Sulla relatività logica*

Achille C. Varzi
Department of Philosophy, Columbia University

[da *Filosofia della logica*, a cura di M. Carrara e P. Giaretta: Cosenza, Rubettino, 2004, pp. 135–173]

C'è una logica sola? Io dico di no. O meglio, dico che c'è una logica sola per ogni modo di specificare in maniera esaustiva la classe delle situazioni logicamente possibili, cioè la classe dei modelli del linguaggio; ma poiché non c'è un unico modo di specificare questa classe, dico che non c'è un'unica logica se non in un senso relativo. Naturalmente, dato un linguaggio L e due diverse teorie logiche T_1 e T_2 per L, si può sempre considerare il nucleo comune a entrambe le teorie, cioè l'insieme dei principi su cui entrambe le teorie concordano. In generale, si potrebbe quindi associare a L la logica minima T_0 corrispondente al nucleo comune a *tutte* le teorie in competizione. Tale teoria sarebbe definita in maniera univoca e consentirebbe di evitare conclusioni di natura relativista, ammesso che si sia disposti a restringere opportunamente i confini della logica. (T_0 sarebbe ovviamente una teoria molto debole.) Tuttavia è anche possibile che queste teoria minima T_0 risulti vuota se la sintassi di L non contiene alcun ingrediente la cui interpretazione sia indipendente dalla specificazione dei modelli di L. In quanto segue cercherò di dimostrare che le cose stanno proprio così, e userò questo risultato per difendere una concezione della logica convenzionalista e—quindi—relativista.

1. Dal pluralismo al relativismo

Il punto di vista che intendo difendere ha origine in una concezione della logica del tutto comune, secondo la quale

> (1) Un'argomentazione è logicamente valida se e solo se la sua conclusione è vera in ogni situazione (modello) in cui sono vere tutte le sue premesse.

Come hanno sostenuto JC Beall e Greg Restall, questa concezione è di per sé relativista nella misura in cui la nozione di 'modello' può essere precisata in vari

---

* Da 'On Logical Relativity', *Philosophical Issues*, vol. 10, 2002, pp. 197–219 (numero dedicato a 'Realism and Relativism', a cura di E. Sosa e E. Villanueva), per gentile concessione della Blackwell Publishing, Inc. Traduzione di Luca Morena.

modi.[1] Se un modello è concepito come un *mondo possibile* (o, se si preferisce, come l'ossatura formale di un mondo possibile), allora la (1) dà luogo a una logica classica. Se un modello è concepito invece come una semplice *descrizione* di un mondo possibile (che come tale può essere incompleta e/o inconsistente), allora la (1) conduce a una logica diversa, per esempio a una logica rilevante o paraconsistente. Quindi la domanda «Questa argomentazione è logicamente valida?» non ammette una risposta unica perché la (1) è ambigua, e di conseguenza la nozione stessa di validità logica risulta una nozione relativa.

Questo genere di considerazione potrebbe lasciare qualcuno del tutto indifferente. Se l'unica fonte di disaccordo risiede nell'ambiguità della nozione di modello, e se è possibile disambiguare, allora il relativismo in questione è del tutto innocuo: basta mettersi d'accordo. In effetti, Beall e Restall preferiscono parlare di 'pluralismo' piuttosto che di 'relativismo', e credo che il loro pluralismo possa intendersi in termini moderati: vi sono diversi modi, tutti egualmente accettabili, di *leggere* la (1), e a ciascuno di questi modi corrisponde una caratterizzazione della nozione fondamentale di conseguenza logica e, quindi, una diversa concezione della logica. Il punto di vista che intendo sostenere, e che giustifica una forma di relativismo genuinamente ricalcitrante, è più radicale. Intendo sostenere che vi siano modi di leggere la (1) che lasciano margini per un disaccordo *interno*. Lasciano margini per un disaccordo interno in quanto risultano compatibili con diversi modi di caratterizzare quella porzione del linguaggio da cui dipende la sussistenza del nesso che lega le premesse e la conclusione di un'argomentazione valida: diversi modi di caratterizzare il cosiddetto "vocabolario logico". E non alludo a modi strani o idiosincratici di leggere la (1). Possono essere ordinari finché si vuole, purché si faccia a meno di tutta una serie di tratti fuorvianti che siamo soliti associare alla comune nozione di modello.

Naturalmente si può sempre pensare che anche questo genere di disaccordo rifletta un'ambiguità di fondo: si tratterebbe di un'ambiguità concernente la nozione di modello a cui si fa riferimento. Supponiamo di non essere d'accordo sul fatto che il predicato d'identità debba essere trattato come una costante logica. Voi pensate che si debba trattarlo come tale, e quindi escluderete dal ventaglio dei modelli ammissibili tutte quelle strutture che lo interpretano in maniera non conforme. Io penso invece che il predicato d'identità non debba essere trattato come una costante logica, e quindi considererò come ammissibili anche modelli che riflettono un'interpretazione diversa. In questo caso l'accezione di 'modello' potrebbe essere quella consueta, assumendo che il linguaggio sia un normale

[1] Vedi Beall e Restall [2000].

linguaggio del prim'ordine. Dunque il nostro disaccordo riguarda l'esatta composizione della classe dei modelli del prim'ordine: voi sostenete che debba includere soltanto modelli di un certo tipo, io non lo sostengo. Senza alcun dubbio si potrebbe dare la colpa di questo nostro disaccordo all'ambiguità della nozione di 'modello': potremmo dire che, a ben vedere, non stiamo affatto usando la stessa nozione di modello del prim'ordine. In questo senso il nostro disaccordo sarebbe innocuo alla stregua di ogni altra divergenza che faccia leva su un'ambiguità. Ma questo è soltanto *un* modo di interpretare l'impasse in questione. Si potrebbe certamente insistere sul fatto che possediamo precisamente lo stesso *concetto*, ma che non concordiamo sulla sua *estensione*: secondo voi quest'ultima include solo certi modelli, seconde me anche molti altri. In tal caso il nostro disaccordo non sarebbe soltanto il sintomo di un'ambiguità, ma sarebbe davvero genuino ed irriducibile, e tale da fare una differenza quando ad essere in questione è la logica di argomentazioni in cui compare il predicato d'identità.

Questo genere di disaccordo, che ha per oggetto lo statuto dell'identità, è una vecchia storia di cui si trova traccia in molti manuali di logica. Ma è un problema che riguarda soltanto lo statuto dell'identità? Credo di no. Penso, al contrario, che lo stesso genere di disaccordo possa insorgere su larga scala e possa riguardare lo statuto di qualsiasi porzione del vocabolario in oggetto. Una volta Tarski ha suggerito che *ogni* termine può essere trattato in linea di principio come un termine logico o come un termine non logico, a seconda dei casi,[2] sicché possiamo riferirci al relativismo che emerge da questo punto di vista come a un *relativismo tarskiano*. Ma non appena si apre la porta al relativismo tarskiano, è inevitabile ammettere anche un'altra forma di relativismo logico, derivante dal fatto che una volta fissato un certo vocabolario logico è sempre possibile specificarne la semantica in modi diversi. Voi ed io possiamo anche essere d'accordo sul fatto che l'identità sia una costante logica, ma voi potreste ad esempio vederla come una relazione transitiva e io no.[3] Di nuovo si tratta di un disaccordo genuino che riguarda il novero dei modelli ammissibili e, di nuovo, non vedo alcuna ragione per limitare la possibilità di un simile disaccordo soltanto al caso dell'identità: dato un modo qualsiasi di fissare i confini del vocabolario logico, possiamo in linea di principio avere opinioni contrastanti in merito all'esatta interpretazione di qualsiasi porzione di tale vocabolario. Quine notoriamente si è scagliato contro una concezione di questo tipo stigmatizzandone la devianza: "Change of logic, change of

---

[2] In Tarski [1936].

[3] In realtà penso che l'identità sia perfettamente transitiva, ma vi sono filosofi che la pensano diversamente—per es. Garrett [1985].

subject".[4] Ma, altrettanto notoriamente, il "principio di tolleranza" proposto da Carnap prevedeva che ciascuno fosse libero di costruire la propria teoria logica, anche quando ciò poteva significare un allontanamento della nave della logica dalla *terra firma* costituita dalle forme classiche.[5] Possiamo quindi parlare a questo riguardo di *relativismo carnapiano*. Si tratta di quel genere di relativismo che si accompagna alla tesi secondo cui non c'è un unico modo di determinare il significato del vocabolario logico, tesi che è ben diversa da quella secondo cui non c'è un unico modo di determinare i confini del vocabolario logico medesimo. In ciò che segue intendo mostrare come entrambe le varietà di relativismo, anche nelle loro forme più estreme, siano difendibili.

2. Logico ed extra-logico

Cominciamo dal relativismo tarskiano. Quali sono le ragioni per sostenere che non c'è un unico modo di tracciare una distinzione netta tra logico ed extra-logico? In termini generali le ragioni nascono dalla considerazione del fatto che il significato di ogni elemento del linguaggio viene fissato alla stessa maniera, ovvero scegliendo una classe di modelli come gli unici modelli "ammissibili". Una differenza degna di nota, naturalmente, è che in un caso (quello dei termini logici) si è soliti pensare che la corrispondente classe di modelli ammissibili costituisca la classe di *tutti* i modelli possibili, laddove nell'altro caso i modelli scelti servono semplicemente a caratterizzare un certo modo di intendere i termini in questione, cioè un'interpretazione privilegiata rispetto alle tante possibili. In questo senso la logica è una teoria ambiziosa unica nel suo genere: vuole essere una teoria che ogni altra teoria dovrebbe includere e i cui modelli dovrebbero includere i modelli di ogni altra teoria. Eppure questa notevole differenza non si fonda, a mio avviso, su alcuna caratteristica intrinseca dei termini logici. È possibile tracciare il confine che distingue il vocabolario logico da quello extra-logico in molti modi e, a seconda di come lo si faccia, è possibile pensare ai modelli che fissano il significato dei termini logici come a quelli che costituiscono la classe di tutti i modelli. In alternativa è possibile specificare la classe di tutti i modelli possibili in modi assai diversi e, a seconda di come si specifichi questa classe, possiamo pensare ai termini il cui significato resta invariato (in un senso che deve essere chiarito) come a quelli che compongono il vocabolario logico. La logica è un'impresa ambiziosa, ma proprio per questa ragione la competizione può essere dura.

