicamente α. Vale notar que pela maneira que são enunciados, a *relevância* é mais forte do que o *core-retainment* e que ambos, na presença da *inclusão*, tornam a *vacuidade* redundante.

Podemos, pois, caracterizar a contração por dois distintos conjuntos de postulados – cada qual corresponde a uma das operações de contração descritas a seguir.

3.3.1 Contração partial meet em bases

A contração partial meet em bases é definida de forma idêntica à contração partial meet em conjuntos – dado o conjunto resíduo $B \perp \alpha$ (construído tal como a definição 2.19, na página 66) e uma função seleção γ, temos o seguinte:

Definição 3.2 (**contração partial meet em bases**)**.**

$$B -_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(B \perp \alpha)$$

Esta construção é totalmente caracterizada pelo seguinte:

Definição 3.3 (Postulados para contração partial meet)**.** *Uma operação $-$ é uma contração partial meet se satisfaz os seguintes postulados:*

(Sucesso) *se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $\alpha \notin Cn(B - \alpha)$*

(Inclusão) $B - \alpha \subseteq B$

(Uniformidade) *se para todo subconjunto B' de B, $\alpha \in Cn(B')$ sse $\beta \in Cn(B')$ então $B - \alpha = B - \beta$*

(Relevância) *Se $\beta \notin B - \alpha$ então existe um B' tal que $B - \alpha \subseteq B' \subseteq B$ e $\alpha \notin Cn(B')$, mas $\alpha \in Cn(B' \cup \{\beta\})$*

Teorema 3.4 (Representação [44]). *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica monotônica e compacta. A operação $-$ é uma contração partial meet para B sse $-$ satisfaz os postulados da definição 3.3.*

3.3.2 Contração Kernel

Na contração kernel, ao invés de considerarmos os maiores subconjuntos de B que não implicam α (conjunto resíduo), consideramos os menores subconjuntos de B que implicam α (conjunto Kernel). Notadamente, isto não é possível em sistemas e crenças fechados por consequência lógica. Vejamos:

Definição 3.5 (Conjunto kernel). *Seja B uma base de crenças e α uma sentença da linguagem. O conjunto kernel em relação a α, representado por $B \perp\!\!\!\perp \alpha$, é um conjunto tal que $X \in B \perp\!\!\!\perp \alpha$ se e somente se:*

(i) $X \subseteq B$

(ii) $\alpha \in Cn(B)$

(iii) Se $X' \subset X$ *então* $\alpha \notin Cn(X')$

Ou seja, o conjunto kernel é constituído por todos os subconjuntos de B que derivam α a partir de B e que são minimais. A contração kernel é definida através de uma função σ que escolhe ao menos uma sentença de cada conjunto kernel para ser removida e, desta forma, impede que a sentença a ser contraída seja derivada pela base.[2] Tal função é chamada de incisão, e é definida da seguinte maneira:

Definição 3.6 (Função incisão). *Seja B uma base de crenças e $\alpha \in B$. σ é uma função incisão tal que para todo α:*

[2]Intuitivamente, σ seleciona as crenças que o agente acredita de forma menos arraigada e, novamente, segue o quarto princípio apresentado na seção 1.3.1 – crenças consideradas mais fortes devem ser mantidas em detrimento daquelas tidas como mais fracas.

(i) $\sigma(B \perp\!\!\!\perp \alpha) \subseteq \bigcup B \perp\!\!\!\perp \alpha$ *e*

(ii) *Se* $\emptyset \neq X \in B \perp\!\!\!\perp \alpha$ *então* $X \cap \sigma(B \perp\!\!\!\perp \alpha) \neq \emptyset$

Definição 3.7 (**contração kernel**). *Seja* σ *uma função incisão em* B *e* $\alpha \in B$.

$$B - \alpha = B \setminus \sigma(B \perp\!\!\!\perp \alpha)$$

Esta construção é totalmente caracterizada pelo seguinte:

Definição 3.8 (Postulados para contração kernel). *Uma operação* $-$ *é uma contração kernel se satisfaz os seguintes postulados:*

(Sucesso) $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ *então* $\alpha \notin Cn(B - \alpha)$

(Inclusão) $B - \alpha \subseteq B$

(Uniformidade) *se para todo subconjunto* B' *de* B, $\alpha \in Cn(B')$ *sse* $\beta \in Cn(B')$ *então* $B - \alpha = B - \beta$

(Core-retainment) *Se* $\beta \notin B - \alpha$ *então existe um* B' *tal que* $B' \subseteq B$ *e* $\alpha \notin Cn(B')$, *mas* $\alpha \in Cn(B' \cup \{\beta\})$

Teorema 3.9 (Representação [44]). *Seja* $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ *uma lógica monotônica e compacta. A operação* $-$ *é uma contração kernel para* B *sse satisfaz os postulados da definição 3.8.*

3.4 Revisão em bases

Assim como na Teoria **AGM**, a Revisão é definida como a operação que leva uma sentença a ser aceita pelo agente (no caso, explicitamente) de forma coerente. A definição 2.39, da página 74, caracteriza tal operação em conjuntos logicamente fechados a partir de uma contração e expansão. A revisão em bases é definida da mesma forma:

$$(B - \neg\alpha) + \alpha$$

Entretanto, em bases é possível inverter as duas sub-operações constituintes da identidade de Levi acima:

$$(B + \alpha) - \neg\alpha$$

Conforme já vimos anteriormente, esta construção para revisão em bases é chamada de identidade de Levi inversa. Notadamente tal operação não é viável em conjuntos de crenças – é possível que $K + \alpha$ seja contraditório e, portanto, $K + \alpha = K_f$, ou seja, perdemos toda a informação originalmente presente em K. O mesmo não ocorre quando lidamos com sistemas de crenças definidos sobre bases.

As duas identidades acima definem, respectivamente, a *revisão interna* e *revisão externa*.

Ambas as revisões satisfazem os seguintes postulados:

(Sucesso) $\alpha \in B * \alpha$

(Inclusão) $B * \alpha \subseteq B + \alpha$

Ademais, as revisões devem satisfazer algum postulado que garanta a minimalidade da operação. Dependendo da contração utilizada para se definir a revisão, *kernel* ou *partial meet*, considera-se respectivamente os postulados *core-retainment* ou *relevância*:

(Core-retainment) Se $\beta \in B \setminus B * \alpha$ então existe um $B' \subseteq B \cup \{\alpha\}$ tal que $B' \cup \{\alpha\}$ é consistente (não-contraditório), mas $B' \cup \{\alpha, \beta\}$ não é.

(Relevância) Se $\beta \in B \setminus B * \alpha$ então existe um B' tal que $B * \alpha \subseteq B' \subseteq B \cup \{\alpha\}$ e $B' \cup \{\alpha\}$ é consistente (não contraditório), mas $B' \cup \{\alpha, \beta\}$ não é.

A revisão interna, especificamente, satisfaz, além destes postulados apresentados, o seguinte:

(Uniformidade) se para todo $B' \subseteq B, B' \cup \{\alpha\}$ é consistente (não contraditório) sse $B' \cup \{\beta\}$ também é, então $B \cap (B * \alpha) = B \cap (B * \beta)$

Por outro lado, a revisão externa satisfaz uma versão mais fraca deste postulado:

(Uniformidade fraca) Se $\alpha, \beta \in B$ e se para todo $B' \subseteq B, B' \cup \{\alpha\}$ é consistente (não-contraditório) sse $B' \cup \{\beta\}$ também é, então $B \cap (B * \alpha) = B \cap (B * \beta)$

Além disso, a revisão externa satisfaz, conforme esperado, o postulado da pré-expansão:

(pré-expansão) $B + \alpha * \alpha = B * \alpha$

É possível, pois, definir as seguintes distintas revisões em bases de crença.

3.4.1 Revisão Interna

Definição 3.10 (**Revisão interna partial meet**).

$$B *_\gamma \alpha = (\bigcap \gamma(B \perp \neg\alpha)) + \alpha$$

Teorema 3.11 (Representação [44]). *A operação $*$ é uma revisão interna* partial meet *para B sse satisfaz os postulados sucesso, inclusão, uniformidade e relevância.*

Definição 3.12 (**Revisão interna kernel**).

$$B *_\sigma \alpha = (B \setminus \sigma(B \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)) + \alpha$$

Teorema 3.13 (Representação [44]). *A operação $*$ é uma revisão interna kernel para B sse satisfaz os postulados sucesso, inclusão, uniformidade e core-retainment.*

3.4.2 Revisão externa

Definição 3.14 (Revisão externa partial meet).

$$B *_\gamma \alpha = \bigcap \gamma((B + \alpha)\perp\alpha$$

Teorema 3.15 (Representação [44]). *A operação $*$ é uma revisão externa partial meet para B sse satisfaz os postulados sucesso, inclusão, uniformidade fraca, pré-expansão e relevância.*

Definição 3.16 (Revisão externa kernel).

$$B *_\sigma \alpha = (B + \alpha) \setminus \sigma((B + \alpha)\perp\!\!\!\perp\neg\alpha)$$

Teorema 3.17 (Representação [44]). *A operação $*$ é uma revisão externa kernel para B sse satisfaz os postulados sucesso, inclusão, uniformidade fraca, pré-expansão e core-retainment.*

3.5 Semi-Revisão

Diferente das operações apresentadas até agora, a semi-revisão não assume que o agente deva necessariamente aceitar a nova sentença α a ser incorporada. A semi-revisão apresentada por Hansson [35] delega a tarefa de aceitar ou não α ao mecanismo de seleção (função de seleção ou incisão) – o que desafia o postulado do sucesso.

A construção da semi-revisão é definida como a expansão de B pela sentença α a ser incorporada, seguida da remoção da contradição – definida como uma contração da partícula falsum **f**.

Naturalmente, é possível definir esta operação via contração kernel ou partial meet.

Definição 3.18 (semi-revisão kernel)**.**

$$B?_{\sigma}\alpha = (B+\alpha) \setminus \sigma((B+\alpha)\perp\!\!\!\perp \boldsymbol{f}$$

A única diferença desta com a revisão externa kernel é a ausência do postulado sucesso, bem como a substituição da uniformidade fraca pelo seguinte:

(troca interna) Se $\alpha, \beta \in B$ então $B?\alpha = B?\beta$

Teorema 3.19 (Representação [99])**.** *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica monotônica e compacta. A operação $?$ é uma semi-revisão kernel para B sse $?$ satisfaz os postulados inclusão, core-retainment, pré-expansão e troca-interna.*

Definição 3.20 (semi-revisão partial meet)**.**

$$B?_{\gamma}\alpha = \bigcap \gamma((B+\alpha)\perp \boldsymbol{f}$$

Teorema 3.21 (Representação [99])**.** *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica monotônica e compacta. A operação $?$ é uma semi-revisão partial meet para B sse $?$ satisfaz os postulados inclusão, relevância, pré-expansão e troca-interna.*

3.6 Considerações parciais

Conforme salientamos na introdução, o principal objetivo de abordar nesta tese o sistema de bases de crenças, além de fornecer uma relevante revisão da literatura, é explorar as construções definíveis neste sistema que não o são em **AGM**, quais sejam:

(i) Revisão externa Na qual existe um intemediário estado epistêmico contraditório, capturado pelo postulado *pré-expansão*

(ii) Semi-Revisão Que pode ser considerada uma generalização da revisão externa, na qual não vale o *sucesso* haja vista que a aceitação ou não da crença a ser incorporada é delegada ao mecanismo de seleção – não sendo, portanto, assumida a priori.

Notadamente, um dos objetivos desta tese é justamente defini-las sobre um sistema paraconsistente, no qual a existência de um estado contraditório intermediário pode ser satisfatoriamente capturada – é o que faremos nas páginas que se seguem.

Capítulo 4

Revisão de crenças paraconsistente: Sistema AGM$\circ$

Apresentamos neste capítulo nosso sistema de revisão de crenças paraconsistente cujo estado epistêmico é representado por um conjunto dedutivamente fechado sobre uma Lógica da Inconsistência Formal (**LFI**), qual seja, qualquer lógica **L** extensão de **mbC** – a mais simples das **LFIs**. Apesar da AGM-compatibilidade destas lógicas, a ideia intuitiva que procuramos apreender com tal sistema é melhor representada ao se alterar substancialmente os postulados de racionalidade das operações[1], e portanto também suas construções explícitas, o que satisfatoriamente interpreta a própria noção de paraconsistência subjacente às **LFIs** – cuja estratégia é a internalização do conceito de consistência (ou inconsistência) dentro da linguagem objeto, dando a esta um maior poder expressivo que pretendemos explorar.

[1]Em uma abordagem alternativa apresentamos no próximo capítulo um sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente no qual assumimos como ponto de partida a AGM-compatibilidade, a partir da qual é possível preservar todas as construções e postulados de **AGM**. Tal sistema, pois, segue uma postura alinhada à segunda abordagem apresentada na página 24 em relação à Revisão Paraconsistente. Apesar de logicamente desinteressante, por um lado, tendo em vista o fato de que o operador de consistência é, de uma certa maneira, inutilizado, por outro lado o interesse lógico desta abordagem é se aproximar dos resultados clássicos **AGM** (complementando-os, em um certo sentido) bem como partir de uma definição mais geral de paraconsistência, não necessariamente atrelada ao operador de consistência.

4.1 Motivações

Conforme apresentado na introdução deste trabalho, parece-nos plausível que os agentes possuam crenças contraditórias. De um ponto de vista formal podemos citar a revisão externa apresentada em bases de crenças como um exemplo paradigmático, no qual existe um intermediário estado epistêmico contraditório porém coerente: não trivial e racionalmente justificado tendo em vista que, conforme salienta Hansson [39], a revisão externa é plausível quando seja óbvia a aceitação da nova informação recebida, porém seja menos óbvio decidir qual crença prévia deva ser abandonada para que a nova informação seja satisfatoriamente incorporada.

A semi-revisão é uma relevante generalização da revisão externa, operação na qual também é necessário um intermediário estado epistêmico contraditório porém a escolha sobre qual crença prévia deva ser retraía é delegada à função seleção (ou outro mecanismo de escolha utilizado pelo sistema), o que melhor captura a intuição supracitada.

Entretanto, no sistema **AGM**, caso um conjunto de crenças possua uma contradição então o estado epistêmico resultante é incoerente e trivial. Mesmo que contornemos este problema ao modificar a lógica subjacente, ainda resta-nos justificar a própria possibilidade de estados epistêmicos contraditórios, ou melhor, os critérios que os sustentam. Seria isto um problema à a teoria coerentista da justificativa epistêmica? Estados epistêmicos contraditórias podem ser considerados coerentes? Precisamos portanto investigar postulados de racionalidade que justifiquem a coerência de conjuntos de crenças contraditórios. O operador de consistência formal apresentado pelas **LFIs** oferece o subsídio teórico ideal para tanto.

Na seção seguinte apresentamos as Lógicas da Inconsistência Formal que doravante assumimos como subjacentes ao nosso modelo de revisão de crenças paraconsistente – o sistema **AGM**$\circ$.

4.2 As Lógicas da Inconsistência Formal

Conforme apresentamos anteriormente, a ideia principal das **LFIs** é considerar um novo operador de consistência $\circ$, primitivo ou não, de maneira que $\circ\alpha$ denota a consistência de α. Deste modo, para qualquer **LFI** expressa pelo operador de consequência $\vdash$:

$$\alpha, \neg\alpha \nvdash \beta \text{ em geral, porém sempre vale que } \alpha, \neg\alpha, \circ\alpha \vdash \beta$$

Com isso as Lógicas da Inconsistência Formal, ao internalizarem o conceito de consistência na linguagem, equilibram a relação

$$\text{Contradição} + \text{Consistência} = \text{Trivialidade}$$

na qual a consistência é explicitamente denotada. Formalmente, temos o seguinte:

Definição 4.1 (**LFI**). *Seja* $\boldsymbol{L}$ *uma lógica com uma negação* $\neg$*. A lógica* $\boldsymbol{L}$ *é uma Lógica da Inconsistência Formal se existe um conjunto não vazio* $\bigcirc(p)$ *de fórmulas na linguagem de* $\boldsymbol{L}$ *que dependem exclusivamente da variável proposicional* p*, tal que:*

(i) *Existem sentenças* α *e* β *tais que* $\neg\alpha, \alpha \nvdash_{\boldsymbol{L}} \beta$

(ii) *Existem sentenças* α *e* β *tais que:*

(a) $\bigcirc(\alpha), \alpha \nvdash_{\boldsymbol{L}} \beta$

(b) $\bigcirc(\alpha), \neg\alpha \nvdash_{\boldsymbol{L}} \beta$

(iv) *Para toda sentença* α *e* β*:* $\bigcirc(\alpha), \neg\alpha, \alpha \vdash_{\boldsymbol{L}} \beta$

Para cada fórmula α, o conjunto $\bigcirc(\alpha)$ pretende expressar, em um sentido específico, a consistência de α relativa à lógica **L**. Quando este conjunto é unitário, denota-se por $\circ\alpha$ o único elemento de $\bigcirc(\alpha)$ e neste caso $\circ$ define um operador formal (conectivo) de consistência. Vale lembrar que $\circ$ não é, necessariamente, um operador primitivo da assinatura de **L**.

A mais básica das **LFIs** considerada é a lógica proposicional **mbC**, desenvolvida por Carnielli, Coniglio e Marcos [9].

Definição 4.2 (A lógica **mbC**). *A menor Lógica da Inconsistência Formal da família a ser abordada é constituida pelo seguinte:*

Axiomas:

(A1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

(A2) $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \delta)) \to (\alpha \to \delta))$

(A3) $\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta))$

(A4) $(\alpha \wedge \beta) \to \alpha$

(A5) $(\alpha \wedge \beta) \to \beta$

(A6) $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$

(A7) $\beta \to (\alpha \vee \beta)$

(A8) $(\alpha \to \delta) \to ((\beta \to \delta) \to ((\alpha \vee \beta) \to \delta))$

(A9) $\alpha \vee (\alpha \to \beta)$

(A10) $\alpha \vee \neg\alpha$

(bc1) $\circ\alpha \to (\alpha \to (\neg\alpha \to \beta))$

Regra de inferência:

(Modus Ponens) $\alpha, \alpha \to \beta \vdash \beta$

Vale notar que (A1)-(A9) mais *Modus Ponens* constitui uma axiomatização para a lógica positiva **LPC+**

Os seguintes teoremas sobre **LFIs** são importantes em nosso sistema e portanto os apresentamos nesta seção. As demonstrações dos mesmos podem ser encontradas nas referências, porém quando estas também forem importantes à compreensão de nosso sistema apresentaremos aqui ao menos de forma esquemática e resumida.

Teorema 4.3 ([9]). *Em **mbC** não há teoremas da forma* $\circ\delta$

Demonstração: Basta utilizar as tabelas de verdade clássicas sobre $\{0, 1\}$ para os operadores usuais ($\wedge, \vee, \rightarrow$ e $\neg$) e definir para $\circ$ uma tabela de verdade com valor constante e igual a 0. ■

A importância deste teorema é constatar o fato de que o agente, no sistema **AGM**$\circ$ a ser definido, aceita $\circ\alpha$ para alguma crença α apenas quando aquela é deliberadamente incorporada ao estado epistêmico pois, conforme sustenta tal teroema, não é possível derivá-la logicamente a partir de outras sentenças previamente aceitas, nem mesmo a própria crença α.

O fato seguinte é importante para as demonstrações dos *teoremas da representação*, nos quais é preciso salvaguardar a possibilidade de se perfazer provas por casos. Ademais, utilizaremos o Metateorema da Dedução para provar outros importantes fatos em relação a **mbC** e demais **LFIs**.

Teorema 4.4. *Em **mbC** vale o seguinte:*

(i) *Se* $\Gamma, \alpha \vdash_{mbC} \delta$ *e* $\Gamma, \beta \vdash_{mbC} \delta$ *então* $\Gamma, \alpha \vee \beta \vdash_{mbC} \delta$. *Em particular, é possível realizar provas por casos em mbC, isto é, Se* $\Gamma, \alpha \vdash_{mbC} \delta$ *e* $\Gamma, \neg\alpha \vdash_{mbC} \delta$ *então* $\Gamma \vdash_{mbC} \delta$.

(ii) $\Gamma, \alpha \vdash_{mbC} \beta$ *sse* $\Gamma \vdash_{mbC} \alpha \rightarrow \beta$, *ou seja, em mbC vale o Metateorema da Dedução.*

O próximo teorema pode ser entendido como uma instância do que é descrito no teorema 4.9 – as regras clássicas podem ser recuperadas ao se assumir a consistência de determinadas fórmulas.

Teorema 4.5. *As seguintes regras de contraposição valem em* ***mbC****:*

(i) $\circ\beta, (\alpha \to \beta) \vdash_{mbC} (\neg\beta \to \neg\alpha)$

(ii) $\circ\beta, (\alpha \to \neg\beta) \vdash_{mbC} (\beta \to \neg\alpha)$

(iii) $\circ\beta, (\neg\alpha \to \beta) \vdash_{mbC} (\neg\beta \to \alpha)$

(iv) $\circ\beta, (\neg\alpha \to \neg\beta) \vdash_{mbC} (\beta \to \alpha)$

Demonstração: Todos os casos são demonstrados de maneira análoga ao seguinte: em (i) observe que, por Metateorema da Dedução, é suficiente provar que $\circ\beta, (\alpha \to \beta), \neg\beta \vdash_{mbC} \neg\alpha$. Tal é imediata se usamos prova por casos em α e $\neg\alpha$, junto a *Modus Ponens* e (bc1). ■

Os próximos resultados são extremamente úteis para entender as **LFIs** e os critérios de racionalidade do sistema de revisão de crenças nelas baseado.

Teorema 4.6. *Em mbC temos o seguinte:*

(i) *mbC distingue as noções de consistência e de não-contradição:*

$$\circ\alpha \vdash_{mbC} \neg(\neg\alpha \wedge \alpha)$$

mas a recíproca não vale.

(ii) *mbC distingue as noções de inconsistência e contradição*

$$\alpha \wedge \neg\alpha \vdash_{mbC} \neg\circ\alpha$$

mas a recíproca não vale.

A seguir, é possível perceber que a partícula *falsum* é definível na linguagem e, com isso, uma negação trivializante tal qual a clássica é definível. Veremos adiante que esta negação, denotada por $\sim$, tem um papel central em nosso sistema – tanto quanto o próprio operador de consistência. O fato é que nas menores **LFIs** da família que exploramos no sistema **AGM**$\circ$, a relação de interdefinibilidade de $\sim$ a partir de $\neg$ e $\circ$ conjuntamente não se faz presente e, portanto, o aparecimento do operador de negação $\sim$ nas próprias definições inicias é necessário, o que força uma interpretação intuitiva para o mesmo e exige uma atitude epistêmica específica para tanto. Vale notar que, tendo em vista as ideias presentes no sistema, tal interpretação é algo natural.

Outros importantes resultados são os seguintes:

Teorema 4.7. *Em **mbC** temos o seguinte:*

(i) *Seja δ uma fórmula. Então $\mathbf{f} =_{def} \delta \wedge \neg\delta \wedge \circ\delta$ é uma partícula* falsum *em **mbC**, isto é, $\mathbf{f} \vdash_{mbC} \beta$ para todo β.*

(ii) *A fórmula $\sim\alpha =_{def} (\alpha \rightarrow \mathbf{f})$ define uma negação clássica em **mbC**, isto é, $\vdash_{mbC} \alpha \vee \sim\alpha$, e $\alpha, \sim\alpha \vdash_{mbC} \beta$ para todo β.*

Demonstração:

(i) é uma consequência imediata de (bc1).

(ii) é consequência direta do fato que, pelo axioma (A9), $\alpha \vee \sim\alpha$ é teorema.

$\blacksquare$

O seguinte teorema, em um primeiro momento, poderia parecer contra-intuitivo ou mesmo problemático ao nosso sistema.

Teorema 4.8. *Em* ***mbC***

(i) $(\alpha \wedge \beta) \dashv\vdash_{mbC} (\beta \wedge \alpha)$ *é válido,*

porém $\neg(\alpha \wedge \beta) \dashv\vdash_{mbC} \neg(\beta \wedge \alpha)$ *não vale.*

(ii) $(\alpha \vee \beta) \dashv\vdash_{mbC} (\beta \vee \alpha)$ *é válido,*

porém $\neg(\alpha \vee \beta) \dashv\vdash_{mbC} \neg(\beta \vee \alpha)$ *não vale.*

(iii) $(\alpha \wedge \neg\alpha) \dashv\vdash_{mbC} (\neg\alpha \wedge \alpha)$ *é válido,*

porém $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha) \dashv\vdash_{mbC} \neg(\neg\alpha \wedge \alpha)$ *não vale.*

Definimos o sistema **AGM∘** tendo em vista esta peculiaridade das **LFIs**, de modo que as construções explícitas funcionem tais como as ideias intuitivas que pretendemos abarcar. Tal peculiaridade ilustra a falha, em geral, da propriedade de substituição (*replacement*). Em relação à Revisão de Crenças, duas crenças são logicamente equivalentes quando o resultado da revisão de um estado epistêmico, por cada uma destas crenças, tem exatamente o mesmo resultado, conforme afirma Goldblatt [23] e, portanto, o teorema acima não interfere em qualquer resultado de nosso sistema. A questão, pois, é apenas perceber o fato de que determinadas sentenças que são logicamente equivalentes em um paradigma clássico não o são nas **LFIs**.

Recuperando a Lógica Clássica

O seguinte teorema de ajuste da derivabilidade (DAT, da sigla em inglês) pode ser provado.

Teorema 4.9. *Seja* $\Gamma \cup \{\alpha\}$ *um conjunto de fórmulas de* ***LPC****. Então* $\Gamma \vdash_{LPC} \alpha$ *sse existe algum* Δ *tal que* $\bigcirc(\Delta), \Gamma \vdash_{mbC} \alpha$

O fato é que ao se incorporar determinadas crenças da forma $\circ\alpha$ para as respectivas sentenças α, obtemos uma certa simetria em relação ao comportamento clássico dentro do sistema **AGM**$\circ$ em relação à expansão. Notadamente, ao se aceitar $\circ\alpha$ para toda α da linguagem, o sistema passa a não mais aceitar estados epistêmicos contraditórios sem que isso seja incoerente e trivializante.

Vale observar que a referida simetria não vale para as contrações (e portanto, revisões) – o motivo para tanto é que interpretamos o papel da consistência no sucesso de tal operação, conforme veremos nas páginas seguintes, o que a difere do sistema **AGM** clássico e de **AGMp**.

Extensões de mbC

Conforme afirmamos anteriormente, diferentes **LFIs** acarretam distintas consequências lógicas e, portanto, refletem racionalidades distintas.

Definição 4.10 (Extensões de **mbC** [8])**.** *Consideremos os seguintes axiomas:*

(ciw) $\circ\alpha \vee (\alpha \wedge \neg\alpha)$

(ci) $\neg \circ \alpha \to (\alpha \wedge \neg\alpha)$

(cl) $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha) \to \circ\alpha$

(cf) $\neg\neg\alpha \to \alpha$

As extensões de ***mbC*** *que consideramos são as seguintes:*

mbCciw = ***mbC***+*ciw*

mbCci = ***mbC***+*ci*

bC = ***mbC***+*cf*

Ci = ***mbC***+*ci*+*cf* = ***mbCi***+*cf*

mbCcl = ***mbCci***+*cf*+*cl*

Cil $=$ ***mbC***$+ci+cf+cl$ $=$ ***mbCci***$+cf+cl$ $=$ ***mbCcl*** $+$ cf $=$ ***Ci***$+cl$

Vejamos alguns resultados interessantes, a serem explorados adiante. Conforme afirmamos anteriormente, a relação entre $\sim$, $\circ$ e $\neg$ depende da **LFI** que se considere – em **mbC**, $\circ\alpha, \neg\alpha \vdash_{mbC} \sim \alpha$, porém a recíproca não é verdadeira.

Vejamos a seguinte tabela, que ilustra tal fato.

α	$\neg\alpha$	$\circ\alpha$	$\sim\alpha$
1	1	0	0
	0	1	0
		0	0
0	1	1	1
		0	1

Figura 4.1: negação forte em **mbC**

Por outro lado, tal equivalência é o caso a partir de **mbCciw**.

α	$\neg\alpha$	$\circ\alpha$	$\sim\alpha$
1	1	0	0
	0	1	0
0	1	1	1

Figura 4.2: negação forte em **mbCciw**

Teorema 4.11. ***mbcCi*** *incorpora as seguintes formas restritas da contraposição:*

(i) $(\alpha \to \circ\beta) \vdash_{mbcCi} (\neg\circ\beta \to \neg\alpha)$

(ii) $(\alpha \to \neg\circ\beta) \vdash_{mbcCi} (\circ\beta \to \neg\alpha)$

(iii) $(\neg\alpha \to \circ\beta) \vdash_{mbcCi} (\neg\circ\beta \to \alpha)$

(iv) $(\neg\alpha \to \neg\circ\beta) \vdash_{mbcCi} (\circ\beta \to \alpha)$

Demonstração: A demonstração é uma consequência do fato de que $\vdash_{mbCci} \circ\circ\beta$ (*cf.* Carnielli e Coniglio [8]). ■

Teorema 4.12. *Em **Cil** a consistência e não-contradição são identificadas:*

$$\circ\alpha \equiv \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$$

Teorema 4.13. *Em **Ci** vale que*

$$\circ\alpha \vdash_{Ci} \circ\neg\alpha$$

4.3 O sistema AGM∘

O sistema **AGM∘** estuda mudanças de crenças em estados epistêmicos modelados como conjuntos logicamente fechados de sentenças. A característica deste fecho, entretanto, é distinta do modelo **AGM** – notadamente, assumimos uma lógica **L** paraconsistente com um operador de consistência incorporado na linguagem.

4.3.1 Preliminares formais

Assumimos a seguir uma **LFI** dada, digamos **L**, tal que **L** estende **mbC**. As teorias dedutivamente fechadas de **L** são chamadas de *conjuntos de crenças* sobre **L** e denotadas por K. Conforme o usual, Cn vai representar o operador de fecho dedutivo na lógica **L** (no caso, tal fecho obedece as propriedades apresentadas em 4.2).[2] A linguagem $\mathbb{L}$ de **L** é gerada pelos conectivos $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$, $\circ$ e a constante $\mathbf{f}$. A negação clássica ou *forte* é definida, como é usual, pela abreviação $\sim\alpha =_{def} (\alpha \rightarrow \mathbf{f})$, enquanto que $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ é uma abreviação para $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$.

Dentre as propriedades da lógica subjacente **L**, destacamos a seguinte:

[2] Por motivos de clareza e simplicidade notacional preferimos manter a notação clássica K e Cn para denotar, respectivamente, conjuntos de crenças e fecho dedutivo de **L**. O mesmo será feito ao denotar as operações usuais **AGM** (expansão, contração e revisão). Acreditamos que o contexto é suficiente para explicitar a distinção entre as diferentes lógicas.

Lema 4.14. *Seja* $X \cup \{\alpha\} \subseteq \mathbb{L}$ *tal que* $X, \alpha \vdash \neg\alpha$. *Então* $X \vdash \neg\alpha$.

Demonstração: Suponha que $X, \alpha \vdash \neg\alpha$. Sempre vale que $X, \neg\alpha \vdash \neg\alpha$, logo $X, \alpha \vee \neg\alpha \vdash \neg\alpha$, pois estamos assumindo que **L** (sendo uma extensão de **mbC**) tem uma disjunção clássica $\vee$ (cf. seção 4.2). Mas, dado que $\vdash \alpha \vee \neg\alpha$ (pois isto é válido em **mbC**), então $X \vdash \neg\alpha$. ∎

Outras propriedades das **LFIs**, concernentes à relação de consequência lógica de maneira geral, extremamente importantes porém não estritamente necessários à compreensão de nosso sistema, estão presentes no Apêndice. Sugerimos que se recorra a ele sempre que necessário.

4.3.2 Atitudes epistêmicas revisitadas

Devido à riqueza linguística das lógicas da inconsistência formal, distinguimos três grupos de atitudes epistêmicas:

I Proposicional Relativo à aceitação de uma crença no estado epistêmico.

II Quase-modal (ou modal auxiliar)[3] Relativo ao enraizamento de uma crença.

III Modal Relativo ao modo como se aceita uma crença no estado epistêmico.[4]

Vejamos em detalhe cada uma dessas atitudes supracitadas.

[3] O termo quase-modal é uma livre tradução do termo linguístico em inglês *quasi-modal*, relativo ao verbo auxiliar que expressa modalidade quando em conjunto com outros verbos. A ideia é justamente capturar o fato de que a atitude espitêmica em questão não constitui, ela mesma, uma modalidade – porém o é quando em conjunto com uma atitude proposicional.

[4] A relação entre modalidade e paraconsistência foi primeiramente proposta por Béziau [7] e amplamente estudada por J. Marcos [64, 65]. Acreditamos que nosso sistema faz jus a esta relação e contribui com uma nova interpretação de alguns pontos desta, principalmente ao que concerne às atitudes epistêmicas modais e quase-modais que propomos. Voltaremos a estas questões nos momentos oportunos.

I. Atitudes epistêmicas proposicionais

São consideradas quatro atitudes epistêmicas proposicionais em relação a uma sentença $\alpha \in \mathbb{L}$. Seja K o conjunto de crenças do agente, uma sentença α pode ser:

Subdeterminada (ou indeterminada) se $\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin K$, ou seja, tanto α quanto $\neg\alpha$ não são aceitos em K

Rejeitada se $\neg\alpha \in K$, ou seja, $\neg\alpha$ é aceita em K

Aceita se $\alpha \in K$

Superdeterminada (ou contraditória) se $\alpha \in K$ e $\neg\alpha \in K$, ou seja, tanto α quanto $\neg\alpha$ são aceitos em K

$$\begin{tikzcd}
 & \alpha, \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & \\
\alpha \in K \arrow[dr, dash] & & \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash] \\
 & \alpha, \neg\alpha \notin K &
\end{tikzcd}$$

Figura 4.3: Atitudes epistêmicas proposicionais de **AGM∘**

Baseamos nossa atribuição destas quatro atitudes epistêmicas na seminal obra de Belnap [5] na qual o autor sugere uma significativa interpretação ao sistema 4-valorado no contexto de bases de dados armazenados em um computador – e por isso o nome de sua obra: “Como um computador deveria pensar”. Os principais contextos de aplicação deste sistema de valores são as pesquisas em lógica relevante e aplicações computação – em ambos os casos, a interpretação deste sistema multi-valorado é a seguinte (no qual o conjunto de valores de verdade é tomando como $W = \{\emptyset, \{\bot\}, \{\top\}, \{\bot, \top\}\}$ com respeito a um estado de coisas em particular):

$\emptyset$ não há informação sobre este estado de coisas;

$\{\perp\}$ informação indicando que o estado de coisas é falho;

$\{\top\}$ informação indicando que o estado de coisas é o caso;

$\{\perp, \top\}$ informação conflitiva afirmando que o estado de coisas é o caso e é falho.

Vale notar que, neste contexto, um agente aceitar e rejeitar uma sentença é algo possível – ou seja, não é incoerente e não gera uma trivialização.

Consideremos o seguinte exemplo:

Exemplo 4.15. *Acredito na existência de Poseidon ($p \in K$). Aceitarei também, a título de argumentação, a sua ideia de que Poseidon não existe ($\neg p \in K$) para refletir melhor sobre isso.*

Desta forma, a possibilidade coerente de se aceitar uma contradição, antes impossível de se perfazer sem que isso fosse trivializante (no paradigma clássico), permite-nos criar uma nova atitude epistêmica específica para tanto.

Interessante perceber que o exemplo 4.15 apresentado captura o mesmo tipo de raciocínio formalizado na *lógica dialógica*, resumidamente apresentada por Keiff [51], na qual, grosso modo, a argumentação é um tipo de jogo entre dois intelocutores – o agente aceita temporariamente a crença do interlocutor (bem como suas consequências lógicas) para compará-la às suas. Acreditamos que este fato ilustra um tipo de *raciocínio dialético*, no qual é possível ao agente acabar por aceitar uma crença intermediária: algo entre sua prévia crença e a de seu interlocutor – notadamente, uma parte das consequências lógicas da contradição. Voltaremos a este ponto ao descrever a semi-revisão **AGM**∘, no capítulo 5.

Acreditamos, ademais, que a incorporação ilustrada no exemplo 4.15 é análoga aos exemplos de contração pura descritas anteriomente, chamadas de *contração a título de* *argumentação* – e portanto denominamos este tipo de incorporação como *expansão a título de argumentação*. Por esta analogia, pretendemos argumentar que assim como é possível afirmar que não existam contrações puras de fato[5] – uma vez que estas devem ser ententidas como um passo intermediário à revisão – então as incorporações que geram uma superdeterminação (contradição) podem ser entendidas como um passo intermediário necessário à revisão (externa) e, principalmente, à semi-revisão. O seguinte exemplo destaca este fato.

Exemplo 4.16. *O investigador de um assalto acredita que é possível apenas A ou B ter cometido tal crime ($a \in K$ ou $b \in K$), e que ambos não são comparsas ($(a \to \neg b) \in K$) e ($(b \to \neg a) \in K$). Sua hipótese de trabalho exige que ele investigue, conjuntamente, a possibilidade de A e B terem cometido o assalto e incorpore tanto a quanto b, ou seja, ($a \in K$) e ($b \in K$).*

No referido exemplo, ao final da investigação é possível ao investigador reter em seu estado epistêmico uma das informações conflitantes, ou mesmo parte de sua conjunção (contraditória) – isto é, que tanto A quanto B cometeram o crime, e que portanto, apesar de não serem comparsas, agiram como tal neste assalto específico (temos, novamente, um exemplo de semi-revisão **AGM**$\circ$ a ser apresentada no capítulo 5).

A atitude de não aceitar e tampouco rejeitar uma sentença, apesar de já possível no sistema **AGM** clássico, merece um papel de destaque em nosso sistema pela sua dualidade com a superdeterminação. Vejamos:

Exemplo 4.17. *Não aceito a existência de Poseidon ($p \notin K$). Entretanto, também não a rejeito ($\neg p \notin K$).*

Um dos pontos centrais deste trabalho é mostrar que, assim como é natural aceitar estados epistêmicos com sentenças subterminadas, como no exemplo 4.17 do agnóstico,

[5] Tal como afirma Hansson [42], por exemplo.

há casos em que estados epistêmicos superdeterminados também são perfeitamente aceitáveis – lembremos da revisão externa, que apresentamos na seção 3.4.2, página 89, na qual é perfeitamente aceitável (e racional) possuir um estado intermediário contraditório. Pretendemos argumentar que isto também é possível em conjuntos de crenças paraconsistentes e, salientamos, necessário para que o *princípio da minimalidade* seja respeitado.

Além destas quatro atitudes epistêmicas, definimos em nosso sistema outras três – as quais as duas últimas, que chamamos de modais, são definidas a partir desta que apresentamos agora.

II. Atitude epistêmica quase-modal

É considerada apenas uma atitude epistêmica quase-modal em relação a uma sentença $\alpha \in \mathbb{L}$. Seja K o conjunto de crenças do agente, uma sentença α pode ser:

Consistente se $\circ\alpha \in K$, ou seja, $\circ\alpha$ é aceita em K (independentemente da aceitação ou rejeição de α).

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & \alpha, \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash, dotted] \arrow[dr, dash, dotted] & \\
\alpha \in K \arrow[dr, dash, dotted] & \circ\alpha \in K & \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash, dotted] \\
 & \alpha, \neg\alpha \notin K &
\end{tikzcd}$$

Figura 4.4: Atitude epistêmica quase-modal de **AGM∘**

Uma sentença ser consistente em K significa que qualquer atitude epistêmica em relação a ela é irrefutável (infalseável[6]) – se o agente aceitar ou rejeitar tal sentença,

[6] O termo faz alusão a um importante conceito da filosofia da ciência, cunhado por Karl Popper [79]. Segundo o filósofo, para uma asserção ser considerada refutável ou falseável em princípio deverá ser possível fazer uma observação ou experimento que tente mostrar que essa asserção é falsa. Inver-

ele o fará de forma que K seja não-revisável, respectivamente, por $\neg\alpha$ e α e, ademais, a sentença aceita estará tão fortemente enraizada no estado epistêmico que excluí-la do mesmo não é uma possibilidade.[7]

Tal enraizamento pode ser devido a distintos fatores tais como, por exemplo, preferências em crenças prévias ou mesmo devido à hierarquia deliberadamente fixada por um programador em um banco de dados ou mesmo em um conjunto normativo, no qual determinadas normas são consideradas como impassíveis de serem retraídas do sistema. Ademais, a consistência também pode indicar que a crença em questão não é susceptível de refutação uma vez que, simplesmente, o agente acredita que não existam argumentos para tanto.

Em suma, uma sentença α ser consistente em K significa que:

(i) Contrair K por α não é possível pois, caso α seja aceita em K, esta estará tão enraizada no estado epistêmico a ponto de não ser possível retirá-la (notadamente este também é o caso quando α é teorema[8]). Neste caso dizemos que α é irrefutável em K. Esta atitude epistêmica pode ser entendida como um ato deliberado do agente de marcar aquelas sentenças as quais não está disposto a abandonar.

(ii) Revisar K por $\neg\alpha$ é apenas possível caso α seja rejeitada ou indeterminada em K. Lembremos que assumir ser uma fórmula consistente não necessariamente acarreta que esta é aceita (tampouco rejeitada) no estado epistêmico.

O exemplo seguinte ajuda-nos a descrever este fato:

---

samente, uma asserção irrefutável é impassível de ser demonstrada como falsa. Notadamente nosso sistema de Revisão de Crenças Paraconsitente satisfatoriamente interpreta as ideias de falseabilidade de Popper, porém não pretendemos efetivamente formalizar sua teoria mas apenas servir como uma das possíveis aproximações formais a esta.

[7]Vale notar que a atitude epistêmica quase-modal captura, na linguagem objeto, parte da intuição apresentada pelo *epistemic entrenchment* e em parte pela função seleção. Pretendemos explorar esta relação em trabalhos futuros.

[8]Nestes casos, conforme o esperado, $K - \alpha = K$. Trivialmente, isto também vale quando α não estiver em K.

Exemplo 4.18. *Acredito que não seja racionalmente possível refutar a existência de Poseidon ($\circ p \in K$) devido ao caráter metafísico da questão.*

Este exemplo reflete uma atitude deliberada do agente de marcar uma sentença a qual não está disposto a abandonar – no caso sobre a existência de Poseidon – não por uma preferência pessoal por esta mas sim por acreditar que a mesma perpassa qualquer argumentação racional que possibilite uma refutação. Vale notar que é possível ao agente, no exemplo, ainda aceitar, rejeitar ou mesmo não determinar a existência de Poseidon.

Poderia-se esperar que o agente deste exemplo, ao considerar irrefutável a existência de Poseidon ($\circ p \in K$), também considere irrefutável sua não existência (isto é, $\circ\neg p \in K$) extamente pelos mesmos motivos citados. Este não é o caso em **mbC**, porém tal afirmação é válida a partir de **Ci** (cf. teorema 4.13, página 103). O fato é que diferentes extensões de **mbC**, ou melhor, distintas **LFIs** refletem diferentes racionalidades – e lidam com a propagação da consistência de formas distintas. Desta forma, ao se levar em conta estas peculiaridades, caso queira-se ilustrar a referida situação, o exemplo anterior poderia ser melhor descrito da seguinte maneira (de modo a capturar a ideia intuitiva nas diferentes **LFIs**).

Exemplo 4.19. *Acredito que não seja racionalmente possível refutar qualquer opinião a respeito da existência de Poseidon ($\circ p, \circ\neg p \in K$) devido ao caráter metafísico da questão.*

Voltaremos a abordar sobre a propagação da consistência e as peculiaridades de cada **LFI** no momento oportuno. Neste momento, o importante é observar que a aceitação da consistência de uma sentença (e portanto a irrefutabilidade da atitude epistêmica em relação àquela) não significa aceitar que seu valor de verdade tenha sido estabelecido de maneira conclusiva e que tal sentença pode ser “elevada ao status” de conhecimento, como poderia parecer em uma primeira interpretação. Muito pelo contrário – assumir ser consistente qualquer asserção a que chamamos de crença é um comportamento dialetralmente oposto ao que se poderia chamar de conhecimento.

Ademais, querer interpretar crença (em geral) como um gênero do qual o conhecimento é uma espécie é um erro. Ao se aceitar a consistência de uma sentença o agente exclui a possibilidade racional de se argumentar a favor da mesma (via raciocínios hipotéticos que, conforme já explicitamos, pressupõem a contração prévia da crença) e impede que aquela possa vir a ser corroborada verdadeira por outras incorporações sem que isso parta de uma petição de princípio.

Interessante perceber também, neste momento, que é possível definir a atitude de aceitar a não-consistência de uma sentença, qual seja, $\neg\circ\alpha \in K$. Esta pode ser definida na linguagem como a aceitação da inconsistência $\bullet\alpha \in K$. De maneira dual à consistência, aceitar a inconsistência pode ser entendido como um ato deliberado do agente de marcar aquelas sentenças às quais o mesmo está racionalmente disposto a abandonar – por assumir que algumas de suas crenças prévias (possivelmente mas não necessariamente todas), por mais que pareçam fortemente confirmadas e coerentes com seu corpo de conhecimento, devem ser entendidas sempre como tipos de hipóteses às quais incorporações futuras causadas por novas ideias, informações e experiências possam vir a refutar.

Exemplo 4.20. *Rejeito a sua opinião de que Poseidon existe ($\neg p \in K$) porém estou aberto à discussão a este respeito ($\bullet p \in K$).*

Em suma, uma sentença α ser inconsistente em K significa que:

(i) Contrair K por α é possível – neste caso dizemos que α é refutável em K.

(ii) Revisar ou mesmo simplesmente expandir K por $\neg\alpha$ não é incoerente, mesmo que α seja previamente aceita em K (e, reciprocamente, revisar ou mesmo expandir

K por α não é incoerente mesmo que $\neg\alpha$ seja previamente aceita em K).

Vale observar que assumir a inconsistência de uma fórmula não necessariamente acarreta que esta seja contraditória no estado epistêmico (porém a recíproca é verdadeira). Além disso, a relação entre $\circ$ e $\bullet$ não é tão simples como possa parecer em um primeiro momento – abordaremos estas nuâncias em 4.3.3, porém este não será o foco de nossa exposição.

O objetivo desta pesquisa é apresentar um sistema de revisão de crenças baseado no operador de consistência (**AGM**$\circ$) e portanto sugerir a possibilidade de se formalizar o seu dual (**AGM**$\bullet$), bem como explorar algumas de suas características, é exposto apenas para fins didáticos. Além de contribuir com uma melhor compreensão das especificidades das Lógicas da Inconsistência Formal, podemos melhor entender (por comparação) a ideia a ser capturada pelo operador de consistência. Voltemos às atitudes epistêmicas de **AGM**$\circ$.

A aceitação da consistência de uma sentença (e portanto de sua irrefutabilidade), quando combinada às outras atitudes epistêmicas do sistema, define os seguintes modos de aceitação e rejeição de α em K, expostos a seguir.

III. Atitudes epistêmicas modais

Seja K o conjunto de crenças do agente, uma sentença α pode ser:

Fortemene aceita se $\alpha \in K$ e $\circ\alpha \in K$, ou seja, se α e $\circ\alpha$ são ambas aceitas em K

Fortemente rejeitada $\sim \alpha \in K$

Vale notar que em **mbC** uma sentença ser rejeitada e consistente acarreta que esta é fortemente rejeitada, porém a recíproca não é necessariamente verdadeira – lembremos das tabelas 4.1 e 4.2.

Consideramos, portanto, as seguintes atitudes modais, expostas no diagrama da figura 4.5.

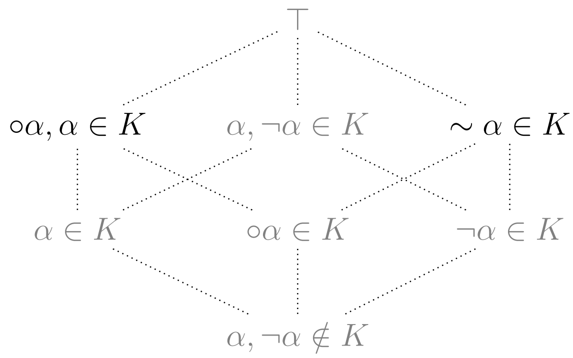

Figura 4.5: Atitudes epistêmicas modais de **AGM∘**

Uma sentença α ser fortemente aceita em K significa que α é aceita em K e este conjunto não é passível de ser contraído por α e, ademais, K não é revisável por $\neg\alpha$. Vejamos:

Exemplo 4.21. *Acredito fortemente na existência de Poseidon ($\circ p, p \in K$). Portanto pelo preço da coerência não posso aceitar a sua ideia de que Poseidon não existe ($\neg p \notin K$), nem a título de argumentação.*

Este exemplo é substancialmente distinto de 4.18, da página 110. Inversamente, uma sentença α ser fortemente rejeitada significa que este conjunto não é revisável por α (devido a presença de $\sim \alpha$ – incorporada de maneira direta ou como consequência da presença conjunta de $\circ\alpha$ e $\neg\alpha$)

Exemplo 4.22. *Rejeito fortemente a existência de Poseidon ($\sim p \in K$). Portanto pelo preço da coerência não posso aceitar a sua ideia de que Poseidon existe ($p \notin K$), nem a título de argumentação.*

Parece-nos que as atitudes epistêmicas modais podem ser utilizadas para capturar a característica de agentes humanos que Hansson chama de *stubbornness of human belief*, isto é, sua teimosia (ou obstinação) em aceitar determinadas crenças de modo a não querer retraí-las do estado epistêmico.

Exemplo 4.23 (Hansson [40], p.236). *Consideremos os seguintes exemplos:*

1. *Alice é uma fundamentalista. Nada pode fazê-la acreditar que algo da Bíblia esteja errado.*

2. *Bernardo é um ateu. Nada pode fazê-lo acreditar que Deus existe.*

3. *Cíntia está convencida do fundo de seu coração que João a ama. Nada pode fazê-la abandonar tal convicção*

Segundo o autor, não é possível capturar estas atitudes em Sistemas de Revisão de Crenças baseados apenas em revisões e contrações – notadamente, Hansson tinha em mente apenas o sistema **AGM** e bases de crença. Ele afirma:

> "O fundamentalismo de Alice se perde se seu conjunto de crenças é revisado por qualquer sentença $\neg\alpha$ tal que α é consequência de algo da bíblia. Bernardo, por sua vez, se torna um teísta ao revisar seu conjunto por 'Deus existe', e Cíntia pode facilmente contrair a sentença 'João me ama' de seu conjunto de crenças."

Em nosso caso, tais exemplos são formalizados como simples atitudes epistêmicas, não sendo necessário introduzir uma metalinguagem modal tal como sugere Hansson [40], p.236 – este fato reforça o caráter modal destas atitudes epistêmicas.

Exemplo 4.24. *Consideremos os exemplos de 4.23 supracitados:*

1. *Seja b qualquer proposição presente na Bíblia. Temos que $b, \circ b \in K$, no qual K é o estado epistêmico de Alice.*

2. *Seja d a proposição de que Deus existe. Neste caso, $\sim d \in K$, no qual K é o estado epistêmico de Bernardo.*

3. *Seja j a proposição de que João ama Cíntia. Temos que $j, \circ j \in K$, no qual K é o estado epistêmico de Cíntia.*

Em **1**, Alice aceita fortemente qualquer proposição da Bíblia e portanto seu estado epistêmico não é passível de ser revisado por sentenças que a contradigam. Bernardo, em **2**, rejeita fortemente a existência de Deus e portanto revisar seu conjunto de crenças pela existência de deus não é algo racionalmente possível. Em **3**, Cíntia aceita fortemente a crença do amor de João por ela – portanto esta informação é algo irrefutável em seu estado epistêmico (e qualquer nova informação a ser por ela incorporada será devidamente filtrada para ser coerente com aquela crença prévia).

Em suma, as sete atitudes epistêmicas definidas em **AGM**$\circ$ são as seguintes.

Definição 4.25 (Atitudes epistêmicas de **AGM**$\circ$, vide figura 4.6)**.** *Seja K o conjunto de crenças do agente, uma sentença α pode ser:*

Aceita *se* $\alpha \in K$

Rejeitada *se* $\neg\alpha \in K$

Subdeterminada *(ou indeterminada) se* $\alpha \notin K$ *e* $\neg\alpha \notin K$

Superdeterminada *(ou contraditória) se* $\alpha \in K$ *e* $\neg\alpha \in K$

Consistente *se* $\circ\alpha \in K$

Fortemente aceita *se* $\alpha \in K$ *e* $\circ\alpha \in K$

Fortemente rejeitada $\sim \alpha \in K$

Podemos perceber que o operador linguístico de consistência é central na dinâmica da revisão, porém em um paradigma estático (no qual o foco é o operador de consequência

$$
\begin{tikzcd}
& \top \arrow[dl, dash] \arrow[d, dash] \arrow[dr, dash] & \\
\circ\alpha, \alpha \in K \arrow[d, dash] \arrow[dr, dash] & \alpha, \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & {\sim}\,\alpha \in K \arrow[dl, dash] \arrow[d, dash] \\
\alpha \in K \arrow[dr, dash] & \circ\alpha \in K \arrow[d, dash] & \neg\alpha \in K \arrow[dl, dash] \\
& \alpha, \neg\alpha \notin K &
\end{tikzcd}
$$

Figura 4.6: Atitudes epistêmicas de **AGM**$\circ$

de **L** e não a dinâmica das sentenças), este papel não pode ser totalmente expresso, apesar de satisfatoriamente percebido.