4 Quine [1970], cap.. 6.
5 Cfr. Carnap [1934].

Ecco come Tarski poneva la questione nel suo articolo "On the Concept of Logical Consequence" del 1936:

> Certamente la divisione di tutti i termini del linguaggio in esame in termini logici ed extra-logici . . . non è del tutto arbitraria. Se ad esempio includessimo tra i simboli extra-logici il simbolo di implicazione, o il quantificatore universale, allora la nostra definizione di conseguenza logica produrrebbe risultati che senza alcun dubbio sarebbero in contraddizione con l'uso ordinario. D'altra parte non conosco alcun fondamento oggettivo che ci consenta di tracciare un confine netto tra i due gruppi di termini. Sembra possibile includere tra i termini logici alcuni termini che di solito vengono considerati come extra-logici, senza con ciò incorrere in conseguenze che si rivelino in netto contrasto con l'uso ordinario.[6]

Come ho già avuto modo di accennare, Tarski si è spinto fino a sostenere che

> Nel caso estremo potremmo considerare tutti i termini del linguaggio come termini logici. La nozione di conseguenza *formale* verrebbe allora a coincidere con quella di conseguenza *materiale*.[7]

Per la verità quest'ultima affermazione è un *non sequitur*, a meno che trattare tutti i termini come logici non equivalga a porre drastiche restrizioni sulla cardinalità dei modelli ammissibili. (Solitamente un enunciato della forma 'Ci sono esattamente *m* cose' è una conseguenza materiale di un enunciato della forma 'Ci sono esattamente *n* cose' ($n \neq m$) se, e solo se, il numero di oggetti nel dominio di quantificazione o è diverso da *n* o è uguale a *m*.[8]) Ma non facciamoci caso. La tesi interessante è quella secondo cui tutti i termini (o qualsiasi termine) del linguaggio potrebbero essere considerati, in linea di principio, "come logici". E questa è la tesi che condivido.

Che tipo di obiezioni si potrebbero sollevare? È stato detto molto al riguardo,[9] ma credo che le principali rimostranze si riducano fondamentalmente a tre, e nessuna di esse appare decisiva. È possibile formulare e rispondere a due di queste obiezioni con una certa facilità; la terza obiezione necessita invece di una risposta dettagliata e gran parte ciò che segue sarà dedicata proprio a questo compito.

La prima obiezione si fonda sull'intuizione per cui il tratto distintivo di una costante logica risiede appunto nella sua *costanza*, cioè nel fatto che il suo signi-

---

6 Tarski [1936], pp. 418-419.
7 Ibid. p. 419.
8 Su questo punto vedi Sher [1991], pp. 46s.
9 Per una rassegna critica della letteratura vedi Gómez-Torrente [2002] .

ficato non varierebbe al variare del dominio di interpretazione. Consideriamo un comune linguaggio del prim'ordine L il cui vocabolario includa un termine extra-logico, come il predicato binario 'parallelo a'. In quanto appartenente al vocabolario extra-logico, questo predicato è caratterizzato da una forte variabilità semantica: la sua estensione in un modello di L può essere una relazione binaria qualsivoglia, un insieme qualsiasi di coppie ordinate. In effetti, a parità di condizioni, 'parallelo a' risulta essere un predicato extra-logico proprio nella misura in cui la classe delle sue possibili estensioni coincide con quella di un qualsiasi altro predicato binario extra-logico. Ora, è davvero possibile trasformare questo predicato in un termine logico semplicemente stipulando che la sua estensione debba essere mantenuta costante in tutti i modelli di L? Ovviamente no. O meglio: c'è un modo per ottenere questo risultato, ma comporterebbe delle restrizioni molto drastiche sulla variabilità dei domini che possono figurare nei modelli di L. Ad esempio: se R è l'estensione in questione, dovremmo escludere come inammissibili tutti i modelli il cui dominio contenga meno elementi di quelli inclusi nel campo di R e questo non sembra proprio un modo per rendere giustizia al significato di 'parallelo a'. Ecco quindi che, almeno sotto il profilo della cardinalità, l'interpretazione di 'parallelo a' *deve* variare da modello a modello.

Questa obiezione, tuttavia, non prova un granché. Dopo tutto, identiche considerazioni potrebbero valere a proposito di alcune tipiche costanti logiche. Anche l'interpretazione di 'identico a', per tornare all'esempio di sopra, dipende allo stesso modo dal dominio del discorso, ovvero dalla sua cardinalità, e quindi non può essere mantenuta *costante* in tutti i modelli. Da un punto di vista semantico, ciò che distingue una costante logica non è il fatto che la sua interpretazione sia invariante da modello a modello, dal momento che può benissimo variare. Perciò il fatto che l'interpretazione del predicato 'parallelo a' *debba* variare non può essere un motivo sufficiente per non includerlo nel vocabolario logico.

Un secondo tipo di obiezione si fonda sull'intuizione per cui la logicità andrebbe di pari passo con la *generalità* (piuttosto che con la costanza semantica). È vero che l'interpretazione di un predicato come 'identico a' può variare da modello a modello. Ciò nondimeno—così va l'obiezione—tale interpretazione può sempre essere identificata con la relazione d'identità definita sul dominio del modello. Così intesa, la sua interpretazione "funziona" in ogni modello, per ogni coppia di oggetti nel dominio. Per dirla con Quine, l'identità non fa preferenze: tratta tutti gli oggetti allo stesso modo.[10] Per contro, l'interpretazione desiderata di un predicato come 'parallelo a' ha senso soltanto limitatamente a certi domini:

[10] Quine [1970], p. 62.

come si potrebbe rendere giustizia a quest'interpretazione in un dominio di entità—per esempio un dominio costituito da insiemi o da proprietà—per le quali non ha nemmeno senso parlare di una loro direzione? Quindi, di nuovo, trattare 'parallelo a' come un termine logico sembrerebbe richiedere delle drastiche restrizioni sulla composizione dei domini che possono figurare nei modelli del linguaggio, e ciò sarebbe sufficiente a stabilire una differenza significativa tra questo predicato e un predicate logico come 'identico a'.

Anche questa obiezione mi sembra inadeguata. Se trattare certi elementi del linguaggio come costanti logiche equivale a identificare una certa classe di modelli con la classe di *tutti* i modelli possibili, allora il genere di restrizione in questione, sebbene drastica, sarebbe del tutto prevedibile. Se 'parallelo a' fosse trattato come una costante logica, allora i modelli in cui non ha senso parlare di parallelismo andrebbero semplicemente scartati. Salvo cadere in un circolo vizioso, è difficile vedere come si possa parlare di una violazione della condizione necessaria di generalità, in questo caso come in molti altri. Del resto la generalità è dubbia anche come condizione sufficiente, dato che ci sono altre teorie oltre alla logica che sembrano rispettarla. L'ontologia formale, ad esempio, intesa nello spirito di quella che Husserl definiva come una "teoria pura degli oggetti in quanto tali",[11] è probabilmente una teoria di pari generalità, e le sue nozioni primitive (come quella di 'parte di' o 'depende da') sembrerebbero applicarsi senza restrizione alcuna.

Si potrebbe riformulare l'obiezione in modo da aggirare questa risposta. Si potrebbe sostenere che la differenza tra due predicati come 'identico a' e 'parallelo a' (o 'parte di') risiede nel fatto che il significato del primo può essere catturato da una regola che non richiede di distinguere l'identità degli oggetti inclusi nel dominio, mentre il significato del secondo lo richiede. Questa differenza, a sua volta, potrebbe essere spiegata in termini di *invarianza* rispetto alle permutazioni: a prescindere da come si scelga un modello, l'estensione di 'identico a' risulta stazionaria rispetto a una qualunque permutazione del dominio di interpretazione (ovvero rispetto a qualsiasi trasformazione biunivoca dell'universo su se stesso), visto che ogni cosa rimane identica a se stessa a prescindere da come si provi a manipolarla. Per contro, una regola che catturi il significato di 'parallelo a' (o 'parte di') non uscirebbe indenne da questo genere di trattamento. *Ergo*, solo 'identico a' è un termine logico, o almeno questo è quanto si vorrebbe sostenere.

Questo modo di riformulare l'obiezione vanta un pedigree di tutto rispettabile. Lo stesso Tarski prese in considerazione il criterio dell'invarianza, dapprima nell'articolo "On the Limitations of Means of Expressions of Deductive

---

[11] Vedi Husserl [1900/01], Terza Ricerca.

Theories"[12] scritto insieme ad Adolf Lindenbaum (dove si mostra che ogni nozione che sia definibile nei termini della teoria semplice dei tipi è invariante rispetto a tutte le permutazioni in un dominio qualsiasi) e successivamente nella sua lezione "What Are Logical Notions?" del 1966.[13] La stessa idea si ritrova nei lavori di Mostowski e Lindström sui quantificatori generalizzati[14] (dove la proprietà dell'invarianza viene esplicitamente impiegata per giustificare un'opportuna estensione della logica standard del prim'ordine) e di recente è stata affinata e difesa con vigore da Gila Sher.[15] In effetti, credo che al giorno d'oggi il criterio dell'invarianza sia ampiamente accettato, se non altro in quanto criterio estensionalmente adeguato, cioè atto a identificare correttamente l'insieme tradizionale delle costanti logiche e alcune delle sue estensioni più naturali. (È precisamente in questo senso estensionale che Tarski era interessato al criterio, visto lo scetticismo di fondo espresso nell'articolo del 1936.) Se però quello che ci interessa è trovare un modo per distinguere i termini logici da quelli extra-logici *in generale*, senza cioè far riferimento a una teoria logica particolare, allora mi pare evidente che il criterio in questione sia inadeguato e in ultima analisi circolare. Che cosa infatti può consentirci di dire che l'interpretazione di un dato termine è *sempre* invariante rispetto alle permutazioni del dominio, se non un pregiudizio su ciò che riteniamo logicamente ammissibile? Consideriamo ancora il caso dei predicati. Il problema non è soltanto che potremmo interpretare 'identico a' come una relazione diversa dall'identità, poiché ciò sarebbe comunque compatibile col possesso di uno statuto speciale da parte della *relazione* di identità, comunque la si voglia chiamare. Né il problema risiede nel fatto che ci sono *molti* predicati che potrebbero designare la medesima relazione d'identità (per esempio 'x è identico a y se e solo se y è o bianco o non bianco'). Il problema, piuttosto, risiede nel fatto che lo statuto speciale di questa relazione dipende esso stesso da una concezione ben precisa del ventaglio dei modelli ammissibili. Qualora fossero ammessi modelli con oggetti diversi da sé stessi (come qualcuno potrebbe reclamare), allora la relazione *identico-a* non si conformerebbe più al criterio di invarianza. Al contrario, qualora venissero ammessi solo modelli il cui dominio consiste in un insieme di linee parallele oppure in un insieme di linee non-parallele, allora la relazione *parallelo–a* risulterebbe perfettamente conforme al crite-

[12] Lindenbaum e Tarski [1934/35].

[13] Tarski [1986].

[14] Vedi Mostowski [1957] e Lindström [1966].

[15] Vedi soprattutto Sher [1991] e [1999]. Per la verità, il criterio dell'invarianza fa parte della teoria di Sher, ma non la esaurisce. Ciò le consente di rispondere ad alcune obiezioni di carattere tecnico, come quelle avanzate da McCarthy [1981].

rio e il predicato 'parallelo a' potrebbe dunque essere trattato come una costante logica.