Os próprios teoremas das **LFIs** que lidam com o operador $\circ$ expressam, por exemplo, o fato de que uma teoria contraditória não é trivial a não ser que uma das sentenças envolvidas na contradição seja considerada ou venha a ser percebida como consistente, ou inversamente, se uma teoria aceita conjuntamente determinada sentença e sua consistência então aceitar sua negação acarreta a trivialização do conjunto.

Em suma, se por um lado o operador de consistência é central na dinâmica de teorias **AGM**$\circ$, este fato ajuda-nos a perceber, por outro lado, que a ideia subjacente a este operador em um paradigma estático (nas **LFIs**) é justamente exprimir, em certo sentido, tal dinâmica.

Vale notar que apesar do modelo **AGM** de Revisão de Crenças não ser dependente da linguagem, conforme afirmamos no capítulo inicial desta tese, as observações acima refletem ser de fato possível enriquecer o modelo para expressar distintos fenômenos anteriormente não capturados.

4.3.3 Sobre o operador de inconsistência e o sistema AGM$\bullet$

Lembremos que a definição do operador de inconsistência $\bullet$ é a seguinte:

$$\bullet\alpha =_{def} \neg\circ\alpha$$

Conforme já exposto, assumir a inconsistência de α destaca a possibilidade de se contrair K por α (isto é, α é refutável em K) e portanto revisar K por $\neg\alpha$ não é incoerente. Vale observar que assumir a inconsistência de uma crença não necessariamente acarreta (ou melhor, não acarreta em **mbC**) que esta é contraditória no estado epistêmico, entretanto sua recíproca é verdadeira:

$$(\alpha \wedge \neg\alpha) \vdash_{mbC} \bullet\alpha$$

Pode-se dizer que em **mbC**, em um certo sentido, o operador de inconsistência é inócuo em relação às atitudes proposicionais, isto é, todas as sentenças aceitas são consideradas inconsistentes (mas não necessariamente contraditórias), ou melhor, não são consideradas consistentes até que se afirme o contrário.

Por outro lado, um comportamento significativo do operador de inconsistência (e portanto sua utilização enquanto um operador primitivo da linguagem)[9] pode ser capturado a partir de **Ci**, definido sobre **mbC** justamente pela adição do axioma que lida com a inconsistência,

$$\textbf{(ci)}\ \neg\circ\alpha \rightarrow (\alpha \wedge \neg\alpha)$$

juntamente com **(cf)** $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$ (*cf.* Carnielli e Coniglio [8]).

Neste caso, apesar de todas as sentenças da linguagem já serem consideradas como não consistentes (até que se afirme o contrário), incorporar a inconsistência de uma

[9]Uma vez que $\bullet\alpha \equiv \neg\circ\alpha$ e também $\neg\bullet\alpha \equiv \circ\alpha$.

sentença não é inócuo pois equivale a afirmar que a mesma é superdeterminada. Assim, é possível equiparar inconsistência e contradição, isto é, aceitar a inconsistência de uma sentença acarreta que a mesma é contraditória, ou seja:

Teorema 4.26. *Em **Ci** temos que* $\bullet\alpha \dashv\vdash (\alpha \wedge \neg\alpha)$

Neste caso, o exemplo 4.20 passa a ser desinteressante tendo em vista ser trivialmente válido, além de não capturar nossa ideia intuitiva de consistência (e inconsistência), o que não ocorre ao se assumir uma **LFI** mais fraca – a **mbC**. Desta forma, assumir $\bullet\alpha$ como uma atitude epistêmica é interessante em nosso sistema **AGM**$\circ$ apenas no caso restrito de **mbC**. Nos demais casos (isto é, a partir de **Ci**), as definições passam a ser trivialmente válidas, e assumir a inconsistência equivale a aceitar uma contradição (o que não deixa de ser uma atitude epistêmica, porém que não utiliza o poder expressivo de $\bullet$).

Assim, definir um sistema **AGM**$\bullet$ no qual o operador $\bullet$ seja levado em conta nas definições (e construções) iniciais se faz necessário para que seja possível explorar tal operador (tal como fazemos com a consistência). Porém não o faremos nesta pesquisa.

4.3.4 Os critérios de racionalidade do sistema AGM$\circ$

Tal como no modelo **AGM**, os postuados de racionalidade especificam as restrições que as operações de revisão devem satisfazer. Para definir os postulados das diferentes operações, nosso modelo **AGM**$\circ$ segue praticamente os mesmos critérios apresentados por Gärdenfors e Rott [33] para **AGM**, com algumas óbvias adaptações que merecem algum esclarecimento (nomeamos os critérios de acordo com nosso sistema, para facilitar futuras referências):

(1) Não-contradição Sempre que possível, os estados epistêmicos devem permanecer não-contraditórios;

(1.1) Coerência Caso contraditório, o estado epistêmico deve ser coerente – a sentença envolvida na contradição não deve ser fortemente aceita ou fortemente rejeitada;

(2) Fecho dedutivo Qualquer sentença que seja consequência lógica de um estado epistêmico deve pertencer ao conjunto;

(3) Minimalidade Ao se modificar estados epistêmicos, a perda de informação deve ser mínima;

(4) Enraizamento epistêmico Crenças consideradas mais fortes devem ser mantidas em detrimento daquelas tidas como mais fracas.

(4.1) Não-revisabilidade Crenças consideradas consistentes não são passíveis de serem retiradas do estado epistêmico.

O primeiro critério, *princípio da não-contradição*, exige que os estados epistêmicos devem, sempre que possível, permanecer não-contraditórios. Caso sejam contraditórios, que sejam ao menos coerentes – para evitar a todo custo, desta forma, uma trivialização. Vale notar que a cláusula **(1.1)** é o que distingue tal critério de sua versão clássica, uma vez que no sistema paraconsistente a contradição é logicamente possível.

Interessante percebermos que, a despeito da possibilidade de estados epistêmicos contraditórios, exatamente o mesmo argumento que sustenta o fato de o sistema **AGM** ser coerentista é passível de ser aplicado ao sistema **AGM∘**, tendo em vista a separação dos conceitos de não-contradição e coerência. Notadamente não nos prendemos a esta classificação, tampouco a defendemos (ao menos não neste trabalho), porém salientamos que esta é uma possibilidade.[10]

[10] De fato, acreditamos que a teoria coerentista da justificativa epistêmica merece ter sua relação com as Lógicas da Inconsistência Formal explorada, e certamente nosso sistema pode ser entendido como um primeiro passo para tanto.

Uma questão que poderia ser colocada, neste momento, é sobre a revisão externa: caso aceitemos o critério da *não-contradição* então, mesmo que logicamente possível, uma revisão externa não deve ser racionalmente possível por ferir tal princípio devido ao intermediário estado contraditório – caso a contradição possa ser evitada pela contração prévia, então de acordo com **(1)** o agente deve perfazê-la.

Neste ponto entra em jogo o critério da *minimalidade* – caso este tenha prioridade sobre o primeiro, então a revisão externa prevalece sobre a interna, pois conforme pode-se perceber (e conforme será formalmente explicitado na seção 4.6.1) é a contração prévia de uma crença na revisão interna que não se faz mais necessária e, portanto, é esta que se configura como uma perda desnecessária de informação. Por outro lado, se o primeiro critério for priorítário, então a revisão interna é a única que satisfaz os critérios de racionalidade acima descritos.

Desta forma, é precípuo que definamos ambas as revisões, porém é preciso deixar claro que estas são concorrentes: a revisão interna prioriza o critério **(1)**, enquanto que a revisão externa prioriza **(3)**. Entretanto ambas, como resultado final, devem obedecer **(1)** e desta forma ter como resultado um estado epistêmico não-contraditório sempre que possível – há situações, porém, nas quais a contradição é invitável tendo em vista o critério **(4.1)**.

Podemos notar a importância da heurística econômica na revisão de crenças – conforme já afirmamos, a informação em geral não é gratuita, portanto perdas desnecessárias devem ser evitadas. Quando mudamos nossas crenças, devemos reter o máximo possível de nossas antigas crenças, porém em um paradigma paraconsistente, no qual contradições são logicamente possíveis, este critério colide frontalmente com o princípio da não-contradição. Neste sentido, podemos afirmar que uma revisão é um jogo de equilíbrio entre ambos os critérios, e diferentes prioridades caracterizam distintas racionalidades a serem seguidas[11] – esta afirmação pode ser melhor percebida adiante ao caracterizarmos as revisões interna e externa de **AGM∘**.

Os outros critérios permanecem inalterados em relação a **AGM**, apenas com a introdução da cláusula **(4.1)** concernente às crenças consistentes – estas devem permanecer no estado epistêmico do agente a todo custo, mesmo pelo preço da coerência e possível trivialização. Apesar de caro, a trivialização é o preço a se pagar pela aceitação da não-refutabilidade de determinadas crenças sem o devido cuidado de se constatar a possibilidade de se aceitar outras crenças que a contradigam.

4.3.5 Atitudes epistêmicas e a racionalidade subjacente das diferentes LFIs

Além dos critérios descritos na seção anterior, ao se levar em conta o que é afirmado em **(2)**, isto é, que qualquer sentença que seja consequência lógica de um estado epistêmico deve pertencer ao conjunto, então distintos novos critérios são acarretados pelas diferentes lógicas que assumimos como subjacentes ao sistema **AGM∘**, apresentadas em 4.2.

Não pretendemos esgotar todos os diferentes teoremas das **LFIs** que abordamos. O ponto central desta seção é perceber como o sistema de revisão de crenças paraconsistente desenvolvido nesta tese pode ser entendido como uma pertinente e expressiva interpretação às **LFIs**, explicitando intuitivamente (e formalmente) alguns resultados daquelas que se mostram bastante naturais sob nosso sistema.

[11] Tal jogo não é possível de ser percebido em um sistema no qual a contradição é logicamente impossível, tal como **AGM**.

Sobre a aceitação da inconsistência, consistência e sua propagação

Lembremos do teorema 4.13, no qual temos que

$$\circ\alpha \vdash_{Ci} \circ\neg\alpha$$

Certamente, neste caso, o agente cuja lógica subjacente é **Ci** incorpora, como critério de racionalidade, o fato de que a aceitação da consistência de uma crença acarreta que a negação de tal crença também é consistente. Os exemplos 4.18 e 4.19 parecem ilustrar este fato de maneira bastante natural.

Ademais, o teorema 4.12 afirma o seguinte:

$$\circ\alpha \equiv \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$$

Ou seja, um agente cuja lógica subjacente é **Ci** equipara a não contradição com a consistência.

Ademais, temos em **mbCci** que

$$\vdash_{mbCci} \circ\circ\alpha$$

Este caso é bastante significativo: o agente cuja lógica subjacente é **mbCci**, ao aceitar a consistência de uma crença, tal consistência passa a ser irrefutável em seu estado epistêmico – uma vez que $\circ\circ\alpha \in K$ para todo α. Desta forma, não é possível a tal agente remover a crença $\circ\alpha$ de seu estado epistêmico.

Ademais, podemos perceber que um agente (cuja lógica subjacente é qualquer **LFI**, extensão de **mbC**), ao aceitar uma contradição, isto é, ao superdeterminar alguma sentença, este incorpora, também, o fato de que tal sentença é inconsistente (ou melhor, não-consistente). Vejamos a tabela 4.7, que ilustra este fato (e de que sua recíproca não é verdadeira).

<table>
<tr><th>α</th><th>$\neg\alpha$</th><th>$\circ\alpha$</th><th>$\neg\circ\alpha$</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">0</td><td rowspan="2">1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">0</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="2">1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td></tr>
</table>

Figura 4.7: não-consistência em mbC

Neste caso, ao perfazer uma revisão externa, por exemplo, na qual existe um intermediário estado contraditório, tal agente marca, em seu estado epistêmico, a revisibilidade da sentença em questão. Desta forma, incorporar a consistência da mesma passa a ser algo incoerente – ou seja, uma vez considerada superdeterminada determinada crença, o agente guarda a informação de que esta é inconsistente, não sendo racionalmente possível vir a aceitar sua consistência, a não ser que tal agente deliberadamente contraia seu estado episitêmico por $\neg\circ\alpha$).

4.3.6 Entradas Epistêmicas e Operações AGM∘

Uma interessante consequência do enriquecimento da linguagem é a própria definição das operações. O sistema **AGM∘** admite os três principais tipos de mudanças, ou operações, em conjuntos de crença:

Expansão $(K + \alpha)$ Incorporação de uma nova crença α sobre K sem a remoção de nenhuma crença prévia em K.

Esta operação mantém-se igual ao modelo clássico, sendo portanto trivializante caso o estado epistêmico resultante seja incoerente. Vale notar que é possível ao conjunto resultante ser contraditório, porém isto não é um problema caso a coerência seja mantida (a distinção entre não-contradição, consistência e coerência foi exposta na introdução e pode ser melhor compreendida formalmente na seção 4.2, na qual apresentamos as principais definições e teoremas das **LFIs**). O mesmo não ocorre com a contração:

Contração $(K - \alpha)$ Possível remoção de uma crença α de K sem a introdução de nenhuma nova crença.

A principal distinção com o sistema **AGM** clássico é o fato desta possivelmente falhar, o que captura a ideia de que algumas crenças são tão enraizadas no estado epistêmico do agente que excluí-la não é uma possibilidade. Tal como definimos, tais crenças são aquelas fortemente aceitas pelo agente.

Revisão $(K * \alpha)$ Incorporação de uma nova crença α sobre K, com a possível remoção de uma crença prévia em K para se tentar manter a não-contradição.

Dizemos *possível remoção* em dois sentidos distintos:

(i) A remoção de uma crença previamente aceita pode não ser necessária pois, caso a crença a ser incorporada não gere uma contradição, a incoporação pode ser feita de maneira direta e, neste caso, a revisão equivale à expansão.

(ii) A remoção de uma crença previamente aceita pode não ser possível pois, mesmo que a crença a ser incorporada gere uma contradição, a primeira é fortemente aceita no estado epistêmico inicial. Neste caso a revisão também equivale à expansão.

Neste sentido que afirmamos *tentar manter a não-contradição*: no caso expresso em (ii) acima certamente teremos um conjunto de crenças contraditório. Em ambos os casos a crença a ser incorporada é aceita – no primeiro caso com uma mudança minimal, no segundo (menos interessante), trivial.

As operações de revisão clássica e paraconsistente assumem que o agente sempre aceita a nova sentença α a ser incorporada, o que pode ser percebido pelo postulado *sucesso*. Conforme já exposto, Hansson [35] descreve, em bases de crenças, uma generalização da revisão chamada de *semi-revisão* – operação que delega ao mecanismo de seleção a tarefa de escolher a sentença a ser retraída para evitar a contradição, o que permite retrair a própria sentença recém adicionada e ferir, assim, o *sucesso*. A revisão, argumenta o autor, só pode ser aplicada depois que o agente tenha decidido aceitar α, o que não captura determinadas ideias intuitivas de incorporação de crenças. O sistema **AGM**$\circ$ permite que tal operação seja também definida.

Grosso modo, a semi-revisão é construída pela adição de α ao conjunto de crenças seguida da remoção da possível contradição gerada pela incorporação (operação de *consolidação*) – o que pode ou não remover a sentença α recém-adicionada:

Semi-revisão ($K?\alpha$) Possível incorporação de uma crença α, dependendo do estado epistêmico inicial e do status das crenças (arragaimento) do agente.

Consolidação ($K!$) Remoção das contradições do estado epistêmico.

A partir das citadas operações é possível definir diversas outras – como casos particulares destas e de suas iterações. Ao final deste capítulo e do próximo esboçamos algumas operações que consideramos significativas, porém antes de fazê-lo é preciso que entendamos melhor as operações clássicas, isto é, aquelas já presentes na literatura de bases e conjuntos de crenças do sistema **AGM**, porém em suas versões paraconsistentes, ou melhor, da consistência formalizada.

4.4 Expansão

A expansão é a operação que simplesmente incorpora uma sentença α no estado epistêmico.

Definição 4.27 (Expansão). *Seja K um conjunto de crenças e α uma sentença. $K+\alpha$*

é defininida como:

$$K + \alpha = Cn(K \cup \alpha)$$

Podemos notar que tal como o modelo **AGM** clássico e conforme o esperado, caso $\alpha \in K$ então $K + \alpha$ é equivalente a K. Incorporar uma crença já presente no estado epistêmico é uma operação redundante, que não propicia mudança alguma. Entretanto, diferentemente do modelo clássico, perfazer a operação $K+\alpha$ em um conjunto de crença no qual $\neg\alpha \in K$ não necessariamente gera um conjunto de crenças trivial, apesar de contraditório.

Se aceitarmos a ideia de que a não-trivialidade de um conjunto de crenças é algo suficiente para justificar os critérios de racionalidade da operação que o tem como conjunto resultante então, mesmo que contraditório, poderíamos argumentar que a simples expansão pode ser entendida como uma operação de revisão. Com isso, a remoção de qualquer sentença para resgatar um estado epistêmico livre de contradições não é necessária tendo em vista a possibilidade de superdeterminar uma crença sem que isto cause a trivialização do estado epistêmico.

Ao se comprometer, por exemplo, com uma posição dialeteísta[12] em relação à revisão de crenças, aceitar a não-trivialidade como suficiente para justificar a racionalidade do conjunto resultante e, portanto, aceitar a expansão como uma operação de revisão é algo necessário – ao se levar em conta o *sucesso*, mesmo uma sentença auto-contraditória deve estar presente no estado epistêmico resultante. Neste caso, a contração de alguma sentença para se assegurar a ausência de contradições do conjunto de crenças (tal como postula a operação de revisão) é impossível, a não ser que se exclua a própria sentença recém expandida.

Nossa ideia de revisão, por outro lado, é mais ampla: é uma operação de incorporação na qual o estado epistêmico resultante seja, sempre que possível, não-contraditório. O

[12] Uma brevíssima descrição do dialeteísmo pode ser encontada no Apêndice.

único caso no qual a contradição e a própria trivialização persiste é quando a negação da crença a ser incorporada é infalseável no conjunto – devido a presença da consistência.

Podemos entender melhor as possíveis situações geradas pela consistência de uma sentença pelos seguintes esquemas:

$$\circ\alpha \in K \text{ e } \begin{cases} \alpha \in K \text{ e } & \begin{cases} \neg\alpha \in K & \text{então } Cn(\{\alpha, \sim \alpha\}) \subseteq K = K_f \quad (1) \\ \neg\alpha \notin K & \text{então } Cn(\{\circ\alpha, \alpha\}) \subseteq K \quad (2) \end{cases} \\ \alpha \notin K \text{ e } & \begin{cases} \neg\alpha \in K & \text{então } Cn(\{\sim \alpha\}) \subseteq K \quad (3) \\ \neg\alpha \notin K & \text{então } Cn(\{\circ\alpha\}) \subseteq K \text{ e } \alpha \text{ é indeterminado} \quad (4) \end{cases} \end{cases}$$

Se α e $\neg\alpha$ são ambas aceitas em K, expandir o conjunto de crenças por $\circ\alpha$ é incoerente e, conforme o esperado, o conjunto resultante é trivial. Isto ocorre pois a presença de $\circ\alpha$ faz com que α passe a ser fortemente rejeitada (caso $\neg\alpha \in K$). Desta forma, conforme a situação **(2)** acima descreve, não há problema algum em se aceitar fortemente uma crença a não ser que, tal como percebemos em **(1)**, sua negação também esteja presente.

A situação **(3)** é análoga – não há problema algum em se rejeitar fortemente uma crença a não ser que a mesma seja incorporada ao conjunto (o que nos leva ao indesejado caso **(1)**). O caso **(4)** é interessante – o agente tem uma posição em relação à consistência de α porém tal crença é indeterminada, isto é, o agente não aceita nem rejeita a mesma porém, caso o faça, o será fortemente.

O próximo esquema ilustra as situações nas quais $\circ\alpha \notin K$, isto é, o agente não tem uma posição definida em relação à consistência de α e, portanto, a mesma pode ser superdeterminada sem que isto seja incoerente e gere uma trivialização.

$$
\circ\alpha \notin K \text{ e } \begin{cases} \alpha \in K \text{ e } & \begin{cases} \neg\alpha \in K & \text{então } Cn(\{\alpha, \neg\alpha\}) \subseteq K \quad (5) \\ \neg\alpha \notin K & \text{então } Cn(\{\alpha\}) \subseteq K \quad (6) \end{cases} \\ \alpha \notin K \text{ e } & \begin{cases} \neg\alpha \in K & \text{então } Cn(\{\neg\alpha\}) \subseteq K \quad (7) \\ \neg\alpha \notin K & \text{então } \alpha \text{ é indeterminado} \quad (8) \end{cases} \end{cases}
$$

Nas situações **(6)** e **(7)** é possível ao agente incorporar respectivamente $\neg\alpha$ e α sem que isto seja incoerente pois, conforme pode ser notado em **(5)**, a contradição não acarreta uma trivialização. A situação **(8)** ilustra o caso no qual tanto α quanto $\neg\alpha$ não são aceitos pelo agente, que também não tem qualquer opinião sobre a consistência da crença em questão.

4.5 Contração AGM∘

Conforme assumimos em nosso sistema, uma contração representa a ação de se retirar uma crença previamente presente em um estado epitêmico, o que pode ocorrer por exemplo em uma argumentação ou raciocínio hipotético. Vejamos o seguinte exemplo adaptado de Ribeiro [84]:

Exemplo 4.28. *Acredito que manteiga não seja saudável* $\neg s$ *e portanto não deva comer muita* $\neg s \to \neg c$. *Ao ler estudos recentes que afirmam o contrário, posso querer, a título de argumentação, contrair* $\neg c$.

4.5.1 Postulados para contração AGM∘

A contração de um conjunto K por uma crença α é denotada por $K - \alpha$. Tal como no sistema **AGM** clássico, assumimos que $-$ é uma função que parte de pares de conjuntos de crenças e sentenças para conjuntos de crenças:

(fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$

Exemplo 4.29. *Recordemos da contração do exemplo anterior,* $K = \{\neg s, \neg s \to \neg c\} = Cn(\neg(s \vee \neg c))$ *por* $\neg c$ *. Cada nó do diagrama seguinte mostra todos os conjuntos de crença possíveis da linguagem restrita a* $\{s, c\}$*. Tal como em* ***AGM*** *clássico o* fecho *garante que o resultado seja um destes nós.*

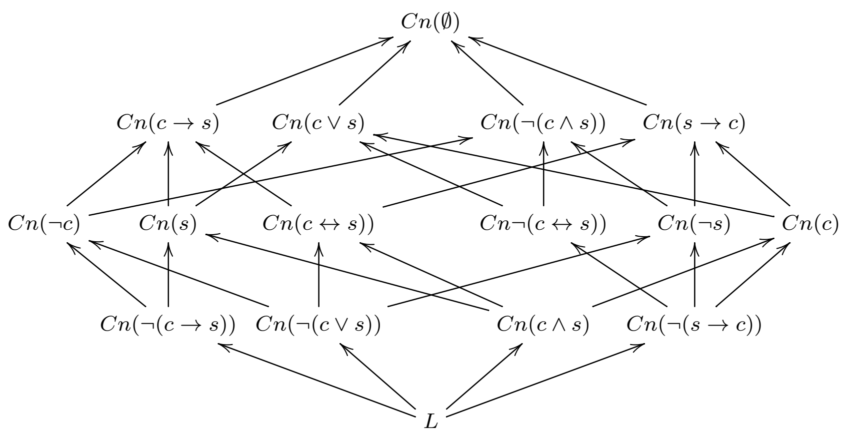

Figura 4.8: Diagrama do exemplo 4.29

Ademais, a contração é uma operação que leva uma sentença a não ser mais aceita no conjunto de crenças, e desta forma, deve ser o caso que

$\alpha \notin K - \alpha.$

Porém, se α é tautologia, $\alpha \in Cn(\emptyset)$ e portanto seria preciso violar o fecho. Neste caso, é necessário definir o sucesso como

Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $\alpha \notin K - \alpha$.

Este é justamente o enunciado do postulado do sucesso no sistema **AGM** clássico. Entretanto, no sistema **AGM∘** precisamos levar em conta a possibilidade de α ser consistente em K, isto é, $\circ\alpha \in K$ – neste caso, temos que o status epistêmico de α é tal que esta não é passível de ser refutada e excluída do conjunto de crenças (quando previamente presente)[13]. Ora, neste caso o sucesso precisa ser violado, a não ser que o próprio postulado abarque a informação de que o sucesso falha caso se tente contrair o conjunto por uma sentença fortemente aceita em K – é exatamente isso o que fazemos.

(sucesso) Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\circ\alpha \notin K$ então $\alpha \notin K - \alpha$.

Exemplo 4.30. *O sucesso garante que, caso $\circ\alpha \notin K$, o resultado da contração não seja um dos nós que contenha $Cn(\neg c)$, o que pode ser percebido pela figura 4.9*

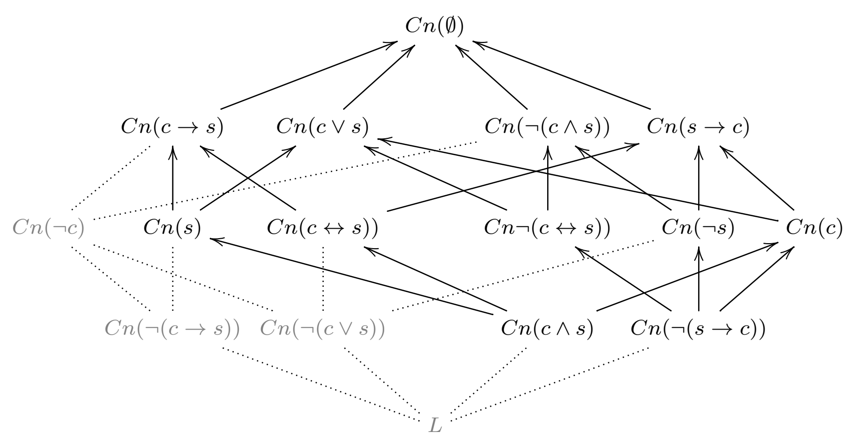

Figura 4.9: Diagrama do exemplo 4.30

O postulado da inclusão é exatamente o mesmo do sistema **AGM** clássico, e garante que ao se remover uma sentença α nenhuma outra seja incorporada ao conjunto de crenças:

(inclusão) $K - \alpha \subseteq K$.

Exemplo 4.31. *A* inclusão *exige que o resultado da contração esteja contido em $Cn(\neg(s \vee c))$, ou seja, o estado epistêmico resultante da contração deve estar sobre $Cn(\neg(s \vee c))$*

[13]Este postulado ilustra o fato de que as crenças fortemente aceitas se comportam como tautologias dentro do estado epistêmico.

no diagrama – devemos, pois, eliminar $Cn(c \wedge s)$, $Cn(\neg(s \to c))$, $Cn(s)$, $Cn\neg(c \leftrightarrow s))$, $Cn(c)$ e $Cn(c \vee s)$ como possíveis estados epistêmicos de nossa contração.

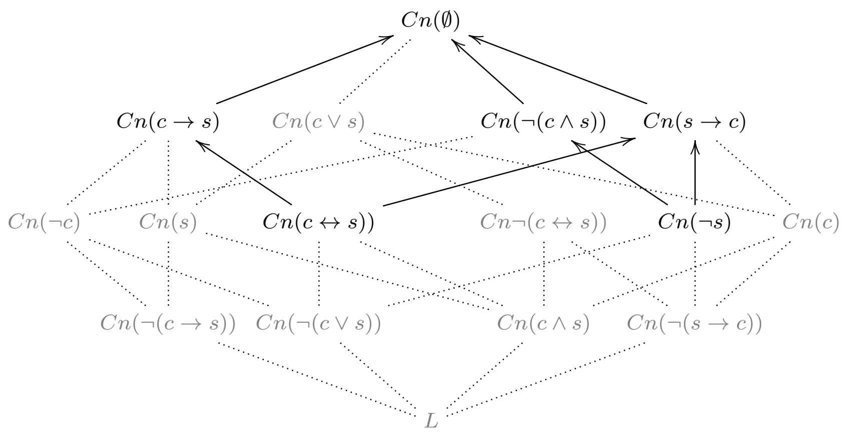

Figura 4.10: Diagrama do exemplo 4.31

O próximo postulado é central para descrever a contração em **AGM∘**, e destaca a diferença desta em relação ao paradigma clássico. A *falha* complementa o *sucesso* e lastra o comportamento da contração no caso de $\circ\alpha$ ser aceito em K. A ideia intuitiva é justamente capturar o fato de que, ao se tentar retirar de K uma sentença não-falseável, a operação é inócua – sendo o estado epistêmico resultante o próprio K inalterado (tendo em vista a inclusão).

Vejamos uma adaptação do exemplo 4.28 para enteder melhor este caso paradigmático:

Exemplo 4.32. *Acredito que manteiga não seja saudável $\neg s$ e portanto não deva comer muita $\neg s \to \neg c$. Ademais, como passei minha vida toda acreditando nisso e como confio no que a maioria dos cientistas afirmam, acredito que minhas informações prévias sejam irrefutáveis e, portanto, é consistente o fato de que não deva comer manteiga $\circ\neg c$. Entretanto, ao ler estudos recentes que afirmam o contrário, posso querer, a título de argumentação, contrair $\neg c$.*

O diagrama nos ajuda a entender alguns fatos interessantes que ocorrem neste exemplo, no qual a remoção da sentença não é possível (considere $Cn(X) = Cn(X \cup \{\circ\neg c\})$)

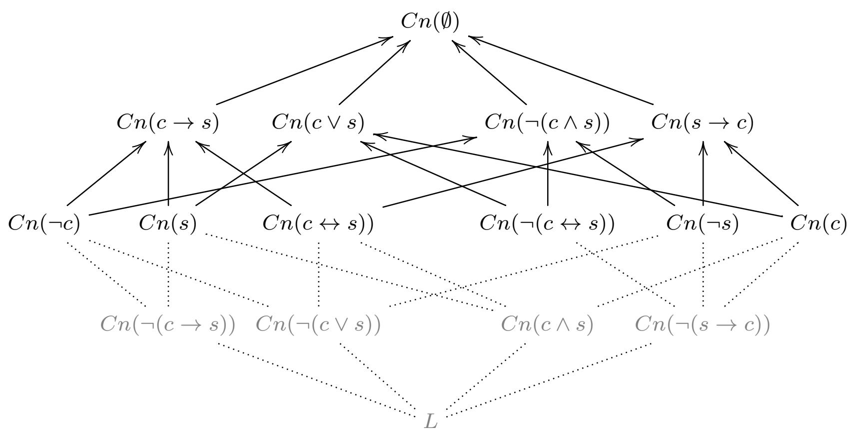

Figura 4.11: Diagrama do exemplo 4.32

A figura 4.11 mostra os possíveis $K - \neg c$ que satisfazem o *fecho* (todos os nós do diagrama), o *sucesso* (como $\circ\neg c \in K$, então o diagrama não exclui os conjuntos que contém $Cn(\neg c)$) e a *inclusão* (o diagrama exclui os conjuntos maiores do que K). Notadamente, os conjuntos restantes são apenas as consequências lógicas de K – ou seja, o próprio K. Assim, temos que ao se tentar contrair o conjunto de crenças por uma sentença considerada cosistente, a operação é falha, e exatamente as mesmas crenças previamente aceitas persistem no sistema – inclusive a própria a ser retraída.

Este fato é satisfatoriamente descrito pelo postulado:

(falha) Se $\circ\alpha \in K$ então $K - \alpha = K$.

Este postulado reflete a ideia intuitiva já explicada anteriormente, qual seja, a irrefutabilidade de determinadas crenças no estado epistêmico do agente. Voltaremos a abordar a *falha* e sua relação direta com a ideia de não-falseabilidade, formalizada pela aceitação da consistência da crença, ao apresentar a construção explícita para a contração. Antes, vejamos o último postulado – relevante apenas no caso em que $\circ\alpha \notin K$ na operação $K - \alpha$ e portanto a contração é bem sucedida, sendo inócuo caso contrário.

O próximo postulado, *relevância*, garante a minimalidade da operação e substitui a *recuperação* apresentada no paradigma clássico. Conforme já vimos, Hansson [36] demonstrou que, para as lógicas que satisfazem as suposições **AGM**, ambos são equivalentes na presença dos demais postulados. Ademais, conforme afirma Ribeiro [84], este também é o caso para qualquer lógica compacta. Nossa escolha por tal postulado, portanto, se deve ao fato de que o mesmo é compatível com uma classe maior de lógicas. Além disso, concordamos com o argumento de Hansson de que o postulado da *recuperação* é contra-intuitivo em diversas situações, sendo a *relevânica* uma opção mais interessante e intuitiva.

O postulado da *relevância* garante a minimalidade da operação ao impedir que sentenças irelevantes sejam removidas do conjunto inicial – nenhum elemento β pode ser removido de K a menos que β contribua para provar a sentença α a ser removida, ou seja, para algum K' tal que $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K$, o conjunto $K' \cup \beta$ prova α. Temos, pois, o seguinte:

(relevância) Se $\beta \in K \setminus K - \alpha$ então existe K' tal que $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K$, $\alpha \notin K'$ e $\alpha \in K' + \beta$

Temos, portanto, os seguintes postulados para a contração:

Definição 4.33 (Postulados para a contração **AGM∘**). *A operação $-$ satisfaz o seguinte:*

(fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$.

(sucesso) *Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\circ\alpha \notin K$ então $\alpha \notin K - \alpha$.*

(inclusão) $K - \alpha \subseteq K$.

(falha) *Se* $\circ\alpha \in K$ *então* $K - \alpha = K$.

(relevância) *Se* $\beta \in K \setminus K - \alpha$ *então existe* K' *tal que* $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K$, $\alpha \notin K'$ *e* $\alpha \in K' + \beta$

4.5.2 Contração *partial meet* AGM∘

Vejamos agora a construção da contração *partial meet* para **AGM∘**. Vale notar que precisamos incorporar, em sua definição, a ideia intuitiva de não-revisibilidade capturada satisfatoriamente pelos postulaods do *sucesso* e da *falha*. Consideramos, novamente, os subconjuntos maximais de K que não implicam α – o conjunto de todos estes subconjuntos é o já conhecido conjunto resíduo, definido a seguir:

Definição 4.34. *Sejam* K *em* $\mathbf{L}$ *e* $\alpha \in \mathbb{L}$. *O conjunto* $K \perp \alpha \subseteq \wp(\mathbb{L})$ *é tal que, para todo* $X \subseteq \mathbb{L}$, $X \in K \perp \alpha$ *sse as seguintes cláusulas são satisfeitas:*

1. $X \subseteq K$;
2. $\alpha \notin Cn(X)$;
3. *se* $X \subset X' \subseteq K$ *então* $\alpha \in Cn(X')$.

Para assegurarmos o teorema da representação das diferentes revisões paraconsistentes de **AGM∘** a serem apresentadas nas seções futuras, os seguintes lemas sobre conjunto resíduo são necessários:

Lema 4.35. *Se* $X \in K \perp \alpha$, *então* $X \in \mathbb{L}$.

Demonstração: Se $\beta \in \mathbb{L}$ então $\alpha \notin Cn(X \cup \{\beta\})$ e, como X é maximal (item 3. da definição 4.34), $\beta \in X$ ■

Lema 4.36 (Propriedade do limite superior)**.** *Para todo conjunto de crenças K, todo $X \subseteq K$ e toda conjunto A em uma lógica compacta em que $A \cap Cn(X) = \emptyset$, existe X' tal que $X \subseteq X'$ e $X' \in K \perp A$.*

Demonstração: Primeiro enumeramos os elementos de K em uma sequência $\beta_1, \beta_2, \ldots$.

Seja $X_0 = X$ e para todo $i \geq 1$ definamos X_i da seguinte forma:

$$X_i = \begin{cases} X_{i-1} & \text{se } A \cap Cn(X_{i-1} \cup \{\beta_i\}) \neq \emptyset \\ X_{i-1} \cup \{\beta_i\} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Para todo i temos que $A \cap Cn(X_i) = \emptyset$. Seja $X' = \bigcap_i X_i$. Verifique que $X \subseteq X' \subseteq K$. Além disso, se $\beta \in K$ e $\beta \notin X'$ então $A \cap (X' \cup \{\beta\}) \neq \emptyset$.

Se $A \cap Cn(X') \neq \emptyset$ então existe $\beta \in A \cap Cn(X')$. Por compacidade $\beta \in Cn(X'')$ para algum $X'' \subseteq K$ finito. Neste caso $\beta \in Cn(X_i)$ e logo $A \cap Cn(X_i) \neq \emptyset$ para algum i o que seria uma contradição. ∎

Novamente consideramos uma função γ que seleciona alguns elementos de $K \perp \alpha$ sempre que possível e devolve o próprio K caso contrário. Intuitivamnte γ seleciona aqueles conjuntos que contém as crenças que o agente acredita de forma mais arraigada. Entretanto, dentro do paradigma paraconsistente e da linguagem das **LFIs**, esta noção de arraigamento epistêmico é também satisfatoriamente incorporada pela consistência da crença: caso $\circ\alpha \in K$, α está enraizada em K a ponto desta crença não ser passível de ser removida de K e, neste caso, o conjunto resíduo será o próprio K.

Definição 4.37 (Função Seleção)**.** *Uma* função de seleção *para K é uma função γ tal que para todo α:*

1. *$\emptyset \neq \gamma(K, \alpha) \subseteq K \perp \alpha$ se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\circ\alpha \notin K$.*

2. *$\gamma(K, \alpha) = \{K\}$ caso contrario.*

Incorporamos, assim, a ideia de não-revisibilidade na própria função seleção. Esta estratégia se mostra bastante natural ao levarmos em conta que, de fato, as crenças consideradas consistentes sequer serão escolhidas pelo agente como passíveis de retração – mesmo que sejam retraídas como última opção necessária, tais como as sentenças mais arraigadas do agente. Pelo contrário, as crenças consistentes permancem no conjunto de crenças em qualquer situação, a não ser que o agente retraia o próprio fato de que tal sentença seja consistente – o que, vale lembrar, não é possível em todas as **LFIs** devido à propagação da consistência (conforme vimos na seção 4.3.5).

Outra importante diferença da função seleção que apresentamos neste capítulo é o fato de parametrizarmos γ em relação a uma sentença e um conjunto de crenças específicos, e não a todo conjunto resíduo. Assim, em relação a α e K, por exemplo, definimos $\gamma(K, \alpha)$, e não $\gamma(K \perp \alpha)$. Vale perceber que esta é uma diferença técnica que não interfere diretamente na essência dos resultados obtidos sendo, portanto, doravante por nós utilizada para definir a função escolha do próprio sistema **AGM**.[14]

Definimos, tal qual **AGM**, a contração partial meet como a intersecção de tais conjuntos selecionados por γ.

Definição 4.38. *Uma contração $-$ em K é uma contração partial meet sse existe uma função seleção γ para K tal que para todo α*

$$K -_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(K, \alpha)$$

Voltemos aos exemplos anteriores:

[14]Tecnicamente a parametrização exige que a função γ seja definida sobre uma sentença específica e, desta forma, sentenças logicamente equivalentes não necessariamente se comportam da mesma forma em relação a uma função esolha sobre um conjunto resíduo. Desta forma, o postulado da *extensionalidade* deixa de ser significativo. Além de ser mais específica, esta definição segue as **LFIs** pois não se baseia na equivalência lógica – lembremos que muitas sentenças logicamente equivalentes em um paradigma clássico não o são em **LFIs**. Ademais, vale citar que muitos trabalhos na literatura de Revisão de Crenças **AGM** já utilizam, sem maiores preocupações, a referida parametrização ao definir uma função seleção para a contração *partial meet*.

Exemplo 4.39. *Seja $-$ uma contração partial meet. No exemplo 4.28, no qual* $K = \{\neg s, \neg s \to \neg c\} = Cn(\neg(s \vee c))$ *temos o seguinte conjunto resíduo:*

$$K \perp \neg c = \{Cn(\neg c \leftrightarrow s), Cn(\neg s)\}$$

Vale notar que os possíveis subconjuntos resultantes correspondem exatamente àqueles

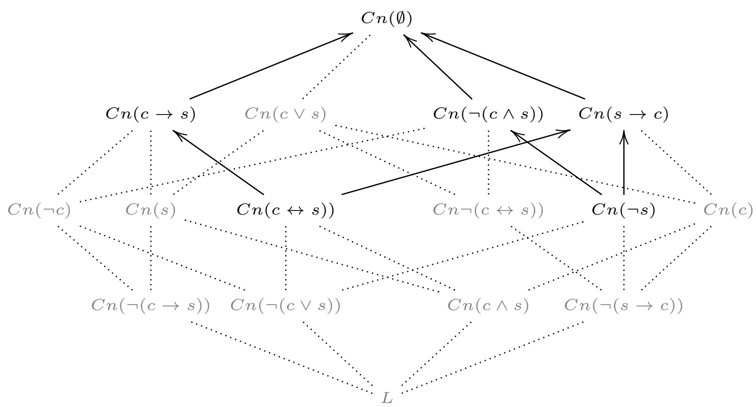

Figura 4.12: Diagrama do conjunto resíduo

dos postulados. A função seleção γ pode escolher o seguinte:

caso (i) *Se $\gamma(K, \neg c) = K \perp \neg c$, ou seja, a função seleção escolhe todos os elementos do conjunto resíduo, temos que*

$$K - \neg c = Cn(c \leftrightarrow s) \cap Cn(\neg s) = Cn(s \to c)$$

caso (ii) *Se $\gamma(K, \neg c) = Cn(\neg c \leftrightarrow s)$, ou seja, a função seleção escolhe $\neg c \leftrightarrow s$ temos que*

$$K - \neg c = \bigcap Cn(c \leftrightarrow s) = Cn(c \leftrightarrow s)$$

caso (iii) *Se $\gamma(K, \neg c) = Cn(\neg s)$, ou seja, a função seleção escolhe $\neg s$ temos que*

$$K - \neg c = \bigcap Cn(\neg s) = Cn(\neg s)$$

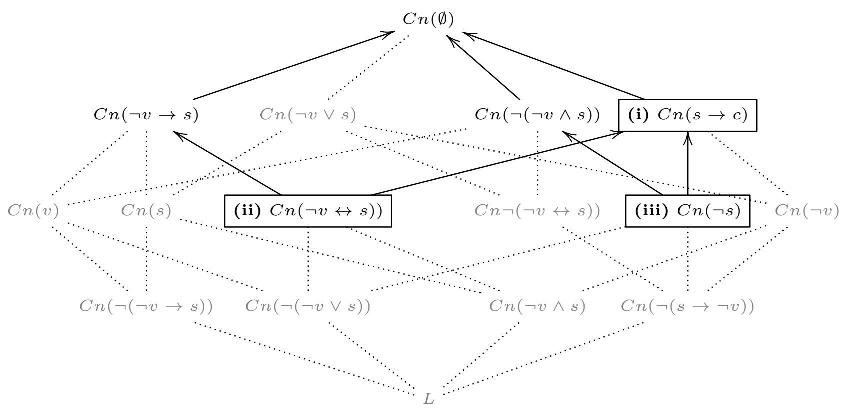

Figura 4.13: Resultados da contração aduzidos pela função γ

Exemplo 4.40. *Seja $-$ uma contração partial meet. No exemplo 4.32, no qual $K = \{\neg s, \neg s \to \neg c, \circ c\}$ temos que*

$$\gamma(K, \neg c) = K$$

e portanto

$$K - \neg c = \bigcap K = K$$

Os postulados da definição 4.33 caracterizam precisamente a contração *partial meet* **AGM∘**, conforme pode-se notar nos exemplos apresentados. Devemos, portanto, ser capazes de demonstrar o teorema de representação desta operação.

Teorema 4.41 (representação)**.** *Uma operação $-$ sobre K satisfaz os postulados da definição 4.33 para todo α sse existe função de seleção γ tal que $K - \alpha = \bigcap \gamma(K, \alpha)$.*

Demonstração: (construção ⇒ postulados)

fecho: Seja $X \in K\perp\alpha$ e $\beta \in Cn(X)$ então $\alpha \notin Cn(X \cup \{\beta\})$ e, como X é maximal, $\beta \in X$. Logo para todo $X \in K\perp\alpha$ temos que $X = Cn(X)$. Logo $K -_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(K, \alpha)$ os elementos de $\gamma(K, \alpha)$ são conjuntos fechados e, como a intersecção de fechados é fechada temos que $K -_\gamma \alpha$ é fechada.

sucesso: Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então pelo Lema 4.36 $K\perp\alpha \neq \emptyset$.

inclusão: Segue da construção.

falha: Segue da construção.

relevância: Se $\beta \in K \setminus K - \alpha$ então existe $X \in \gamma(K, \alpha)$ tal que $\beta \notin X$. Por definição, $K -_\gamma \alpha \subseteq X \subseteq K$, $\alpha \notin Cn(X)$ and $\alpha \in Cn(X \cup \{\beta\})$.

(postulados ⇒ construção)

Seja $-$ um operador satisfazendo os postulados acima e seja γ a seguinte função:

$$\begin{aligned}\gamma(K, \alpha) &= \{X \in K\perp\alpha : K - \alpha \subseteq X\} \text{ se } \alpha \notin Cn(\emptyset) \text{ ou } \circ\,\alpha \notin K \\ &= \{K\} \text{ caso contrário.}\end{aligned}$$

Temos que provar que 1) γ é uma função de seleção e 2) $K - \alpha = \bigcap \gamma(K, \alpha)$.

1. $\gamma(K, \alpha) \subseteq K$ segue direto da construção. Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\circ\alpha \notin K$ então o *sucesso* e a *inclusão* garantem que $\alpha \notin K - \alpha \subseteq K$. Pelo Lema 4.36 existe X tal que $K - \alpha \subseteq X \in K\perp\alpha$ e, portanto, $\gamma(K, \alpha) \neq \emptyset$.

2. Se $\alpha \in Cn(\emptyset)$ então a *relevância* e a *inclusão* garantem que $K - \alpha = K$. Similarmente se $\circ\alpha \in K$ a *falha* garante que $K - \alpha = K$. Nesses dois casos caso

$\bigcap \gamma(K, \alpha) = K$, pois $\gamma(K, \alpha) = \{K\}$. Se $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $K - \alpha \subseteq K -_\gamma \alpha$ por construção. Resta mostrar que $K -_\gamma \alpha \subseteq K - \alpha$. Seja $\beta \notin K - \alpha$ e suponha que $\beta \in K$ (caso contrário $\beta \notin \bigcap \gamma(K, \alpha)$ trivialmente). Por *relevância*, existe K' tal que $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K$, $\alpha \notin Cn(K')$ e $\alpha \in Cn(K' \cup \{\beta\})$. Pelo Lema 4.36 existe X tal que $K' \subseteq X \in K \perp \alpha$. Como $K' \subseteq X$, $\alpha \in Cn(K' \cup \{\beta\})$ e $\alpha \notin Cn(X)$, temos que $\beta \notin X$. Portanto, $\beta \notin \bigcap \gamma(K, \alpha)$.

■

4.6 Revisão AGM$\circ$

A existência de conjuntos de crenças contraditórios, sem que seja necessário ao agente ao menos procurar reestabelecer um estado epistêmico livre de contradições, é de certa forma legitimada ao se aceitar não-trivialidade como suficiente aos princípios de racionalidade.

A afirmação de Levi, exposta anteriormente, de que a presença de uma contradição é algo comum não pode ser entendida como a aceitação deste autor em relação à legitimidade de estados epistêmicos contraditórios. Muito pelo contrário, Levi afirma que um estado epistêmico deste tipo "não é útil" por ser inviável enquanto uma fonte de acesso às possibilidaes factuais – pois os valores de verdade colapsam em incoerência e indiscriminação [15] – e inútil como fonte para o raciocínio e deliberação prática. A inconsistência, afirma ele, é um "inferno epistêmico" do ponto de vista de um agente deliberativo.[16]

O modelo de revisão de crenças paraconsistente notadamente soluciona a primeira causa do inferno epistêmico ao restringir o princípio da explosão e controlar, desta

[15] Notadamente como um reflexo do princípio da explosão.

[16] A expressão "inferno epistêmico" foi usada pela primeira vez por Peter Gärdenfors [28] ao assumir um ponto de vista similar com respeito aos estados epistêmicos inconsistentes.

forma, a intratabilidade de um estado epistêmico contraditório. Porém, restaurar a utilidade de um conjunto de crenças "como fonte para o racioncínio e deliberação prática" requer exigir que o mesmo seja livre de contradições e que portanto o estado epistêmico resultante de uma incorporação seja, sempre que possível, não-contraditório. De fato, este é exatamente o primeiro princípio que apresentamos na seção 4.3.4 (página: 118):

(1) Não-contradição Sempre que possível, os estados epistêmicos devem permanecer não-contraditórios.

As duas principais tarefas de uma revisão, pois, é incorporar uma nova crença α ao conjunto de crenças e garantir que o resultado seja livre de contradições sempre que possível. Tal como no modelo clássico, podemos construir esta operação a partir de duas sub-operações: expansão por α e contração por $\neg\alpha$.

Porém, diferentemente de **AGM**, nosso novo sistema permite, assim como em bases de crença, definir as sub-operações em duas ordens distintas, quais sejam:

Revisão interna

$$K * \alpha = (K - \neg\alpha) + \alpha$$

Revisão externa

$$K * \alpha = (K + \alpha) - \neg\alpha$$

Conforme afirmamos anteriormente, ambas definições são concorrentes pois cada uma prioriza um distinto critério de racionalidade. Apesar de ambas procurarem ter como resultado um estado epistêmico não-contraditório ou ao menos coerente, a revisão interna prioriza o critério **(1)**, qual seja, o da não-contradição, enquanto que a revisão externa prioriza **(3)**, qual seja:

(3) Minimalidade Ao se modificar estados epistêmicos, a perda de informação deve ser mínima;

A revisão externa é racionalmente justificada ao se levar em conta o critério acima – caso este tenha prioridade, a revisão externa prevalece sobre a interna pois a contração prévia de uma crença não é mais logicamente necessária e, portanto, pode-se dizer que esta configura uma perda desnecessária de informação. Ademais, conforme veremos, muitas das consequências lógicas do intermediário conjunto contraditório são perfeitamente aceitáveis, e muitas vezes desejáveis, no estado epistêmico resultante da revisão.

Foge ao escopo da tese, ao menos neste momento, defender uma posição sobre qual critério deva prevalecer sobre os outros, e limitaremo-nos a expor ambas as possibilidades, bem como suas motivações e consequências lógicas e intuitivas. Tendo em vista que a revisão externa, conforme expusemos na introdução desta tese, é justamente uma das motivações do desenvolvimento de nosso sistema (notadamente, um estado epistêmico que seja sempre livre de contradições não exige um sistema paraconsistente), começaremos a exposição por tal revisão.

4.6.1 Revisão AGM$\circ$ externa

Conforme já mencionado, o principal objetivo do critério da economia informacional é que a revisão de um conjunto de crenças não seja menor ou maior do que o necessário para aceitar a nova sentença a ser incorporada. Nesta seção apresentamos os postulados que delimitam o sentido de mudança mínima que adotamos para esta operação, o que leva em conta o fato de que a contração prévia de uma sentença é logicamente desnecessária (ou mesmo impossível, no caso de sentenças fortemente aceitas) e, portanto, uma revisão apenas exige a não-contradição do estado epistêmico ao final da operação – o que permite um intermediário estado contraditório.

Postulados

O primeiro postulado afirma, conforme esperado, que o resultado da revisão seja um conjunto logicamente fechado de crenças.

(fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$.

Tal como no paradigma **AGM** clássico, a sentença a ser incorporada é sempre aceita no conjunto de crenças.

(sucesso) $\alpha \in K * \alpha$.

Notadamente, se por algum motivo α for fortemente rejeitado em K, o sucesso é trivialmente satisfeito. Este caso paradigmático lilustra o fato afirmado anteriormente de que aceitar ou rejeitar fortemente uma sentença equivale a tornar o conjunto não-revisável, respectivamente, pela sua negação ou pela sentença em questão – neste caso, ao se tentar forçar a referida revisão, a incorência resultante gera um estado epistêmico trivial, exatamente conforme o esperado. O mesmo ocorre com os postulados seguintes.

(inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$.

Em ambos, caso o conjunto não seja revisável por α, os postulados são trivialmente satisfeitos, e a revisão equivale à expansão. O próximo postulado assevera que o resultado da revisão seja um conjunto não-contraditório de crenças, tal como exige o princípio homônimo.

(não-contradição) se $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\sim \alpha \notin K$ então $\neg\alpha \notin K * \alpha$.

Vale notar que os postulados ora apresentados são adaptações dos postulados **AGM** clássicos, ou mesmo os próprios reinterpretados. O seguinte, entretanto, caracteriza exatamente o cerne da revisão paraconsistente **AGM$\circ$**, e é específico deste sistema – a falha. Conforme afirmamos anteriormente, caso a crença a ser incorporada pela revisão seja fortemente rejeitada no conjunto inicial, uma das cláusulas do postulado anterior não é satisfeita.

(falha) Se $\sim\alpha \in K$ então $K * \alpha = \mathbb{L}$

O fato é que o intermediário estado contraditório nem sempre é coerente e portanto é possível que o resultado da revisão seja um conjunto trivial, equivalente à própria linguagem.[17] Este fato mostra que uma revisão (no caso, a externa) é logicamente interessante apenas quando o conjunto, de fato, seja revisável pela nova crença em questão, sendo o resultado trivial caso contrário.

Acreditamos não ser necessário exigir tal revisibilidade, isto é, exigir que o conjunto K de crenças a ser revisado não rejeite fortemente a crença a ser incorporada – a própria falha seria a expressão da não-racionalidade de um agente que tente perfazer uma revisão que ele mesmo aceita não ser possível (ao aceitar ou rejeitar fortemente determinadas crenças).