Da un punto di vista semantico generale, sarei quindi portato a respingere l'obiezione. Anche intesa come invarianza, la generalità non sembra costituire un criterio di logicità migliore della costanza di significato. Che altre opzioni ci sono? A quanto mi è dato di vedere, l'ultima possibilità di un certo interesse consisterebbe nel semplice rifiuto dell'approccio semantico molto liberale al quale ho fatto implicitamente riferimento sin qui. Le mie ragioni per sostenere che non vi sia modo di tracciare una distinzione assoluta tra logico ed extra-logico muovono dalla considerazione del fatto che il significato di tutti gli elementi di un dato linguaggio vengono fissati allo stesso modo, ovvero scegliendo una certa classe di modelli come la sola ammissibile. Si potrebbe obiettare, tuttavia, che è soltanto il significato dei termini extra-logici ad essere fissato in questo modo. Anzi, secondo un modo di procedere molto diffuso (ispirato alla caratterizzazione semantica dei linguaggi del prim'ordine messa a punto dallo stesso Tarski), le costanti logiche sono tipicamente interpretate *al di fuori* del sistema dei modelli. Il loro significato non è catturato dall'interfaccia semantica che mette in relazione un linguaggio con i suoi modelli ma viene imposto *ab initio*: viene cioè fissato—indirettamente—attraverso la definizione ricorsiva della nozione di verità, o della nozione di soddisfazione. Per dirla con Sher:

> Il significato delle costanti logiche non è dato dalle definizioni dei particolari modelli ma è parte dello stesso armamentario metateorico usato per definire l'intera rete dei modelli. . . . Il significato delle costanti logiche è dato da *regole esterne al sistema*.[16]

A questo genere di obiezione rispondo allora che, per quanto significativo possa essere, questo diffuso modo di procedere è fuorviante. Se non abbiamo alcuna intenzione di considerare altri modi di interpretare certi simboli, è chiaro che non c'è bisogno di fare altrimenti. Se il significato dei termini logici deve essere mantenuto costante (in un senso opportuno) attraverso la classe di tutti i modelli, allora non c'è dubbio che convenga estrapolarli dall'armamentario modellistico ed evitare di occuparcene ogniqualvolta ci sia da specificare un modello. Ma che rilevanza ha tutto ciò a parte una certa convenienza pratica? Ne deriva forse un fondamento per la distinzione tra logico ed extra-logico? A me non sembra proprio. In linea di principio potremmo benissimo procedere in altro modo. Ammesso che si disponga di un apparato semantico sufficientemente generale e scevro

[16] Sher [1991], p. 49.

da pregiudizi, e quindi tale da consentire procedure diverse, si potrebbe benissimo trattare qualsiasi termine tanto al di fuori dal sistema dei modelli quanto al suo interno, a seconda dei casi. A volte la seconda è un'opzione reale quando si tratta del predicato di identità, il cui significato in certe occasioni *non* è fissato da una clausola ricorsiva della forma

(2) '*a* è identico a *b*' è vero se e solo se *Val*(*a*) è identico a *Val*(*b*)

(dove *Val* è una funzione che assegna valori semantici) bensì da una stipulazione sull'interpretazione del predicato stesso, ovvero da una stipulazione che stabilisce che 'identico a' si riferisce alla relazione d'identità. Operare una simile stipulazione, come abbiamo visto, equivale a porre una condizione sulla classe dei modelli ammissibili. Ma se un'opzione di questo genere è disponibile per il predicato d'identità, allora è disponibile per qualsiasi predicato che si voglia trattare alla stregua di una costante logica. Se non abbiamo problemi a considerare un segno di logicità per 'identico a' una regola semantica come (2), allora non dovrebbero esserci problemi a considerare un segno di logicità per 'parallelo a' una regola semantica analoga come

(3) '*a* è parallelo a *b*' è vero se e solo se *Val*(*a*) è parallelo a *Val*(*b*).

E se le cose stanno così, che cosa ci trattiene dal fare lo stesso con tutti gli altri predicati e termini di relazione?

Questa replica, evidentemente, è legittima solo nella misura in cui può essere effettivamente generalizzata. La tesi che sto affermando è che sia possibile trattare qualsiasi termine tanto al di fuori del sistema dei modelli quanto al suo interno, a seconda dei casi e a condizione che sia disponibile un apparato semantico sufficientemente generale e libero da pregiudizi da consentire questo trattamento. Ora, nel caso dei predicati binari il normale apparato tarskiano sembra andar bene. Ma resta da dimostrare che lo stesso genere di flessibilità sia disponibile in tutti i casi, rispetto a espressioni di qualsiasi categoria sintattica, ivi compresi i normali connettivi e quantificatori. Se anche soltanto alcuni elementi del linguaggio si rivelassero refrattari al trattamento in questione—se non fosse possibile precisare il loro significato all'interno del sistema dei modelli—allora il confine tra logico ed extra-logico non sarebbe più riconducibile a una scelta arbitraria e la prospettiva convenzionalista risulterebbe sconfitta. Affinché la replica sia davvero efficace, è quindi necessario esaminare più a fondo l'"armamentario metateorico" su cui si fondano le nostre pratiche semantiche e verificare che le cose non stanno così. È in questo senso che dicevo che la terza obiezione richiede una risposta dettagliata, ed è proprio su questi dettagli che adesso vorrei concentrarmi.

3. Il paradigma dell'applicazione funzionale

Se il nostro obiettivo è la generalità, non possiamo a questo punto continuare a limitarci al caso dei linguaggi del prim'ordine. Tanto meno, naturalmente, possiamo limitarci ai modelli tarskiani classici, cioè a strutture d'interpretazione definite da un dominio non vuoto di discorso unitamente a una serie di individui, sottoinsiemi, e relazioni basate sul dominio. Queste sono le strutture normalmente utilizzate in teoria dei modelli ma non sono sufficientemente generali per i nostri scopi. Il quadro semantico a cui occorre far riferimento deve essere ben più ampio, sia per ciò che riguarda la nozione di linguaggio, sia per quanto riguarda la nozione di modello.

Ora, a mio modo di vedere la soluzione migliore in questo senso rimane ancora la teoria generale dei tipi, o meglio la teoria dei tipi filtrata attraverso la teoria delle grammatiche categoriali. Dal punto di vista di un linguista il potere generativo di una teoria del genere è eccessivo, ma per quanto ci riguarda a questo difetto corrisponde il vantaggio di coprire virtualmente ogni caso logicamente interessante. Proviamo dunque a metterne a fuoco le coordinate principali.

Semplificando un po', l'idea guida è che tipicamente un linguaggio comprende espressioni di vario genere, che possono essere classificate in due categorie: tipi individuali (o primitivi) e tipi funzionali (o derivati). I tipi individuali, intuitivamente, corrispondono a quelle categorie di espressioni il cui statuto sintattico non viene analizzato nei termini di altri categorie: enunciati, nomi propri e probabilmente non molto altro. I tipi funzionali, invece, sono definiti a partire da quelli più semplici in maniera da fissare le proprietà combinatorie della categoria sintattica corrispondente: per ogni coppia di tipi t e t', primitivi o funzionali che siano, si può formare un nuovo tipo derivato t'/t, che corrisponde alla categoria di quei funtori che producono espressioni di tipo t a partire da espressioni di tipo t'. Per esempio, se S è il tipo degli enunciati e N è il tipo dei nomi, allora S/S sarà il tipo dei connettivi, N/S il tipo dei predicati, $(N/S)/(N/S)$ il tipo degli avverbi, e così via. (Più in generale, si potrebbero considerare tipi n-adici della forma $t_1 \ldots t_n/t'$ per ciascun $n>0$, corrispondenti a quelle categorie di funtori a n-posti che producono espressioni di tipo t' a partire da espressioni di tipo $t_1,\ldots,t_n$, in quest'ordine. Tipi siffatti, tuttavia, possono essere ignorati senza perdita di generalità, dal momento che possono sempre essere rappresentati mediante tipi monadici della forma $t_1/(t_2/(\ldots/(t_n/t')\ldots))$.[17])

[17] Questa osservazione risale a Schönfinkel [1924] e riflette l'isomorfismo tra insiemi della forma $A^{B_1 \times B_2 \times \ldots B_n}$ (funzioni n-arie) e $(\ldots((A^{B_1})^{B_2})\ldots)^{B_n}$ (funzioni innestate).

Supponiamo dunque di aver fissato un insieme sufficientemente ampio di tipi, T. Per esempio, T potrebbe essere ottenuto a partire da un insieme infinito di tipi individuali S, N, τ_0, …, τ_n, … chiudendolo sotto una certa operazione, che indichiamo con la barra /. Possiamo allora definire linguaggi e modelli di complessità variabile in modo uniforme. Da un lato, le espressioni di un linguaggio possono venire specificate ricorsivamente sulla base di un assegnamento di tipo ai suoi simboli: per ciascun tipo t, la corrispondente categoria di espressioni comprenderà tutti i simboli di tipo t (se ce ne sono) più tutte quelle espressioni che si possono ottenere applicando una qualche operazione strutturale (per esempio la giustapposizione) a coppie di espressioni rispettivamente di tipo t'/t e t', per qualche t'. In altre parole, un linguaggio è essenzialmente una tripla consistente in (i) una sequenza s di simboli di vario tipo, (ii) un'operazione strutturale g per formare espressioni composte, e (iii) la sequenza E delle categorie (possibilmente vuote) costituite dalle espressioni così ottenute, comprensiva di una categoria per ciascun tipo $t \in T$. In particolare $E = (E_t\colon t \in T)$ sarebbe la sequenza definita da:

(4) Se s_i è un simbolo di tipo t, allora $s_i \in E_t$.
Se $x \in E_{t'/t}$ e $y \in E_{t'}$, allora $g(x, y) \in E_t$.

(Sarebbero necessarie alcune precisazioni per escludere certe strutture linguisticamente implausibili, ma per i nostri scopi non è necessario inoltrarsi in simili dettagli.[18]) La nozione di modello, d'altro canto, può essere caratterizzata in modo perfettamente simmetrico. Un modello deve comportarsi come un lessico semantico: deve determinare cioè che generi di cose possono fungere da controparti semantiche delle componenti del linguaggio, e deve fare questo nei limiti posti dalle distinzioni di tipo. Quindi un modello per un linguaggio $L = (s, g, E)$ è sostanzialmente una tripla $M = (d, h, I)$ tale che (i) d è una sequenza di denotazioni tipizzate, una per ciascun simbolo in s; (ii) h è un'operazione strutturale soggetta alle medesime restrizioni di g, e (iii) I è una sequenza di domini per le espressioni in E, comprensiva di un dominio per ciascun tipo $t \in T$. Più precisamente $I = (I_t\colon t \in T)$ è una sequenza di domini che soddisfa la controparte di (4) definita nel modo ovvio:

[18] Per esempio, è inteso che sia s sia g devono essere funzioni uno-a-uno per evitare ambiguità: unitamente alla richiesta che g sia ben fondata su s (ossia che i codomini di g e s siano disgiunti), ciò garantisce che ogni espressione sia o un simbolo o un composto della forma $g(x, y)$. Inoltre, può essere ragionevole richiedere che tutte le espressioni funzionali si risolvano in espressioni individuali (ossia che $E_{t'/t} \neq \varnothing$ implichi sempre che $E_{t'} \neq \varnothing$, e quindi che $E_t \neq \varnothing$), o che g sia l'operazioone di concatenzione (cioè che un'espressione della forma $g(x, y)$ equivalga sempre alla stringa xy). Per un trattamento completo rimando a Varzi [1999], cap. 1.

(5) Se s_i è un simbolo di tipo t, allora $d_i \in I_t$.
Se $x \in I_{t'/t}$ e $y \in I_{t'}$, allora $h(x,y) \in I_t$.

Naturalmente, nei casi concreti molto dipenderà dall'esatta composizione di d, h e I, ma dal presente punto di vista il pregio di queste definizioni risiede precisamente nella loro ampia flessibilità. Per esempio, di norma è ragionevole richiedere che ogni domino funtoriale $I_{t'/t}$ sia un insieme di funzioni $f: I_{t'} \rightarrow I_t$, in modo che h possa davvero venire identificata con l'operazione di applicazione funzionale (il valore di $h(x,y)$ sarebbe sempre $x(y)$). I modelli che soddisfano questi requisiti aggiuntivi—chiamiamoli *modelli stratificati*—sono interessanti perché esprimono in maniera diretta il paradigma dell'applicazione funzionale. Ciò nondimeno si tratta di casi molto particolari e i requisiti che li definiscono non fanno parte della definizione generale di modello

In termini generali, quindi, i linguaggi e i modelli sono strutture *omomorfe*: un linguaggio è letteralmente *rispecchiato* nei suoi modelli.[19] Il che significa che il ponte semantico tra linguaggi e modelli—la nozione di valutazione—è assolutamente diretto. Infatti un modello $M=(d,h,I)$ è sempre in grado di fornire tutte le informazioni necessarie al fine di valutare qualsiasi espressione del linguaggio corrispondente $L=(s,g,E)$: la funzione di denotazione d assegna un valore semantico a ogni espressione di base, e l'operazione strutturale h indica come calcolare il valore semantico di un'espressione complessa a partire dai valori delle espressioni componenti. In altre parole, la valutazione di un linguaggio L rispetto a un modello M non è altro che l'omomorfismo tra L e M indotto da d, cioè la funzione Val: $\bigcup E \rightarrow \bigcup I$ tale che, in generale:

(6) $Val(s_i)=d_i$.
$Val(g(x,y)) = h(Val(x), Val(y))$.

In linea di massima, è dunque a un apparato semantico generale di questo tipo che credo si debba guardare per verificare la validità delle tesi avanzate nella sezione 2. Ed è facile vedere gli effetti di questo approccio sulla nozione di validità logica definita in (1). Se, dato un linguaggio L, ogni suo modello risultasse ammissibile, allora L non includerebbe alcun termine logico, cioè termini il cui significato rimanga 'costante' nel senso desiderato, e quindi la nozione di validità definita in (1) potrebbe risultare vuota (con qualche qualifica su cui tornerò nella

[19] Diciamo almeno che le cose stanno così in condizioni ideali: ritornerò verso la fine sulla possibilità che la corrispondenza tra un linguaggio e i suoi modelli non soddisfi i requisiti di un omomorfismo perfetto.

sezione 5.) Se però escludiamo qualche modello, allora possiamo in questo modo fissare l'interpretazione di alcune espressioni di L e quindi garantire l'accumularsi di validità logiche. La questione da cui possono scaturire dei disaccordi, al di là delle eventuali ambiguità terminologiche, è precisamente *quali* modelli debbano essere esclusi in quanto inammissibili. (Va da sé che questa scelta deve risultare in qualche modo esaustiva: la classe di modelli che definisce una logica non può consistere di elementi disparati e male assortiti. Ma ciò vale ogniqualvolta si identificano i modelli "intesi" di una buona teoria. In questo senso, una logica non è altro che una *teoria*, appunto, al pari di qualunque teoria, sebbene si tratti di una teoria molto importante e, a ben vedere, più fondamentale.)

A titolo illustrativo cerchiamo di vedere come questo modo di descrivere linguaggi e modelli sussuma come caso speciale la normale semantica dei manuali di logica, sebbene in un quadro molto più astratto. Consideriamo un tipico linguaggio proposizionale: lo si può definire come un linguaggio $L=(s, g, E)$ i cui simboli sono o variabili enunciative (di tipo S) o connettivi (di tipo S/S o, più in generale, $S/(S/(\ldots/(S/S)\ldots)))$. Che cosa siano esattamente questi simboli e come funzioni esattamente g, cioè come si possano combinare fra loro dei simboli per produrre espressioni complesse, non è di per sé rilevante, a meno che non si desideri specificarlo espressamente. Proviamo a dire, piuttosto, che cos'è un modello classico per L. Naturalmente non basta prendere un modello $M=(d, h, I)$ qualsiasi. Tanto per cominciare, bisogna richiedere che I_S—il dominio corrispondente alla categoria E_S degli enunciati—sia un insieme a due valori, per esempio l'insieme $2=\{0, 1\}$ (dove 0 rappresenta il falso e 1 il vero). In secondo luogo, e questo è particolarmente importante in vista della terza obiezione della sezione 2, non serve definire il significato dei connettivi *attraverso* la definizione ricorsiva delle condizioni di verità. Così come sul piano sintattico i connettivi sono caratterizzati alla stregua di simboli che agiscono su enunciati per produrre altri enunciati (o altri connettivi di arietà inferiore), sul piano semantico la denotazione di un connettivo viene caratterizzata nei termini un'operazione che agisce sui valori di verità per produrre altri valori di verità (o altre operazioni dello stesso genere). In particolare, se il linguaggio L include i comuni connettivi '$\sim$' per la negazione (di tipo S/S), '$\wedge$' per la congiunzione (di tipo $S/(S/S)$), e così via, allora per poter essere classificato come "classico" un modello M dovrà soddisfare delle condizioni ben precise: le denotazioni di questi simboli dovranno comportarsi in maniera conforme alle corrispondenti operazioni booleane di complemento, intersezione, e così via:

(7) Se $s_i = \sim$, allora $d_i(x)=1-x$ per ogni $x \in 2$,
Se $s_i = \wedge$, allora $d_i(x)(y)=x \cap y$ per ogni $x,y \in 2$,

e così via. (Sto assumendo per semplicità che M sia stratificato e che i numeri naturali siano identificati con gli insiemi dei propri predecessori, sicché $0=\varnothing$ e $1=\{\varnothing\}$.) È facile vedere che rispetto a un modello che soddisfi queste condizioni specifiche, la funzione di valutazione che ne deriva (l'omomorfismo da L a M) si comporterà nel modo solito, conformemente alle condizioni semantiche della logica proposizionale classica:

(8) $Val(\sim\phi) = 1$ se e solo se $Val(\phi)=0$,
$Val(\phi \wedge \psi) = 1$ se e solo se $Val(\phi)=Val(\psi)=1$,

e così via. Quindi, in particolare, la nozione di validità definita in (1) identificherà come valide esattamente le argomentazioni valide della logica proposizionale classica. Da questo punto di vista, ciò che stiamo facendo non è nient'altro che semantica standard. Ma notiamo il livello d'astrazione (e di conseguenza il grado di generalità): non è soltanto il dominio di entità corrispondente alle categorie di base (in questo caso: il dominio dei valori di verità) ad essere specificato dai modelli, bensì il dominio di ogni categoria; e tutti i simboli, non solo le variabili enunciative ma anche i connettivi, sono interpretati *all'interno dei modelli*. È precisamente questo fatto che consente di replicare alla terza obiezione della sezione 2, illustrando la fondatezza dell'idea per cui il confine tra logico ed extra-logico è in ultima analisi il prodotto di una scelta arbitraria (sul piano formale) a dispetto delle nostre comuni pratiche in materia. Il relativismo tarskiano appare dunque giustificato, almeno per quanto riguarda la logica proposizionale: possiamo considerare qualsiasi simbolo del linguaggio come logico perché non c'è alcuna condizione esterna sull'interpretazione di alcun simbolo. E non è difficile vedere come questo quadro giustifichi anche un relativismo di tipo carnapiano: nulla impedisce infatti di considerare modelli basati su un insieme di valori di verità diverso da $\{0,1\}$, unitamente a opportune condizioni sull'interpretazione dei connettivi, così da ottenere per esempio la logica a tre valori di Kleene, o quella di Post, o quella di Lukasiewicz. In effetti, in questo modo risulta possibile caratterizzare la semantica di un'ampia varietà di logiche proposizionali non-classiche: ciò che conta è che i domini di interpretazione e la denotazione di ciascun connettivo siano specificati nel modo desiderato, imponendo opportune restrizione sulla gamma dei modelli ammissibili. Il formato generale resta immutato.

4. Estensioni

Il discorso però non finisce qui. I connettivi vero-funzionali sono piuttosto facili da maneggiare. Ma è possibile estendere il quadro che abbiamo tracciato anche agli altri casi? È possibile cioè trattare allo stesso modo *tutta* la terminologia logica ?