O próximo postulado expressa a ideia de minimalidade da revisão. Conforme afirmamos anteriormente, este postulado foi sugerido por Hansson para substituir a recuperação. A *relevância* garante a minimalidade da operação pois impede que sentenças irrelevantes sejam removidas ao impor que nenhum elemento β possa ser removido de K a menos que β contribua para provar α, ou seja, para algum K' tal que $K-\alpha \subseteq K' \subseteq K$ o conjunto $K' \cup \{\beta\}$ prova α.

(relevância) Se $\beta \in K \setminus K * \alpha$ então existe K' tal que $K * \alpha \subseteq K' \subseteq K + \alpha$ e $\neg\alpha \notin K'$, mas $\neg\alpha \in K' + \beta$.

[17] É possível tentar perpassar este problema com uma possível remoção prévia de $\sim\alpha$ de K, o que acarretaria em uma possível remoção prévia de $\circ\alpha$ ou $\neg\alpha$, caso aquela seja consequência da presença destas no estado epistêmico. O segundo caso equivale à revisão interna, a ser apresentada a seguir. O primeiro também é definível em **AGM∘** – o fato é que a nova linguagem permite-nos definir distintas revisões, e fazê-lo depende das distintas justificativas para tanto.

Por fim, temos o postulado que reflete a existência do estado intermediário possivelmente contraditório, o que diferencia substancialmente a revisão externa da interna, na qual a exigência da contração prévia tenta evitar tal estado contraditório.

Vale perceber que caso o conjunto não seja revisável pela nova crença a ser incorporada a contração prévia não é possível, portanto exigi-la é algo inócuo. Ora, nos outros casos (nos quais o conjunto é revisável pela nova crença) a contração é possível, porém nestes mesmos casos o estado intermediário contraditório é coerente e não trivializante – e exigir a contração prévia não é algo inócuo, porém é logicamente desnecessário (enquanto estratégia para se evitar a trivialização).[18]

(pré-expansão) $(K + \alpha) * \alpha = K * \alpha$

Os postulados para a revisão externa **AGM**∘, portanto, são os seguintes:

Definição 4.42 (Postulados para revisão externa **AGM**∘)**.** *Uma operação de revisão externa* ***AGM***∘ *satisfaz os seguintes postulados:*

(fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$.

(sucesso) $\alpha \in K * \alpha$.

(inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$.

(não-contradição) *se* $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$ *e* $\sim\alpha \notin K$ *então* $\neg\alpha \notin K * \alpha$.

(falha) *Se* $\sim\alpha \in K$ *então* $K * \alpha = \mathbb{L}$

(relevância) *Se* $\beta \in K \setminus K * \alpha$ *então existe* K' *tal que* $K * \alpha \subseteq K' \subseteq K + \alpha$ *e* $\neg\alpha \notin K'$, *mas* $\neg\alpha \in K' + \beta$.

(pré-expansão) $(K + \alpha) * \alpha = K * \alpha$

[18] Reiteramos a afirmação de que, quando se leva em conta a exigência de que todos os passos da revisão sejam não-contraditórios, a contração prévia é logicamente necessária. Tal como afirmamos previamente, este é o cerne do jogo não-contradição *vesus* minimalidade.

Construção: Identidade de Levi inversa

Pela idenitdade de Levi somos agora capazes de utilizar a contração *partial meet* **AGM∘** para definir uma construção para a revisão externa. Uma revisão definida desta forma é chamada de *revisão partial meet **AGM∘** externa*, obviamente definida sobre uma função γ.

$$K *_\gamma \alpha = (K + \alpha) -_\gamma \neg\alpha = \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$$

Qualquer revisão *partial meet* externa satisfaz os postulados **AGM∘** da definição 4.42 e, além disso, tal como na contração, os postulados caracterizam precisamente a revisão *partial meet* externa, isto é, vale o teorema da representação.

Teorema 4.43 (representação)**.** *Uma operação $*$ sobre K satisfaz os postulados para revisão partial meet **AGM∘** externa da definição 4.42 para todo α sse existe uma função de seleção γ tal que $K * \alpha = \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$.*

Demonstração: (construção $\Rightarrow$ postulados)

fecho: Segue pelo mesmo motivo apontado no teorema anterior.

sucesso: Nos casos em que $\neg\alpha \in Cn(\emptyset)$ ou $\circ\alpha \in K$ por definição temos que $K *_\gamma \alpha = K + \alpha$ e o sucesso segue trivialmente.

Agora, seja $X \in (K + \alpha)\perp\neg\alpha$, e suponha por absurdo que $\alpha \notin X$. Seja $X' = X \cup \{\alpha\}$. Como $X \subset X' \subseteq K + \alpha$, temos que $\neg\alpha \in Cn(X')$, pela maximalidade de $\perp$. Portanto, $\neg\alpha \in Cn(X \cup \{\alpha\})$ e, pelo Lema 4.14 temos que $\alpha \in Cn(X)$. Porém, isso contradiz o fato que $\neg\alpha \notin Cn(X)$. Concluímos que $\alpha \in X$ para todo $X \in (K + \alpha)\perp\neg\alpha$. Portanto, $\alpha \in K *_\gamma \alpha$.

inclusão: Segue direto da construção.

não contradição: Suponha que $\neg\alpha \in K * \alpha = (K+\alpha)-\neg\alpha$. Pelo sucesso da contração temos que $\neg\alpha \in Cn(\emptyset)$ ou $\circ\alpha \in K$.

falha: Se $\sim\alpha \in K$ então $K+\alpha = \mathbb{L}$ e, logo, $\circ\alpha \in K+\alpha$. Então pela falha da contração temos que $K+\alpha-\neg\alpha = \mathbb{L}$.

relevância: Seja $\beta \in K \setminus ((K+\alpha)-\neg\alpha)$.

Então, $(K+\alpha)\bot\neg\alpha \neq \emptyset$ (caso contrário, $(K+\alpha)-\neg\alpha = K+\alpha$ e $K \setminus ((K+\alpha)-\neg\alpha) = \emptyset$, o que seria uma contradição). Portanto, existe $X \in \gamma(K+\alpha, \neg\alpha) \subseteq (K+\alpha)\bot\neg\alpha$ tal que $\beta \notin X$. Por construção, $K * \alpha \subseteq X \subseteq K+\alpha$. Seja $X' = X \cup \{\beta\}$. Então $X \subset X' \subseteq K+\alpha$ pelo fato de $\beta \in K$. Por definição, $\neg\alpha \in Cn(X')$, ou seja, $\neg\alpha \in X+\beta$.

pré-expansão: $(K+\alpha) * \alpha = ((K+\alpha)+\alpha)-\neg\alpha = (K+\alpha)-\neg\alpha = K * \alpha$.

(postulados $\Rightarrow$ construção)

Seja $*$ um operador satisfazendo os postulados acima e seja γ a seguinte função:

$$\begin{aligned}\gamma(K, \neg\alpha) &= \{X \in K\bot\neg\alpha : K * \alpha \subseteq X\} \text{ se } \circ\,\alpha \notin K \text{ e } \neg\alpha \notin Cn(\emptyset) \\ &= \{K\} \text{ caso contrário.}\end{aligned}$$

Temos que provar que 1) γ é bem definida, 2) γ é uma função de seleção e 3) $K * \alpha = (K+\alpha)-\neg\alpha = \bigcap \gamma(K+\alpha, \neg\alpha)$

1. Seja $K \neq K'$ tal que $K+\alpha = K'+\alpha$. Por *pré-expansão* $K * \alpha = (K+\alpha) * \alpha = (K'+\alpha) * \alpha = K' * \alpha$. Logo, γ está bem definida.

2. Segue direto da construção que $\gamma(K+\alpha, \neg\alpha) \subseteq (K+\alpha)\bot\neg\alpha$ no caso em que $\circ\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$.

Se $\circ\alpha \in K$ ou $\neg\alpha \in Cn(\emptyset)$ então $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) = \{K\}$ por definição. Caso contrário vamos mostrar que $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) \neq \emptyset$. Por *não contradição* temos que $\neg\alpha \notin K * \alpha$. Por *fecho* e *inclusão*, $\neg\alpha \notin K * \alpha = Cn(K * \alpha) \subseteq K + \alpha$. Portanto, pelo Lema 4.36 existe $X \in (K+\alpha)\perp\neg\alpha$ tal que $K*\alpha \subseteq X$. Segue que, $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ e então $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) \neq \emptyset$.

3. Seja $\circ\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$. Nesse caso, $K * \alpha \subseteq \bigcap\gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ por construção.

   Seja $\beta \notin K*\alpha$. Vamos mostrar que $X \in \gamma(K+\alpha, \neg\alpha)$ tal que $\beta \notin X$. Se $\beta \notin K+\alpha$ então $\beta \notin X$ para todo $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ (pois todo $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ está em $K + \alpha$).

   Seja $\beta \in K+\alpha$. Por *pré-expansão*, $\beta \notin (K+\alpha)*\alpha$ e então, por *relevância*, existe Z tal que $K*\alpha = (K+\alpha)*\alpha \subseteq Z \subseteq (K+\alpha)+\alpha = K+\alpha$, $\neg\alpha \notin Cn(Z)$ e $\neg\alpha \in Z+\beta$. Pelo Lemma 4.36, existe $X \in (K + \alpha)\perp\neg\alpha$ tal que $K * \alpha \subseteq Z \subseteq X$. Logo, $X \in \gamma(K+\alpha, \neg\alpha)$. Como $\neg\alpha \in Z+\beta$, então $\neg\alpha \in X+\beta$ e, portanto, $\beta \in Cn(X)$ (caso contrário, $\neg\alpha \in Cn(X)$). Segue que $\beta \notin X$ e então $\beta \notin \bigcap\gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$. Concluímos que $K * \alpha = \bigcap\gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$.

   Agora se $\circ\alpha \in K$ ou $\neg\alpha \in Cn(\emptyset)$, por construção, $\bigcap\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) = K + \alpha$. Por outro lado, se existe $\beta \in (K + \alpha) \setminus (K * \alpha)$ então, $(K + \alpha)\perp\neg\alpha \neq \emptyset$, o que seria uma contradição. Concluímos que $K * \alpha = K + \alpha = \bigcap\gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$.

■

4.6.2 Revisão AGM$\circ$ interna

A intuição a ser capturada na revisão interna é exatamente a mesma do sistema **AGM** clássico (que, no caso, é necessariamente interna), qual seja, a necessidade de se retrair previamente do estado epistêmico as crenças que contradizem a nova sentença a ser incorporada.

Apesar de tal contração ser a própria contração **AGM∘** e, portanto, minimal, não é possível afirmar que a própria revisão em si também o seja em geral. O principal motivo é que exatamente nos mesmos casos em que a revisão não é trivial, tanto na revisão externa quanto na interna, aquela possibilita uma perda menor de informações do que esta e, portanto, podemos afirmar que a minmalidade é melhor atingida na revisão externa.

Por outro lado, quando se quer exigir que o estado epistêmico permaneça livre de contradições sempre que possível (em todos os passos da operação), a revisão interna continua sendo a melhor solução minimal para se perfazer uma incorporação.

Outro argumento a favor da manutenção da revisão interna como uma possibilidade racional é a mesma já exposta, abordada por Hansson ao justificar a distinção entre as duas revisões – ambas representam situações intuitivamente distintas.

Postulados

A maioria dos postulados são exatamente os mesmos da revisão externa **AGM∘**, quais sejam, *fecho, sucesso, inclusão, não-contradição* e *relevância*. A principal diferença é que a revisão interna **AGM∘** não possui o postulado da *pré-expansão*, como esperado – uma vez que o estado intermediário potencialmente contraditório, acarretado pela prévia incorporação representada por tal expansão, não se faz mais presente.

Outra importante diferença é em relação ao postulado que caracteriza a revisão paraconsitente **AGM∘**, qual seja, a *falha*. Tal postulado, na revisão interna, pode ser considerado mais fraco – assevera apenas que caso a negação da crença a ser incorporada seja consistente, a revisão equivale à expansão pois a contração prévia da referida sentença negada não é possível caso esta não seja passível de ser contraída de K (isto é, caso $\neg\alpha$ seja consistente).

(falha) Se $\circ\neg\alpha \in K$ então $K * \alpha = K + \alpha$

Temos, portanto, os seguintes postulados:

Definição 4.44 (Postulados para revisão interna **AGM$\circ$**). *Uma operação de revisão interna **AGM$\circ$** satisfaz os seguintes postulados:*

(fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$.

(sucesso) $\alpha \in K * \alpha$.

(inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$.

(não-contradição) *Se* $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$ *e* $\circ\neg\alpha \notin K$ *então* $\neg\alpha \notin K * \alpha$.

(falha) *Se* $\circ\neg\alpha \in K$ *então* $K * \alpha = K + \alpha$

(relevância) *Se* $\beta \in K \setminus K * \alpha$ *então existe* K' *tal que* $K \cap K * \alpha \subseteq K' \subseteq K$ *e* $\neg\alpha \notin K'$, *mas* $\neg\alpha \in K' + \beta$.

Construção: Identidade de Levi

Pela idenitdade de Levi somos agora capazes de utilizar a contração *partial meet* **AGM$\circ$** para definir uma construção para a revisão interna. Uma revisão definida desta forma é chamada de *revisão partial meet **AGM$\circ$** interna*, definida sobre uma função γ.

$$K *_\gamma \alpha = (K -_\gamma \neg\alpha) + \alpha$$

Qualquer revisão *partial meet* interna satisfaz os postulados **AGM$\circ$** da definição 4.44 e, além disso, tal como esperamos, os postulados caracterizam precisamente a revisão partial meet interna, isto é, vale o teorema da representação.

Teorema 4.45 (representação). *Uma operação* $*$ *sobre* K *satisfaz os postulados **AGM$\circ$** da definição 4.44 para todo* α *sse existe função de seleção* γ *tal que* $K*\alpha = \left(\bigcap \gamma(K, \neg\alpha)\right) + \alpha$.

Demonstração:

(construção $\Rightarrow$ postulados)

Seja γ uma função de seleção, e defina $K * \alpha = \left(\bigcap \gamma(K, \neg\alpha)\right) + \alpha$. Provaremos que $*$ satisfaz os postulados para a revisão interna **AGM**$\circ$.

Em relação aos postulados *fecho, sucesso, inclusão e não-contradição*, a demonstração é análoga ao teorema anterior

relevância: Seja $\beta \in K \setminus K * \alpha$ então $\beta \notin \bigcap \gamma(K, \neg\alpha) + \alpha$ logo existe X tq $\beta \notin X \in K \perp \neg\alpha$. Além disso $K \bigcap K *_\gamma \alpha \subseteq X + \alpha$. Pelo fato de que $X \in K \perp \neg\alpha$, então $X \subseteq K$, $\neg\alpha \notin X$ e, pelo fato de que $\beta \in K \setminus X$, $\neg\alpha \in X + \beta$.

falha: Se $\circ\neg\alpha \in K$ então $K - \neg\alpha = K$ pela definição de função seleção, e portanto $(K - \neg\alpha) + \alpha$ é $K + \alpha$.

(postulados $\Rightarrow$ construção)

Seja $*$ um operador satisfazendo os postulados acima e seja γ a seguinte função:

$$
\begin{aligned}
\gamma(K, \neg\alpha) &= \{X \in K \perp \neg\alpha : K \cap K * \alpha \subseteq X\} \text{ se } K \perp \neg\alpha \neq \emptyset \\
&= \{K\} \text{ caso contrário.}
\end{aligned}
$$

De maneira análoga ao teorema anterior, γ é bem definida e provaremos 1) γ é uma função de seleção e 2) $K * \alpha = \bigcap \gamma(K, \neg\alpha) + \alpha$

1. $\gamma(K, \neg\alpha) \subseteq K \perp \neg\alpha$ por definição. Se $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$ e $\circ\neg\alpha \notin K$ então por não-contradição $\neg\alpha \notin K * \alpha$ e pelo Lemma 4.36 existe X' tq $K \cap K * \alpha \subseteq X' \in K \perp \neg\alpha$, logo $X' \in \gamma(K, \neg\alpha)$ e portanto $\gamma(K, \neg\alpha) \neq \emptyset$

2. Provaremos primeiramente que $K*\alpha \subseteq \bigcap\gamma(K,\neg\alpha)+\alpha$. Por construção, $K\cap K*\alpha \subseteq \bigcap\gamma(K\neg\alpha)$. Logo, $(K\cap K*\alpha)+\alpha \subseteq \bigcap\gamma(K\neg\alpha)+\alpha$ e portanto $K+\alpha\cap(K*\alpha+\alpha) \subseteq \bigcap\gamma(K\neg\alpha)+\alpha$ por distributividade. Assim, por sucesso, inclusão e fecho, $K*\alpha \subseteq \bigcap\gamma(K,\neg\alpha)+\alpha$.

Para provar a recíproca, temos dois casos:

1. se $\circ\neg\alpha \in K$. Neste caso, pela falha, $K*\alpha = K+\alpha$ e como $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha) \subseteq K$ temos, pelo fecho e sucesso que $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha)+\alpha \subseteq K*\alpha$.

2. se $\circ\neg\alpha \notin K$, temos dois casos:

1. se $\neg\alpha \in Cn(\emptyset)$. Neste caso, por relevância, temos que $K \subseteq K*\alpha$. Assim, como não pode existir $\beta \in K \setminus K*\alpha$, então $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha) \subseteq K*\alpha$.

2. se $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$. Neste caso, suponhamos por absurdo que $\beta \in \bigcap\gamma(K,\neg\alpha)\setminus K*\alpha$. Como $\beta \in \bigcap\gamma(K,\neg\alpha)$ então $\beta \in K$ e, logo, $\beta \in K\setminus K*\alpha$. Por relevância, existe K' tq $K\cap K*\alpha \subseteq K'$, $K' \subseteq K$, $\neg\alpha \notin K'$ e $\neg\alpha \in K'+\beta$. Pelo Lemma 4.36, existe K'' tq $K' \subseteq K'' \in K\perp\neg\alpha$. Como $\circ\neg\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin Cn(\emptyset)$ então $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha) \subseteq K''$ e portanto $\beta \in K''$.

Como $\neg\alpha \in K'+\beta$ e $K' \subseteq K''$ então se $\beta \in K''$ teríamos que $\neg\alpha \in Cn(K'')$. Logo $\beta \notin K''$, por 1 e 2 anteriores. Concluímos que $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha) \subseteq K*\alpha$.

Agora, nos dois casos, como $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha) \subseteq K*\alpha$, $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha)+\alpha \subseteq K*\alpha+\alpha$ e, pelo sucesso e fecho, $\bigcap\gamma(K,\neg\alpha)+\alpha \subseteq K*\alpha$.

■

Além destas duas revisões presentes no sistema **AGM∘** – releituras daquelas já presentes na literatura **AGM** e de bases de crenças (agora aplicadas em conjuntos com um fecho paraconsistente) – é possível, ao se respeitar os critérios de racionalidade que assumimos e potencializar o uso da nova linguagem, definir distintas outras revisões. Faremos isto como iterações das operações já definidas e portanto não definiremos postulados ou explicitaremos as construções para as mesmas.

4.7 Algumas outras revisões em AGM∘

Revisão coerente 1 Incorporação de uma nova crença α com uma possível remoção prévia de $\circ\alpha$ para tentar garantir a coerência de todos os passos da operação.

$$(K - \circ\alpha) * \alpha$$

Revisão coerente 2 Incorporação de uma nova crença α com uma possível remoção prévia de $\sim \alpha$ para tentar garantir a coerência de todos os passos da operação.

$$(K - \sim \alpha) * \alpha$$

Revisão coerente 3 Incorporação de uma nova crença α com uma possível remoção prévia de $\circ\neg\alpha$ para tentar garantir a coerência de todos os passos da operação.

$$(K - \circ\neg\alpha) * \alpha$$

As revisões das definições acima podem ser a externa ou interna, de acordo com a racionalidade que se queira capturar. A contração prévia de $\circ\alpha$, $\sim \alpha$ e $\circ\neg\alpha$ ilustram uma tentativa de se preparar o estado espistêmico para a subsequente revisão – neste sentido que denominamos de *revisões coerentes*. Respectivamente, temos o seguinte:

Revisão coerente 1 Ao se contrair K por $\circ\alpha$, procura-se evitar que a nova crença a ser incorporada seja fortemente aceita. Notadamente, isto não é um problema ao se considerar uma subsequente revisão interna.

Revisão coerente 2 Ao se contrair K por $\sim\alpha$, procura-se retrair o fato de que a nova crença a ser incorporada seja fortemente rejeitada (e portanto, garantir que o estado epistêmico seja de fato revisável por α) para evitar a incoerência de um possível estado epistêmico contraditório. Notadamente, caso a presença de $\sim \alpha$ seja devido a prévia presença conjunta de $\circ\alpha$ e $\neg\alpha$, a operação anterior e mesmo a revisão interna mostram-se um caso particular desta.

Revisão coerente 3 Notadamente a preocupação desta operação é evitar a falha da revisão interna – retrair $\circ\neg\alpha$ garante a contração prévia por $\neg\alpha$.

Importante observarmos que, respectivamente, caso $\circ\circ\alpha$, $\circ\sim\alpha$ e $\circ\circ\neg\alpha$ estejam previamente presentes em K, a incoerência persiste e soluções análogas às *revisões coerentes* (sobre as próprias) se fazem necessárias – e isto reiteradamente. Este fato não é algo impensável de ocorrer pois não é necessário ao agente deliberadamente incorporar tais iterações de consistência – estas são consequências diretas da propagação da consistência de determinadas **LFIs**, que abordamos na seção 4.3.5, e reflete o fato de que em determinadas lógicas um conjunto ser assumido como não-revisável por determinada crença acarreta que este o será sempre, ou seja, não é possível uma operação de revisão que determine o contrário.

Nestes casos é preciso ao agente abandonar todas suas prévias crenças e reconstruir seu estado epistêmico desde o princípio (caso este de fato queira revisá-lo pela referida crença). Esta racionalidade pode ser percebida, por exemplo, na dúvida hiperbólica apresentada por Descartes no início das *Meditações*.

4.8 Considerações parciais

Em relação às LFIS: O foco do sistema **AGM**$\circ$ é capturar, na contração, a ideia intuitiva de consistência formal – qua seja, o fato de que uma crença ser consistente acarreta que a mesma não é passível de ser retraída do estado epistêmico em questão. Vale notar que a expansão forçosamente já captura a ideia de consistência formal, uma vez que esta operação é compatível com a consequência lógica (de um paradigma estático). Por outro lado, a riqueza do paradigma dinâmico exige que uma intuição nova seja oferecida ao operador de consistência para representar o comportamento de uma contração – e, portanto, de uma revisão. Desta forma, não pretendemos afirmar que nossa ideia intuitiva de consistência representa exatamente as mesmas ideias presentes nas **LFIs**, porém é notória a compatibilidade desta com os teroemas daquelas lógicas paraconsistentes. De fato acreditamos que nosso sistema forneça uma interessante interpretação filosófica (formal) àquelas lógicas (alinhada ao interesse epistemológico-formal das teorias de revisão de crenças), bem como aduzem a interessantes aplicações para as mesmas.

Em relação à Revisão de Crenças em geral: Acreditamos que nosso sistema lança uma luz às questões concernentes a estados epistêmicos contraditórios, principalmente no que diz respeito à revisão externa e, conforme veremos no próximo capítulo, à semi-revisão. Certamente a mudança da definição da contração (em relação à **AGM**) pode ser entendida como um impedimento à interpretação de nosso sistema enquanto uma possível solução a tais questões, porém o sistema **AGMp** a ser apresentado perpassa esta crítica ao assumir exatamente as mesmas operações de **AGM** (baseando-se na AGM-compatibilidade das lógicas paraconsistentes).

Ademais, ao se considerar um sistema não-clássico de revisão de crenças, questões antes não percebidas podem ser satisfatoriamente abordadas – tal como a disputa entre a não-contradição e minimalidade levantada pelo nosso sistema.

Em relação à AGM-compatibilidade: Apesar de bastante útil, a AGM-compatibilidade não pode ser indiscriminadamente utilizada – acreditamos que o sistema **AGM**$\circ$ pode ser entendido como um exemplo ao fato de que um sistema de crenças, ao assumir uma nova linguagem e lógica subjacente, deve ser modificado de maneira necessária e suficiente a considerar a nova linguagem.

Capítulo 5

Semi-Revisão e outras Revisões não-prioritárias em AGM°

Consideramos que uma das mais importantes consequências de se definir um sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente é a possibilidade de se modelar semi-revisões, processo no qual a nova informação recebida tem seu peso, isto é, sua importância epistêmica comparada ao das crenças previamente aceitas no conjunto inicial, sem que uma prioridade seja atribuída àquela em relação a estas – motivo pelo qual tal revisão é considerada não-prioritária. De maneira distinta, nas revisões prioritárias (notadamente, as apresentadas até agora) qualquer conflito entre as informações previamente presentes no conjunto e a nova informação é resolvido pelo abandono (prévio ou posterior) de alguma das antigas crenças. Existem na literatura maneiras de se tentar perfazer revisões não-prioritárias sob **AGM** (no esquema decisão-revisão), porém conforme afirma Hansson [39], nas semi-revisões existe um intermediário estado contraditório que impede sua definição em conjuntos logicamente fechados (no esquema expansão-consolidação) – o que, notadamente, não é um problema em nosso sistema.

5.1 Revisões não-prioritárias

As revisões de crenças que apresentamos e definimos nos capítulos anteriores são operações nas quais o agente recebe uma nova informação e a aceita – qualquer conflito entre esta e as crenças previamente presentes no estado epistêmico resolvem-se pela remoção, prévia ou posterior, de alguma antiga crença. Desta forma o seguinte critério ainda não explicitado em nossa apresentação se faz tacitamente presente:

Princípio da primazia da nova informação A nova informação deve, sempre (incondicionalmente), ser aceita.

Entretanto, uma vez aceita a nova informação, o estado epistêmico passa a ser tão revisável por ela quanto pelas outras previamente presentes – a menos que esta seja de fato fortemente aceita, o que, notadamente, só pode ser o caso no sistema **AGM**$\circ$.

> "Segue-se dos postulados para revisão que o sistema é totalmente confiante, em cada passo da operação, sobre a crença a ser incorporada; ou seja, disposto a abandonar qualquer crença prévia da antiga teoria para acomodar de maneira consistente [isto é, não contraditória] a nova informação. Assim que a nova informação é incorporada, a mesma se torna tão passível de ser retraída como qualquer outra crença da teoria prévia." (Hansson [42], p. 235, livre tradução, observação entre colchetes nossa)

As novas informações muitas vezes não são aceitas caso contradigam crenças previamente aceitas mais enraizadas no estado epistêmico, porém este fato não é satisfatoriamente capturado caso se leve e conta o critério da primazia supracitado. As revisões não-prioritárias desafiam justamente tal princípio.

5.1.1 Semi-Revisão

Na semi-revisão uma nova sentença α que contradiz as crenças previamente presentes no estado epistêmico é aceita apenas se possuir um valor epistêmico maior do que estas. Neste caso, retrai-se o suficiente das prévias crenças para o conjunto resultante satisfazer o *critério da não-contradição*. Podemos decompor a operação em duas (tal como já apresentamos na introdução, página 22):

1. Expansão por α;

2. Recuperação da não-contradição pelo abandono de alguma crença prévia ou mesmo de α recém incorporado.

Vale frisar que uma revisão não prioritária não precisa ser interpretada como, necessariamente, a iteração destas sub-operações (tal como argumentamos em relação à identidade de Levi), mas sim que o resultado da operação seja tal qual.

A primeira sub-operação pode ser definida como uma simples expansão prévia[1], porém é necessário que se defina formalmente a segunda – chamada de consolidação.

5.1.2 Consolidação

Pelos motivos já citados esta operação foi originalmente desenvolvida para bases de crenças: caso um estado epistêmico seja contraditório, pode-se restaurar a não-contradição ao se remover parte de seus elementos – notadamente, aqueles intuitivamente considerados menos enraizados. Uma maneira plausível de se perfazer tal remoção é contrair a contradição, ou seja, a constante **f** – uma vez que, em um paradigma

[1]A impossibilidade de se modelar semi-revisões em **AGM** é consequência justamente de tal incorporação prévia (potencialmente contraditória). Distintas soluções para definir revisões não-prioritárias **AGM** podem ser encontradas na literatura porém todas, grosso modo, partem do modelo decisão-revisão (que citamos na introdução) no qual primeiro decide-se aceitar ou não a nova crença e, em seguida, caso aceita, perfaz-se uma revisão.

clássico, todas as contradições são equivalentes a tal constante. Em nosso sistema, entretanto, é preciso refinar esta definição.

5.2 Consolidação AGM∘

Ao invés de equipararmos as contradições com a constante **f**, definimos formalmente como um conjunto no qual, para alguma sentença da linguagem, tal sentença e sua negação são conjuntamente aceitas, isto é, dizemos que K é *contraditório* se $\{\beta, \neg\beta\} \subseteq K$ para algum $\beta \in \mathbb{L}$.

Uma consolidação, de maneira diferente do que ocorre com as demais operações já definidas e expostas, parte de um conjunto de crenças e tem como resultado um subconjunto do mesmo – seguiremos a notação usual, e denotaremos a consolidação de um estado epistêmico K como $K!$.

5.2.1 Postulados para consolidação AGM∘

O primeiro postulado é o já conhecido fecho.

(fecho) $K! = Cn(K!)$.

Tal como afirmamos, o resultado de uma consolidação é um subconjunto do estado epistêmico inicial – uma vez que estamos apenas retirando crenças do mesmo, sem que nada seja incorporado.

(inclusão) $K! \subseteq K$.

Obviamente exigimos que o resultado de uma consolidação seja um conjunto não contraditório – justamente o cerne de tal operação.

(não-contradição) $K!$ não é contraditório.

Por outro lado, se considerarmos o fato de que a consolidação é um caso particular da contração, é notória existência do postulado da *falha* para esta operação. Desta forma, caso uma das crenças envolvidas na contradição seja fortemente aceita ou rejeitada, não é possível perfazer a contração pela mesma. Ora, nestes mesmos casos o conjunto inicial é trivial, e portanto o resultado da operação é o próprio conjunto.

(falha) Se $K = \mathbb{L}$, então $K! = \mathbb{L}$.

Por fim, exigimos que nada seja desnecessariamente retirado pelo já conhecido postulado da relevância, com algumas óbvias adaptações.

(relevância) Se $\beta \in K \setminus K!$ então existe K' tal que $K! \subseteq K' \subseteq K$ e K' não é contraditório, porém $K' + \beta$ o é.

Podemos perceber que a consolidação é um caso particular da contração, portanto é natural que muitos de seus postulados, tal como o supracitado, se façam presentes nesta operação. Em suma, temos o seguinte:

Definição 5.1 (Postulados para consolidação **AGM**$\circ$)**.** *A consolidação obedece o seguinte:*

(fecho) $K! = Cn(K!)$.

(inclusão) $K! \subseteq K$.

(não-contradição) *Se $K \neq \mathbb{L}$, então $K!$ não é contraditório.*

(falha) *Se $K = \mathbb{L}$, então $K! = \mathbb{L}$.*

(relevância) *Se $\beta \in K \setminus K!$ então existe K' tal que $K! \subseteq K' \subseteq K$ e K' não é contraditório, mas $K' + \beta$ é.*

5.2.2 Construção

Tal como a contração, utilizamos uma função escolha sobre um conjunto resíduo. A particularidade da definição do conjunto resíduo para a consolidação é que este é definido em relação a um conjunto de crenças – e não apenas em relação a uma sentença da linguagem.

Definição 5.2 (Conjunto resíduo para conjuntos). *Sejam K em* $\mathbf{L}$ *e $A \subset \mathbb{L}$. O conjunto $K \perp_P A \subseteq \wp(\mathbb{L})$ é tal que, para todo $X \subseteq \mathbb{L}$, $X \in K \perp_P A$ sse as seguintes cláusulas são satisfeitas:*

1. $X \subseteq K$
2. $A \cap Cn(K) = \emptyset$
3. *Se* $X \subset X' \subseteq K$ *então* $A \cap Cn(X') \neq \emptyset$.

A consolidação considera um subconjunto A específico, qual seja, aquele que representa a totalidade das sentenças contraditórias em K.

Definição 5.3 (Conjunto das sentenças contraditórias). *Definimos Ω_K como o conjunto das sentenças contraditórias em K. Ou seja:*

$$\Omega_K = \{\alpha \in K : \ \textit{existe } \beta \in \mathbb{L} \ \textit{tq } \alpha = \beta \wedge \neg\beta\}$$

Podemos, pois, finalmente definir a *consolidação* da seguinte maneira:

Definição 5.4. *Uma* função de consolidação *para K é uma função γ tal que:*

1. *Se* $K \neq \mathbb{L}$ *então* $\emptyset \neq \gamma(K) \subseteq K \perp_P \Omega_K$

2. *Se* $K = \mathbb{L}$ *então* $\gamma(K) = \{K\}$

$$K!_\gamma = \bigcap \gamma(K)$$

Teorema 5.5 (representação)**.** *Uma operação* ! *sobre* K *satisfaz os postulados da definição 5.1 sse existe função de consolidação* γ *tal que* $K! = \bigcap \gamma(K)$.

Demonstração:

(construção $\Rightarrow$ postulados)

fecho: Segue pelo mesmo motivo apontado no primeiro teorema.

inclusão: Segue direto da construção.

não-contradição: Pelo Lema 4.36 $K \bot_P \Omega_K \neq \emptyset$. Então, por definição, $\bigcap \gamma(K) \cap \Omega_K = \emptyset$.

falha: Segue da definição de γ.

relevância: Seja $\beta \in K \setminus K!$. Existe $X \in \gamma(K) \subseteq K \bot_P \Omega_K$ tal que $\beta \notin X$. Por construção, $K! \subseteq X \subseteq K$. Seja $X' = X \cup \{\beta\}$. Então $X \subset X' \subseteq K$ pelo fato de $\beta \in K$. Por definição, $\Omega_K \cap Cn(X') \neq \emptyset$, ou seja, $\Omega_K \cap (X + \beta) \neq \emptyset$.

(postulados $\Rightarrow$ construção)

Consideremos a seguinte função:

$$\gamma(K) = \{X \in K \bot_P \Omega_K : K! \subseteq X\} \text{ se } K \neq \mathbb{L}$$

$$\gamma(K) = \{K\} \text{ c.c.}$$

Temos que provar que 1) γ é uma função de consolidação e 2) $K! = \bigcap \gamma(K)$

1. Segue direto da construção que $\gamma(K) \subseteq K \bot_P \Omega_K$. Vamos mostrar que $\gamma(K) \neq \emptyset$. Por *não contradição* temos que $\Omega_K \cap K! = \emptyset$. Por *inclusão*, $K! \subseteq K$. Portanto,

pelo Lema 4.36 existe $X \in K \perp_P \Omega_K$ tal que $K! \subseteq X$. Segue que, $X \in \gamma(K)$ e então $\gamma(K) \neq \emptyset$.

2. Segue direto da construção que $K! \subseteq \gamma(K)$. Resta mostrar que $\gamma(K) \subseteq K!$. Para tanto basta mostrar que existe $\beta \notin K!$ tal que $\beta \notin \bigcap \gamma(K)$. Seja $\beta \notin K!$ e suponha que $\beta \in K$ (caso contrário $\beta \notin \gamma(K)$ trivialmente). Por *relevância* existe K' tal que $K! \subseteq K' \subseteq K$, $K' \cap \Omega_K = \emptyset$, mas $K' + \beta \cap \Omega_K \neq \emptyset$. Pelo Lemma 4.36 $X \in K \perp_P \Omega_K$ tal que $K! \subseteq K' \subseteq X$. Então, $X \in \gamma(K)$. Como $\Omega_K \cap K' + \beta \neq \emptyset$ temos que $\beta \notin Cn(X)$ (senão $\Omega_K \cap X \neq \emptyset$). Portanto $\beta \notin \bigcap \gamma(K)$.

■

5.3 Semi-Revisão AGM$\circ$

Tendo definido a consolidação, podemos utilizar a identidade apresentada anteriormente e definir a semi-revisão de K por α, denotada por $K?_\gamma\alpha$, como uma expansão seguida de uma consolidação (sob uma função γ):

$$K?_\gamma\alpha = (K + \alpha)!_\gamma$$

Tal definição, construída por meio de duas outras operações já conhecidas, é suficiente para caracterizar uma semi-revisão, porém por motivos didáticos apresentaremos os postulados da mesma – o que nos permite melhor comparar esta com as já apresentadas revisões.

Definição 5.6. *A semi-revisão* ***AGM***$\circ$ *obedece o seguinte:*

(fecho) $K?\alpha = Cn(K?\alpha)$.

(inclusão) $K?\alpha \subseteq K + \alpha$.

(não-contradição) *Se* $K \neq \mathbb{L}$ *então* $K?\alpha$ *não é contraditório.*

(falha) *Se* $\sim \alpha \in K$ *então* $K?\alpha = \mathbb{L}$

(relevância) *Se* $\beta \in K \setminus K?\alpha$ *então existe* K' *tal que* $K?\alpha \subseteq K' \subseteq K + \alpha$ *e* K' *não é contraditório, mas* $K' + \beta$ *é.*

Vale observar que o *sucesso* não é exigido – esta ausência é justamente o cerne desta operação pois, conforme afirmado, a nova sentença a ser incorporada não é prioritária em relação às previamente aceitas e portanto a mesma não necessariamente estará presente no estado epistêmico resultante.

Lembremos do seguinte exemplo:

Exemplo 5.7. *O investigador de um assalto acredita que seja possível apenas A ou B ter cometido tal crime (*$a \in K$ *ou* $b \in K$*), e que ambos não são comparsas (*$(a \to \neg b) \in K$*) e (*$(b \to \neg a) \in K$*). Sua hipótese de trabalho exige que ele investigue, conjuntamente, a possibilidade de A e B terem cometido o assalto (*$a \in K$*) e (*$b \in K$*).*

No exemplo, o estado epistêmico do investigador, após a incorporação, é $K = Cn(\{a, b, (a \to \neg b), (b \to \neg a)\})$, notadamente contraditório. Neste caso, os diferentes possíveis estados epistêmicos consolidados dependem de sua função seleção – que pode ser entendida como as evidências adquiridas pela sua investigação.

Importante percebermos, neste exemplo, que uma possível solução à investigação seria $K = Cn(\{a, b\})$ – consequência direta da possibilidade de se considerar a informação contraditória de A e B terem cometido o assalto.

Outro interessante exemplo ressalta o fato de que a semi-revisão **AGM**$\circ$ abarca a definição de *revisão seletiva*, apresentada por Fuhrmann e Hansson [15]. Vejamos o seguinte exemplo, adaptado do referido artigo, que ilustra este fato:

Exemplo 5.8. *Uma criança diz a seu pai que um dinossauro entrou em casa e quebrou o vaso da sala.*

A ideia original deste exemplo é mostrar que em muitos casos a sentença a ser incorporada precisa ser filtrada – é possível ao pai aceitar, após uma filtragem, apenas a parte da informação relativa ao fato de que o vaso está quebrado, uma vez que a impossibilidade da existência de um dinossauro é notória. Por outro lado, uma semi-revisão **AGM**$\circ$ o faz automaticamente, isto é, não é necessário que se filtre anteriormente a informação a ser incorporada – tal é feito pela própria função seleção sobre as consequências do estado epistêmico contraditório temporário, a qual, em uma consolidação, certamente rechaçará a informação de que um dinossauro entrou na casa, porém possivelmente manterá o fato de que o vaso esteja quebrado.

5.3.1 Outras operações não prioritárias

Sugerimos, nesta seção, algumas outras operações possíveis em nosso sistema. Tal como no capítulo anterior, definiremos tais operações apenas sobre outras já apresentadas, e não fornceremos construções explícitas para as mesmas.

Consolidação local (ou α-consolidação) Consolidação sobre uma contradição específica, que envolve uma sentença α em particular.

$$K!_{\alpha}$$

Neste caso, basta considerar o subconjunto de $\Omega_K = \{\alpha \in K : \text{ existe } \beta \in \mathbb{L} \text{ tq } \alpha = \beta \wedge \neg\beta\}$ referente a um β específico, no caso, a sentença α a ser carregada na notação. Esta operação segue exatamente a mesma defnição apresentada por Wassermann e Hansson [100] para bases de crenças – agora também possível em nosso sistema.

Semi-revisão local Semi-revisão definida sobre a consolidação local.

$$(K + \alpha)!_{\alpha}$$

consolidação forte Incorporar $\circ\delta$ após uma δ-consolidação. $K!_\delta + \circ\delta$

A ideia desta operação é retomar, em um certo sentido, a ideia intuitiva da consolidação clássica, tal qual definida sobre bases.

5.4 Considerações parciais

A importância de se definir semi-revisões foi satisfatoriamente exposta nos capítulos anteriores, principalmente ao se abordar, na introdução, alguns problemas em aberto do sistema **AGM** propostos por Hansson. O fato principal a ser ressaltado, neste capítulo, é a possibilidade de se perceber a semi-revisão **AGM**$\circ$ enquanto uma generalização da revisão-seletiva – na qual apenas uma parte da nova informação é incorporada. No caso específico de nosso sistema, a escolha sobre qual parte da informação deva ser retida é definida posteriormente pela própria função seleção.

Capítulo 6

Revisão Paraconsistente baseada na AGM-compatibilidade

Apresentamos neste capítulo resultados alternativos em relação à Revisão de Crenças Paraconsistente. Neste sistema, assim como em **AGM**$\circ$, o estado epistêmico é representado por um conjunto logicamente fechado sobre uma Lógica da Inconsistência Formal, qual seja, qualquer lógica **L** que seja extensão de **mbC**. Entretanto subsumimos as construções deste sistema à AGM-compatibilidade de sua lógica subjacente, ou seja, utilizamos exatamente as mesmas construções formais do sistema **AGM** clássico. O objetivo é justamente dialogar com tal sistema, e melhor aproximar os resultados aqui obtidos aos resultados clássicos **AGM** – complementando-os, em um certo sentido, uma vez que definimos neste sistema algumas operações antes não definíveis (partindo sempre, vale frisar, das operações tais quais definidas em **AGM**). Ademais, pode-se dizer que pressupomos uma ideia mais geral de paraconsistência (do sistema), tendo em vista que o operador de consistência não é central na definição de contração – por isso chamamos este sistema simplesmente de **AGMp**.

6.1 AGM-compatibilidade

A maior preocupação do já citado trabalho de Flouris [18] é elucidar a aplicabilidade do sistema **AGM** em diferentes lógicas não-clássicas – o que ele chama de AGM-compatibilidade. Tendo em vista que a expansão, em qualquer sistema de revisão de crenças, é assumida via operação usual em conjuntos – qual seja, uma simples união – e a revisão é definida via expansão e contração, então pode-se afirmar que uma lógica é AGM-compatível simplesmente se é possível caracterizar totalmente em tal lógica uma operação de contração via os postulados clássicos para tanto. Formalmente temos o seguinte:

Definição 6.1 (AGM-compatibilidade – Flouris [18])**.** *Uma lógica é AGM-compatível se e somente se para todo conjunto K de crenças existe ao menos uma operação $-$ sobre K que satisfaz os postulados (generalizados) para contração.*

Tal compatibilidade está relacionada ao fato da lógica ser ou não decomponível.

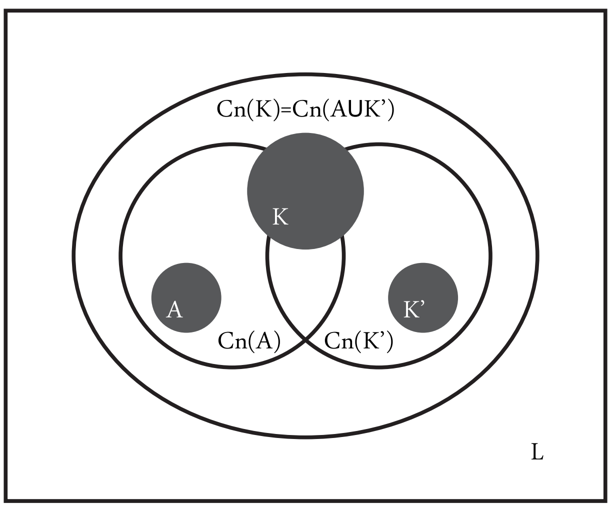

Figura 6.1: Decomponibilidade – diagrama informal

A intuição da decomponibilidade é que o resultado K' de uma contração $K - A$ deve "preencher a lacuna" entre K e A, ou seja, deve ser possível que K seja decomponível com respeito a A em dois conjuntos A e K' tal que ambos possuam menos informação do que K quando tomados separadamente, isto é, K implica propriamente cada um deles, porém possuem o mesmo poder informacional de K quando combinados – são equivalentes a K. Assim, o resultado $K' = K - A$ pode ser visto como um tipo de complemento de A com respeito a K.

Conforme argumenta Flouris, a complementaridade é central na AGM-compatibilidade: o resultado de uma contração AGM-compatível entre dois conjuntos de crenças $(K - A)$ deve ser o complemento de A com respeito a K. A definição de complemento é a seguinte:

Definição 6.2 (Conjuntos complementares)**.** *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica tarskiana e sejam $K, A \in 2^{\mathbb{L}}$ dois conjuntos de sentenças tais que A é finitamente representável e $Cn(\emptyset) \subset Cn(A) \subset Cn(K)$. O complemento de A com relação a $K(A^{-}(K))$ é a classe de conjuntos $K' \in A \in 2^{\mathbb{L}}$ tal que $Cn(K') \subset Cn(K)$ e $Cn(K' \cup A) = Cn(K)$.*

Desta forma, os conjuntos complementares são os subconjuntos de K que, ao se adicionar A, formam um conjunto equivalente a K. A decomponibilidade, pois, é definida formalmente da seguinte maneira:

Definição 6.3 (Decomponibilidade)**.** *Uma lógica $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ é decomponível sse o conjunto de complementos de A em relação a K (tais como definidos acima) é não vazio.*

Tendo em vista as definições supra apresentadas, o seguinte teorema assevera quais lógicas são AGM-compatíveis:

Teorema 6.4 (AGM-compatibilidade – Flouris [18])**.** *Uma lógica $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ é AGM-compatível se e somente se for decomponível.*

Ademais, Flouris demonstrou, no citado trabalho, que lógicas booleanas são decomponíveis e, portanto, qualquer lógica que satisfaça as suposições **AGM** é AGM-compatível, conforme o esperado.

Teorema 6.5. *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica booleana (distributiva e fechada por negação), então $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ é decomponível.*

Corolário 6.6. *Seja $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ uma lógica booleana, então $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ é AGM-compatível.*

Outro importante resultado a ser apresentado nesta seção é sobre o postulado da *recuperação*. Lembremos da equivalência dos postulados da contração ao que se chama contração relevante, qual seja, todos os postulados da contração exceto a *recuperação*, substituída pela *relevância*. O fato é que utilizamos tal postulado nas operações que definimos em **AGM**$\circ$, e o fizemos tendo em vista sua intuitiva interpretação e o fato de que este caracteriza a contração em uma classe maior de lógicas.

Para que façamos o mesmo em **AGMp** sem precisar demonstrar novamente os Teoremas da Representação precisamos salvaguardar esta possibilidade em geral – uma vez que pretendemos extrapolar os teoremas da representação das construções **AGM** para nosso sistema **AGMp**.

De fato, este importante resultado foi demonstrado por Ribeiro em sua já citada tese de doutorado, ou seja, temos o seguinte:

Teorema 6.7 (Equivalência da contração relevante – Ribeiro [84])**.** *Em lógicas booleanas, os postulados* ***AGM*** *são equivalentes aos postulados da contração relevante.*

Em lógicas finitas, a *distributividade* e a *decomponibilidade* acarretam que a *relevância* e a *recuperação* são equivalentes:

Corolário 6.8. *Para lógicas finitas, distributivas e decomponíveis, a relevância e a recuperação são equivalentes na presença dos outros postulados* ***AGM****.*

Por fim, um dos principais resultados apresentados por Ribeiro [84] generaliza satisfatoriamente a representação para a contração, e assegura o Teorema da Representação para a contração-relevante, haja vista esta ser equivalente à contração *partial meet*.

Teorema 6.9. *Seja* $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ *uma lógica compacta e seja* A *finitamente representável, então* $K - A$ *satisfaz a relevância e os demais postulados **AGM** sse* $K - A = \bigcap \gamma(K, A)$ *para alguma função de seleção* γ.

Tal resultado pressupõe a óbvia generalização da construção do conjunto resíduo, qual seja:

Definição 6.10 (**Conjunto resíduo**). *Seja* K *um conjunto de crenças e* A *um conjunto de sentenças. O conjunto resíduo* $K \perp A$ *é o conjunto tal que* $X \in K \perp A$ *sse:*

(i) $X \subseteq K$ *(subconjunto de* K*)*

(ii) $A \notin Cn(X)$ *(que não implica* A*)*

(iii) *Se* $X \subset X' \subseteq X \, então A \subseteq X'$ *(maximal)*

Tendo em vista os resultados apresentados nesta seção, é possível assumir a AGM-compatibilidade das Lógicas da Inconsistência Formal (uma vez que estas são compactas), assumindo-se os postulados clássicos para contração ou mesmo a contração relevante – é o que fazemos neste capítulo.

6.2 Revisão Paraconsistente – resultados alternativos (o sistema AGMp)

Assumimos novamente uma **LFI** dada, digamos **L**, tal que **L** estende **mbC**. As teorias dedutivamente fechadas de **L** são chamadas de *conjuntos de crenças* sobre **L** e denotadas por K e Cn vai representar o operador de fecho dedutivo na lógica **L**. A linguagem $\mathbb{L}$ de **L** é gerada pelos conectivos $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$, $\circ$ e a constante $\mathbf{f}$. A negação clássica ou *forte* também será definida conforme o usual, pela abreviação $\sim\alpha =_{def} (\alpha \rightarrow \mathbf{f})$, e $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ é uma abreviação para $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$.

6.2.1 Contração AGMp

Conforme exposto na seção anterior, os postulados para a contração são os seguintes:

Definição 6.11 (Postulados para contração AGMp). *A contração satisfaz os seguintes postulados:*[1]

(Fecho) $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$

(Sucesso) $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ *então* $\alpha \notin K - \alpha$

(Inclusão) $K - \alpha \subseteq K$

(Vacuidade) *se* $\alpha \notin K$ *então* $K - \alpha = K$

(Relevânica) *se* $\beta \in K \setminus (K - \alpha)$ *então existe* K' *tal que* $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K, \alpha \notin K'$, *mas* $\alpha \in K' + \beta$

A construção para tal é exatamente a contração *partial meet*, qual seja,

$$K -_\gamma \alpha = \cap\gamma(K, \alpha)$$

para alguma função de seleção γ, e o teorema da representação segue direto dos resultados ora apresentados.

6.2.2 Revisão AGMp

Assim como no sistema **AGM**$\circ$ de revisão de crenças paraconsistente, o sistema **AGMp** aceita duas distintas revisões, quais sejam, a revisão interna, identificada pela identidade de Levi, e a revisão externa, identificada pela identidade de Levi inversa.

[1] Frisamos que, pelos motivos já citados, substituímos a *recuperação* pela *relevância* e suprimimos a *extensionalidade*.

Revisão AGMp interna

Tal como na contração, os postulados para a revisão interna são os mesmos de **AGM**. Vale notar a mudança de nome do postulado da *consistência* – que passa a se chamar *não-contradição* por motivos óbvios.

Definição 6.12 (**Postulados para Revisão AGMp interna**). *A revisão satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$

(Sucesso) $\alpha \in K * \alpha$

(Inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$

(Vacuidade) *Se $K + \alpha$ é consistente então $K * \alpha = K + \alpha$*

(não-contradição) *Se α não é auto-contraditório então $K * \alpha$ não é contraditória.*

A construção para tal é exatamente identidade de Levi, qual seja,

$$K * \alpha = (K - \neg\alpha) + \alpha$$

para alguma função de seleção γ, e o teorema da representação segue direto dos resultados ora apresentados.

Revisão AGMp externa

A novidade deste modelo em relação à **AGM** é que, assim como em **AGM**$\circ$, é possível definir a revisão em sua ordem inversa – identidade de Levi inversa. Sugerimos os seguintes novos postulados para tal:

Definição 6.13 (Postulados para revisão externa **AGMp**). *Uma operação de revisão externa **AGMp** satisfaz os seguintes postulados:*

(Fecho) $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$

(Sucesso) $\alpha \in K * \alpha$

(Inclusão) $K * \alpha \subseteq K + \alpha$

(Vacuidade) *se* $\neg\alpha \notin K$ *então* $K + \alpha \subseteq K * \alpha$

(não-contradição) *se* $\neg\alpha \in K * \alpha$ *então* $\vdash \neg\alpha$

(Relevância) *se* $\beta \in K \setminus (K * \alpha)$ *então existe* X *tal que* $K * \alpha \subseteq X \subseteq K + \alpha$, $\neg\alpha \notin Cn(X)$ *e* $\neg\alpha \in Cn(X) + \beta$

(Pré-expansão) $(K + \alpha) * \alpha = K * \alpha$

Algumas observações precisam ser feitas em relação a estes postulados. É possível notar a ausência do operador de consistência nas definições, e isto reflete exatamente a ideia de que não estamos dando a este um papel prioritário nas construções – para, desta forma, aproximar esta revisão do paradigma **AGM** clássico. Isto pode ser interpretado de três maneiras diferentes:

1. Consideramos uma lógica paraconsistente mais fraca, na qual tal operador não é definível (e portanto, não necessariamente uma **LFI** tal como sugerimos no início deste capítulo). Desta forma, não existe atitudes epistêmicas modais e quase-modal e portanto não é possível restaurar o princípio da explosão. Todas as crenças são passíveis de perfazer uma contradição sem que isso seja trivializante.

2. Consideramos uma **LFI**, porém restringimos K a um estado epistêmico totalmente revisável, isto é, K não possui crenças fortemente aceitas ou rejeitadas.