La risposta è affermativa, o almeno così intendo sostenere. Prima di tutto, notiamo che è possibile render conto in modo del tutto analogo della semantica dei linguaggi *intensionali*, ad esempio di quei linguaggi che contengono operatori modali come 'è necessario che'. Di norma l'analisi semantica di linguaggi di questo tipo viene presentata come se comportasse un allontanamento significativo da quella dei linguaggi puramente estensionali, dal momento che il significato di un connettivo modale viene fatto dipendere da fattori che un modello standard non è in grado di catturare. Per esempio, una semantica alla Kripke per un linguaggio modale appare assai più intricata , dal punto di vista concettuale, rispetto a una semplice semantica booleana (sebbene, naturalmente, sia possibile far emergere le connessioni sottostanti). In un apparato come quello che stiamo considerando, tuttavia, il trattamento di questi linguaggi è del tutto conforme allo schema generale che abbiamo illustrato nella sezione precedente: per rendere conto dei fattori in questione bisogna semplicemente far riferimento a una classe di modelli appropriata, richiedendo ad esempio che i domini d'interpretazione associati ai tipi primitivi siano non già degli insiemi di entità per così dire piatte, cioè prive di struttura, bensì insiemi di funzioni che variano su quelle entità e che hanno come argomenti gli elementi di un insieme appropriato di coefficienti intensionali. A titolo illustrativo, se L è un linguaggio proposizionale che contiene connettivi modali, un modello appropriato per L potrebbe essere un M in cui il dominio che corrisponde alla categoria degli enunciati non è semplicemente l'insieme dei valori di verità, cioè l'insieme $2=\{0,1\}$, bensì l'insieme di tutte le funzioni che mappano un certo insieme W di "mondi possibili" all'insieme dei valori di verità, cioè l'insieme $2^W=\{0,1\}^W$. L'interpretazione di '$\sim$', '$\wedge$', e degli altri connettivi estensionali non viene intaccata da questo slittamento da valori di verità a funzioni su valori di verità, poiché è sufficiente richiedere che le loro denotazioni siano funzioni costanti i cui valori coincidono con le comuni operazioni booleane relativamente a ogni mondo in W. Ma lo slittamento diventa significativo non appena si considerino i connettivi modali, come ad esempio il connettivo di necessità '$\Box$'. Possiamo infatti rendere conto del carattere intensionale di un connettivo di questo genere semplicemente facendo in modo che la sua denotazione sia una funzione il cui valore per un dato argomento in un dato mondo dipenda, relativamente ad h, dal valore dell'argomento in altri mondi possibili, per esempio una funzione il cui valore in quel mondo sia 1 se e solo se il suo argomento riceve il valore 1 in ogni mondo. Assumendo per semplicità che M sia stratificato, le clausole in questione avrebbero cioè la forma seguente:

(9) Se $s_i = \sim$, allora $d_i(x)(w) = 1 - x(w)$ per ogni $x \in 2^W$ e ogni $w \in W$.
Se $s_i = \wedge$, allora $d_i(x)(y)(w) = x(w) \cap y(w)$ per ogni $x, y \in 2^W$ e ogni $w \in W$.
Se $s_i = \Box$, allora $d_i(x)(w) = \bigcap \{x(w'): w' \in W\}$ per ogni $x \in 2^W$ e ogni $w \in W$.

E queste sono clausole che equivalgono a restrizioni ben precise sul novero dei modelli ammissibili. I modelli che soddisfano queste clausole, potremmo dire, determinano la *logica* di '$\sim$', '$\wedge$', e '$\Box$'.

A questo punto si capisce come il relativista tarskiano abbia gioco facile. *Per definire una logica non abbiamo bisogno di mettere a punto un apparato semantico specifico.* Non abbiamo bisogno di mettere a punto la logica di un linguaggio prima di svilupparne la semantica. Tutto ciò che dobbiamo fare è identificare le categorie sintattiche dei simboli che desideriamo studiare (insieme a una opportuna operazione strutturale) e poi specificare quali, tra le infinite strutture che forniscono un'interpretazione omomorfa del linguaggio, corrispondano ai modelli "ammissibili". È chiaro che così si spiana la strada al relativismo tarskiano (sebbene si potrebbe parlare anche di un relativismo leśniewskiano, o forse di un relativismo ajdukiewicziano, dal momento che la teoria delle grammatiche categoriali che consente la linea di ragionamento qui elaborata può essere fatta risalire ai lavori di Leśniewski e Ajdukiewicz[20]). E si spiana anche la strada al relativismo carnapiano, dal momento che, come abbiamo visto, non c'è un unico modo per selezionare i modelli che fissano il significato di un certo termine logico: ci sono tanti modi diversi e a ciascuno di loro corrisponderà una teoria logica differente.

È importante comunque sottolineare ancora una volta come questa prospettiva si riveli fondata solo nella misura in cui può essere davvero estesa a un'ampia gamma di logiche: non solo logiche proposizionali o i sistemi affini, la cui struttura algebrica si presta bene a questo tipo di trattamento, ma anche sistemi di complessità superiore. Sotto questo aspetto, il punto cruciale è che l'intero approccio si basa su un principio di *applicazione funzionale* molto forte: in ogni modello di un linguaggio qualsiasi, il valore di ciò che si ottiene applicando un funtore x a un argomento y (tramite g) è sempre equivalente a ciò che si ottiene applicando il valore di x al valore di y (tramite h). Non vi sono altri ponti tra un linguaggio e i suoi modelli se non quello rappresentato dal semplice sfruttamento del loro omomorfismo strutturale ed è proprio in questo senso che possiamo permetterci di dire che nessuna logica viene imposta sulla semantica *dall'esterno*. Ciò nondimeno potrebbe esserci ancora spazio per un certo scetticismo. La tesi secondo cui nessuna logica viene imposta dall'esterno risulta vendicata se consi-

[20] Vedi Leśniewski [1929] e Ajdukiewicz [1935].

deriamo funtori come i connettivi o i predicati. Si tratta di operatori intrinsecamente applicativi e non c'è da sorprendersi se si prestano così bene al genere di trattamento illustrato sopra. In quest'ottica il fatto che il significato dei connettivi venga solitamente specificato attraverso una definizione ricorsiva delle condizioni di verità è irrilevante: si tratta di un modo diverso e forse più comodo per ottenere gli stessi risultati. Ma è possibile affermare la stessa cosa anche a riguardo di altri operatori? Davvero tutto ciò di cui abbiamo bisogno per delineare lo spazio di tutte le possibili strutture interpretative è l'applicazione funzionale, insieme a un'opportuna assegnazione di tipi grammaticali ai simboli del linguaggio?

Non c'è bisogno di guardare lontano per trovare strutture linguistiche che sembrano sfuggire al semplice schema funtore/argomento. L'esempio più immediato è quello dei linguaggi che contengono operatori come i quantificatori (standard o generalizzati). Lo stesso Ajdukiewicz concludeva il suo fondamentale articolo "Syntactic Connexion" osservando come questi operatori non siano (e non possano essere trattati come) dei funtori veri e propri, e che i linguaggi che li includono richiederebbero almeno un altro operatore di 'segno circonflesso' (una specie di operatore lambda). In effetti Ajdukiewicz si spinse fino a ipotizzare che ciò avrebbe potuto rappresentare l'unico incremento realmente necessario rispetto al paradigma di una grammatica categoriale pura:

> Se ci si risolvesse a contrabbandare l'operatore circonflesso, si potrebbe azzardare la supposizione che forse questo espediente è più remunerativo, dal momento che esiste la possibilità di sostituire tutti gli altri operatori . . . con l'operatore circonflesso e con i funtori corrispondenti.[21]

Si tratta invero di un'interessante anticipazione delle idee che stanno alla base del calcolo λ di Church;[22] ma naturalmente il vantaggio di ridurre tutti gli operatori a un tipo solo non diminuirebbe affatto l'importanza teorica dell'allontanamento dal paradigma di una grammatica categoriale pura. Più in generale, a partire dagli anni Sessanta diversi autori hanno sostenuto che le grammatiche categoriali pure sono sostanzialmente equivalenti alle grammatiche a struttura sintagmatica non contestuali, e per questo motivo sono soggette alle medesime limitazioni.[23] Altri autori hanno sostenuto che c'è un nesso forte tra i principi della λ-astrazione e quelle regole trasformazionali che sembrano necessarie per esplicitare le relazioni tra i diversi livelli dell'analisi linguistica, per esempio tra la struttura logica pro-

[21] Ajdukiewicz [1935], p. 231 (tr. it. p. 372).
[22] Church [1941].
[23] Cfr. Bar-Hillel *et al.* [1960].

fonda e le sue realizzazioni superficiali. Cresswell, in particolare, ha ipotizzato che tutte le derivazioni trasformazionali "semanticamente significative" possono essere viste come sequenze di λ-conversioni.[24] Anche le grammatiche di Montague sono tipicamente concepite in quest'ottica.[25] Per tutti questi motivi, è opinione diffusa che un apparato puramente categoriale come quello delineato sopra sia troppo semplice e, quindi, non applicabile a tutti i casi. In particolare, è opinione diffusa che per soddisfare certi requisiti di generalità sia necessario estendere i linguaggi categoriali puri dotandoli almeno di un operatore λ per l'astrazione funzionale. E dal momento che a linguaggi siffatti viene comunemente attribuita una semantica mista tarskiana-categoriale (nel senso che il significato dell'operatore λ viene fissato attraverso la definizione ricorsiva del valore di un'espressione piuttosto che specificato direttamente dai modelli, in analogia a come vengono trattati i quantificatori nella semantica tarskiana standard per i linguaggi del prim'ordine), sembrerebbe che *una qualche* logica debba essere imposta esplicitamente sull'armamentario semantico dall'esterno, a meno che non ci si limiti a linguaggi tanto semplici quanto poveri. Se le cose stessero così, allora c'è poco da fare: la terza obiezione della sezione 2 l'avrebbe vinta e il relativismo tarskiano ne uscirebbe sconfitto, nonostante il suo parziale successo rispetto a un certo numero di casi.

La mia replica è che si tratta di una conclusione affrettata.[26] Tanto per cominciare, sul piano sintattico non c'è una vera difficoltà nel comprimere gli operatori per il vincolo delle variabili entro lo schema funtore/argomento. Per esempio, un quantificatore potrebbe essere trattato come un simbolo di tipo $N/(S/S)$, cioè come un funtore "misto" che trasforma nomi ed enunciati in enunciati. Meglio ancora, possiamo trattarlo semplicemente come un connettivo "strutturato" di tipo S/S consistente in un segno di quantificazione (come '∀') seguito da una variabile vincolata corrispondente. È una pratica che si ritrova anche nelle regole di formazione di certi comuni manuali di logica.[27] Questo significa che avremmo, per esempio, un quantificatore universale '$\forall x$', un quantificatore universale '$\forall y$', e così via, uno per ciascuna variabile: i simboli sono atomici relativamente all'operazione sintattica g, ma questo non toglie che possano avere una loro struttura

[24] Cfr. Cresswell [1977], pp. 266-67.

[25] Vedi Montague [1970]. Un ulterioore esempio è dato dalla formulazione della teoria (semplice) dei tipi di Henkin [1975], in cui le uniche nozioni primitive sono l'astrazione e l'identità.

[26] Le osservazioni che seguono sono articolate in maggioor dettaglio altrove. Vedi soprattutto Varzi [1993] e [1995].

[27] Vedi per es. Enderton [1972].

interna. Concentriamoci su questa seconda alternativa, che è un po' più semplice. Dal punto di vista formale ciò significa che un linguaggio elementare può essere definito semplicemente come un linguaggio $L=(s,g,E)$ contenente simboli di tipo $t/(t/(\ldots/(t/t')\ldots))$ per ogni $t,t'\in\{S,N\}$, cioè simboli per enunciati e simboli per nomi (di tipo S e N rispettivamente), connettivi (di tipo $S/(S/(\ldots/(S/S)\ldots))$), predicati (di tipo $N/(N/(\ldots/(N/S)\ldots))$) e così via. Posto che Q sia un qualsiasi segno di quantificazione, come '∀', è a questo punto sufficiente supporre che i simboli per i nomi di L non siano un insieme arbitrario ma includano un sottoinsieme numerabile V (i cui elementi possiamo chiamare 'variabili individuali') con la caratteristica che la coppia ordinata Qv è un connettivo monadico per ciascun $v\in V$ (che possiamo chiamare 'quantificatore Q sulla variabile v').