3. É possível que existam crenças fortemente aceitas ou rejeitadas. Desta forma a revisão ainda é válida, porém, em alguns casos, de maneira trivial. Este fato pode ser capturado com uma possível definição do postulado da *falha*, de maneira próxima à revisão externa em **AGM**$\circ$, para capturar este fato.

Em relação a **3**, a *falha* tem uma diferença crucial quando comparada a **AGM**$\circ$: neste a presença conjunta de $\neg\alpha$ e $\circ\alpha$ (ou, de maneira direta, de $\sim\alpha$) em K, para a sentença α a ser incorporada na revisão, acarreta que a mesma é fortemente rejeitada e portanto o estado contraditório intermediário é trivializante. Tal trivialização acarreta que a negação de α também seja consistente (portanto fortemente aceita) e, desta forma, a contração posterior não é possível (pois, vale lembrar, naquele sistema a contração em si falha nestes casos) e portanto o estado epistêmico resultante é equivalente a $\mathbb{L}$.

Por outro lado, em **AGMp**, a diferença reside no fato de que a contração posterior não falha (pois, lembremos, esta é a mesma do sistema **AGM**, na qual o postulado da *falha* não se faz presente devido este não interpretar a presença de $\circ\alpha$ como um impedimento para a rejeição de α). Neste caso, o estado epistêmico resultante é $\mathbb{L} - \neg\alpha$, o que não captura qualquer ideia intuitiva de revisão.

O fato é que a revisão externa em **AGMp** se mostra interessante apenas nos casos em que K seja, de fato, revisável pela sentença α a ser incorporada, intuição que é melhor capturada pelas observações **1** e **2** (o mesmo argumento se aplica a semi-revisões).

Teorema 6.14 (representação)**.** *Uma operação $*$ sobre K satisfaz os postulados para revisão externa **AGMp** da definição 6.13 para todo α sse existe função de seleção γ tal que $K * \alpha = \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$.*

Demonstração: (construção $\Rightarrow$ postulados)

fecho: Pela própria definição, $*$ satisfaz esta propriedade.

sucesso: Seja $X \in (K + \alpha)\perp(\neg\alpha)$, e suponha que $\alpha \notin X$. Considere $X' = X \cup \{\alpha\}$.

Dado que $X \subset X' \subseteq K + \alpha$, temos que $\neg\alpha \in Cn(X')$, pela propriedade 3 da

Definição 4.34, ou seja, $X, \alpha \vdash \neg\alpha$. Logo, $X \vdash \neg\alpha$, pelo Lema 4.14. Mas isto contradiz o fato de que $\neg\alpha \notin Cn(X)$, pelo item 2 da Definição 4.34. Logo, $\alpha \in X$ para todo $X \in (K+\alpha)\perp(\neg\alpha)$. Assim, se $(K+\alpha)\perp(\neg\alpha) \neq \emptyset$ então $\alpha \in \bigcap\gamma((K+\alpha)\perp(\neg\alpha)) = K * \alpha$. No caso em que $(K+\alpha)\perp(\neg\alpha) = \emptyset$ então também vale que $\alpha \in \bigcap\gamma((K+\alpha)\perp(\neg\alpha)) = K * \alpha$, pois nesse caso $\gamma((K+\alpha)\perp(\neg\alpha)) = \{K+\alpha\}$, pela Definição 4.37 (e obviamente $\alpha \in K+\alpha$).

inclusão: Claramente $K*\alpha = (K+\alpha)-(\neg\alpha) \subseteq K+\alpha$, pelos postulados da contração.

vacuidade: Suponha que $\neg\alpha \notin K$. Logo, $\neg\alpha \notin (K+\alpha)$, pelo Lemma 4.14. Daqui $K*\alpha = (K+\alpha)-(\neg\alpha) = (K+\alpha)$, pelos postulados da contração.

não-contradição: Suponha que $\neg\alpha \in K*\alpha = (K+\alpha)-(\neg\alpha)$. Pelos postulados da contração temos que $\vdash \neg\alpha$.

relevância: Seja $\beta \in K \setminus ((K+\alpha)-(\neg\alpha))$. Logo, $(K+\alpha)\perp(\neg\alpha) \neq \emptyset$ (caso contrário, $(K+\alpha)-(\neg\alpha) = K+\alpha$ e então $K \setminus ((K+\alpha)-(\neg\alpha)) = \emptyset$, uma contradição). Assim, existe $X \in \Upsilon(K+\alpha, \neg\alpha) \subseteq (K+\alpha)\perp(\neg\alpha)$ tal que $\beta \notin X$. Pela definição de $*$, $K*\alpha \subseteq X \subseteq K+\alpha$. Seja $X' = X \cup \{\beta\}$. Logo, $X \subset X' \subseteq K+\alpha$, pois $\beta \in K$. Pela Definição 4.34, $X' \vdash \neg\alpha$, isto é, $X, \beta \vdash \neg\alpha$.

pré-expansão: $(K+\alpha)*\alpha = ((K+\alpha)+\alpha)-(\neg\alpha) = (K+\alpha)-(\neg\alpha) = K*\alpha$.

(postulados $\Rightarrow$ construção)

Seja $*$ um operador satisfazendo os postulados acima e seja γ a seguinte função:

$$\gamma(K, \neg\alpha) \quad = \quad \{X \in K\perp\neg\alpha : K*\alpha \subseteq X\}$$

Provaremos que 1) γ é bem definida, 2) é uma função de seleção e 3) $K*\alpha = \bigcap\gamma(K+\alpha, \neg\alpha)$

1. Suponha que $K \neq K'$ são tais que $K + \alpha = K' + \alpha$. Pela *pré-expansão* temos que $K * \alpha = (K + \alpha) * \alpha = (K' + \alpha) * \alpha = K' * \alpha$. Logo, γ está bem definida.

2. É claro que $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) \subseteq (K + \alpha)\bot(\neg\alpha)$, se $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$. Para poder considerar γ como uma função de seleção resta-nos provar que $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) \neq \emptyset$ se $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$. Assim, suponha que $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$. Logo, $\nvdash \neg\alpha$, pelo item 2 da Definição 4.34. Pela *não-contradição* temos que $\neg\alpha \notin K * \alpha$. Pelos *fecho* e *inclusão* temos que $\neg\alpha \notin K * \alpha = Cn(K * \alpha) \subseteq K + \alpha$. Logo, pela propriedade do limite superior, existe $X \in (K + \alpha)\bot(\neg\alpha)$ tal que $K * \alpha \subseteq X$. Assim, $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ e então $\gamma(K + \alpha, \neg\alpha) \neq \emptyset$ se $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$. Isto mostra que γ é uma função de seleção, induzindo um operador de contração $-$ em **L** como na Definição 4.38.

3. Resta então provar que $K * \alpha = (K + \alpha) - (\neg\alpha) = \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$.

3.1 Assim, suponhamos primeiro que $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$.

Claramente $K * \alpha \subseteq \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$, pela própria definição de γ.

Seja agora $\beta \notin K * \alpha$. Queremos provar que existe $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ tal que $\beta \notin X$. Se $\beta \notin K + \alpha$ então $\beta \notin X$ para todo $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ (pois todo $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$ está contido em $K + \alpha$). Suponha então que $\beta \in K + \alpha$. Pela *pré-expansão* temos que $\beta \notin (K + \alpha) * \alpha$ e então, pela *relevância*, existe Z tal que $K * \alpha = (K + \alpha) * \alpha \subseteq Z \subseteq (K + \alpha) + \alpha = K + \alpha$, $\neg\alpha \notin Cn(Z)$ e $\neg\alpha \in Cn(Z) + \beta$. Pela Proposição 4.36, existe $X \in (K + \alpha)\bot(\neg\alpha)$ tal que $K * \alpha \subseteq Z \subseteq X$. Logo, $X \in \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$. Dado que $\neg\alpha \in Cn(Z) + \beta$, temos que $X, \beta \vdash \neg\alpha$ e então $X \nvdash \beta$ (caso contrário, $X \vdash \neg\alpha$). Assim, $\beta \notin X$, logo $\beta \notin \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$. Isto prova que $K * \alpha = \bigcap \gamma(K + \alpha, \neg\alpha)$, se $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) \neq \emptyset$.

3.2 Finalmente, suponhamos que $(K + \alpha)\bot(\neg\alpha) = \emptyset$. Pela definição de γ temos que $\bigcap \gamma(K+\alpha, \neg\alpha) = K+\alpha$. Por outro lado, se existir $\beta \in (K+\alpha) \setminus (K*\alpha)$ então, da mesma maneira que foi provado acima, teriamos que $(K+\alpha)\perp(\neg\alpha) \neq \emptyset$, uma contradição.

Logo, $K * \alpha = K + \alpha = \bigcap \gamma(K+\alpha, \neg\alpha)$.

■

6.3 Semi-revisões em AGMp

Tendo em vista o que foi exposto até aqui, é bastante natural esperar que o sistema **AGMp** permita que se defina semi-revisões, ou seja, revisões não prioritárias no esquema expansão-consolidação. De fato isto é feito tal qual definimos no capítulo anterior, ou seja, construimos uma operação de consolidação e definimos a semi-revisão a partir de uma expansão seguida de tal operação.

$$K?\alpha = (K+\alpha)!$$

A expansão prévia é definida por teoria dos conjuntos de maneira usual, a consolidação é um caso particular da contração – neste caso, as mesmas observações em relação a *falha* da revisão externa feitas na página 177 devem ser levadas em conta.

6.4 Considerações parciais

A ideia central do sistema **AGMp** é justamente manter as principais contribuições do sistema **AGM**$\circ$ em relação à Revisão de Crenças, expostas anteriormente, porém de forma a de fato ser entendido como uma extensão do sistema **AGM** clássico – haja vista partirmos da AGM-compatibilidade da lógica subjacente e portanto mantermos os resultados clássicos de **AGM**.

Capítulo 7

Considerações finais

"The truth of a theory can never be proven, for one never knows if future experience will contradict its conclusions."

Albert Einstein

A despeito de toda a construção formal apresentada e por nós desenvolvida nesta tese, não pretendemos responder a questão sobre o que significa ao agente ser *racional*. Por outro lado certamente nossa pesquisa contribui para um passo adiante a esta questão e clarifica, sem qualquer dúvida, o papel primordial exercido pela lógica subjacente ao se tentar capturar tal racionalidade, o que forçosamente marca uma posição em relação à seguinte questão: qual lógica?

As principais contribuições desta pesquisa no campo da Revisão de Crenças e lógicas paraconsistentes, bem como às áreas de estudo abordadas pela primeira, são apresentadas no decorrer de todo o corpo do texto para motivar a própria exposição e desenvolvimento das ferramentas aqui elaboradas. Entretanto algumas considerações merecem um maior destaque que gostaríamos de salientar.

7.1 Perspectivas e trabalhos futuros

Do ponto de vista **lógico-filosófico**, propomos o fato de que esta pesquisa se apresenta como uma contribuição à interpretação das Lógicas da Inconsistência Formal enquanto uma poderosa ferramenta para raciocínios que envolvam questões concernentes à teoria do conhecimento e epistemologia formal. As construções que aqui desenvolvemos podem ser entendidas como a própria apresentação das **LFIs** colocadas em ação – uma vez que elas mesmas são apresentadas como uma ferramenta para lidar com teorias contraditórias porém não triviais.

O poder expressivo da consistência formal é satisfatoriamente capturado e incorporado dentro da dinâmica de teorias, e certamente não apenas a paraconsistência mas também tal operador parecem contribuir para algumas questões presentes na área de Revisão de Crenças – segundo Hansson [40], a relação entre as três noções de *valor epistêmico*, *vulnerabilidade à mudança* e *probabilidade* merecem uma urgente clarificação. Certamente muito foi desenvolvido a este respeito após tal afirmação de Hansson, porém é notório o fato de que o operador de consistência pode ser visto como o elo de ligação entre tais noções[1], o que coloca novos argumentos nesta questão.

Ademais, a distinção entre *coerência* e *não-contradição* subsumida nos sistemas de revisão paraconsistentes alimentam a discussão sobre a distinção entre as teorias *fundacionistas* e *coerentistas* da justificativa epistêmica. A despeito da aceitação de o sistema **AGM** poder ser ou não considerado como uma expressão formal de tal coerentismo, é notória a contribuição da apresentação formal de uma definição mais sensível de coerência.

Não poderíamos deixar de salientar a importância desta pesquisa na questão levan-

[1]Os recentes avanços em relação às **LFIs** merecem ser levados em consideração ao se desenvolver esta relação, principalmente no que se refere às **LFIs** de primeira ordem e *fuzzy*, na qual a consistência formal possui valores de verdade variados, o que se encaixa perfeitamente ao fato de relacionarmos este ao peso epistêmico de uma crença.

tada por Popper abordada por seu discípulo Miller sobre a necessidade de apresentar a lógica do raciocínio científico enquanto próxima à paraconsistência. Não apenas o caráter paraconsistente do sistema por nós desenvolvido mas a própria intuição de consistência formal que capturamos parecem-nos harmônicas com tal raciocínio científico – um teoria científica não deve assumir como consistente qualquer informação de seu corpo e, por outro lado, teorias que assumem como consistentes (e portanto, dentro de nosso sistema, infalseáveis) algumas de suas informações não parecem se enquadrar com o critério demarcado para ser considerada como uma teoria científica.

Finalmente, vale citar nossas contribuições às questões em aberto da própria área de **Revisão de Crenças**. Destacamos o desenvolvimento de revisões externas e semi-revisões, nos esquemas expansão-contração e expansão-consolidação respectivamente, como o ápice desta contribuição. Ademais, salientamos nossa crítica ao uso da AGM-compatibilidade de forma indiscriminada, isto é, sem que se leve em conta as especificidades da nova lógica subjacente – acreditamos que algumas desarmonias presentes em determinados sistemas de Revisão de Crenças não-clássicos, dentre os quais citamos alguns de primeira ordem e modais, parecem ser consequência deste descuido.

Em suma, tendo em vista que consideramos nosso sistema básico no sentido de que este não se compromete, na medida do possível, com revisões específicas (sistemas de revisão especializada), bem como acreditamos serem os sistemas básicos propedêuticos heurísticos e formais para o desenvolvimento de novos sistemas, é de se esperar que nossa pesquisa seja ponto de partida para o desenvolvimento de diversos sistemas distintos, cada qual a refletir suas particularidades e necessidades pontuais.

Apêndice A

Estados epistêmicos contraditórios

Após justificarmos a possiblidade lógica da existência de estados epistêmicos contraditórios porém coerentes, consequência direta da existência das **LFIs** e dos sistemas por nós desenvolvidos, é preciso uma justificativa da possibilidade racional de tais estados epistêmicos. Poderíamos simplesmente subsumir tal possiblidade racional à própria possibilidade lógica, o que entretanto parece-nos um tanto quanto circular. Justificamos, portanto, estados epistêmicos contraditórios a partir dos critérios apresentados na seção 4.3.4 e recorremos como exemplos paradigmáticos (e motivações ao próprio desenvolvimento de tais sistemas) a *revisão externa* e a *semi-revisão* – a primeira justifica a contradição enquanto um estado intermediário de raciocínio necessário para preservar a *minimalidade* e a segunda é uma generalização que rechaça a *primazia da nova informação.*

Além destes exemplos existem na literatura da área outras situações nas quais estados epistêmicos contraditórios são possíveis, e mesmo necessários. Nossos sistemas apresentam-se como subsídio formal para seu estudo ou, reciprocamente, tais exemplos podem ser vistos como outras justificativas racionais aos nossos sistemas.

A.0.1 Crenças contraditórias justificadas: O paradoxo da loteria

Uma das apresentações da possibilidade de crenças contraditórias porém justificadas é apresentada por Richard Foley [19], na qual o autor recorre aos paradoxos da loteria e do prefácio como casos ilustrativos. No caso da loteria, por exemplo, o agente pode ter uma crença justificada de que seu bilhete não será o vencedor do jogo, uma vez que dependendo de como se prevê a lotaria em particular a probabilidade de perder é arbitrariamente elevada. Entretanto, exatamente as mesmas razões para se acreditar que o próprio bilhete vai perder são as razões para se acreditar que cada bilhete em particular que participe do jogo também não será o vencedor e, portanto, é possível esperar que cada um dos bilhetes participantes do jogo irá perder. Este conjunto de crenças é incompatível com a informação de que haverá ao menos um vencedor no jogo em questão e, portanto, o conjunto de crenças resultante pode considerado como exemplo de um estado epistêmico contraditório.

O paradoxo da loteria foi proposto originamente por Henry Kyburg [54] para rejeitar a ideia de que uma crença racional pode ser baseada apenas na exigência de uma elevada probabilidade. De maneira didática, suponha que seja racional incorporar qualquer proposição que tenha uma probabilidade, por exemplo, de pelo menos 0,99 (em uma escala de 0 a 1 na qual, grosso modo, 0 equivale a rejeitar toatalmente e 1 a aceitar totalmente uma crença). Dada uma loteria com 100 bilhetes e exatamente um vencedor, a probabilidade da sentença "O bilhete n não será o ganhador" ($\neg g_n$) ser verdadeira é suficiente para determinado agente aceitá-la em seu conjunto de crenças.

Desta forma:

(1) $\{(\neg g_1, \neg g_2 ... \neg g_{100})\} \subset K$,

pela aceitação probabilística.

(2) $(\neg g_1 \wedge \neg g_2 \wedge ... \wedge \neg g_{100}) \in K$,

pelo fecho em (1).

(3) $(g_1 \vee g_2 \vee ... \vee g_{100}) \in K$,

pela informação de que ao menos um bilhete será o vencedor.

(4) $\neg(\neg g_1 \wedge \neg g_2 \wedge ... \wedge \neg g_{100}) \in K$,

pelo fecho em (3).

(5) $(\neg(\neg g_1 \wedge \neg g_2 \wedge ... \wedge \neg g_{100}) \wedge (\neg g_1 \wedge \neg g_2 \wedge ... \wedge \neg g_{100})) \in K$

pelo fecho em (4) e (2).

Pela óbvia contradição presente em (5), Kyburg propõe que seja rejeitado a aceitação do fecho do conjunto de crenças ou a aceitação probabilística. Kyburg sugere então que a solução seja rejeitar o fecho para evitar a contradição – notadamente, a aceitação de um fecho paraconsistene no qual o princípio da explosão seja controlado, tal como sugerimos em nosso sistema de Revisão de Crenças, é uma solução análoga, isto é, parte do princípio de que o cerne do problema é aquilo que se acarreta da conjunção das crenças contraditórias, e não a própria existência destas.

A.0.2 Mais sobre crenças contraditórias: O paradoxo do prefácio

O outro argumento, considerado por Foley como similar ao paradoxo da loteria porém que não envolve o conceito de probabilidade e aceitação probabilística é o paradoxo do prefácio apresentado por Makinson [59]. A essência deste argumento é a constatação aparentemente não significativa de que é comum ser encontrado em diversos livros, geralmente no prefácio, a afirmação de que certamente alguns erros foram cometidos no livro em questão, e que a responsabilidade por tais erros é exclusiva do autor.

A consequência que Makinson tira desta afirmação aparentemente trivial, não obstante, é bastante significativa – se cada afirmação contida no livro é aceita como verdadeira, o que parece possível e esperado, e a afirmação do prefácio também é verdadeira, então o conjunto de crenças resultante é contraditório pois o autor acredita racionalmente em cada uma das afirmações presentes em seu livro e, por se considerar falível, ele também acredita racionalmente que a conjunção de todas as suas afirmações seja falsa pois ao menos uma delas pode ser falsa. Assim, o autor racionalmente deve tanto acreditar quanto não acreditar no conjunto de todas as afirmações de seu livro.

A ideia deste pretenso paradoxo é justamente corroborar com o ponto de vista de Henry Kyburg de que seja possível possuir um conjunto de crenças contraditório. Segundo Sorensen [92], de fato alguns autores sugerem ser justificável ao agente possuir crenças incompatíveis caso o caráter contraditório esteja difusamente distribuído no conjunto total de crenças do agente, tal como os exemplos antreriores. Entretanto, conforme afirma Knight [53], "a dor da contradição se torna insuportável à medida que o conjunto fica menor". É o que parece acontecer com os paradoxos auto-referentes.

A.0.3 O paradoxo do mentiroso: uma justificativa dialeteista?

Uma sentença é auto-referente quando refere-se a ela mesma ou ao próprio referente, e seu exemplo mais notável é a chamada sentença do mentiroso, "esta sentença é falsa", cerne do paradoxo homônimo.[1]

A sentença do mentiroso leva a uma contradição quando tentamos determinar se a mesma é verdadeira ou não – ao assumirmos ser a sentença verdadeira então o que ela afirma deve ser o caso, ou seja, ela não pode ser verdadeira; se, por outro lado, assume-se que é falsa então o que ela afirma é realmente o caso e, portanto, ela deve ser verdadeira. Em ambos os casos somos levados a uma contradição – a sentença é

[1] Sugerimos a introdução ao tema apresentada por Bolander [6].

verdadeira e falsa ao mesmo tempo.[2]

O interessante deste exemplo é o fato de que temos apenas uma premissa cuja conclusão é a negação da própria premissa e, portanto, aceitar a possibilidade racional da existência de um conjunto de crenças contraditório devido a presença de uma sentença deste tipo é aceitar a presença da própria sentença contraditória enquanto racional. A racionalidade necessária para tanto, pois, está diretamente relacionada à aceitação ou não de crenças deste tipo – chamadas de sentenças auto-contraditórias.

Graham Priest e outros lógicos [80] propuseram que a sentença do mentiroso deve outrossim ser considerada como auto-contraditória e possível de ser verdadeira (e racionalmente justificada). Esta posição filosófica, chamada de dialeteísmo, defende que existem contradições de fato (*true contradictions*), ou *dialetéias*. Paradoxos tais como o do mentiroso, afirmam os dialeteistas, fornecem evidência para a afirmação de que algumas contradições são comprovadamente verdadeiras no sentido de que elas são consequências de fatos simples a respeito da linguagem natural e nossos processos de pensamento – suas características paradoxais são vistas como consequência natural dos recursos da linguagem ordinária.

Porém, se de um lado o dialeteísmo justifica e serve como base racional para a aceitação de estados epistêmicos contraditórios causados por sentenças auto-contradiórias, por outro lado tal racionalidade exige um certo comprometimento ontológico com a existência real de dialetéias, cujas consequências afetam diretamente uma possível teoria de revisão de crenças que a tem como base teórica.

Legitimar a existência de estados epistêmicos contraditórios pelos exemplos supracitados, ilustrados pelos paradoxos da loteria, do prefácio e do mentiroso (e, mais espe-

[2]Vale notar que a sentença do mentiroso, por acarretar ser falsa quando considerada verdadeira e verdadeira quando considerada ser falsa, levou alguns autores (conforme afirma Feferman [14]) a concluir que esta, na verdade, não pode ser considerada verdadeira nem falsa – uma rejeição do *princípio da bivalência*, conceito relacionado com a *lei do terceiro excluído* que afirma ser uma sentença, necessariamente, verdadeira ou falsa.

cificamente, das contradições de fato do dialeteísmo) exige também admitir a validade daquilo que geram e acarretam os mesmos – aceitação probabilística e falibilidade do agente, no caso dos paradoxos da loteria e do prefácio, contornados pela justificação da contradição distribuída difusamente pelo conjunto de crenças; bem como a existência e a aceitação dialeteísta de contradições de fato. A necessidade de um modelo de revisão de crenças que lide racionalmente com estados epistêmicos contraditórios, desta forma, parece estar diretamente relacionada a estas ideias e teorias. Porém este não é, necessariamente, o caso.

Apesar de abarcar e servir satisfatoriamente como modelo para análise dos exemplos supra apresentados, nossa teoria de revisão de crenças paraconsistente não precisa, necessariamente, se comprometer com as justificativas acima apresentadas. Conforme afirmado anteriormente, partimos do fato paradigmático de que conjuntos de crenças contraditórios existem, por diversos motivos, e nosso intuito é lidar com eles de maneira sensata.

A.0.4 Um exemplo mais simples: Expansão contraditória

O fato é que não é preciso ir muito longe para encontrar exemplos de estados epistêmicos contraditórios. De acordo com Levi [57] a contradição acarretada por uma simples expansão é algo bastante comum – é possível que se acredite em algo, afirma o autor, e por uma simples expansão se passe a acreditar também em sua negação, quer seja por uma observação direta do agente ou por confiar na afirmação de outro agente. De acordo com Levi, pois, é comum aos agentes acabarem por ter crenças contraditórias desta maneira.

Este fato, acrescenta Hansson [40], não é nem um pouco irrealista. Muitos de nós temos crenças contraditórias e não obstante somos capazes de lidar com isso e agir de maneira aparentemente racional[3]. Inclusive não deveria haver nada de errado, acrescenta o autor, com um computador que aceite duas sentenças contraditórias, caso isto não leve a uma propagação da incoerência para outras partes do banco de dados.

Este ponto de vista é semelhante ao que afirma Harman, segundo o qual o fato de que as crenças de um agente não devem ser contraditórias possui exceções, por exemplo quado alguém descobre que possui crenças incompatíveis porém não sabe como revisá-las sem que isto cause uma perda significativa. Vale notar a primazia do *princípio da minimalidade* ao *princípio da não-contradição* no que afirma Harman – a contradição é aceitável caso seja necessário uma significativa perda para saná-la. Neste caso, completa o autor, a melhor resposta pode ser manter a incoerência e tentar evitar inferências que se utilizem das sentenças contraditórias.

A.0.5 Outra justificastiva: Estado epistêmico compartimentado

O fato supracitado pode ser melhor entendido com a ideia de Stalnaker de que o estado cognitivo de uma pessoa é melhor descrito por vários sistemas de crenças ao invés de apenas um (Stalnaker [95]):

> "Uma pessoa pode estar disposta a se comportar, em um tipo de contexto, ou com respeito a um tipo de ação, de uma maneira que é melhor explicada por um estado epistêmico, e ao mesmo tempo estar disposta a se comportar, em um diferente tipo de contexto ou em respeito a outro tipo de ação, de maneira que são melhor justificadas por outro estado epistêmico distinto. Isto não precisa ser entendido como um tipo de pulo entre um estado a outro ou um vacilo entre dois estados: o agente pode, ao mesmo tempo, estar em dois estados epistêmicos estáveis, estar em dois estados disposicionais distintos que podem ser apresentados em diferentes

[3]Vale observar que esta afirmação ilustra a preferência de Hansson por estados epistêmicos modelados por bases de crenças, não fechadas por consequência lógica, uma vez que, classicamente, o fecho de um conjunto contraditório acarreta a crença em todas as sentenças da linguagem.

tipos de situação."

Este fenômeno é entendido por Stalnaker como um sinal da imperfeição das habilidades cognitivas dos agentes humanos – as crenças de um agente idealizado, pois, devem coexistir em um único sistema coerente, porém potencialmente contraditório caso se leve em consideração o argumento anterior.

Um sistema que satisfatoriamente captura esta ideia de compartimentação foi sugerido por Wassermann [99], porém sob uma perspectiva distinta – agentes com recursos limitados – por nós sucintamente apresentado na seção 1.2.3.

A.1 Conclusão

Diversos outros exemplos de estados epistêmicos contraditórios podem ser encontrados na literatura, cada qual sustentado por diferentes justificativas e critérios. O fato é que nosso sistema de Revisão de Crenças Paraconsistente pode ser utilizado como ferramenta para descrever formalmente tais exemplos, o que nos permite comparar suas justificativas àquelas por nós utilizadas – fomentando assim uma constante renovação das motivações para o estudo do fenômeno da paraconsistência e, pontualmente, da consistência formalizada, bem como sua relação com diferentes questões lógico-filosóficas.

Apêndice B

Propedêuticos formais: Lógica Abstrata

B.1 Consequência lógica – apresentação geral

Seguindo principalmente Hansson [40] e Ribeiro [84], apresentamos nesta seção o pano de fundo formal que assumimos no corpo da tese – fornecemos uma definição bastante geral ao operador de consequência Cn, uma vez que consideramos distintas lógicas no decorrer da tese. Após apresentarmos uma pequena lista de propriedades lógicas, fornecemos algumas importantes provas concernentes à relação entre tais propriedades.

Definimos uma lógica apenas como um par $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ no qual $\mathbb{L}$ é um conjunto enumerável chamado de *linguagem* cujos elementos são *sentenças* e o operador de consequência é uma função $Cn : 2^{\mathbb{L}} \longrightarrow 2^{\mathbb{L}}$. Representamos os conjuntos de sentenças (subconjuntos de $\mathbb{L}$) pelas letras maiúsculas do alfabeto $A, B, C, \ldots$. As sentenças da linguagem são representadas pelas letras gregas minúsculas $\alpha, \beta, \ldots$. Sejam $\alpha \in \mathbb{L}$ e $A, B \in 2^{\mathbb{L}}$:

1. α é consequência de A sse $\alpha \in Cn(A)$;

2. A é consequência de B sse todo elemento de A é uma consequência de B, isto é,

$A \subseteq Cn(B)$;

3. A e B são equivalentes sse $Cn(A) = Cn(B)$;

4. A é trivial sse $Cn(A) = \mathbb{L}$.

Ademais, um conjunto A não é consequência de B sse $A \nsubseteq Cn(B)$, ou seja, existe ao menos uma sentença $\alpha \in A$ que não é consequência de B e, desta forma, $B \cap Cn(A) = \emptyset$.

Algumas propriedade lógicas assumidas para Cn são:

Definição B.1 (Alfred Tarski). *Um operador de consequência sobre* $\mathbb{L}$ *é uma função* Cn *que pega cada subconjunto de* $\mathbb{L}$ *e leva a outro subconjunto de* $\mathbb{L}$ *tal que:*

(inclusão) $A \subseteq Cn(A)$

(monotonicidade) *se* $A \subseteq B$ *então* $Cn(A) \subseteq Cn(B)$

(idempotência) $Cn(A) = Cn(Cn(A))$

Um operador Cn que satisfaz estas propriedades é chamado de *tarskiano*. Por metonímia, chamamos uma lógica cujo operador satisfaz tais proriedades de *lógica tarskiana* – e o mesmo ocorre para quaisquer propriedades.

Notadamente, uma vez que nosso escopo de interesse abrange as lógicas não-clássicas, é preciso salientar que as lógicas tarskianas não abrangem todas as lógicas presentes na literatura (tais como as já citadas lógicas não-monotônicas). Por outro lado, a *tarskianicidade* engloba um número razoável de lógicas, tais como as **LFIs** consideradas nesta tese. Desta forma, limitamo-nos, na tese e nas páginas seguintes, a denominar uma *lógica tarskiana* simplesmente por *lógica*

No decorrer da tese, principalmente nas demonstrações dos principais resultados apresentados, utilizamos indiscriminadamente (sem qualquer referência explícita) os seguintes resultados sobre lógicas tarskianas, porém que merecem um maior esclarecimento.

Observação B.2. $Cn(Cn(A) \cup Cn(B)) = Cn(A \cup B)$

Demonstração: $A \subseteq Cn(A)$ e $B \subseteq Cn(B)$ por *inclusão*. Logo, $A \cup B \subseteq Cn(A) \cup Cn(B)$ e, por *monotonicidade*, $Cn(A \cup B) \subseteq Cn(Cn(A) \cup Cn(B))$.

$Cn(A), Cn(B) \subseteq Cn(A \cup B)$ por *monotonicidade*. Logo, $Cn(A) \cup Cn(B) \subseteq Cn(A \cup B)$ e, por *idempotência*, $Cn(Cn(A) \cup Cn(B)) \subseteq Cn(A \cup B)$. ■

Observação B.3. $Cn(Cn(A) \cap Cn(B)) = Cn(A) \cap Cn(B)$

Demonstração: $Cn(A) \cap Cn(B) \subseteq Cn(A)$ e, por *idempotência*, $Cn(Cn(A) \cap Cn(B)) \subseteq Cn(A)$. Analogamente, $Cn(Cn(A) \cap Cn(B)) \subseteq Cn(B)$. Segue-se que $Cn(Cn(A) \cap Cn(B)) \subseteq Cn(A) \cap Cn(B)$ e $Cn(A) \cap Cn(B) \subseteq Cn(Cn(A) \cap Cn(B))$ por *inclusão*. ■

Observação B.4. *Se A e B são equivalentes, então $A \subseteq Cn(K)$ sse $B \subseteq Cn(K)$.*

Demonstração: Por *monotonicidade* e *idempotência*, $Cn(A) \subseteq Cn(K)$. Por hipótese, $Cn(A) = Cn(B)$ e, por *inclusão*, $B \subseteq Cn(K)$. A recíproca é análoga. ■

Definimos que $K \subseteq \mathbb{L}$ é fechado sobre Cn se e somente se $K = Cn(K)$. Ademais, temos o seguinte.

Definição B.5. *A* inclusão *é uma ordem parcial sobre a classe de todos os conjuntos K da linguagem, e portanto satisfaz o seguinte:*

(transitividade) *se $K_1 \subseteq K_2$ e $K_2 \subseteq K_3$ então $K_1 \subseteq K_3$;*

(reflexividade) $K_2 \subseteq K_1$

(anti-simetria) *se $K_1 \subseteq K_2$ e $K_2 \subseteq K_1$ então $K_1 = K_2$*

Além das propriedades básicas supracitadas, fazemos referência, no decorrer da tese, a algumas outras. Vale citar que não as assumimos como válidas em geral – em cada caso, nos referimos às mesmas de maneira explícita, como por exemplo ao descrever as suposições **AGM**.

Definição B.6 (Propriedades do operador de consequência). *A lista das propriedades que consideramos no decorrer da tese é a seguinte:*

(compacidade) *se* $\alpha \in Cn(A)$ *então existe* $A' \subseteq A$ *finito tal que* $\alpha \in Cn(A')$

(complementaridade) *a lógica é complementar sse todo* $A \subseteq \mathbb{L}$ *finitamente representável possui um complemento* $A' \subseteq \mathbb{L}$

O complemento *de um conjunto* $A \subseteq \mathbb{L}$*, caso exista, é um conjunto* $A' \subseteq \mathbb{L}$ *tal que:*

$Cn(A \cup A') = \mathbb{L}$

$Cn(A) \cap Cn(A') = Cn(\emptyset)$

Um conjunto é finitamente representável *sse existe um* A' *finito tal que* $Cn(A) = Cn(A')$

(distributividade) $Cn(A \cup B) \cap Cn(A \cup C) \subseteq Cn(A \cup (Cn(B) \cap Cn(C)))$

(decomponibilidade) *Uma lógica* $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ *é decomponível sse para todo* $K, A \in 2^{\mathbb{L}}$ *tal que* $K = Cn(K), Cn(\emptyset) \subset Cn(A) \subset K$ *e* A *é finitamente representável. Logo, existe um* $K' \in \mathbb{L}$ *tal que* $Cn(K') \subset Cn(K)$ *e* $Cn(K' \cup A) = Cn(K)$.

Definição B.7 (Lógica Booleana). *Uma lógica é Booleana sse é distributiva e complementar.*

B.1.1 Consequência lógica e linguagem

Nesta seção assumimos uma linguagem padrão de lógicas proposicionais $\mathbb{L} = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg\}$ e apresentamos algumas propriedade importantes desta. A linguagem $\mathbb{L}$ é chamada de fechada sobre um concetivo n-ário # sse, para toda $\alpha_1, ...\alpha_n \in \mathbb{L}$ temos que $\#(\alpha_1, ...\alpha_n) \in \mathbb{L}$.

Dizemos que uma negação $\neg$ de uma linguagem $\mathbb{L}$ é clássica (ou forte) sse $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ satisfaz seguinte, para toda $\alpha \in \mathbb{L}$:

1. $Cn(\alpha) \cap Cn(\neg\alpha) = Cn(\emptyset)$

2. $Cn(\{\alpha, \neg\alpha\}) = \mathbb{L}$

Denotamos tal negação, para as **LFIs**, especificamente como $\sim$, nas quais $\neg$ passa a representar uma negação fraca (paraconsistente) – que não satisfaz, em geral, os itens 1 e 2 supracitados.

Definição B.8 (Propriedades do operador de consequência)**.** *Outras propriedades que consideramos no decorrer da tese, que aludem a uma linguagem padrão, são:*

(dedução) *Uma lógica $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ fechada sobre o operador $\rightarrow$ satisfaz a dedução sse para todo $\alpha \in \mathbb{L}$ e todo $A \subseteq \mathbb{L}$, $\alpha \in Cn(A \cup \{\beta\})$ sse $\beta \rightarrow \alpha \in Cn(A)$*

(supraclassicalidade) *Uma lógica $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$ é supraclássica sse para todo $\alpha \in \mathbb{L}$ e todo $A \subseteq \mathbb{L}$, se $\alpha \in Cn_{LPC}(A)$ então $\alpha \in Cn_{LPC}(A)$, ou seja, toda consequência da lógica proposicional clássica é consequência de $\langle \mathbb{L}, Cn \rangle$.*

Outros importantes resultados utilizados na tese sem qualquer referência explícita são os seguintes.

Observação B.9. $Cn(\{\alpha \vee \beta\}) = Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\})$

Demonstração: Provaremos que (1) $Cn(\{\alpha \vee \beta\}) \subseteq Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\})$ e (2) $Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\}) \subseteq Cn(\{\alpha \vee \beta\})$

(1) Seja $\delta \in Cn(\{\alpha \vee \beta\})$. Por *dedução*, $\alpha \vee \beta \to \delta \in Cn(\emptyset)$ e portanto $\{\alpha \vee \beta \to \delta\} \subseteq Cn(\emptyset)$. Assumindo-se a supraclasssicalidade, $\alpha \to \delta \in Cn(\{\alpha \vee \beta \to \delta\})$. Por *monotonicidade*, de $\{\alpha \vee \beta \to \delta\} \subseteq Cn(\emptyset)$ segue-se que $Cn(\{\alpha \vee \beta \to \delta\}) \subseteq Cn(Cn(\emptyset))$ e, por *idempotência*, $Cn(\{\alpha \vee \beta \to \delta\}) \subseteq Cn(\emptyset)$. Ao assumir que $\alpha \to \delta \in Cn(\{\alpha \vee \beta \to \delta\})$, temos que $\alpha \to \delta \in Cn(\emptyset)$. Logo, por *dedução*, $\delta \in Cn(\{\alpha\})$.

Analogamente, temos que $\delta \in Cn(\{\beta\})$ e, portanto, $Cn(\{\alpha \vee \beta\}) \subseteq Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\})$.

(2) Agora, assumamos $\delta \in Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\})$. Por *dedução*, $\alpha \to \delta \in Cn(\emptyset)$. Analogamente, temos que $\beta \to \delta \in Cn(\emptyset)$. Logo, $\{\alpha \to \delta, \beta \to \delta\} \subseteq Cn(\emptyset)$. Por *monotonicidade* e *idempotência*, $Cn(\{\alpha \to \delta, \beta \to \delta\}) \subseteq Cn(\emptyset)$. Por *supraclassicalidade*, $\alpha \vee \beta \to \delta \in Cn(\emptyset)$ e portanto, por *dedução*, $\delta \in Cn(\{\alpha \vee \beta\})$.

■

Observação B.10. $Cn(A \cup \{\alpha, \beta\}) = Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$

Demonstração: Provaremos que (1) $Cn(A \cup \{\alpha, \beta\}) \subseteq Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$ e (2) $Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\} \subseteq Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$.

(1) Por *supraclassicalidade*, $\{\alpha, \beta\} \in Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$. Por *inclusão* e *monotonicidade*, $A \subseteq Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$. Logo, $A \cup \{\alpha, \beta\} \in Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$. Por *monotonicidade* e *idempotência*, $Cn(A \cup \{\alpha, \beta\}) \subseteq Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\}$

(2) Por *supraclassicalidade*, $\alpha \wedge \beta \in Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$ e logo $\{\alpha \wedge \beta\} \subseteq Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$. Por *inclusão* e *monotonicidade*, $A \subseteq Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$ e portanto $A \cup \{\alpha \wedge \beta\} \subseteq Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$. Por *monotonicidade* e *idempotência*, $Cn(A \cup \{\alpha \wedge \beta\} \subseteq Cn(A \cup \{\alpha, \beta\})$.

■

Observação B.11. $Cn(\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}) = Cn(\{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge ... \wedge \alpha_n\})$

Demonstração: Direta, pela utilização iterada da observação B.10. ■

A seguinte notação nos será bastante útil.

Notação B.12. *Para todo conjunto A e sentença α:*

$A \vdash \alpha$ *sse* $\alpha \in Cn(A)$

$\alpha \vdash \beta$ *é abreviação de* $\{\alpha\} \vdash \beta$

$\vdash \beta$ *é abreviação de* $\emptyset \vdash \beta$

$\nvdash \alpha$ *denota que* $A \vdash \alpha$ *não é o caso.*

Bibliografia

[1] Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., and Makinson, D. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The Journal of Symbolic Logic 50* (1985), 510–530.

[2] Alchourrón, C. E., and Makinson, D. On the logic of theory change: Contraction functions and their associeted revision functions. *Theoria, 48* (1982), 14–37.

[3] Alchourrón, C. E., and Makinson, D. On the logic of theory change: Safe contraction. *Studia Logica, 44* (1985), 405–422.

[4] Arlo-Costa, H., and Pedersen, A. P. Social norms, rational choice and belief change. *Belief Revision meets Philosophy of Science Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (2011).

[5] Belnap, N. How a computer should think. In *Contemporary Aspects of Philosophy.*

[6] Bolander, T. Self-reference. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., spring 2014 ed. 2014.

[7] Béziau, J.-Y. Paraconsistent logic from a modal viewpoint. *Journal of Applied Logic, 3(1):7-14* (2005).

[8] Carnielli, W., and Coniglio, M. E. Swap structures for **LFIs**. *CLE e-Prints 14*, 1 (2014). Available at
http://www.cle.unicamp.br/e-prints/vol_14,n_1,2014.html.

[9] Carnielli, W., Coniglio, M. E., and Marcos, J. a. Logics of formal inconsistency. *Handbook of Philosophical Logic* (2003).

[10] Cherniak, C. *Minimal Rationality*. MIT Press, 1986.

[11] Crupi, V. Confirmation. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed.

[12] da Costa, N. C. A. *Sistemas Formais Inconsistentes*. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Tese (Cátedra em Análise Matemática e Análise Superior), 1963.

[13] Deweese-Boyd, I. Self-deception. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed.

[14] Feferman, S. Reflecting on incompleteness. *Journal of Symbolic Logic, 56* (1991), 1–49.

[15] Fermé, E., and Hansson, S. O. Selective revision. *Studia Logica, 63* (1999), 331–342.

[16] Fermé, E. L. *Revising the AGM Postulates*. Departamento de Computación, Universidad de Buenos Aires, 1999.

[17] Festinger, L. *A Theory of Cognitive Dissonance*. California: Stanford University Press, 1957.

[18] Flouris, G. *On Belief Change and Ontology Evolution*. PhD thesis, Universidade de Creta, 2006.

[19] Foley, R. *The Theory of Epistemic Rationality*. Harvard University Press, 1987.

[20] Fuhrmann, A. Theory contraction through base contraction. *Journal of Philosophical Logic 20*, 2 (1991), 175–203.

[21] Fuhrmann, A. *An Essay on Contraction*. CSLI Publications, Stanford University, 1997.

[22] Fuhrmann, A., and Hansson, S. O. A survey of multiple contractions. *Journal of Logic, Language and Information 3*, 1 (1994), 39–75.

[23] Goldblatt, R. Equivalent beliefs in dynamic doxastic logic. *Krister Segerberg on Logic of Actions* (2014), 179–207.

[24] Gomes, E. L., and D'Ottaviano, Í. M. L. *Uma História Concisa da Lógica Paraconsistente*. Coleção História da Matemática para professores, Sociedade Brasileira da História da Matemática – SBHMat, 2013.

[25] Granger, G. G. *Por um Conhecimento Filosófico*. Papirus, 1989.

[26] Grove, A. Two modellings for theory change. *Journal of Philosophical Logic, 17* (1988), 157–170.

[27] Gärdenfors, P. Rules for rational changes of belief. *Philosophical Essays Dedicated to L. Aquivist* (1982), 88–101.

[28] Gärdenfors, P. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. MIT Press, 1988.

[29] Gärdenfors, P. The dynamics of belief systems: Foundations vs. coherence theories. *Revue Iternationale de Philosophie 44* (1990), 24–46.

[30] Gärdenfors, P. Belief revision and nonmonotonic logic: Two sides of the same coin? *Logics in AI, Lecture Notes in Computer Science* (1991), 52–54.

[31] Gärdenfors, P., Ed. *Belief Revision.* Cambridge Press, 1992.

[32] Gärdenfors, P., and Makinson, D. Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Proceedings of the 2^{nd} Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge (TARK-88)* (1988), Springer-Verlag, pp. 83–95.

[33] Gärdenfors, P., and Rott, H. Belief revision. *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming Volume IV: Epistemic and Temporal Reasoning* (1995), 35–132.

[34] Hansson, B. A note on theory change and belief revision. *Belief Revision meets Philosophy of Science Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (2011).

[35] Hansson, S. Semi-revision. *Journal of Applied Non-Classical Logics 7*, 1-2 (1997), 151–175.

[36] Hansson, S. O. Belief contraction without recovery. *Studia Logica 50* (1991), 251–260.

[37] Hansson, S. O. In defense of base contraction. *Synthese 91* (1992), 239–245.

[38] Hansson, S. O. Reversing the levi identity. *Journal of Philosophical Logic 22*, 6 (1993), 637–669.

[39] Hansson, S. O. A survey of non-pripritized belief revision. *Erkenntnis 50* (1999), 413–427.

[40] Hansson, S. O. *A Textbook of Belief Dynamics. Theory Change and Database Updating*. Kluwer, 1999.

[41] Hansson, S. O. Ten philosophical problems in belief revision. *Journal of Logic and Computation 13*, 1 (2003), 37–49.

[42] Hansson, S. O. Changing the scientific corpus. *Belief Revision meets Philosophy of Science Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (2011).

[43] Hansson, S. O. Logic of belief revision. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., fall 2011 ed. 2011.

[44] Hansson, S. O., and Wassermann, R. Local change. *Studia Logica 70(1)* (2002), 49–76.

[45] Harman, G. *Change in View Principles of Reasoning*. A Bradford Book. MIT Press, 1986.

[46] Harper, W. L. Rational conceptual change. *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association 1976* (1976), 462–494.

[47] Hendricks, V. F. Epistemology axiomatized.

[48] Hendricks, V. F. *Bridges Between Mainstream and Formal Epistemology*. Philosophical Studies. Springer Publishing Company, 2006.

[49] Hintikka, J. K. K. *Knowledge and Belief*. Cornell University Press, 1962.

[50] Jaskowski, S. Propositional calculus for contradictory deductive system. *Studia Logica 24(1)* (1969), 143–157.

[51] Keiff, L. Dialogical logic. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., summer 2011 ed. 2011.

[52] KELLY, K. The learning power of belief revision. In *Proceedings of the* 7^{th} *Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge (TARK-98)* (1998), pp. 111–124.

[53] KNIGHT, K. Measuring inconsistency. *Journal of Philosophical Logic, 31 1* (2002), 77–98.

[54] KYBURG, H. E. *Probability and the Logic of Rational Belief*. Middletown, CT: Wesleyan University Press, 1961.

[55] LEVI, I. Subjunctives, dispositions and chances. *Synthese 34*, 4 (1977), 423–455.

[56] LEVI, I. *The Enterprise of Knowledge: An Essay on Knowledge, Credal Probability, and Chance*. The Mit Press, 1980.

[57] LEVI, I. *The Fixation of Belif and its Undoing*. Cambridge University Press, 1991.

[58] LINDSTRÖM, S., AND RABINOWICZ, W. Epistemic entrenchment with incomparabilities and relational belief revision. *The Logic of Theory Change* (1991), 208–228.

[59] MAKINSON, D. The paradox of the preface. *Oxford: Analysis, v. 25, n. 6* (1965), 205–207.

[60] MAKINSON, D. How to give it up: A survey of some formal aspects of the logic of theory change. *Synthese 62* (1985), 347–363.

[61] MAKINSON, D. On the status of the postulate of recovery in the logic of theory change. *Journal of Philosophical Logic, 16* (1987), 383–394.

[62] MAKINSON, D. Five faces of minimality. *Studia Logica, 52* (1993), 339–379.

[63] Makinson, D. General patterns in nonmonotonic reasoning. In *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, vol. 3. Oxford University Press, 1994, pp. 35–110.

[64] Marcos, J. a. Modality and paraconsistency. 213–222.

[65] Marcos, J. a. Nearly every normal modal logic is paranormal.

[66] Martin, E., and Osherson, D. Belief revision in the service of scientific discovery. *Mathematical Social Sciences 36* (1998), 57–68.

[67] Martins, J. P., and Shapiro, S. C. A model for belief revision. *Artificial Intelligence 35* (1988), 25–79.

[68] Mildderburg, C. A. A survey of paraconsistent logics. in http:arxiv.orgpdf1103.4324.pdf.

[69] Miller, D. Paraconsistent logic for falsificacionists. In *Proceedings of the I Workshop on Logic and Language (Universidad de Sevilla* (2000), pp. 197–204.

[70] Nebel, B. A knowledge level analysis of belief revision. In *Proceedings of the* 1^{st} *International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR-89)* (1989), pp. 301–311.

[71] Nebel, B. Reasoning and revision in hybrid representation systems. In *of Lecture Notes in Artificial Intelligence* (1990), Springer-Verlag.

[72] Nebel, B. Belief revision and default reasoning: Syntax-based approaches. Morgan Kaufmann, pp. 417–428.

[73] Nelson, D. Constructible falsity. *Journal of Symbolic Logic 14(1)* (1949), 16–26.

[74] Neurath, O. Protocol statements. *Philosophical Papers* (1983).

[75] Pearl, J. Probabilistica reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference.

[76] Pollock, J. L. *Contemporary Theory of Knowledge*. Rowan and Littlefield Publishers, 1986.

[77] Popper, K. R. On the theory of deduction. *Indagationes Mathematicae. Parts I and II 10* (1948), 173–183, 322–331.

[78] Popper, K. R. *Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge*. Routledge & Kegan Paul, London, 1989.

[79] Popper, K. R. *The Logic of Scientific Discovery*. Basic Books, New York, 1959.

[80] Priest, G., Tanaka, K., and Weber, Z. Paraconsistent logic. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., fall 2013 ed. 2013.

[81] Rawls, J. *A Theory of Justice*. Oxford University Press, 1999, ed. original 1971.

[82] Rescher, N., and Anderson, A. R. *The Logic of Decision and Action*. Pittsburgh]University of Pittsburgh Press, 1966.

[83] Ribeiro, M. *Belief Revision in Non-Classical Logics*. SpringerBriefs in Computer Science. Springer, 2012.

[84] Ribeiro, M. M. *Revisão de crenças em lógicas de descrição e em outras lógicas não clássicas*. PhD thesis, USP, 2010.

[85] Rijke, M. Meeting some neighbours: a dynamic modal logic meets theories of change and knowledge representation. *Logic and information ?ow, MIT Press Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (1994), 170–196.

[86] Rott, H. A nonmonotonic conditional logic for belief revision. In *The logic of theory change*, A. Fuhrmann and M. Morreau, Eds. Springer Verlag, Berlin, 1991, pp. 135–183.

[87] Rott, H. Idealization, intertheory explanations and conditionals. *Belief Revision meets Philosophy of Science Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (2011).

[88] Russell, S. J., and Norvig, P. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 2 ed. Pearson Education, 2003.

[89] Schwitzgebel, E. Belief. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., winter 2011 ed. 2011.

[90] Segerberg, K. Belief revision from the point of view of doxastic logic. *Bulleting of the IGPL Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Vol. 21* (1995), 3:535–553.

[91] Sim, K. M. Epistemic logic and logical omniscience: A survey. *International Journal of Intelligent Systems 12* (1997), 57–81.

[92] Sorensen, R. Epistemic paradoxes. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., spring 2014 ed. 2014.

[93] Sosa, E. The raft and the pyramid: Coherence versus fundations in the theory of knowledge. *Midwest Studies in Phiosophy 5* (1980), 2–25.

[94] Spohn, W. Ordinal conditional functions. a dynamic theory of epistemic states. In *Causation in Decision, Belief Change, and Statistics, vol. II.* Kluwer, 1988.

[95] Stalnaker, R. *Inquiry.* MIT Press, 1984.

[96] Stalnaker, R. Belief revision in games: forward and backward induction. *Mathematical Social Sciences 36* (1998), 31–56.

[97] Testa, R. R. Sobre o conceito de 'racionalidade' na teoria da escolha: preferências, consistência e paraconsistência. In *Anais do XIV Encontro Nacional da ANPOF, Águas de Lindóia* (2010).

[98] Testa, R. R. External revision in belief sets via paraconsistency (joint work with M. E. Coniglio and M. Ribeiro). In *The Bulletin of Symbolic Logic, volume 19, number 2 (Proceedings of the 12th Asian Logic Conference, Victoria University of Wellington - New Zealand, 2011)* (June 2013).

[99] Wasserman, R. *Resource-Bounded Belief Revision.* PhD thesis, Universiteit van Amsterdam, 2000.

[100] Wassermann, R., , and Hansson, S. O. Local change. In *PTechnical Report PP-1999-17* (1999), ILLC, University of Amsterdam.

[101] Wassermann, R. An algorithm for belief revision. In *Proceedings of the 7^{th} International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'00), Breckenridge, Colorado, USA* (2000), Morgan Kaufmann, pp. 345–352.

[102] Willians, M. A. Applications of belief revision. In *Transactions and Change in Logic Databases, Lecture Notes in Articial Intelligence (LNAI), Volume 1472* (1998), Springer-Verlag, pp. 285–314.

[103] Witte, R. Fuzzy belief revision. In *Proceedings of the 9^{th} International Workshop on Non-Monotonic Reasoning (NMR-02)* (2002).

[104] Zadeh, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control 8* (1965), 338–353.