Dunque la sintassi non è un problema. La difficoltà semmai è semantica ed è connessa concettualmente al fatto già citato per cui simboli di questo genere non possono essere trattati come termini logici semplicemente richiedendo che la loro denotazione rimanga costante da modello a modello: il significato che vogliamo attribuire a questi simboli, se devono comportarsi come quantificatori, *dipende* dalla composizione del modello. In particolare è chiaro che i quantificatori non possono essere ridotti a delle semplici operazioni booleane definite sui valori di verità, come nel caso dei normali connettivi vero-funzionali. Tuttavia non è detto che si tratti di un percorso obbligato. I valori di verità forniscono l'estensione degli enunciati, se si vuole; ma i quantificatori introducono un elemento *intensionale* che fa dipendere il valore verità di un enunciato da fattori diversi dai semplici valori di verità delle espressioni che lo compongono. E abbiamo appena visto come un apparato categoriale consenta di catturare questo tipo di dipendenza intensionale abbastanza facilmente. Con un connettivo modale il "salto" intensionale è da valori di verità a funzioni di valori di verità definite su mondi possibili. Nel caso di un quantificatore il salto è dovuto a una combinazione di fattori differenti, vale a dire ai diversi valori che possono essere assegnati alla variabile vincolata corrispondente. Sul piano concettuale, però, il "salto" intensionale è del tutto analogo. Possiamo definire un modello per un linguaggio dotato di quantificatori richiedendo semplicemente che i domini di interpretazione consistano di funzioni, definite non già su un insieme di mondi possibili bensì sull'insieme di tutte le possibili assegnazioni di un valore semantico a quei particolari simboli di tipo 1 che rientrano nel gruppo delle variabili. Più precisamente, dato un insieme non vuoto qualsiasi U otteniamo un modello $M=(d,h,I)$ per un linguaggio del primo ordine $L=(s,g,E)$ ponendo $I_S=2^{U^V}$ e $I_N=U^{U^V}$. Dopo di che è facile esplicitare il resto della semantica. Se M è stratificato, ad esempio, le condizioni di interpretazione della logica classica sono le seguenti:

(10) Se $s_i \notin V$, allora d_i è costante, cioè $d_i(a)=d_i(b)$ per ogni $a,b \in U^V$.
Se $s_i \in V$, allora d_i è i-variabile, cioè $d_i(a)=a(s_i)$ per ogni $a \in U^V$.
Se $s_i = {\sim}$, allora $d_i(x)(a)=1-x(a)$ per ogni $x \in I_S$ e ogni $a \in U^V$.
Se $s_i = \wedge$, allora $d_i(x)(y)(a)= x(a) \cap y(a)$ per ogni $x,y \in I_S$ e ogni $a \in U^V$.
Se $s_i = \forall v$, allora $d_i(x)(a)=\bigcap \{x(a[^v_u]) : u \in U\}$ per ogni $x \in I_S$ e ogni $a \in U^V$.

(dove, nell'ultima clausola, $a[^v_u]$ è quella funzione che assegna il valore u alla variabile v e che per il resto coincide con a.)[28] Non è difficile verificare che la funzione di valutazione indotta da un modello che soddisfi queste condizioni si comporta esattamente come nella semantica classica.

Va da sé che se vogliamo avere un linguaggio contenente sia dei quantificatori sia degli operatori modali tradizionali, allora sul piano semantico dovremo considerare modelli in cui i valori semantici sono funzioni definite su *coppie ordinate* consistenti in un'assegnazione di valore alle variabili e in un mondo possibile. La generalizzazione è ovvia. Inoltre, procedendo in maniera analoga si può rendere conto della semantica di qualsiasi tipo di operatore per il vincolo delle variabili, compreso l'operatore di astrazione funzionale λ. Tutti questi operatori sono operatori in qualche modo intensionali, e la semantica degli operatori intensionali rientra a pieno titolo (anche se forse non in maniera del tutto ovvia) nel quadro dello schema funtore/argomento.[29] I dettagli si possono trovare nell'appendice. Ecco dunque la mia conclusione. Nonostante le apparenze, e nonostante le preoccupazioni dello stesso Ajdukiewicz, l'armamentario di base delineato nella sezione precedente ci consente di trattare ogni elemento del linguaggio allo stesso modo, e cioè come un'espressione da interpretarsi *all'interno* del sistema dei modelli piuttosto che attraverso regole *esterne*. E questo ci pone nelle condizioni di rispondere completamente alla terza obiezione sollevata nella sezione 2.

5. Generalizzazioni

Con ciò si esaurisce l'aspetto tecnico che, insieme alla nostra discussione della sezione 2, dovrebbe offrire supporto alla tesi secondo cui la distinzione tra ter-

[28] Naturalmente assumiamo che i valori dell'applicazione funzionale debbano dipendere dalle assegnazioni di valori solo se ne dipendono gli argomenti, sicché $x(y)(a_i) = x(y)(a_j)$ ogniqualvolta $x(a_i) = x(a_j)$ e $y(a_i) = y(a_j)$. Inoltre, assumiamo che questi valori si comportino in maniera coerente, cioè che $x_i(y)(a) = x_j(y)(a)$ se $x_i(a) = x_j(a)$, e $x(y_i)(a) = x(y_j)(a)$ se $y_i(a) = y_j(a)$.

[29] Il carattere intensionale di tali operatori è stato evidenziato da Lewis [1970], sebbene nel Poscritto del 1986 Lewis abbia poi cambiato parere preferendo un loro trattamento *esterno* all'apparato categoriale, nello spirito di Cresswell [1973].

mini logici ed extra-logici è in ultima istanza infondata, cioè alla tesi che abbiamo chiamato relativismo tarskiano. Ma anche il relativismo carnapiano risulta a questo punto ben fondato. Come infatti abbiamo già avuto modo di osservare, una volta spianata la strada alla prima forma di relativismo, la seconda segue automaticamente. In effetti tutto questo dovrebbe risultare abbastanza ovvio a chiunque abbia familiarità con altri modi di affrontare queste questioni all'insegna di una certa generalità. I modelli algebrici, ad esempio, consentono in maniera altrettanto naturale di guardare alle cose "da sopra", per così dire, cioè prima di decidere quale logica scegliere. E la generalizzazione delle algebre booleane alle algebre cilindriche è in un certo senso analoga alla generalizzazione che ho illustrato con riferimento al problema di gestire i quantificatori e gli altri vincolatori di variabili per mezzo di modelli puramente funtoriali. L'approccio che ho descritto è quello che prediligo, ma non è che un'opzione tra le tante. (E questo è di nuovo un segno del pluralismo implicito in (1).)

A questo punto si potrebbe ancora sollevare il seguente interrogativo: questo quadro generale è davvero abbastanza generale da consentire una posizione *pienamente* relativista riguardo alla logica? Si noti infatti che l'argomentazione offerta fin qui non giustifica il relativismo su basi indipendenti. La direzione dell'argomentazione procede *dalla* semantica *alla* logica, quindi molto dipende dal peso che si vuole dare alla definizione di validità logica (1) da cui siamo partiti e che abbiamo tacitamente data per scontata. Questo modo di procedere però presta il fianco a una grave accusa di inadeguatezza da parte di chi abbia opinioni diverse in proposito. Nel suo libro *The Concept of Logical Consequence*,[30] ad esempio, John Etchemendy ha sostenuto l'inadeguatezza di un'analisi semantica delle proprietà logiche sulla base di argomentazioni volte a mostrare che un'analisi di questo tipo trasformerebbe le questioni logiche in questioni sostanziali. A titolo illustrativo, sulla base di un'analisi puramente semantica un finitista dovrebbe escludere dal novero dei modelli ammissibili quelli il cui dominio di quantificazione sia infinito. Ciò significa che un finitista, al contrario di un non-finitista, si impegnerebbe all'esistenza di un numero n per il quale l'enunciato "esistono meno di n oggetti" risulta una verità logica. Ma un finitista e un non-finitista possono benissimo trovarsi in disaccordo su questioni di filosofia della matematica senza per questo pensarla diversamente in materia di logica. *Ergo* un'analisi semantica della logica è inadeguata.

Non c'è dubbio questa conclusione sia diametralmente opposta a quella che ho cercato di difendere qui. Ciò nondimeno credo che il ragionamento possa esse-

[30] Etchemendy [1990].

re respinto. Anzi, dalla prospettiva in cui ci siamo posti il ragionamento è del tutto circolare: assumere, come si fa, che il disaccordo tra il finitista e il non-finitista non sia di tipo logico è assumere esattamente ciò che stavamo contestando. Come ha osservato Manuel García-Carpintero:

> Il finitista non deve essere d'accordo con la nostra semantica. Ed è tutt'altro che evidente che *questo* non sia un disaccordo logico. Quando i sostenitori del finitismo forniscono realmente una semantica alternativa per i quantificatori, ciò sembra comportare un disaccordo logico.[31]

Il quadro semantico generale offerto in precedenza non costituisce certamente una prova definitiva a vantaggio di questa posizione. Però fornisce lo sfondo e mette a disposizione gli strumenti formali necessari per sostenerla.

Sul *bias* semantico dell'approccio seguito qui non credo serva aggiungere altro. L'approccio è sufficiente a giustificare una forma di convenzionalismo semantico secondo cui i confini della logica vengono definiti sulla base di convenzioni, e questo convenzionalismo a sua volta è sufficiente a giustificare tanto il relativismo tarskiano quanto quello carnapiamo. A questo punto però siamo in grado di formulare una forma ancora più forte di convenzionalismo, e dunque di relativismo logico. Secondo questa forma radicale non solo i *simboli* logici di un linguaggio devono essere considerati sullo stesso piano degli altri simboli, e non solo le *tesi* di una teoria logica devono essere considerate sullo stesso piano delle tesi di qualsiasi altra teoria; secondo questa forma radicale di relativismo non vi sarebbe propriamente alcun *principio* che sfugga a tale trattamento, nemmeno i principi che si esprimono nel metalinguaggio. In altre parole: nessun fatto logico risulterebbe soddisfatto dalla classe di tutti i modelli di un dato linguaggio, e la concezione relativista potrebbe quindi dichiararsi completamente al riparo da interferenze logiche. Il quadro delineato sopra è in grado di sostenere anche questa forma di relativismo? La semantica è davvero del tutto libera dai vincoli della logica, o nasconde ancora delle assunzioni logiche di qualche tipo?

A questo proposito voglio fare due considerazioni. In primo luogo non c'è alcun dubbio che sia ancora possibile *definire* delle proprietà semantiche in maniera tale da renderle invarianti attraverso la classe di tutti i modelli. In effetti sebbene la nozione di validità definita in (1) dipenda in larga misura dal modo in cui viene tracciato il confine tra termini logici e termini extra-logici, non è detto che debba dipendere esclusivamente da ciò. Vi sono argomentazioni che risultano valide anche se non contengono *alcun* termine logico. Un caso evidente è rappre-

---

[31] García-Carpintero [1993], p. 121.

sentato da un'argomentazione la cui conclusione sia inclusa tra le premesse. Più in generale, consideriamo la seguente estensione di (1), in cui si ammette la possibilità di argomentazioni con conclusioni multiple:

(11) Un insieme di enunciati Γ implica un insieme di enunciati Σ (ovvero l'argomentazione da Γ a Σ è valida) se e solo se qualche membro di Σ è vero in ogni modello in cui tutti i membri di Γ sono veri.

Allora è facile vedere che la cosiddette regole strutturali della logica classica corrispondono senza eccezioni a forme argomentative valide ('$\vDash$' sta per 'implica'):

(12)	$\Sigma \vDash \Sigma$	(Riflessività)
	$\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \{\phi\} \cup \Sigma$	(Reiterazione)
	Se $\Sigma \vDash \Gamma$ e $\Gamma \vDash \Delta$ e $\Sigma \vDash \Delta$	(Transitività)
	Se $\Gamma \vDash \Sigma$ allora $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \Sigma$ e $\Gamma \vDash \{\phi\} \cup \Sigma$	(Indebolimento)
	Se $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \Sigma$ e $\Gamma \vDash \{\phi\} \cup \Sigma$ allora $\Gamma \vDash \Sigma$	(Taglio)

Queste forme argomentative non dipendono dal particolare linguaggio in questione e sono valide a prescindere da qualsiasi restrizione si voglia imporre alla classe dei modelli ammissibili: la loro validità è una conseguenza diretta di (11). Naturalmente potremmo modificare (11) in modo tale da ottenere risultati differenti, ma non è questo il punto. Il punto risiede piuttosto nella *possibilità* di definire nozioni che godono di proprietà ben precise a prescindere dalla classe di modelli che si considera, compresa la classe di tutti i modelli (per un dato linguaggio).

Ora, questo stato di cose appare in netto contrasto con una posizione pienamente relativista. *Qualche* elemento di logica, dopo tutto, fa capolino nel metalinguaggio. Ciò che accade in questo come in altri casi simili, tuttavia, è spiegabile facilmente in termini di convenzioni metalinguistiche. Il motivo per cui le forme argomentative in (12) valgono per qualsiasi scelta dei modelli è che esse riflettono dei fatti ben precisi che vengono presupposti nella definizione stessa di validità logica. A fronte di una diversa interpretazione dei quantificatori 'qualche' e 'tutti', o della nozione di 'insieme' impiegata nella definizione, il quadro potrebbe risultare assai diverso. Questo non giustifica di per sé una posizione pienamente relativista. Ma mostra come tale posizione possa essere sostenuta in maniera del tutto coerente purché si abbia cura di reiterare l'impulso relativista, tarskiano o carnapiano, a ogni livello della gerarchia metalinguistica. (Di nuovo, non è solo una questione di ambiguità: intendo dire che vi può un disaccordo sostanziale relativo all'estensione di questi concetti.)

La seconda osservazione è più critica e ha a che vedere con la questione della generalità semantica. Per come vedo le cose, non c'è dubbio che un relativismo in piena regola richiederebbe che l'"armamentario metateorico" di base venga ulteriormente generalizzato. L'apparato fin qui delineato incorpora il requisito per cui ogni modello deve risultare omomorfo al linguaggio corrispondente. Questo requisito—come abbiamo visto—consente un'analisi semantica e sintattica perfettamente uniforme; ma riflette anche l'assunzione (tipica di una semantica di ispirazione fregeana) secondo la quale ogni modello deve essere costituito da entità ben definite, accuratamente connesse l'una all'altra e legate alle espressioni del linguaggio in maniera univoca. Ebbene, si potrebbe pensare che quest'assunzione determini una limitazione significativa al campo d'azione di una teoria semantica. Non c'è alcuna ragione semantica per escludere *a priori* che (la nostra rappresentazione di) ciò di cui parliamo possa comportare "lacune" e/o "eccessi" di vario genere. Anche assumendo che ogni espressione linguistica miri sempre ad avere un valore semantico definito, non sembra esservi alcun motivo per assumere a priori che le condizioni sottostanti risultino sempre *completamente* soddisfatte. Gli enunciati del linguaggio ordinario tipicamente comprendono espressioni il cui riferimento è solo parzialmente definito, o vagamente definito, se non del tutto indefinito, e potremmo voler ammettere che fenomeni di questo genere possano insorgere anche in un linguaggio ricostruito in modo formale. Viceversa, anche assumendo che ogni espressione miri sempre ad avere un solo valore semantico, preciso e coerente, non vi è alcuna garanzia che le condizioni sottostanti risultino sempre soddisfatte *in maniera consistente*. Tutti sappiamo, ad esempio, che un enunciato può risultare auto-referenziale in circostanze sfavorevoli, fino a provocare paradossi come quello del mentitore. Per queste ragioni, potremmo quindi voler guardare con interesse a un apparato semantico più generale, in cui siano in linea di principio ammessi anche modelli con lacune e/o eccessi interpretativi. In ogni caso, una generalizzazione di questo genere sembra costituire un prerequisito necessario dal punto di vista di una posizione pienamente relativista, dal momento che l'esclusione a priori di casi di incompletezza e/o inconsistenza semantica rappresenta senza dubbio una restrizione significativa sul novero dei modelli ammissibili. È una possibilità concreta?

Senza entrare troppo nei dettagli, mi limiterò a osservare che quest'interrogativo ha sia una risposta positiva che una risposta negativa. La risposta positiva è che l'apparato semantico che ho delineato sopra si può effettivamente generalizzare in modo da coprire anche questi casi devianti. È possibile ammettere modelli in cui certe categorie di espressioni risultino non-interpretate, o in cui alcuni simboli non abbiano un'unica denotazione (cioè siano privi di una denotazione o ne abbiano più di una), oppure in cui il risultato dell'applicazione dell'operazione strutturale non si risolva sempre in un valore semantico definito (cioè possa risultare sottodeterminato o sovradeterminato per certi argomenti). Sotto l'aspetto formale tutto ciò implica che le componenti di base di un modello *d* e *h* debbano poter essere relazioni parziali piuttosto che funzioni complete, e questo non può che introdurre qualche complessità in più. Dato che non esiste alcun omomorfismo tra un linguaggio e un modello incompleto, e dato che può esisterne più di uno se il modello è inconsistente, l'instaurazione di un ponte semantico che leghi un linguaggio e i suoi modelli—attraverso la nozione di valutazione—non è più una faccenda di poco conto. Ma questo non significa che non possa essere fatto, né che non possa essere fatto senza rinunciare all'uniformità concettuale dell'apparato iniziale.

Tant'è per la risposta positiva. La risposta negativa è che ciò può essere fatto, non in un unico modo ma in maniere diverse e non del tutto equivalenti. Per esempio, personalmente prediligo un approccio supervalutazionale.[32] In estrema sintesi, l'idea è che si possa definire il valore di un'espressione relativamente a un modello *M* incompleto e/o inconsistente in funzione dei valori che l'espressione riceve nelle "precisificazioni" complete e consistenti di *M*. E siccome queste precisificazioni sono modelli omomorfi al linguaggio, possiamo limitarci ad applicare l'algoritmo definito in (6) rispetto a tali modelli, e poi calcolare la funzione che ci restituisce i valori della nostra espressione rispetto a *M*. Il problema è che ci sono *molte* funzioni che si candidano a svolgere questo ruolo e a seconda di quella che scegliamo otteniamo una semantica differente.[33] Inoltre sono possibili anche altri approcci. Ad esempio, esistono generalizzazioni delle semantiche di Montague in cui il nesso tra un linguaggio e i suoi modelli incompleti è dato da una sorta di funzione di valutazione "paramorfa" che—intuitivamente—approssima il comportamento dell'omomorfismo mancante.[34] Questo tipo di soluzione può essere importata e applicata anche a un apparato puramente categoriale come quello considerato qui, e può essere facilmente estesa in modo da coprire anche il caso di modelli inconsistenti. Ma è una soluzione diversa da quella supervalutazionale e restituisce semantiche considerevolmente differenti. Ed è evidente che la disponibilità di soluzioni differenti è in netto contrasto con la concezione radicalmente relativista che stiamo considerando: per quella concezione, un'abbondanza di generalizzazioni risulta tanto nociva quanto una loro totale assenza, dato che lascia aperta la questione di come si possa rendere conto della varietà di teorie metalogiche che ne risulta.

---

[32] Vedi Varzi [1999]

[33] Alcune possibilità sono esaminate in Varzi [1997] e [2000].

[34] Vedi ad es. Muskens [1995].

Lo stesso si può dire a proposito di altre generalizzazioni che si potrebbero considerare e che a questo punto mi limito ad elencare. È possibile, ad esempio, allentare le restrizioni di tipo sul comportamento delle operazioni strutturali? È possibile generalizzare la nozione di modello ammettendo domini auto-applicativi? Possiamo ammettere modelli dinamici, ovvero modelli in cui il valore di un'espressione può cambiare a seconda che la si valuti prima o dopo altre espressioni? Sono tutte domande che sembrano comportare serie complicazioni per la concezione difesa qui. La concezione richiede una semantica logicamente neutrale, ma i confini della semantica stessa appaiono tutt'altro che arbitrari.

Concludo quindi con una certa prudenza. Forse il relativismo semantico radicale rappresenta una posizione ibrida, appartenente a quella categoria di tesi filosofiche che possono essere sostenute in maniera coerente *solo fino a un certo punto*. Allo stesso tempo, si potrebbe considerare la richiesta di una semantica logicamente neutrale come un appello in favore di un apparato semantico che sia davvero generale—un apparato in cui si possa rendere giustizia a un'ampia varietà di politiche semantiche—e in questo senso il relativismo radicale sarebbe perfettamente coerente: i medesimi criteri verrebbero applicati tanto a una teoria semantica quanto a una teoria logica. In altre parole una posizione relativista radicale potrebbe essere considerata come una sorta di relativismo tarskiano concernente la semantica stessa piuttosto che la logica, o se si preferisce come una forma di meta-relativismo. Si potrebbe allora reiterare la spiegazione fornita sopra per legittimare forme di relativismo sempre più forti, corrispondenti a livelli sempre più elevati di analisi. Questo spostamento nel territorio del meta-linguaggio potrebbe apparire sospetto ed è senza dubbio discutibile. Ciò nondimeno sembra inevitabile. La mia convinzione è che addirittura possa rivelarsi decisivo, se non altro al fine di una giusta valutazione del relativismo logico dal punto di vista semantico qui considerato.

Appendice [35]

Tutte le operazioni che servono a vincolare una variabile possono essere ridotte all'operazione di astrazione funzionale. Perciò a ben vedere la domanda esaminata nella sezione 4 equivale a chiedersi se l'astrazione funzionale possa effettivamente venire interpretata come una forma di applicazione funzionale, utilizzando modelli i cui domini di interpretazione dipendano da un opportuno pacchetto di elementi intensionali e assegnazioni di valori.

---

[35] Questa appendice riprende e corregge il par. 4 di Varzi [1993].

Alcune forme di astrazione sono catturate immediatamente dal trattamento illustrato nel testo principale. Ad esempio, possiamo arricchire il nostro linguaggio elementare L con un astrattore λv per ciascuna variabile $v \in V$, da trattarsi come un funtore di tipo $S/(N/S)$. L'interpretazione ordinaria di questo funtore si esprime nella lettura "è qualcosa v tale che". Ed è facile verificare che nell'ambito del nostro apparato questa lettura si traduce direttamente nella seguente condizione sui modelli ammissibili di L:

(13) Se $s_i = \lambda v$, allora $d_i(x)(y)(a) = x(a[^{v}_{y(a)}])$ per ogni $x \in I_S$, $y \in I_N$ e $a \in U^V$.

Per lo meno questa è la condizione appropriata nell'ipotesi in cui tutti i modelli in questione siano stratificati nel senso che abbiamo precisato, in cui cioè ogni dominio funtoriale $I_{t'/t}$ non è altro che l'insieme di funzioni $f: I_{t'} \to I_t$, sicché $h(x,y)$ coincide sempre con $x(y)$.

Nel caso generale, laddove avessimo astrattori che agiscono su variabili di qualsiasi tipo in espressioni di qualsiasi tipo, la soluzione non è così semplice. In effetti è evidente che non è possibile andare molto lontano se ci limitiamo ai modelli stratificati, dato che la presenza di variabili funtoriali rende impossibile definire modelli intensionali adeguati in cui ciascun dominio funtoriale sia un insieme di funzioni del tipo giusto. Ma non è detto che si debba fare così. Tutto ciò che dobbiamo fare è considerare modelli i cui domini siano costruiti *su* insiemi di funzioni e aver cura che ciò venga fatto nel modo appropriato al fine di ottenere il risultato desiderato. Si tratta di una generalizzazione piuttosto naturale, comune nelle logiche intensionali e nelle grammatiche di Montague. Eccone i dettagli per il caso in cui si voglia ottenere una teoria di tipo classico.

Per ammettere astrattori generalizzati, consideriamo un linguaggio categoriale completo L comprendente un insieme non vuoto S_t di simboli per ogni tipo $t \in T$. Ciascun S_t include un sottoinsieme V_t di variabili con la caratteristica che la tripla ordinata $\lambda v t'$ è un simbolo di tipo $t'/(t/t')$ per ogni $t' \in T$ e per ogni $v \in V_t$. Ora sia $(U_t : t \in T)$ una sequenza di insiemi tale che $U_S = 2$ e $U_{t'/t} = U_t^{U_{t'}}$ per ogni $t, t' \in T$ e definiamo A come il prodotto cartesiano $\prod(U_t^{V_t} : t \in T)$. Per ottenere un modello adeguato M basta richiedere semplicemente che $I_t = U_t^A$ per ogni $t \in T$. Possiamo poi assicurarci che ciascun $\lambda v t'$ venga interpretato come un normale astrattore su v richiedendo che M soddisfi anche la condizione generale seguente:

(14) Se $s_i = \lambda v t'$, allora $h(h(d_i, x), y)(a) = x(a[^{t}_{a_t [^{v}_{y(a)}]}])$ per ogni $x \in I_{t'}$, ogni $y \in I_{\tau(v)}$ e ogni $a \in A$,

dove $\tau(v)$ è il tipo di v. Insieme alle condizioni ovvie sull'interpretazione dei simboli per le costanti e per le variabili, si può verificare che questa clausola genera una funzione di valutazione che si comporta in conformità a tutte le condizioni del λ-calcolo classico.[36]

Riferimenti bibliografici

Ajdukiewicz, K., 1935, 'Die syntaktische Konnexität', *Studia Philosophica* 1: 1–27; tr. it. di G. Piana: 'La connessità sintattica', in A. Bonomi (a cura di), *La struttura logica del linguaggio*, Milano, Bompiani, 1978, pp. 345–372.

Bar-Hillel, Y., Gaifman C., Shamir E., 1960, 'On Categorial and Phrase-Structure Grammars', *The Bulletin of the Research Council of Israel* 3: 1–16.

Beall, J. C., e Restall, G., 2000, 'Logical Pluralism', *Australasian Journal of Philosophy* 78: 475–493.

Carnap, R., 1934, *Logische Syntax der Sprache*, Vienna, Springer-Verlag; versione ampliata apparsa in inglese come *The Logical Syntax of Language*, London, Routledge and Kegan Paul, 1937; tr. it. dell'edizione inglese di A. Pasquinelli: *La sintassi logica del linguaggio*, Milano, Silva, 1961.

Church, A., 1941, *The Calculi of Lambda Conversion*, Princeton (NJ), Princeton University Press.

Cresswell, M. J., 1973, *Logics and Languages*, London, Methuen.

Cresswell, M. J., 1977, 'Categorial Languages', *Studia Logica* 36: 257–269.

Enderton, H. B., 1972, *A Mathematical Introduction to Logic*, Orlando (FL), Academic Press.

Etchemendy, J., 1990, *The Concept of Logicl Consequence*, Cambridge, Harvard University Press.

García-Carpintero, M., 1993, 'The Grounds for the Model-Theoretic Account of the Logical Properties', *Notre Dame Journal of Formal Logic* 34: 107–131.

Garrett, B. J., 1985, 'Noonan, "Best Candidate" Theories, and the Ship of Theseus', *Analysis* 45: 12–15.

Gómez-Torrente, M., 2002, 'The Problem of Logical Constants', *Bulletin of Symbolic Logic* 8: 1–37.

Henkin, L., 1975, 'Identity as a Logical Primitive', *Philosophia* 5: 31–45.

Husserl, E., 1900/01, *Logische Untersuchungen,* Niemeyer, Halle; seconda edizione: 1913/21; tr. it. di G. Piana: *Ricerche Logiche*, Milano, Il Saggiatore, 1968.

Lewis, D. K., 1970, 'General Semantics', *Synthese* 22: 18–67; tr. it. parziale di U. Volli: 'Semantica generale', in A. Bonomi (a cura di), *La struttura logica del linguaggio*, Milano, Bompiani, 1978, pp. 491–509.

Lewis, D. K., 1986, 'Postscript to "General Semantics"', in *Philosophical Papers. Volume 2*, Oxford, Oxford University Press, pp. 230–232.

[36] Una versione molto preliminare di questo saggio, intitolata 'Model-Theoretic Conventionalism', è stata presentata al convegno "Meaning" tenutosi a Karlovy Vary (Repubblica Ceca) il 9 settembre 1993 e appare nei *Proceedings* del convegno (a cura di James Hill e Petr Koťátko). Versioni successive sono state presentate al *Logic Colloquium* del Dipartimento di Filosofia della State University of New York a Buffalo (5 marzo 1998) e alla sezione "Logical Pluralism" del Congresso Annuale dell'*Australasian Association of Philosophy* (Hobart, Australia, 4 luglio 2001). Sono grato ai partecipanti di questi convegni per le loro osservazioni e per le discussioni che ne sono seguite.

Leśniewski, S., 1929, ‘Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik’, *Fundamenta Mathematicae* 14: 1–81.

Lindenbaum, A., e Tarski, A., 1934/35, ‘Über die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien’, *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 7: 15–22.

Lindström, P., 1966, ‘First Order Predicate Logic with Generalized Quantifiers’, *Theoria* 32: 186–195.

McCarthy, T., 1981, ‘The Idea of a Logical Constant’, *Journal of Philosophy* 78: 499–523.

Montague, R., 1970, ‘Universal Grammar’, *Theoria* 36: 373–398.

Mostowski, A., 1957, ‘On a Generalization of Quantifiers’, *Fundamenta Mathematicae* 44: 12–36.

Muskens, R., 1995, *Meaning and Partiality*, Stanford (CA), CSLI Publications.

Quine, W. V. O., 1970, *Philosophy of Logic*, Englewood Cliffs (NJ), Prentice-Hall; tr. it. di D. Benelli, *Logica e grammatica*, Milano, Il Saggiatore, 1981.

Sher, G., 1991, *The Bounds of Logic. A Generalized Viewpoint*, Cambridge (MA), MIT Press.

Sher, G., 1999, ‘Is Logic a Theory of the Obvious?’, in A. C. Varzi (a cura di), *The Scope of Logic*, Stanford (CA), CSLI Publications, pp. 207–238.

Schönfinkel, M., 1924, ‘Über die Bausteine der mathematischen Logik’, *Mathematische Annalen* 92: 305–316.

Tarski, A., 1936, ‘O pojciu wynikania logiczneg’, *Przegląd Filozoficzny* 39: 58–68; tr. ing. di J. H. Woodger: ‘On the Concept of Logical Consequence’, in A. Tarski, *Logics, Semantics, Metamathematics*, *Papers from 1923 to 1938*, Oxford, Clarendon Press, 1956; seconda edizione a cura di J. Corcoran: Indianapolis, Hackett, 1983, pp. 409–420.

Tarski, A., 1986, ‘What Are Logical Notions?’, testo di una conferenza del 1966 a cura di J. Corcoran, *History and Philosophy of Logic* 7: 143–154.

Varzi, A. C., 1993, ‘Do We Need Functional Abstraction?’, in J. Czermak (a cura di), *Philosophy of Mathematics. Proceedings of the 15th International Wittgenstein Symposium*, Part 1, Vienna, Hölder-Pichler-Tempsky, pp. 407–415.

Varzi, A. C., 1995, ‘Variable-Binders as Functors’, in J. Woleński e V. F. Sinesi (a cura di), *The Heritage of Kazimierz Ajdukiewicz*, Amsterdam/Atlanta (GA), Rodopi, pp. 303–319.

Varzi, A. C., 1997, ‘Inconsistency Without Contradiction’, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 38: 621–639.

Varzi, A. C., 1999, *An Essay in Universal Semantics*, Dordrecht, Kluwer.

Varzi, A. C., 2000, ‘Supervaluationism and Paraconsistency’, in D. Batens, C. Mortensen, G. Priest, e J.-P. Van Bendegem (a cura di), *Frontiers in Paraconsistent Logic*, Baldock, Research Studies Press, pp. 279–297.